Trabajo Práctico Nº 2

1) Demostrar usando el método de sustitución que la recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ T(n/2) + n & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

tiene solución: $T(n) = 2n - 1$

y, por lo tanto, su orden es: $\Theta(n)$

2) Resolver las siguientes recurrencias usando el **método iterativo** y aplicando el **teorema maestro** cuando corresponda. Para todas las recurrencias $\boldsymbol{T(n) = 1 \ si\, n = 1}$

a) $T(n) = 3T(n/2\,) + n^2$

b) $T(n) = 3T(n-1) + {}^1/_n$

c) $T(n) = 2T(n/2) + n$

d) $T(n) = 2T(n/2) + (3n - 1)$

e) $T(n) = 5T(n/2) + n^2$

f) $T(n) = {}^1/_2\, T(n/2) + n^2$

g) $T(n) = T(n-2) + n$

h) $T(n) = {}^1/_2\, T(n-2) + n$

i) $T(n) = 4T(n/2) + n$

j) $T(n) = T(n-3) + n^2$

k) $T(n) = {}^1/_4\, T(n-2) + n$

l) $T(n) = {}^1/_3\, T(n-3) + n$

m) $T(n) = {}^1/_2\, T(n-4) + n$

n) $T(n) = 2T(n/5) + n^3$

o) $T(n) = 7T(n-1) + {}^n/_5 + 6$

Observación

En algunas resoluciones puede aparecer una sumatoria que **no hace falta desarrollar completa** y reemplazamos por una constante C

¿Cuándo podemos reemplazarla por una constante C?

Cuando el valor de la sumatoria **no depende de n**, o queda **acotado por un número fijo**.
En ese caso, la sumatoria se puede reemplazar por C ya que **no afecta el orden**.

Ejemplo:

$$T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{k-1} \left(\frac{3}{4}\right)^i$$

como la suma geométrica queda acotada por una constante, se puede escribir:

$$T(n) = n^2.C$$

y el orden sigue siendo: $\theta(n^2)$

¿Cuándo no se puede hacer?

Cuando la sumatoria **sí depende de n** y su resultado sigue creciendo con n.

Por ejemplo:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

En este caso no se puede reemplazar por C, porque el resultado depende de n y **sí afecta el orden**. (se debe resolver la sumatoria)