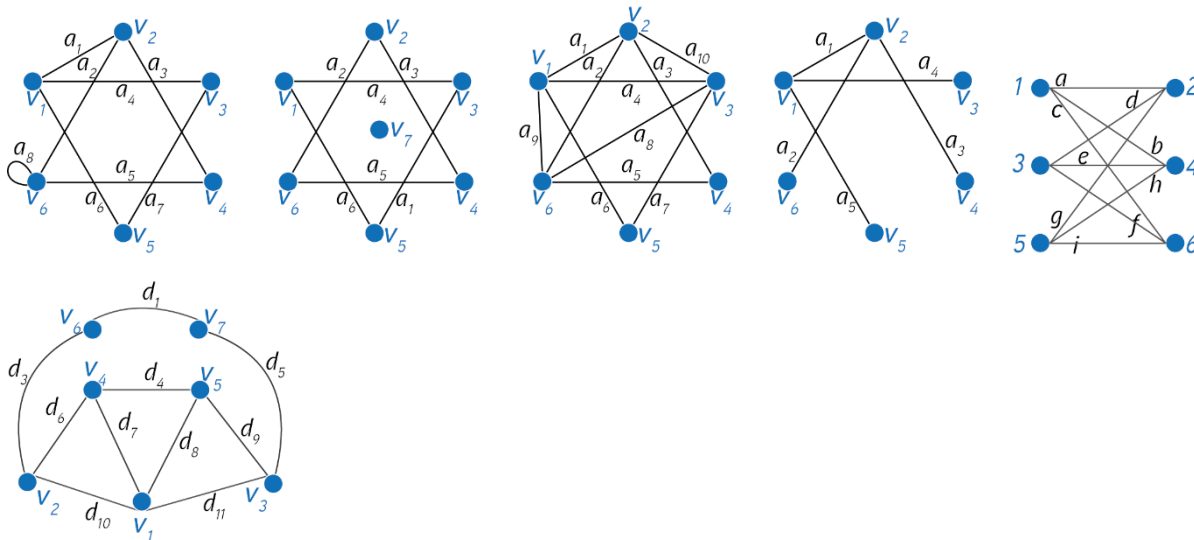


Trabajo Práctico N° 4: Aplicaciones de Grafos

Ejercicios para resolver

1. Observa los grafos y determina la respuesta a las siguientes preguntas (justifica de forma breve y clara y, si es apropiado, menciona por lo menos un ejemplo).
 - a. ¿Es un grafo **plano** o **no aplanable**? Si el grafo es aplanable, dibújalo sin que se crucen las aristas.
 - b. ¿En este grafo se puede aplicar el **teorema de Euler**? En cada caso, verifica el teorema que corresponda.



2. Resolver

- a. La figura 2.a muestra el plano de una casa de un piso. ¿Es posible entrar a la casa desde la habitación A y pasar por cada habitación de la casa exactamente una vez y salir de la casa por la habitación E? Si es posible, indica cual sería el recorrido.
- b. Una ciudad tiene cinco zonas turísticas (a las que identificaremos como 1, 2, 3, 4 y 5) conectadas por pasarelas peatonales y ciclovías. La figura 2.b muestra las conexiones entre las zonas turísticas. ¿Es posible que un turista recorra a pie o en bicicleta todas las zonas turísticas, comenzando y terminando en el mismo punto, utilizando cada pasarela una sola vez? Si es posible, ¿cuál sería el recorrido que debe hacer?
- c. ¿Es posible trazar el patrón completo marcado por las líneas grises sin levantar el lápiz ni retroceder sobre los trazos ya realizados? Las líneas pueden cruzar sólo por los puntos azules.

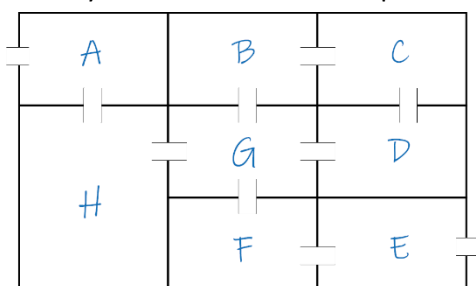


Figura 2.a

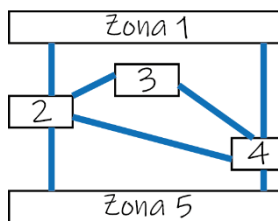
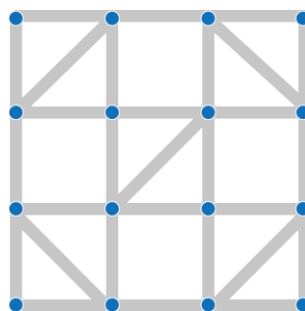
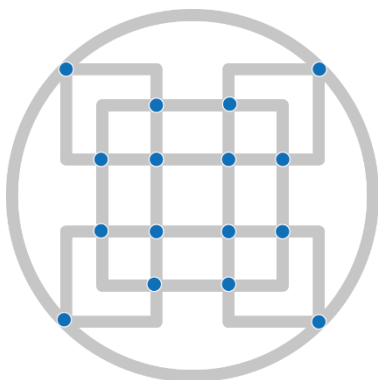


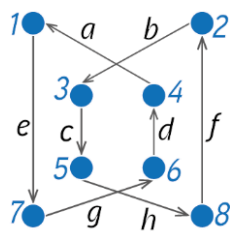
Figura 2.b



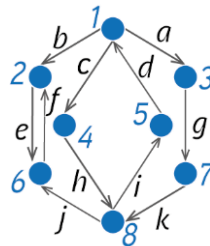
3. Para cada digrafo (grafo dirigido):

- Determina V , A , $|V|$ y $|A|$ y la función de **incidencia dirigida** δ .
- Construye la **matriz de incidencia**.
- Construye la **matriz de adyacencia** de vértices
- Encuentra los **rizos** (si existen).
- Indica los **arcos estrictamente paralelos** (si existen).
- Indica las **fuentes** (si es posible).
- Indica los **sumideros** (si es posible).
- Completa la tabla con los **grados** de cada vértice.
- Verifica los **teoremas** relacionados con la suma de los grados de los vértices.

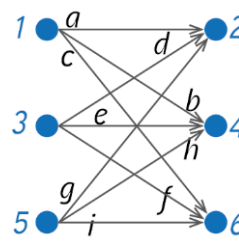
v_i	$g^+(v_i)$	$g^-(v_i)$	$g_n(v_i)$	$g_t(v_i)$
1	$g^+(1)$	$g^-(1)$	$g_n(1)$	$g_t(1)$
...
n	$g^+(n)$	$g^-(n)$	$g_n(n)$	$g_t(n)$
$\sum g(v_i)$				



Digrafo 1.1



Digrafo 1.2

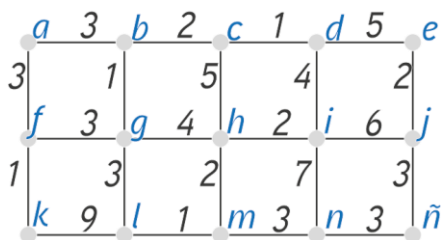


Digrafo 1.3

4. Para cada digrafo del punto anterior:

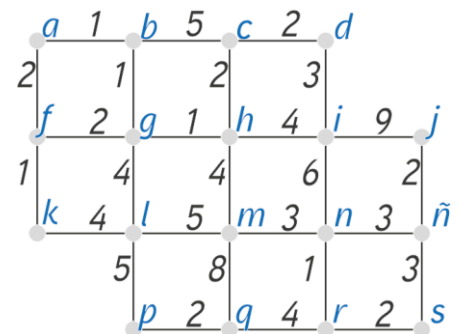
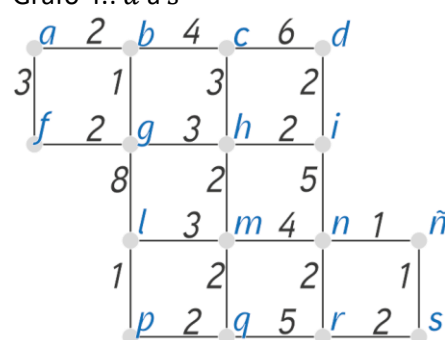
- Indica si el digrafo es un digrafo sencillo (recuerda justificar de forma breve y clara tu respuesta).
- Indica, si existe, un **camino** de longitud 3 desde el vértice 1 hasta el vértice 4.
- Indica, si existe, una **cadena** de longitud 3 desde el vértice 1 hasta el vértice 4.
- Indica, si existe, una **cadena simple** de longitud 3 desde el vértice 1 hasta el vértice 4.
- Indica, si existe, un **ciclo** de longitud 3 desde el vértice 2 hasta el vértice 5.
- Indica, si existe, un **ciclo simple** de longitud 3 desde el vértice 2 hasta el vértice 5.
- Estudia la **conexidad**. ¿Qué conexidad tiene el digrafo (débil, unilateral o fuerte)?
- Dibuja el **grafo subyacente**. ¿Cuál es el número de componentes conexas?

5. Utilizando el Algoritmo de Dijkstra, encuentra el/los camino(s) más corto(s) (todos los que sean posibles) entre el par de vértices indicado.



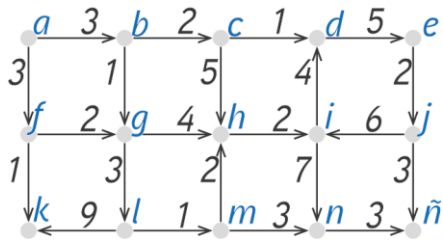
Grafo 4.1: de a a \tilde{n}

Grafo 4.: a a s

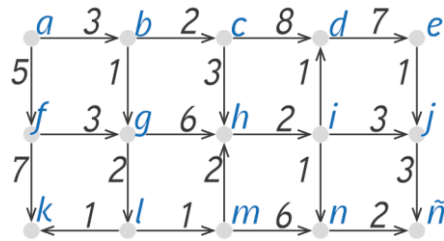


Grafo 4.3: de a a s

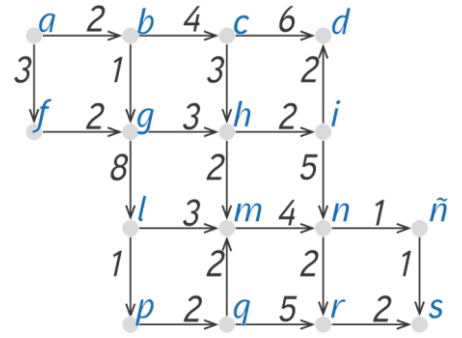
6. Utilizando el Algoritmo de Dijkstra, encuentra el/los camino(s) más corto(s) (todos los que sean posibles) entre el par de vértices indicado.



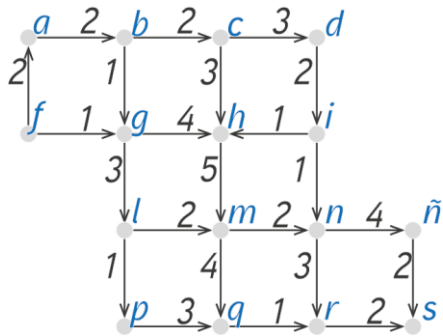
Digrafo 5.1: a de ñ



Digrafo 5.2: de a a ñ



Digrafo 5.3: a a s

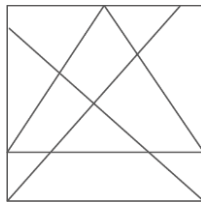


Digrafo 5.4: de a a s

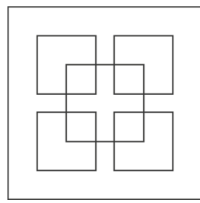
7. Dados los siguientes mapas:

a. Determina el grafo dual.

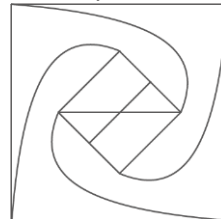
b. Indica el valor del número cromático $\chi()$ del grafo dual y muestra una coloración de ejemplo.



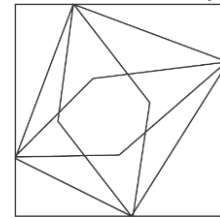
Mapa 6.1



Mapa 6.2



Mapa 6.3



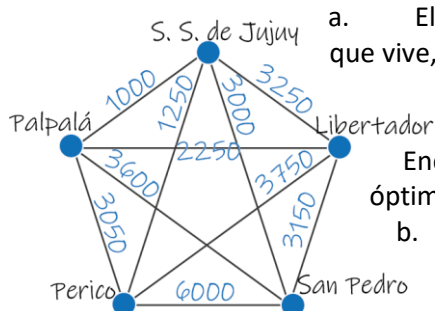
Mapa 6.4

8. Utiliza grafos para plantear y resolver las siguientes situaciones:

- Cinco amigos salen de vacaciones al mismo tiempo y a diferentes lugares. Deciden que al llegar a su destino cada uno de ellos enviará una postal a tres de los restantes. ¿Es posible que cada amigo reciba postales de precisamente los tres amigos a los que él les envió las suyas?
- En la Facultad se desea organizar un festival de cine. Se han seleccionado 10 películas (que se identifican por los números 1, 2, ..., 10). Al no disponer de tiempo suficiente, algunas películas se exhibirán a la misma hora. A los alumnos se les pide que seleccionen las películas que desean ver y el resultado es el siguiente:
 - $\{(1, 6), (1, 5), (2, 5), (2, 8), (2, 3), (3, 4), (3, 10), (4, 7), (4, 9), (6, 7), (7, 9), (7, 10)\}$
- ¿Es posible diseñar un horario que satisfaga las peticiones de todos los alumnos de manera que el número de sesiones sea a lo sumo cuatro y el número de aulas a lo sumo cinco? ¿Cuántas sesiones se necesitarán como mínimo?
- Considerando el mapa que se muestra abajo, se intentan ubicar las torres de celulares de manera que se puedan ubicar económicamente las torres de transmisión para una cobertura máxima. Cada torre de transmisión debe quedar asociada a un canal de transmisión y sólo se tiene cuatro canales disponibles. La idea es eliminar los puntos sin cobertura y asignar un canal diferente donde se produce la superposición del canal. Cada región usará una torre de control con un canal específico y la región, o torre de control, adyacente usará otra torre y otro canal. Encuentre una forma de representar la situación planteada para planear de forma eficiente torres y canales en una red móvil.



9. Resolver:



- Elisa está planeando su próximo viaje de negocios desde San Salvador, la ciudad en la que vive, y ha determinado de viajar entre cualquiera de las cinco ciudades que debe visitar. Esta información está modelada en el grafo completo ponderado que acompaña a esta descripción (el peso de las aristas son los costos en pesos argentinos). Encuentre todas las posibles rutas para el viaje, identificando la ruta óptima para el viaje.

A, F, C

- En un equipo con múltiples procesadores, seis procesadores etiquetados de A a F comparten los bloques de memoria en el espacio de memoria compartida. Dos procesadores no pueden simultáneamente escribir en el mismo bloque. La tabla que se muestra a la derecha contiene la lista de procesadores que van a escribir datos al mismo tiempo en el almacenamiento compartido. ¿Cuántos bloques de memoria diferente serán necesarios?

B, D

F, D, A

B, E

F, C, E