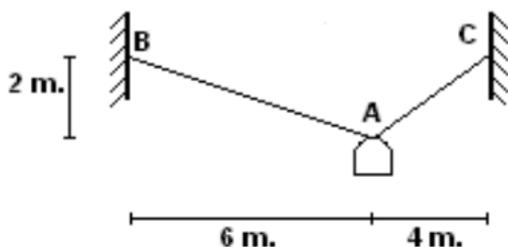


CARTILLA DE ESTÁTICA

FUERZA CONCURRENTES Y NO CONCURRENTES – APOYOS – REACCIONES DE APOYO

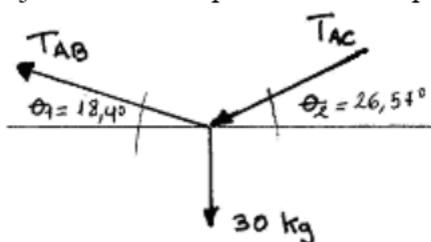
- 1- Calcular, gráfica y analíticamente, la tensión en los cables que sostienen una lámpara de 30 Kg. de peso.



El centro de gravedad se encuentra en la vertical que pasa por A, por lo que por el principio de transmisibilidad podemos suponer que los 30 kg se encuentran aplicados en A. Por lo que a nuestro sólido rígido lo podemos considerar como reducido a una partícula. Como también allí concurren los cables estamos en presencia de un sistema de fuerzas concurrentes.

SOLUCION ANALÍTICA

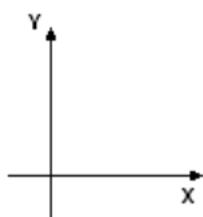
El primer paso consiste en realizar una diagrama de cuerpo libre de la situación, considerando al objeto como una partícula o cuerpo puntual, lo que facilita el análisis de la situación.



Observando el diagrama podemos notar que se trata de un sistema de fuerzas concurrentes, y que resulta conveniente elegir un sistema de ejes cartesianos XY.

El punto de aplicación y dirección de las tensiones que actúan en las cuerdas son datos, mientras que el módulo y el sentido son nuestras incógnitas. Por lo tanto resulta necesario establecer un sistema de dos ecuaciones con dos

incógnitas:



$$\sum F_x = 0$$

$$-T_{AB} \cdot \cos(\theta_1) - T_{AC} \cdot \cos(\theta_2) = 0$$

$$T_{AC} = -1.061 \cdot T_{AB}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_{AB} \cdot \sin(\theta_1) - T_{AC} \cdot \sin(\theta_2) - 30\text{Kg} = 0$$

$$T_{AC} = -67.070 + 0.707 \cdot T_{AB}$$

$$T_{AB} = 37.936$$

$$T_{AC} = -40.250$$

EL signo (-) en el módulo de T_{AC} , indica que el sentido de esa tensión es el opuesto al que supusimos, por lo tanto el resultado correcto es:

$$T_{AC} = 40.250 \text{ Kg} \quad \nearrow$$

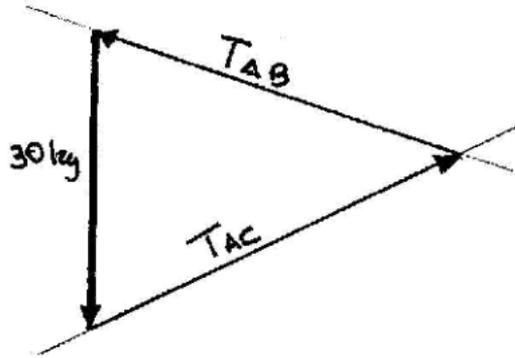
$T_{AB} = 37.936 \text{ Kg}$ ↗

SOLUCION GRAFICA

Esc. de Fuerza $\frac{10.Kg}{1.cm}$

$T_{AB} = 30.Kg$

$T_{AC} = 40.Kg$



Para los alumnos:

- Estamos ante un problema que implica una fuerza en direcciones.
- Plantear las resolución del problema utilizando solo momentos; redactar las conclusiones pertinentes.
- ¿Se trata de un sistema hipo, iso o hiperestático? Justificar la respuesta.
- Determinar las cuatro características de cada una de las reacciones.
- Reconsidere el planteo y la solución si la acción hubiera sido vertical ascendente.

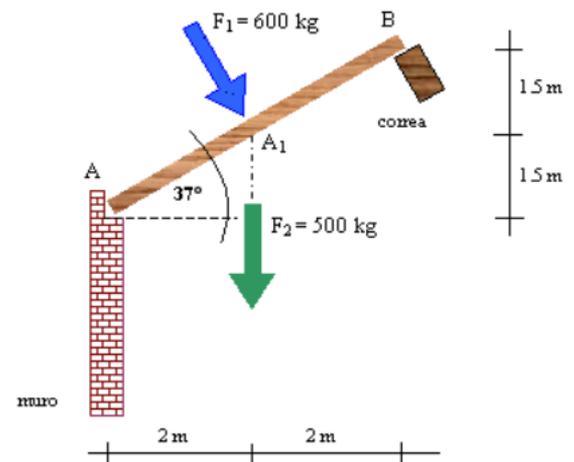
2 –

Supongamos un cable de cubierta que apoya sobre un muro y sobre una correa.

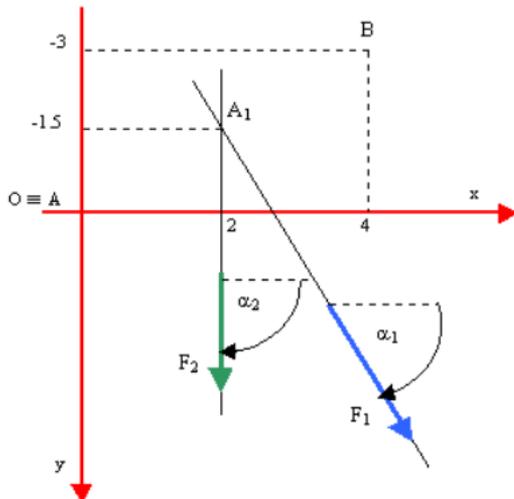
Habiendo efectuado un análisis de cargas de dicha cubierta, obtenemos como respuesta que sobre el cable actúa una carga de presión de 600kg debida a la acción del viento. Se considera que la carga actúa perpendicular a la cubierta, y para este ejemplo hemos despreciado el peso propio de los elementos estructurales y la cubierta.

Supongamos ahora que del cable que analizamos se necesita colgar un peso de 500kg en su punto medio.

Queremos hallar la carga resultante, es decir conocer su módulo, dirección, sentido y posición.



Adoptamos el origen de coordenadas del sistema de referencia coincidente con el punto A.



Datos:

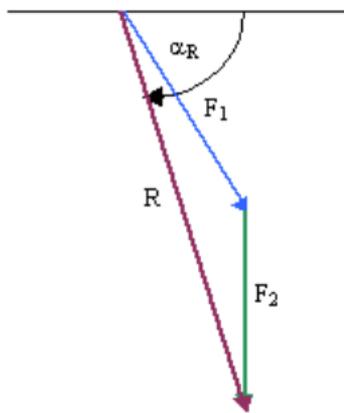
$$F_1 = 600\text{kg} \quad \alpha_1 = 53^\circ \quad A_1 (2/-1.5)$$

$$F_2 = 500\text{kg} \quad \alpha_2 = 90^\circ \quad A_1 (2/-1.5)$$

Esc.Long.: 1m/cm

Esc.Fzas.: 200kg/cm

SOLUCION GRAFICA
Polígono de Fuerzas.



Módulo:

$$R = 5.25\text{cm} * 200 \text{ kg/cm} = 1050 \text{ kg}$$

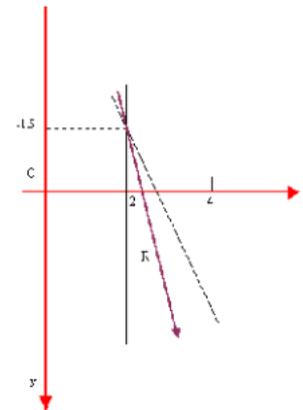
Dirección:

$$\alpha_R = 70^\circ$$

Sentido: hacia abajo

Punto de Aplicación:

como las fuerzas componentes F_1 y F_2 son concurrentes en A_1 , la recta de acción de la resultante pasa por dicho punto.



SOLUCION ANALITICA

Ecuación de proyección sobre el eje x:

$$\begin{aligned} R_x &= \sum F_i * \cos \alpha_i \\ &= F_1 * \cos \alpha_1 + F_2 * \cos \alpha_2 \\ &= 600\text{kg} * \cos 53^\circ + 500\text{kg} * \cos 90^\circ \\ &= 361\text{kg} \end{aligned}$$

Ecuación de proyección sobre el eje y:

$$\begin{aligned} R_y &= \sum F_i * \sin \alpha_i \\ &= F_1 * \sin \alpha_1 + F_2 * \sin \alpha_2 \\ &= 600\text{kg} * \sin 53^\circ + 500\text{kg} * \sin 90^\circ = 979\text{kg} \end{aligned}$$

Módulo:

$$R = \sqrt{(R_x^2 + R_y^2)} = 1043 \text{ kg}$$

Dirección y Sentido:

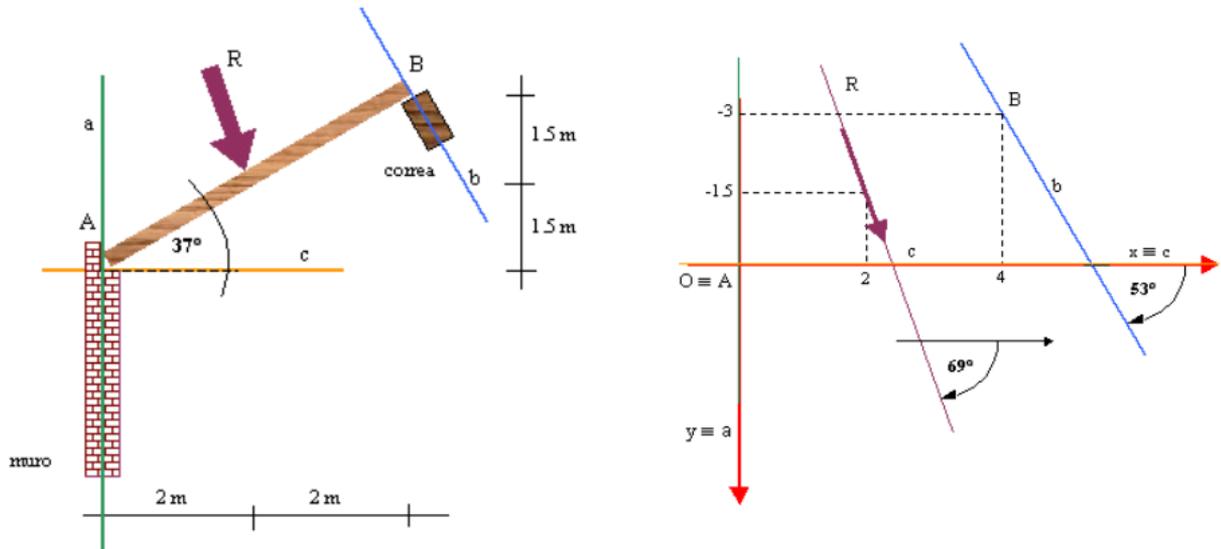
$$\alpha_R = \arctan R_y/R_x = 69^\circ 45' 32'' - \text{hacia abajo}$$

Punto de Aplicación:

$$A_1 (2/-1.5)$$

Ahora queremos conocer como dicha carga incide sobre los apoyos.

De no existir la correa, el punto B se desplazaría debido a una fuerza cuya recta de acción es la recta b. Del mismo modo el muro recibirá una carga vertical, coincidente con su eje (recta de acción a) y otra carga horizontal debida al empuje lateral que se produce en el apoyo A (recta de acción c). Debemos averiguar el módulo y el sentido de las fuerzas F_a , F_b y F_c .

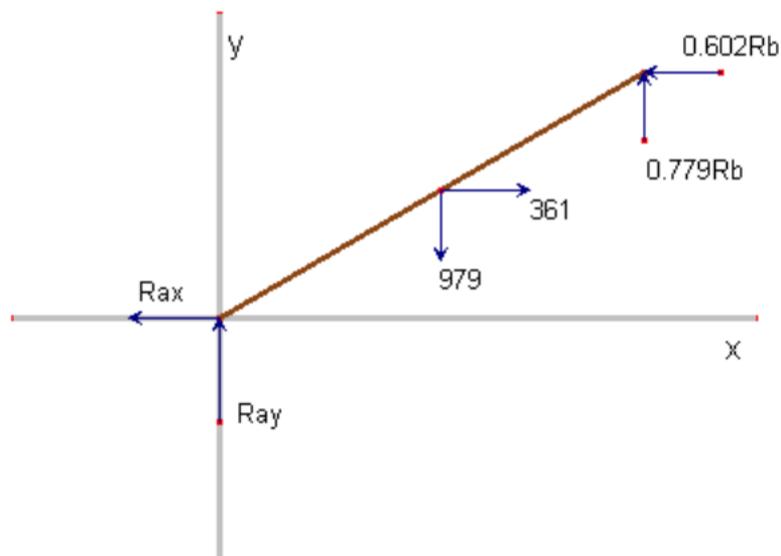


Adoptamos el origen de coordenadas del

sistema de referencia coincidente con el punto A.

Datos:

$R = 1043\text{kg}$



$$\sum M_A = 0 \quad 979 \cdot 2 + 361 \cdot 1,5 - 0,799 \cdot R_B \cdot 4 - 0,602 \cdot R_B \cdot 3 = 0$$

$$R_B = 499,7$$

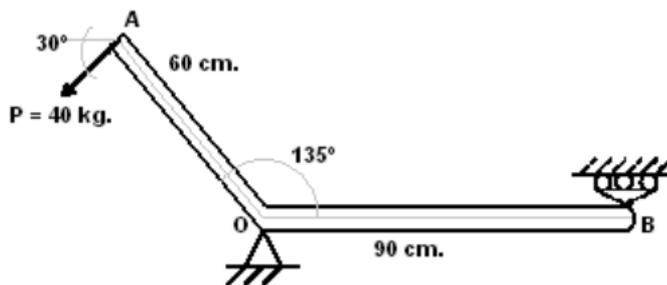
$$\sum F_X = 0 \quad -R_{Ax} + 361 - 0,607 \cdot R_B = 0 \quad R_{Ax} = 60,181$$

$$\sum F_Y = 0 \quad -R_{Ay} + 979 - 0,799 \cdot R_B = 0 \quad R_{Ay} = 579,740$$

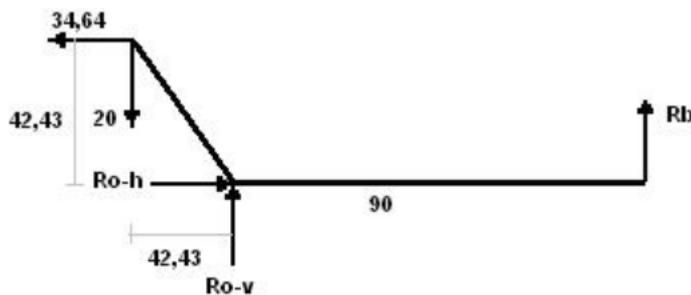
Para los alumnos:

- a) ¿El sólido rígido puede ser considerado una partícula? ¿Estamos en presencia de un sistema de fuerzas concurrentes? Justificar las respuestas.
- b) ¿Qué tipo de apoyos son A y B? ¿Porque?
- c) ¿Cuál es el sentido de las reacciones en A y en B?
- d) Si la expresión matemática anterior hubiera sido $R_{AY} = - 579,740$ ¿qué significa?
- e) ¿Qué sucede si hubiésemos considerado R_{BX} y R_{BY} ?

3 - Dada una palanca acodada sujeta a una fuerza $P = 40$ Kgf. en A y montada sobre un pasador (articulación) en O, hallar las reacciones en B y en el pasador, analítica y gráficamente.



Para facilitar la comprensión y análisis de esta situación, dibujamos el diagrama de cuerpo libre como se muestra a continuación, para poder visualizar mejor las fuerzas a la que esta sometida la palanca acodada. Otra vez resulta conveniente fijar un sistema de ejes ortogonales XY



Resulta conveniente establecer cuales son los datos con los que contamos, y cuáles son las incógnitas:

	Reacciones		
	O	B	
Módulo	¿?	¿?	Se calcula
Dirección	Horizontal y vertical	vertical	
Sentido	¿?	¿?	Se presuponen
Punto de Aplicación	O	B	

SOLUCION ANALITICA

$$\sum F_X = 0 \quad -34,64 + R_{O-h} = 0 \quad R_{O-h} = 34,65 \quad R_{O-h} = 34,65 \text{ Kg} \rightarrow$$

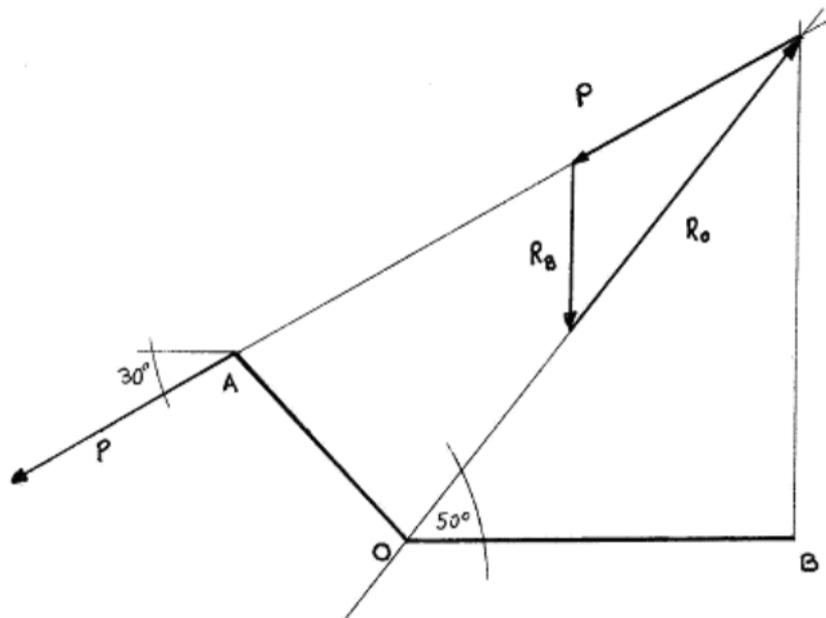
$$\sum M_O = 0 \quad 34,64 \cdot 42,43 + 20 \cdot 42,43 + R_B \cdot 90 = 0 \quad R_B = -25,76 \quad R_B = 25,76 \text{ Kg} \downarrow$$

$$\sum F_Y = 0 \quad -20 + R_{O-v} - 25,76 = 0 \quad R_{O-v} = 45,76 \quad R_{O-v} = 45,76 \text{ Kg} \uparrow$$

$$R_O = \sqrt{34,64^2 + 45,76^2}$$

$$R_O = 57,39 \text{ Kg}$$

SOLUCION GRAFICA



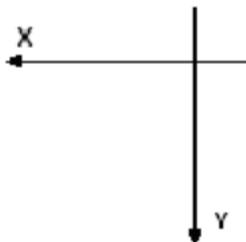
Escala: 1 cm \rightarrow 10 Kg
2 cm \rightarrow 30 cm

$$R_B = 2,5 \text{ cm} = 25 \text{ Kg}$$

$$R_O = 5,7 \text{ cm} = 57 \text{ Kg}$$

Para los alumnos:

- a) Resolver el mismo problema utilizando el siguiente sistema de referencia:

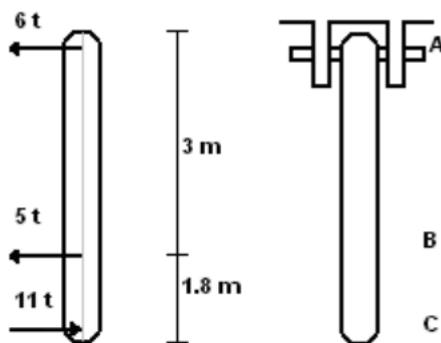


- b) Resuelva utilizando solo ecuaciones de momento. Escriba las conclusiones.
c) Revise si se cumplen todos los principios de la Estática en el presente ejercicio. Escribalos.

- d) Si el apoyo en "O" gira 35° en dirección horaria ¿cuál es el nuevo planteo del problema? Justifique.
- e) Desde el punto de vista grafico se trata de una fuerza en direcciones.
- f) Compare desde todos los puntos de vista posibles la solución grafica con la analítica: tiempo empleado, precisión lograda, posibilidad de error, simpleza, etc.

4 - Analizar la barra de la figura desde el punto de vista cinemática y estático. Si fuera posible, determinar la resultante de las fuerzas aplicadas en forma gráfica y analítica (analizar e indicar conclusiones)

SOLUCION ANALITICA

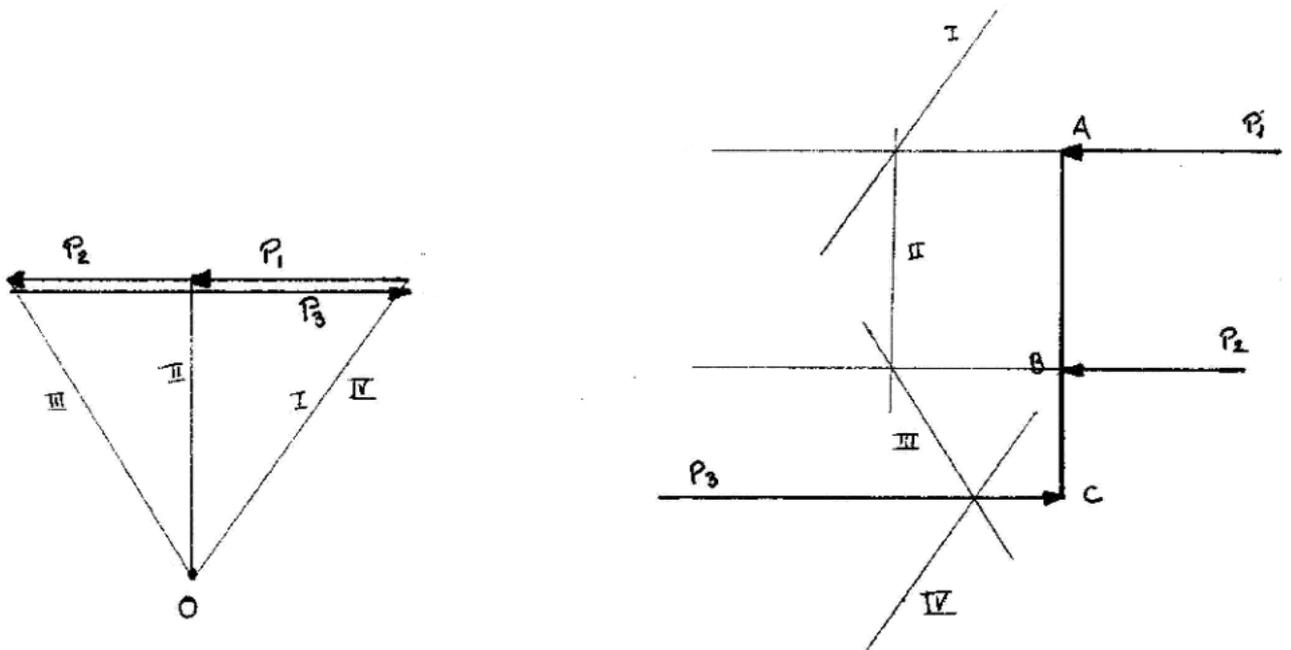


$$\begin{aligned}
 R = \sum F_i &= P_3 - P_1 - P_2 \\
 &= 11.Ton - 6.Ton - 5.Ton \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum M_A &= P_3 \cdot d_c - P_2 \cdot d_b \\
 &= 11 \cdot 4.8 - 5 \cdot 3 \\
 &= 37.8.tn
 \end{aligned}$$

El sistema propuesto es inestable, el apoyo "A" es uno de segunda especie, impide los desplazamientos y permite el giro. Por ello el sistema es hipostático al tener menos vínculos (2) que grados de libertad (3). La sumatoria de fuerzas es igual a 0 (por lo que la barra no se traslada) y la de momentos es distinta de 0 (por lo que el sistema gira alrededor de el eje A).

SOLUCION GRAFICA



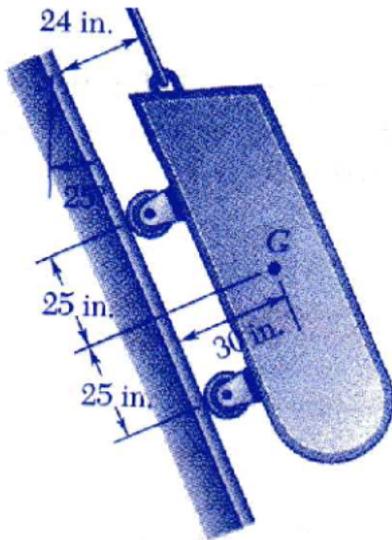
El polígono de fuerzas es cerrado, por lo tanto la resultante del sistema es igual a 0 (el sistema no se traslada)

Analizando el polígono funicular, podemos observar que sus lados extremos son paralelos, por lo tanto el sistema puede reducirse a dos fuerzas (cupla o par; el sistema gira o rota).

Para los alumnos:

- a) Para la solución grafica ¿podríamos utilizado el principio de trasmisibilidad de las fuerzas y luego el polígono de fuerzas? Explique y justifique
- b) ¿Es la Estabilidad, como parte de la Física, la que analiza este tipo de situaciones? ¿Por qué? Justifique.
- c) ¿Cuándo se justifica la utilización del polígono funicular? ¿Bajo que condiciones?
- d) Analice y escriba todas las combinaciones posibles del polígono de fuerzas (abierto y cerrado) y de los lados correspondientes del polígono funicular (paralelos, coincidentes y ninguno de los dos)
- e) ¿Qué tipo de apoyo es el del ejercicio?

5 - Un carro de carga se encuentra en reposo sobre un carril que forma un ángulo de 25° con respecto a la vertical. El peso total del carro y su carga es de 5500 lb y éste actúa en un punto que se encuentra a 30 in. del carril y que es equidistante a los dos ejes. El carro se sostiene por medio de un cable que está unido a éste en un punto que se encuentra a 24 in. del carril. Determinar la tensión en el cable y la reacción en cada par de ruedas.



El primer paso es dibujar el diagrama de cuerpo libre del carro. Se debe tener en cuenta que la reacción en cada rueda es perpendicular al carril y la fuerza de tensión T es paralelo a éste. En este caso, resulta conveniente elegir al X paralelo al carril y al eje Y perpendicular a él. Por lo tanto, el peso debe descomponerse en sus dos componentes:

$$W_x = (5500.\text{lb}) \cdot \cos(25^\circ) = 4980.\text{lb}$$

$$W_y = -(5500.\text{lb}) \cdot \sin(25^\circ) = -2320.\text{lb}$$

El siguiente paso es aplicar las ecuaciones de equilibrio, para ello se toman momentos con respecto de A para eliminar a T y a R_1 de los cálculos:

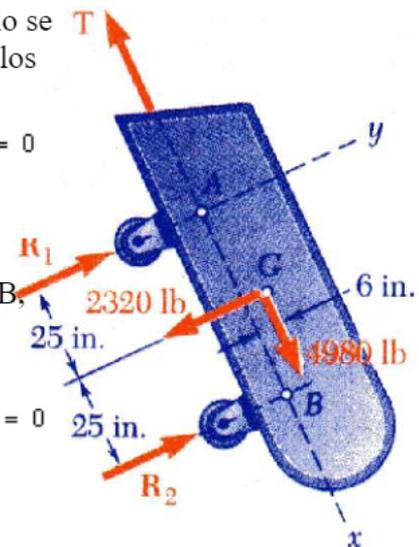
$$\sum M_B = 0 \quad (2320.\text{lb}) \cdot (25.\text{in}) - (4980.\text{lb}) \cdot (6.\text{in}) - R_1 \cdot (50.\text{in}) = 0$$

$$R_1 = 562.\text{lb}$$

De la misma manera, ahora tomamos momentos con respecto a B , para eliminar a T y R_2 de los cálculos:

$$\sum M_A = 0 \quad -(2320.\text{lb}) \cdot (25.\text{in}) - (4980.\text{lb}) \cdot (6.\text{in}) + R_2 \cdot (50.\text{in}) = 0$$

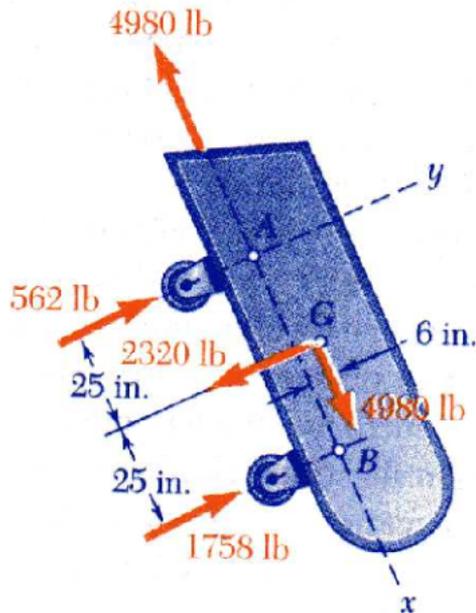
$$R_2 = 1758.\text{lb}$$



El valor de T se obtiene:

$$\sum F_x = 0 \quad 4980.\text{lb} - T = 0$$

$$T = 4980.\text{lb}$$



Que el valor de R_1 , R_2 y T sean positivos, significa que la dirección supuesta para estas fuerzas es la correcta; en el caso de que alguna de ellas hubiera dado un resultado negativo, se debería invertir la dirección fijada para realizar el cálculo.

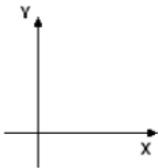
El último paso, es realizar la comprobación de los cálculos realizados:

$$\sum F_y = 0 = 562.1b + 1758.1b - 2320.1b = 0$$

También pudo haberse verificado la solución calculando los momentos con respecto de cualquier otro punto distinto de A o de B

Para los alumnos:

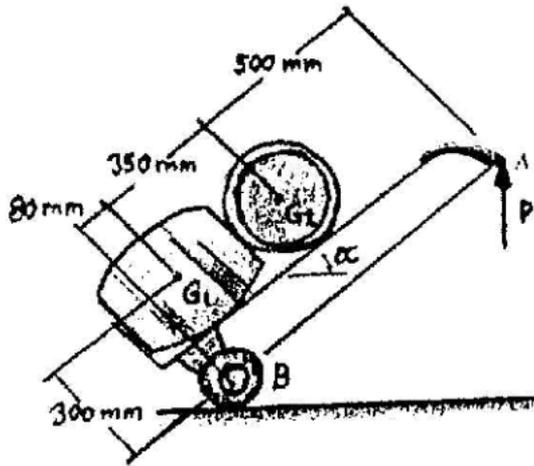
- a) Resolver el mismo problema, considerando un sistema:



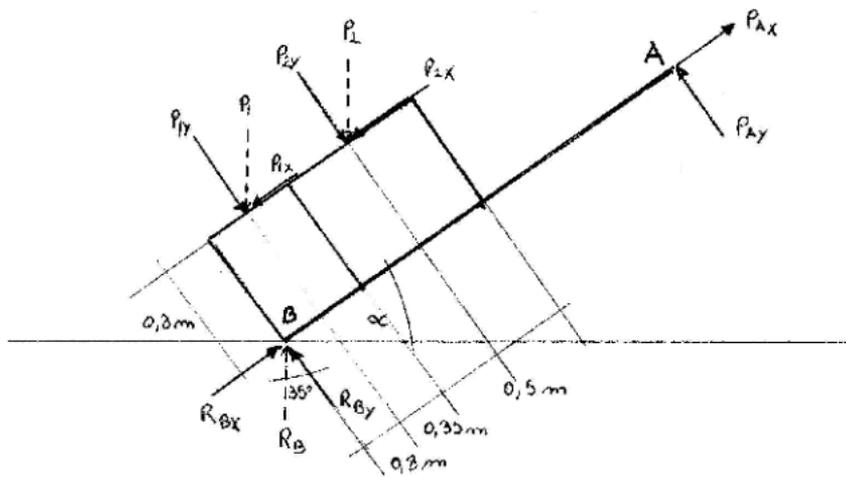
Comparar y escribir las conclusiones.

- b) Resolver gráficamente. Comparar los tiempos empleados, la precisión de los resultados (las cuatro variables), la complejidad, etc. Extraer conclusiones.
 c) ¿Cambia el planteo si el cable es reemplazado por un caño metálico? ¿Y en lo operativo?
 d) Considerando el rozamiento ¿En que variaría el planteo?
 e) En las presentes circunstancias ¿es valido el principio de transmisibilidad de las fuerzas? ¿Por qué?
 f) Si el vagón fuera de material similar a la goma ¿cambia en algo el planteo? ¿por qué?
 g) ¿Es posible plantear y resolver el problema sin utilizar ecuaciones de fuerzas? ¿Por qué?

6 -Cuál es el esfuerzo P que debe aplicarse en el punto A para que el sistema mantenga el equilibrio para $\alpha = 35^\circ$ y el peso de cada barril es de 40 Kg., encontrara las reacciones en cada una de las dos ruedas (B).



Nuevamente, el primer paso es dibujar el diagrama de cuerpo libre de la situación planteada. En este caso, resulta conveniente elegir un sistema de ejes XY rotados 35° . Por lo tanto, el peso de los barriles debe descomponerse en sus dos componentes. Para comenzar el cálculo, se puede considerar la sumatoria de momentos respecto al punto B, de manera de eliminar los efectos provocados por R_B , obteniendo:



$$\sum M_B = 0 \quad -P_{1y} \cdot d_{1y} - P_{2y} \cdot d_{2y} + P_{Ay} \cdot d_{Ay} + P_{1x} \cdot d_{1x} + P_{2x} \cdot d_{2x} = 0$$

$$-(P_1 \cdot \cos(35^\circ) \cdot 0.08 \cdot m) - (P_2 \cdot \cos(35^\circ) \cdot 0.43 \cdot m) + (P_{Ay} \cdot 0.93 \cdot m) + (P_1 \cdot \sin(35^\circ) \cdot 0.3 \cdot m) + (P_2 \cdot \sin(35^\circ) \cdot 0.3 \cdot m) = 0$$

$$-(2.62 \cdot \text{Kgm}) - (14.06 \cdot \text{Kgm}) + (P_{Ay} \cdot 0.93 \cdot m) + (26.88 \cdot \text{Kgm}) = 0$$

$$P_{Ay} = \frac{2.95 \cdot \text{Kgm}}{0.93 \cdot m}$$

$$P_{Ay} = 3.17 \cdot \text{Kg} \quad P_{Ax} = \tan(35^\circ) \cdot P_{Ay}$$

$$P_{Ax} = 2.21 \cdot \text{Kg}$$

$$P_A = \frac{P_{Ay}}{\cos(35^\circ)} = \frac{3.17 \cdot \text{Kg}}{\cos(35^\circ)} = 3.87 \cdot \text{Kg} \quad \text{MODULO} := 3.87 \cdot \text{Kg}$$

$$\text{DIRECCION} := \alpha_p = 55^\circ \text{ RESPECTO ALEJE X}$$

$$\text{SENTIDO} := \text{HACIA ARRIBA}$$

Por lo tanto el esfuerzo que se debe aplicar en el extremo A es de 3.87 Kgf. en dirección perpendicular al piso.

Para el cálculo de las reacciones en cada una de las ruedas se procede de la siguiente manera:

$$\sum F_X = 0 \quad R_{Bx} + P_{Ax} - P_{1x} - P_{2x} = 0$$

$$R_{Bx} = 22.94 \cdot \text{Kg} + 22.94 \cdot \text{Kg} - 2.21 \cdot \text{Kg}$$

$$R_{Bx} = 43.67 \cdot \text{Kg} \quad R_{By} = 62.36 \cdot \text{Kg}$$

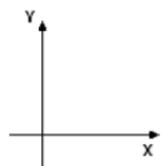
$$R_B = \text{MODULO} = 76.13 \cdot \text{Kg}$$

$$\text{DIRECCION} := 55^\circ \text{ RESPECTO AL EJE X}$$

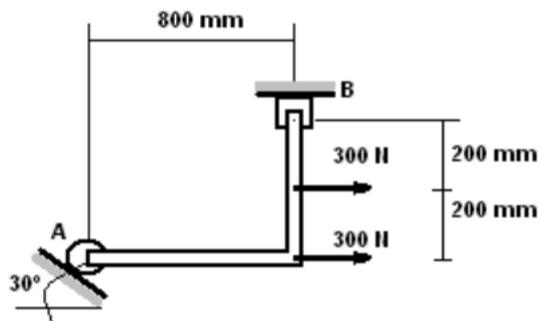
Por lo tanto la reacción en cada una de las ruedas es de 38.065 Kgf.

Para los alumnos:

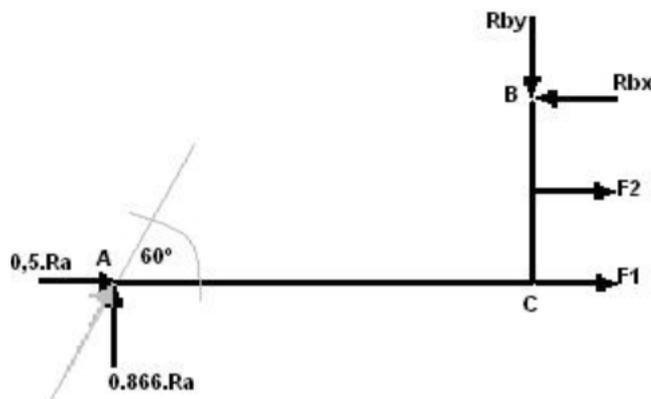
- Qué sucedería si el sistema de referencia adoptado fuera:
- ¿Varía la solución con el sistema de referencia? Conclusiones.
- Resolver gráficamente.
- ¿P podría ser cero ($P = 0$)? ¿Cuándo? ¿Por qué? ¿Que sentido tendría?
- El sistema es: ¿Estable o inestable? ¿Hiperestático, isoestático, o hipostático?
- Qué posibilidades de traslación y/o giro tiene el sistema?



7 - Determinar las reacciones A y B para la figura.



El primer paso consiste nuevamente en la construcción del diagrama de cuerpo libre.



La dirección de la reacción en el punto A es conocida, ese apoyo se comporta como uno de primer orden, restringiendo un solo grado de libertad; la dirección es entonces perpendicular al piso.

Tomando momentos respecto al punto B podemos eliminar los efectos de la reacción en ese punto, y resulta:

Nota: consideramos un momento positivo en la dirección anti-horaria y negativo en dirección horaria.

$$\sum M_B = (300 \cdot 200) + (300 \cdot 400) + 0.5 \cdot R_A \cdot 400 - 0.866 \cdot R_A \cdot 300 = 0$$

$$600 + 1200 + 2R_A - 2.598R_A = 0$$

$$1800 - 0.598R_A = 0$$

$$R_A = 3010 \quad R_A = 3010N$$

$$R_{Ax} = 1505N \quad R_{Ay} = 2607N$$

Ahora para el cálculo de la reacción en B, podemos recurrir a las ecuaciones de equilibrio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \quad 1505 + 300 + 300 - R_{Bx} = 0 \quad R_{Bx} = 2105N$$

$$R_B = 3350N$$

$$\sum F_y = 0 \quad -R_{By} + 2607 = 0 \quad R_{By} = 2607N$$

R_B está aplicada en el punto B, a $56,75^\circ$ respecto a la horizontal y con sentido hacia abajo.

Para los alumnos:

- a) Verificar los resultados obtenidos utilizando solo ecuaciones de momento.
- b) Resolver gráficamente el problema y sacar conclusiones.
- c) ¿Qué sucede si en A hubiera considerado R_{ax} y R_{ay} ? ¿Sería correcto el planteo?
- d) Calcular el ángulo para el cual el sistema se vuelve hipostático; dibujar el esquema de cálculo correspondiente. Escribir las conclusiones.