# TEMA 5: CÁLCULO EN CAMPOS ESCALAES

## *Contextualización*

01-C Dos barcos que salieron al mismo tiempo de un punto van uno hacia el norte y el otro hacia el noreste. Si las velocidades de dichos barcos son de 20 km/h y 40 km/h respectivamente, ¿con qué velocidad aumenta la distancia entre ellos?

02-C Si $x$ e $y$ son precios de dos artículos de primera necesidad y $D(x,y)$ la demanda de ellos se puede expresar mediante un modelo matemático a través de la función, $D(x,y)=\frac{\ln(x+y)}{e^x}$, determinar $\frac{\partial D}{\partial x}$ y $\frac{\partial D}{\partial y}$ e interpretar sus significados.

## *Observación Reflexiva*

01-R La derivada de una función de una variable mide la rapidez de cambio de la variable dependiente respecto de la variable independiente. ¿Cómo relaciona este concepto con el de derivadas parciales de una función de dos variables?

02-R ¿En el campo de la física, puede considerarse la distribución de la temperatura en un cuerpo como un campo escalar? Fundamentar en caso afirmativo y mencionar posibles variables independientes que definirían un valor de la temperatura como variable dependiente.

03-R Proponga un ejemplo aplicado de una función real de dos variables reales. Identifique qué magnitud representa la función y qué magnitudes representan las variables. Describa el sentido de la función. Quedan excluidas de las posibles respuestas las funciones relacionadas con Geometría.

## *Conceptualización*

01-T Si una función $f(x,y)$ presenta una derivada direccional nula en un punto de su dominio ¿qué particularidad presenta la función en dicho punto?

02-T Explique la regla de la cadena para la derivación de funciones compuestas de varias variables.

03-T Sea N el número de potenciales interesados en tomar un curso de actualización profesional. Sea p el costo total del curso y q el valor que las empresas del medio le asignan al certificado que se otorga. Defina conceptualmente si es razonable suponer que N es función de p y de q y que, además, $Np<0 \wedge Nq>0$.

## Experimentación Activa

01-E Hallar y graficar el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x,y)=\frac{x+7y-3}{x-y}$

b) $f(x,y)=\sqrt{\operatorname{sen}(xy)-3}$

c) $f(x,y)=\frac{\sqrt{y^2-x^2-9}\,.\ln(xy)}{x}$

02-E Hallar las derivadas parciales de primer orden de las siguientes funciones.

a) $f(x,y,z) = 2xz - x^2y + xy^2$
b) $f(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$
c) $f(x,y) = \operatorname{sen}^2(x^2+y) + \frac{1}{x^2}$
d) $f(x,y) = xye^{xy}$

03-E Hallar el diferencial total de las siguientes funciones.

a) $z = e^{-(x^2+y^2)}$
b) $z = 2x^2y^3$

04-E Hallar $\frac{dz}{dt}$ aplicando la regla de la cadena para la derivación de funciones compuestas y verificar el resultado por sustitución y derivación, siendo:

a) $z = x^2y - y^2$ con $x = \operatorname{sen} t$ , $y = e^t$
b) $z = y^2\sqrt{x+1}$ con $x = \frac{1}{t}$ , $y = t^2+1$
c) $z = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{y}\right)$ con $x = e^t$ , $y = t^2$

05-E Utilizando la regla de la cadena, calcular $\frac{\partial w}{\partial x}$ y $\frac{\partial w}{\partial y}$, siendo:

a) $w = uv$ con $u = e^x \cos y$ , $v = e^x \operatorname{sen} y$
b) $w = \ln(u^2+v^2)$ con $u = e^x + y^2$ , $v = x^2 + y$
c) $w = u^2 - \operatorname{sen}(uv)$ con $u = xe^{xy}$ , $v = \ln(xy)$

06-E Hallar $\frac{dy}{dx}$ de la función definida implícitamente por la ecuación:

a) $x + y = \operatorname{sen}(xy)$
b) $(x^2+y^2)^3 + 1 = 3(x^2+y^2)$

07-E Hallar $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$

a) $x^2z^2 + y\operatorname{sen}(xz) = 2$
b) $xyz + z^3 = xy^2 + yx^2$
c) $\ln z + z - xy = 0$

08-E Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = z^2 \\ 2y^2 + 3z^2 = 4 - x^2 \end{cases}$ Calcular $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$

09-E Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} u + 2x = v^2 \\ ux - y = 0 \end{cases}$ Calcular $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$

10-E Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} u + v^2 = x \\ v + w^2 = y \\ w + u^2 = x - y \end{cases}$ Calcular $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial x}$

01-P La ecuación de estado de un gas perfecto es $mCT = PV$ donde $m$ es la cantidad de gas (moles); C es una constante; T es la temperatura; P es la presión; V es el volumen.
En cierto instante, 118 moles de gas tienen un volumen de 0,5 m$^3$ bajo una presión de 80.000 Kg/ m$^3$. Si $C = 0{,}8478$, hallar la velocidad del cambio de la temperatura si el volumen aumenta 0,001 m$^3$/s y la presión disminuye a razón de 100 Kg/m.s.

02-P Hallar el valor del área $A = \frac{b.a \operatorname{sen} \alpha}{2}$ de un triángulo, y luego su ley de variación con respecto a, respectivamente: su base, su altura y el ángulo $\alpha$; si $a = 20$ cm, $b = 30$ cm, $\alpha = 30°$.

03-P Un punto se mueve sobre la curva de intersección del plano $y = 2$ con $x^2 + y^2 + z^2 = 49$. Hallar con que rapidez se mueve el punto cuando $x = 6$ y aumenta 4 unidades por segundo.

**----ooo0ooo----**