UNIDAD 7 · ESTADÍSTICA

SECCIÓN 1. INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA Y SU APLICACIÓN EN INGENIERÍA DE MINAS

1.1. ¿Por qué estudiar estadística en Ingeniería de Minas?

La actividad minera comprende numerosos procesos en los que es necesario obtener información, analizar resultados y tomar decisiones. Desde las primeras etapas de exploración de un yacimiento hasta la extracción, el procesamiento de minerales y el control ambiental, los profesionales trabajan con datos que permiten conocer y evaluar diferentes características de los materiales y procesos.

Por ejemplo, durante una campaña de exploración se extraen muestras de distintas zonas de un yacimiento para determinar la concentración de determinados minerales. Aunque las muestras provengan de una misma formación geológica, sus concentraciones pueden ser diferentes. Esta variabilidad plantea preguntas importantes: ¿cuál es la concentración característica del material estudiado?, ¿qué diferencias existen entre las zonas muestreadas?, ¿los resultados obtenidos permiten caracterizar adecuadamente el sector?



La situación no es exclusiva de la exploración. En una planta de procesamiento, por ejemplo, pueden registrarse diariamente la cantidad de material tratado, el porcentaje de recuperación de un mineral o el consumo de energía. Aunque las condiciones de operación sean semejantes, los resultados no necesariamente serán idénticos.

Esto ocurre porque numerosos fenómenos naturales e industriales presentan variabilidad, es decir, diferencias entre sus observaciones o mediciones.

La variabilidad puede originarse en diferentes factores: las características propias del material, las condiciones de operación, los procedimientos de muestreo, los instrumentos utilizados o los errores de medición, entre otros.

Disponer de datos es fundamental, pero no suficiente. Una colección de cientos de mediciones puede resultar difícil de interpretar si no se organiza y analiza adecuadamente.

Aquí aparece una necesidad central:

Transformar los datos obtenidos en información que permita describir los fenómenos, comprender su comportamiento y fundamentar decisiones técnicas.

La estadística proporciona conceptos, métodos y herramientas para abordar esta necesidad.

1.2. Breve evolución histórica de la estadística

La estadística no surgió inicialmente como una disciplina matemática dedicada al análisis de datos. Sus antecedentes se relacionan con necesidades prácticas de las sociedades: conocer su población, registrar sus recursos, organizar actividades económicas y administrar territorios.

Desde la Antigüedad, civilizaciones como la egipcia, la china y la romana realizaron censos y registros de población, propiedades y producción. Estos procedimientos permitían disponer de información para la organización administrativa y económica.

Con el crecimiento de las sociedades y el desarrollo del comercio, registrar información comenzó a resultar insuficiente. También se volvió necesario comparar resultados, estudiar cambios e identificar regularidades.

Durante los siglos XVII y XVIII se desarrollaron tradiciones que contribuyeron a esta transformación. La denominada aritmética política utilizó datos numéricos para estudiar fenómenos sociales y demográficos. Un antecedente destacado fue el trabajo de John Graunt, quien en 1662 analizó registros de mortalidad de Londres e identificó regularidades que no resultaban evidentes al examinar los registros individualmente.

Paralelamente, el desarrollo de la teoría matemática de la probabilidad, con aportes de Blaise Pascal y Pierre de Fermat, permitió estudiar situaciones en las que los resultados individuales no pueden anticiparse con certeza.

Durante los siglos XIX y XX, la estadística se consolidó progresivamente como disciplina científica mediante el desarrollo de métodos para estudiar relaciones entre variables, analizar muestras, estimar características de poblaciones y contrastar hipótesis.

En la actualidad, los sistemas informáticos, sensores y tecnologías digitales permiten registrar y procesar grandes cantidades de datos. Sin embargo, las

posibilidades tecnológicas no reemplazan la necesidad de comprender los métodos estadísticos y evaluar la validez de sus resultados.

La figura 1 expresa un esquema didáctico de la ampliación histórica de los propósitos de la estadística. Las etapas no se reemplazan completamente: sus funciones se complementan.

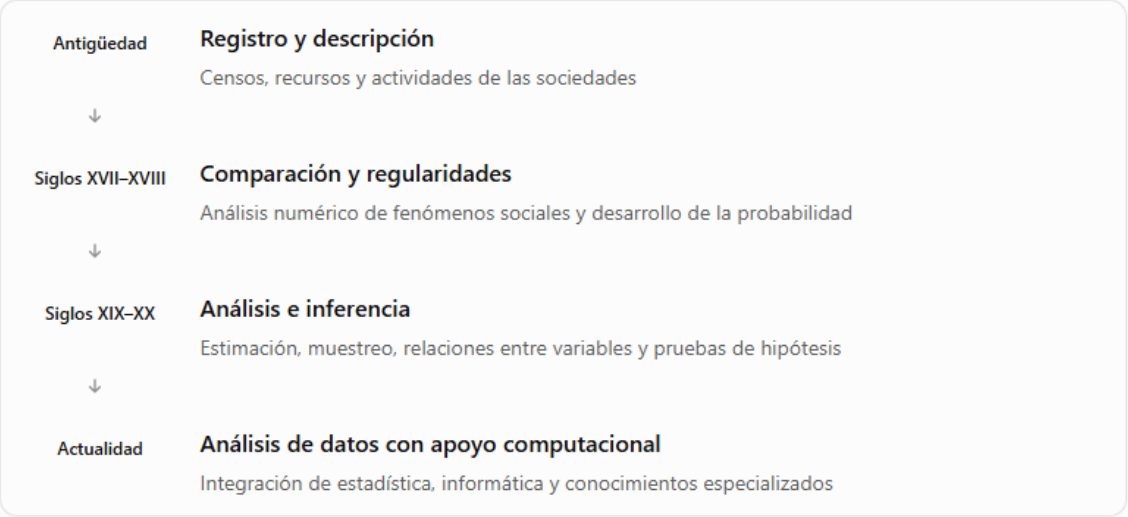


Figura 1. Evolución conceptual de la estadística

Este recorrido permite reconocer que la estadística amplió progresivamente sus propósitos. Pasó de registrar y describir información a desarrollar métodos para analizar fenómenos variables y obtener conclusiones considerando la incertidumbre.

Las funciones originales de registro, organización y descripción continúan siendo fundamentales. Precisamente, constituyen parte del objeto de estudio de la estadística descriptiva.

1.3. ¿Qué es la estadística?

A partir de su evolución histórica y sus aplicaciones actuales, podemos adoptar la siguiente definición:

La estadística es la disciplina científica que desarrolla y utiliza métodos para recolectar, organizar, representar, analizar e interpretar datos, con el propósito de describir fenómenos, estudiar su variabilidad, realizar inferencias bajo condiciones apropiadas y contribuir a la toma de decisiones considerando la incertidumbre.

Esta definición contiene varios aspectos que conviene distinguir.

En primer lugar, la estadística trabaja con datos, es decir, registros de observaciones o mediciones correspondientes a fenómenos de interés. Estos datos deben obtenerse mediante procedimientos adecuados.

En segundo lugar, permite describir las características de un conjunto de observaciones, mediante tablas, gráficos y medidas numéricas que facilitan su interpretación.

En tercer lugar, proporciona herramientas para estudiar la variabilidad. En numerosos problemas de ingeniería, conocer un valor promedio no es suficiente: también importa comprender cuánto difieren las observaciones entre sí.

Finalmente, bajo determinadas condiciones, la estadística permite obtener conclusiones que van más allá de los datos observados, reconociendo la incertidumbre asociada a esas conclusiones.

¿Para qué utilizamos la estadística?

Podemos reconocer algunos propósitos principales, ilustrados mediante situaciones de Ingeniería de Minas.

Propósito	**Pregunta orientadora**	**Ejemplo minero**
Describir	¿Qué características presentan los datos?	Resumir las leyes de cobre obtenidas en una campaña de muestreo
Comparar	¿Qué diferencias existen?	Comparar la granulometría de materiales procedentes de dos sectores
Analizar relaciones	¿Cómo se relacionan las variables?	Estudiar la relación entre dureza del mineral y consumo energético de molienda
Estimar o predecir	¿Qué características desconocidas o resultados futuros podemos estimar?	Estimar la ley media de un sector a partir de muestras apropiadamente seleccionadas
Evaluar	¿Qué conclusiones respaldan los datos?	Analizar si un cambio operativo se asocia con una mejora en la recuperación

Estos propósitos no constituyen ramas independientes de la estadística. Representan diferentes necesidades de análisis que frecuentemente se complementan.

Por ejemplo, antes de evaluar una modificación en un proceso de trituración, puede ser necesario describir los resultados anteriores y posteriores, comparar su variabilidad y determinar si las diferencias observadas justifican conclusiones más generales.

1.4. La relación entre matemática y estadística

La matemática y la estadística mantienen una relación estrecha, pero sus propósitos y formas de razonamiento no son exactamente los mismos.

La matemática proporciona herramientas fundamentales para expresar relaciones, realizar cálculos, construir modelos y demostrar propiedades a partir de determinados supuestos.

La estadística utiliza estos fundamentos para estudiar datos provenientes de fenómenos reales. Sin embargo, además de efectuar operaciones matemáticas, requiere considerar cómo se obtuvieron los datos, qué representan, cuál es su variabilidad y qué conclusiones pueden sostenerse a partir de ellos.

Esta distinción se comprende mejor mediante un ejemplo.

Ejemplo 1. El promedio de cinco muestras minerales

Supongamos que se obtuvieron cinco mediciones de ley de cobre, expresadas en porcentaje:

Leyes de cobre observadas (% Cu)

M1	M2	M3	M4	M5
1,2	1,5	1,3	1,7	1,8

Podemos calcular la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{1{,}2 + 1{,}5 + 1{,}3 + 1{,}7 + 1{,}8}{5}$$

$$\boxed{\bar{x} = 1{,}5\%\ Cu}$$

Desde el punto de vista matemático, el resultado es correcto: la media aritmética de las cinco observaciones es 1,5 % de cobre.

Sin embargo, desde el punto de vista estadístico aparecen nuevas preguntas:

- ¿De qué lugares se obtuvieron las muestras?
- ¿Cómo fueron seleccionadas?
- ¿Representan cantidades semejantes de material?
- ¿Se utilizaron procedimientos adecuados de preparación y análisis?
- ¿Las cinco observaciones permiten caracterizar el sector estudiado?
- ¿Qué diferencias existen entre las mediciones?

Estas preguntas no modifican el cálculo de la media aritmética, pero pueden modificar considerablemente su interpretación.

Por ejemplo, si las cinco muestras fueron seleccionadas únicamente en una zona de alta concentración, el promedio calculado podría no representar adecuadamente la ley media del conjunto del sector.

Además, si las muestras representan cantidades diferentes de material, puede ser necesario utilizar una media ponderada para responder determinadas preguntas técnicas.

De aquí surge una idea fundamental:

La corrección matemática de un cálculo no garantiza, por sí sola, la validez de una conclusión estadística.

El razonamiento estadístico requiere relacionar los resultados numéricos con el fenómeno estudiado, la calidad de los datos y las condiciones en las que fueron obtenidos.

Síntesis: matemática y estadística

Aspecto	Matemática	Estadística
Fundamento	Abstracción, razonamiento lógico, modelos y demostraciones	Utiliza fundamentos matemáticos para estudiar datos y fenómenos
Cálculo	Establece procedimientos y propiedades	Aplica procedimientos y evalúa su pertinencia
Datos	Puede trabajar con objetos abstractos o cantidades observadas	Examina especialmente datos empíricos y su procedencia
Variabilidad	Puede modelar fenómenos variables y aleatorios	Estudia la variabilidad observada y sus implicaciones
Conclusiones	Dependen de los supuestos y razonamientos utilizados	Dependen también de los datos, su calidad y el diseño del estudio

La comparación no establece una separación absoluta entre ambas disciplinas. Existen áreas de las matemáticas aplicadas que estudian datos empíricos, y áreas de la estadística dedicadas a la demostración de propiedades matemáticas.

1.5. Estadística descriptiva y estadística inferencial

La estadística suele organizarse en dos grandes áreas complementarias: estadística descriptiva y estadística inferencial.

- **Estadística descriptiva.** La estadística descriptiva comprende los métodos utilizados para organizar, representar, resumir y caracterizar un conjunto de datos.
  Permite responder preguntas como: ¿qué valores se observaron?, ¿cuál es su valor promedio?, ¿cómo se distribuyen?, ¿cuánto varían?, ¿existen observaciones especialmente elevadas o reducidas?

Sus herramientas principales incluyen las tablas de frecuencias, las representaciones gráficas y las medidas numéricas de tendencia central, dispersión y posición.

- **Estadística inferencial.** La estadística inferencial comprende métodos que permiten obtener conclusiones sobre una población o proceso a partir de información parcial, considerando los supuestos y la incertidumbre asociados al procedimiento.
  Entre sus herramientas se encuentran la estimación de parámetros, los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis.

La diferencia fundamental es el alcance de las conclusiones: describir los datos disponibles no equivale necesariamente a conocer las características de toda la población de interés.

Ejemplo 2. Describir e inferir en un estudio minero

Supongamos que una campaña de exploración obtiene 100 muestras de un sector mineralizado.

A partir de sus resultados, se calcula una ley media de cobre de 1,4 %.



Figura 2. Diferencia entre describir los datos observados e inferir características de una población

Desde la estadística descriptiva podemos afirmar que la media aritmética de las 100 leyes medidas es 1,4 % Cu.

Sin embargo, no podemos afirmar automáticamente que la ley media de todo el sector sea exactamente 1,4 % Cu.

Para formular conclusiones sobre el sector completo debemos considerar, entre otros aspectos, el diseño de muestreo, la representatividad de las observaciones, la distribución espacial del material y los métodos de estimación empleados.

En problemas mineros, la estimación espacial de leyes puede requerir herramientas especializadas, como las de la geoestadística, cuyo estudio excede el alcance de esta introducción.

Aspecto	Estadística descriptiva	Estadística inferencial
Objetivo	Caracterizar los datos observados	Obtener conclusiones sobre una población o proceso
Información	Datos disponibles	Datos y supuestos de un procedimiento inferencial
Herramientas	Tablas, gráficos, medidas numéricas	Estimaciones, intervalos y pruebas
Incertidumbre	Describe la variabilidad observada	Evalúa la incertidumbre de las inferencias
Ejemplo	Media de las leyes medidas	Estimación de una característica del sector estudiado

Ambas áreas se complementan. El análisis descriptivo constituye habitualmente una etapa inicial para conocer los datos antes de aplicar procedimientos inferenciales.

1.6. Aplicaciones de la estadística en Ingeniería de Minas

La estadística puede intervenir en diferentes etapas de la actividad minera, desde la exploración hasta el control de los procesos y el monitoreo ambiental.



Exploración y caracterización geológica
Permite organizar resultados de muestreos, estudiar la distribución de leyes minerales y comparar características de diferentes zonas. También ayuda a reconocer valores atípicos que requieren revisión.



Extracción y producción
Permite analizar toneladas extraídas, tiempos de operación, rendimientos de equipos y variaciones de producción entre turnos o períodos.



Procesamiento de minerales
Se utiliza para estudiar granulometría, recuperación metalúrgica, consumo energético y variabilidad de los resultados operativos.



Monitoreo ambiental
Contribuye al análisis de mediciones de calidad del agua, partículas en suspensión, ruido y otras variables ambientales, permitiendo describir su comportamiento temporal y espacial.

En todos estos ámbitos, el análisis estadístico permite responder preguntas técnicas. Sin embargo, la interpretación debe realizarse considerando las características del problema.

Por ejemplo, dos equipos pueden tener la misma producción media diaria, pero presentar diferencias importantes en su variabilidad. De manera semejante, dos sectores de un yacimiento pueden presentar leyes medias similares y, sin embargo, distribuciones muy distintas.

Por ello, el estudio estadístico no debe limitarse a calcular promedios: también debe permitir comprender las diferencias y la distribución de los resultados.

1.7. Hacia el estudio de la estadística descriptiva

Hasta aquí hemos reconocido que la estadística proporciona herramientas para estudiar datos, describir fenómenos, analizar variaciones y fundamentar conclusiones. Nuestro recorrido continuará con la estadística descriptiva, que constituye el primer conjunto de herramientas que estudiaremos en esta unidad.

Consideremos una situación: un laboratorio informa las leyes de cobre obtenidas en veinte muestras de una campaña de exploración.

Inicialmente, disponemos de veinte valores numéricos. Pero ¿cómo podemos comprender su comportamiento conjunto?

Necesitamos responder, al menos, cuatro preguntas:

¿Cómo se organizan los datos?
Tablas y distribuciones de frecuencias.

¿Cómo podemos visualizar su distribución?
Histogramas y otras representaciones gráficas.

¿Qué valores caracterizan el conjunto?
Media, mediana y otras medidas de tendencia central.

¿Cuánto difieren las observaciones?
Rango, varianza, desviación estándar y otras medidas de dispersión.

Estas herramientas permiten construir una descripción más completa del conjunto de observaciones.

No obstante, es importante recordar que la estadística descriptiva caracteriza los datos analizados, pero no garantiza por sí sola que estos representen adecuadamente un fenómeno más amplio.

Este principio acompañará el desarrollo de toda la unidad.

1.8. Actividades de comprensión

Las siguientes preguntas tienen como propósito recuperar las ideas centrales de la sección y relacionarlas con situaciones de Ingeniería de Minas.

1. Una empresa minera registra diariamente las toneladas extraídas durante un mes. ¿Qué información podría obtener mediante estadística descriptiva?
2. Dos sectores mineralizados presentan la misma ley media de cobre. ¿Es suficiente esta información para afirmar que ambos sectores tienen características semejantes? Fundamentar.
3. ¿Por qué un promedio calculado correctamente puede conducir a una conclusión equivocada sobre un yacimiento?
4. Una campaña de exploración obtiene 80 muestras y calcula su concentración media de un mineral. ¿Qué diferencia existe entre describir esas 80 observaciones y estimar la concentración media de todo el sector?
5. ¿Por qué la incorporación de sensores, sistemas informáticos y grandes cantidades de datos no elimina la necesidad de comprender los fundamentos estadísticos?

Síntesis de la sección

La estadística surgió de necesidades prácticas de registro y organización de información, y evolucionó hacia una disciplina científica que permite analizar datos, estudiar su variabilidad y obtener conclusiones considerando la incertidumbre.

En Ingeniería de Minas, sus herramientas contribuyen al estudio de muestras geológicas, la caracterización de materiales, el análisis de producción, el control de procesos y el monitoreo ambiental.

La estadística descriptiva permite organizar, representar y resumir observaciones mediante tablas, gráficos y medidas numéricas. La estadística inferencial, por su parte, proporciona métodos para obtener conclusiones más allá de los datos observados, bajo condiciones apropiadas.

La interpretación de cualquier resultado requiere considerar el contexto, la procedencia y la calidad de los datos, así como las limitaciones de los procedimientos utilizados.

Bibliografía de referencia

- Anderson, D. R., Sweeney, D. J. y Williams, T. A. Estadística para administración y economía. Capítulos 1, 2 y 3.
- Levin, R. I. y Rubin, D. S. Estadística para administración y economía. Capítulos introductorios y de estadística descriptiva.
- Mendenhall, W., Beaver, R. J. y Beaver, B. M. Introducción a la probabilidad y estadística. 13.ª edición.
- Walpole, R. E. y colaboradores. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. 9.ª edición.
- Cobb, G. W. y Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. The American Mathematical Monthly, 104(9), 801–823.
- Wild, C. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. International Statistical Review, 67(3), 223–265.