EJERCICIO 3.c

```
i = 2                                                   C1 = 1
Repetir
    Para j desde i + 1 hasta 1 hacer                    C2 = 3
        Muestra(A(j), A(i))                             C3 = 3
        Para m desde 1 hasta i hacer                    C4 = 3
            Muestra(A(m), A(i))                         C5 = 3
        FinPara
    FinPara
    i = i + 1                                           C6 = 2
Hasta que i > n                                         C7 = 1
```

En un `Repetir`

- primero **entra al cuerpo**
- después recién **evalúa la condición**

O sea, siempre ejecuta el cuerpo **al menos una vez**.

En este ejercicio:

- empieza con $i = 2$
- ejecuta todo el cuerpo
- después hace $i = i + 1$
- y recién ahí evalúa: $i > n$

Entonces el cuerpo se ejecuta para: $i = 2, 3, 4, \ldots, n$

Eso significa que hay: $n - 2 + 1 = n - 1$ iteraciones del `Repetir`.

Y en **cada iteración** también se evalúa la condición final Hasta que $i > n$, por eso el costo C7 se suma dentro del total del Repetir.

Costo del Para de m

```
Para m desde 1 hasta i hacer                            C4 = 3
    Muestra(A(m), A(i))                                 C5 = 3
FinPara
```

$$C8 = \sum_{m=1}^{i} (C4 + C5) + 3$$

$$C8 = \sum_{m=1}^{i} (3 + 3) + 3$$

$$C8 = \sum_{m=1}^{i} 6 + 3$$

$$\boxed{C8 = 6i + 3}$$

¿De dónde sale la sumatoria?

Sale de que el cuerpo del `Para` se ejecuta una vez por cada valor de m
Como m va desde 1 hasta i, escribimos:

$$C8 = \sum_{m=1}^{i} (C4 + C5) + 3$$

Reemplazamos:

$$C8 = \sum_{m=1}^{i} (3 + 3) + 3 \;\; = \sum_{m=1}^{i} 6 + 3$$

Resolvemos

Como 6 es constante:

$$\sum_{m=1}^{i} 6 = 6i$$

Entonces:

$$C8 = 6i + 3$$

$$\boxed{C8 = 6i + 3}$$

Costo del `Para` de j

El `Para` de j recorre desde $i + 1$ hasta 1 , o sea $i + 1$ repeticiones.

i va desde $i + 1$ hasta 1.

La cantidad de repeticiones es: $(i + 1) - 1 + 1 = i + 1$

$$C9 = \sum_{j=1}^{i+1} (C2 + C3 + C8) + 3$$

Reemplazamos:

$$C9 = \sum_{j=1}^{i+1} (C2 + C3 + C8) + 3$$

Primero sumamos lo de adentro del paréntesis ($3 + 3 + 6i + 3 = 6i +$)9

$$C9 = \sum_{j=1}^{i+1} (3 + 3 + (6i + 3)) + 3$$

El término $6i + 9$ es constante respecto de j, porque el que varía acá es j, no i.

$$C9 = \sum_{j=1}^{i+1} (6i + 9) + 3$$

Entonces:

$$C9 = (i + 1)(6i + 9) + 3$$

Desarrollamos:

$$(i + 1)(6i + 9) = 6i^2 + 9i + 6i + 9$$

$$= 6i^2 + 15i + 9$$

Sumamos el 3 que venía de afuera:

$$C9 = 6i^2 + 15i + 9 + 3$$

$$\boxed{C9 = 6i^2 + 15i + 12}$$

Costo total

$$CT = C1 + \sum_{i=2}^{n} (C9 + C6 + C7)$$

Reemplazamos

$$CT = 1 + \sum_{i=2}^{n} (6i^2 + 15i + 12 + 2 + 1)$$

$$CT = 1 + \sum_{i=2}^{n} (6i^2 + 15i + 15)$$

Separamos la Sumatoria:

Usamos propiedad distributiva

$$\sum (a + b + c) = \sum a + \sum b + \sum c$$

Entonces:

$$CT = 1 + 6\sum_{i=2}^{n} i^2 + 15\sum_{i=2}^{n} i + 15\sum_{i=2}^{n} 1$$

Resolver cada sumatoria

a) $\sum_{i=2}^{n} 1$

Esto cuenta cuántos términos hay desde 2 hasta n : $n-2+1=n-1$, así:

$$\sum_{i=2}^{n} 1 = n-1$$

b) $\sum_{i=2}^{n} i$ Como no empieza en 1, podemos usar la **propiedad #5**:

$$\sum_{i=2}^{n} i = \frac{(n+2)(n-2+1)}{2}$$

- $p=2$
- $q=n$

$$= \frac{(n+2)(n-1)}{2}$$

c) $\sum_{i=2}^{n} i^2$

Acá usamos la **propiedad #2**, pero como esa propiedad empieza en 1, hacemos:

$$\sum_{i=2}^{n} i^2 = \sum_{i=1}^{n} i^2 - 1^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Propiedad 2

$$\sum_{i=2}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 1$$

Reemplazar todo

$$CT = 1 + 6\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 1\right) + 15\left(\frac{(n+2)(n-1)}{2}\right) + 15(n-1)$$

Primer Bloque

$$6\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-1\right)=n(n+1)(2n+1)-6$$

Desarrollamos: $$n(n+1)(2n+1)=2n^3+3n^2+n$$

Entonces: $$=2n^3+3n^2+n-6$$

Segundo Bloque

$$15\left(\frac{(n+2)(n-1)}{2}\right)$$

Primero: $$(n+2)(n-1)=n^2+n-2$$

Entonces: $$=\frac{15}{2}(n^2+n-2)$$

$$=\frac{15}{2}n^2+\frac{15}{2}n-15$$

Tercer Bloque

$$15(n-1)=15n-15$$

Agrupamos todo

$$CT=1+(2n^3+3n^2+n-6)+\left(\frac{15}{2}n^2+\frac{15}{2}n-15\right)+(15n-15)$$

Agrupamos término a término:

Cúbico $2n^3$

Cuadráticos $3n^2+\frac{15}{2}n^2=\frac{6}{2}n^2+\frac{15}{2}n^2=\frac{21}{2}n^2$

Lineales $n+\frac{15}{2}n+15n=\frac{2}{2}n+\frac{15}{2}n+\frac{30}{2}n=\frac{47}{2}n$

Independientes $1-6-15-15=-35$

Entonces:

$$\boxed{CT=2n^3+\frac{21}{2}n^2+\frac{47}{2}n-35}\qquad\boxed{\Theta(n^3)}$$