Tema 8: Cálculo en campos vectoriales

Contextualización

01-C. Representar gráfica y analíticamente la intersección de $(x-1)^2 + (y-2)^2 = z$ con $z = 4$.

02-C. Exprese cuáles serían sus motivos para optar por uno de estos puntos de partida para llegar al encuentro de Virgen de Copacabana de Punta Corral si ésta se encuentra en el Santuario del mismo nombre: a) Tunalito; b) Tumbaya; c) Tilcara. Explique cuáles son, a su criterio, las ventajas y desventajas.

Observación Reflexiva

01-R. Distinga un campo escalar de uno vectorial.

02-R. Interprete qué es la representación paramétrica de una curva en el espacio R^3.

Conceptualización

01-T. Mencione dos ejemplos de campos vectoriales.

02-T. Defina a través de gráficos el concepto de derivada de la función vectorial $\mathbf{u}: \mathrm{R}^1 \to \mathrm{R}^3$.

03-T. Defina a través de gráficos el concepto de derivada parcial de la función vectorial $\mathbf{u}: \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}^3$. Relacione este concepto con el del problema 02-T.

04-T. ¿Cómo puede determinar el vector tangente a una curva definida paramétricamente en un espacio tridimensional?

05-T. Defina el gradiente de un campo escalar. ¿Conoce alguna de sus propiedades?

06-T. Establezca la relación entre el vector gradiente de un campo escalar y su derivada direccional.

Experimentación Activa

01-E. Encuentre, aplicando la definición, la derivada de los siguientes campos escalares, con las condiciones que se indican:

a) $f(x,y) = 4x + 2y - y^2$, en el punto $P(2,1)$ y en la dirección del vector $\vec{y} = (2,2)$.

b) $f(x,y,z) = x^2 + y - 6xz$, en el punto $A(-1,1,5)$ y en la dirección que va desde A hasta el punto $B(3,0,5)$

02.- Calcule el gradiente de las siguientes funciones escalares en los puntos indicados

a) $f(x,y) = x^4y^3 + 5x^2 - 2y^3$ en el punto $P(-1,1)$

b) $f(x,y) = \cos(xy)$ en el punto $P\left(\pi, \frac{1}{2}\right)$

c) $f(x,y,z) = x^3 y(z^3 - 2z)$ en el punto $P(2,2,0)$

03-E. Encuentre, aplicando las propiedades del vector gradiente, la derivada direccional de los siguientes campos escalares, con las condiciones que se indican:

a) $f(x,y) = sen(2x) + y^2 x,$ en el punto $P(0,1)$ y en la dirección del vector $\vec{y} = (4,3)$

b) $f(x,y,z) = \sqrt{xyz}$, en el punto $P(6,2,3)$ y en dirección del eje $\vec{Y}$

c) $f(x,y) = 2x^2 + 6y^2$, en el punto $P(2,-2)$, en dirección perpendicular a la recta

$$l_1 = x - 5y + 10 = 0$$

d) $f(x,y) = x + \frac{y^3}{3}$, en el punto $P(-7,5)$, en dirección del vector $\vec{y}$ que forma un ángulo de 30° con el eje $\vec{X}$

¿En qué dirección es máxima la derivada direccional de f en el punto P?

¿Cuál es el valor de dicha derivada direccional?

04-E. Encuentre la máxima razón de cambio de $f(x,y,z) = x^2 e^{yz}$ en el punto $P(2,0,1)$.

05-E. A partir del punto A (6,3,4) ¿Hacia qué dirección hay que dirigirse para que aumente lo más rápidamente posible la función $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$?

06-E. Obtenga la ecuación del plano tangente a la superficie $x^2 + y^2 + 6z + 18 = 0$ en el punto $P(3,3,-6)$.

07-E. Encuentre la ecuación de la recta normal a la superficie de ecuación $x^2 - 9y + 32 = 0$ en el punto $A(2,4,10)$.

07-E. Represente paramétricamente las siguientes curvas:

a) Segmento de recta que une los puntos $A(8,-1)$ y $B(2,2)$

b) Segmento de recta que une los puntos $A(3,-2,4)$ y $B(2,-3,3)$

c) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

d) $x^2 - 12y - 36 = 0$

11-E. Grafique las curvas definen las siguientes representaciones paramétricas

a) $\vec{r}(t) = (\,sen\, t, 3, \cos t\,),\ 0 \le t \le 2\pi$

b) $\vec{r}(t) = (t^2 - 1, t\,),\ t \in R$

12-E. Si la temperatura en un punto del espacio está dada por $T(x,y,z) = \frac{80}{1+x^2+2y^2+3z^2}$ donde T se mide en grados centígrados y x, y z se miden en metros.

¿En qué dirección aumenta más rápido la temperatura respecto al punto (1, 1, 2)? ¿Cuál es la máxima tasa de incremento?

----ooo0ooo----