TEORÍA DE PROBABILIDADES

Ing. Adriana Apaza

Profesor Adjunta

El concepto de probabilidad es manejado por mucha gente. Frecuentemente se escuchan preguntas como las que se mencionan a continuación:

- ¿ Cuál es la probabilidad de que me saque la lotería?
- ¿ Qué posibilidad hay de que me pase un accidente automovilístico ?
- ¿ Qué posibilidad hay de que hoy llueva ?
- ¿ Existe alguna probabilidad de que repruebe el primer parcial ?
- ¿cuál es la probabilidad que apruebe termodinámica y matemática para ingenieros?

Definición

- La probabilidad es la parte de las matemáticas que se encarga del estudio de fenómenos o **experimentos aleatorios** (se repite bajo las mismas condiciones y el resultado no siempre es el mismo).

Experimento
Es cualquier procedimiento mediante el cual se generan resultados

Según el grado de conocimiento que tengamos sobre los posibles resultados, un experimento puede ser aleatorio o determinístico.

- Si se conoce su resultado a priori, se denomina determinístico.

- Si no se conoce el resultado a priori se denomina aleatorio.

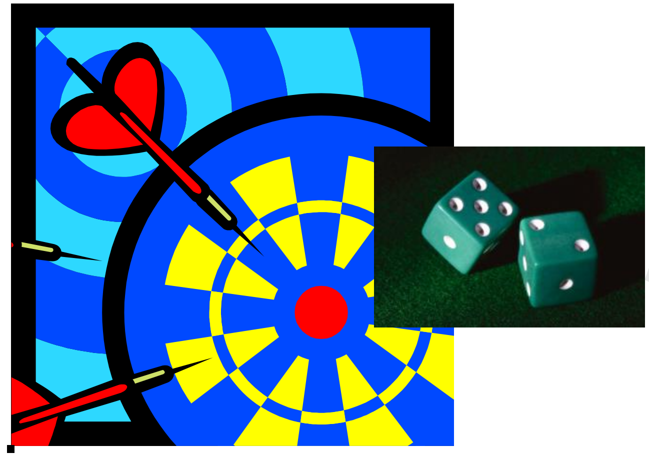
Experimento Aleatorio

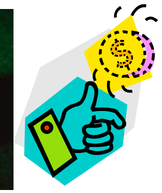
Un experimento es aleatorio si se verifican las siguientes condiciones:

- ✓**se puede repetir indefinidamente, siempre en las mismas condiciones,**
- ✓**no se puede predecir el resultado que se va a obtener,**
- ✓**el resultado que se obtenga pertenece a un conjunto conocido previamente de resultados posibles, denominado “espacio muestral”**

Ejemplos

- Lanzar una moneda.
- Arrojar un dado.
- Sacar cartas de un mazo.

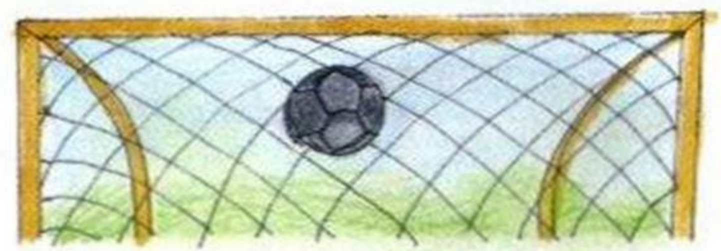




Lanzar una moneda al aire

Puede salir cualquiera de las dos caras, pero no podemos saberlo de antemano.

Meter un gol



Podemos meter o no meter un gol, pero no podemos predecir qué va a pasar.

en general, cualquier juego en el que intervenga el azar.

- Cuando se realiza un experimento aleatorio diversos resultados son posibles. El conjunto de todos los resultados posibles se llama **espacio muestral** (***S***).

Indiquemos si son determinísticos o aleatorios

a) Lanzar una piedra al aire y verificar si cae al suelo o no.
b) Predecir el ganador en una carrera de caballos.
d) Adivinar quién será la siguiente persona en llamarte por teléfono.
e) Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm.

Técnicas de conteo

Las técnicas de conteo son aquellas que son usadas para enumerar los elementos de un espacio muestral.

Ejemplos:

- ¿Cuántas comisiones de limpieza de un instituto se pueden formar si hay 150 alumnos que desean ayudar en esta tarea y se desea formar comisiones de ocho alumnos?
- ¿Cuántas representaciones de alumnos pueden ser formadas a) si se desea que estas consten solo de alumnos de Ingeniería Química?, b) se desea que el presidente sea un químico?, c) se desea que el presidente y tesorero sean químicos? Para todos los casos, se desea que las representaciones consten de once alumnos.

Técnicas de conteo:

- *diagrama de árbol*
- *Permutaciones*
- *combinaciones*,

éstas nos proporcionan la información de todas las maneras posibles en que ocurre un evento determinado.

Principio fundamental del conteo – Regla de la multiplicación

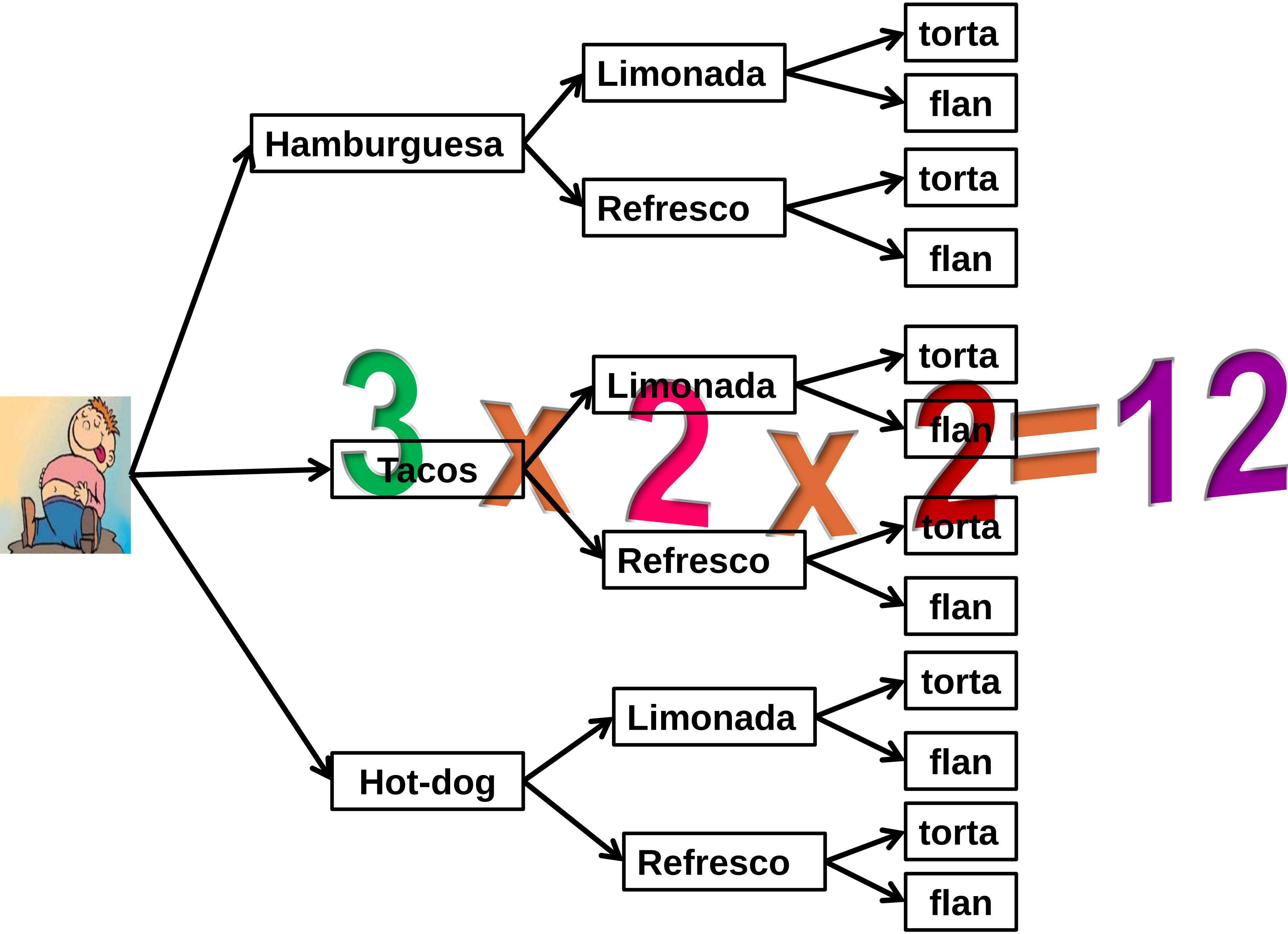
- Si una operación puede realizarse en $\mathbf{n_1}$ formas, y si por cada una de estas una segunda operación puede llevarse a cabo en $\mathbf{n_2}$ formas, entonces las dos operaciones pueden realizarse juntas en $\mathbf{n_1 * n_2}$ formas distintas.
- Este principio se puede extender a tres o más sucesos.

Diagrama de Árbol

Cuando un espacio muestral puede construirse en varios pasos o etapas, entonces cada uno de los resultados del primer paso puede representarse como una rama de árbol y cada una de las formas de completar el segundo paso puede representarse por tantas ramas que comienzan donde terminaron las ramas anteriores; y así sucesivamente.

Ejemplo

Imagina que se va a organizar una reunión con tus compañeros de grupo y para la comida deben decidir entre hamburguesa, tacos o hot-dog; entre limonada o refresco para beber y para postre pueden pedir torta o flan. ¿De cuántas maneras diferentes se puede elegir lo que consumirán?


Hamburguesa
Limonada
torta
flan
Refresco
torta
flan
Tacos
Limonada
torta
flan
Refresco
torta
flan
Hot-dog
Limonada
torta
flan
Refresco
torta
flan
3 x 2 x 2 =12

PERMUTACIÓN:

Es todo arreglo de elementos en donde **nos interesa el lugar o posición** que ocupa cada uno de los elementos que constituyen dicho arreglo.

$$\boxed{nPn = n!}$$

$$\boxed{nPr = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

COMBINACIÓN:

Es todo arreglo de elementos en donde **no nos interesa el lugar o posición** que ocupa cada uno de los elementos que constituyen dicho arreglo.

$$\boxed{nCr = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

EJERCICIO

- ¿Cuantas representaciones diferentes serán posibles formar, si se desea que consten de Presidente, Secretario, Tesorero, Primer Vocal y Segundo Vocal?, sí esta representación puede ser formada de entre 25 miembros del sindicato de una pequeña empresa.

- Suponga que un salón de clase está constituido por 35 alumnos. El maestro desea que tres de los alumnos lo ayuden en actividades tales como mantener el aula limpia o entregar material a los alumnos cuando así sea necesario.

Un bar dispone de 10 frutas diferentes de las cuales pueden elegirse tres para un batido, ¿de cuántas maneras diferentes puede hacerse la elección?

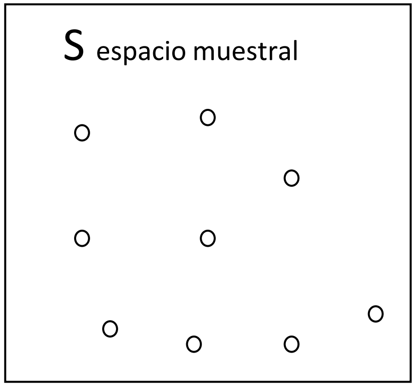
Para probar un test de aptitud debe elegirse una muestra de cinco estudiantes de un curso que tiene 20 estudiantes ¿de cuántas formas puede tomarse la muestra?

La teoría de probabilidades se ocupa de asignar un cierto número a cada posible resultado que pueda ocurrir en un experimento aleatorio, con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso es más probable que otro.

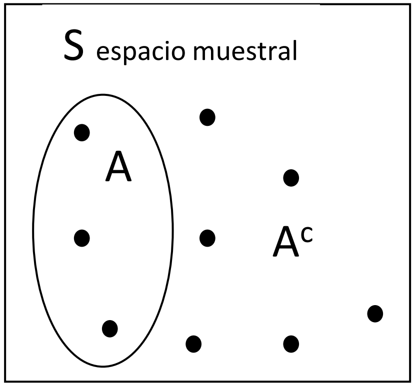
introduciremos algunas definiciones.

Sucesos o Eventos

➢ Cuando se realiza un experimento aleatorio diversos resultados son posibles. El conjunto de todos los resultados posibles se llama **espacio muestral** (***S***).

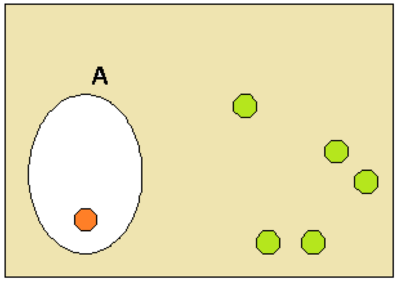


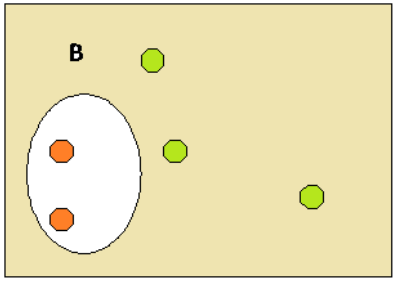
➢ Un **suceso o evento** es un subconjunto del espacio muestral (s).



➢ Un suceso es simple o elemental cuando su resultado no puede descomponerse en una combinación de otros.

➢ Cuando en cambio esta formado por dos o mas eventos simples, diremos que el suceso es compuesto.





Ejemplo:
Experimento: lanzar un dado de seis lados

Experimento	Resultados	Eventos
Lanzar un dado	$\{1,2,3,4,5,6\}$	Sacar un numero par: Sacar un 3: Sacar un 1 o un 3:

- El **conjunto vacío** representa al **suceso imposible**.

- Dos sucesos se dicen **incompatibles o mutuamente** excluyentes cuando no comparten resultados comunes, es decir no existe ningún punto muestral que pertenezca a ambos. Los sucesos incompatibles no pueden ocurrir simultáneamente.

- Se llama **suceso complementario** de un suceso **A** con respecto a **S**, al formado por los elementos que no están en A y se denota $\mathbf{A^c}$.

Ejemplo: En una empresa hay profesionales, hombres o mujeres, tienen contratos o son personal de planta. Si elegimos un profesional de esta institución al azar y consideramos su género y su tipo de contratación nos encontramos con las siguientes posibilidades:
Siendo los puntos muestrales para este experimento:

MP: mujer de planta
MC: mujer contratada
HP: hombre de planta
HC: hombre contratado
S = {MP, MC, HP, HC}

Definamos algunos sucesos vinculados con este espacio muestral S.

A = {el profesional seleccionado es hombre}
B = {el profesional seleccionado es hombre y de planta}
C = {el profesional seleccionado es mujer}
D = {el profesional seleccionado es contratado}
E = {el profesional seleccionado no trabaja en la empresa}
F = {el profesional seleccionado trabaja en la empresa}

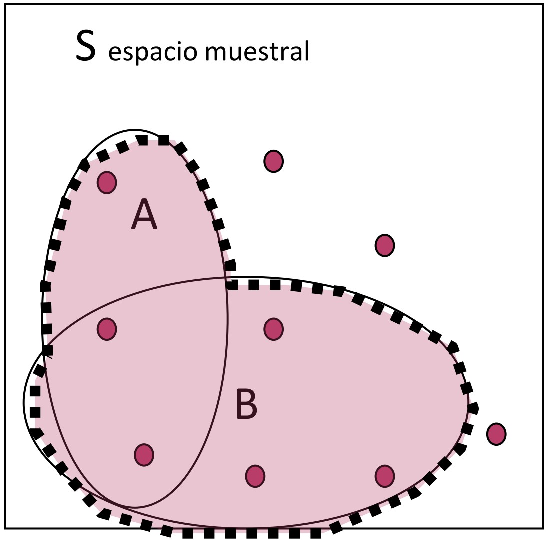
A = {HP, HC}
B = {HP}
C = {MC, MP}
D = {MC, HC}
E = Ø
F = {MP, MC, HP, HC}

- B tiene un único punto muestral, es un suceso elemental.
- A por el contrario es un evento compuesto.
- E nunca ocurre, es un evento imposible.
- F siempre ocurre, es un evento cierto o seguro.
- B y C no pueden ocurrir al mismo tiempo, son mutuamente excluyentes o incompatibles.
- A y C no pueden ocurrir al mismo tiempo y son exhaustivos, por lo tanto son complementarios.
- March

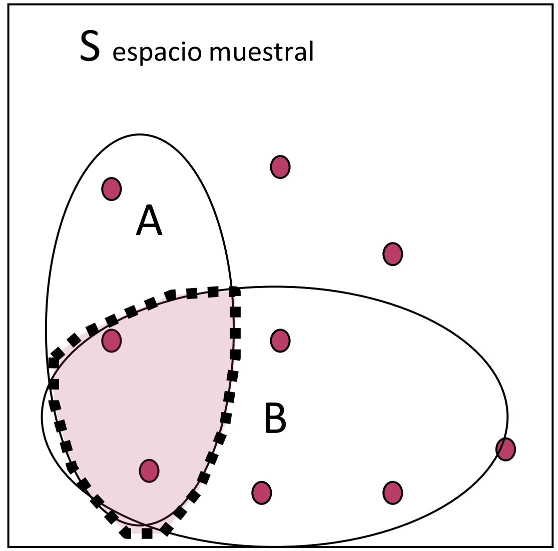
Como los eventos son subconjuntos del conjunto **S**, espacio muestral, se pueden aplicar las conocidas operaciones con conjuntos, a los eventos, como son la unión, la intersección y la diferencia de eventos.

❖Dos sucesos A y B se dicen iguales si la presentación de uno cualquiera de ellos trae como consecuencia la presentación automática del otro.

OPERACIÓN	EXPRESIÓN	DESCRIPCIÓN
UNIÓN	**A U B**	**“ocurre A o bien ocurre B o bien ocurren ambos a la vez”, “ocurre alguno” , “por lo menos uno de los sucesos se ha presentado”**
INTERSECCIÓN	**A ∩ B**	**Suceso consistente en la presentación simultánea de los sucesos A y B, al suceso “ocurren A y B a la vez”.**
DIFERENCIA	**$A / B = A \cap B^C$**	**El suceso diferencia consiste en la presentación de A y en la no presentación de B**



unión



intersección

- ❖ Si A y B son incompatibles o mutuamente excluyentes en términos de conjuntos esta proposición significa que **$A \cap B = \varnothing$**

- ❖ La presentación de A implica la presentación B, en términos de conjuntos significa que A está contenido en B, o sea $A \subset B$.

Probabilidad de un suceso

- Probabilidad
  - Clásica
  - Frecuencial
  - Subjetiva

Definición clásica de probabilidad (Laplace)

Dado un experimento o fenómeno aleatorio, con espacio muestral asociado S, y un evento A, de este espacio muestral; se llama probabilidad de que ocurra el suceso A al cociente entre el número de puntos muestrales de A (resultados favorables) y el total de puntos muestrales de S (resultados posibles). Esta definición es válida solamente en el caso de que todos los puntos muestrales sean equiprobables.

$$\boxed{P(A) = \frac{NCF}{NCT}}$$

Donde:
NCF: número de casos favorables al suceso A
NCT: número de casos totales

Ejemplo:

Consideremos una pecera con dos peces amarillos y tres anaranjados. Sea el experimento aleatorio de “sacar un pez al azar y mirar el color"; el espacio muestral asociado a este experimento, distinguiendo entre los peces de igual color, puede expresarse de la siguiente manera:

S={A1,A2, N1, N2,N3}

Sea A el evento “el pez elegido es amarillo". La probabilidad de que ocurra A, según la definición clásica, es entonces:

$$P(A) = \frac{\text{nro de casos favorables a A}}{\text{numero de casos posibles}} = \frac{2}{5}$$

Sin embargo, si expresábamos el espacio muestral asociado al experimento indicando los colores posibles del pez seleccionado:

$S = \{A, N\}$

Hubiéramos podido pensar que $P(A) = \frac{1}{2}$, sin embargo esto no es correcto ya que el número de peces amarillos no es igual al número de peces anaranjados. En síntesis, la definición clásica de probabilidad es apropiada en espacios de equiposibilidad o equiprobabilidad.

Probabilidad frecuencial:

Considera la probabilidad de un cierto evento A como el límite de su frecuencia relativa para infinitas repeticiones del experimento.

$$f_r(\mathrm{A}) = \frac{f(A)}{n}$$

Este cociente a medida que n crece, tiende a estabilizarse alrededor de un numero que llamamos P(A).

Simbólicamente

$$\lim_{n \to \infty} f_r(A) = P(A)$$

En algunos casos puede resultar imposible estimar el valor de este límite, ya que no podemos repetir el experimento un número muy grande de veces por diversos motivos.
Este enfoque frecuencial de la probabilidad se denomina también probabilidad a posteriori ya que solo podemos dar la probabilidad de un suceso después de repetir y observar un gran número de veces el experimento aleatorio correspondiente.

3. **Método subjetivo**

Expresa el grado de creencia de la persona que hace el estudio, y depende del conocimiento que esta persona tenga sobre el tema. Con este método puede darse el caso de que dos personas asignen probabilidades distintas al mismo evento.

Definición axiomática

La definición axiomática de la probabilidad es quizás la mas simple de todas las definiciones y la menos controvertida. Esta basada en un conjunto de axiomas (afirmaciones sobre las que se acuerda y no se intenta demostrar). La ventaja de esta definición es que permite un desarrollo riguroso y matemático de la probabilidad.
Supone la existencia de una función de probabilidad p(.) que asigna un número real a cada suceso A, definido dentro del espacio muestral S.

Axiomas

1. Si A es un evento $P(A) \geq 0$.

2. $P(S) = 1$.

3. Si A_1, A_2, son eventos incompatibles o excluyentes entonces $P(A_1 U A_2) = P(A_1)+P(A_2)$

El tercer axioma se puede extender a n conjuntos e incluso a una familia infinita de conjuntos disjuntos.

Para A_1, A_2, …una sucesión finita o infinita de eventos incompatibles o excluyentes

$$P(A_1 U A_2 U\ldots) = P(A_1)+P(A_2)+ \ldots$$

Varias propiedades importantes se derivan de la definición axiomática de probabilidad:

Probabilidad del Complemento

La probabilidad de que no ocurra el evento A, es decir la probabilidad de que ocurra el evento complemento de A (es decir que no ocurra A) y la probabilidad de que ocurra A suman 1.

Puesto que:

$$A \cap A^c = \emptyset \; ; \; y \;\; A \cup A^c = S$$

Luego:

$$P(A^c) + P(A) = 1 \quad \Longrightarrow \quad P(A^c) = 1 - P(A)$$

Evento Imposible

La probabilidad de que ocurra el evento imposible es cero, puesto que es el evento complementario del espacio muestral. Simbólicamente puede expresarse:

$$P(\emptyset) = 0$$

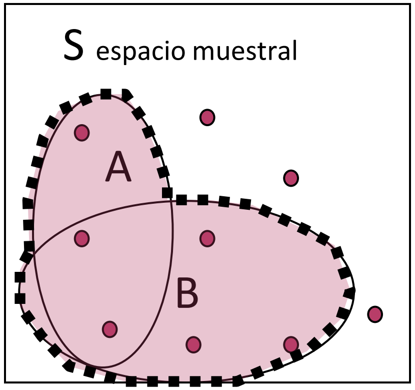
Dado que S y ∅, son disjuntos y exhaustivos, entonces:

$$P(S) + P(\emptyset) = 1$$

y puesto que P(S) = 1

Reglas aditivas

Si A y B son dos eventos cualquiera, entonces
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



Si A y B son dos eventos **mutuamente excluyentes,** entonces: **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$**

Generalización

1) Para tres eventos A, B y C

$P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$

2) Si $A_1, A_2, \ldots, A_k$ son eventos mutuamente excluyentes, entonces

$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_k)$

3) Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ es una partición del espacio muestral S entonces:

$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n) = P(S) = 1$

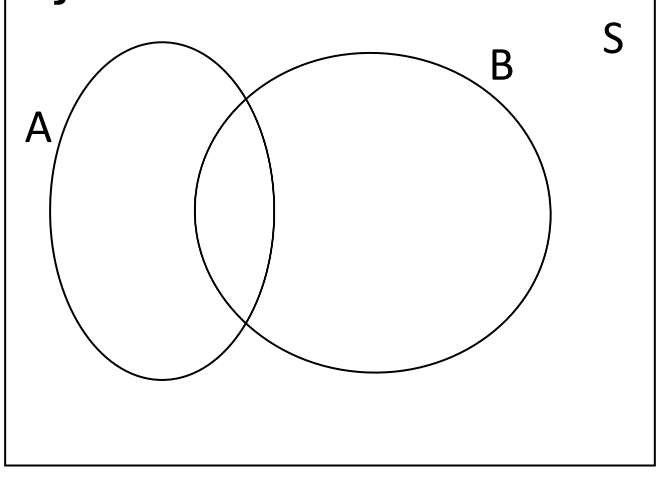
Ejemplo:

Un 15% de los pacientes atendidos en cierto hospital asisten a los consultorios externos por enfermedades crónicas, mientras que el 50% de los pacientes son de barrios cercanos al hospital y un 10% de los pacientes corresponden a consultas por enfermedades crónicas y son pacientes de la zona. Interesa determinar ¿Qué probabilidad hay de que al elegir un paciente al azar sea de la zona o venga por un padecimiento crónico?

Denotemos con:

A = {enfermedad crónica}

B = {paciente de la zona}



Sabemos que:

$$p(A) \ = \ 0{,}15$$
$$p(B) \ = \ 0{,}50$$
$$p(A \cap B) = 0{,}10$$

Entonces, por la propiedad de la suma:

$$p(A \cup B) = 0,50 + 0{,}15 - \ 0{,}10 = 0,55$$

Entonces podemos afirmar que el 55% de los pacientes de este hospital asisten por una dolencia crónica o son de su zona de jurisdicción.

Probabilidad Condicional

A la probabilidad de que un evento **B** se dé cuando se sabe que el evento **A** se ha presentado se llama **probabilidad condicional** y se escribe **P(B\A)** y se lee “ la probabilidad de que **B** ocurra dado que ocurrió **A**”, ó “la probabilidad de **B** dado **A**”

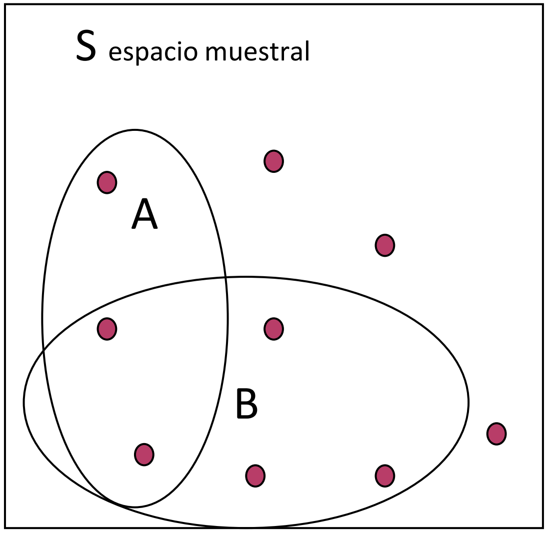
$$P(B \backslash A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad si \; P(A) > 0$$

Ejemplo: En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado Matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos. Elegimos al azar un alumno de esa clase:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés y matemáticas?.
b) Sabiendo que ha aprobado matemáticas, ¿cuál es la probabilidad que haya aprobado inglés?
c) ¿Son independientes lo sucesos “Aprobar matemáticas” y “Aprobar inglés”?

Diagrama de Carrol

	A	A^c
B	$A \cap B$	$B - A$
B^c	**A-B**	$A^c \cap B^c$



A-B=A∩ B^C

	M	NM	total
I	10	6	16
NI	8	6	14
total	18	12	30

P$(\mathrm{M} \cap I) = 10/30$
P(I/M)=P$(\mathrm{M} \cap I)$/P(M)=10/30/18/30=5/9
P(I)=8/15 ???5/9

Diremos que dos eventos son independientes cuando la ocurrencia de uno de ellos no afecta la probabilidad de ocurrencia del otro.

Dos eventos A y B son independientes si y sólo sí $P(B\backslash A) = P(B)$ ó $P(A\backslash B) = P(A)$.
Si se cumple una cualquiera de estas condiciones, luego se cumple la otra.

Reglas multiplicativas

Si en un experimento pueden ocurrir dos eventos **A** y **B**, entonces: $\mathbf{P(A \cap B) = P(A)\ P(B \backslash A)}$

Dos eventos **A** y **B son independientes si y sólo si** $\mathbf{P(A \cap B) = P(A)\ P(B)}$

Generalización

- Si en un experimento, los eventos $A_1, A_2, \ldots, A_k$, pueden ocurrir, entonces:

$$\mathbf{P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)\ P(A_2 \backslash A_1)\ P(A_3 \backslash A_! \cap A_2)\ P(A_4 \backslash A_! \cap A_2 \cap A_3) \ldots P(A_k \backslash\ A_! \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{k-1})}$$

- Si en un experimento, los eventos $A_1, A_2, \ldots, A_k$ son independiente, entonces:

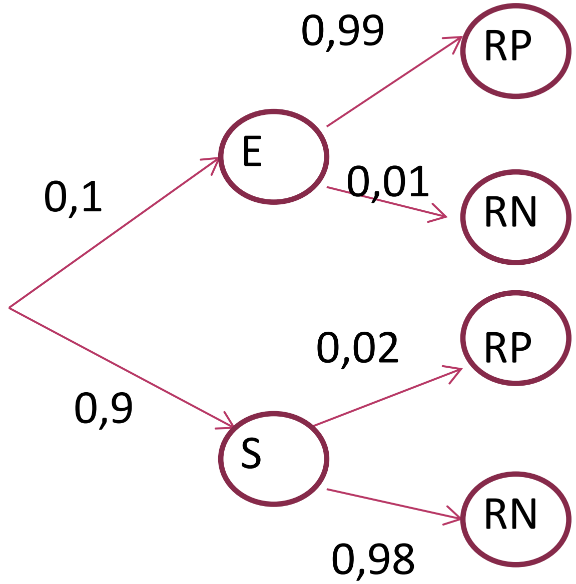
$$\mathbf{P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)\ P(A_2)\ \ldots P(A_k)}$$

Ejemplo:
Supongamos que cierta prueba para detectar la presencia de una enfermedad en un individuo, da resultado positivo (detecta la presencia de la enfermedad) en un individuo enfermo con probabilidad 0.99 y en un individuo sano con probabilidad 0.02 (falso positivo).
Es decir que, dicha prueba no señala la presencia de la enfermedad en un individuo sano con probabilidad 0.98 y no la señala en un individuo enfermo con probabilidad 0.01 (falso negativo).
Se sabe además, el 10% de la población padece esta enfermedad.

Nos preguntamos ahora:
(a) Si se selecciona al azar un individuo de esta población, se le aplica la prueba y el resultado es positivo
i) ¿Cuál es la probabilidad de que realmente padezca la enfermedad?
ii) ¿Cuál es la probabilidad de que no la padezca?
(b) Si se selecciona un individuo de esta población, se le aplica la prueba y el resultado es negativo,
i) ¿Cuál es la probabilidad de que realmente no padezca la enfermedad?
ii) ¿Cuál es la probabilidad de que el test no haya detectado la presencia de la enfermedad?

Nuestros eventos en este ejemplo son:
E: “la persona padece esa enfermedad"
S : “la persona no padece la enfermedad"
RP: “el resultado de la prueba es positivo".
RN: “el resultado de la prueba es negativo"

Construyamos un diagrama de árbol para representar la situación, colocando todas las posibilidades y visualizando la estructura del problema:



Utilizando la regla del producto podemos calcular las probabilidades conjuntas:

$P(E \cap RP) \; = \; P(RP/E)P(E)$ = 0,99*0,1 = 0,099

$P(E \cap RN) \; = \; P(RN/E)P(E)$ = 0,01*0,1 = 0,001

$P(S \cap RP) \; = \; P(RP/S)P(S)$ = 0,02*0,9 = 0,018

$P(S \cap RN) \; = \; P(RN/S)P(S)$ = 0,98*0,9 = 0,882

$$P(E\backslash \mathrm{RP}) = \frac{P(E \cap RP)}{P(RP)} = \frac{0{,}099}{(0{,}099+0{,}018)} = 0{,}8461$$

$$P(S\backslash RP) = \frac{P(S \cap RP)}{P(RP)} = \frac{0{,}018}{(0{,}099+0{,}018)} = 0{,}538$$

Puede observarse que dado un resultado positivo, es mas probable que el paciente este enfermo, veremos luego que esto depende de la incidencia de la enfermedad.

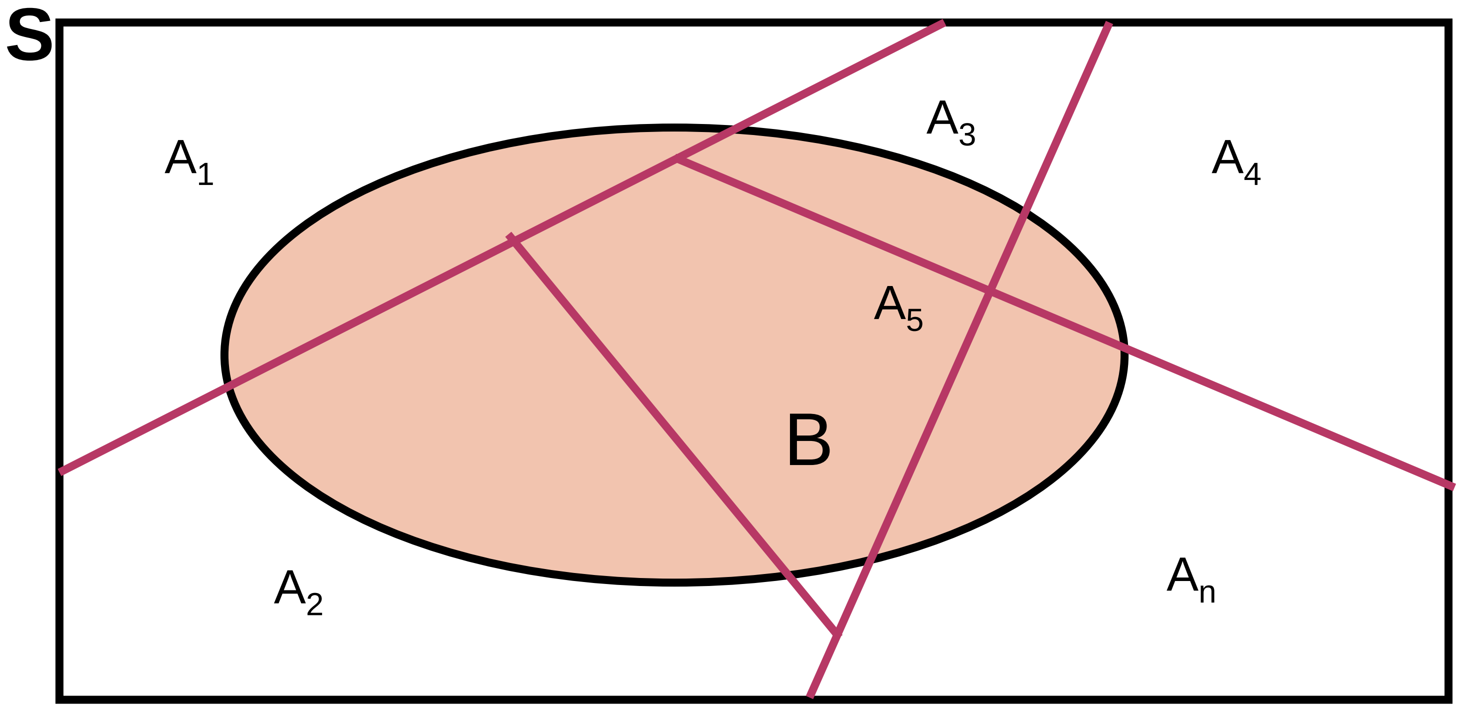
$$P(S\backslash \mathrm{RN}) = \frac{P(S \ \cap \ RN)}{P(RN)}$$

$$P(E\backslash \mathrm{RN}) = \frac{P(E \cap RN)}{P(RN)} = \frac{0{,}001}{(0{,}001 + 0{,}882)} = 0{,}00113$$

Teorema de la probabilidad total

Sean A_1, A_2, A_3..., A_k eventos disjuntos (mutuamente excluyentes), que forman una partición de S. Esto es $A_i \cap A_j = \varnothing$ para toda i y toda j, y además $S = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n$ y sea B cualquier otro suceso.

Entonces, los sucesos $A_1 \cap B$, $A_2 \cap B$, …, $A_k \cap B$ constituyen una partición de B como se puede observar en el siguiente diagrama:



$B = (A_1 \cap B) U (A_2 \cap B) U \ldots U(A_k \cap B)$

$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \ldots + P(A_k \cap B)$

Como $P(A_j \cap B) = P(A_j)\, P(B \backslash A_j)$ $j = 1, 2, \ldots, k$ con $P(Aj) > 0$

$$P(B) = \sum_{j=1}^{k} P(A_j \cap B) = \sum_{j=1}^{k} P(A_j) P(B \backslash A_j)$$

Si los sucesos $A_1, A_2, A_3 \ldots, A_k$ forman una partición del espacio muestral S y $P(Aj)>0$, $j = 1, 2, \ldots, k$; entonces para todo suceso B de S:

$$P(B) = \sum_{j=1}^{k} P(A_j) P(B \backslash A_j)$$

Ejemplo:
En un negocio se reciben artículos de tres proveedores que denominamos A, B y C. De los artículos que provee A el 20% tiene fallas, en B ese porcentaje es el 10% y en C el 8%. Sabemos también que A provee el 50% de la producción y que B y C proveen igual proporción. Queremos saber qué proporción de artículos están fallados.

Datos:

P(F/A)=0,2, P(F/B)=0,1 , P(F/C)=0,08

P(A)=0,5, P(B)= P(C)=0,25

$$P(F) = \text{P(F/A)}P(A)\text{+P(F/B)}P(B) + \text{P(F/C)}P(C)$$

Entonces por la regla del producto

$$P(F \cap A) \ = \ 0{,}2 * 0{,}5 \ = 0{,}1;$$
$$P(F \cap B) = \ 0{,}1 * 0{,}25 \ = \ 0{,}025$$
$$P(F \cap C) = \ 0{,}08 * 0{,}25 \ = \ 0{,}02$$

los fallados son:

$$P(F) \ = \ P(F \cap A) \ + \ P(F \cap B) \ + \ P(F \cap C)$$
$$= \ 0{,}1 \ + \ 0{,}025 \ + \ 0{,}02 \ = \ 0{,}145$$

Teorema de Bayes

Proporciona una forma de determinar la probabilidad de que un efecto o resultado en particular se deba a una causa específica

Supóngase que los sucesos A_1, A_2, A_3..., A_k forman una partición del espacio muestral S y P(Aj)>0, j = 1, 2,…,k; entonces para todo suceso B de S y tal que P(B) > 0 resulta:

$$P\left(A_j \backslash B\right) = \frac{P(A_j \cap B}{P(B)} = \frac{P\left(A_j\right)P(B \backslash A_j)}{\sum_{j=1}^{k} P\left(A_j\right)P(B \backslash A_j)}$$

Retomando el ejemplo del negocio podría interesarnos saber la probabilidad de que el producto pertenezca al proveedor A sabiendo que está fallado.

$$P(A/F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{0,1}{0,145} = 0,6896$$

Que el producto pertenezca a B sabiendo que a fallado?

$$P(B/F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{0,025}{0,145} = 0,172$$

a C?

$$P(C/F) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{0,02}{0,145} = 0,138$$

Ejemplo:
Supongamos que en unas elecciones las probabilidades de que ganen tres partidos A1, A2 y A3 son 0,5; 0,3 y 0,2 respectivamente. Si ganara A1, la probabilidad de que suban los impuestos es 0,8, mientras que en los casos en que salgan elegidos A2 y A3 son 0,2 y 0,5 respectivamente ¿Cuál es la probabilidad de que suban los impuestos?

Ejemplo:
Si se sabe que han subido los impuestos ¿cuál es la probabilidad de que haya ganado el partido A1?

Ejemplo: En una bolsa se han colocado 4 pelotitas blancas y 3 negras, y en una segunda bolsa 3 blancas y 5 negras. Se saca una pelotita de la primera bolsa y sin verla se introduce en la segunda bolsa.

Obtener la probabilidad de que la pelota que se extraiga de esta última bolsa sea negra.

Ejemplo: en una gran área metropolitana se seleccionó una muestra de 500 encuestados para determinar información diversa respecto al comportamiento de los consumidores. Entre las preguntas formuladas fue “¿disfruta comprar ropa?”, de 240 hombres, 136 respondieron que SI; de 260 mujeres 244 respondieron que SI.

Calcular la probabilidad de un encuestado elegido aleatoriamente sea hombre.

Probabilidad de que disfrute de comprar ropa.

Probabilidad de que sea mujer.

Probabilidad de que no disfrute de comprar ropa.

Probabilidad de que sea mujer y disfrute de comprar ropa.

Probabilidad de que sea mujer ó disfrute de comprar ropa.

Probabilidad de que sea hombre ó no disfrute de comprar ropa.

Suponga que el encuestado elegido es una mujer ¿cuál es la probabilidad de que no disfrute de comprar ropa?.

Suponga que el encuestado elegido disfruta de comprar ropa ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?.

¿Disfrutar comprar ropa y el sexo son estadísticamente independientes?.