

EJERCICIO 1

Algoritmo Ordenación por selección

Algoritmo con costos:

```
Para j desde n hasta 2 con paso -1 hacer           C1 = 3
  Indice_Mayor ← 1                                C2 = 1
  Para i desde 2 hasta j hacer                     C3 = 3
    Si A[i] > A[Indice_Mayor] entonces           C4 = 1
      Indice_Mayor ← i                           C5 = 1
    fin_si
  fin_para
  Intercambia(A[Indice_Mayor], A[j])             C6 = 3
fin_para
```

1) Costo del Para interno

El cuerpo del Para interno tiene:

- C3=3 por la estructura Para
- C4=1 por la comparación
- C5=1 por la asignación

Entonces:

$$C7 = \sum_{i=2}^j (C3 + C4 + C5) + 3$$

$$C7 = \sum_{i=2}^j (3 + 1 + 1) + 3$$

$$C7 = \sum_{i=2}^j 5 + 3$$

Como 5 es constante, hay $j - 2 + 1 = j - 1$ repeticiones, entonces:

$$C7 = 5(j - 2 + 1) + 3$$

$$C7 = 5(j - 1) + 3$$

$$C7 = 5j - 5 + 3$$

$$\boxed{C7 = 5j - 2}$$

2) Costo Total

- $C1=3$
- $C2=1$
- $C7=5j-2$
- $C6=3$

$$CT = \sum_{j=2}^n (C1 + C2 + C7 + C6) + 3$$

Reemplazando:

$$CT = \sum_{j=2}^n (3 + 1 + (5j - 2) + 3) + 3$$

Primero sumamos dentro del paréntesis: $3 + 1 + 3 = 7$

Entonces:

$$CT = \sum_{j=2}^n (5j + 5) + 3$$

Ahora distribuimos por propiedad de sumatoria:

$$CT = 5 \sum_{j=2}^n j + \sum_{j=2}^n 5 + 3$$

3) Aplicando la propiedad #5 para:

$$\sum_{j=2}^n j \quad \text{usamos:} \quad \sum_{k=p}^q k = \frac{(q+p)(q-p+1)}{2}$$

con:

- $p=2$
- $q=n$

$$\sum_{j=2}^n j = \frac{(n+2)(n-2+1)}{2}$$

entonces:

$$\sum_{j=2}^n j = \frac{(n+2)(n-1)}{2}$$

Ahora multiplicamos por 5:

$$5 \sum_{j=2}^n j = 5 \cdot \frac{(n+2)(n-1)}{2}$$

Primero desarrollamos el producto: $(n+2)(n-1) = n^2 + n - 2$

Entonces:

$$5 \sum_{j=2}^n j = \frac{5(n^2 + n - 2)}{2}$$

$$= \frac{5}{2}n^2 + \frac{5}{2}n - 5$$

4) Resolver la otra sumatoria

$$\sum_{j=2}^n 5$$

Como 5 es constante:

$$\sum_{j=2}^n 5 = 5(n - 2 + 1)$$

$$= 5(n - 1)$$

$$= 5n - 5$$

5) Reemplazando todo

$$CT = \left(\frac{5}{2}n^2 + \frac{5}{2}n - 5 \right) + (5n - 5) + 3$$

Ahora agrupamos términos semejantes:

Término cuadrático:

$$\frac{5}{2}n^2$$

Términos lineales:

$$\frac{5}{2}n + 5n = \frac{5}{2}n + \frac{10}{2}n = \frac{15}{2}n$$

Términos independientes:

$$-5 - 5 + 3 = -7$$

Entonces:

$$CT = \frac{5}{2}n^2 + \frac{15}{2}n - 7$$

6) Orden

$$\Theta(n^2)$$