

3.3. Función

3.3.1. Introducción

$$f(x) = y$$

Por ejemplo : Si el precio de 1 kg. de dulce es de \$ 2 , el precio de x kg. de dulce será:

$$y = 2x$$

donde x es el número de kg. de dulce e y es el precio total de los x kg.

Observamos que los valores de x e y no son independientes sino que dependen uno del otro puesto que, para cada valor de x habrá un único valor de y , que se lo obtiene al reemplazar x en la ecuación $y = 2x$.

Es habitual decir, en situaciones como esta, que y *varía en función de x* o que y es función de x .

Consideremos el ejemplo anterior, observamos que al escribir la relación entre las dos variables x e y en la forma $y = 2x$, y decir que y *varía en función de x* , estamos asignando roles diferenciados a las dos variables: en cada caso concreto, x actúa como dato e y como incógnita. Es decir estamos considerando que para cada valor que asuma x , el valor de y quedará determinado. Suele decirse por esta razón, que x es la variable independiente e y es la variable dependiente

Los valores *admisibles* que pueda tomar la variable independiente formarán un conjunto A al que llamaremos *dominio* de la función y la variable depen-

diente tomará un valor dentro de otro conjunto B al que llamaremos *codominio* de la función.

En el ejemplo dado del precio y de x kg. de dulce, el dominio A está formado por todos los valores que pueda tomar x . Por ejemplo, podríamos tomar como dominio $A = [0, \infty)$.

El codominio B incluye los valores que toma y . Por ejemplo, podríamos tomar como codominio $B = \mathbf{R}$

3.3.2. Definición de función

Dados dos conjuntos A y B se llama función de A en B a una regla que a cada elemento de A , hace corresponder un y solo un elemento de B .

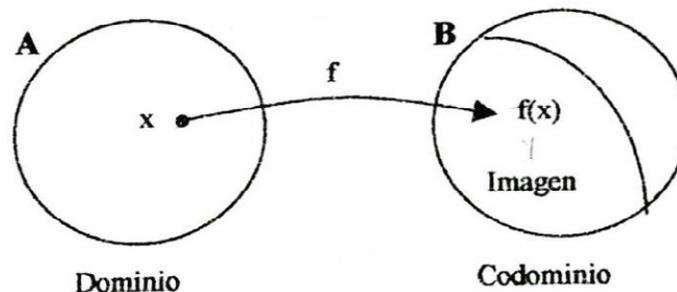
Notación

Para indicar que f es una función de A en B , usaremos la siguiente notación.

$$f: A \longrightarrow B \quad / \quad y = f(x)$$

Donde f es el nombre que se le da a la función (pudiendo ser g , h , etc.), A es el dominio, B es el codominio, $y = f(x)$ es la regla que nos permite asociar a cada valor de x un valor de y (en nuestro ejemplo $y = 2x$), en otras palabras $f(x)$ es el valor de y que la función asigna a x .

Los valores de y que son correspondientes de algún x forman parte de un conjunto que llamaremos *Imagen* de la función



Ejemplo 1: Calcular el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = 7x - 1$

b) $f(x) = \frac{3}{x+2}$

c) $f(x) = \sqrt{x+3}$

Solución:

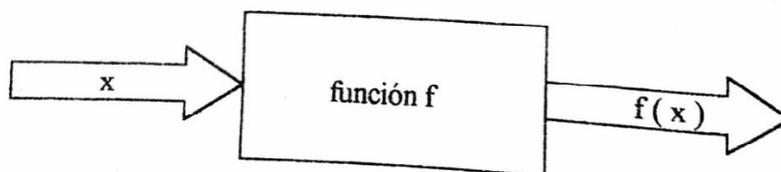
a) El dominio es $\text{Dom} = \mathbf{R}$ porque x puede tomar cualquier valor real, ya que siempre se puede calcular la operación $7x - 1$.

b) Al analizar para qué valores de x está definida la expresión $\frac{3}{x+2}$ observamos que para $x = -2$ no está definida ¿por qué?, por lo tanto, el dominio de f es: $\text{Dom}(f) = \mathbf{R} - \{-2\}$

c) Observamos que al ser una raíz de índice par, el radicando debe ser positivo o cero ¿Por qué? por lo tanto, el dominio de f está dado por:

$$\text{Dom}(f) = [-3, \infty)$$

Una función se compara a menudo con una máquina. La *entrada* x es transformada por la *máquina* f en la *salida* $f(x)$



3.3.3. Distintas formas de definir una función

Es importante destacar que una función se puede definir de distintas formas, en general se puede usar cualquier método que nos permita asociar a un valor de x uno y solo un valor de y

Las diferentes formas son:

- Mediante un gráfico.
- Mediante un conjunto de pares ordenados (tabla).
- Mediante una fórmula.
- Mediante un enunciado.

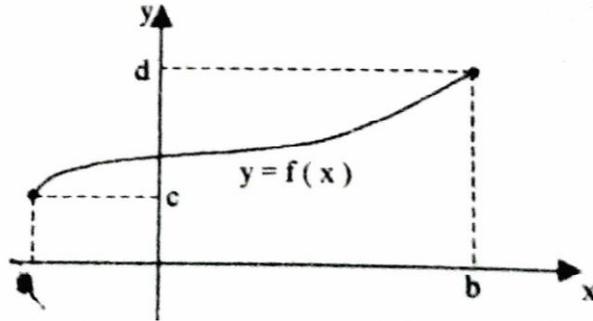
a) Mediante un gráfico

El dominio de la función está dado por todas las abscisas de los puntos del eje x que se obtienen al proyectar los puntos de la curva sobre el eje x.

La imagen está formada por todas las ordenadas de los puntos del eje y que se obtienen al proyectar los puntos de la curva sobre el eje y.

$\text{Dom} (f) = [a , b]$

$\text{Im}g (f) = [c , d]$



Prueba de la recta vertical
 La gráfica de un conjunto de puntos de un plano, es la gráfica de una función, si toda recta vertical corta a la gráfica **a lo sumo** en un punto.

b) Mediante una tabla

En general la tabla se usa para definir una función cuando el dominio es finito, es decir para datos experimentales.

Ejemplo:

t	0	10	20	30	40	50	60
y	39	38,8	38,6	38	37,6	37	37

$\text{Dom} (f) = \{ 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60 \}$ $\text{Im}g (f) = \{ 37; 37,6; 38; 38,6; 38,8; 39 \}$

c) Mediante una formula

Es la forma más usada. Por ejemplo: $y = 2x$; $y = 2x - 3$, etc

Recordar que cuando la función está dada por una fórmula, el dominio es el conjunto más amplio de valores de x, para los cuales la fórmula tiene sentido y se puede calcular $f (x)$

d) Mediante un enunciado

Es cuando enunciamos, con palabras la vinculación que existe entre las variables dependiente e independiente.