FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE JUJUY

Trayecto de Formación Complementaria

Módulo Matemática

Docentes a cargo: Lic. María Cecilia Adaro – Lic. María Ana González – APU. Roberto Mamani– APU. Marcelo Eduardo Yevara - Lic. Adriana Marisol Acosta – Ing. Alfredo Luis Yance.


Las MATEMÁTICAS
nos enseñaron
QUE TODOS LOS
PROBLEMAS TIENEN
solución

Contenidos.

Unidad 1: Conjuntos: formas de expresarlos. Relación de inclusión y pertenencia. Igualdad de conjuntos. Operaciones entre conjuntos, propiedades. Conjunto de números. Representación en la recta real. Operaciones con números reales y sus propiedades. Intervalos de números reales: representación en la recta real y operaciones. Desigualdades: resolución, representación del conjunto solución y problemas de aplicación. Notación científica.

Unidad 2: Función: definición, distintas formas de expresarla, dominio, imagen. Valor numérico y gráfica. Función Lineal: forma general, pendiente, ordenada al origen. Recta: ecuación, paralelismo, perpendicularidad y representación gráfica. Función cuadrática: definición, distintas formas de expresarla, dominio, imagen y representación gráfica. Parábola: vértice, eje de simetría, concavidad, puntos simétricos y raíces. La ecuación de segundo grado. Problemas de aplicación.

Unidad 3: Expresiones algebraicas: definición y clasificación. Expresiones algebraicas enteras: clasificación según el número de términos, grado, valor numérico, raíces reales, orden. Operaciones con expresiones algebraicas enteras: suma, resta, producto, cociente, potenciación y radicación. Teorema del Resto. Regla de Ruffini. Factoreo de expresiones algebraicas: factor común, factor común en grupos de igual número de términos, trinomio cuadrado perfecto, cuatrinomio cubo perfecto, suma o diferencia de dos potencias de igual grado. Expresiones algebraicas racionales: definición, suma, resta, producto, cociente y simplificación.

Unidad 4: Ecuaciones algebraicas. Planteo, resolución y verificación. Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas: clasificación, resolución y representación gráfica. Métodos de resolución: gráfico, determinantes, igualación, sustitución. Sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas: Planteo y resolución por el método de determinantes. Aplicaciones.

Unidad N° 5: Trigonometría. Ángulos: sistema de medición sexagesimal y radial. Razones trigonométricas: definición, cálculo y resolución de triángulos rectángulos. Funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante, definición, dominio, imagen, representación gráfica, periodicidad, ceros, crecimiento, decrecimiento. Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo: fundamental y otras relaciones. Relaciones entre las funciones trigonométricas de dos ángulos: complementarios, suplementarios, que difieren en $\pi/2$, π y $2k\pi$. Funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos. Teorema del seno. Teorema del coseno. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.

Unidad 6: Vectores: definición y representación gráfica. Módulo de un vector. Operaciones: multiplicación por un escalar. Suma: método analítico y gráfico. Paralelismo y perpendicularidad de vectores. Producto escalar de vectores. Problemas de aplicación.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 1: CONJUNTOS. NÚMEROS REALES: OPERACIONES. PROPIEDADES.

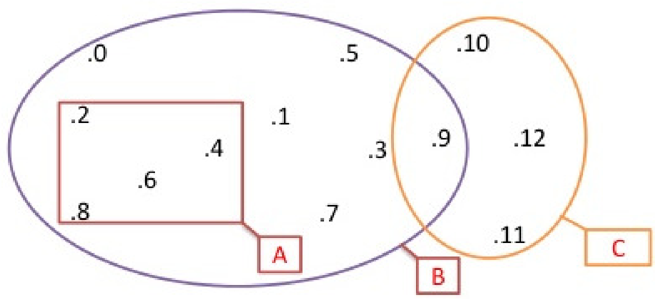
1º. Indique cuales de los siguientes conjuntos han sido definidos por comprensión y cuales por extensión.

a) A = Los números enteros comprendidos entre -1 y 5.
b) B = {amarillo, rojo, azul }
c) El conjunto de los números reales.
d) D = { 7; -2; ¾; -½; 0,35}

2º. Dados los siguientes conjuntos, expréselos por extensión:

a) $A = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -2 < x < 3\}$ b) $B = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -2 \leq x \leq 3\}$

3º. Analizando el siguiente gráfico completar con, $\in, \notin, \subset$ y $\not\subset$ según corresponda.



A …….. B	C ……. B	4 …….. A
9 …….. A	6 ……. B	9 …….. C
10 ……. A	7 ……. C	8 …….. A
2 …….. C	3 ……. B	5 …….. C
1 ……… B	0 ……. A	3 …….. A
B ……… A	5 ……. A	C ……. A
¾ ……… A	12 …… C	11 …… B

4º. Realizar el diagrama de Venn de los campos numéricos y allí ubicar las expresiones que se dan a continuación: 3/2, -3/2, π, 6/2, e, 5, √9, 0, √-3, $(-1)^3$, $1+i$ y por último $0,\hat{6}$.

5º. Represente en la recta numérica las expresiones comprendidas dentro del conjunto de los $\mathbb{R}$ del punto 4º.

6º. Coloque en palabras cada uno de los siguientes enunciados:

a) $x > y \wedge z \leq 0$
b) $a \leq b$
c) $-1 < 3 < 8$
d) $w \neq z$.
e) $u < 0$.
f) $w \geq v$.

7º. Expresar en lenguaje matemático es siguiente problema y resolverlo. La combinación de una caja de seguridad está formada por 4 dígitos a saber: el primero es el triple del segundo, el tercero es el doble del primero, en tanto que el cuarto es la mitad del tercero. La adición de los cuatro números da por resultado 13. ¿Cuál es la combinación?

8º. Calificar como Verdadero o Falso. Justificar la respuesta.

a) $\sqrt[3]{4}$ es un nº entero
b) $\sqrt{7} - 2$ es un nº irracional
c) $a^5\, a^2 = a^7$
d) $1,\hat{3}$ es un nº irracional
e) $\sqrt{64 - 36} = \sqrt{64} - \sqrt{36}$
f) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

9º. Obtenga el valor de las siguientes expresiones (sin usar calculadora)

a) 3 - { -10 +[4 +(8 -2)] +3} =
b) - 20 {(-10) . [4 +(8 -2) -10] }=
c) - { - [- (2-10) -8] -1} – (-10) =
d) $\frac{-7-3}{2} - \frac{16-24}{-8} =$

e) $\frac{-32+8}{-6} - \frac{1-25}{-84} =$

f) {[(-5-45)÷(8-3)]÷(-5) - [-(15-3)÷4]} =

g) $2^{2} . 2^{4} . 2^{0} =$

h) $(x^{3} / x) . (x^{4} / x^{2}) =$

i) $x^4 (x^2)^2 / (x^2)^3 =$

j) $\sqrt{25-9} + 4(2^3)^2 =$

k) $\sqrt{\frac{144}{4}} / \sqrt{\frac{1}{4}} =$

l) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} =$

m) $\sqrt{\frac{\sqrt{16}}{81}} - \sqrt{\frac{25}{81}} =$

n) $\left[\frac{\frac{3}{2}}{\frac{-9}{8}} + \frac{1}{3}\right]^2 =$

10º. Si g, h y i ϵ $\mathbb{R}$ y cumplen que g + h = 4 y g + i = 6, calcular:

a) h + 5 +g = b) (g+i) +g+(h+i) +g= c) (h+2+i) + (4+g) +(2+g)=

11º.Extraer todos los factores posibles de cada uno de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{z\,4x^2y^4} =$

$b)\ \sqrt{a\,y^{10}x^2} =$

$c)\ \sqrt[3]{-56\,b^2a^8} =$

$d)\sqrt[5]{32\,a^{15}b^5c^{12}} =$

12º.Calcular llevando a su mínima expresión.

$a)\ \frac{\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{2}:\frac{10}{3}}{1-\left(\frac{3}{4}:5\right)} =$

$b)\frac{-3+\frac{14}{3}}{-\frac{1}{3}-2} - \frac{4}{9}\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(1-\frac{3}{2}\right)^3 \frac{8}{3} =$

$c)\ \frac{\sqrt{1+\frac{9}{2}+\frac{3}{4}} - \sqrt[3]{1-\frac{9}{8}}}{\frac{1}{\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)^{-1}}} - =$

$d)\ \left[\sqrt{\left(\frac{5}{2}.\frac{2}{3}\right)}\right]^2 - \frac{5}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} =$

$e)\left(-\frac{3}{2}\right).\left(-\frac{20}{4}\right) + 0{,}5.\left(-\frac{1}{3}+2\right) - \sqrt{10}.\sqrt{\frac{5}{2}} =$

$f)\ \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2}.5^{3/2}.\left(\frac{1}{5}\right)^{1/3} : 5^{1/2} =$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 2: INTERVALOS - NOTACIÓN CIENTÍFICA - ECUACIONES

1º.- Dados los siguientes conjuntos, cuando sea posible, expresarlos como intervalos. Represente cada conjunto en la recta real.

$a)\ A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge 2 \leq x \leq 8\}$

$b)\ B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x > 5\}$

$c)\ C = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$

$d)\ D = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$

$e)\ E = \left\{x/x \in \mathbb{R} \wedge -2 < x < \frac{3}{2}\right\}$

$f)\ F = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -2 < x \leq 3\}$

$g)\ G = \{\{x/x \in \mathbb{R} \wedge -2 \leq x < 3\}\}$

h) H = $\left\{x/x \in Q \wedge -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}\right\}$

2º.- Dados los siguientes conjuntos, resolver gráficamente las operaciones indicadas; expresar el resultado en notación de intervalo y notación conjuntista.

$A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge 0 \leq x < 5\}$ $B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge 3 < x \leq 6\}$ $C = [-1,\ 1)$ y $D = [-2,\ \infty)$

$a)\ A \cap B$ $b)\ A \cup B$ $c)\ A \cap D$

$d)\ R - C$ $e)\ D - A$ $f)\ (A \cup C) \cap D$

3º.-Para cada una de las siguientes inecuaciones:

$a)\ 2\,x - 1 \geq 0$ $\qquad b)\ ½x + 3 < 0$ $\qquad c) - 2x \geq -5$

$d) - x - \frac{1}{2} < 0$ $\qquad e)\ |-x + 2\,| < 5$ $\qquad f)\ \left|\frac{3x+1}{4}\right| \geq 1$

i) Resolverlas y hallar el conjunto solución.

ii) Comprobarlas para algún valor adecuado de la incógnita.

iii) Expresar el conjunto solución obtenido como intervalo y representarlo en la recta numérica.

4º.- Expresar las siguientes operaciones en notación científica y resolverlas:

$a)\ 0{,}4\ .\ 0{,}00025 \quad =$ $\qquad b)\ \frac{0{,}0002}{0{,}25} =$ $\qquad c)\ \frac{20000\ .0{,}000004}{-0{,}25.10^{-4}} =$

5º.- ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones tienen la misma solución?

$a)\ 9x - 2x = 21$ $\qquad$ b)$8x = 3(x + 5)$ $\qquad$ c) $7 - 5x = 2x - 14$ $\qquad$ d) $7x - 4 + 2x = -8 - 3x$

6º.-Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Cecilia recibe $\$4.10^4$. Decide gastar la quinta parte en ropa, la octava parte en librería y la cuarta parte en salidas con sus amigas. Lo que le queda decide ahorrarlo. ¿Cuánto ahorra? ¿Cuánto gastó en la librería?

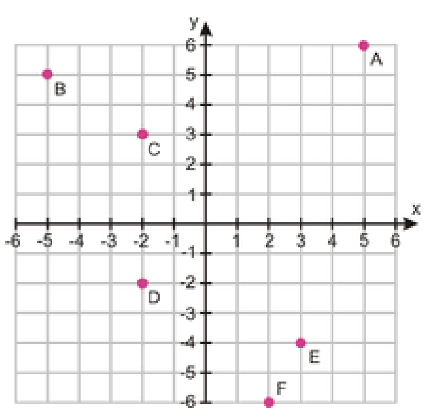
b) La tercera parte de la raíz cuadrada de un número, disminuido en una unidad da por resultado -1/6. ¿Cuál es el número?

c) Se realizó una encuesta entre un grupo (150) de los alumnos del Trayecto de Formación Complementaria sobre el uso de redes sociales. Los resultados obtenidos fueron: 48 usan twitter, 94 facebook y 25 instagram. 5 alumnos solo usan instagram. La mitad de los que usan twitter no usan ni facebook ni instagram. De la otra mitad, 15 también usan facebook y 12 instagram. ¿Cuántos alumnos no usan redes sociales? ¿Cuántos usan solo facebook? ¿Cuántos pertenecen al subconjunto que se obtiene al calcular (facebook intersección instangram) menos twitter?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 3: FUNCIONES

1º.-En un sistema de ejes coordenados cartesianos represente los siguientes puntos: (1,3); (2,2); (-2,2); (0,-3); (-1,0); (½, -½), (-¾,1); (0,0).

2º.- Indicar las coordenadas de cada uno de los puntos designados con una letra en el siguiente gráfico:



A = (,)

B = (,)

C = (,)

D= (,)

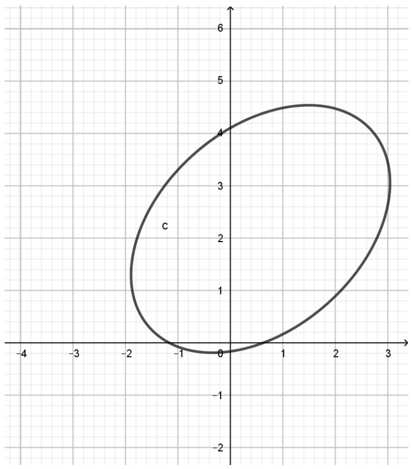
E = (,)

F = (,)

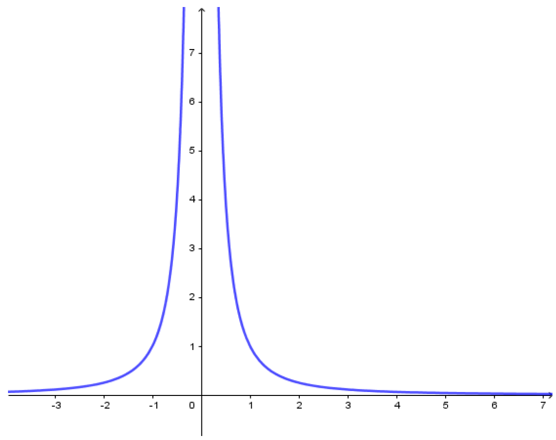
3º.- Indicar cuáles de los siguientes gráficos, diagramas, tablas y/o fórmulas corresponden a una función. En caso afirmativo indicar dominio e imagen.

a) $F(x) = x^2 - 4$ b) $y = \cos x$ c) $y = \log x$

d).



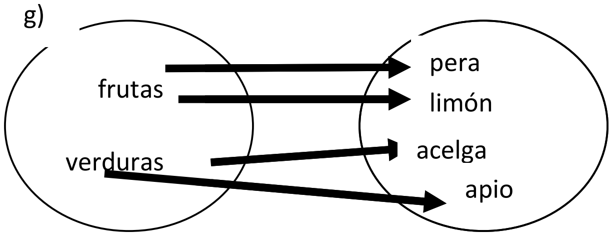
e).



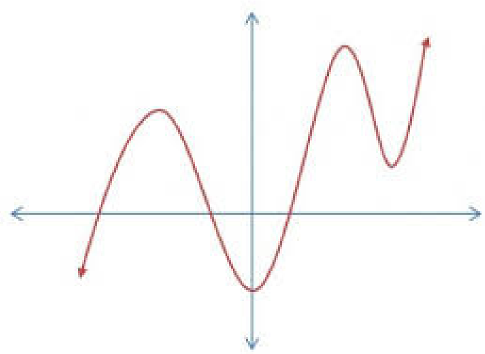
f).

x	0	1	1	-1	-1
y	5	5	-2	5	-2

g)



h)



4º.- Dadas las siguientes funciones, determinar su dominio:

$a) f(x) = \dfrac{x-6}{-x^2 - 6x - 8}$ $b)\ f(x) = \dfrac{\sqrt{5\,x-2}}{3-x}$ $c) f(x) = (\,x-4)\sqrt{x+10}$

5º.-Defina una función que represente:

a) El espacio recorrido por un móvil en función de la velocidad.
b) El costo de fotocopiar un libro y hacerlo anillar.
c) El costo (C) de viajar en un taxi es de \$35 más \$3,5 por cada décimo de kilómetro (k) recorrido.

6º.- Dada la función f(x)= ¾ x -1 calcular el valor de x en cada caso.

a) f(x) =4 b) f(x) = 1/3 c) f(x)= -1 d) f(x) = 0

7°.- Dada la siguiente función determine de ser posible: $g(-9),\ g\left(\frac{3}{4}\right),\ g(1),\ y\ \ g(4)$

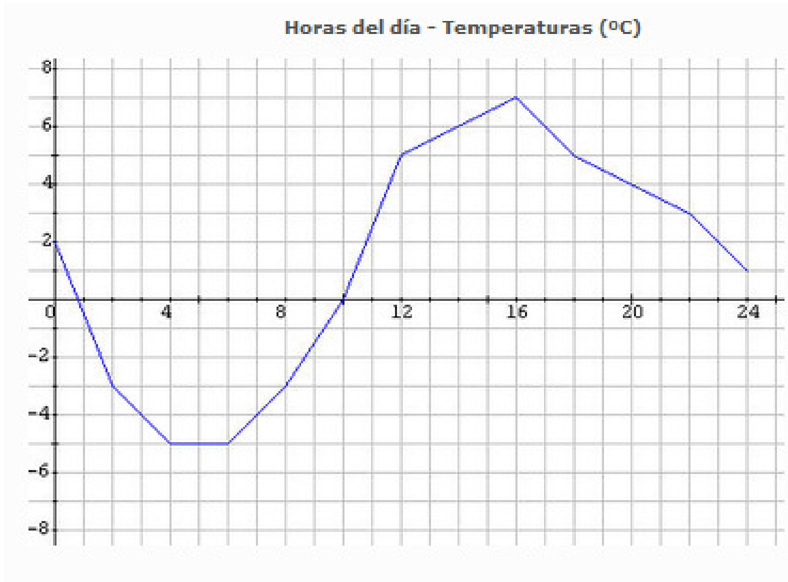
$$g(x) = \begin{cases} x+10 & si \quad x \le 0 \\ logx \quad si & 0 < x < 1 \\ \sqrt[3]{x-1} & si\ x > 1 \end{cases}$$

8º.- Una función viene dada por la fórmula $\mathrm{I} = \frac{100}{\mathrm{d}^2}$

a) Realice un gráfico de la función.
b) Identifique las variables dependiente e independiente.

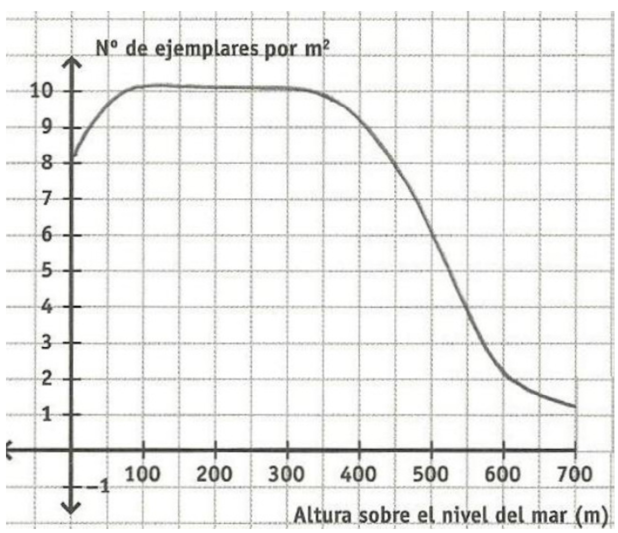
c) ¿Cuál será el valor de la función si d = 5?
d) ¿A cuánto será igual d cuando l = 25?

9º.- En el siguiente gráfico se representa la función g (x) que se corresponde con el registro de la temperatura en un pueblo de la quebrada. A partir del análisis del gráfico responda:



a) ¿Cuál es la temperatura al inicio del registro?
b) ¿Existe intersección con el eje de las ordenadas? Si respuesta es afirmativa ¿En qué puntos?
c) ¿Dónde se encuentra el mínimo de la función? ¿Y el máximo?
d) Intervalo/s donde la función es creciente. Intervalo/s donde la función es decreciente.
e) Intervalo/s donde la función es constante.
f) ¿En algún momento la función se torna negativa? ¿Dónde?
g) Indique dominio e imagen de la función.

10º.- En la región hay un arbusto que sirve de alimento a la fauna local. Un grupo de investigadores realizó un relevamiento de datos cuyos resultados fueron volcados en una gráfica.
Observar la gráfica y responder las siguientes preguntas:



a) ¿Qué variables se tuvieron en cuenta para realizar la gráfica? (identificar variable independiente y variable dependiente)
b) Definir en forma coloquial (con palabras) una función que se corresponda con la gráfica.
c) ¿Cuántos ejemplares por m^2 hay a 400 m de altura sobre el nivel del mar?

d) ¿A qué altura sobre el nivel del mar hay 2 ejemplares por m^2?
e) ¿Cuál es el mayor número de ejemplares del arbusto, que hallaron por m^2?
f) ¿Qué ocurre con el arbusto a partir de los 350 m sobre el nivel del mar?
g) ¿Cuál es la máxima altura sobre el nivel del mar en la que fueron realizadas las mediciones?
h) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Cuál es la imagen?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 4: FUNCIÓN LINEAL

1°.- Sea y = ax + b

a) ¿Cuál será la representación gráfica si a>0?
b) ¿Cuál será la representación gráfica si a<0?
c) ¿Cuál será la representación gráfica si a=0?
d) ¿Cómo son entre sí las rectas $y_1 = ax + b$ y $y_2 = ax + c$?
e) ¿Cómo son entre sí las rectas $y_1 = ax + b$ y $y_3 = (-1/a)\,x + d$?

2º.- Dadas las siguientes expresiones:

$a)\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ $\quad b)\ x^2+y=2x-5$ $\quad c)\ y-5x-6=0$ $\quad d)\ x.y=-3$

i) Indicar cuáles de ellas representan funciones lineales.
ii) Para las que sean funciones lineales, indicar pendiente, ordenada al origen y graficarlas.

3º.- Determinar la ecuación de la recta que cumple con la condición indicada en cada caso. Graficar.

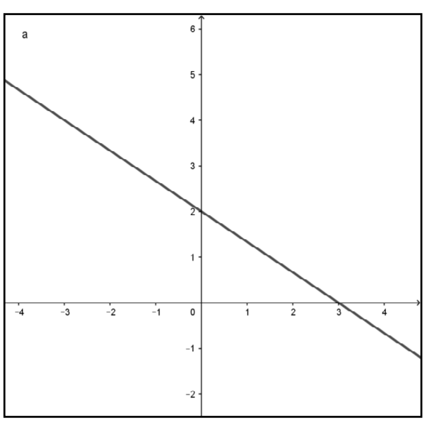
a) Pasa por P (-1,1) y tiene pendiente –3
b) Pasa por P (1,1) y Q (-1, 3).
c) Tiene pendiente ½ y pasa por el centro de coordenadas.
d) Tiene ordenada al origen 3 y pendiente -2.
e) Es horizontal y pasa por P (0,–3).
f) Pasa por P (2, 4) y forma un ángulo de 71º33’54,18’’ con el semieje positivo de las abscisas.
g) Pasa por P (-1,3) y R (-1, -3).

4°.- Dada la ecuación de la recta $y = -3x + 1$, escribir la ecuación de una recta:

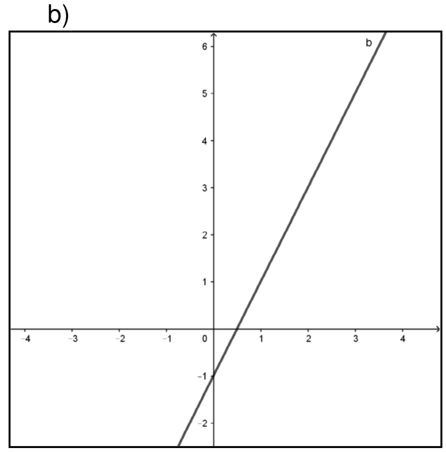
a) Perpendicular a ella y que pasa por el punto (2, 5).
b) Paralela a ella y pasa por el punto (1,6).
c) Perpendicular a ella y de ordenada al origen -1.

5º.- Escribir la ecuación de la recta representada en cada uno de los siguientes gráficos.

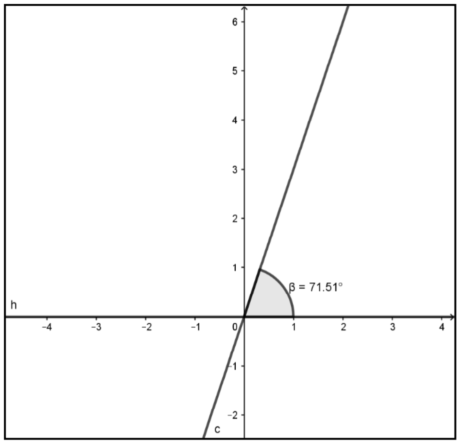
a)



b)

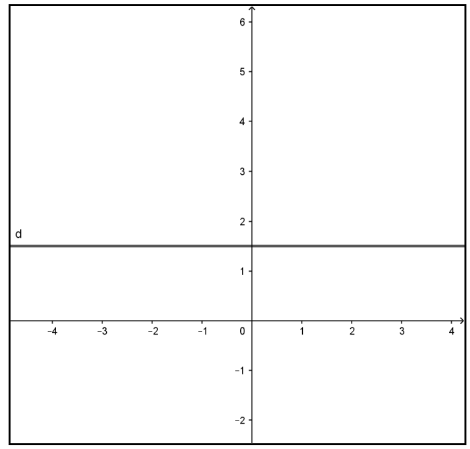


c)



β= 71,51º

d)



6°.- ¿Por qué la recta que pasa por los puntos (0,-3) y (2,-2) es paralela a que pasa por (0,-1) y (2,0)? Justifique su respuesta.

7º.- ¿Cuánto debe valer k para que el punto P (-1; 2) pertenezca a la recta kx + 7y – 7 = 0?

8º.- La relación entre la temperatura medida en grados centígrados (ºC) y la temperatura medida en grados Fahrenheit (ºF) está dada por la fórmula: $ºC = \frac{5}{9}(ºF - 32)$ con ºF ≥ -459,67.

a) Identificar las variables dependiente e independiente.
b) Graficar la función.
c) Determinar dominio e imagen.
d) Determinar una fórmula que exprese la temperatura en ºF como función de la temperatura en ºC
e) Determinar el intervalo de temperatura en ºF de la manera que la temperatura en ºC queda comprendida entre 10º y 30º.

9º.- Se pone a calentar una sustancia, la expresión de la temperatura (en ºC) en función del tiempo (min) es: $T(t) = \begin{cases} 12\,t + 10 & si \quad 0 \leq t < 15 \\ 150 & si\; t \; \geq 15 \end{cases}$

a) ¿Cuál es la temperatura del líquido al comenzar la experiencia? ¿Qué dato indica esto en la expresión de T (t)?
b) ¿Cuánto aumenta la temperatura por minuto? ¿Qué dato indica esto en la expresión de T (t)?
c) ¿Qué temperatura alcanza la sustancia a los 7 minutos? ¿Y a los 15?
d) ¿En qué momento la temperatura será de 142ºC? ¿Y de 186?
e) Graficar la función.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 5: FUNCIÓN CUADRÁTICA

1°.- Dada la expresión $3\,(x-5) + 2x = \frac{1}{x-11} + 2x$ escríbala en forma general, canónica y factorizada.

2°.- Dadas las siguientes funciones de 2º grado

$a)\; y = -4x^2 + 4x + 1$

$b) y = -2\,(x-1)^2 - 4$

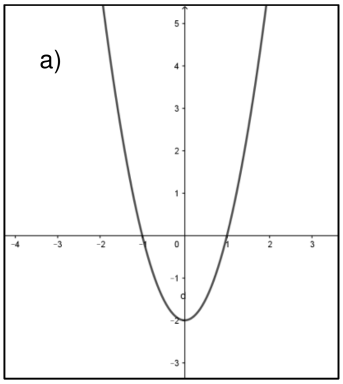
$c)\; y = -2\,(x^2 + \frac{5}{2}\,x)$

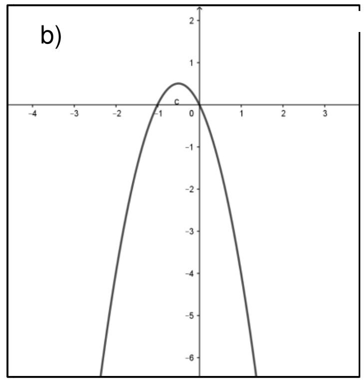
$d)\; y = (x-3)(x+1)$

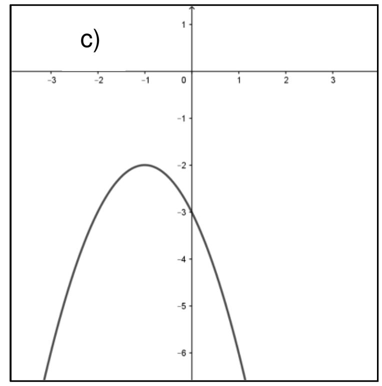
Para cada una de ellas determinar:
i) Las coordenadas del vértice.
ii) La ecuación del eje de simetría.
iii) La concavidad.

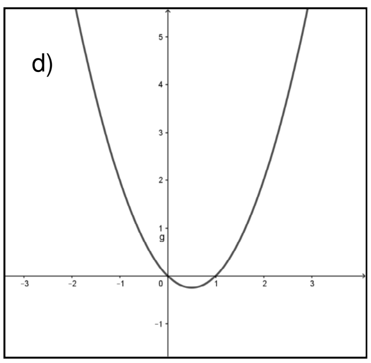
iv) La naturaleza de las raíces mediante el discriminante de la ecuación de 2º grado correspondiente.
v) Los ceros de la función si correspondiere.
vi) Graficar la función.

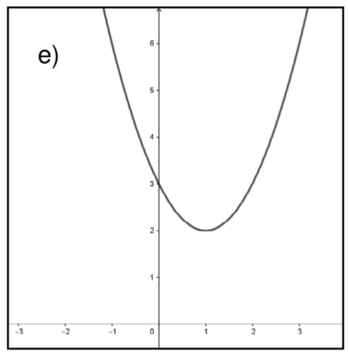
3º.- Dadas las siguientes gráficas.

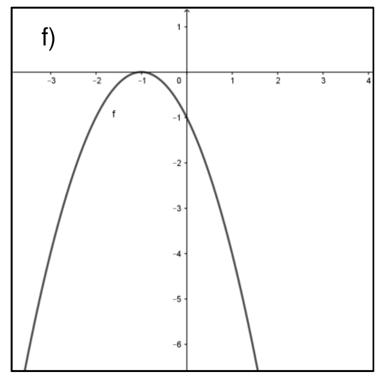












Para cada una de ellas:
i) Indicar las coordenadas del vértice.
ii) Indicar la ecuación del eje de simetría.
iii) Indicar la concavidad.
iv) Indicar los ceros de la función, si correspondiere.
v) Determinar la fórmula de la función.

4°.-Sea f(x) = $2x^2 + x - 1$, indicar si los siguientes puntos pertenecen al gráfico de f(x) o no.

a) (2; –4) b) (0, -1) c) (–2,4) d) (-2, 5)

5°.- En las siguientes ecuaciones, determinar la naturaleza de sus raíces sin resolverlas:
a) $2x^2 - x = -3$ b) $4x^2 + 4x + 1 = 0$ c) $2x^2 - 2x + 6 = 0$

6º.- Encontrar las raíces de la ecuación $\frac{5x+1}{x-3} = \frac{3x+4}{x+1}$

7º.- Dada la siguiente ecuación: $(m+3)x^2 - (2m-1)x - 5m + 4 = 0$
a) ¿Para qué valores de m admite como solución al número 2?
b) ¿Para qué valores de m admite como solución al número 1?

8º.-. Dada la siguiente ecuación: $x^2 - 3mx + 2m = 7$ siendo $X_1 = 2$. Encuentre m y calcule X_2.

9º.- Encontrar la ecuación de la parábola que tiene su punto mínimo (1,0) y el coeficiente del término cuadrático es 1/2.

10º.- La suma de un número y su cuadrado da 56. ¿Cuál es ese número?

11º.- En un laboratorio de la Universidad se lleva a cabo un experimento científico que responde a la ecuación: $y = ax^2 + bx + c$ Los datos obtenidos se reflejan en la siguiente tabla:

x (min)	10	20	30
y (ºC)	250	890	1930

Encuentre los coeficientes cuadrático, lineal e independiente.

12º.- Teniendo en cuenta que los registros de temperatura tomados entre las 0 horas y las 24 horas en una zona rural se ajustan a la función $T(x) = -0{,}1\ (x - 12)^2 + 10$, donde T es la temperatura en ºC y x es la hora del día, responda:

a) ¿Cuál fue la temperatura máxima alcanzada?
b) ¿A qué hora se registró la temperatura máxima?
c) ¿A qué hora/s la temperatura fue de 0 ºC?
d) ¿Cuál era la temperatura a las 5 de la tarde?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 6: EXPRESIONES ALGEBRAICAS ENTERAS

1º.- Dadas las siguientes expresiones

$a)\ A(x) = 4x^2 - sen\ x$ $\quad b)\ B(s) = \frac{1}{3}s^3 + 4s^2 + \frac{3}{6}s^8$ $\quad c)\ C(t) = 3\sqrt{t} + 5t - t^4$

$d)\ D(x) = -3x^3 + \log x$ $\quad e)\ E(h) = -3x^3 - 4^{\frac{3}{2}}$ $\quad f)\ F(p) = 7 - \frac{1}{p}$

Para cada una de ellas:
Identificar las que sean polinómicas. Las que no sean, justificar por qué no lo son.
Para las polinómicas.
a) Identificar la variable de la cual depende y el coeficiente principal.
b) Indicar el grado.
c) De ser necesario, completarlas y ordenarlas en forma decreciente.

2º.- De ejemplos de:
a) binomio de cuarto grado.
b) monomio de grado cero.
c) trinomio de quinto grado.

3º.- Escribir como expresiones algebraicas de una variable las siguientes expresiones:
a) El perímetro de un cuadrado de lado x – 2.
b) El área de un rectángulo de base x+1 y altura 2x + 4.
c) La suma de dos números impares consecutivos.
d) La suma de tres números pares consecutivos.

4°.- Escribir en palabras las siguientes expresiones algebraicas:

a) $x^2 - x$
b) $x - z^3$
c) $|x|$

5º.- Dados $P(x) = 3x^2 - 2x - 1$ y $Q(x) = 2x + x^3 - 5x + 3$ Calcular:

a) P(x) + Q(x) $\quad$ d) P(x) . Q(x) $\quad$ f) $P^2(x) - Q^2(x)$
b) P(x) – Q(x) $\quad$ e) Q(x) . (x - 1) $\quad$ g) 3Q(x) – x.P(x)
c) Q(x) – P(x)

6º.- Realizar las siguientes divisiones:
a) $(x^4 + x^2 + x + 1) : (x^2 + x + 1) =$ $\quad$ c) $(3x^3 - 2x^2 + 4x - 1) : (x - 1) =$
b) $(8x^3 + 2ax^2 - 7a^2x + 2a^3) : (4x^2 + 3ax - a^2) =$ $\quad$ d) $(x^5 - 3bx^4 + 5b^2x^3 - 8b^3x^2 + 6b^4x - 4b^5) : (x - 2b) =$

7º.- Encontrar un polinomio de grado 5 que sea divisible por $(x^2 - 2)$

8º.- Hallar el polinomio que siendo dividido por 2x +3 tiene por cociente x - 1 y resto 6.

9º.- Escribir como ecuaciones los siguientes problemas, resolverlos y verificarlos.

a) ¿El cuadrado de qué número es igual al triplo de ese número?
b) Sean tres números enteros consecutivos cuya suma es 121. ¿Cuáles son esos números?
c) Sabiendo que $(x-2)(ax^2+bx+c) = 3x^3-2x^2-7x-2$ hallar a, b y c.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 7: TEOREMA DEL RESTO – REGLA DE RUFFINI

1º.- Aplicar el teorema del resto para decidir si Q(x) es divisor de P(x).

a) $P(x) = 2x^3 + 2x + 5 - 3x^2$ — $Q(x) = x+1$
b) $P(x) = 2x^4 - 2$ — $Q(x) = x-1$
c) $P(x) = 3x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 2x$ — $Q(x) = x+1$
d) $P(x) = (x^3 - x^2 + 1)$ — $Q(x) = x-2$
e) $P(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 3$ — $Q(x) = x+3$

2º.- ¿Las siguiente división son exactas? Justifique su respuesta.

a) $(3x^4 - 2x^2 + 1) : (x-1)$ b) $(100x^3 - 1) : (10x - 1)$ c) $(3x^3 + 5x^2 - 6x) : (x-1)$

3º.- Encontrar k para que al hacer la división:

a) $(x^6 + kx^3 - 5x^2 - 7) : (x+2)$ se obtenga de resto 3.
b) $(2x^2 + 5x + k) : (x-2)$ sea exacta.
c) $(t^3 - 4t - 1) : (t+3)$ se obtenga un resto igual a – 16.
d) $(x^3 + kx^2 - 5x + 7) : (x+1)$ sea exacta

4°.- Realice las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini

a) $(2x^3 + 3x^2 + 2x + 5) : (x+1)$ b) $(8s^4 + 3s^2 - s) : (s - ½)$
c) $x^3 : (x-5)$ d) $(3x^3 - 12x^2 + 4x + ½) : (x+3)$

5º.- Empleando la regla de Ruffini, hallar el valor de “m” sabiendo que P(x) es divisible por Q(x).

a) $P(x) = 3x^5 - 2x^3 + mx^2 - 7$ — $Q(x) = x - 1$.
b) $P(x) = x^6 - mx^5 + 3x^2 - 4x + 1$ — $Q(x) = x - ½$

6°.- Indicar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(2 + 3x^4 - x^5) : (x-3)$ c) $(8x^4 - x + 3x^2) : (x - \frac{1}{2})$
b) $(2x^4 - 2) : (x-1)$ d) $(x^3 - x + 1) : (x+2)$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 8: FACTOREO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1°.- Extraer factor común en las siguientes expresiones.

a) $25x^2y + 30x^4y^2 - 35x^6y^3 =$ b) $6a^2x^3 - 3ax^4 + 21x^5a^2$
c) $(a-b)^2 - 3(a-b) + 5a(a-b)$ d) $\frac{3}{2}vx - \frac{15}{4}x^2 - \frac{21}{4}xy - \frac{3}{4}x$

2°.- Dados los siguientes polinomios, extraer factor común por grupos.

a) $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$ b) $15a - 3ax + xb + 5b$
c) $x^2 + ax + bx + ab =$ d) $\frac{2}{3}ax^3 + \frac{1}{3}ay + 2m^2x^3 + ym^2$
e) $3a^6 - 12a^5 + 9aa^3 - 3a^2 + 12a - 9$ f) $-2x^8 + 12x^7 - 18x^6 + 2x^2 - 12x + 18$

3º.- Determinar si las siguientes expresiones son trinomios cuadrados perfectos. En caso afirmativo, factorearlos.

a) $a^2 - 6a + 9$ b) $x^2 + 20x - 100$ c) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

d) $x^6 - 2x^3 + 1$ e) $x^2 - 2x^3 + \frac{4}{8}$ f) $x^4 - 1{,}5x^2 + \frac{9}{16}$

4°.- Completar los siguientes trinomios para que sean cuadrados perfectos.

a) $x^2 + \ldots\ldots\ldots + 4x$
b) $m^2 – 6m + \ldots\ldots\ldots$
c) $\frac{4}{9}a^4x^2 + 4a^2x + \ldots\ldots\ldots$
d) $9x^2 + 12xy + \ldots\ldots\ldots$
e) $4b^2 + \ldots\ldots\ldots + 49$
f) $\ldots\ldots\ldots - 2\sqrt{3}\,x^2 + 3$

5°.- Determinar m para que los siguientes trinomios sean cuadrados perfectos.

$a)\ x^2 - m\,x^3 + \frac{25}{100}$

$b)\ 4x^2 + m\,x + \frac{a^2}{4}$

$c)\ \frac{x^2}{16} - \frac{3}{2}xy + my$

$d)\ 4a^2x + 9 + m$

6°.- Dados los siguientes cuatrinomios.

a) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$
b) $27b^3 + 64a^3b^3 + 108\,ab^3 + 144a^2b^3$
c) $x^6 + 9x^4 + 27x + 27$
d) $x^6 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$

i) Determinar si son cuatrinomios cubos perfectos. Si lo son, factorearlos.
ii) Determinar las raíces reales de los que sean cuatrinomios cubos perfectos.

7º.- Completar los siguientes cuatrinomios para que sean cubos perfectos:

$a) x^3 - 9x^2y + \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots$

$b) - 12b^3z^2 + z^3 - \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots$

$c) - 9a^{12}x^4 - 27a^{12}x^5 - \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots$

$d)\ \frac{1}{8}y^3 - \frac{1}{64}c^3 + \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots$

8º.- $a)\ x^8 - 3$ $b)\ x^2 - 16$
$c) - x^2 + y^2$ $d)\ (x - y)^2 - a^2$

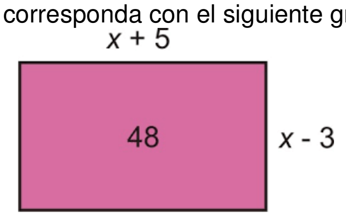
9º.- Factorear, de ser posible, las siguientes sumas o diferencias de potencias de igual grado.

a) $a^3 - \frac{1}{8} =$
b) $a^7 + b^7$
c) $x^3 - 125$
d) $x^4 + 16\,y^4$

10º.- Factorear de ser posible, los siguientes polinomios.

a) $x^2 – 5x + 4$
b) $2a^3 – 5a^5 - 3\,a$
c) $(x + 2)^2 – (x – 2)^2$
d) $a^4 – a^3 – 19a^2 – 11a + 1$

11º.- Proponga un enunciado que se corresponda con el siguiente gráfico y resuélvalo.



12º.- Sea $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ¿Qué valores tienen los coeficientes a, b, y c para que al factorearlo quede $P(x) = x(x – 1)(x – 3)$?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 9: EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES

1º.- Simplificar las siguientes expresiones algebraicas.

$a)\ \frac{x^2-1}{(1+a\,x)^2-(x+a\,)^2}=$ $\qquad b)\ \frac{15x^4\ y^2\ z^3}{20x^2\ y^3\ z}=$ $\qquad c)\ \frac{2x+2+xy-y}{3x+3+xy+y}=$

$d)\ \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}=$ $\qquad e)\ \frac{3x^2-6ax+3\,a^2}{6x^2-6ax}=$ $\qquad f)\ \frac{x^3+x^2-x^2\,y-xy+xy^2+y^2}{x^4+xy^3}=$

2º.- Resolver las siguientes sumas y llevarlas a su forma más simple:

$a)\ \frac{3}{2x-4}-\frac{1}{x+2}-\frac{x+10}{2x^2-8}$ $\qquad b)\ \frac{2x}{x^2-6x+9}+\frac{6x}{x-3}+\frac{2x}{x^2-9}$

$c)\ \frac{x}{x^2+2x+1}+\frac{x}{2x-2}+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{x^2}{x^2-1}$ $\qquad d)\ \frac{1-a}{1-a^3}+\frac{1+a}{1-a^2}$

3º.- Resolver las siguientes multiplicaciones y/o divisiones, simplificando cuando sea posible.

$a)\ \frac{x^2+2x+1}{5x^2+5x+5}:\frac{x^3-1}{x^2-1}=$ $\qquad b)\ \frac{p^2+2p+4}{(p+2)^2}:\frac{(p^3-8)}{p^2-4}=$

$c)\ \frac{x}{x-1}\cdot\frac{(x^4-1)}{x^2+x}\cdot\frac{x^2}{4x+4}=$ $\qquad d)\ \left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-y}\right):\frac{2y}{x^2-y^2}=$

4º Simplifique las siguientes potencias y raíces.

$a)\ \sqrt{\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+2}=$ $\qquad b)\ \sqrt[4]{\left(x^4+4\right)^2-\left(x^4-4\right)^2}=$ $\qquad c)\ \left(\frac{4x^2}{3x-3}\right)^2\cdot\left(\frac{x-1}{2x}\right)^4=$

5º.-Resolver las siguientes operaciones combinadas.

$a)\ \frac{1+\frac{x}{y}}{\frac{x^2}{y}-y}=$ $\qquad b)\ \frac{\frac{1}{x^2-1}}{1-\frac{x+1}{x-\frac{1}{x}}}=$

$c)\ \left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)\div\left(\frac{a}{x-1}+\frac{a}{x+1}\right)=$ $\qquad d)\ \left(\frac{1}{x^2}-\frac{6}{x}+9\right)\div\left(\frac{3x-1}{x}\right)=$

6º.- Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Escribir el número 20 como dos sumandos de manera que uno sea la cuarta parte del otro.

b) Una cuerda de 16 metros de longitud se corta en dos trozos, siendo uno de ellos la $\frac{3}{5}$ parte del otro. ¿Cuánto mide cada trozo?

c) Un rectángulo tiene por dimensiones el triple y el quíntuplo del lado de un cuadrado. Calcula las dimensiones de ambos cuadriláteros, sabiendo que la diferencia entre sus áreas es de 2015 cm^2.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 10: SISTEMAS DE ECUACIONES

1°.- Dados los siguientes sistemas:

$a)\ \begin{cases} x+y=0 \\ 2y=-2x \end{cases}$ $\qquad b)\ \begin{cases} y=2x+1 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$ $\qquad c)\ \begin{cases} y=1+2x \\ 2y-4x=1 \end{cases}$

$d)\ \begin{cases} 3x+y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ $\qquad e)\ \begin{cases} 2x+3y=17 \\ -x+9y=2 \end{cases}$ $\qquad f)\ \begin{cases} y=2\left(x-\frac{3}{2}\right)+9\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{9}\right) \\ 4x-3y=9x-y-2 \end{cases}$

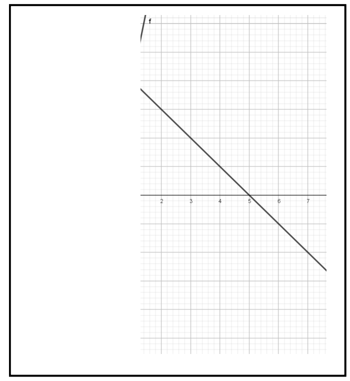
i) Resolverlos por el método gráfico.

ii) Clasificarlos.

iii) Resolverlos por algún método analítico.

2°.- Calcular el valor “k” para que la solución del sistema $\begin{cases} 2x + ky = -1 \\ \frac{5}{3}kx - 4y = 9 \end{cases}$ sea (1,-1).

3°.-Dado el sistema del gráfico:



a) Determinar las coordenadas del punto de intersección.
b) ¿Qué significan las coordenadas del punto de intersección?
c) Determinar las ecuaciones de las rectas f y g.
d) ¿Qué tipo de sistema es? Clasificarlo.

4°.-Dados los siguientes sistemas:

$a) \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 4x - z = 4 \\ x - \frac{1}{2}y + 3z = -5 \end{cases}$ $b) \begin{cases} -x + 2y - z = 2 \\ 3x - 2y + 4z = 19 \\ 3z + x + 2y = 10 \end{cases}$ $c) \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ -x + 2z - 3y = -1 \\ 2x + y - 2z = -1 \end{cases}$

i) Resolverlos por el método de determinantes.

ii) Resolverlos por algún otro método analítico.

5°.-Dados los siguientes sistemas:

$a) \begin{cases} y + 1 = \frac{1}{2}x^2 \\ y + x = -3 \end{cases}$ $b) \begin{cases} 2y = x^2 - 4x - 4 \\ y = -x^2 + 4x - 2 \end{cases}$

i) Resolverlos analíticamente.

ii) Verificar gráficamente las soluciones.

6°.-Plantear y resolver los siguientes problemas:

a) Una edificación tiene “x” puertas con 6 vidrios e “y” ventanas con 4 vidrios respectivamente. Si en total son 30 aberturas y se tienen 172 vidrios. ¿Cuántas puertas y ventanas tiene el edificio?
b) Joel tiene la mitad de la edad que tendrá Florencia dentro de 5 años. Ahora Florencia tiene la mitad de las dos edades más 5. ¿Qué edad tiene Florencia y Joel?
c) Si la suma de dos números es 108 y su diferencia es 44. ¿Cuáles son dichos números?
d) El perímetro de un triángulo isósceles es 27 cm. La diferencia entre dos de sus lados es 3 cm. ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?
e) Tres amigos suben a una balanza de dos en dos. Juan Pablo e Iván suman 173 kg, Juan Pablo y Lucio pesan 152kg. Mientras que Iván y Lucio pesan 165kg. ¿Cuánto pesa cada uno?
f) ¿Cuáles de los siguientes enunciados podría corresponder al sistema: $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 4y = 32 \end{cases}$

i. Un examen consta de un total de 10 preguntas. Las acertadas valen 4 puntos y las erróneas -2. Se han obtenido 32 puntos. ¿En cuantas preguntas se ha acertado y en cuantas se ha fallado?
ii. Se tienen 32 bolillas de colores y se las reparten en bolsas de 2 y 4 cada una quedando 10 sueltas. ¿Cuántas bolsas de cada tipo tenemos?
iii. En un estacionamiento hay 10 vehículos entre motos y autos. En total hay 32 ruedas, sin contar las de repuesto. ¿Cuántas motos y autos hay?

g) Los 40 alumnos de un curso se inscriben en un torneo de futbol 5 y un concurso de baile por parejas. El número de equipos de futbol supera en 1 al número de parejas de baile. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa el enunciado anterior?

$a)\begin{cases}5x-2y=40\\ x-1=y\end{cases}$ $b)\begin{cases}5x+2y=40\\ x+1=y\end{cases}$ $c)\begin{cases}5x+2y=40\\ y+x=1\end{cases}$ $d)\begin{cases}5x+2y=40\\ x-1=y\end{cases}$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 11: MEDICIÓN DE ÁNGULOS

1°.- Sistemas de medición de ángulos:

a) Expresar en radianes los siguientes ángulos:
  i) 1º = ii) - 140º = iii) 236º 30’ 15’’ iv) 136, 408º =

b) Expresar en sistema sexagesimal los siguientes ángulos:
  i) 2,1 = ii) π/9 = iii) 1 = iv) 4,58 =

2°.- Completar la siguiente tabla que establece la relación que existe entre los dos sistemas de medición de ángulos: sexagesimal y radial.

Sistemas	Sexagesimal	30°			90º		180º	270º	
	Radial		$\pi/4$	$\pi/3$		$2\pi/3$			2π

3º.- Dados los siguientes ángulos $10000''$, $\frac{5}{4}\pi$, $12°$, $2{,}98$; $1{,}0559$ y $300{,}01°$

a) Ordenarlos de menor a mayor en el sistema sexagesimal notación decimal y notación en grados, minutos y segundos.

b) Ordenarlos de mayor a menor en el sistema radial.

4°.- En un triángulo uno de sus ángulos es el doble de otro, en tanto que el tercero mide 5 grados más que el mayor de los otros. ¿Cuánto mide cada ángulo?

5º.- ¿Cuál es valor de un ángulo central de un hexágono regular?, ¿y de un octógono regular?, ¿y de un eneágono regular? Exprese el resultado en radianes.

6°.- En un triángulo isósceles, un ángulo es igual a los 4/5 de la suma de los tres ángulos del triángulo. Calcular todos los ángulos interiores de ese triángulo.

7°.- Calcular la longitud del arco entre los lados de un ángulo que mide $\frac{\pi}{6}$ sabiendo que el valor del radio de la circunferencia a la que pertenece es 4cm.

8º.- Un péndulo de 7,5 cm de longitud, oscila un ángulo de 15º 30’ cada segundo:

a) Calcular la distancia recorrida por el extremo del mismo en 1 segundo.

b) ¿Cuánto tiempo deberá pasar para que recorra 30cm?

9º.- Indicar cuáles de los siguientes pares de ángulos son congruentes.

$a)\ 180°\ \ y\ -45°$ $b)\ 90°\ \ y\ \ \frac{5}{2}\pi$ $c)\ 45°\ \ y\ \ 1465°$

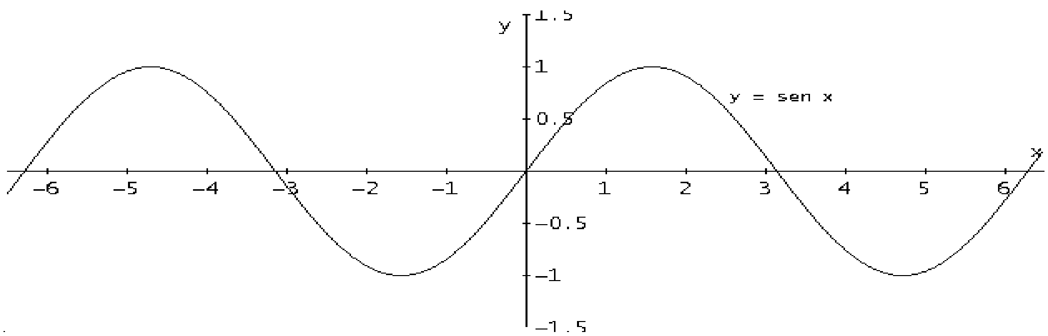
$d)\ \frac{\pi}{4}\ \ y\ \ 7{,}0686$ $e)\ \frac{7\pi}{6}\ \ y\ \ \frac{13}{6}\pi$ $f)\ \frac{2}{3}\pi\ \ y\ \ \frac{4\pi}{3}$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 12: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS – TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

1°.- Las funciones trigonométricas serán positivas o negativas, según el cuadrante al cual pertenezca el ángulo considerado. Completar la siguiente tabla con los signos que correspondan (+ó –)

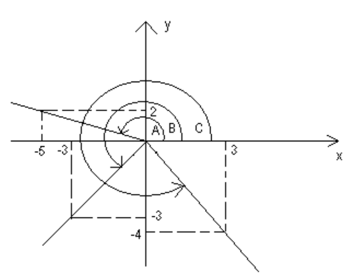
	I Cuad.	II Cuad.	III Cuad.	IV Cuad.
$sen\ \hat{\alpha}$				
$cos\ \hat{\alpha}$				
$tg\ \hat{\alpha}$				
$cotg\ \hat{\alpha}$				
$sec\ \hat{\alpha}$				
$cosec\ \hat{\alpha}$				

2°.- Dada la gráfica de y = sen x



a) Ubicar aproximadamente sobre $\overrightarrow{ox}$: $\frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ \ 2\pi$ y sus respectivos opuestos.
b) Determinar el dominio de la función.
c) Determinar la imagen de la función.
d) ¿Qué significa que la función seno tenga periodo2π?
e) Determinar la intersección con el eje de las ordenadas.
f) Determinar todos los valores en donde la función intercepte al eje de las abscisas.
g) ¿Cuál es el máximo valor que alcanza la función? ¿Para qué ángulos alcanza dicho valor?
h) ¿Cuál es el mínimo valor que alcanza la función? ¿Para qué ángulos alcanza dicho valor?
i) Nombrar dos intervalos donde la función sea positiva y dos donde sea negativa.
j) En el gráfico determinar aproximadamente $sen\frac{\pi}{6}\ \ y\ \ sen\frac{5\pi}{6}$¿Cómo resultó el seno de estos dos ángulos?
k) ¿Se puede establecer alguna relación entre estos dos ángulos?
l) Determinar el ángulo α sabiendo que:$i)\ sen\ \hat{\alpha} = 0{,}5\ \ y\ \ \alpha \in I\ C$ y $ii)\ sen\ \hat{\alpha} = -0{,}5\ \ y\ \ \alpha \in III\ C$

3º.- Dado el siguiente gráfico, calcular las seis funciones trigonométricas para los ángulos A, B y C (sin usar la calculadora):



4°.- a) Calcular la altura y el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 3 cm.
b) Calcular el lado de un cuadrado que tiene una diagonal de 4 cm.

5°.- Calcula el área de un triángulo equilátero de 5,9 centímetros de lado.

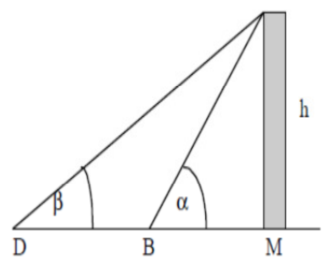
6º.- El lado desigual de un triángulo isósceles mide 3,6 cm y el ángulo distinto mide 46º. Calcula el perímetro y el área.

7º.- Calcula el lado y los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12,7 y 19,6 cm.

8º.- Desde la cima de una montaña se divisan dos pueblos A y B (uno a cada lado de la montaña). Los ingenieros de vialidad miden las distancias desde la cima hacia cada pueblo obteniendo 370 m para A y 442m para B (siendo el ángulo entre ambos 108º) porque quieren construir un túnel que una ambos pueblos. Grafique la situación y calcule que longitud tendría dicho túnel.

9º.- Una paloma se encuentra sobre un edificio. Desde allí ve a dos niños que comen galletas, uno en cada esquina de la cuadra donde está el edificio. ¿Qué altura tiene el edificio? ¿A qué esquina le conviene ir a comer las migas? Para resolver tenga presente que los ángulos de elevación desde cada esquina hacia la paloma son 45° y 60° respectivamente. Considere que la longitud de la cuadra son 100 metros.

10º.- Observe la siguiente figura. Considerando que h = 35m; α = 50º12' y β = 32º54' Calcule las distancias DB y BM.



TRABAJO PRÁCTICO Nº 13:
RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN MISMO ÁNGULO

1°.- Expresar tg (x); cotg (x); sec (x) y cosec (x) en función de sen (x) y cos (x) según corresponda.

2°.- A partir de la identidad fundamental trigonométrica expresar sen (x) en función de cos (x).

3°.- A partir de la identidad fundamental trigonométrica expresar cos (x) en función de sen (x).

4°.- A partir de la identidad fundamental trigonométrica deducir la relación que existe entre el seno y la tangente de un ángulo.

5º.- Obtener las restantes funciones trigonométricas sabiendo que:

$a)\ sen\ \hat{\alpha} = \frac{7}{25} \ \wedge\ tg\ \alpha > 0$

$b)\ cos\ \hat{\alpha} = -\frac{4}{5} \ \wedge\ \alpha \in III\ C$

$c)\ cotg\ \hat{\alpha} = -0{,}4 \ \wedge\ \alpha \in II\ C$

$d)\ sec\ \hat{\alpha} = \frac{5\sqrt{6}}{12} \ \wedge\ \alpha \in IV\ C$

$e)\ tg\ \hat{\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{20} \ \wedge\ 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

$f)\ cosec\ \hat{\alpha} = 2 \ \wedge\ \alpha \in I\ C$

6º.- Verificar las siguientes identidades trigonométricas:

$a)\ sec^2\alpha = 1 + tg^2\alpha$

$b)\ \frac{\left(1+\frac{cos\beta}{cotg\beta}\right)\left(1-\frac{\cos\beta}{cotg\beta}\right)}{\sqrt{1-cos^2\beta}} = cos\beta\ cota\beta$

$c)\ \cos x\ cosec\ x\ tg\ x = 1$

$d)\ \frac{cotg\ x}{cosec\ x} = \frac{1}{\sec x}$

$e)\ \frac{sen^2\ x}{\cos x} + \cos x = \sec x$

$f)\ \sqrt{1 - \frac{cos^2\alpha\ tg\alpha\ cosec\alpha}{(sen^2\alpha+cos^2\ \alpha)\frac{cosec\alpha}{cotg\alpha}}} = sen\alpha$

$g)[1 + tg\ x]^2 + [1 - tg\ x]^2 = 2\sec x$

$h)\ \frac{cec\ x - cos\ x}{cosec\ x - sen\ x} = tg^3\ x$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 14:

RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS ESPECIALES

1°.- Partiendo de que ángulo mide 35°, calcular la amplitud de otro ángulo que cumpla con lo solicitado:

a) Ser su complemento.
b) Ser su suplemento.
c) Ser su opuesto.
d) Diferir en $\frac{\pi}{2}$.
e) Diferir en π.

2°.- El siguiente cuadro resume las relaciones entre las funciones trigonométricas seno y coseno, de diferentes tipos de ángulos.

Ángulos	Relación
Opuestos	$sen\ x = -sen\ (-x)\ \ y\ \ \cos x = \cos(-x)$
Complementarios	$sen\ x = cos\ \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\ \ y\ \ \cos x = sen\ \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
Suplementarios	$sen\ x = sen\ (\pi - x)\ \ y\ \ \cos x = -cos\ (\pi - x)$
Que difieren en $\frac{\pi}{2}$	$sen\ x = -cos\ \left(\frac{\pi}{2} + x\right)\ \ y\ \ \cos x = sen\ \left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
Que difieren en π	$sen\ x = -sen\ (\pi + x)\ \ y\ \ \cos x = -cos\ (\pi + x)$

Deducir las demás relaciones entre las funciones trigonométricas de los ángulos dados en el cuadro.

3°.- Sabiendo que cosec α = 1,25 y que α pertenece al III cuadrante, determinar el valor de:

a) sec (α + $\frac{\pi}{2}$) =

b) tg (α + $\frac{\pi}{2}$) =

4°.- Sabiendo que cosec α = -3:

a) Calcular sen (π -α) =
b) Determinar a qué cuadrantes puede pertenecer α

5°.- Sabiendo que tg α = 5/2:

a) Calcular tg (π +α) =
b) Determinar a qué cuadrantes puede pertenecer α

6°.- ¿Para qué valor de α (en el I cuadrante) se verifica que sec (-18°) = cosec (α) ?

7°.- Sabiendo que sen 300 ° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo de 120°.

8º.- Suma algebraica de dos ángulos.

a)Sabiendo que:$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \,.\, \cos\beta + sen\ \alpha \,.\, sen\ \beta$. Deducir $cos(\alpha + \beta)$, teniendo en cuenta que $(\alpha + \beta) = [\alpha - (-\beta)]$.

b) Deducir $sen(\alpha + \beta)$ teniendo en cuenta que el seno de un ángulo es igual al coseno de su complemento y la formula obtenida en el punto a).

c) Deducir $sen(\alpha + \beta)$ teniendo en cuenta la fórmula anterior y que $(\alpha - \beta) = [\alpha + (-\beta)]$.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 15: ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1º.- Dadas las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$a)\ sen\ x = 0$

$b)\ \cos x = 1$

$c)\ tg\ x = -1$

$d)\ \sec x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$e)\ 1 - sen\, x = 0$

$f)\ 2\ sen^2 x - \ sen\ x = 1$

$g)\ sen\ x = cos\ x$

$h)\ \cos^2 x\ - sen^2 x = 1$

$i)\ tg^2 x + 3 \sec x = \ -3$

$j)\ 4\ sen\ x \cos x - 2\ sen\ x + 2 \cos x - 1 = 0$

$k)\ \cos x - \sqrt{3}\ sen\ x = 1$

$l)\ 3\ tg^2 x + 5 = \frac{7}{\cos x}$

a) Hallar, cuando sea posible los valores de $x\ \in [\ 0, 2\pi\ )$ que las verifiquen.
b) Verificar los valores encontrados.
c) Encontrar las expresiones para todas las soluciones reales $(x\ \in\ \mathbb{R}\ )$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 16: VECTORES

1°.- Dados los puntos A (–3,3); B (1, –2) y C (–4, –2):

a) Hallar $\vec{u} = \overrightarrow{AC},\ \ \vec{v} = \overrightarrow{CB},\ \ \vec{w} = \overrightarrow{BC},\ \ \vec{p} = \overrightarrow{CA},\ \ \vec{q} = \overrightarrow{AB}$

b) Representar en un mismo sistema de coordenadas cartesiana los vectores encontrados.

2°.- Hallar x e y de modo que se verifiquen las siguientes igualdades entre vectores:

$a)\ (x,\ x - 2{,}5) = (3,\ y)$

$b)\ (x - 2y,\ x + 2y) = (-2,\ 6)$

3°.- Determinar el punto Q para que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea equivalente al vector $\overrightarrow{PQ}$ si:

a) A (–2, –1), B (0,3), P (–3, 1)

b) A (–1, 2), B (2, –2), P (3, –5)

c) Encontrar el módulo de los vectores: $\overrightarrow{AB}\ \ y\ \ \overrightarrow{PQ}$

4º.- Calcular el perímetro del paralelogramo formado por los vectores $\vec{A} = (1, 3)\quad y\quad \vec{B} = 3i + 5j$ y sus proyecciones paralelas.

5°.- Sean los vectores $\vec{u},\ \vec{v},\ \vec{w},\ \vec{p}\ \ y\ \ \vec{q}$ del punto 1°, calcular:

$a)\ \vec{u} + \vec{v}$

$b)\ \vec{w} - \vec{u}$

$c)\ 2\,\vec{v} + \vec{w}$

$d)\ \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}$

$e)\ \frac{2}{3}\vec{p} - 3\,\vec{q} + 2\,\vec{w}$

$f)\ \frac{5}{3}\vec{q} + 2\,\vec{p} - \vec{u}$

6°.- Sean $\vec{a} = (-4,\ 2),\ \ \vec{b} = 2i - 4j\ \ y\ \ \vec{c} = -i - 2j$ .Determinar

a) Gráficamente: $\vec{a} + \vec{b},\ \ \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b},\ \ \vec{a} - \vec{b},\ \ -\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b},\ \ \vec{a} + \vec{c}$. Verificar analíticamente.

b) Analíticamente $|\vec{a} + \vec{b}|,\ \ |\vec{a}| + |\vec{b}|,\ \ |\vec{a} - \vec{b}|,\ \ |\vec{a}| - |\vec{b}|,\ \ \left|\frac{4}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right|$

c) Calcular los siguientes productos escalares: $\vec{a} \cdot \vec{b},\ \ \vec{a} \cdot \vec{c},\ \ \vec{b} \cdot \vec{c},\ \ \vec{b} \cdot \vec{a},\ \ \vec{c} \cdot \vec{b}$

7º.- Para los siguientes conjuntos de vectores, determinar el ángulo comprendido entre cada par:

a) $\vec{a}$ = 3 **i** – 6 **j** $\quad \vec{b}$ = - 4 **i** + 2 **j**

b) $\vec{a}$ = (5 , 5) $\quad \vec{b}$ = 2 **i** – 4 **j**

c) $\vec{a}$ = 6 **i** + 4 **j** $\quad \vec{b}$ = (4 , – 6)

8°.- Dados los vectores $\vec{a} = (1,\ 2),\ \ \vec{b} = -2i - 4j,\ \ \vec{c} = -2i + j,\ \ \vec{d} = 2i + 4j$

a) Representarlos en un mismo sistema de coordenadas cartesianas ortogonales.

b) Indicar que par de vectores son paralelos y cuáles perpendiculares.

c) Verificar analíticamente el ítem anterior.

d) ¿Qué vectores son paralelos y con el mismo sentido? Justificar.

e) ¿Qué vectores son paralelos y con distinto sentido? Justificar.

9°.-Un pirata está buscando un tesoro, tiene un mapa con algunos datos para dar con la ubicación del cofre que lo contiene.

Dicho mapa dice que la ubicación del cofre se encuentra dando 20 pasos al norte del viejo roble y luego treinta pasos al noroeste y desde allí, se debe caminar 12 pasos más al norte.
¿Cuál es el vector que apunta de la base del viejo roble hasta el cofre? ¿Cuál es la longitud de este vector?