Función Cuadrática

Podemos definirla de la siguiente manera

$$f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}/f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$donde\ a, b, c\ son\ constantes\ Reales\ (\mathbb{R})\ , con\ a \neq 0$$

Su Dominio es $\mathbb{R}$, su imagen depende del valor de y_v y del signo de a (lea hasta el final para comprender totalmente, mire los gráficos).

Su representación gráfica en el plano cartesiano es una curva llamada **Parábola**, cuyo eje de simetría es paralelo al eje de las ordenadas (Eje Y). El estudio de las funciones cuadráticas tiene numerosas aplicaciones en campos muy diversos, como por ejemplo la **Caída Libre** o el **Tiro Parabólico.**

Se la puede expresar de varias formas:

FORMA	EXPRESIÓN	PARAMETROS
POLINÓMICA	$y = f(x) = ax^2 + bx + c$	a: $Coeficiente\ Termino\ Cuadratico\ (a \neq 0)$ b: $Coeficiente\ Termino\ Lineal$ c: $Termino\ Independiente\ o\ Constante$
CANÓNICA	$y = f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$	Conociendo las Coordenadas del Vértice $(x_v; y_v)$
FACTORIZADA	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	Conociendo las Raíces o Ceros x_1 y x_2

- **Vértice:**

Es el Punto más importante de la parábola, es por donde pasa el eje de Simetría,

$$v = (x_v, y_v)$$

$Para\ calcularlo\ puede\ usar$:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad e \quad y_v = \frac{4ac - b^2}{4a} \qquad o \qquad y_v = f(x_v) \quad o \quad x_v = \frac{x_1 + x_2}{2})$$

- **Eje de Simetría:**

La grafica de una función cuadrática es simétrica con respecto a una recta vertical (Eje de Simetría), esto significa que dados dos valores de x, que estén a una misma distancia del eje de simetría (uno a la izquierda y otro a la derecha), la función toma, en ambos casos, el mismo valor.

$$x = x_v$$

Mire los siguientes ejemplos:

PARABOLA	EJE DE SIMETRIA	PUNTOS SIMETRICOS
1) $Y = X^2$	$X = 0$	$P_1(-1,1) con\ P_2(1,1)$
2) $Y = 3X^2 + 1$	$X = 0$	$P_1(-2,13) con\ P_2(2,13)$
3) $Y = -X^2 + 2X + 3$	$X = 1$	$P_1(0,3) con\ P_2(2,3)$

- **Concavidad:**

$Si\ (\boldsymbol{a} > 0)\ se\ dice\ que\ la\ parabola\ es\ \boldsymbol{cóncacava\ hacia\ arriba}.$

En este caso el vértice es el **mínimo** de la parábola.

$Si\ (\boldsymbol{a} < 0)\ se\ dice\ que\ la\ parabola\ es\ \boldsymbol{cóncacava\ hacia\ abajo}.$

$Y\ el\ vértice\ será\ el\ \boldsymbol{máximo}\ de\ la\ parábola.$

- **Naturaleza de las raíces:**

Se puede saber la naturaleza de las raíces mediante el Discriminante (D) de la ecuación:

$$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac}$$

Donde a, b y c son los coeficientes de $y = f(x) = ax^2 + bx + c = 0$

Si

$\boldsymbol{D} > 0 \quad \boldsymbol{x_1 \neq x_2\ \ Raices}\ \mathbb{R}(\boldsymbol{Reales})\ \boldsymbol{y\ Distintas}.$

$\boldsymbol{D} < 0 \quad \boldsymbol{No\ tiene\ Solución\ en\ el\ Conjunto\ Numérico}\ \ \mathbb{R}$

Recuerde lo visto en el primer trabajo práctico, la raíz par de un radicando negativo no tiene solución en los $\mathbb{R}$ (En el conjunto de los $\mathbb{C}$ si tiene solución)

$\boldsymbol{D = 0} \quad \boldsymbol{x_1 = x_2\ \ Raices}\ \mathbb{R}(\boldsymbol{Reales})\ \boldsymbol{e\ Iguales}$

- **Ceros de la Función o raíces:**

Son los valores de x para los cuales la expresión vale **0**. Gráficamente, las raíces corresponden a las abscisas de los puntos donde la parábola corta al eje x. Podemos determinar las raíces de una función cuadrática utilizando la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$\boldsymbol{Propiedades\ Raices}: \quad \boldsymbol{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}} \quad ; \quad \boldsymbol{x_1 . x_2 = \frac{c}{a}}$

- **Gráficos:**

Para $f(x) = 3x^2 + 1$ Img $f(x) = [0, \infty)$

Para $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ Img $f(x) = (-\infty, 4]$