EJERCICIO 3.f

```
i = 1                                                C1 = 1
Mientras i <= n                                      C2 = 2
    j = i + 1                                        C3 = 2
    Repetir
        Para t desde 1 hasta (n + 1) hacer           C4 = 3
            Muestra(i, j, t)                         C5 = 3
        FinPara
        j = j + 1                                    C6 = 2
    Hasta que j > (n + 1)                            C7 = 2
    i = i + 1                                        C8 = 2
FinMientras
```

1) Criterio de costos

- asignación simple = 1
- asignación con suma/resta = 2
- comparación simple = 1
- comparación con cálculo = 2
- `Para` = 3
- a cada `Para` se le suma **+3 afuera de la sumatoria**
- `Muestra` = 3 (por enunciado)

Entonces:

- $C1 = 1$
- $C2 = 2$ porque `Mientras` tiene:
    - 1 por la estructura
    - 1 por la comparación `i <= n`
- $C3 = 2$
- $C4 = 3$
- $C5 = 3$
- $C6 = 2$
- $C7 = 2$ porque `j > (n+1)` tiene:
    - 1 por la comparación
    - 1 por el cálculo $(n + 1)$
- $C8 = 2$

2) Costo del `Mientras`

```
Mientras condición hacer
    cuerpo
FinMientras
```

La condición se evalúa:

- una vez antes de entrar
- una vez después de cada iteración
- y una última vez para salir

Entonces, si el cuerpo se ejecuta $\boldsymbol{n}$ veces, la condición del `Mientras` se evalúa: $n + 1\ veces$

Por eso, en el costo total:

- dentro de la sumatoria contamos el costo del `Mientras` en cada iteración real
- y al final sumamos **una vez más** el costo $C2$, que es la evaluación final que falla y hace salir del ciclo.

3) Costo del `Para` de t

```
Para t desde 1 hasta (n + 1) hacer                  C4 = 3
    Muestra(i, j, t)                                C5 = 3
FinPara
```

Como t va desde 1 hasta $n + 1$, escribimos:

$$C9 = \sum_{t=1}^{n+1} (C4 + C5) + 3$$

El $+3$ final es el control extra del `Para`, cuando vuelve a mirar la condición y ya no entra.

Reemplazamos

$$C9 = \sum_{t=1}^{n+1} (3 + 3) + 3$$

$$C9 = \sum_{t=1}^{n+1} 6 + 3$$

Como $\boldsymbol{6}$ es constante
y hay $\boldsymbol{n + 1}$ repeticiones:

$$C9 = 6(n + 1) + 3$$

$$C9 = 6n + 6 + 3$$

$$\boxed{C9 = 6n + 9}$$

4) Costo del `Repetir`

```
j = i + 1                                          C3 = 2
Repetir
    [costo del Para de t = C9]
    j = j + 1                                      C6 = 2
Hasta que j > (n + 1)                              C7 = 2
```

¿Cuántas veces se ejecuta?

Para un i fijo:

- empieza con $j = i + 1$
- el cuerpo del `Repetir` se ejecuta para: $j = i + 1, i + 2, \dots, n + 1$

Entonces la cantidad de repeticiones es: $(n + 1) - (i + 1) + 1 = n - i + 1$

¿De dónde sale la sumatoria?

Porque en cada iteración del `Repetir` se ejecutan:

- el `Para` interno: $C9$
- la asignación `j = j + 1`: $C6$
- la condición `Hasta que j > (n+1)`: $C7$

Entonces:

$$C10 = \sum_{j=i+1}^{n+1} (C9 + C6 + C7)$$

Reemplazamos:

$$C10 = \sum_{j=i+1}^{n+1} (6n + 9 + 2 + 2)$$

$$C10 = \sum_{j=i+1}^{n+1} (6n + 13)$$

Como $6n + 13$ es constante respecto de j:

$$C10 = (n - i + 1)(6n + 13)$$

$$\boxed{C10 = (n - i + 1)(6n + 13)}$$

5) Costo total

El cuerpo del `Mientras` se ejecuta para: $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Entonces el costo total es:

$$CT = C1 + \sum_{i=1}^{n} (C2 + C3 + C10 + C8) + C2$$

¿Por qué ese último + $C2$?

Porque el `Mientras` **evalúa una vez más la condición al final** y ahí ya no entra. (por eso variaba del resultado subido anteriormente)

6) Reemplazamos:

$$CT = 1 + \sum_{i=1}^{n} (2 + 2 + (n - i + 1)(6n + 13) + 2) + 2$$

Primero sumamos las constantes dentro del paréntesis: $2 + 2 + 2 = 6$
Entonces:

$$CT = 1 + \sum_{i=1}^{n} \big((n - i + 1)(6n + 13) + 6\big) + 2$$

Ahora juntamos los términos de afuera:

$$CT = 3 + \sum_{i=1}^{n} \big((n - i + 1)(6n + 13) + 6\big)$$

7) Separar la sumatoria

Usamos **propiedad distributiva**: $\sum (a + b) = \sum a + \sum b$

Entonces:

$$CT = 3 + \sum_{i=1}^{n} (n - i + 1)(6n + 13) + \sum_{i=1}^{n} 6$$

Como $6n + 13$ es constante respecto de i, la sacamos afuera:

$$CT = 3 + (6n + 13) \sum_{i=1}^{n} (n - i + 1) + 6 \sum_{i=1}^{n} 1$$

Y como: $\sum_{i=1}^{n} 1 = n$

$$CT = 3 + (6n + 13) \sum_{i=1}^{n} (n - i + 1) + 6n$$

8) Resolver $\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)$

Esta suma se puede entender así: $(n-i+1)$

cuando $i=1$, vale n

cuando $i=2$, vale $n-1$

cuando $i=3$, vale $n-2$

y así sucesivamente hasta llegar a 1.

Entonces:
$$\sum_{i=1}^{n}(n-i+1) = 1+2+3+\cdots+n$$

o sea:
$$\sum_{i=1}^{n}(n-i+1) = \sum_{r=1}^{n} r$$

Y, usamos la *propiedad 1*:
$$\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n(n+1)}{2}$$

Entonces:
$$\sum_{i=1}^{n}(n-i+1) = \frac{n(n+1)}{2}$$

9) Reemplazar todo:

$$CT = 3 + (6n+13)\sum^{n}(n-i+1) + 6n$$

$$CT = 3 + (6n+13)\frac{n(n+1)}{2} + 6n$$

10) Desarrollo

Primero desarrollamos: $\boldsymbol{n(n+1) = n^2 + n}$

Entonces:
$$CT = 3 + \frac{(6n+13)(n^2+n)}{2} + 6n$$

Ahora distribuimos: $\boldsymbol{(6n+13)(n^2+n)}$

Esto significa:
$$6n\cdot n^2 + 6n\cdot n + 13\cdot n^2 + 13\cdot n$$

$$= 6n^3 + 6n^2 + 13n^2 + 13n$$

$$= 6n^3 + 19n^2 + 13n$$

Entonces:

$$CT = 3 + \frac{6n^3 + 19n^2 + 13n}{2} + 6n$$

Ahora pasamos $\boldsymbol{6n}$ a medios: $\boldsymbol{6n} = \frac{\mathbf{12}\,\boldsymbol{n}}{\mathbf{2}}$

Entonces:

$$CT = 3 + \frac{6n^3 + 19n^2 + 13n}{2} + \frac{12n}{2}$$

$$CT = 3 + \frac{6n^3 + 19n^2 + 25n}{2}$$

$$\boxed{CT = 3n^3 + \frac{19}{2}n^2 + \frac{25}{2}n + 3} \qquad \boxed{\Theta(n^3)}$$