

TRABAJO PRÁCTICO: GRAFOS I

1.- ¿Qué tipo de grafo se puede utilizar para representar un sistema de autopistas entre grandes ciudades si

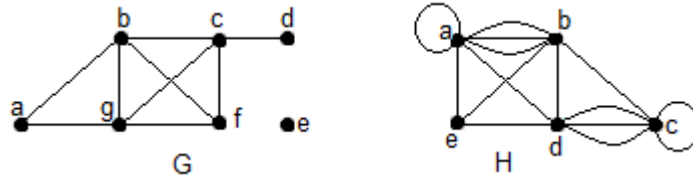
- a) Hay una arista entre los vértices que representan a dos ciudades si hay una autopista que las conecta?
- b) Hay una arista entre los vértices que representan a dos ciudades por cada autopista que las conecta?
- c) Hay una arista entre los vértices que representan a dos ciudades por cada autopista que las conecta y si la ciudad posee autopista de circunvalación se considera que está conectada consigo mismo.

2.- El *grafo de intersección* de una colección de conjuntos A_1, A_2, \dots, A_n es un grafo que tiene un vértice por cada conjunto y que tiene una arista entre los vértices si los dos conjuntos tienen intersección no vacía. Construir el grafo de intersección de los siguientes conjuntos:

$$A_1 = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}, \quad A_2 = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 0\}, \quad A_3 = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 1\},$$

$$A_4 = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 1\}, \quad A_5 = \{x \in \mathbb{R} / x > -1\}, \quad A_6 = \mathbb{R}$$

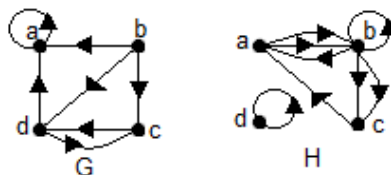
3a).- Para cada uno de los siguientes grafos, hallar el número de vértices, de aristas y el grado de cada vértice. Identificar los vértices aislados y las hojas.



b) Hallar la suma de los grados de los vértices para cada grafo y comprobar que coincide con el doble del número de aristas.

4.- ¿Puede existir un grafo de 15 vértices, cada uno de ellos de grado 5? Justificar.

5a).- Para cada uno de los siguientes grafos dirigidos, hallar el número de vértices, de aristas, el grado de entrada y de salida de cada vértice.



b) Hallar la suma de los grados de entrada y la suma de los grados de salida de los vértices para cada grafo y comprobar que ambos coinciden con el número de aristas que hay en el grafo.

6.- Dibujar los siguientes grafos: a) K_7 , b) $K_{1,8}$, c) $K_{4,4}$, d) C_7 , e) W_7 , e) Q_4 .

7.- ¿Cuántos vértices y cuantas aristas tiene cada uno de los siguientes grafos.

a) K_n , b) C_n , c) W_n , d) $K_{m,n}$, e) Q_n

8.- ¿Existe algún grafo simple de cinco vértices con los grados siguientes? Si es así, dibujar un grafo con esa propiedad, caso contrario justificar.

a) 3, 3, 3, 3, 2 c) 2, 2, 3, 4, 4

b) 1, 2, 3, 4, 5 d) 3, 4, 3, 4, 3

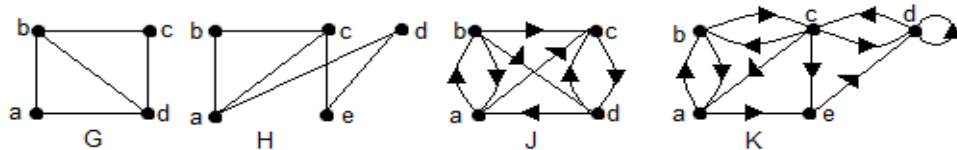
9a).- ¿Cuántos subgrafos distintos se pueden extraer de K_3 ? Dibujarlos.

b) ¿Cuántos subgrafos distintos se pueden extraer de W_3 ? Dibujarlos.

10.- ¿Para qué valores de n son regulares los grafos a) K_n , b) C_n , c) W_n , d) Q_n ?

11.- Hallar los siguientes grafos a) $\overline{K_4}$, b) $\overline{C_5}$

12a).- Representar los siguientes grafos mediante una matriz de adyacencia.



b) Representar los grafos G y H del ítem a), mediante una matriz de incidencia.

13.- Dibujar un grafo cuya matriz de adyacencia se la que se da a continuación.

$$M_G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad M_H = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad M_J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad M_K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

14.- Para cada par de grafos que se dan a continuación. Construye un isomorfismo ó proporciona un argumento que demuestre que no existe un isomorfismo entre ellos.

