# Factoreo de expresiones algebraicas

Se llama factoreo al procedimiento que permite transformar una suma algebraica en un producto de expresiones algebraicas.

Existen 6 casos de factoreo:

1- Factor común.
2- Factor común por grupos.
3- Trinomio cuadrado perfecto.
4- Cuatrinomio cubo perfecto.
5- Diferencia de cuadrados.
6- Suma o diferencia de potencias de igual grado.

- **Factor común**

Cuando los términos de un polinomio tienen un factor común, se puede sacar éste fuera de un paréntesis en el que se escribe el cociente que resulta de dividir el polinomio por el factor común (tener en cuenta tanto la parte numérica como la literal)

Ejemplos:

a) $2x + 5x^2 - bx^3 + cx^4 = x.(2 + 5x - bx^2 + cx^3)$

b) $4x^2y^6 + 12x^4y^5 - 16x^3y^3 = 4x^2y^2.(y^3 + 3x^2y^2 - 4x)$

- **Factor común por grupos (o doble factor común).**

Solo aplicable para número de términos pares igual o mayor a 4.

Si los términos de un polinomio pueden reunirse en grupos de igual número de términos con un factor común en cada grupo, se saca en cada uno de ellos ese factor común. Si queda la misma expresión en cada uno de los paréntesis, se la saca a su vez como factor común.

Ejemplo:

am + bm + an+ bn = (am + bm) + (an + bn) = m(a + b) + n(a + b) = (m + n) (a + b)

- **Trinomio cuadrado perfecto.**

Se dice que un trinomio es cuadrado perfecto cuando dos de sus términos son positivos y cuadrados perfectos y el tercer término es el doble del producto de las bases de dichos cuadrados, pudiendo ser positivo o negativo.

Ejemplos:

a) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

b) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

c) $4x^2 - 12xy^2 + 9y^4 = (2x - 3y^2)^2$

- **Cuatrinomio cubo perfecto.**

Todo cuatrinomio cubo perfecto es igual al cubo de un binomio formado por la suma de las bases de esos cubos con sus respectivos signos.

Ejemplos:

a) $a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3 = (a + b)^3$

b) $8b^3 - 12ab^2 + 6\,a^2b - a^3 = (2b - a)$

- **Diferencia de cuadrados.**

Toda diferencia de cuadrados se puede transformar en un producto de dos factores (binomios), iguales a la suma y diferencia de las bases de dichos cuadrados respectivamente.

Ejemplos:

a) $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$

b) $16m^2 - 4q^6 = (4m + 2q^3)(4m - 2q^3)$

- **<u>Suma o Diferencia de potencias de igual grado.</u>**

Para este caso se tiene en cuenta el concepto de división de polinomio. Recordando:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & Q(x) \\ \cline{2-2} & C(x) \\ R(x) & \end{array}$$

Entonces: $P(x) = Q(x).C(x) + R(x)$

Tener presente que el grado de P(x) > grado de Q(x). El grado de C(x) es igual a la diferencia de los grados de P(x) y Q(x).

Si $\boldsymbol{R(x) = 0}$ entonces el polinomio P(x) es **divisible** por Q(x) y en este caso $P(x) = Q(x).C(x)$ y la división es exacta.

La suma de potencias de igual grado, con exponente par, no es divisible ni por la suma ni por la resta de sus bases.

La suma de potencias de igual grado, con exponente impar, es divisible por la suma de sus bases.

La diferencia de potencias de igual grado, con exponente par, es divisible por la suma o diferencia de sus bases (recuerde la diferencia de cuadrados).

La diferencia de potencias de igual grado, con exponente impar, es divisible por la diferencia de sus bases.

Resumiendo:

| EXPRESIÓN | DIVISOR (DIVISIBLE) | |
|---|---|---|
| SUMA $a^n + b^n$ | PAR | No es divisible |
| | IMPAR | SUMA $(a + b)$ |
| RESTA $a^n - b^n$ | PAR | SUMA $(a + b)$ o RESTA $(a - b)$ |
| | IMPAR | RESTA $(a - b)$ |

Ejemplo:

$$(x^5 - 1) = (x^5 - 1^5) = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

Donde $Q(x) = x - 1$ y $C(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

<u>Nota:</u> hay casos en que un trinomio que no es cuadrado perfecto puede factorearse buscando las raíces de dicho trinomio y expresándolo con la fórmula factoriada de una función cuadrática.

Ejemplo:

$x^2 - 4x + 3 = 1\,(x - 1)\,(x-3)$ donde $a = 1$ $x_1 = 1$ y $x_2 = 3$