

EJERCICIO 1 - TP 2

Método de Sustitución

Recurrencia

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ T(n/2) + n & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

En este método **suponemos** una solución y la verificamos por inducción.

Proponemos: $T(n) = 2n - 1$

Caso Base

Si $n = 1$:

$$T(1) = 1$$

Y la fórmula propuesta da:

$$2 \cdot 1 - 1 = 1$$

Verifica.

Hipótesis Inductiva

Suponemos que para tamaños menores que n :

$$T(n') = 2n' - 1$$

Como $n/2 < n$, entonces:

$$T(n/2) = 2(n/2) - 1 = n - 1$$

Reemplazo en la recurrencia

$$T(n) = T(n/2) + n$$

$$T(n) = T(n - 1) + n$$

$$T(n) = 2n - 1$$

Se obtiene exactamente la fórmula que queríamos.

Conclusión

$$T(n) = 2n - 1$$

$$T(n) \in \Theta(n)$$