CUARTA EDICION

Operaciones unitarias en INGENIERIA QUIMICA

Warren L. McCabe - Julian C. Smith - Peter Harriott

Mc Graw Hill

OPERACIONES UNITARIAS EN INGENIERIA QUIMICA

Cuarta edición

Warren L. McCabe
North Carolina State University

Julian C. Smith
Cornell University

Peter Harriott
Cornell University

Revisión técnica de la traducción

Elita Guardiola Formento
Fernando Mirada Coronel
Carlos Negro Alvarez
Mercedes Oliet Pala
Francisco Rodríguez Somolinos

McGraw-Hill

MADRID • BUENOS AIRES • CARACAS. GUATEMALA • LISBOA • MEXICO
NUEVA YORK. PANAMA • SAN JUAN • SANTAFE DE BOGOTA • SANTIAGO • BAO PAULO
AUCKLAND • HAMBURGO • LONDRES • MILAN • MONTREAL • NUEVA DELHI
PARIS • SAN FRANCISCO • SIDNEY • SINGAPUR • ST. LOUIS • TOKIO • TORONTO

OPERACIONES UNITARIAS EN INGENIERIA QUIMICA. Cuarta edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.

DERECHOS RESERVADOS © 1991, respecto a la primera edición en español, por McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S. A. U.

Edificio Valrealty, 1.ª planta
Basauri, 17
28023 Aravaca (Madrid)

Traducido de la cuarta edición en inglés de **Unit Operations of Chemical Engineering**

Copyright © MCMLXXXV, por McGraw-Hill, Inc.

ISBN: 0-07-044828-O

ISBN: 84-481-1918-5
Depósito legal: M. 720-1998

Cubierta: Félix Piñuela. Grafismo electrónico
Compuesto en: MonoComp, S. A.
Impreso en: EDIGRAFOS, S. A.

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

CONTENIDO

Prólogo vii

Sección 1 Introducción

1 Definiciones y fundamentos 3

Sección 2 Mecánica de fluidos 23

2 Estática de fluidos y sus aplicaciones 25
3 Fenómenos de flujo de fluidos 41
4 Ecuaciones unitarias en el flujo de fluidos 63
5 Flujo de los fluidos no compresibles en conducciones y capas delgadas 83
6 Flujo de fluidos compresibles 122
7 Flujo de fluidos alrededor de cuerpos sumergidos 147
8 Transporte y medida de fluidos 188
9 Agitación y mezcla de líquidos 242

Sección 3 Transmisión de calor y sus aplicaciones 295

10 Transmisión de calor por conducción en sólidos 299
11 Fundamentos del flujo de calor en fluidos 321
12 Transmisión de calor en fluidos sin cambio de fase 343
13 Transmisión de calor en fluidos con cambio de fase 389
14 Transmisión de calor por radiación 414
15 Equipo para intercambio de calor 445
16 Evaporación 482

Sección 4 Transferencia de materia y sus aplicaciones 521

17 Operaciones de etapas de equilibrio 529
18 Destilación 550
19 Lixiviación y extracción 618
20 Introducción a la destilación multicomponente 651
21 Fundamentos de la difusión y de la transferencia de materia entre fases 678
22 Absorción de gases 717
23 Operaciones de humidificación 767
24 Adsorción 797
25 Secado de sólidos 821

Sección 5 Operaciones en las que intervienen partículas de sólidos 867

26 Propiedades y tratamiento de partículas sólidas 869
27 Reducción de tamaño 890

28	Cristalización	925
29	Mezclado de sólidos y pastas	968
30	Separaciones mecánicas	987
	Apéndices	1059
Apéndice 1	Prefijos Cgs y SI para múltiplos y submúltiplos	1061
2	Valores de la constante de los gases	1062
3	Factores de conversión y constantes universales	1063
4	Análisis dimensional	1065
5	Grupos adimensionales	1071
6	Dimensiones, capacidades y pesos de tuberias normalizadas de acero	1073
7	Datos sobre tubos de condensadores y cambiadores de calor	1074
8	Propiedades del vapor de agua saturado y del agua	1075
9	Viscosidad de gases	1077
10	Viscosidad de líquidos	1079
11	Conductividad calorifica de metales	1081
12	Conductividad calorífica de gases y vapores	1082
13	Conductividad calorifica de líquidos distintos del agua	1083
14	Propiedades del agua líquida	1084
15	Calores específicos de gases	1085
16	Calores especificos de líquidos	1086
17	Números de Prandtl para gases a 1 atm y 100 °C	1087
18	Números de Prandtl para líquidos	1088
19	Difusividades y números de Schmidt para gases en aire a 0 °C y 1 atm	1089
20	Escala de tamices estándar y Tyler	1090
21	Constantes de equilibrio (valores K) para sistemas de hidrocarburos ligeros. Correlación generalizada, intervalo de baja temperatura	1092
22	Constantes de equilibrio (valores K) para sistemas de hidrocarburos ligeros. Correlación generalizada, intervalo de alta temperatura	1093
	Indice	1095

PROLOGO

Este libro es un texto de iniciación a las operaciones unitarias en ingeniería química. Ha sido escrito para estudiantes no graduados que han completado los cursos normales de matemáticas, fisica, química y una introducción a la ingeniería química. Se supone que 10s estudiantes poseen un conocimiento elemental de balances de materia y energía, así como de los principios de termodinámica.

Tanto en la estructura como en el nivel de tratamiento, esta edición revisada sigue el modelo de ediciones anteriores. Se dedican capítulos separados a cada una de las operaciones, que se agrupan en cuatro secciones fundamentales: mecánica de fluidos, transmisión de calor, etapas de equilibrio y transferencia de materia, y operaciones en las que intervienen partículas sólidas. Cursos de un cuatrimestre o de un semestre pueden basarse en cualquiera de estas secciones o en combinaciones de las mismas.

Los límites del libro están fijados por el espacio y el nivel del tratamiento. Muchas de las operaciones menos convencionales, tales como separaciones con membranas, molienda coloidal, congelación y métodos especializados de separaciones mecánicas, se han omitido por motivos de espacio. Otros temas importantes se han dejado fuera debido a que un adecuado tratamiento de los mismos aumentaría el nivel del libro hasta un punto inaccesible para la mayor parte de los estudiantes no graduados. Por estas razones, el flujo de dos fases, los modelos de flujo tridimensional, los efectos eléctricos y magnéticos, así como las separaciones multicomponentes, o bien se han omitido o se tratan tan sólo ligeramente. Se ha hecho un esfuerzo por mantener un nivel de tratamiento uniforme a lo largo de todo el libro.

Puesto que, de una forma casi general, los estudiantes de ingeniería química siguen un curso de balances de materia y energía durante el primer o segundo año, el material sobre estos temas se ha,suprimido casi totalmente del Capítulo 1. La termodinámica también se cubre por otros cursos de ingeniería química y, en consecuencia, se ha omitido un capítulo sobre equilibrio entre fases, si bien en

otros capítulos se ha incluido algo sobre los diagramas de fases que se requieren para el tratamiento de diferentes separaciones. Ya no se incluye el método de Ponchon para la estimación de etapas de equilibrio, puesto que raramente se utiliza en la práctica; para separaciones sencillas resulta totalmente adecuado el método de McCabe-Thiele y para separaciones más complejas se utilizan procedimientos de cálculo con ordenador.

Se ha incorporado un nuevo capítulo sobre absorción, una operación que está ganando importancia, especialmente en el control de la contaminación. Se ha introducido nuevo material sobre fluidización, transmisión de calor en lechos de relleno, filtros de clarificación, y sobre muchas otras materias. Los capítulos sobre destilación, absorción de gases y secado se han reorganizado totalmente. La simulación por ordenador se trata en las áreas de destilación de sistemas multicomponentes y en la reducción de tamaños de sólidos. Todo el tratamiento se ha revisado y puesto al día de acuerdo con los conocimientos actuales.

Los sistemas de unidades se tratan en el Capítulo 1. La conversión a unidades SI dista mucho de ser completa en la práctica de ingeniería, y una gran parte de la información disponible está dada en unidades fps o cgs. Por tanto, el ingeniero debe estar familiarizado con los tres sistemas de unidades, y todas ellas se utilizan en este libro, con especial énfasis en los sistemas SI y fps. Como podrá apreciarse, la gran mayoria de ecuaciones y correlaciones son adimensionales y pueden utilizarse con cualquier conjunto de unidades consistentes.

Los problemas propuestos al final de los capítulos totalizan un número de 239, de los cuales 85 son nuevos en esta edición. Su dificultad es variable, pero todos ellos están basados en material de este libro, de forma que prácticamente todos se pueden resolver sin utilizar otras fuentes de información. La mayoria se pueden resolver con ayuda de una calculadora manual, y solamente unos pocos del Capítulo 27 sobre reducción de tamaños requieren programas de cálculo para su resolución.

El autor de más edad, el doctor Warren L. McCabe, murió en agosto de 1982, cuando la preparación de esta edición se encontraba aproximadamente por la mitad. El contribuyó mucho a la primera parte de esta edición y estaba totalmente de acuerdo sobre los cambios a realizar en los demás capítulos. Este libro está dedicado a su memoria.

JULIAN C. SMITH
PETER HARRIOTT

SECCION
UNA

INTRODUCCION

CAPITULO
UNO

DEFINICIONES Y FUNDAMENTOS

La ingeniería química trata de procesos industriales en los que las materias primas se transforman o separan en productos útiles. El ingeniero químico tiene que desarrollar, diseñar y llevar a cabo el proceso, así como el equipo utilizado en el mismo. Tiene que elegir las materias primas adecuadas y hacer operar las plantas con eficacia, seguridad y economía, teniendo en cuenta que sus productos han de cumplir las condiciones exigidas por los consumidores. Lo mismo que la ingeniería en general, la ingeniería química es también un arte y una ciencia. El ingeniero utilizará la ciencia siempre que le permita resolver sus problemas. Sin embargo, en la mayor parte de los casos, la ciencia no es capaz de proporcionarle una solución completa, y entonces tendrá que recurrir a la experiencia y a su buen criterio. Su capacidad profesional depende de esta habilidad para combinar todas las fuentes de información con el fin de obtener soluciones prácticas a los problemas que se le presenten.

La amplitud y variedad de los procesos e industrias que reclaman los servicios de los ingenieros químicos son muy grandes. Los procesos descritos en los tratados de tecnología química e industrias de proceso permiten tener una idea bastante completa del campo que abarca la ingeniería química[6]†.

Debido a la variedad y complejidad de los procesos modernos no resulta práctico abarcar toda la materia que comprende la ingeniería química bajo una sola denominación, sino que se divide arbitrariamente en una serie de sectores adecuados. Este libro comprende la parte de ingeniería química que se conoce con el nombre de operaciones unitarias.

OPERACIONES UNITARIAS

Un método muy conveniente para organizar la materia de estudio que abarca la ingeniería química se basa en dos hechos: (1) Aunque el número de procesos

† Los superíndices numéricos que aparecen en el texto corresponden a las referencias bibliográficas numeradas que figuran al final de cada capítulo.

individuales es muy grande, cada uno de ellos puede dividirse en una serie de etapas, denominadas operaciones, que se repiten a lo largo de los distintos procesos. (2) Las operaciones individuales poseen técnicas comunes y se basan en los mismos principios científicos. Por ejemplo, en la mayor parte de los procesos es preciso mover sólidos y fluidos, transmitir calor u otras formas de energía desde una sustancia a otra, y realizar operaciones tales como secado, molienda, destilación y evaporación. El concepto de operación unitaria es el siguiente: mediante el estudio sistemático de estas operaciones en sí -operaciones que evidentemente constituyen la trama de la industria y los procesos- se unifica y resulta más sencillo el tratamiento de todos los procesos.

Los aspectos estrictamente químicos de los procesos se estudian dentro de un campo paralelo de la ingeniería química denominado cinética de reacción, o ingeniería de las reacciones químicas. Las operaciones básicas se utilizan ampliamente en la realización de las etapas físicas de preparación de los reactantes, separación y purificación de los productos, recirculación de los reactantes no convertidos y control de la transferencia de energía hacia o desde los reactores químicos.

Las operaciones unitarias son igualmente aplicables a procesos fisicos y químicos. Por ejemplo, la fabricación de sal común consta de la siguiente serie de operaciones básicas: transporte de sólidos y líquidos, transmisión de calor, evaporación, cristalización, secado y tamizado. En este caso no intervienen reacciones químicas. Por otra parte, el ***cracking*** de petróleo, con o sin catalizadores, es una típica reacción química realizada a gran escala. También aquí las operaciones unitarias -transporte de sólidos y fluidos, destilación y diversas separaciones mecánicas- son de una importancia vital y la reacción de ***cracking*** no podría realizarse sin ellas. Las etapas estrictamente químicas se llevan a cabo controlando el flujo de materia y energía hacia y desde la zona de reacción.

Puesto que las operaciones básicas son una rama de la ingeniería, éstas se basan igualmente en la ciencia y la experiencia. Hay que combinar la teoría y la práctica para diseñar el equipo, construirlo, montarlo, hacerlo funcionar y conservarlo. Para un estudio equilibrado de cada operación es preciso considerar conjuntamente la teoría y los aparatos, lo cual constituye el objetivo de este libro.

Fundamentos científicos de las operaciones unitarias. Diversas técnicas y principios científicos son fundamentales para el estudio de las operaciones básicas. Algunos de ellos son leyes elementales de fisica y química, mientras que otros corresponden a técnicas especiales que resultan particularmente útiles en ingeniería química. Se supone que el lector está familiarizado con los principios elementales, de los cuales se hace aquí solamente un breve resumen a título informativo. A las técnicas especiales se les dedica en este capítulo un tratamiento más amplio. En los lugares adecuados del libro se consideran otros aspectos de la ingeniería.

SISTEMAS DE UNIDADES

El sistema internacional oficial de unidades es el sistema SI (Système International d'unités); se realizan grandes esfuerzos para su adopción universal como

único sistema, tanto para las materias de ingeniería como científicas, pero los sistemas antiguos, especialmente el sistema cgs y el de ingeniería gravitacional fps, todavía se usan y probablemente seguirán utilizándose durante algún tiempo. El ingeniero químico encuentra muchos datos fisicoquímicos expresados en unidades cgs, muchos de los cálculos se realizan de una forma más conveniente en unidades fps; por otra parte, las unidades SI alcanzan un uso creciente, tanto en ciencia como en ingeniería. Por tanto, es necesario estar familiarizado con el manejo de estos tres sistemas.

En el tratamiento que sigue se estudia primeramente el sistema SI y posteriormente se derivan los demás sistemas a partir de él. Sin embargo, el proceso histórico ha sido el contrario, ya que las unidades SI han evolucionado a partir del sistema cgs. Debido a la creciente importancia del sistema SI, debiera tener lógicamente la preferencia; si, con el tiempo, los demás sistemas quedan desfasados, se podrían ignorar y utilizar entonces exclusivamente el sistema SI.

Magnitudes físicas

Toda magnitud física consta de dos partes: una unidad, que expresa la magnitud de que se trata y da la norma para su medida, y un número que indica cuántas unidades se necesitan para completar la magnitud. Por ejemplo, la afirmación de que la distancia entre dos puntos es 8 pies expresa lo siguiente: que se ha medido una determinada longitud; que para medirla se ha tomado una cierta longitud de referencia llamada pie; y que para cubrir la distancia desde un extremo hasta el otro se necesitan 8 unidades de 1 pie. Si un número entero de unidades resulta demasiado grande o demasiado pequeño para cubrir una determinada distancia, se definen submúltiplos, que son fracciones de la unidad, de forma que la medida se puede realizar con cualquier grado de precisión en función de unidades fraccionarias. Ninguna magnitud física está definida mientras no estén dadas tanto el número como la unidad.

Unidades SI

El sistema SI cubre todo el campo de la ciencia y la ingeniería, incluyendo electromagnetismo e iluminación. Para los fines de este libro es suficiente un subconjunto de unidades SI comprendiendo química, fuerzas gravitatorias, mecánica y termodinámica. Las unidades son deducibles de: (1) cuatro proporcionalidades de química y física, (2) referencias arbitrarias de masa, longitud, tiempo, temperatura y el mol, y (3) elecciones arbitrarias para los valores numéricos de dos constantes de proporcionalidad.

Ecuaciones unitarias. Las proporcionalidades unitarias, escrita cada una como una ecuación con su propio factor de proporcionalidad, son

$$F = k_1 \frac{d}{dt} (mu) \tag{1.1}$$

$$F = k_2 \frac{m_a m_b}{r^2} \tag{1.2}$$

$$Q_c = k_3 W_c \tag{1.3}$$

$$T = k_4 \lim_{p \to 0} \frac{pV}{m} \tag{1.4}$$

donde†

F = fuerza
t = tiempo
m = masa
u = velocidad
r = distancia
W_c = trabajo
Q_c = calor
p = presión
V = volumen
T = temperatura absoluta termodinámica
k_1, k_2, k_3, k_4 = factores de proporcionalidad

La Ecuación (1.1) es la segunda ley de Newton del movimiento que expresa la proporcionalidad entre la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula de masa m y el aumento con el tiempo de la cantidad de movimiento de la partícula en la dirección de la fuerza resultante.

La Ecuación (1.2) es la ley de Newton de la gravitación que expresa la fuerza de atracción entre dos partículas de masas m_a y m_b separadas entre sí una distancia r.

La Ecuación (1.3) es el enunciado del primer principio de termodinámica. Establece la proporcionalidad entre el trabajo realizado por un sistema cerrado durante un ciclo y el calor absorbido por el sistema durante el mismo ciclo.

La Ecuación (1.4) establece la proporcionalidad entre la temperatura absoluta termodinámica y el límite, para presión cero, del producto presión-volumen de una masa definida de cualquier gas.

Cada una de las ecuaciones establece que si se dispone de medios para medir los valores de todas las variables de la ecuación y se calcula el valor de *k,* dicho valor es constante y solamente depende de las unidades utilizadas en la medida de las variables de la ecuación.

Patrones. Por un acuerdo internacional se han lijado arbitrariamente los patrones para las magnitudes de masa, longitud, tiempo, temperatura y mol, que constituyen las *unidades base* del sistema SI. A continuación se relacionan los patrones ordinariamente utilizados.

El patrón de masa es el kilogramo (kg), definido como la masa del kilogramo internacional, un cilindro de platino que se conserva en Sèvres (Francia).

† **Al final de cada capítulo se presenta una lista de símbolos.**

El patrón de longitud es el metro (m), definido? como 1 650 763,73* longitudes de onda de una cierta línea espectral emitida por el ^{86}Kr.

El patrón de tiempo es el segundo (s), definido como 9 192 631,770* ciclos de frecuencia de una cierta transición cuántica de un átomo de ^{133}Ce.

El patrón de temperatura es el kelvin (K); se define asignando el valor 273,16* K a la temperatura del agua pura en su punto triple, la única temperatura a la que el agua líquida, el hielo y el vapor de agua pueden coexistir en equilibrio.

El mol se define[4] como la cantidad de sustancia que comprende tantas unidades elementales como las que hay en 12* g de ^{12}C. La definición del mol es equivalente a la afirmación de que la masa de un mol de una sustancia pura, en gramos, es numéricamente igual a su peso atómico calculado a partir de la tabla patrón de pesos atómicos, en la cual el peso atómico del carbono es 12,01115. Este número es diferente de 12* debido a que está aplicado a la mezcla isotópica natural de carbono en vez de a ^{12}C puro.

Evaluación de constantes. A partir de los patrones básicos se miden los valores de m, m_a y m_b de las Ecuaciones (1.1) y (1.2) en kilogramos, r en metros y u en metros por segundo. Las constantes k_1 y k_2 no son independientes, sino que están relacionadas entre sí eliminando F de las Ecuaciones (1.1) y (1.2). De esta forma se obtiene

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{d(mu)/dt}{m_a m_b / r^2}$$

Tanto k_1 como k_2 se pueden lijar arbitrariamente. Por tanto, las demás constantes es preciso obtenerlas por experimentos en los cuales las fuerzas calculadas por la Ecuación (1.1) se comparan con las fuerzas gravitacionales calculadas por la Ecuación (1.2). En el sistema SI, k_1 se fija como la unidad y k_2 se obtiene experimentalmente. Por tanto, la Ecuación (1.1) se transforma en

$$F = \frac{d}{dt}(mu) \tag{1.5}$$

La fuerza definida por la Ecuación (1.5) y también utilizada en la Ecuación (1.2) recibe el nombre de *newton* (N). A partir de la Ecuación (1.5),

$$1\ \text{N} \equiv 1\ \text{kg-m/s}^2 \tag{1.6}$$

La constante k_2 se representa por G y recibe el nombre de *constante gravitacional.* Su valor experimental, tal como ha sido aceptado por el United States Bureau of Standards[4], es

$$G = 6{,}6732 \times 10^{-11}\ \text{N-m}^2/\text{kg}^2 \tag{1.7}$$

† El asterisco detrás de cada número indica que dicho número es exacto por definición.

Trabajo, energía y potencia. En el sistema SI, tanto el trabajo como la energía se miden en newton-metros, una unidad llamada julio (J), de forma que

$$1 \text{ J} \equiv 1 \text{ N-m} = 1 \text{ kg-m}^2/\text{s}^2 \tag{1.8}$$

La potencia se mide en julios por segundo, una unidad llamada *watio* (W).

Calor. La constante k_3 de la Ecuación (1.3) se puede fijar arbitrariamente. En el sistema SI se toma, al igual que k_1, como la unidad. La Ecuación (1.3) se transforma en

$$Q_c = W_c \tag{1.9}$$

Tanto el calor como el trabajo se miden en julios.

Temperatura. La magnitud pV/m en la Ecuación (1.4) se puede medir en $(\text{N/m}^2)(\text{m}^3/\text{kg})$, o J/kg. Con un gas arbitrariamente elegido, esta magnitud se puede determinar midiendo p y V de m kg de gas sumergido en un termostato. En este experimento solamente es necesaria la constancia de la temperatura, pero no su valor. Los valores de pV/m para diferentes presiones y temperatura constante se pueden extrapolar a presión cero para obtener el valor límite que se requiere en la Ecuación (1.4) para la temperatura del termostato. Para el caso especial de que el termostato contenga agua a su punto triple, el valor límite se representa $(pV/m)_0$. Para este experimento la Ecuación (1.4) conduce a

$$273,16 = k_4 \lim_{p \to 0} \left(\frac{pV}{m} \right)_0 \tag{1.10}$$

Para un experimento a la temperatura T K se puede utilizar la Ecuación (1.4) para eliminar k_4 de la Ecuación (1.10), dando

$$T \equiv 273,16 \frac{\lim_{p \to 0} (pV/m)_T}{\lim_{p \to 0} (pV/m)_0} \tag{1.11}$$

La Ecuación (1.11) es la definición de la escala Kelvin de temperatura a partir de las propiedades experimentales presión-volumen de un gas real.

Temperatura Celsius. En la práctica, las temperaturas se expresan en la escala Celsius, en la cual el punto cero se toma como el punto de fusión del hielo, definido como la temperatura de equilibrio de hielo y aire saturado de vapor de agua a la presión de una atmósfera. Experimentalmente se encuentra que el punto del hielo es 0,01 K inferior al punto triple del agua y, por tanto, es 273,15 K. La temperatura Celsius (°C) está definida por

$$T \text{ °C} \equiv T \text{ K} - 273,15 \tag{1.12}$$

En la escala Celsius, la temperatura experimentalmente medida del vapor de agua, que es el punto de ebullición del agua a la presión de una atmósfera, es 100,00 °C.

Unidades decimales. En el sistema SI se define una sola unidad para cada magnitud, pero se reconocen múltiplos y submúltiplos decimales con nombres propios. Se relacionan en el Apéndice 1. El tiempo puede expresarse en unidades decimales: minutos (min), horas (h), o días (d).

Gravedad patrón. Para ciertos fines se utiliza la aceleración de la caída libre en el campo gravitatorio terrestre. A partir de deducciones basadas en la Ecuación (1.2), esta magnitud, que se representa por g, es casi constante. Varía ligeramente con la latitud y con la altura sobre el nivel del mar. Para cálculos precisos se ha establecido un patrón arbitrario g_n definido por

$$g_n \equiv 9{,}80665^* \text{ m/s}^2 \tag{1.13}$$

Unidades de presión. La unidad de presión en el sistema SI es el newton por metro cuadrado. Esta unidad, llamada *pascal* (Pa), resulta excesivamente pequeña y también se utiliza un múltiplo llamado ***bar,*** definido por

$$1 \text{ bar} \equiv 1 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \tag{1.14}$$

Una unidad de presión empírica más frecuente, utilizada con todos los sistemas de unidades, es la ***atmósfera estándar*** (atm), definida por

$$1 \text{ atm} \equiv 1{,}01325^* \times 10^5 \text{ Pa} = 1{,}01325 \text{ bars} \tag{1.15}$$

Unidades CGS

El más antiguo sistema centímetro-gramo-segundo (cgs) se puede deducir a partir del sistema SI tomando ciertas decisiones arbitrarias.

El patrón de masa es el gramo (g), definido por†

$$1 \text{ g} \equiv 1 \times 10^{-3} \text{ kg} \tag{1.16}$$

El patrón de longitud es el centímetro (cm), definido por ‡

$$1 \text{ cm} \equiv 1 \times 10^{-2} \text{ m} \tag{1.17}$$

Los patrones de tiempo, temperatura y el mol no se modifican.

† Véase Apéndice 1.
‡ Véase Apéndice 1.

Como en el sistema SI, la constante k_1 de la Ecuación (1.1) está fijada como la unidad. La unidad de fuerza recibe el nombre de ***dina*** (din), definida por

$$1 \text{ dina} \equiv 1 \text{ g-cm/s}^2 \tag{1.18}$$

La unidad de energía y de trabajo es el ***ergio*** definido por

$$1 \text{ ergio} \equiv 1 \text{ dina-cm} = 1 \times 10^{-7} \text{ J} \tag{1.19}$$

La constante k_3 de la Ecuación (1.3) no es la unidad. Una unidad de calor, llamada ***caloría*** (cal), se utiliza para convertir en ergios la unidad de calor. La constante $1/k_3$ se sustituye por J, que representa el llamado equivalente mecánico de calor y se mide en julios por caloría. La Ecuación (1.3) se transforma en

$$W_c = JQ_c \tag{1.20}$$

Se han definido dos calorías diferentes[4]. La ***caloría termoquímica*** (cal), utilizada en química, se define por

$$1 \text{ cal} \equiv 4{,}1840* \times 10^7 \text{ ergios} = 4{,}1840* \text{ J} \tag{1.21}$$

La ***caloría de las tablas internacionales del vapor de agua*** (cal,,), utilizada en ingeniería, se define por

$$1 \text{ cal,,} \equiv 4{,}1868* \times 10^7 \text{ ergios} = 4{,}1868* \text{ J} \tag{1.22}$$

La caloría se define de tal forma que el calor específico del agua es aproximadamente 1 cal/g-°C.

La aceleración normal de la caída libre, en unidades cgs, es

$$g_n \equiv 980{,}665 \text{ cm/s}^2 \tag{1.23}$$

Constante de los gases

Si la masa se mide en kilogramos, o gramos, la constante k_4 de la Ecuación (1.4) difiere de un gas a otro. Pero cuando se utiliza el concepto de mol como una unidad de masa, k_4 puede sustituirse por la constante universal de los gases ***R,*** que, según la ley de Avogadro, es la misma para todos los" gases. El valor numérico de ***R*** depende solamente de las unidades elegidas para las magnitudes energía, temperatura y masa. Por tanto, la Ecuación (1.4) se expresa en la forma

$$\lim_{p \to 0} \frac{pV}{nT} = R \tag{1.24}$$

donde n es el número de moles. Esta ecuación se aplica también a mezclas de

gases si n es el número total de moles de todas las especies moleculares que forman el volumen V.

El valor experimental aceptado de R es[4]

$$R = 8{,}31434 \text{ J/K-mol} = 8{,}31434 \times 10^7 \text{ ergs/K-mol} \tag{1.25}$$

En el Apéndice 2 se dan valores de R en otras unidades de energía, temperatura y masa.

Aunque el mol se define como una masa en gramos, el concepto de mol se puede extender fácilmente a otras unidades de masa. Así, el kilogramo mol (kgmol) es el habitual peso molecular o atómico en kilogramos, y la libra mol (lb mol) representa el mismo concepto para libras. Cuando no se especifica la unidad de masa se sobreentiende que se trata de moles gramo. El peso molecular M es exclusivamente un número.

Unidades de ingeniería FPS

En los países de habla inglesa se ha utilizado ampliamente, tanto en actividades comerciales como en ingeniería, el sistema gravitacional de unidades, no decimal. El sistema puede derivarse del sistema SI tomando alguna de las siguientes decisiones.

El patrón de masa es la libra (lb), definida por

$$1 \text{ lb} \equiv 0{,}45359237* \text{ kg} \tag{1.26}$$

El patrón de longitud es la pulgada (pulg), delinida como $2{,}54*$ cm. Esto equivale a definir el pie (pie) como

$$1 \text{ pie} \equiv 2{,}54 \times 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 0{,}3048* \text{ m} \tag{1.27}$$

El patrón de tiempo sigue siendo el segundo (s).

La escala termodinámica de temperatura recibe el nombre de escala Rankine, en la que la temperatura se representa por °R y se define por

$$1\ ^\circ\text{R} \equiv \frac{1}{1{,}8}\ \text{K} \tag{1.28}$$

El punto del hielo en la escala Rankine es $273{,}15 \times 1{,}8 = 491{,}67$ °R.

La escala análoga de la Celsius es la escala Fahrenheit, en la que las lecturas se representan por °F. Se deriva de la escala Rankine, tomando su punto cero exactamente 32 °F por debajo del punto del hielo en la escala Rankine, de forma que

$$T\ ^\circ\text{F} \equiv T\ ^\circ\text{R} - (491{,}67 - 32) = T\ ^\circ\text{R} - 459{,}67 \tag{1.29}$$

La relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit viene dada por la ecuación exacta

$$T\ °\text{F} = 32 + 1{,}8\ °\text{C} \tag{1.30}$$

A partir de esta ecuación, las diferencias de temperatura están relacionadas por

$$\Delta T\ °\text{C} = 1{,}8\,\Delta T\ °\text{F} = \text{ATK} \tag{1.31}$$

El punto del vapor de agua es 212,00 "F.

Libra fuerza. El sistema fps se caracteriza por una unidad gravitacional de fuerza llamada ***libra fuerza*** (Ib,). La unidad se define de tal forma que la aceleración normal de la gravedad ejerce una fuerza de una libra sobre la masa de una libra. La aceleración normal de la caída libre en unidades fps, con cinco cifras significativas, es

$$g_n = \frac{9{,}80665\ \text{m/s}^2}{0{,}3048\ \text{m/pies}} = 32{,}174\ \text{pies/s}^2 \tag{1.32}$$

La libra fuerza se define por

$$1\ \text{lb}_f \equiv 32{,}174\ \text{lb-pies/s}^2 \tag{1.33}$$

Por tanto, la Ecuación (1.1) da

$$F\ \text{lb}_f \equiv \frac{d(mu)/dt}{32{,}174}\ \text{lb-pies/s}^2 \tag{1.34}$$

La Ecuación (1.1) también se puede escribir con $1/g_c$ en vez de k_1:

$$F = \frac{d(mu)/dt}{g_c} \tag{1.35}$$

La comparación de las Ecuaciones (1.34) y (1.35) muestra que para preservar tanto la igualdad numérica como la consistencia de las unidades es necesario definir g_c, el llamado ***factor de proporcionalidad de la ley de Newton para la unidad de fuerza gravitacional***

$$g_c \equiv 32{,}174\ \text{lb-pies/s}^2\text{-lb}_f \tag{1.36}$$

La unidad de trabajo y de energía mecánica en el sistema fps ***es*** el ***pie-libra fuerza*** (pies-lb_f). La potencia se mide por medio de una unidad empírica, el ***caballo de vapor*** (CV), definido por

$$1\ \text{CV} \equiv 550\ \text{pies-lb}_f\text{/s} \tag{1.37}$$

La unidad de calor *es* la ***unidad británica de calor*** (Btu), definida por la relación implícita

$$1 \text{ Btu/lb-°F} \equiv 1 \text{ cal}_{IT}/\text{g-°C} \tag{1.38}$$

Como en el sistema cgs, la constante k_3 de la Ecuación (1.3) se sustituye por $1/J$, donde J es el equivalente mecánico del calor, igual a 778,17 pies-lb_f/Btu.

La definición del Btu requiere que el valor numérico del calor específico sea el mismo en ambos sistemas y que en cada caso el calor específico del agua sea aproximadamente l,O.

Conversión de unidades

Puesto que se utilizan habitualmente tres sistemas de unidades, con frecuencia es necesario convertir magnitudes de un sistema a otro, lo cual se lleva a cabo utilizando factores de conversión. Solamente se requieren los factores de conversión definidos para las unidades de base, puesto que los factores de conversión para todas las demás unidades se pueden calcular a partir de ellos. Las interconversiones entre los sistemas SI y cgs son sencillas. Ambos utilizan los mismos patrones para tiempo, temperatura y el mol, y solamente se necesitan las conversiones decimales definidas por las Ecuaciones (1.16) y (1.17). Los sistemas SI y fps también utilizan el segundo como patrón de tiempo, de forma que tres factores de conversión definidos para masa, longitud y temperatura por las Ecuaciones (1.26), (1.27) y (1.28), respectivamente, son suficientes para todas las conversiones de unidades entre estos dos sistemas.

El Ejemplo 1.1 muestra cómo se calculan factores de conversión a partir de los números exactos utilizados en las definiciones de las unidades de los sistemas SI y fps. En las conversiones en las que interviene g_c en unidades fps, se recomienda el uso de la relación numérica exacta 9,80665/0,3048 en vez del número fps 32,1740 con el fin de obtener la máxima precisión en el cálculo lina1 y sacar ventaja de posibles anulaciones de números durante el cálculo.

Ejemplo 1.1. Utilizando solamente definiciones exactas y patrones, calcúlense factores para convertir ***(a)*** newtons en libras fuerza, (b) Btu en calorías IT, (c) atmósferas en libras fuerza por pulgada cuadrada, y (d) Btu en pie-libras fuerza.

SOLUCIÓN

(a) A partir de las Ecuaciones (1.6), (1.26) y (1.27)

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg-m/s}^2 = \frac{1 \text{ lb-pies/s}^2}{0{,}45359237 \times 0{,}3048}$$

A partir de la Ecuación (1.32)

$$1 \text{ lb-ft/s}^2 = \frac{0{,}3048}{9{,}80665} \text{ lb}_f$$

y por tanto $$1\ \text{N} = \frac{0{,}3048}{9{,}80665 \times 0{,}45359237 \times 0{,}3048}\ \text{lb}_f$$

$$= \frac{1}{9{,}80665 \times 0{,}45359237}\ \text{lb}_f = 0{,}224809\ \text{lb}_f$$

En el Apéndice 3 se encuentra que para convertir newtons en libras fuerza es preciso multiplicar por 0,224809. Obviamente, para convertir libras fuerza en newtons hay que multiplicar por 9,80665 x 0,45359237 = 4,448222.

(b) A partir de la Ecuación (1.38)

$$1\ \text{Btu} = 1\ \text{cal}_{\text{th}}\ \frac{1\ \text{lb}}{1\ \text{g}}\ \frac{1\ ^\circ\text{F}}{1\ ^\circ\text{C}} = 1\ \text{cal}_{\text{th}}\ \frac{1\ \text{lb}}{1\ \text{kg}}\ \frac{1\ \text{kg}}{1\ \text{g}}\ \frac{1\ ^\circ\text{F}}{1\ ^\circ\text{C}}$$

A partir de las Ecuaciones (1.16), (1.26) y (1.31).

$$1\ \text{Btu} = 1\ \text{cal}_{\text{th}}\ \frac{0{,}45359237 \times 1000}{1{,}8} = 251\,996\ \text{cal}_{\text{IT}}$$

(c) A partir de las Ecuaciones (1.6), (1.14) y (1.15)

$$1\ \text{atm} = 1{,}01325 \times 10^5\ \text{kg-m/s}^2\text{-m}^2$$

A partir de las Ecuaciones (1.26), (1.27) y (1.36), puesto que 1 pie = 12 pulg,

$$1\ \text{atm} = 1{,}01325 \times 10^5 \times \frac{1\ \text{lb/s}^2}{0{,}45359237}\ \frac{0{,}3048}{\text{pies}}$$

$$= \frac{1{,}01325 \times 10^5 \times 0{,}3048}{32{,}174 \times 0{,}45359237 \times 12^2}\ \text{lb}_f/\text{pulg}^2$$

$$= 14{,}6959\ \text{lb}_f/\text{pulg}^2$$

(d) A partir de las Ecuaciones (1.16), (1.22) y (1.38)

$$1\ \text{Btu/lb-}^\circ\text{F} = 4{,}1868\ \text{J/g-}^\circ\text{C} \times 10^3\ \text{g/kg}$$

Utilizando la Ecuación (1.8) se obtiene

$$1\ \text{Btu} = 4{,}1868 \times 10^3\ \text{m}^2/\text{s}^2\text{-lb-}(\Delta T\ ^\circ\text{F}/\Delta T\ ^\circ\text{C})$$

Utilizando las Ecuaciones (1.27) y (1.31) resulta

$$1\ \text{Btu} = \frac{4{,}1868 \times 10^3}{1{,}8}\left(\frac{1\ \text{pie}}{0{,}3048}\right)^2 \frac{1\ \text{lb}}{\text{s}^2}$$

Según la Ecuación (1.32)

$$1\ \text{Btu} = \frac{4{,}1868 \times 10^3}{1{,}8}\left(\frac{1\ \text{pie}}{0{,}3048}\right)^2 \frac{0{,}3048}{9{,}80665}\ \frac{1\ \text{lb}_f}{\text{pies-lb}} =$$

$$= \frac{4{,}1868 \times 10^3}{0{,}3048 \times 9{,}80665 \times 1{,}8}\ \text{pies-lb}_f =$$

$$= 778{,}17\ \text{pies-lb}_f$$

Aunque los factores de conversión se pueden calcular cuando se necesitan, resulta más cómodo utilizar tablas para los factores más frecuentes. En el Apéndice 3 se presenta una tabla de los factores utilizados en este libro.

Unidades y ecuaciones

Aunque las Ecuaciones (1.1) a (1.4) son suficientes para la descripción de sistemas de unidades, representan solamente una pequeña fracción de las ecuaciones que se utilizan en este libro. Muchas de estas ecuaciones contienen términos que representan propiedades de sustancias y se introducen a medida que se necesitan. Todas las nuevas magnitudes se miden con combinaciones de unidades ya definidas, y todas ellas pueden expresarse como funciones de las cinco unidades de base para masa, longitud, tiempo, temperatura y mol.

Precisión de los cálculos. En el tratamiento precedente los valores de constantes experimentales se dan con el número máximo de cifras significativas consistentes con la actual estimación de la precisión con la que son conocidas, y se mantienen todas las cifras en los valores de las constantes definidas. Sin embargo, en la práctica rara vez se requiere una precisión tan elevada, de forma que las constantes definidas y experimentales pueden truncarse para el número de cifras convenientes en cada caso, aun cuando la disponibilidad de calculadores digitales permite retener la máxima precisión con un coste insignificante. El ingeniero deberá utilizar su criterio para establecer un adecuado nivel de precisión en el problema concreto que ha de resolver.

Ecuaciones generales. Excepto por lo que se refiere a la aparición de los factores de proporcionalidad g_c y J, las ecuaciones en los tres sistemas de unidades son iguales. En el sistema SI no aparece ninguna constante; en el sistema cgs se omite g_c y se mantiene J; en el sistema fps aparecen ambas constantes. En este libro, con el fin de obtener ecuaciones de una forma general para todos los sistemas, se incluyen g_c y J que permiten el empleo de unidades fps. Por consiguiente, bien g_c o ambos g_c y J, pueden tomarse iguales a la unidad cuando las ecuaciones se utilizan en los sistemas cgs 0 SI.

Ecuaciones adimensionales y unidades consistentes. Las ecuaciones deducidas directamente de las leyes básicas de las ciencias físicas constan de términos que o bien tienen las mismas unidades o que pueden expresarse en las mismas unidades utilizando las definiciones de magnitudes derivadas para expresar unidades completas en función de las cinco de base. Las ecuaciones que cumplen este requerimiento se llaman ecuaciones *dimensionalmente homogéneas.* Cuando una ecuación de este tipo se divide por uno cualquiera de sus términos se anulan las unidades de cada término y solamente quedan valores numéricos. Estas ecuaciones reciben el nombre de *ecuaciones adimensionales.*

Una ecuación dimensionalmente homogénea puede utilizarse sin más con cualquier conjunto de unidades con tal de que se utilicen siempre las mismas

unidades para las cinco unidades de base. Las unidades que cumplen este requerimiento se llaman ***unidades consistentes.*** Cuando se utilizan unidades consistentes no se necesitan factores de conversión.

Considérese, por ejemplo, la ecuación habitual para la distancia Z recorrida por un cuerpo que cae libremente durante el tiempo t con una velocidad inicial u_0:

$$Z = u_0 t + \frac{gt^2}{2} \tag{1.39}$$

El examen de la Ecuación (1.39) indica que las unidades de cada término corresponden a las de longitud. Dividiendo la ecuación por Z se obtiene

$$1 = \frac{u_0 t}{Z} + \frac{gt^2}{2Z} \tag{1.40}$$

Un análisis de cada término de la Ecuación (1.40) indica que se han anulado las unidades en todos ellos y que, por tanto, cada término es adimensional. Una combinación de variables para la cual todas las dimensiones se anulan en esta forma, recibe el nombre de grupo ***adimensional.*** El valor numérico de un grupo adimensional para valores dados de las magnitudes que contienen es independiente de las unidades utilizadas con tal de que sean consistentes. Ambos términos del segundo miembro de la Ecuación (1.40) son grupos adimensionales.

Ecuaciones dimensionales. Las ecuaciones deducidas por métodos empíricos, en las que se correlacionan los datos experimentales mediante ecuaciones empíricas sin tener en cuenta la consistencia dimensional, no son en general dimensionalmente homogéneas, y contienen términos con dimensiones diferentes. Las ecuaciones de este tipo se llaman dimensionales o dimensionalmente no homogéneas. En este tipo de ecuaciones no presenta ninguna ventaja utilizar unidades consistentes, y en ellas pueden aparecer dos o más unidades de longitud o tiempo, tales como centímetros o metros y minutos o segundos. Por ejemplo, una fórmula para la velocidad de transmisión de calor por conducción y convección a la atmósfera desde una tubería horizontal, es la siguiente

$$\frac{q}{A} = 0{,}50 \frac{\Delta T^{1{,}25}}{(D'_e)^{0{,}25}} \tag{1.41}$$

donde q = flujo de pérdida de calor, Btu/h
A = área de la superficie de la tubería, pie^2
AT = exceso de temperatura de la pared de la tubería sobre el ambiente (atmósfera circundante), °F
D'_e = diámetro exterior de la tubería, pul

Evidentemente, las unidades de q/A no son las mismas que las del segundo miembro de la Ecuación (1.41) y, por tanto, la ecuación es dimensional. Las

magnitudes sustituidas en la Ecuación (1.41) deben expresarse en las unidades que se indican, pues de lo contrario la ecuación conducirá a un resultado erróneo. Si se desean utilizar otras unidades es preciso cambiar el coeficiente. Para expresar AT en grados Celsius, por ejemplo, el coeficiente numérico ha de ser $0{,}50 \times 1{,}8^{1{,}25} = 1{,}045$, puesto que un grado Celsius equivale a 1,8 grados Fahrenheit.

En este libro todas las ecuaciones son dimensionalmente homogéneas *salvo que se indique otra cosa.*

ANALISIS DIMENSIONAL

Muchos problemas importantes de ingeniería no pueden resolverse totalmente por métodos teóricos o matemáticos. Problemas de este tipo son especialmente frecuentes en flujo de fluidos, flujo de calor y operaciones difusionales. Una forma de abordar un problema para el que no es posible deducir una ecuación matemática, consiste en recurrir a la experimentación empírica. Por ejemplo, la pérdida de presión por fricción en una tubería circular, larga, recta y lisa depende de todas estas variables: longitud y diámetro de la tubería, velocidad de flujo del fluido, así como de su densidad y viscosidad. Si se modifica cualquiera de estas variables, se modifica también la caída de presión. El método empírico para obtener una ecuación que relacione estos factores con la caída de presión requiere determinar el efecto de cada variable por separado, para lo cual es preciso efectuar una experimentación sistemática con cada una de las variables manteniendo todas las demás constantes. El procedimiento es muy laborioso y resulta difícil correlacionar los resultados obtenidos con el fin de hallar una relación útil para los cálculos.

Existe un método intermedio entre el desarrollo matemático formal y el estudio empírico'", que se basa en el hecho de que, si existe una ecuación teórica entre las variables que afectan a un proceso físico, dicha ecuación tiene que ser dimensionalmente homogénea. Teniendo en cuenta esta condición, se pueden reunir varios factores en un número menor de grupos adimensionales de las variables. Los valores numéricos de estos grupos son, en un caso determinado, independientes del sistema dimensional utilizado, y en la ecuación final intervienen los grupos como tales en vez de los factores por separado.

El análisis dimensional no conduce a una ecuación numérica y es preciso recurrir a la experimentación para completar la solución del problema. El análisis dimensional es muy valioso para orientar la experimentación, y resulta de gran utilidad para señalar el camino a seguir con el fin de correlacionar los datos experimentales en una forma adecuada para su utilización en ingeniería. En el Apéndice 4 se presenta una discusión de la técnica para efectuar un análisis dimensional, con un ejemplo del método.

Grupos adimensionales con nombres propios. Algunos grupos adimensionales se presentan con tal frecuencia que se les han adjudicado nombres y símbolos especiales. En el Apéndice 5 se presenta una lista de los más importantes.

CONCEPTOS BASICOS

Las operaciones unitarias en ingeniería química se asientan sobre un pequeño número de conceptos básicos, incluyendo las ecuaciones de estado de los gases, balances de materia y balances de energía. Estas materias se tratan con amplitud en los cursos introductorios de química e ingeniería química, razón por la que aquí sólo se considerarán brevemente. Para el que desee practicar en la aplicación de estos conceptos, al final de este capítulo se proponen problemas ilustrativos con respuestas.

Ecuaciones de estado de los gases

Un gas puro consistente en n mol que se mantiene a una temperatura T y presión p, ocupará un volumen V. Si una cualquiera de estas tres magnitudes está fijada, la cuarta también está determinada y, por tanto, sólo tres magnitudes son independientes. Esto puede expresarse mediante la ecuación funcional

$$f(p, T, V, n) = 0 \tag{1.42}$$

Las formas específicas de esta relación se llaman ***ecuaciones de estado.*** Se han propuesto muchas de estas ecuaciones y varias de ellas son de uso frecuente. Las ecuaciones de estados más satisfactorias pueden expresarse en la forma

$$\frac{pV}{nRT} = 1 + \frac{B}{V/n} + \frac{C}{(V/n)^2} + \frac{D}{(V/n)^3} + \cdots \tag{1.43}$$

Esta ecuación, llamada ***ecuación del virial,*** está bien fundamentada por la teoría molecular de los gases. Los coeticientes ***B,*** C y ***D*** son el segundo, tercero y cuarto coeficientesdel virial, respectivamente. Cada uno de ellos es función de la temperatura e independiente de la presión. Se pueden incorporar coeticientes adicionales, pero los valores numéricos para los coeficientes superiores a ***D*** son tan poco conocidos que rara vez se utilizan más de tres. La ecuación del virial también se aplica a mezclas gaseosas, y los coeficientes del virial dependen de la temperatura y la composición de la mezcla. Existen reglas para estimar los coeficientes de ***B, C*** y ***D*** para mezclas a partir de sus valores para los gases puros individuales[5].

Factor de compresibilidad y densidad molar. Para fines de ingeniería la Ecuación (1.43) se escribe con frecuencia así

$$z = \frac{p}{\rho_M RT} = 1 + \rho_M B + \rho_M^2 C + \rho_M^3 D \tag{1.44}$$

donde z es el factor de compresibilidad y ρ_M es la densidad molar definida por

$$P_M = \frac{n}{V} \tag{1.45}$$

Ley de los gases ideales. Los gases reales a presión elevada requieren el uso de los tres coeficientes del virial para cálculos exactos de z a partir de ρ_M y T. A medida que se reduce la densidad por disminución de la presión, los valores numéricos de los términos del virial se anulan, aun cuando los valores de los coeficientes no se modifican. A medida que el efecto de D se hace despreciable, la serie se trunca suprimiendo este término, después el término C, y así sucesivamente, hasta que para bajas presiones (del orden de una o dos atmósferas para gases ordinarios), se pueden despreciar los tres viriales. El resultado es la sencilla ley de los gases

$$z = \frac{pV}{nRT} = \frac{p}{\rho_M RT} = 1 \tag{1.46}$$

Esta ecuación es evidentemente consistente con la Ecuación (1.11) que contiene la definición de la temperatura absoluta. El proceso límite indicado por la Ecuación (1. ll) elimina de forma rigurosa los coeficientes del virial para proporcionar una definición precisa; la Ecuación (1.46) cubre un intervalo adecuado de densidades para los cálculos prácticos y recibe el nombre de ***ley de los gases ideales.***

Presiones parciales. La presión parcial es una magnitud útil para el tratamiento de los componentes individuales de una mezcla gaseosa. La presión parcial de un componente en una mezcla, tal como, por ejemplo, el componente A, está definida por la ecuación

$$p_A \equiv P y_A \tag{1.47}$$

donde p_A = presión parcial del componente A en la mezcla
y_A = fracción molar del componente A en la mezcla
P = presión total de la mezcla

Si se suman todas las presiones parciales de una determinada mezcla el resultado es

$$p_A + p_B + p_C + \cdots = P(y_A + y_B + y_C + \cdots)$$

Puesto que la suma de las fracciones molares es la unidad,

$$p_A + p_B + p_C + \cdots = P \tag{1.48}$$

La suma de todas las presiones parciales de una mezcla dada es igual a la presión total de la mezcla. Esto es aplicable tanto para mezclas de gases ideales como no ideales.

Balances de materia. La ley de conservación de la materia establece que la materia no se puede crear ni destruir. Esto conduce al concepto de masa, y la ley puede enunciarse en la forma de que la masa de los materiales que intervienen **en**

un proceso es constante. Actualmente sabemos que la ley está muy restringida para el caso de materia que se mueve con velocidades próximas a la de la luz o para sustancias que experimentan reacciones nucleares. En estas circunstancias, la materia y la energía son interconvertibles, de forma que la suma de las dos permanece constante en vez de cada una por separado. Sin embargo, en la mayor parte de las situaciones de ingeniería esta transformación es demasiado pequeña para ser detectada y en este libro se considera que la masa y la energía son independientes.

La conservación de la materia exige que los materiales que entran en un proceso, o bien se acumulan o salen del proceso, de forma que no puede haber pérdida ni ganancia. La mayor parte de los procesos que se consideran en este libro transcurren sin acumulación ni vaciamiento y la ley de conservación de la materia adquiere la forma sencilla de que la entrada es igual a la salida. La ley se aplica con frecuencia en la forma de balances de materia. El proceso es deudor con respecto a lo que entra y acreedor con respecto a lo que sale. La suma del debe tiene que ser igual a la suma del haber. Los balances de materia han de cumplirse para todo el proceso o equipo, así como para cualquier parte de los mismos. Se cumplen tanto para todo el material que entra y sale del proceso como para cualquier material individual que pasa a través del proceso sin modificarse.

Balances de energía. A un proceso, o a una parte del mismo, separado de los alrededores por un límite imaginario, se le puede aplicar un balance de energía. Como en un balance de materia, la entrada que cruza el límite tiene que ser igual a la salida más la acumulación. Si las condiciones son de estado estacionario (no varían con el tiempo), la entrada es igual a la salida.

En un balance de energía es preciso incluir todas las formas de energía. Sin embargo, en la mayor parte de los procesos de flujo algunas formas de energía, tal como magnética, superficial y de esfuerzo mecánico, no varían y no es preciso tenerlas en cuenta. Las formas más importantes son la energía cinética, la energía potencial, la entalpía, el calor y el trabajo. En los procesos electroquímicos hay que añadir a la lista la energía eléctrica.

SIMBOLOS

En general, las magnitudes están dadas en unidades SI, cgs y fps; las magnitudes dadas solamente en sistemas cgs o fps se limitan al sistema considerado; las magnitudes utilizadas solamente en una ecuación se identifican por el número de la ecuación.

A Area de la superficie de calentamiento, pie^2 [Ec. (1.41)]
B Segundo coeficiente del virial, ecuación de estado, $m^3/kgmol$, $cm^3/gmol$, o $pie^3/mol\text{-}lb$
C Tercer coeficiente del virial, ecuación de estado, $m^6/(kgmol)^2$, $cm^6/(gmol)^2$, o $pie^6/(mol\text{-}lb)^2$
D Cuarto coeficiente del virial, ecuación de estado, $m^9/(kgmol)^3$, $cm^9(gmol)^3$, o $pie^9/(mol\text{-}lb)^3$
D'_e Diámetro exterior de la tubería, pulg [Ec. (1.41)]
F Fuerza, N, din, o Ib,

f Función de
G Constante gravitacional, $N\text{-}m^2/kg^2$, $din\text{-}cm^2/g^2$, o $pies\text{-}lb_f\text{-}pie^2/lb^2$
g Aceleración de caída libre, m/s^2, cm/s^2, o $pies/s^2$; g_n, valor normal, $9{,}80665 * m/s^2$, $980{,}665\ cm/s^2$, $32{,}1740\ pies/s^2$
g_c Factor de proporcionalidad, $1/k_1$ en la Ecuación (1.35), $32{,}1740\ pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$
J Equivalente mecánico del calor, $4{,}1868\ J/cal_{IT}$, $778{,}17\ pies\text{-}lb_f/Btu$
k Factor de proporcionalidad, k, en la Ecuación (1.1); k_2 en la Ecuación (1.2); k_3 en la Ecuación (1.3); k_4 en la Ecuación (1.4)
M Peso molecular
m Masa, kg, g, o lb; m_a, m_b, masas de partículas [Ec. (1.2)]
n Número de moles
P Presión total de la mezcla
p Presión, Pa, din/cm^2, o lb_f/pie^2; p_A, presión parcial del componente A; p_B, presión parcial del componente B; p_C, presión parcial del componente C
Q Cantidad de calor, J, cal, o Btu; Q_c, calor absorbido por el sistema durante el ciclo
q Flujo de transmisión de calor, Btu/h [Ec. (1.41)]
R Constante de la ley de los gases, $8{,}31434 \times 10^3$ J/K-kgmol, $8{,}31434 \times 10^7$ ergios/K-gmol, o $1{,}98585\ Btu/°R\text{-}lb$
r Distancia entre dos masas puntuales m_a y m_b [Ec. (1.2)]
T Temperatura, K, °C, °R, o °F; temperatura absoluta termodinámica [Ec. (1.11)]
t Tiempo, s
u Velocidad lineal, $m/s, cm/s$, o $pies/s$; u_0, velocidad inicial del cuerpo que cae
V Volumen, m^3, cm^3, o pie^3
W Trabajo, J, ergios, o pies-lb,; W_c, trabajo realizado por el sistema durante el ciclo
Y Fracción molar en la mezcla gaseosa; y_A, fracción molar del componente A; y_B, fracción molar del componente B; y_C, fracción molar del componente C
Z Altura sobre el plano de referencia, m, cm, o pies
z Factor de compresibilidad, adimensional

Letras griegas

ΔT Diferencia de temperatura, °F [Ec. (1.41)]
ρ_M Densidad molar, $kgmol/m^3$, $gmol/cm^3$, $mol\text{-}lb/pie^3$

PROBLEMAS

1.1. Utilizando las constantes y los factores de conversión definidos para masa, longitud, tiempo y temperatura, calcúlense los factores de conversión para (a) caballo de vapor a kilowatios, (b) pie-libras fuerza a kilowatios-hora, (c) galones (1 gal = 231 $pulg^3$) a litros ($10^3\ cm^3$), (d) Btu por libra mol a julios por kilogramo mol.

1.2. La ecuación de Beattie-Bridgman, una famosa ecuación de estado para gases reales, puede escribirse así

$$p = \frac{RT[1 \quad (c/vT^3)]}{v^2}\left[v + B_0\left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] - \frac{A_0}{v^2}\left(1 - \frac{a}{v}\right) \tag{1.49}$$

donde $a, A_,, b, B_0$ y c son constantes experimentales, y v es el volumen molar, $1/mol$. *(a)* Demostrar que esta ecuación se puede poner en la forma de la Ecuación (1.44) y deducir ecuaciones para los coeficientes del virial B, C y D en función de las constantes de la Ecuación (1.49). (b) Para el aire las constantes son $a = 0{,}01931$, $A_0 = 1{,}3012$, $b = -0{,}01101$, $B_0 = 0{,}04611$, c x $10^{-4} = 66{,}00$, todas en unidades cgs (atmósferas,

litros, moles, kelvin, con $R = 0{,}08206$). Calcúlense los valores del coeficiente del virial para aire en unidades SI. (c) Calcúlese z para aire a una temperatura de 300 K y un volumen molar de 0,200 $m^3/kgmol$.

1.3. Una mezcla de 25 por 100 de amoníaco gaseoso y 75 por 100 de aire (sobre base seca) se pasa a través de una columna vertical de desorción, a la parte superior de la cual se bombea agua. El gas desorbido sale por la parte superior de la torre conteniendo 0,5 por 100 de amoníaco en peso, y por la parte inferior sale una disolución acuosa conteniendo 10 por 100 de amoníaco en peso. Ambas corrientes gaseosas de entrada y salida están saturadas con vapor de agua. El gas entra a la torre a 37 "C, y sale a 21,1 "C. La presión de ambas corrientes, así como en el interior de la torre, es de 1,02 atm manométricas. La mezcla aire-amoniaco entra en la torre con un caudal de 28,32 m^3/min, medido como gas seco a 15,6 °C y 1 atm. ¿Qué porcentaje del amoníaco que entra en la torre no es absorbido por el agua? ¿Cuántos metros cúbicos de agua por hora se bombean a la parte superior de la torre?

Respuesta: 2,70 m^3/h.

1.4. Un gas seco conteniendo 75 por 100 de aire y 23 por 100 de vapor de amoníaco entra por el fondo de una torre de absorción cilíndrica de relleno de 2 pies de diámetro. En la parte superior de la torre hay boquillas que distribuyen el agua sobre el relleno. Por el fondo de la torre de la columna se retira una disolución de amoníaco en agua y el gas desorbido sale por la parte superior. El gas entra a 80 °F y 760 mm Hg de presión, y sale a 60 °F y 730 mm Hg. El gas que sale contiene, sobre una base seca, 1,0 por 100 de amoníaco. ***(a)*** Si el gas que entra fluye a través del fondo vacio de la columna con una velocidad media (ascendente) de 1,5 pies/s, ¿cuántos pies cúbicos de gas de entrada se tratan por hora? (b) ¿Cuántas libras de amoníaco se absorben por hora?

1.5. Un evaporador se alimenta de forma continua con 25 t (toneladas métricas)/h de una disolución consistente en 10 por 100 de NaOH, 10 por 100 de NaCl y 80 por 100 de H_2O. Durante la evaporación se elimina vapor de agua y la sal se deposita en forma de cristales que sedimentan y se separan de las aguas madres. La disolución concentrada que sale del evaporador contiene 50 por 100 de NaOH, 2 por 100 de NaCl y 48 por 100 de H_2O.

Calcúlese ***(a)*** los kilogramos de agua evaporada por hora, (b) los kilogramos de sal que precipitan por hora, y (c) los kilogramos de disolución concentrada que se producen por hora.

Respuestas: (a) 17 600 kg/h; (b) 2400 kg/h; (c) 5000 kg/h.

1.6. A través de un tubo horizontal calentado circula aire en estado estacionario. El aire entra a 40 °F con una velocidad de 50 pies/s, y sale del tubo a 140 °F y con una velocidad de 74 pies/s. El calor especifico del aire es 0,24 Btu/lb-°F. ¿Cuántos Btu por libra de aire se transfieren a través de la pared del tubo?

Respuesta: 24,1 Btu/lb.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BRIDGMAN, P. W.: «Dimensional Analysis», rev. ed., Yale University Press, New Haven, Conn., 1931.
2. ELLIS, B.: «Basic Concepts of Measurement», Cambridge University Press, Cambridge, 1966.
3. FOCKEN, C. M.: «Dimensional Methods and Their Application», Arnold, London, 1952.
4. *Natl. Bur. Stand. Tech. News Bull.*, 55: 3 (marzo 1971).
5. PRAUSNITZ, J. M.: «Molecular Thermodynamics of Fluid-Phase Equilibria», Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1969.
6. SHREVE, R. N., y BRINK, J. A., Jr.: «Chemical Process Industries», 4.' ed., McGraw-Hill, New York, 1977.

SECCION

DOS

MECANICA DE FLUIDOS

El comportamiento de los fluidos es importante para los procesos de ingeniería en general y constituye uno de los fundamentos para el estudio de las operaciones unitarias. El conocimiento de los fluidos es esencial, no solamente para tratar con exactitud los problemas de movimiento de fluidos a través de tuberías, bombas y otros tipos de aparatos, sino también para el estudio del flujo de calor y de muchas operaciones de separación que dependen de la difusión y la transferencia de materia.

La rama de la ingeniería que trata del comportamiento de los fluidos -se sobreentiende que los fluidos comprenden líquidos, gases y vapores- recibe el nombre de ***mecánica de fluidos***. La mecánica de fluidos es a su vez una parte de una disciplina más amplia llamada ***mecánica de medios continuos,*** que incluye también el estudio de sólidos sometidos a esfuerzos.

La mecánica de fluidos tiene dos ramas importantes para el estudio de las operaciones unitarias: la ***estática de fluidos,*** que trata los fluidos en el estado de equilibrio sin esfuerzo cortante, y la ***dinámica de fluidos***, que trata los fluidos cuando partes de los mismos se mueven con relación a otras.

Los capítuios de esta sección tratan aquellas áreas de la mecánica de fluidos que son importantes para las operaciones unitarias. La elección de los temas es solamente un muestreo del enorme campo de la mecánica de fluidos. El Capítulo 2 trata la estática de fluidos y algunas de sus importantes aplicaciones. El Capítulo 3 estudia los importantes fenómenos que aparecen en el flujo de fluidos. El Capítulo 4 trata de las leyes y ecuaciones unitarias cuantitativas del flujo de fluidos. El Capítulo 5 trata el flujo de fluidos no compresibles a través de tuberías y en capas delgadas, el Capítulo 6 está dedicado al flujo de fluidos compresibles y el Capítulo 7 describe el flujo alrededor de sólidos sumergidos en un fluido en movimiento. El Capítulo 8 aborda importantes problemas de ingeniería de fluidos que circulan a través del equipo de proceso, así como de la medida y control del flujo de fluidos. El Capítulo 9 estudia las operaciones de mezcla, agitación y dispersión, que en esencia son mecánica de fluidos aplicada.

CAPITULO

DOS

ESTATICA DE FLUIDOS Y SUS APLICACIONES

Naturaleza de los fluidos. Un fluido es una sustancia que no resiste permanentemente a la distorsión. Si se intenta variar la forma de una masa de fluido se produce un deslizamiento de unas capas de fluido sobre otras hasta que se alcanza una nueva forma. Durante la variación de la forma, se producen esfuerzos cortantes, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido y de la velocidad de deslizamiento, pero cuando se alcanza la forma final, desaparecen todos los esfuerzos cortantes. Un fluido en equilibrio carece pues de esfuerzos cortantes.

A una determinada temperatura y presión, un fluido posee una densidad definida, que en la práctica de la ingeniería se mide generalmente en kilogramos por metro cúbico. Aunque la densidad de un fluido depende de la temperatura y de la presión, la variación de la densidad al modificar estas variables puede ser grande o pequeña. Si la densidad varía poco por cambios moderados de temperatura y presión, el fluido se denomina ***no compresible,*** y si la densidad varía considerablemente con respecto a estas variables, el fluido recibe el nombre de ***compresible;*** se considera que los líquidos son no compresibles y los gases son compresibles. Sin embargo, estos términos son relativos, y la densidad de un líquido puede variar considerablemente para grandes variaciones de la temperatura y la presión. Por otra parte, los gases sometidos a pequeñas variaciones relativas de presión y temperatura se comportan como fluidos no compresibles, y las variaciones de la densidad en estas condiciones pueden despreciarse sin gran error.

Concepto de presión. La propiedad fundamental de un fluido estático es la presión. Como es sabido, la presión es la fuerza superficial que ejerce un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene. En cualquier punto del interior de un fluido existe también una determinada presión. Una pregunta fundamental es la siguiente: ¿qué clase de magnitud es la presión?, ¿es independiente de la dirección o varía con la dirección? En un fluido estático, como se demuestra en el análisis que sigue, la presión resulta independiente de la orientación de cualquier superficie interna sobre la que actúa.

Considérese un punto 0 situado en la masa de un fluido estático, y construya-

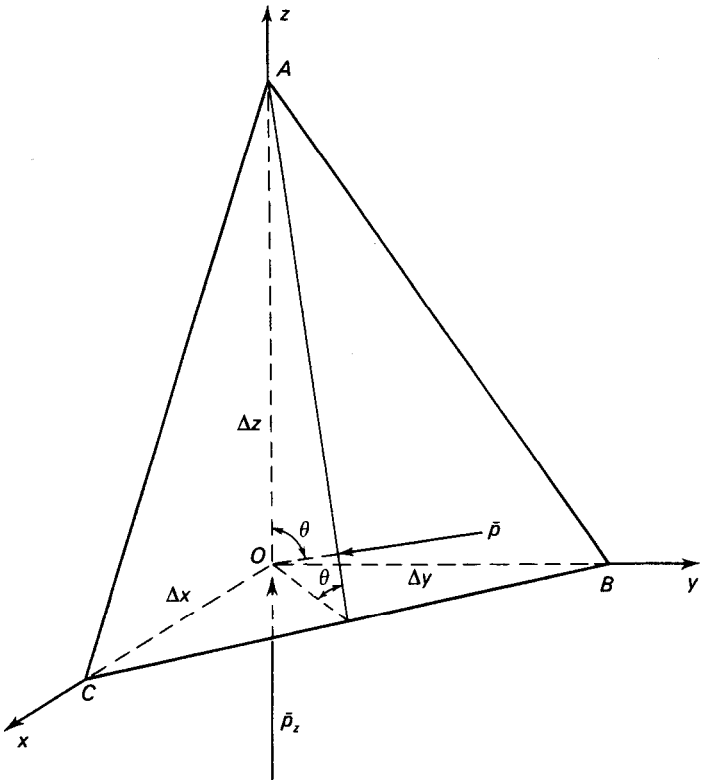


Figura 2.1. Fuerzas que actúan sobre un elemento estático de fluido.

se, como indica la Figura 2.1, un sistema cartesiano de ejes coordenados con origen en 0. Los ejes x e y están en el plano horizontal y el eje z está dirigido verticalmente hacia arriba. Constrúyase un plano *ABC* que corte a los ejes x, y y z a distancias del origen Ax, Ay y Az respectivamente. Los planos *ABC*, *AOC*, *COB* y *AOB* forman un tetraedro. Sea θ el ángulo formado por los planos *ABC y COB*. Este ángulo tiene un valor menor que 90 grados. Imagínese que el tetraedro está aislado como un cuerpo libre y supóngase que todas las fuerzas que actúan sobre él siguen la dirección del eje z, tanto si proceden del exterior del fluido, como del fluido mismo que le rodea. Sobre el elemento actúan tres fuerzas: (1) la fuerza de gravedad que actúa hacia abajo, (2) la fuerza de presión sobre el plano *COB* que actúa hacia arriba, y (3) la componente vertical de la fuerza de presión sobre el plano *ABC* dirigida hacia abajo. Puesto que el fluido está en equilibrio, la resultante de estas fuerzas es cero. Por otra parte, como un fluido en equilibrio no puede soportar esfuerzos cortantes, todas las fuerzas de presión son normales a la superficie sobre la que actúan. De no ser así habria componentes de fuerzas de cizalla paralelas a las caras.

El área de la cara *COB* es Ax $\Delta y/2$. Sea la presión media sobre esta cara $\bar{p}_z$. La fuerza dirigida hacia arriba que actúa sobre la cara es por consiguiente,

$\bar{p}_z$ Ax $\Delta y/2$. Sea $\bar{p}$ la presión media que actúa sobre la cara *ABC*. El área de esta cara es Ax $\Delta y/(2 \cos \theta)$, y la fuerza total sobre la misma es $\bar{p}$ Ax $\Delta y/(2 \cos \theta)$. El ángulo comprendido entre el eje z y el vector fuerza debido a la presión $\bar{p}$ es también θ, de forma que la componente vertical de esta fuerza hacia abajo es

$$\frac{\bar{p}\,\Delta x\,\Delta y \cos\theta}{2 \cos e} = \frac{\bar{p}\,\Delta x\,\Delta y}{2}$$

El volumen del tetraedro es **Ax Ay** $\Delta z/6$. Si la densidad del fluido es ρ, la fuerza de gravedad que actúa sobre el fluido comprendido en el tetraedro es ρ **Ax Ay Az** $g/6g_c$. Esta componente actúa hacia abajo. El balance de fuerzas en la dirección z es por tanto

$$\frac{\bar{p}_z\,\Delta x\,\text{AY}}{2} - \frac{\bar{p}\,\Delta x\,\Delta y}{2} - \frac{\rho\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z\,g}{6g_c} = 0$$

Dividiendo por **Ax Ay** resulta

$$\frac{\bar{p}_z}{2} - \frac{\bar{p}}{2} - \frac{\rho\,\Delta z\,g}{6g_c} = 0 \qquad (2.1)$$

Desplácese ahora el plano *ABC* hacia el origen 0, manteniendo constante el ángulo 8. A medida que la distancia entre *ABC* y 0 tiende hacia cero, **Az** tiende también a cero y el término de gravedad desaparece. Por otra parte, las presiones medias $\bar{p}$ y $\bar{p}_z$, tienden hacia p y p_z que son las presiones locales en el punto 0, y de acuerdo con la Ecuación (2.1), p_z se hace igual a p.

Pueden escribirse también los balances de fuerzas paralelas a los ejes x e y. Cada uno da una ecuación análoga a la Ecuación (2.1) sin término de gravedad, y en el límite

$$p_x = p_y = p_z = P$$

Puesto que el punto 0 y el ángulo θ están elegidos al azar la presión en cualquier punto es independiente de la dirección.

Los sólidos en forma de polvo fino se parecen a los fluidos en muchos aspectos pero en otros difieren considerablemente. Así, una masa estática de partículas sólidas puede soportar, tal como se trata en el Capítulo 26, esfuerzos cortantes de una magnitud considerable y la presión no es la misma en todas las direcciones.

Equilibrio hidrostático. En una masa estacionaria formada por un solo fluido estático, la presión es constante en cualquier sección transversal paralela a la superficie de la Tierra pero varía con la altura. Consideremos la columna vertical de fluido que se representa en la Figura 2.2. Supongamos que el área de la sección transversal de la columna es S, y que a una altura Z sobre la base de la columna,

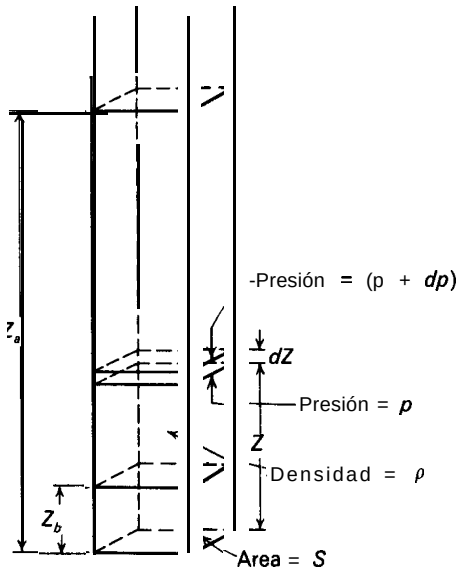


Figura 2.2. Equilibrio hidrostático.

la presión es p y la densidad ρ. De acuerdo con el análisis precedente la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el pequeño volumen de fluido de altura dZ y área de la sección transversal S ha de ser cero. Sobre este volumen actúan tres fuerzas verticales: (1) La fuerza debida a la presión p que actúa hacia arriba, y que vale pS. (2) La fuerza debida a la presión $p + dp$ que actúa hacia abajo y que viene dada por $(p + dp)S$. (3) La fuerza de gravedad dirigida hacia abajo, $(g/g_c)\rho S\, dZ$. Por consiguiente

$$+pS - (p + dp)S - \frac{g}{g_c}\rho S\, dZ = 0 \qquad (2.2)$$

En esta ecuación se toman como positivas las fuerzas que actúan hacia arriba y como negativas las que actúan hacia abajo. Después de simplificar y dividir por S, la Ecuación (2.2) se transforma en

$$dp + \frac{g}{g_c}\rho\, dZ = 0 \qquad (2.3)$$

La Ecuación (2.3) no puede integrarse para fluidos compresibles, a menos que se conozca la variación de la densidad con la presión a lo largo de la columna de fluido. Sin embargo, en los cálculos de ingeniería es generalmente satisfactorio considerar que ρ es esencialmente constante. La densidad es constante para los fluidos no compresibles, y excepto para grandes variaciones de altura, también lo es prácticamente para los compresibles. La integración de la Ecuación (2.3) suponiendo que p es constante conduce a

$$\frac{p}{\rho} + \frac{g}{g_c} Z = \text{cte} \tag{2.4}$$

y, para las dos alturas definidas Z_a y Z_b que se indican en la Figura 2.2

$$\frac{p_b}{\rho} - \frac{p_a}{\rho} = \frac{g}{g_c} (Z_a - Z_b) \tag{2.5}$$

La Ecuación (2.4) expresa matemáticamente la condición de equilibrio hidrostático

APLICACIONES DE LA ESTATICA DE FLUIDOS

Ecuación barométrica. La densidad y la presión de un gas ideal están relacionadas por la ecuación

$$\rho = \frac{p M}{RT} \tag{2.6}$$

en la que M es el peso molecular y T la temperatura absoluta. Sustituyendo la Ecuación (2.6) en la Ecuación (2.3) se obtiene

$$\frac{dp}{p} + \frac{gM}{g_c R_0 T} dZ = 0 \tag{2.7}$$

La integración de la Ecuación (2.7) entre los niveles a y b, suponiendo que T es constante, da

$$\ln \frac{p_b}{Pa} = -\frac{gM}{g_c RT} (Z_b - Z_a)$$

de donde

$$\frac{p_b}{p_a} = \exp \left[-\frac{gM(Z_b - Z_a)}{g_c RT} \right] \tag{2.8}$$

La Ecuación (2.8) se conoce con el nombre de ***ecuación barométrica.***

Se dispone de métodos en la bibliografía[3] para estimar las distribuciones de presión en casos -como el de un pozo profundo de gas natural- en los que el gas no se comporta como ideal y la temperatura no es constante.

Tal como se indica en la página 15 estas ecuaciones se utilizan en unidades SI tomando $g_c = 1$.

Equilibrio hidrostático en un campo centrifugo. En una centrífuga el líquido que penetra por el eje de rotación se proyecta contra la pared del aparato donde se

mantiene formando una capa debido a la fuerza centrífuga. La superficie libre del líquido toma la forma de una paraboloide de revolución[2], pero en las centrífugas industriales la velocidad de rotación es tan elevada, que la fuerza centrífuga es mucho mayor que la fuerza de gravedad de modo que la superficie del líquido es virtualmente cilíndrica y coaxial con el eje de rotación. Este hecho se ilustra en la Figura 2.3, en la cual r_1 es la distancia radial desde el eje de rotación a la superficie libre del líquido, y r_2 es el radio de la carcasa de la centrífuga. Toda la masa de líquido que se representa en la Figura 2.3 gira como un cuerpo rígido, es decir, sin deslizamiento de una capa de líquido sobre otra. En estas condiciones la distribución de presión en el líquido se puede obtener a partir de los principios de la estática de fluidos.

La caída de presión a través de un espacio anular cualquiera del líquido que gira, se calcula del modo siguiente. Consideremos el espacio anular de líquido que se representa en la Figura 2.3 y un elemento de volumen de espesor dr situado a un radio r

$$dF = \frac{\omega^2 r\, dm}{g_c}$$

donde dF = fuerza centrífuga
dm = masa de líquido en el elemento
ω = velocidad angular, rad/s

Si ρ es la densidad del líquido y b la anchura del anillo

$$dm = 2\pi\rho r b\, dr$$

Eliminando dm se obtiene

$$dF = \frac{2\pi\rho b\omega^2 r^2\, dr}{g_c}$$

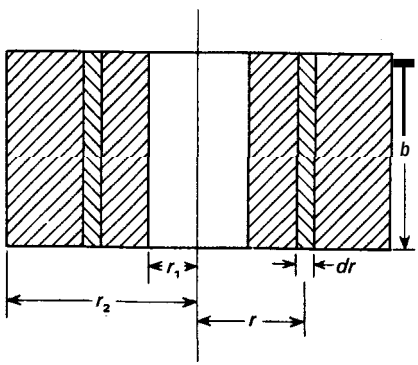


Figura 2.3. Centrifugación de un solo líquido.

El cambio de presión en el elemento viene dado por la fuerza ejercida por el elemento de líquido dividida por el área del anillo

$$dp = \frac{dF}{2\pi rb} = \frac{\omega^2 \rho r\, dr}{g_c}$$

La caída de presión en todo el anillo es

$$p_2 - p_1 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\omega^2 \rho r\, dr}{g_c}$$

Suponiendo que la densidad es constante e integrando se obtiene

$$p_2 - p_1 = \frac{\omega^2 \rho (r_2^2 - r_1^2)}{2g_c} \tag{2.9}$$

Manómetros. Un manómetro es un aparato importante utilizado para medir diferencias de presión. La Figura 2.4 representa la forma más sencilla de un manómetro. Supóngase que la parte rayada del tubo en U está llena con un líquido A de densidad ρ_A, y las ramas del tubo en U situadas por encima del líquido contienen un fluido B, de densidad ρ_B, que es menos denso que el líquido A e inmiscible con él; con frecuencia es un gas tal como aire o nitrógeno.

Sobre una de las ramas del tubo en U se ejerce una presión p_a, y sobre la otra una presión p_b; como consecuencia de la diferencia de presión $p_a - p_b$, el menisco está más elevado en una de las ramas del tubo en U que en la otra, y puede utilizarse la distancia vertical entre los dos meniscos, R_m, para medir la diferencia de presión. Para deducir una relación entre $p_a - p_b$ y R_m, comencemos considerando el punto 1, en el cual la presión es p_a. Como se indica en la Ecuación (2.4)

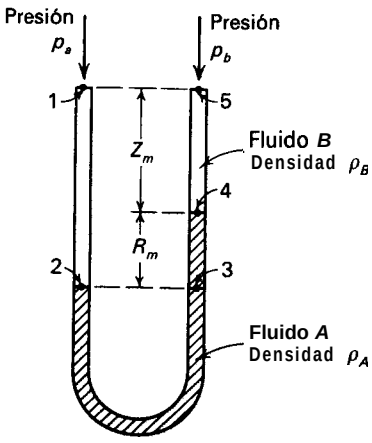


Figura 2.4. **Manómetro sencillo.**

la presión en el punto 2 es $p_a + (g/g_c)(Z_m + R_m)\rho_B$. De acuerdo con los principios de hidrostática, esta presión es igual a la del punto 3. La presión en el punto 4 es igual a la del 3 menos el término $(g/g_c)R_m\rho_A$, y la presión en el punto 5, p_b, es igual a la del punto 4 menos el término $(g/g_c)Z_m\rho_B$. Estos hechos pueden resumirse en la ecuación

$$p_a + \frac{g}{g_c}\left[(Z_m + R_m)\rho_B - R_m\rho_A - Z_m\rho_B\right] = p_b$$

Simplificando esta ecuación se obtiene

$$p_a - p_b = \frac{g}{g_c} R_m(\rho_A - \rho_B) \qquad (2.10)$$

Nótese que esta relación es independiente de la distancia Z_m y de las dimensiones del tubo, con tal de que las presiones p_a y p_b estén medidas sobre el mismo plano horizontal. Si el fluido B es un gas, ρ_B es generalmente despreciable en comparación de ρ_A y se puede suprimir de la Ecuación (2.10).

Ejemplo 2.1. Para medir la caída de presión a través de un orificio (véase la Fig. 8.19), se utiliza un manómetro del tipo que se muestra en la Figura 2.4. El líquido A es mercurio (densidad relativa 60 °F/60 °F = 13,6), y el fluido B, que circula a través del orificio y llena las ramas del manómetro, es salmuera (densidad relativa 60 °F/60 °F = = 1,26). Cuando las presiones en las tomas son iguales, el nivel del mercurio en el manómetro está 3 pies (0,914 m) por debajo de las tomas del orificio. En las condiciones de operación la presión manométrica? en la toma anterior es 2,0 $lb_f/pulg^2$ (13 790 N/m^2) y la de la toma posterior es 10 pulg (254 mm) Hg por debajo de la atmosférica. ¿Cuál es la lectura del manómetro en mm?

SOLUCIÓN

Tomando como cero la presión atmosférica y considerando que g/g_c es igual a la unidad, los valores numéricos para sustituir en la Ecuación (2.10) son:

$$p_a = 2 \times 144 = 288 \ lb_f/pie^2$$

Según el Apéndice 14, la densidad del agua a 60 °F es 62,37 lb/pie^3;

$$p_b = -\tfrac{10}{12} \times 13,6 \times 62,37 = -707 \ lb_f/pie^2$$
$$\rho_A = 13,6 \times 62,37 = 848,2 \ lb/pie^3$$
$$\rho_B = 1,26 \times 62,37 = 78,6 \ lb/pie^3$$

Sustituyendo en la Ecuación (2.10) se obtiene

$$288 + 707 = R_m(848,2 - 78,6)$$
$$R_m = 1,29 \text{ pies } (0,393 \text{ m})$$

† La presión manométrica es la presión medida por encima de la presión atmosférica existente.

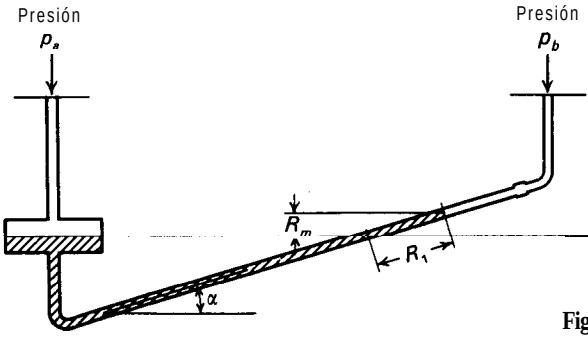


Figura 2.5. Manómetro inclinado.

Para medir pequeñas diferencias de presión se emplea el ***manómetro inclinado,*** que se representa en la Figura 2.5. En este tipo, una de las ramas del manómetro está inclinada, de forma que para un valor pequeño de R_m, el menisco del tubo inclinado se desplazará una distancia considerable a lo largo del tubo. Esta distancia es igual a R_m dividida por el seno de a, siendo a el ángulo de inclinación. Haciendo que a sea lo suficientemente pequeño, el valor de R_m se transforma en una distancia grande R_1, y una pequeña diferencia de presión le corresponde un desplazamiento grande; así pues

$$p_a - p_b = \frac{g}{g_c} R_1(\rho_A - \rho_B) \operatorname{sen} \alpha \qquad (2.11)$$

En este tipo de manómetros, es necesario ensanchar la rama vertical de forma que el movimiento del menisco en la rama ensanchada sea despreciable dentro del intervalo de operación del aparato.

Decantador gravitatorio continuo. Un decantador gravitatorio como el que se representa en la Figura 2.6, se utiliza para la separación continua de dos líauidos no miscibles de densidades diferentes. La mezcla de alimentación entra por un extremo del separador; los dos líquidos fluyen lentamente a través del tanque, se separan en dos capas, y descargan por los rebosaderos situados al otro extremo del separador.

Con tal de que los rebosaderos sean lo suficientemente grandes, para que la resistencia de fricción al flujo de líquidos pueda despreciarse, y la descarga se haga a la misma presión que existe en el espacio gaseoso situado sobre el líquido del tanque, el funcionamiento del decantador puede estudiarse según los principios de la estática de fluidos.

Supongamos, por ejemplo, que en el decantador de la Figura 2.6 la densidad del líquido pesado es ρ_A y la del líquido ligero ρ_B. Sea Z_{A1} la altura de la capa de líquido pesado y Z_B la del líquido ligero. La altura total de líquido en el tanque Z_T, queda fijada por la posición del rebosadero para el líquido ligero. La descarga del líquido pesado se hace a través de un rebosadero conectado al fondo del tanque cuya altura sobre la base del mismo es Z_{A2}. Las conducciones de rebose y la parte superior del tanque están en comunicación con la atmósfera.

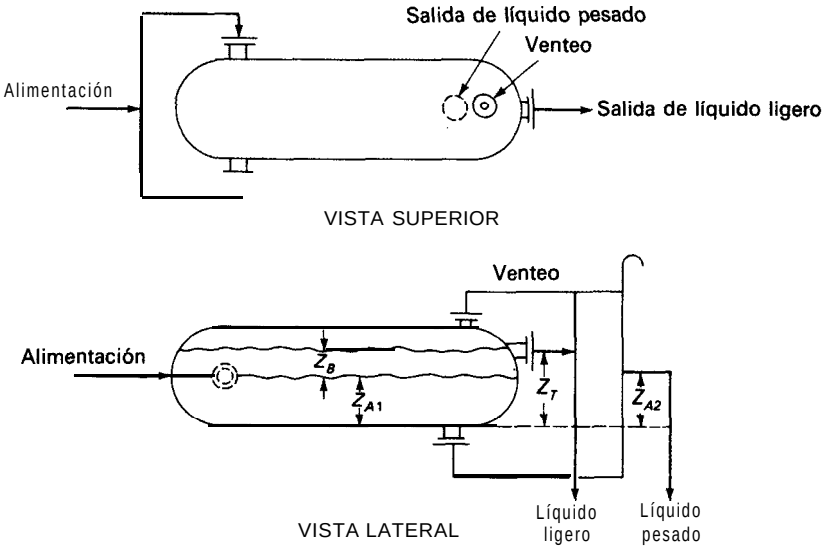


Figura 2.6. Decantador continuo de gravedad para líquidos no miscibles.

Puesto que la resistencia de fricción al flujo es despreciable en las conducciones de descarga, la columna de líquido pesado, en el tubo por el que rebosa dicho líquido, tiene que equilibrar a la altura, ligeramente superior, de los dos líquidos del tanque. Mediante un balance hidrostático se llega a la ecuación

$$Z_B\rho_B + Z_{A1}\rho_A = Z_{A2}\rho_A \tag{2.12}$$

Despejando Z_{A1} en la Ecuación (2.12)

$$Z_{A1} = Z_{A2} - Z_B\frac{\rho_B}{\rho_A} = Z_{A2} - (Z_T - Z_{A1})\frac{\rho_B}{\rho_A} \tag{2.13}$$

siendo $Z_T = Z_B + Z_{A1}$ la altura total de líquido en el tanque. De donde

$$Z_{A1} = \frac{Z_{A2} - Z_T(\rho_B/\rho_A)}{1 - \rho_B/\rho_A} \tag{2.14}$$

La Ecuación (2.14) indica que la posición de la interfase líquido-líquido en el separador depende de la relación de densidades de los dos líquidos y de las alturas de los rebosaderos, siendo independiente de la velocidad de flujo de los líquidos. La Ecuación (2.14) indica además que cuando ρ_A y ρ_B son aproximadamente iguales, la posición de la interfase se hace muy sensible a las variaciones de Z_{A2}, altura de la columna de líquido pesado. Para líquidos que difieren grandemente en su densidad esta altura no es muy critica pero cuando los líquidos tienen aproximadamente la misma densidad es preciso operar con cuidado. La

parte superior del tubo rebosadero es frecuentemente móvil, de forma que puede ajustarse durante la operación, para obtener la separación óptima.

El tamaño de un decantador viene dado por el tiempo que se requiere para la separación, que a su vez depende de la diferencia entre las densidades de los dos líquidos y de la viscosidad de la fase continua. Con tal de que los líquidos sean claros y no formen emulsiones, el tiempo de separación puede estimarse a partir de la ecuación empírica [1]

$$t = \frac{6{,}24\mu}{\rho_A - \rho_B} \tag{2.15}$$

donde t = tiempo de separación, h
ρ_A, ρ_B = densidades de los líquidos A y B, lb/pie^3
μ = viscosidad de la fase continua, cP

La Ecuación (2.15) no es adimensional y han de utilizarse las unidades indicadas.

Ejemplo 2.2. Un decantador continuo que tiene forma de cilindro horizontal ha de separar 1500 bbl/d (9,93 m^3/h) de una fracción líquida de petróleo a partir de un volumen igual de ácido de lavado. El petróleo es la fase continua y a la temperatura de operación tiene una viscosidad de 1,1 cP y una densidad de 54 lb/pie^3 (865 kg/m^3). La densidad del ácido 72 lb/pie^3 (1153 kg/m^3). Calcúlese (a) el tamaño del tanque, y *(b)* la altura del rebosadero de ácido por encima del fondo del tanque.

SOLUCIÓN

(a) El tamaño del tanque se obtiene a partir del tiempo de separación. Sustituyendo en la Ecuación (2.15) se obtiene

$$t = \frac{6{,}24 \times 1{,}1}{72 - 54} = 0{,}38 \text{ h}$$

o sea, 23 min. Puesto que 1 bbl = 42 gal, el flujo de cada corriente es

$$\frac{1500 \times 42}{24 \times 60} 43{,}8 \text{ gal/min}$$

La retención total de líquido es

$$2 \times 43{,}8 \times 23 = 2014 \text{ gal}$$

El tanque debiera de estar lleno del orden del 95 por 100, de forma que su volumen es 2014/0,95, o sea 2120 gal (8,03 m^3).

La longitud del tanque debiera ser alrededor de 5 veces su diámetro. Sería satisfactorio un tanque de 4 pies (1,22 m) de diámetro y 22 pies (6,10 m) de longitud, de forma que utilizando cabezales normalizados en sus extremos su volumen total sería 2124 gal.

(b) La fracción del volumen de tanque ocupado por el líquido será del 95 por 100

y, para un cilindro horizontal esto quiere decir que la altura de líquido será el 90 por 100 del diámetro del tanque". Por tanto,

$$Z_T = 0{,}90 \times 4 = 3{,}6 \text{ pies}$$

Si la interfase está a igual distancia del fondo del tanque que de la superficie del líquido, $Z_{A1} = 1{,}80$ pies. Despejando Z_{A2} de la Ecuación (2.14) se obtiene para la altura del rebosadero de líquido pesado

$$Z_{A2} = 1{,}80 + (3{,}60 - 1{,}80)\tfrac{54}{72} = 3{,}15 \text{ pies } (0{,}96 \text{ m})$$

Decantador centrífugo. Cuando la diferencia de densidades de los dos líquidos es pequeña, la fuerza de la gravedad es demasiado débil para separar los líquidos en un tiempo razonable. La separación puede realizarse entonces en una centrífuga líquido-líquido. Un aparato de este tipo se representa esquemáticamente en la Figura 2.7. Consta de un recipiente metálico cilíndrico, que en general se dispone verticalmente, y que gira alrededor de su eje a gran velocidad. En la Figura 2.7*a*, el aparato está en reposo, y contiene una cierta cantidad de los dos líquidos no miscibles de densidades diferentes. El líquido pesado forma una capa sobre el fondo del recipiente, debajo de la capa de líquido ligero. Si ahora se hace girar el recipiente, como indica la Figura *2.76*, el líquido pesado forma una capa, que se representa en la figura por la zona *A*, próxima a la pared interior del aparato. En el interior de la capa de líquido pesado se forma una capa de líquido ligero que se representa por la zona *B*. Las dos capas están separadas por una interfase cilíndrica de radio r_i. Esta interfase es vertical, ya que la fuerza de gravedad es despreciable en comparación con la fuerza centrífuga, que es mucho mayor. La interfase se llama ***zona neutra.***

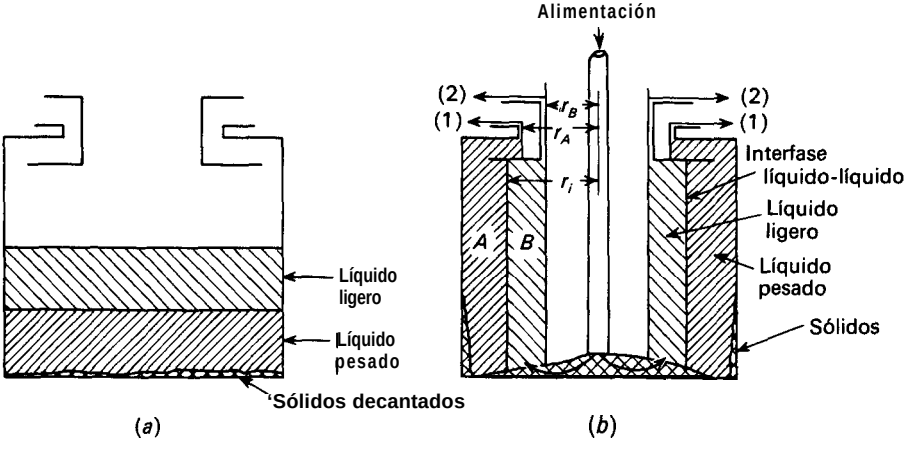


Figura 2.7. Separación por centrifugación de líquidos no miscibles: (a) Recipiente en reposo. *(b)* Recipiente en rotación. Zona *A*, separación del liquido ligero del pesado. Zona *B*, separación del líquido pesado del ligero. (1) Salida del líquido pesado. (2) Salida del líquido ligero.

Cuando el aparato está en funcionamiento, la alimentación se introduce de forma continua cerca del fondo del mismo. La descarga del líquido ligero se hace por (2) a través de unos orificios próximos al eje; el líquido pesado pasa por debajo de una placa anular, perpendicular al eje de rotación, y descarga por (1). Si la resistencia de fricción al flujo de los líquidos que salen del recipiente es despreciable, la posición de la interfase líquido-líquido se establece en función de un balance hidrostático y las «alturas» relativas (distancias radiales al eje) de los puntos (1) y (2).

Supongamos que el líquido pesado de densidad ρ_A, fluye por el conducto de salida situado a un radio r_A, y que el líquido ligero, de densidad ρ_B, sale a través de los orificios situados a un radio r_B. Si ambos líquidos giran con el recipiente y la fricción es despreciable, la diferencia de presión en el líquido ligero, comprendido entre r_B y r_i, tiene que ser igual a la que existe en el líquido pesado entre r_A y r_i. El fundamento de operación es exactamente el mismo que en el decantador gravitatorio continuo.

Así pues,

$$Pi - PB = Pi - PA \tag{2.16}$$

siendo p_i = presión en la interfase líquido-líquido
p_B = presión en la superficie libre correspondiente al líquido ligero en r_B
p_A = presión en la superficie libre correspondiente al líquido pesado en r_A

De la Ecuación (2.9)

$$p_i - p_B = \frac{\omega^2 \rho_B (r_i^2 - r_B^2)}{2g_c} \qquad \text{y} \qquad p_i - p_A = \frac{\omega^2 \rho_A (r_i^2 - r_A^2)}{2g_c}$$

Igualando estas caídas de presión y simplificando,

$$\rho_B(r_i^2 \quad r_B^2) = \rho_A(r_i^2 \quad r_A^2)$$

Despejando r_i, se obtiene

$$r_i = \sqrt{\frac{r_A^2 - (\rho_B/\rho_A) r_B^2}{1 - \rho_B/\rho_A}} \tag{2.17}$$

La Ecuación (2.17) es análoga a la Ecuación (2.14) para un tanque de sedimentación gravitatorio. En ella se observa que el radio de la zona neutra, r_i, varía con la relación de densidades, especialmente cuando esta relación es próxima a la unidad. Si las densidades de los fluidos son sensiblemente iguales, la zona neutra puede ser inestable, aun cuando la velocidad de rotación sea suficiente para separar los líquidos rápidamente. Para que la operación sea estable, la diferencia entre ρ_A y ρ_B, no ha de ser inferior al 3 por 100 aproximadamente.

La Ecuación (2.17) indica además, que si r_B se mantiene constante y se aumenta r_A, radio del conducto de salida para el líquido pesado, la zona neutra

se desplaza hacia la pared del aparato. Si se disminuye r_A, la zona se desplaza hacia el eje. Un aumento de r_B, manteniendo constante r_A, provoca también un desplazamiento de la zona neutra hacia el eje, mientras que una disminución de r_B, la desplaza hacia la pared. La posición de la zona neutra es muy importante en la práctica. En la zona A, el líquido ligero se separa del pesado, y en la zona B, ocurre lo contrario. Si uno de los procesos es más difícil que el otro, necesitará más tiempo para realizarse. Por ejemplo, si la separación en la zona *B, es* más difícil que en la zona A, la zona B ha de ser grande y la A pequeña. Esto se consigue desplazando la zona neutra hacia la pared, bien aumentando r_A *o* disminuyendo r_B. Para obtener un factor mayor en la zona A, ha de hacerse lo contrario. Se construyen muchos separadores centrífugos de forma que puede variarse tanto r_A como r_B, con el fin de controlar la posición de la zona neutra.

Flujo a través de decantadores continuos. Las Ecuaciones (2.14) y (2.17) para la posición interfacial en decantadores continuos están totalmente basadas en balances hidrostáticos. A medida que la resistencia al flujo en las tuberías de salida tiende a ser despreciable, la posición de la interfase se hace independiente de los flujos y proporción relativa de los líquidos en la alimentación. La velocidad de separación es la variable más importante, ya que, tal como se ha indicado antes, fija el tamaño de un decantador de gravedad y determina si es necesaria o no una elevada fuerza centrífuga. En el Capítulo 7 se estudia el movimiento de una fase dispersa a través de una fase continua.

SIMBOLOS

- b Anchura, pies 0 m
- F Fuerza, lb, o N
- g Aceleración de la gravedad, $pies/s^2$ o m/s^2
- g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 $pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$
- M Peso molecular
- m Masa, lb o kg
- p Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; p_A, en la superficie del líquido pesado de la centrífuga; p_B, en la superficie del líquido ligero de la centrífuga; p_a, en la localización a; p_b, en la localización b; p_i, en la interfase líquido-liquido; p_x, p_y, p_z, en las direcciones x, y, z; p_1, en la superficie libre del líquido; p_2, en la pared del recipiente de la centrífuga; $\bar{p}$, presión media
- R Constante de la ley de los gases, 1545 $pies\text{-}lb_f/mol\,lb\text{-}°R$ o 8314,34 J/kgmol-K
- R_m Lectura del manómetro, pies o m
- r Distancia radial desde el eje, pies o m; r_A, para el rebosadero del líquido pesado; r_B, para el rebosadero del líquido ligero; r_i, para la interfase liquido-líquido; r_1, para la superficie libre del líquido en la centrífuga; r_2, para la pared del recipiente de la centrífuga
- S Area de la sección transversal, pie^2 o m^2
- T Temperatura absoluta, °R o K
- t Tiempo de separación, h
- z Altura, pies o m; Z_{A1}, de la capa de líquido pesado en el decantador; Z_{A2}, de líquido Pesado en la rama de descarga; Z_B, de la capa de líquido ligero en el decantador;

$Z_{,,}$ altura total de líquido; Z_m, de las conexiones de presión del manómetro por encima del líquido de medida

Letras griegas

α Angulo con la horizontal
θ Angulo del elemento tetraédrico de fluido
μ Viscosidad de la fase continua, cP
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_A, del fluido *A*; ρ_B, del fluido *B*
ω Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

2.1. Un manómetro sencillo de tubo en U se instala a través de un medidor de orificio. El manómetro se llena con mercurio (densidad relativa = 13,6) y el líquido situado por encima del mercurio es tetracloruro de carbono (densidad relativa = 1,6). La lectura del manómetro es 200 mm. ¿Cuál es la diferencia de presión en el manómetro expresada en newtons por metro cuadrado?

2.2. Un manómetro diferencial como el que se representa en la Figura 2.8 se utiliza algunas veces para medir pequeñas diferencias de presión. Cuando la lectura es cero, los niveles en los dos ensanchamientos son iguales. Supóngase que el fluido *A* es metano a la presión atmosférica y 60 °F, que el líquido *B* contenido en los ensanchamientos es queroseno (densidad relativa = 0,815), y que el líquido C situado en el tubo en U es agua. Los diámetros interiores de los ensanchamientos y del tubo en U son 2,0 y 1/4 pulg, respectivamente. Si la lectura del manómetro es 5,72 pulg, ¿cuál es la diferencia de presión que actúa sobre el aparato, expresada en pulgadas de agua?: (*a*) cuando la variación de niveles en los ensanchamientos se desprecia, y (b) cuando dicha variación se tiene en cuenta. ¿Qué porcentaje de error tiene la respuesta del apartado (*a*)?

2.3. La temperatura de la atmósfera terrestre disminuye aproximadamente 5 °C por cada

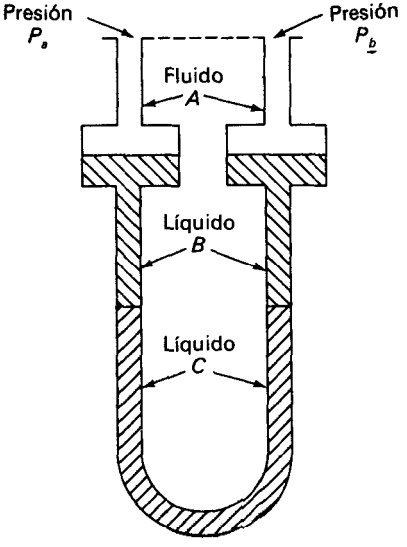


Figura 2.8. Manómetro diferencial (Prob. 2.2).

1000 m de altura sobre la superficie terrestre. Si la temperatura del aire a nivel del suelo es 15 °C y la presión es de 760 mm Hg, ¿a qué altura será la presión 380 mm Hg? Supóngase que el aire se comporta como un gas ideal.

2.4. ¿Qué error se introduciría en la respuesta del Problema 2.3 si se utilizase la ecuación de equilibrio hidrostático [Ec. (2.5)], con una densidad evaluada a 0 °C y a una presión media aritmética?

2.5. Un decantador continuo por gravedad ha de separar nitrobenceno, con una densidad de 75 lb/pie^3, de un liquido acuoso de lavado que tiene una densidad de 64 lb/pie^3. Si la altura total del separador es 3 pies y la interfase ha de estar a 1,5 pies del fondo del tanque, (*a*) ¿cuál sería la altura de la rama del rebosadero del líquido pesado? (*b*) ¿cuánto afectaría a la posición de la interfase un error de 2 pulg en esta altura?

2.6. ¿Cuál tendría que ser el volumen del separador del Problema 2.5 para separar 2500 lb/h de nitrobenceno de 3200 lb/h de líquido de lavado? El líquido de lavado es la fase continua y su viscosidad es igual a la del agua a la temperatura de operación de 30 °C.

2.7. Un recipiente centrífugo de 10 pulg de diámetro interior está girando a 4000 rpm. Contiene una capa de clorobenceno de 2 pulg de espesor. La densidad del clorobenceno es 1100 kg/m^3 y la presión en la superficie del líquido es la atmosférica, ¿qué presión manométrica actúa sobre la pared del recipiente centrifugo?

2.8. Los líquidos descritos en el Problema 2.5 han de separarse en una centrífuga tubular con un diámetro interior de 4 pulg que gira a 15 000 rpm. La superficie libre del líquido dentro del recipiente está a 1 pulg del eje de rotación. Si la centrífuga ha de contener volúmenes iguales de los dos líquidos, ¿cuál sería la distancia radial desde el eje de rotación hasta la cima del rebosadero del líquido pesado?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BARTON, R. L.: *Chem. Eng.*, 81(14):111 (1974).
2. BIRD, B.; STEWART, W. E., y LIGHTFOOT, E. N.: «Transport Phenomena», Wiley, New York, 1959, pp. 96-98.
3. KNUDSEN, J. G., y KATZ, D. L.: «Fluid Dynamics and Heat Transfer», McGraw-Hill, New York, *1958*, pp. 69-71.
4. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5.ª ed., McGraw-Hill, New York, 1973, p. 6-87.

CAPITULO

TRES

FENOMENOS DE FLUJO DE FLUIDOS

El comportamiento de un fluido depende mucho de que el fluido esté o no bajo la influencia de superficies sólidas. En la región donde la influencia de la pared es pequeña el esfuerzo cortante puede ser despreciable, y el comportamiento del fluido acercarse al de un fluido ideal, es decir, no compresible y con viscosidad cero. El flujo de un tal fluido ideal recibe el nombre de *flujo potencial y* está completamente descrito por la mecánica newtoniana y la conservación de la materia. La teoría matemática del flujo potencial está altamente desarrollada[3], pero cae fuera del objetivo de este libro. El flujo potencial tiene dos importantes características: (1) no existen circulaciones ni remolinos dentro de la corriente, de forma que el flujo potencial se denomina también flujo irrotacional, y (2) no existe fricción y, por tanto, no hay disipación de energía mecánica en calor.

No lejos de una superficie sólida puede existir flujo potencial. Un principio fundamental de la mecánica de fluidos, establecido inicialmente por Prandtl en 1904, es que, excepto, para fluidos que circulan con bajas velocidades o poseen viscosidades elevadas, el efecto de una superficie sólida sobre el flujo se limita a una capa de fluido inmediatamente adyacente a la pared. Esta capa recibe el nombre de *capa límite* y tanto el esfuerzo cortante como las fuerzas de cizalla existen solamente en esta parte del fluido. Fuera de la capa límite prevalece el flujo potencial. La mayor parte de los procesos técnicos se estudian mejor considerando la corriente de fluido formada por dos partes: la capa límite y el resto del fluido. En algunas situaciones, como es el caso del flujo en una boquilla convergente, puede despreciarse el flujo de capa límite, mientras que en otros, como ocurre en el flujo en tuberías, la capa límite ocupa toda la conducción y no hay flujo potencial.

En el interior de la corriente de un fluido no compresible, que se encuentra bajo la influencia de límites sólidos, existen cuatro efectos importantes: (1) el acoplamiento de los campos de gradiente de velocidad y de esfuerzo cortante (2) la iniciación de la turbulencia, (3) la formación y crecimiento de capas límite, y (4) la separación de las capas límite del contacto con la superficie sólida.

En el flujo de fluidos compresibles junto a superficies sólidas aparecen efectos adicionales que se deben a variaciones significativas de la densidad que son

características de los fluidos compresibles. Estos efectos se consideran en el Capítulo 6 al estudiar el flujo de fluidos compresibles.

Campo de velocidad. Cuando una corriente de fluido se mueve en bloque sobre una pared sólida, el fluido se adhiere al sólido en la interfase real existente entre el sólido y el fluido. La adherencia es el resultado de los campos de fuerza en el límite, que son también la causa de la tensión interfacial entre el sólido y el fluido. Por consiguiente, si la pared está en reposo, con respecto a los ejes coordenados de referencia elegidos para el sistema sólido-fluido, ***la velocidad del fluido en la interfase*** es ***cero.*** Como a distancias mayores del sólido la velocidad es finita han de existir variaciones de velocidad de un punto a otro dentro de la corriente en movimiento. La velocidad en un punto cualquiera es, por tanto, función de las coordenadas espaciales de ese punto, y existe un campo de velocidad en el espacio ocupado por el fluido. En un punto determinado, la velocidad puede variar también con el tiempo. Cuando la velocidad es constante en cada punto, el campo no varía con el tiempo, y el flujo se denomina ***estacionario.***

unidimensional. La velocidad es un vector y, generalmente, en un punto, tiene tres componentes, una para cada coordenada espacial. En muchos casos sencillos, todos los vectores velocidad del campo son paralelos, o prácticamente paralelos, y se necesita solamente una componente de velocidad, que se puede tomar como escalar. Este caso, que obviamente es mucho más sencillo que el campo vectorial general, recibe el nombre de ***flujo unidimensional, y es*** el que se adopta en el estudio que se hace a continuación. El flujo a través de conducciones cerradas, y sobre láminas paralelas al flujo, son ejemplos de flujo unidimensional.

Flujo laminar. A velocidades bajas los fluidos tienden a moverse sin mezcla lateral, y las capas contiguas se deslizan unas sobre otras, como las cartas de una baraja. No existen corrientes transversales ni torbellinos. Este tipo de régimen se llama ***flujo laminar.*** A velocidades superiores aparece la turbulencia, formándose torbellinos, que dan lugar a mezcla lateral.

Gradiente de velocidad y velocidad de cizalladura. Consideremos el flujo laminar estacionario unidimensional de un fluido no compresible a lo largo de una superficie sólida plana. En la Figura 3.1*a* se muestra el perfil de velocidad para una corriente de este tipo. La abscisa u es la velocidad y la ordenada y es la distancia medida perpendicularmente desde la pared y, por tanto, formando un ángulo recto con la dirección de la velocidad. Para $y = 0$, u = 0, y u aumenta con la distancia desde la pared, pero en forma decreciente. Fijemos nuestra atención sobre las velocidades en dos planos próximos, el plano ***A*** y el plano ***B,*** separados entre sí una distancia Ay. Sean u_A y u_B las velocidades a lo largo de los planos, y supóngase que $u_B > u_A$, llamando $\Delta u = u_B - u_A$. El gradiente de velocidad en y_A se define por

$$\frac{du}{dy} = \lim_{\text{A y - O}} \frac{\Delta u}{\Delta y} \qquad (3.1)$$

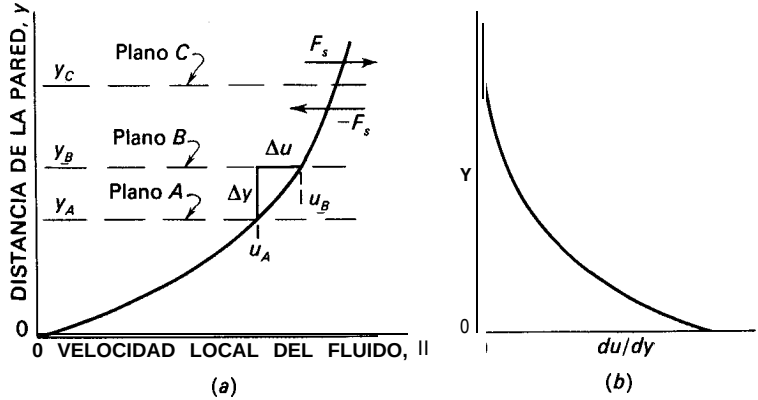


Figura 3.1. Perfiles y gradiente de velocidad para el flujo de capa límite. (a) Velocidad. (*b*) Gradiente de velocidad.

El gradiente de velocidad es evidentemente igual al inverso de la pendiente del perfil de velocidad en la Figura 3. la. El gradiente local de velocidad se denomina también ***velocidad de cizalladura.*** El gradiente de velocidad es generalmente una función de la posición en la corriente y, por tanto, define un campo.

Campo de esfuerzo cortante. Puesto que un fluido real se opone al esfuerzo cortante, siempre que haya una variación de dicho esfuerzo con el tiempo, tiene que existir una fuerza de cizalla. En el flujo unidimensional, la fuerza de cizalla actúa paralelamente al plano del esfuerzo cortante. Según se observa en la Figura 3.1*a*, en el plano C, por ejemplo, y a una distancia y_C de la pared, la fuerza de cizalla F_s, actúa en la dirección que indica la figura. Esta fuerza es ejercida por el fluido exterior al plano C, sobre el fluido comprendido entre dicho plano y la pared. Por la tercera ley de Newton, el fluido interior al plano C, ejerce una fuerza igual y opuesta $-F_s$, sobre el fluido exterior a dicho plano. En vez de la fuerza total, F_s, es más conveniente utilizar la fuerza por unidad de área del plano de cizalladura, que se denomina ***esfuerzo cortante*** y se representa por τ

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} \tag{3.2}$$

siendo A_s el área del plano. Puesto que τ depende de y, el esfuerzo cortante da lugar también a un campo. Las fuerzas de cizalla se originan tanto en el flujo laminar como en el turbulento. El esfuerzo cortante debido exclusivamente al flujo laminar, se representa por τ_v. El efecto de la turbulencia se estudiará más adelante.

Fluidos newtonianos y no newtonianos. Las relaciones entre el esfuerzo cortante y la velocidad de cizalladura en un fluido real constituyen una parte de la ciencia de la reologia. La Figura 3.2 muestra diversos ejemplos del comportamiento

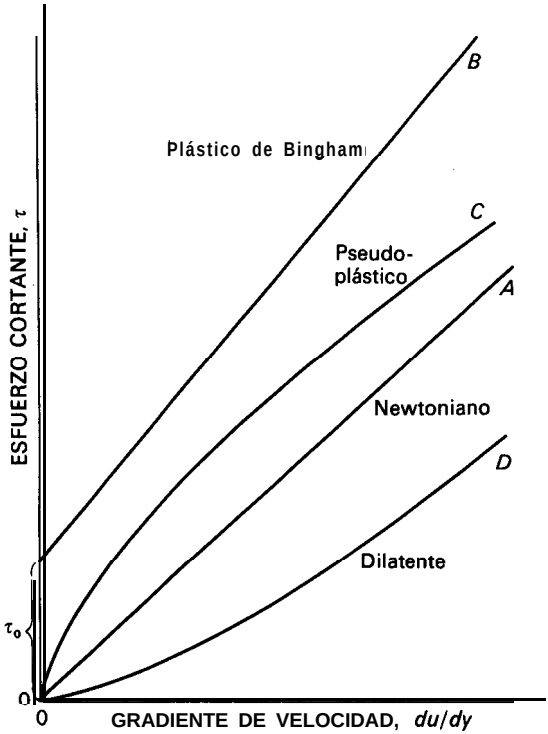


Figura 3.2. Esfuerzo cortante frente a gradiente de velocidad para fluidos newtonianos y no newtonianos.

reológico de fluidos. Las curvas son representaciones gráficas del esfuerzo cortante frente a la velocidad de cizalladura y corresponden a presión y temperatura constantes. El comportamiento más sencillo es el correspondiente a la curva *A*, que es una recta que pasa por el origen de coordenadas. Los fluidos que presentan esta sencilla linealidad reciben el nombre de fluidos newtonianos. Los gases, y la mayor parte de los líquidos, son newtonianos. Las demás curvas de la Figura 3.2 representan el comportamiento reológico de líquidos llamados no newtonianos. Algunos líquidos, como lodos, no fluyen hasta que se alcanza un esfuerzo cortante mínimo, que se representa por τ_0, y después fluyen linealmente para esfuerzos cortantes superiores a τ_0. La curva *B* es un ejemplo de este comportamiento. Los líquidos que se comportan de esta forma reciben el nombre de *plásticos de Bingham*. La linea C representa un *fluido pseudoplástico*. La curva pasa por el origen, es cóncava hacia abajo para bajos esfuerzos cortantes, haciéndose recta para esfuerzos cortantes elevados. El látex del caucho-es un ejemplo de un fluido de este tipo. La curva *D* representa un *fluido dilatente*. La curva es cóncava hacia arriba para bajos esfuerzos cortantes y se hace lineal para esfuerzos cortantes elevados. La arena movediza y algunas emulsiones de arena presentan este comportamiento.

Flujo dependiente del tiempo. Ninguna de las curvas de la Figura 3.2 depende de la historia del fluido, de tal forma que una determinada muestra de material presenta el mismo comportamiento independientemente del tiempo que se le haya aplicado el esfuerzo cortante. Sin embargo, éste no es el caso de algunos fluidos no newtonianos cuyas curvas de esfuerzo cortante vs. velocidad de cizalladura dependen del tiempo que ha actuado el esfuerzo cortante.. Los líquidos *tixotrópicos* se desnaturalizan- bajo la acción, continuada de un esfuerzo cortante y, al mezclarlos de nuevo, dan lugar a un menor esfuerzo cortante al aplicar una velocidad de cizalladura dada. Las sustancias *reopécticas se* comportan de forma contraria, de forma' que para una velocidad de cizalladura constante el esfuerzo cortante aumenta con el tiempo. En general, las estructuras orginales se recuperan con el tiempo.

Las características reológicas de los fluidos se resumen en la Tabla 3.1.

Viscosidad. En un fluido newtoniano el esfuerzo cortante es proporcional al gradiente de velocidad y la constante de proporcionalidad recibe el nombre de viscosidad

$$\tau_v = \mu \frac{du}{dy} \tag{3.3}$$

Tabla 3.1. Características reológicas de los fluidos

Designación	Efecto del aumento del gradiente de velocidad	¿Dependiente del tiempo?
Pseudoplástico	Enrarece	No
Tixotrópico	Enrarece	sí
Newtoniano	Ninguno	No
Dilatante	Espesa	No
Reopéctico	Espesa	sí

Tabla 3.2. Factores de conversión para la viscosidad

Pa-s	P	cP	lb/pies-s	lb/pies-h
1	10	1000	0,672	2420
0,1	1	100	0,0672	242
10^{-3}	0,01	1	$6,72 \times 10^{-4}$	2,42

En unidades SI, τ_v se mide en newtons por metro cuadrado y μ en kilogramos por metro-segundo o Pascal-segundo. En el sistema cgs la viscosidad se expresa en gramos por centímetro-segundo y esta unidad recibe el nombre de poise (P). Los datos de viscosidad se expresan generalmente en centipoise (cP = 0,01 poise) debido a que la mayoría de los fluidos tienen viscosidades mucho menores de 1 P.

En unidades inglesas la viscosidad se define utilizando el factor de conversión de la ley de Newton g_c y las unidades de μ son libras por pie-segundo o libras por pie-hora. La ecuación de definición es

$$\tau_v = \frac{\mu}{g_c}\frac{du}{dy} \tag{3.4}$$

En la Tabla 3.2 se presentan factores de conversión para los diferentes sistemas.

Viscosidad y densidad de flujo de cantidad de movimiento. Aunque la Ecuación (3.3) sirve para definir la viscosidad de un fluido, puede interpretarse también en función de la densidad de flujo de cantidad de movimiento. El fluido que circula justamente encima del plano C de la Figura 3.1 posee una cantidad de movimiento en la dirección x ligeramente superior que la del fluido inmediatamente inferior a dicho plano. Debido a las colisiones moleculares, se transfiere cantidad de movimiento entre ambas capas, tendiendo a acelerar la capa más lenta y a retardar la más rápida. Por tanto, a través del plano C cruza cantidad de movimiento hacia el fluido de la capa inferior; esta capa transfiere cantidad de movimiento a la capa adyacente inferior, y así sucesivamente. Por tanto, se transmite cantidad de movimiento de la dirección x en la dirección $-y$ a lo largo de todo el camino hasta la pared que limita el fluido, donde $u = 0$, donde se disipa como fricción de superficie. El esfuerzo cortante en la pared se representa por τ_w.

Las unidades de la densidad de flujo† de cantidad de movimiento son $(kg\text{-}m/s)/m^2\text{-}s$ o bien $kg/m\text{-}s^2$, es decir, las mismas que τ, puesto que N/m^2 es igual a $kg/m\text{-}s^2$. Por consiguiente, la Ecuación (3.3) establece que la densidad de flujo de cantidad de movimiento normal a la dirección de flujo del fluido es proporcional al gradiente de velocidad, siendo la viscosidad el factor de proporcionalidad.

La transferencia de cantidad de movimiento es análoga a la transferencia conductiva de calor que resulta de un gradiente de temperatura, donde el factor de proporcionalidad entre la densidad de flujo de calor y el gradiente de temperatura recibe el nombre de ***conductividad calorífica.*** En el flujo laminar la cantidad de movimiento se transmite como consecuencia del gradiente de velocidad y la viscosidad puede considerarse como la conductividad de cantidad de movimiento transmitida por este mecanismo.

Viscosidad de gases y liquidos. La viscosidad de un fluido newtoniano depende fundamentalmente de la temperatura y, en menor grado, de la presión. La viscosidad de un gas aumenta con la temperatura aproximadamente de acuerdo con una ecuación del tipo

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{273}\right)^n \tag{3.5}$$

† La densidad de flujo se define, en general, como una magnitud que atraviesa una unidad de área en la unidad de tiempo.

donde μ = viscosidad a la temperatura absoluta T, K
μ_0 = viscosidad a 0 °C (273 K)
n = constante

Las viscosidades de gases han sido ampliamente estudiadas en la teoría cinética y se dispone de amplias tablas de los coeficientes de temperatura. La constante n es un parámetro complicado y su valor está comprendido en el intervalo 0,65 a 1,0.

La viscosidad de un gas es casi siempre independiente de la presión en la región de presiones donde es aplicable la ley de los gases ideales. En esta región la viscosidad de los gases está generalmente comprendida entre 0,01 y 0,1 cP (véase el Apéndice 9 para las viscosidades de los gases más comunes, a 1 atm). A presiones elevadas la viscosidad de los gases aumenta con la presión, especialmente en las proximidades del punto crítico.

Las viscosidades de los líquidos son generalmente mucho mayores que las de los gases y comprenden varios órdenes de magnitud. La viscosidad de los líquidos disminuye considerablemente al aumentar la temperatura. Por ejemplo, la viscosidad del agua cae desde 1,9 cP a 0 °C hasta 0,28 cP a 100 "C. La viscosidad de un líquido aumenta con la presión, pero este efecto es generalmente insignificante para presiones inferiores a 40 atm. En el Apéndice 10 se dan datos para líquidos comunes en un amplio intervalo de temperaturas.

Las viscosidades absolutas de los fluidos varían en un enorme intervalo de magnitud, desde virtualmente cero para el helio II líquido hasta más de 10^{18} P para el vidrio a temperatura ambiente. Los materiales más extremadamente viscosos son no newtonianos y su viscosidad no es una función sencilla del gradiente de velocidad.

Viscosidad cinemática. Con frecuencia resulta útil la relación entre la viscosidad absoluta y la densidad de un fluido, ρ/μ. Esta propiedad se denomina viscosidad ***cinemática*** y se representa por v. Para distinguir μ de v, a la primera se le llama ***viscosidad dinámica.*** Las unidades de v en el sistema SI son metros cuadrados por segundo. En el sistema cgs la viscosidad cinemática se denomina stoke (St) y corresponde a 1 cm/s. La unidad fps es pies cuadrados por segundo. Los factores de conversión son

$$1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St} = 10{,}7639 \text{ pie}^2/\text{s}$$

Las viscosidades cinemáticas varian menos con la temperatura que las viscosidades absolutas.

Esfuerzo cortante frente a gradientes de velocidad para fluidos newtonianos. Los plásticos de Bingham, como los representados por la curva ***B*** de la Figura 3.2, siguen una ecuación reológica del tipo

$$\tau_v g_c = \tau_0 g_c + K \frac{du}{dy} \tag{3.6}$$

donde ***K*** es una constante. Los fluidos dilatantes y pseudoplásticos siguen con

frecuencia una ley de la potencia, también llamada ecuación de Ostwald-de Waele

$$\tau_v g_c = K' \left(\frac{du}{dy} \right)^{n'} \tag{3.7}$$

donde K' y n' son constantes que reciben el nombre de *índice de consistencia de flujo e índice de comportamiento de flujo*, respectivamente. Para fluidos pseudoplásticos (curva *C*) $n' < 1$, y para dilatentes (curva *D*) $n' > 1$. Evidentemente, para fluidos newtonianos $n' = 1$.

TURBULENCIA

Desde hace mucho tiempo se sabe que un fluido puede circular por una tubería u otra conducción de dos formas diferentes. A bajas velocidades de flujo la caída de presión en el fluido es directamente proporcional a la velocidad del fluido, mientras que a velocidades elevadas dicha caída de presión aumenta mucho más rápidamente y, de forma aproximada, es proporcional al cuadrado de la velocidad. La distinción entre estos dos tipos de flujo fue inicialmente demostrada en un experimento clásico realizado por Osborne Reynolds en 1883. Sumergió un tubo horizontal de vidrio en un tanque de vidrio lleno de agua; el flujo de agua a través del tubo se podía controlar mediante una válvula. La entrada del tubo estaba acampanada y, mediante un dispositivo adecuado, se introducía un tinotilamento de agua coloreada en la corriente de entrada del tubo. Reynolds encontró que, para bajas velocidades de flujo, el chorro de agua coloreada circulaba inalterado a lo largo de la corriente principal sin que se produjese mezcla lateral. El comportamiento de la vena coloreada mostraba claramente que el agua circulaba según líneas rectas paralelas y que el flujo era laminar. Al aumentar la velocidad del flujo se alcanzaba una cierta ***velocidad crítica,*** para la cual se difumina la vena coloreada y el color se distribuye uniformemente a través de toda la sección de la corriente de agua. Este hecho pone de manifiesto que el agua ya no circula con movimiento laminar, sino que se desplaza al azar, dando lugar a corrientes transversales y remolinos. Este tipo de movimiento corresponde al *flujo* ***turbulento.***

Número de Reynolds y transición entre **flujo laminar y turbulento.** Reynolds estudió las condiciones para las qüe se-produce el cambio de un tipo de movimiento a otro y encontró que la velocidad crítica, para la que el flujo pasa de laminar a turbulento, depende de cuatro variables: el diámetro del tubo, así como la viscosidad, la densidad y la velocidad lineal media del líquido. Además, encontró que estos cuatro factores pueden combinarse formando un grupo y que el cambio del tipo de flujo ocurre para un valor definido del mismo. La citada agrupación de variables era

$$N_{Re} = \frac{D\bar{V}\rho}{\mu} = \frac{D\bar{V}}{\nu} \tag{3.8}$$

donde D = diámetro del tubo
$\bar{V}$ = velocidad media del líquido [Ec. (4.4)]
μ = viscosidad del líquido
ρ = densidad del líquido
v = viscosidad cinemática del líquido

La agrupación adimensional de variables definidas por la Ecuación (3.8) recibe el nombre de ***número de Reynolds,*** N_{Re}, y es uno de los grupos adimensionales que se relacionan en el Apéndice 5. Su valor es independiente de las unidades utilizadas con tal de que sean consistentes.

Observaciones adicionales han puesto de manifiesto que la transición de flujo laminar a turbulento ocurre en realidad para un amplio intervalo de números de Reynolds. Para números de Reynolds inferiores a 2100 se encuentra siempre flujo laminar, pero éste puede persistir hasta números de Reynolds de varios millares para condiciones especiales de entrada del tubo bien acampanada y líquido completamente en reposo en el tanque. En condiciones ordinarias de flujo, el flujo es turbulento para números de Reynolds superiores a aproximadamente 4000. Entre 2100 y 4000 existe una ***región de transición,*** donde el tipo de flujo puede ser tanto laminar como turbulento, dependiendo de las condiciones de entrada del tubo y de la distancia a dicha entrada.

Número de Reynolds para fluidos no newtonianos. Puesto que los fluidos no newtonianos no tienen un único valor de la viscosidad independiente del esfuerzo cortante, no puede utilizarse la Ecuación (3.8) para el número de Reynolds. La definición del número de Reynolds para tales fluidos es algo arbitraria; una definición ampliamente utilizada para fluidos de la ley de la potencia es

$$N_{Re,n} = 2^{3-n'}\left(\frac{n'\ n'}{3n'+1}\right)\frac{D^{n'}\rho\bar{V}^{2-n'}}{K'} \tag{3.9}$$

La base de esta definición, un tanto complicada, se trata en la página 101. Para el número de Reynolds crítico, correspondiente a la transición a flujo turbulento, se ha propuesto la siguiente ecuación[3]:

$$N_{Re,\,nc} = 2100\,\frac{(4n'+2)(5n'+3)}{3(3n'+1)^2} \tag{3.10}$$

La Ecuación (3.10) está de acuerdo con las observaciones de que la iniciación de la turbulencia ocurre para números de Reynolds superiores a 2100 con fluidos pseudoplásticos, para los que $n' < 1$.

Naturaleza de la turbulencia. Debido a la importancia del flujo turbulento en muchas ramas de la ingeniería, se ha estudiado intensamente en los últimos años y se dispone de abundante bibliografía sobre este tema'. Se han empleado métodos refinados de medida para estudiar con detalle las fluctuaciones reales de velocidad de los torbellinos que tienen lugar en el flujo turbulento, y los resulta-

dos de las medidas han proporcionado mucha información cualitativa y cuantitativamente, sobre la naturaleza de la turbulencia.

La turbulencia puede originarse por métodos distintos del flujo' a través de una tubería. En general, puede originarse bien por contacto de la corriente de fluido con límites sólidos, o bien por contacto entre dos capas de fluido que se mueven con velocidades diferentes. El primer tipo de turbulencia se denomina ***turbulencia de pared*** y el segundo ***turbulencia libre.*** La turbulencia de pared aparece cuando el fluido se mueve a través de canales cerrados o abiertos, o bien alrededor de formas sólidas sumergidas en la corriente. La turbulencia libre se presenta en el flujo de un chorro dentro de la masa de un fluido estancado, o cuando una capa límite se separa de una pared sólida y se mueve a través de la masa global del fluido. La turbulencia libre es especialmente importante en la operación de mezcla que se estudia en el Capítulo 9.

El flujo turbulento consiste en un conjunto de torbellinos de diferentes tamaños que coexisten en la corriente de fluido. Continuamente se forman torbellinos grandes que se rompen en otros más pequeños, que a su vez se transforman en otros todavía menores, los cuales finalmente desaparecen. En un tiempo y volumen determinado existe una amplia gama de tamaños de torbellinos. El tamaño de torbellino máximo es del mismo orden que la dimensión mínima de la corriente turbulenta; el diámetro de los torbellinos más pequeños es aproximadamente de 1 mm. Los torbellinos menores que éstos se destruyen rápidamente por las fuerzas viscosas. El flujo dentro de un torbellino es laminar. Puesto que aun los torbellinos más pequeños contienen del orden de 10^{16} moléculas, todos ellos son de tamaño macroscópico y el flujo turbulento no es un fenómeno molecular.

Un torbellino cualquiera posee una cantidad definida de energía mecánica, como si se tratase de una pequeña peonza. La energía de los torbellinos mayores procede de la energía potencial del flujo global del fluido. Desde un punto de vista energético, la turbulencia es un proceso de transferencia, en el cual los torbellinos grandes, formados a partir del flujo global, transportan la energía de rotación a lo largo de una serie continua de torbellinos más pequeños. Durante la ruptura de torbellinos grandes en otros cada vez más pequeños, no hay transformación apreciable de la energía mecánica en calor, a pesar de lo cual esta energía no es utilizable, sin embargo, para mantener la presión o vencer la resistencia al flujo, y no es aprovechable en la práctica. Finalmente esta energía mecánica se convierte en calor, cuando los torbellinos más pequeños se destruyen por la acción viscosa.

Fluctuaciones de velocidad en el flujo turbulento. La Figura 3.3 representa un gráfico típico de la variación de la velocidad instantánea en un punto dado de un campo de flujo turbulento. Esta velocidad es en realidad sólo uno de los componentes del vector real de velocidad, cuyas tres componentes varían rápidamente tanto en magnitud como en dirección. Análogamente, la presión instantánea en el mismo punto fluctúa rápida y simultáneamente con las fluctuaciones de la velocidad. Los oscilogramas que representan estas fluctuaciones suministran los datos experimentales necesarios sobre los que se basan las teorías modernas de la turbulencia.

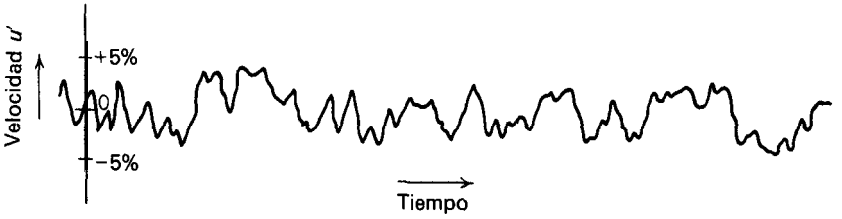


Figura 3.3. Fluctuaciones de velocidad en el flujo turbulento. Los porcentajes de velocidad están basados sobre la velocidad constante. [*Según F. L. Wattendorf y A. M. Kuethe, Physics*, 5:153 (1934).]

Aunque a primera vista la turbulencia puede parecer caótica, carente de estructura y generada al azar, un estudio[6] más detallado de oscilogramas como el de la Figura 3.3, pone de manifiesto que no es así, y el análisis estadístico de las distribuciones de frecuencia resulta útil para caracterizar la turbulencia.

Las velocidades locales instantáneas en un determinado punto pueden medirse por medio de un anemómetro de alambre caliente o de anemómetros láser-Doppler, que son capaces de seguir oscilaciones rápidas. Las velocidades locales pueden analizarse separando cada componente de la velocidad total instantánea en dos partes: una parte constante que es la media temporal, o valor medio, de la componente en la dirección de flujo de la corriente, y otra llamada ***velocidad de desviación,*** o velocidad fluctuante, que corresponde a la fluctuación instantánea de la componente alrededor del valor medio. La velocidad neta es la señalada por los medidores de flujo ordinarios, tal como un tubo de pitot, que son demasiado lentos para seguir las rápidas variaciones de la velocidad fluctuante. La separación de una componente de velocidad puede realizarse por el método que se indica a continuación. Sean las tres componentes (en coordenadas cartesianas) u_i, v_i y w_i, de la velocidad instantánea en las direcciones x, y y z, respectivamente. Supóngase también que el eje x está orientado en la dirección de flujo de la corriente y que las componentes v_i y w_i son las componentes y y z, respectivamente, ambas perpendiculares a la dirección del flujo global. Las ecuaciones de definición de las velocidades fluctuantes son

$$u_i = u + u' \qquad v_i = v' \qquad w_i = \mathrm{w}' \tag{3.11}$$

donde u_i, v_i, w_i = componentes de la velocidad instantánea total en las direcciones x, y, z, respectivamente
u = velocidad neta constante de la corriente en la dirección x
u', v', w' = velocidades fluctuantes en las direcciones x, y, z, respectivamente

En las Ecuaciones (3.11) se han omitido los términos v y w debido a que no existe flujo neto en las direcciones de los ejes y y z en el flujo unidimensional, de forma que v y w son cero.

Las velocidades de desviación u', v' y w' fluctúan todas alrededor de cero

como valor medio. La Figura 3.3 es en realidad una representación gráfica de la velocidad fluctuante u'; sin embargo, una representación gráfica de la velocidad instantánea u_i tendría una apariencia idéntica, puesto que en cualquier punto la ordenada estaría incrementada en la cantidad constante u.

Para la presión

$$Pi = P + p' \tag{3.12}$$

donde p_i = presión local variable
p = presión media constante, tal como es medida por los manómetros ordinarios
p' = parte fluctuante de la presión debida a los remolinos

Debido a la naturaleza al azar de las fluctuaciones, los valores medios temporales de las componentes fluctuantes de velocidad y presión desaparecen al promediarlos para un período de tiempo t_0 del orden de unos pocos segundos. Por tanto,

$$\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} u'dt = 0 \qquad \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} w'dt = 0$$

$$\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} v'\,dt = 0 \qquad \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} p'dt = 0$$

La razón para que estos valores medios se anulen reside en que para cada valor positivo de una fluctuación existe un valor negativo igual y la suma algebraica es cero.

Aunque los valores medios temporales de las componentes fluctuantes son cero, esto no tiene por qué ocurrir necesariamente para otras funciones o combinaciones de dichas componentes. Por ejemplo, el valor medio temporal de la media cuadrática de una cualquiera de estas componentes de velocidad no es cero. Esta magnitud para la componente u' está definida por

$$\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} (u')^2\,dt = \overline{(u')^2} \tag{3.13}$$

Así, la media cuadrática no es cero puesto que u' adquiere una rápida serie de valores positivos y negativos que, al elevarlos al cuadrado, siempre dan valores positivos. Por consiguiente, $\overline{(u')^2}$ es inherentemente positivo y solamente se anula cuando no existe turbulencia.

En el flujo laminar no existen remolinos, no hay velocidades ni presiones fluctuantes, la velocidad total en la dirección de flujo u_i es constante e igual a u, y v_i y w_i son ambas cero.

Naturaleza estadística de la turbulencia. La distribución de velocidades de desviación en un punto concreto indica que el valor de la velocidad está relacionado con la frecuencia con que se presenta ese valor, y que la relación entre la

frecuencia y el valor es del tipo de distribución de Gauss, que corresponde a la característica curva de error de magnitudes estadísticas completamente al azar. Este resultado demuestra que la turbulencia es un fenómeno estadístico, y los estudios de mayor éxito se basan sobre su naturaleza estadística'.

Se obtienen dos clases de datos midiendo u', v' y w' en lugares diferentes y en períodos de tiempo variables. En primer lugar, pueden medirse en un solo punto las tres componentes de la velocidad de desviación, cada una en función del tiempo. En segundo lugar, los valores de una cierta velocidad de desviación, por ejemplo, u', se pueden medir en distintos puntos durante el mismo período de tiempo. En la Figura 3.4 se representan los valores de u', medidos simultáneamente para dos puntos separados por una distancia vertical y. Los datos obtenidos para diferentes valores de y, indican, que a medida que y aumenta, la correspondencia entre las velocidades en los dos puntos varía desde una relación muy estrecha, para valores muy pequeños de y, hasta una independencia total cuando y es grande. Esto era de esperar, ya que cuando la distancia entre las medidas es pequeña con respecto al tamaño de un torbellino, es un solo torbellino el que se mide, y las velocidades fluctuantes en los dos puntos están estrechamente correlacionadas. Esto significa que cuando la velocidad en un punto varía en magnitud o dirección, la velocidad en el otro punto sigue prácticamente el mismo camino. Para diferencias mayores, las medidas se hacen sobre torbellinos separados y desaparece la correlación.

Cuando las tres componentes de las velocidades fluctuantes se miden en el mismo punto, se encuentra que dos cualesquiera de ellas están también correlacionadas y un cambio en una de ellas da lugar a un cambio en las otras dos.

Estas observaciones se cuantifican definiendo los coeficientes de correlación'. Uno de estos coeficientes, que corresponde al caso que se representa en la Figura 3.4, se define del siguiente modo:

$$R_{u'} = \frac{\overline{u'_1 u'_2}}{\sqrt{\overline{(u'_1)^2}\ \overline{(u'_2)^2}}} \tag{3.14}$$

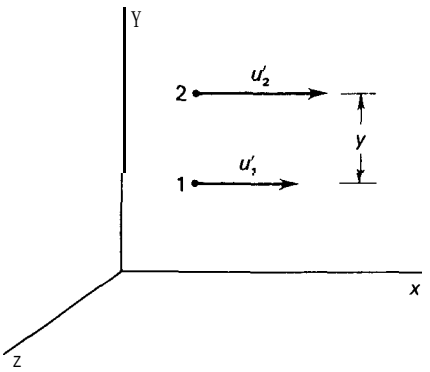


Figura 3.4. Componentes de la velocidad fluctuante en la medida de la escala de turbulencia.

siendo u'_1 y u'_2 los valores de u' en los puntos 1 y 2, respectivamente. Otro coeficiente de correlación, que se aplica a un solo punto, se define por la ecuación

$$R_{u'v'} = \frac{u'v'}{\sqrt{(\overline{u'})^2\ (\overline{v'})^2}} \tag{3.15}$$

en la cual u' y v' están medidas en el mismo punto y al mismo tiempo.

Intensidad y escala de turbulencia. Los campos turbulentos se caracterizan por dos parámetros medios. El primero mide la intensidad del campo y se refiere a la velocidad de rotación de los torbellinos y a la energía de un torbellino de tamaño específico. El segundo mide el tamaño de los torbellinos. La intensidad se mide por la media cuadrática de una de las componentes de la velocidad. Se expresa generalmente en tantos por ciento de la velocidad media, o $100\sqrt{(\overline{u'})^2}/u$. Los campos muy turbulentos, como los situados inmediatamente debajo de las rejillas productoras de turbulencia, pueden alcanzar una intensidad del 5 al 10 por 100. En el flujo no perturbado, las intensidades son del orden del 0,5 al 2 por 100 o inferiores. Cada componente posee generalmente una intensidad diferente.

La escala de turbulencias se basa en coeficientes de correlación, tales como $R_{u'}$ medidos en función de la distancia entre dos localizaciones. Determinando los valores de $R_{u'}$ en función de y, se calcula la escala de remolino, L_y, en la dirección y mediante la integral

$$L_y = \int_0^\infty R_{u'}\, dy \tag{3.16}$$

Cada dirección da generalmente un valor diferente de L_y, que depende de la elección de las componentes de velocidad empleadas en la definición. Para el flujo de aire en los tubos, a 12 m por segundo, la escala es del orden de 1 cm, y este valor constituye una medida del tamaño de los remolinos en el interior del tubo.

Turbulencia isotrópica. Se ha dicho en el párrafo anterior que los coeficientes de correlación dependen, generalmente, de la elección del componente. En algunos casos, sin embargo, esto no es cierto, y las medias cuadráticas de los componentes en un punto determinado son iguales para todas las direcciones. Este caso recibe el nombre de turbulencia *isotrópica,* siendo

$$\overline{(u')^2} = \overline{(v')^2} = \overline{(w')^2}$$

Existe turbulencia prácticamente isotrópica cuando no hay gradiente de velocidad, como ocurre en el eje de una tubería o más allá del borde exterior de una capa límite. También se encuentra turbulencia prácticamente isotrópica aguas abajo de una rejilla situada perpendicularmente a la dirección del flujo. El flujo turbulento cerca de una superficie es anisotrópico, si la anisotropía se presenta principalmente con grandes remolinos. Los pequeños, especialmente los que se encuentran próximos a su extinción a causa de la acción viscosa, son prácticamente isotrópicos.

Esfuerzos de Reynolds. Se conoce desde hace mucho tiempo que en el flujo turbulento existen fuerzas de cizalla muy superiores a las existentes en el flujo laminar siempre que exista un gradiente de velocidad a través de un plano de cizalla. El mecanismo de la cizalladura turbulenta depende de las velocidades fluctuantes en la turbulencia anisotrópica. Los esfuerzos cortantes turbulentos reciben el nombre de ***esfuerzos de Reynolds*** y se miden mediante los coeficientes de correlación del tipo $R_{u'v'}$ definidos por la Ecuación (3.15).

Para relacionar los esfuerzos de Reynolds con las correlaciones de velocidades fluctuantes puede utilizarse el principio de la cantidad de movimiento. Consideremos un fluido con flujo turbulento que se mueve en la dirección x positiva tal como se muestra en la Figura 3.5 y el plano S paralelo al flujo. La velocidad instantánea en el plano es u_i y la velocidad media es u. Supóngase que u aumenta con y, la dirección positiva medida perpendicularmente a la capa S, de forma que el gradiente de velocidad es positivo. Cualquier remolino que se desplaza hacia la pared tiene un valor negativo de v' y su movimiento representa una entrada de flujo de masa $\rho(-v')$ en el fluido por debajo del plano S. La velocidad del remolino en la dirección x es u_i, o bien $u + u'$. Si cada uno de estos remolinos que cruzan el plano S es decelerado hasta la velocidad media u, la velocidad de transferencia de cantidad de movimiento por unidad de área es $\rho(-v')u'$. Esta densidad de flujo de cantidad de movimiento, después de efectuar la media temporal para todos los remolinos, es un esfuerzo cortante turbulento, o esfuerzo de Reynolds, que viene dado por la ecuación

$$\tau_t g_c = \rho\overline{u'v'} \tag{3.17}$$

Viscosidad de remolino. Por analogía con la Ecuación (3.4), la relación entre esfuerzo cortante y gradiente de velocidad en una corriente turbulenta se utiliza para definir la viscosidad de remolino E_v:

$$\tau_t g_c = E_v \frac{du}{dy} \tag{3.18}$$

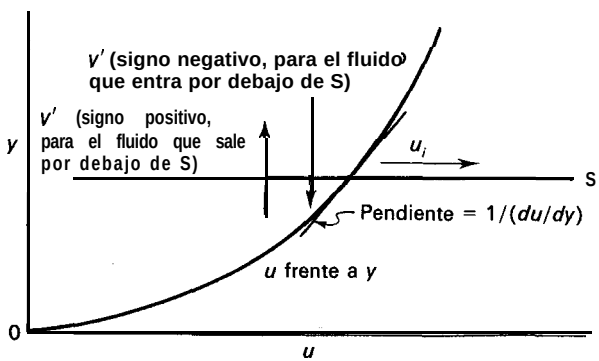


Figura 3.5. Esfuerzo de Reynolds.

La magnitud E_v es análoga a μ, la viscosidad absoluta. Además, por analogía con la viscosidad cinemática v, se define la magnitud ε_M, llamada *dijiisividad turbulenta de cantidad de movimiento,* como $\varepsilon_M = E_v/\rho$.

El esfuerzo cortante total en el flujo turbulento es la suma de los esfuerzos cortantes viscoso y turbulento, o sea

$$\tau g_c = (\mu + E_v) \frac{du}{dy} \tag{3.19}$$

$$\tau g_c = (v + \varepsilon_M) \frac{d(\rho u)}{dy} \tag{3.20}$$

Aunque E_v y ε_M son análogos a μ y v, respectivamente, en el sentido de que todas estas magnitudes son coeficientes que relacionan el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad, existe una diferencia fundamental entre ambos tipos de magnitudes. Las viscosidades μ y v son verdaderas propiedades del fluido y son el resultado macroscópico de promediar los movimientos y las cantidades de movimientos de un número extraordinariamente elevado de moléculas. Por el contrario, la viscosidad turbulenta E_v y la difusividad turbulenta ε_M no son propiedades del fluido, sino que dependen de la velocidad del fluido y de la geometría del sistema. Por tanto, son funciones de todos los factores que influyen sobre los modelos detallados de la turbulencia y las velocidades fluctuantes, y son especialmente sensibles a la localización en el campo turbulento y a los valores locales de la escala y la intensidad de la turbulencia. Las viscosidades pueden medirse en muestras aisladas de fluido y pueden presentarse en tablas o gráficas de propiedades físicas como las de los Apéndices 9 y 10. Las viscosidades y difusividades de remolino se determinan (con dificultad, y solamente por medio de instrumentos especiales) realizando experimentos sobre el flujo.

Flujo en capas limite. Una capa límite se define como una parte de un fluido en movimiento en la cual el flujo del fluido está influenciado por la presencia de una superficie sólida. Como un ejemplo específico de la formación de una capa límite, consideremos el flujo de un fluido paralelo a una lámina delgada, tal como se muestra en la Figura 3.6. La velocidad del fluido aguas arriba del borde de ataque de la lámina es uniforme a través de toda la corriente del fluido y la velocidad del fluido en la interfase entre el sólido y el fluido es cero. La velocidad aumenta con la distancia desde la lámina, tal como se muestra en la Figura 3.6. Cada una de las curvas corresponde a un valor definido de x, la distancia desde el borde de ataque de la lámina. La pendiente de las curvas varía rápidamente cerca de la lámina, mientras que la velocidad local tiende asintóticamente hacia la velocidad global de la corriente.

La línea de trazos OL en la Figura 3.6 se ha trazado de tal forma que las variaciones de velocidad quedan confinadas entre la pared y dicha línea. Puesto que las líneas de velocidad son asintóticas con respecto a la distancia desde la lámina, se ha supuesto, con el fin de localizar en una forma definida la línea de trazos, que dicha línea pasa por todos los puntos donde la velocidad es el 99 por

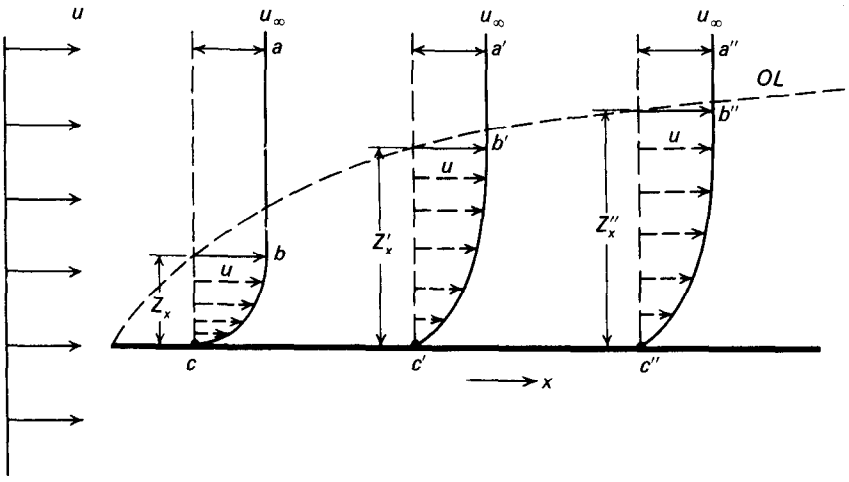


Figura 3.6. Capa laminar de Prandtl: x, distancia desde el borde de ataque; u_∞, velocidad de la corriente no distorsionada; Z_x, espesor de la capa límite a una distancia x; u, velocidad local; abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$, curvas de velocidad frente a la distancia a la pared en los puntos c, c', c''; OL, límite exterior de la capa límite.

100 de la velocidad global del fluido u_∞. La línea OL representa una superficie imaginaria que divide la corriente de fluido en dos partes: una donde la velocidad del fluido es constante y otra en la que la velocidad varía desde cero en la pared hasta una velocidad que es sustancialmente la misma que la del fluido no perturbado. Esta superficie imaginaria separa el fluido que está directamente afectado por la lámina del resto en el que la velocidad local es constante e igual a la velocidad inicial del fluido. La zona o capa comprendida entre la línea de trazos y la lámina constituye la capa límite.

Tanto la formación como el comportamiento de la capa límite son importantes, no solamente para el flujo de fluidos, sino también para la transmisión de calor, que se trata en el Capítulo 12, y la transferencia de materia, que se estudia en el Capítulo 21.

Flujo laminar y turbulento en capas limite. La velocidad del fluido en una interfase sólido-fluido es cero, y las velocidades cerca de la superficie son necesariamente pequeñas. El flujo en esta parte de la capa límite muy próxima a la superficie es, por tanto, laminar. A mayor distancia de la superficie las velocidades del fluido, aunque menores que la velocidad del fluido no perturbado, pueden ser relativamente grandes y, en consecuencia, en esta parte de la capa límite el flujo puede hacerse turbulento. Entre la zona de turbulencia totalmente desarrollada y la región de flujo laminar hay una capa de transición que presenta un carácter intermedio. Por tanto, en general, una capa límite turbulenta consta de tres zonas: la subcapa viscosa, la capa de transición y la zona turbulenta. En algunos casos la capa límite puede ser enteramente laminar, pero en la mayor parte de los casos de interés en ingeniería, existe parte laminar y parte turbulenta.

Cerca del borde de ataque de una lámina plana sumergida en un fluido con velocidad uniforme, la capa límite es de poco espesor y el flujo en la capa límite es totalmente laminar. Sin embargo, a medida que el espesor de la capa aumenta para mayores distancias del borde de ataque, se alcanza un punto en el que aparece turbulencia. La aparición de turbulencia se caracteriza por un brusco aumento del espesor de la capa límite, tal como se indica en la Figura 3.7.

Cuando el flujo en la capa límite es completamente laminar, el espesor Z_x de la capa aumenta con $x^{0,5}$, siendo x la distancia desde el borde de ataque de la lámina[4]. Durante un corto espacio de tiempo después de que aparece la turbulencia, Z_x aumenta con $x^{1,5}$, y cuando la turbulencia está totalmente desarrollada lo hace con $x^{0,8}$.

La parte inicial totalmente laminar de la capa límite puede crecer hasta alcanzar un espesor moderado, tal vez 2 mm con aire o agua circulando con velocidades medias. Sin embargo, una vez que comienza la turbulencia, el espesor de la parte laminar de la capa límite disminuye considerablemente, alcanzando un valor típico del orden de 0,2 mm.

Transición de flujo laminar a turbulento; número de Reynolds. Los factores que determinan el punto en el que aparece la turbulencia en una capa límite laminar están relacionados con el número adimensional de Reynolds definido por la ecuación

$$N_{Re,x} = \frac{x u_\infty \rho}{\mu} \tag{3.21}$$

donde x = distancia desde el borde de ataque de la lámina
u_∞ = velocidad global del fluido
ρ = densidad del fluido
μ = viscosidad del fluido

Para el caso de flujo paralelo a lo largo de la lámina, el flujo turbulento comienza para un número de Reynolds crítico comprendido entre 10^5 y 3 x 10^6. La

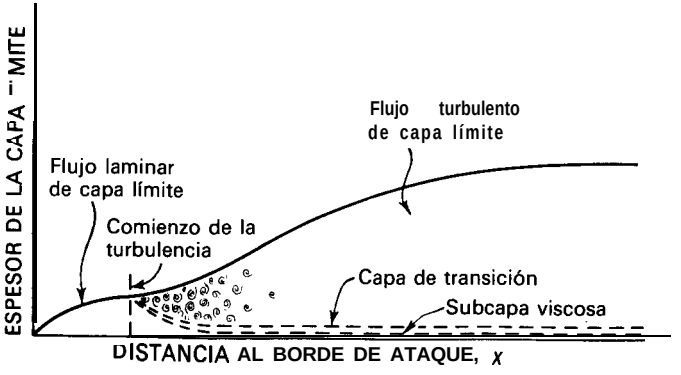


Figura 3.7. Desarrollo de la capa límite turbulenta sobre una lámina plana.

ina es
transición ocurre para números de Reynolds inferiores cuando la lám ada, y
rugosa y la intensidad de turbulencia en la corriente que se acerca es ele ncia en
para valores superiores cuando la lámina es lisa y la intensidad de turbule
la corriente que se acerca es baja.

cto, de
Formación de la capa límite en tubos rectos. Consideremos un tubo re mo se
pared delgada, en el que penetra un fluido con velocidad uniforme. Tal c ada del
muestra en la Figura 3.8, comienza a formarse una capa límite en la entr onduc-
tubo, y a medida que el fluido circula a través de la primera parte de la c ocupa
ción, el espesor de la capa aumenta. Durante esta etapa la capa límite asta de
solamente parte de la sección transversal del tubo y la corriente total co se una
un núcleo de fluido que circula con velocidad constante, como si fue . En la
varilla, y una capa límite anular comprendida entre dicho núcleo y la pare ocidad
capa límite la velocidad aumenta desde cero en la pared hasta la ve por el
constante existente en el núcleo. A medida que la corriente avanza más Final-
tubo la capa límite ocupa una porción creciente de la sección transversal a capa
mente, para un punto suficientemente alejado aguas abajo de la entrada, toda la
límite llega al centro del tubo, el núcleo desaparece y la capa límite ocupa dad en
sección transversal de la corriente. En este punto la distribución de veloc cha de
el tubo alcanza su forma final, tal como muestra la última curva de la der . Este
la Figura 3.8, y ya permanece inalterable en el resto de la longitud del tu e *flujo*
flujo con una distribución de velocidad invariable recibe el nombre ***totalmente desarrollado.***

región
Longitud de transición para-flujo laminar y turbulento. La longitud de la tro del
de entrada del tubo que se requiere para que la capa límite alcance el ce *ngitud*
tubo y se establezca el flujo totalmente desarrollado recibe el nombre de ud del
de transición. Puesto que la velocidad varía no solamente con la longi o en la
tubo, sino también con la distancia radial desde el centro del mismo, el flu
región de entrada es bidimensional. nzar la

La longitud aproximada de tubería recta que se necesita para alca
distribución final de velocidad, para el caso de flujo laminar, es

$$\frac{x_t}{D} = 0{,}05 N_{Re} \tag{3.22}$$

donde x_t = longitud de transición
D = diámetro de la tubería

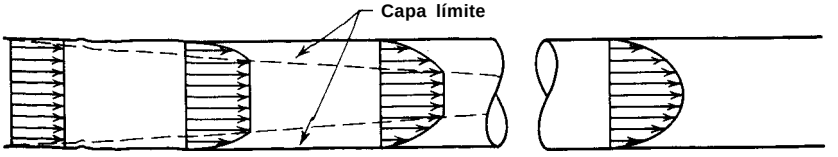


Figura 3.8. Desarrollo del flujo de capa límite en un tubo.

Por tanto, para una tubería de 50 mm (2 pulg) de diámetro interior y un número de Reynolds de 1500, la longitud de transición es 3,75 m (12,3 pies). Si el flujo que entra en la tubería es turbulento y la velocidad en el tubo es superior a la crítica, la longitud de transición es casi independiente del número de Reynolds y está comprendida entre 40 y 50 diámetros de tubería, con poca diferencia entre la distribución a 25 diámetros y las correspondientes a mayores distancias desde la entrada. Para una tubería de 50 mm de diámetro interior basta con 2 o 3 metros de tubería recta. Si el fluido entra en el tubo con flujo laminar y el flujo se hace después turbulento, se necesita una longitud de transición mucho mayor, tal como 100 diámetros de tubería. La longitud de transición para flujo laminar es menor que para flujo turbulento salvo que el número de Reynolds sea pequeño.

Separación de capa limite y formación de estela. En los párrafos precedentes se ha estudiado el crecimiento de la capa límite en el borde de ataque de una lámina. Vamos a considerar ahora lo que ocurre en una parte alejada del objeto, después que el fluido ha abandonado la superficie del sólido.

En el borde de salida de una lámina plana situada paralelamente a la dirección del flujo, las capas límites situadas a ambos lados de la lámina han crecido, hasta alcanzar su máximo espesor. Durante algún tiempo, después de que el fluido abandona la lámina, persisten las capas y los gradientes de velocidad. Sin embargo, en seguida los gradientes se anulan, las capas límite se entremezclan y desaparecen, y el fluido se mueve de nuevo con velocidad uniforme, según se representa en la Figura 3.9*a*.

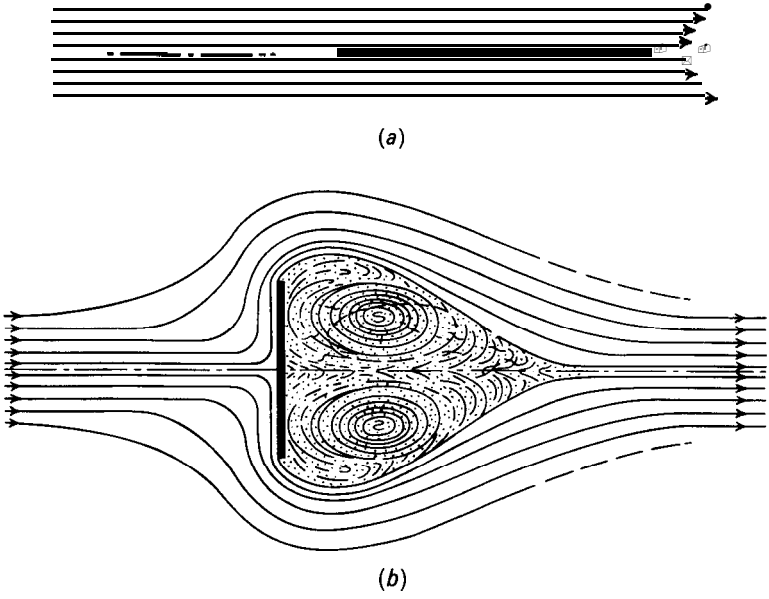


Figura 3.9. Flujo alrededor de una lámina plana: (*a*) Flujo paralelo a la lámina. (*b*) Flujo perpendicular a la lámina.

Supongamos ahora que la lámina se gira de forma que esté en ángulo recto con respecto a la dirección del flujo, como indica la Figura 3.9*b*. Igual que antes, se forma una capa límite en el fluido que circula sobre la cara frontal de la lámina. Sin embargo, cuando el fluido llega al borde de la lámina, su cantidad de movimiento le impide adaptarse al borde, se separa de la lámina y se une a la corriente global del fluido. Detrás de la lámina hay una «zona de calma», formada por fluido muy decelerado, en la cual se forman grandes torbellinos, llamados *vórtices*. Esta zona recibe el nombre de *estela*. Los torbellinos en la estela se mantienen en movimiento para las fuerzas de cizalla, que existen entre la estela y la corriente separada. Consumen una cantidad considerable de energía y pueden dar lugar a grandes pérdidas de presión en el fluido.

La separación de capa límite tiene lugar siempre que la variación de velocidad del fluido, tanto en magnitud o dirección, es demasiado grande para que el fluido pueda adherirse a la superficie del sólido. Esto sucede frecuentemente cuando existe un cambio brusco en la conducción, como, por ejemplo, una expresión o contracción súbita, un cambio de dirección pronunciado, o una obstrucción alrededor de la cual tiene que circular el fluido. Sin embargo, como se considera en el Capítulo 5, página 112, la separación puede tener lugar también, cuando la velocidad disminuye en una conducción que se ensancha suavemente. Debido a las grandes pérdidas de energía que resultan en la formación de estela, es deseable frecuentemente minimizar o evitar la separación de la capa límite. Esto se puede hacer, en algunos casos, mediante succión, es decir, aspirando parte del fluido hacia el interior de la superficie del sólido en la zona potencial de separación. Sin embargo, más corrientemente se disminuye la separación evitando los cambios bruscos en la sección transversal de la conducción, o dando forma aerodinámica a los objetos sobre los cuales ha de circular el fluido. En algunos casos como, por ejemplo, para favorecer la transmisión de calor o la mezcla en un fluido, la separación de la capa límite puede ser deseable.

SIMBOLOS

A	Area, pie^2 o m^2; A_s, del plano sobre el que actúa la fuerza de cizalla
D	Diámetro, pies o m
E_v	Viscosidad de remolino, lb/pies-s, P o Pa-s
F_s	Fuerza de cizalla, lb_f o N
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32, 174 pies-lb/lb_f-s^2
K	Constante en la Ecuación (3.6)
L_y	Escala de turbulencia, pies o m
N_{Re}	Número de Reynolds, $D\bar{V}\rho/\mu$; $N_{Re,n}$, para fluidos no newtonianos; $N_{Re,x}$, basado en la distancia x desde el borde de ataque de la lámina
n	Exponente en la Ecuación (3.5)
n'	Indice de comportamiento del flujo, adimensional [Ec. (3.7)]
p	Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; p_i, presión local variable; p', componente fluctuante
$R_{u'}$, $R_{u'v'}$	Coeficientes de correlación definidos por las Ecuaciones (3.14) y (3.15)
T	Temperatura absoluta, K
t	Tiempo, s; intervalo de tiempo para promediar

u	Velocidad, pies/s o m/s; componente de velocidad en la dirección x; u_i, valor instantáneo; u_∞, velocidad global del fluido no perturbado; u', velocidad fluctuante
$\bar{V}$	Velocidad media, pies/s o m/s
v, w	Componentes de velocidad en las direcciones y y z, respectivamente; v_i, w_i, valores instantáneos; v', w', velocidades fluctuantes
x	Distancia medida paralelamente a la dirección de flujo, pies o m; x_t, longitud de transición
Y	Distancia perpendicular a la pared, pies o m
Z_x	Espesor de capa límite, pies o m

Letras griegas

ε_M	Difusividad de remolino de cantidad de movimiento, pie^2/s o m^2/s
μ	Viscosidad absoluta, lb/pies-s o Pa-s; μ_0, para $T = 273$ K
v	Viscosidad cinemática μ/ρ, pie^2/s o m^2/s
ρ	Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3
τ	Esfuerzo cortante, lb_f/pie^2 o N/m^2; τ_t, esfuerzo cortante turbulento; τ_w, en la pared; τ_0, esfuerzo cortante mínimo para un plástico de Bingham

PROBLEMAS

3.1. El espesor de la capa límite laminar sobre una lámina plana Z_x viene dado aproximadamente por la ecuación $Z_x = 5{,}5(\mu x/u_\infty \rho)^{1/2}$. Demuéstrese que para la transición a flujo turbulento el número de Reynolds basado en este espesor, en vez de en x como en la Ecuación (3.21), está próximo al número de Reynolds de transición para el flujo en una tubería.

3.2. Utilícese el nomograma del Apéndice 9 para determinar el valor de n en la ecuación de la viscosidad de gases, Ecuación (3.5), para nitrógeno y para hidrógeno en los intervalos de 0 a 300 °C y de 300 a 600 °C.

3.3. (*a*) Estímese la longitud de transición en la entrada a un tubo de 15 mm a través del cual circula glicerina pura a 60 °C con una velocidad de 0,3 m/s. La densidad de la glicerina es 1240 kg/m^3. (b) Repítase el apartado *(a)* para el caso de metano1 puro que entra en una tubería de 3 pulg a 30 °C con una velocidad de 7 pies/s. La densidad del metano1 es 49 lb/pie^3.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. HINZE, J. 0.: «Turbulence», 2." ed., McGraw-Hill, New York, 1975.
2. KNUDSEN, J. G., y KATZ, D. L.: «Fluid Dynamics and Heat Transfer», pp. 115-120, McGraw-Hill, New York, 1958.
3. ROTHFUS, R. R., y PRENGLE, R. S.: *Ind. Eng. Chem., 4411683* (1952).
4. SCHLICHTING, H.: «Boundary Layer Theory», 7.ª ed., p. 42, McGraw-Hill, New York, 1979.
5. STREETER, V. L., y WYLIE, E. B.: «Fluid Mechanics», 7." ed., McGraw-Hill, New York, 1979.
6. WATTENDORF, F. L., y KUETHE, A. M,: *Physics*, 5:153 (1934).

CAPITULO
CUATRO

ECUACIONES UNITARIAS EN EL FLUJO DE FLUIDOS

Los principios físicos más útiles en las aplicaciones de la mecánica de fluidos son el balance de materia, o ecuación de continuidad, las ecuaciones del balance de cantidad de movimiento y el balance de energía mecánica. Pueden escribirse en forma diferencial, mostrando las condiciones en un punto del interior de un elemento de volumen, o bien en forma integrada, aplicables a un volumen o masa finitos de fluido. En este capítulo sólo se consideran las ecuaciones integrales.

En los últimos capítulos se introducen algunas formas sencillas de las ecuaciones diferenciales del flujo de fluidos. Un tratamiento completo requiere el empleo de ecuaciones vectoriales y tensoriales que caen fuera del objeto de este libro. Corresponden a un estudio más avanzado de los fenómenos y pueden encontrarse en libros de mecánica aplicada y procesos de transporte [1-3].

Balance de materia. En flujo estacionario, el balance de materia, es particularmente sencillo. La velocidad de entrada de masa en el sistema de flujo, es igual a la de salida, ya que la masa no puede acumularse ni vaciarse dentro del sistema de flujo en condiciones estacionarias.

Lineas de corriente y tubos de corriente. El estudio de los fenómenos de flujo de fluidos se facilita imaginando en la corriente del fluido, las trayectorias del mismo, que reciben el nombre de líneas de corriente. Una línea de corriente es una línea imaginaria en la masa de fluido en movimiento, representada de tal forma que en cada punto de la curva, el vector velocidad neta u, es tangente a la línea de corriente. A través de dicha línea no existe flujo neto. En el flujo turbulento, los remolinos cruzan en una y otra dirección las líneas de corriente, pero como se indica en el Capítulo 3, el flujo neto de tales torbellinos en cualquier dirección distinta a la de flujo es cero.

Un *tubo de corriente, o filamento de corriente, es* un tubo de sección transversal grande o pequeña, y de una forma transversal tal, que está totalmente limitado por líneas de corriente. Un tubo de corriente puede suponerse como una tubería imaginaria, situada en el interior de la masa de fluido en movimiento, a través de cuyas paredes no hay flujo neto.

El balance de materia da una relación importante para el flujo que tiene lugar a través de un tubo de corriente. Puesto que no puede existir flujo a través de las paredes del tubo, la velocidad de flujo másico a la entrada del tubo, en un determinado período de tiempo, ha de ser igual a la velocidad de flujo másico a la salida. Consideremos el tubo de corriente, que se representa en la Figura 4.1. El fluido entra por un punto en que la sección transversal del tubo es S_a, y sale por otro en que la sección transversal es S_b. La velocidad y la densidad a la entrada son u_a y ρ_a respectivamente, y las magnitudes correspondientes a la salida u_b y ρ_b. Supongamos que la densidad en una determinada sección transversal es constante y que el flujo a través del tubo es no viscoso o flujo potencial; por consiguiente, la velocidad u_a es constante a través del área S_a y la velocidad u_b a través del área S_b. La masa de fluido que entra y sale del tubo por unidad de tiempo es

$$\dot{m} = \rho_a u_a S_a = \rho_b u_b S_b \tag{4.1}$$

siendo $\dot{m}$ la velocidad de flujo de masa por unidad de tiempo. A partir de esta ecuación se deduce para un tubo de corriente

$$\dot{m} = \rho u S = \text{cte} \tag{4.2}$$

La Ecuación (4.2) se denomina ***ecuación de continuidad*** y se aplica tanto a fluidos compresibles, como no compresibles. En el último caso $\rho_a = \rho_b = \rho$.

Velocidad media. Si el flujo a través del tubo de corriente no es flujo potencial, pero está totalmente o en parte dentro de una capa límite, en la que hay esfuerzos cortantes, la velocidad u_a variará de un punto a otro de la sección S_a, y lo mismo le ocurrirá a u_b en la sección S_b. Es necesario por tanto distinguir la velocidad local de la velocidad media.

Si el fluido es caliente o se enfría, su densidad varía también de un punto a otro, en una determinada sección transversal. En este libro se desprecian las variaciones de densidad en una determinada sección transversal del tubo de corriente, y ρ_a y ρ_b son independientes de su localización en la misma.

La velocidad de flujo de masa a través de un área diferencial situada en la sección de un tubo de corriente es

$$d\dot{m} = \rho u \, dS \tag{4.3}$$

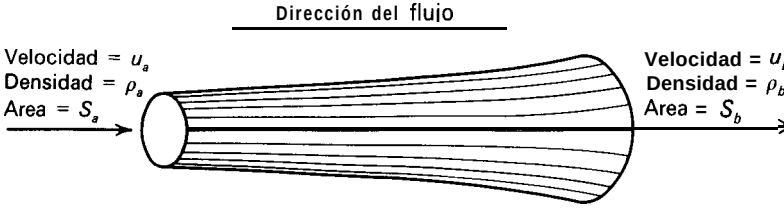


Figura 4.1. Continuidad.

y la velocidad de flujo de masa total, a través de toda la sección es

$$\dot{m} = \rho \int_S u \, dS$$

La integral $\int_S$ significa que la integración está extendida al área S.

La velocidad media, $\bar{V}$, de la corriente total que fluye a través de la sección transversal de área S, se define mediante la expresión

$$\bar{V} \equiv \frac{\dot{m}}{\rho S} = \frac{1}{S} \int_S u \, dS \tag{4.4}$$

El valor de Ves también igual a la velocidad volumétrica de flujo dividida por el área de la sección transversal de la conducción, y de hecho generalmente se calcula en esta forma. Por tanto,

$$\bar{V} = \frac{q}{S} \tag{4.5}$$

siendo q la velocidad volumétrica de flujo.

La ecuación de continuidad para el flujo a través de un tubo de corriente finito, en el cual la velocidad varía en la sección transversal, es

$$\dot{m} = \rho_a \bar{V}_a S_a = \rho_b \bar{V}_b S_b = \rho \bar{V} S \tag{4.6}$$

Para el caso importante de flujo a través de conducciones de sección circular

$$\dot{m} = \tfrac{1}{4}\pi D_a^2 \rho_a \bar{V}_a = \tfrac{1}{4}\pi D_b^2 \rho_b \bar{V}_b$$

de donde

$$\frac{\rho_a \bar{V}_a}{\rho_b \bar{V}_b} = \frac{D_b}{D_a}^2 \tag{4.7}$$

siendo D_a y D_b, los diámetros de la conducción en dos puntos determinados de la misma.

Velocidad másica. La Ecuación (4.4) puede escribirse así

$$\bar{V}_\rho = \frac{\dot{m}}{S} \equiv G \tag{4.8}$$

Esta ecuación define la velocidad másica G, que se calcula dividiendo la velocidad de flujo de masa, por el área de la sección transversal de la conducción. En la práctica la velocidad másica se expresa en kilogramos por segundo por metro

cuadrado, o en kilogramos por hora por metro cuadrado. La ventaja de utilizar G, consiste en que es independiente de la temperatura y la presión cuando el flujo es estacionario (ti constante) y la sección transversal no varía (S constante). Este hecho resulta especialmente útil, cuando se consideran fluidos compresibles, en los cuales tanto $\bar{V}$ como ρ varían con la temperatura y la presión. Por otra parte, más adelante aparecen en este libro ciertas relaciones en las que interviene el producto de $\bar{V}$ y ρ, de forma que la velocidad másica representa el efecto neto de ambas variables. La velocidad másica G, puede llamarse también densidad másica de corriente o densidad de flujo de masa, donde la densidad de flujo se define generalmente como una magnitud que pasa a través de la unidad de área en la unidad de tiempo. La velocidad media, $\bar{V}$, tal como muestra la Ecuación (4.5), puede'expresarse como la densidad de flujo volumétrico.

Ejemplo 4.1. Por la conducción que se representa en la Figura 4.2 fluye un crudo de petróleo, cuya densidad relativa 60 °F/60 °F = 0,887. La tubería *A* es de 2 pulg (50 mm), Catálogo 40, la tubería *B* es de 3 pulg (75 mm), Catálogo 40, y cada una de las tuberías C es $1\frac{1}{2}$ pulg (38 mm), Catálogo 40. A través de cada una de las tuberías C circula la misma cantidad de líquido. El flujo a través de la tubería *A* es de 30 gal/min (6,65 m^3/h). Calcúlese (a) la velocidad de flujo de masa en cada tubería, (b) la velocidad lineal media en cada tubería, y (c) la velocidad másica en cada tubería.

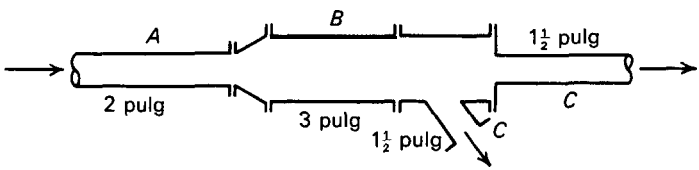


Figura 4.2. Sistema de tuberías para el Ejemplo 4.1.

SOLUCIÓN

Las dimensiones y las áreas de las secciones transversales se dan en el Apéndice 6. Las áreas de las secciones transversales que se requieren son: 0,0233 pie^2 para la tubería de 2 pulg; 0,0513 pie^2 para la tuberia de 3 pulg; 0,01414 pie^2 para la tubería de $1\frac{1}{2}$ pulg.

(a) La densidad del fluido es

$$\rho = 0{,}887 \times 62{,}37 = 55{,}3 \text{ lb/pie}^3$$

Puesto que hay 7,48 gal en 1 pie^3 (Ap. 3), la velocidad volumétrica de flujo total es

$$q = \frac{30 \times 60}{7.48} = 240{,}7 \text{ pie}^3/\text{h}$$

La velocidad de flujo de masa es la misma para las tuberías *A* y *B* y es igual al producto de la densidad por la velocidad volumétrica de flujo, o sea

$$\dot{m} = 240{,}7 \times 55{,}3 = 13\,300 \text{ lb/h}$$

La velocidad de flujo de masa a través de cada tubería C es la mitad del total, o sea 13 300/2 = 6650 lb/h (0,8379 kg/s).

(b) Se utiliza la Ecuación (4.4). La velocidad a través de la tubería ***A es***

$$\bar{V}_A = \frac{240{,}7}{3600 \text{ x } 0.0233} = 2{,}87 \text{ pies/s}$$

y a través de la tubería ***B es***

$$\bar{V}_B = \frac{240{,}7}{3600 \text{ x } 0.0513} = 1{,}30 \text{ pies/s}$$

y a través de cada una de las tuberías C es

$$\bar{V}_C = \frac{240{,}7}{2 \text{ x } 3600 \text{ x } 0{,}01414} = 2{,}36 \text{ pies/s}$$

(c) Se utiliza la Ecuación (4.8). La velocidad másica a través de la tubería ***A es***

$$G_A = \frac{13\ 300}{0{,}0233} = 571\,000 \text{ lb/pie}^2\text{-h } (744 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

a través de la tubería ***B es***

$$G_B = \frac{13300}{0{,}0513} = 259\,000 \text{ lb/pie}^2\text{-h } (351 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

y a través de cada una de las tuberias C es

$$G_C = \frac{13\ 300}{2 \text{ x } 0{,}01414} = 470\,000 \text{ lb/pie}^2\text{-h } (637 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

Balance macroscópico de cantidad de movimiento. Para el volumen de control de la Figura 4.1, puede expresarse un balance de cantidad de movimiento, semejante al balance de materia total, suponiendo que el flujo es estacionario y unidireccional en la dirección x. La suma de todas las fuerzas que actúan sobre el fluido en la dirección x, de acuerdo con el principio de la cantidad de movimiento, es igual al aumento con el tiempo de la cantidad de movimiento del fluido que circula. Es decir, que la suma de las fuerzas que actúan en la dirección x es igual a la diferencia entre la cantidad de movimiento que sale con el fluido por unidad de tiempo y la que, también por unidad de tiempo, entra con el mismo,

$$\sum F = \frac{1}{g_c}(\dot{M}_b - \dot{M}_a) \qquad (4.9)$$

Cantidad de movimiento de la corriente total; factor de corrección de la cantidad de movimiento. La velocidad de flujo de la cantidad de movimiento M de una corriente de fluido, con una velocidad de flujo de masa $\dot{m}$, y que todo él se mueve

con una velocidad u es $\dot{m}u$. Si u varía de un punto a otro de la sección transversal de la corriente, el flujo total de cantidad de movimiento no será el producto de la velocidad de flujo de masa por la velocidad media, $\dot{m}u$. Si u varía de un punto a otro de la sección transversal de la corriente, el flujo total de cantidad de movimiento no será el producto de la velocidad de flujo de masa por la velocidad media, $\dot{m}\bar{V}$, sino que en general es algo superior.

El necesario factor de corrección se obtiene mejor a partir de la densidad de flujo convectivo de cantidad de movimiento, es decir, la cantidad de movimiento transportada por el fluido que fluye a través de la unidad de área de la sección transversal de la conducción en la unidad de tiempo. Esto corresponde al producto de la velocidad lineal normal a la sección transversal por la velocidad másica (o densidad de flujo de masa). Por tanto, para un área diferencial de la sección transversal dS la densidad de flujo de cantidad de movimiento es

$$\frac{dM}{dS} = (\rho u)u = \rho u^2 \tag{4.10}$$

La densidad de flujo de cantidad de movimiento de toda la corriente, para un fluido de densidad constante, es

$$\frac{\dot{M}}{S} = \frac{\rho \int_S u^2 \, dS}{S} \tag{4.11}$$

El factor de corrección de la cantidad de movimiento β se define por la relación

$$\beta \equiv \frac{\dot{M}/S}{\rho \bar{V}^2} \tag{4.12}$$

Sustituyendo de la Ecuación (4. ll) se obtiene

$$\beta = \frac{1}{S} \int_S \left(\frac{u}{\bar{V}} \right)^2 dS \tag{4.13}$$

Con el fin de obtener β para cualquier situación de flujo dada es preciso conocer la variación de u con la posición en la sección transversal. Una vez que se conoce β, la velocidad de flujo de cantidad de movimiento asociada con una corriente determinada se obtiene a partir de la relación

$$\dot{M} = \beta \bar{V} \dot{m} \tag{4.14}$$

Por tanto, la Ecuación (4.9) puede escribirse así

$$\sum F = \frac{\dot{m}}{g_c} (\beta_b \bar{V}_b - \beta_a \bar{V}_a) \tag{4.15}$$

Al utilizar esta ecuación hay que tener cuidado en identificar e incluir en $\sum F$ todos los componentes de las fuerzas que actúan sobre el fluido en la dirección del componente de velocidad de la ecuación. Pueden intervenir varias de estas fuerzas: (1) cambio de presión en la dirección de flujo; (2) esfuerzo cortante en el límite entre la corriente de fluido y la conducción, o bien (si la conducción en si misma se considera como parte del sistema) las fuerzas externas que actúan sobre la pared sólida; (3j si la corriente está inclinada, el adecuado componente de la fuerza de gravedad. Considerando flujo unidimensional en la dirección x, una situación típica está representada por la ecuación

$$\sum F = p_a S_a - p_b S_b + F_w - F_g \tag{4.16}$$

donde p_a, p_b = presiones a la entrada y salida, respectivamente
S_a, S_b = secciones transversales a la entrada y salida, respectivamente
F_w = fuerza neta de la pared de la conducción sobre el fluido
F_g = componente de la fuerza de gravedad (expresada para flujo en dirección ascendente)

Cuando el flujo no es unidireccional, se utilizan los adecuados componentes vectoriales de la cantidad de movimiento y de la fuerza al aplicar las Ecuaciones (4.15) y (4.16).

Balance de cantidad de movimiento para flujo potencial: ecuación de Bernoulli sin fricción. Una importante relación, denominada ecuación de Bernoulli sin fricción, puede deducirse aplicando el balance de cantidad de movimiento para el flujo estacionario de un fluido con flujo potencial.

Consideremos un elemento de volumen de un tubo de corriente dentro de una corriente mayor de fluido que circula con flujo potencial estacionario, tal como se muestra en la Figura 4.3. Supongamos que la sección transversal del tubo aumen-

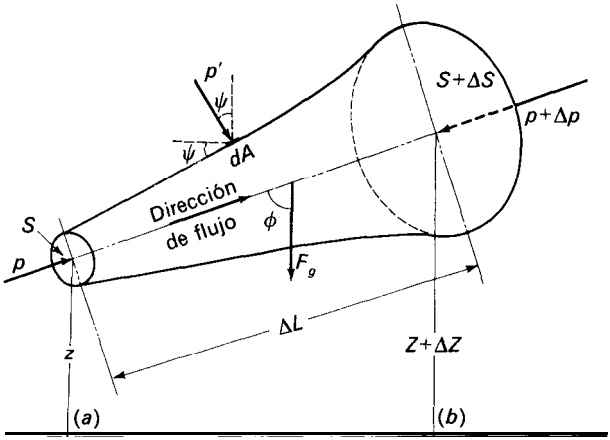


Figura 4.3. Fuerzas que actúan sobre un elemento de volumen de un tubo de corriente con flujo potencial.

ta continuamente en la dirección de flujo. Supóngase también que el eje del tubo es recto y está inclinado hacia arriba formando un ángulo ϕ con la vertical. Represéntese la sección transversal, la presión, la velocidad lineal y la elevación a la entrada del tubo por S, p, u y Z, respectivamente, y sean las correspondientes magnitudes a la salida S + AS, p + Ap, $u + \Delta u$ y Z + AZ. La longitud axial es AL y la densidad constante del fluido es p. La velocidad de flujo de masa constante a través del tubo es $\dot{m}$.

La velocidad de flujo de cantidad de movimiento a la entrada del tubo $\dot{M}_a$ es $\dot{m}u$, y a la salida, $\dot{M}_b$, es $\dot{m}(u + \Delta u)$. Por tanto, la Ecuación (4.9) puede escribirse de la forma

$$\sum F = \frac{\dot{m}\,\Delta u}{g_c} \tag{4.17}$$

Las fuerzas de presión normales a la sección transversal del tubo a la entrada y salida del mismo, con la terminología de la Ecuación (4.16), son

$$p_a S_a = p S \quad p_b S_b = (p + \Delta p)(S + A S) \tag{4.18}$$

Puesto que el borde del tubo no es paralelo al eje, la presión en el borde posee un componente en la dirección axial que actúa incrementando la cantidad de movimiento. Sea dA un elemento del área del borde. Puesto que el flujo es potencial, no hay esfuerzo cortante y la presión local p' es perpendicular al elemento de superficie. La fuerza de presión es $p'dA$. Su componente en la dirección de flujo es $p'dA$ sen ψ, donde ψ es el ángulo que forma el eje con el vector de presión del elemento dA. Pero dA sen ψ es también la proyección del área dA sobre la sección transversal en la descarga, de forma que la presión que actúa en la dirección de flujo es $p'dS$. Puesto que el área total proyectada desde el borde del tubo es exactamente AS, la fuerza total del borde es

$$F_w = \int_0^{AS} p'\,dS = \bar{p}'\,AS \tag{4.19}$$

donde $\bar{p}'$, el valor medio de la presión que rodea al tubo, está comprendido entre p y $p + \Delta p$.

La única fuerza que actúa sobre el fluido que circula es el componente de la gravedad que actúa en la dirección del eje. El volumen del tubo viene dado por $\bar{S}\,AL$, donde $\bar{S}$ es la sección transversal media, que tiene un valor comprendido entre S y S + AS. Por tanto, la masa de fluido en el interior del tubo es $\bar{S}\rho\,AL$. El componente de la fuerza gravitacional en sentido opuesto al flujo es

$$F_g = \frac{g}{g_c}\,\bar{S}\rho\,AL\,\cos\phi$$

Puesto que $\cos \phi = \Delta Z/\Delta L$,

$$F_g = \frac{g}{g_c} \bar{S}\rho \, \Delta L \frac{\Delta Z}{\Delta L} = \frac{g}{g_c} \bar{S}\rho \, \Delta Z \tag{4.20}$$

Sustituyendo a partir de las Ecuaciones (4.17) a (4.20) en la Ecuación (4.16) se obtiene

$$\frac{m}{g_c} \Delta u = \Delta S(\bar{p}' - p) - \text{S Ap} - \Delta p \Delta S - \frac{g}{g_{c_c}} \bar{S}\rho \, \text{AZ} \tag{4.21}$$

Dividiendo la Ecuación (4.21) por ρS AL se obtiene

$$\frac{\dot{m}}{g_c \rho S} \frac{\Delta u}{\Delta L} = \frac{\bar{p}' - p}{\rho S} \frac{\text{A S}}{\text{A L}} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{\Delta L} + \frac{\Delta S}{\rho S} \frac{\Delta p}{\Delta L} \frac{g}{g_c} \frac{\bar{S}}{S} \frac{\Delta Z}{\Delta L} \tag{4.22}$$

Ahora se obtienen los límites de todos los términos de la Ecuación (4.22) cuando $\Delta L \to 0$. Por tanto, $\Delta S \to 0$, $\bar{S} \to S$, $\bar{p}' - p \to 0$, y las relaciones de incrementos se transforman todas en los correspondientes coeficientes diferenciales, de forma que, en el límite

$$\frac{\dot{m}}{g_c \rho S} \frac{du}{dL} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dL} - \frac{g}{g_c} \frac{dZ}{dL} \tag{4.23}$$

La velocidad de flujo de masa es

$$\dot{m} = u\rho S$$

Sustituyendo en la Ecuación (4.23) se obtiene

$$\frac{u\rho S}{g_c \rho S} \frac{du}{dL} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dL} - \frac{g}{g_c} \frac{dZ}{dL} = 0$$

y

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dL} + \frac{g}{g_c} \frac{dZ}{dL} + \frac{d(u^2/2)}{g_c dL} = \tag{4.24}$$

La Ecuación (4.24) es la forma puntual de la ecuación de Bernoulli sin fricción. Aunque ha sido deducida para la situación especial de una sección transversal expandida y flujo ascendente, la ecuación es aplicable al caso general de sección transversal constante o con contracción y a flujo horizontal o descendente (el signo de la diferencial dZ tiene en cuenta el cambio de sentido).

Cuando la sección transversal es constante, u no varía con la posición, el término $d(u^2/2)/dL$ es cero, y la Ecuación (4.24) es idéntica a la Ecuación (2.3) para un fluido estacionario. Por tanto, para el flujo potencial unidireccional con velocidad constante, el valor de la velocidad no afecta a la caída de presión en el

tubo, sino que ésta depende solamente de la velocidad con la que varía la altura. En consecuencia, en un tubo recto horizontal ***no*** hay caída de presión para el flujo estacionario potencial con velocidad constante.

La forma diferencial de la Ecuación (4.24) es

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{g}{g_c}\,dZ + \frac{1}{g_c}\,d\left(\frac{u^2}{2}\right) = 0 \tag{4.25}$$

Entre dos puntos dados del tubo, tales como a y b, la Ecuación (4.25) puede integrarse, puesto que ρ es constante, para dar

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{gZ_a}{g_c} + \frac{u_a^2}{2g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{gZ_b}{g_c} + \frac{u_b^2}{2g_c} \tag{4.26}$$

La Ecuación (4.26) se conoce como ecuación de Bernoulli sin fricción.

Ecuación de la energía mecánica. La ecuación de Bernoulli es una forma especial del balance de energía mecánica, como pone de manifiesto el hecho de que todos los términos de la Ecuación (4.26) son escalares y tienen las dimensiones de energía por unidad de masa. Cada término representa un efecto de energía mecánica basado sobre la unidad de masa de fluido que circula. Los términos $(g/g_c)Z$ y $u^2/2g_c$ son las energías mecánicas potencial y cinética, respectivamente, de la unidad de masa de fluido, y p/ρ representa el trabajo mecánico realizado por fuerzas, externas a la corriente, sobre el fluido que empujan al fluido en el tubo, o el trabajo recuperado del fluido que sale del tubo. Por estas razones, la Ecuación (4.26) representa una aplicación especial del principio de conservación de la energía.

Discusión de la ecuación de Bernoulli. La Ecuación (4.26) muestra también que, en ausencia de fricción, cuando se reduce la velocidad u, la altura Z o la presión p, o ambas, tienen que aumentar. Si se modifica la altura tiene que haber una compensación mediante una variación de la presión o la velocidad.

La ecuación de Bernoulli tiene un mayor intervalo de validez que la que se desprende de su deducción. Tal como se ha deducido es aplicable a una línea de corriente, pero como en un tubo de corriente con flujo potencial la velocidad en cualquier sección transversal es constante, la ecuación puede utilizarse también para un tubo de corriente, tal como se desprende de las primeras etapas de su deducción. Por otra parte, aunque en la deducción se ha hecho la suposición de que el tubo es recto y de sección transversal constante, el principio de conservación de la energía permite ampliar la ecuación al flujo potencial en tubos de corriente curvos de sección variable. Si el tubo es curvo, la dirección de la velocidad varía y en la ecuación de Bernoulli se utiliza un valor escalar de la velocidad en vez del vector velocidad. Finalmente, utilizando factores de corrección puede modificarse la ecuación para su utilización en el flujo de capa límite, en el que hay variaciones de velocidad dentro de una sección transversal y se

producen efectos de fricción. Estas correcciones se tratan en las próximas secciones.

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a un problema específico es esencial identificar la línea de corriente o el tubo de corriente y seleccionar unas estaciones definidas agua arriba y abajo en el fluido. Las estaciones a y b se eligen atendiendo a razones de conveniencia y generalmente se toman en localizaciones donde se dispone de la mayor información sobre presiones, velocidades y alturas.

Ejemplo 4.2. Por el fondo de un gran tanque abierto se vacía salmuera, densidad relativa 60 °F/60 °F = 1,15, a través de una tubería de 2 pulg, Catálogo 40. La tubería de vaciado finaliza en un punto que está a 15 pies (4,57 m) por debajo de la superficie libre de la salmuera en el tanque. Considerando una línea de corriente que parte de la superficie libre de la salmuera en el tanque y pasa por el eje de la tubería de vaciado hasta el punto de descarga y suponiendo que la fricción a lo largo de la línea de corriente es despreciable; calcular la velocidad de flujo para la línea de corriente en el punto de descarga de la tubería.

SOLUCIÓN

Para aplicar la Ecuación (4.26), tomemos el punto a en la superficie libre de la salmuera y el punto b en el extremo de la línea de corriente, correspondiente al punto de descarga. Puesto que la presión en ambos puntos es la atmosférica p_a y p_b son iguales, y $p_a/\varrho = p_b/\varrho$. En la superficie libre de la salmuera u_a es muy pequeña y el término $u_{a^2}/2g_c$ es despreciable. El plano de referencia de alturas puede tomarse en el punto b, de forma que $Z_b = 0$ y $Z_a = 15$ pies. Sustituyendo en la Ecuación (4.26), se obtiene

$$\frac{15g}{g_c} = \frac{u_b^2}{2g_c}$$

y la velocidad en el punto de descarga de la línea de corriente es

$$u_b = \sqrt{15 \text{ x } 2 \text{ x } 32{,}17} = 31{,}1 \text{ pies/s } (9{,}48 \text{ m/s})$$

Obsérvese que esta velocidad es independiente de la densidad y del tamaño de la tubería.

Ecuación de Bernoulli: corrección debida a los efectos de superficies sólidas. En la mayor parte de los problemas de flujo de fluidos, que se presentan en ingeniería, intervienen corrientes que están influenciadas por superficies sólidas y que por tanto contienen capas límite. Esto ocurre especialmente en el flujo de fluidos a través de tuberías y otros aparatos, en los que toda la corriente puede poseer flujo de capa límite.

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a estos casos prácticos, es preciso introducir dos modificaciones. La primera, generalmente de menor importancia, es una corrección del término energía cinética debida a la variación de la velocidad local u con la posición en la capa límite, y la segunda, que es de más importancia, consiste en una corrección de la ecuación, debido a la existencia de fricción del fluido, que tiene lugar siempre que se forma una capa limite.

Por otra parte, la ecuación de Bernoulli, resulta de mayor utilidad para que la resolución de problemas de flujo de fluidos no compresibles, si se incluye en la ecuación el trabajo comunicado al fluido mediante una bomba.

Energía cinética de la corriente. El término $u^2/2g_c$ de la Ecuación (4.26) es la energía cinética por kilogramo de fluido, cuando todo él se mueve a la misma velocidad u. Cuando la velocidad varía en la sección de la corriente, como indica la Figura 4.4, la energía cinética se halla de la forma siguiente. Consideremos un elemento de área dS en la sección transversal. La velocidad de flujo de masa a través del mismo es pu dS. Cada unidad de masa de fluido que se mueve a través del área dS, transporta una cantidad de energía cinética igual a $u^2/2g_c$ metro kilogramo fuerza por kilogramo masa, y la velocidad de flujo de energía a través de dS es por consiguiente

$$d\dot{E}_k = (\rho u\ dS)\ \frac{u^2}{2g_c} = \frac{\rho u^3\ dS}{2g_c}$$

siendo $\dot{E}_k$ el flujo de energía cinética por unidad de tiempo. La velocidad de flujo total de energía cinética, a través de toda la sección transversal S, suponiendo en la misma la densidad constante, es la siguiente

$$\dot{E}_k = \frac{\rho}{2g_c} \int_S u^3\ dS \qquad (4\text{-}27)$$

La velocidad total de flujo de masa está dada por las Ecuaciones (4.3) y (4.8), y la energía cinética por kilogramo de fluido en movimiento que se sustituye en la ecuación de Bernoulli, en lugar de $u^2/2g_c$ es

$$\frac{\dot{E}_k}{\dot{m}} = \frac{\frac{1}{2g_c} \int_S u^3\ dS}{\int_S u\ dS} = \frac{\frac{1}{2g_c} \int_S u^3\ dS}{\bar{V}S} \qquad (4.28)$$

Factor de corrección de la energía cinética. Es conveniente eliminar la integral de la Ecuación (4.28), multiplicando el término $\bar{V}^2/2g_c$ por un factor, de forma que el resultado, sea el valor correcto de la energía cinética calculado a partir de la Ecuación (4.28). Este factor se denomina factor de corrección de la energía cinética, se designa por α y se define mediante la ecuación

$$\frac{\alpha \bar{V}_2}{2g_c} \equiv \frac{\dot{E}_k}{\dot{m}} = \frac{\int_S u^3\ dS}{2g_c \bar{V} S}$$

$$\alpha = \frac{\int_S u^3\ dS}{\bar{V}^3 S} \qquad (4.29)$$

Si se conoce a, puede emplearse la velocidad media para calcular la energía cinética, utilizando $\alpha \bar{V}^2/2g_c$ en lugar de $u^2/2g_c$. Para calcular el valor de α a partir

de la Ecuación (4.29) ha de conocerse la velocidad local, como una función de la localización en la sección transversal, de forma que puedan evaluarse las integrales de dicha ecuación. Este mismo conocimiento de la distribución de velocidad es necesario también para calcular el valor de $\bar{V}$ mediante la Ecuación (4.4). Tal como se indica en el Capítulo 5, $\alpha = 2{,}0$ para flujo laminar y del orden de 1,05 para flujo altamente turbulento.

Corrección de la ecuación de Bernoulli debido a la fricción del fluido. La fricción se manifiesta por la desaparición de energía mecánica. En el flujo con fricción, la magnitud

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2g_c} + \frac{g}{g_c} Z$$

no es constante a lo largo de una línea de corriente, como indica la Ecuación (4.26), sino que disminuye siempre en la dirección del flujo, y, de acuerdo con el principio de conservación de la energía, se genera una cantidad de calor equivalente a la pérdida de energía mecánica. La fricción de un fluido, se puede definir, como la conversión de energía mecánica en calor que tiene lugar en el flujo de una corriente.

Para fluidos no compresibles, la ecuación de Bernoulli se corrige para tener en cuenta la fricción, añadiendo un término al segundo miembro de la Ecuación (4.26). Así pues, introduciendo también los factores de corrección de la energía cinética α_a y α_b, la Ecuación (4.26) se transforma en

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{gZ_a}{g_c} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{gZ_b}{g_c} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2g_c} + h_f \qquad \textbf{(4.30)}$$

Las unidades de h_f y de las de los restantes términos de la Ecuación (4.30) son energía por unidad de masa. El término h_f representa toda la fricción que se produce por unidad de masa de fluido (y por consiguiente, toda la conversión de energía mecánica en calor) que tiene lugar en un fluido entre las posiciones *a* y *b*. Difiere de los restantes términos de la Ecuación (4.30) en dos aspectos: (1) Los términos mecánicos representan las condiciones ***para*** posiciones específicas, es decir, los puntos de entrada y salida *a* y *b*, mientras que h_f representa la pérdida de energía mecánica para todos los puntos comprendidos ***entre*** las posiciones *a* y *b*. (2) La fricción no es interconvertible con las magnitudes de energía mecánica. El signo de h_f, tal como se define en la Ecuación (4.30) es siempre positivo. Naturalmente, en el flujo potencial, es igual a cero.

La fricción se produce en las capas límite, debido a que el trabajo realizado por las fuerzas de cizalla para mantener los gradientes de velocidad, tanto en el flujo laminar como en el turbulento, se convierte finalmente en calor por acción viscosa. La fricción que se produce en capas límite no separadas se llama ***fricción de superficie.*** Cuando las capas límite se separan formando estelas, se produce una disipación adicional de energía en la estela, y la fricción de este tipo se llama, ***fricción de forma,*** puesto que es función de la posición y de la forma del sólido.

En un caso determinado, pueden actuar la fricción de superficie y la fricción de forma a la vez, en grado variable. En el caso que se representa en la Figura 3.9*a*, la fricción es completamente de superficie; en el de la Figura 3.9*b*, la fricción es en gran parte fricción de forma, debido al tamaño de la estela, siendo la fricción de película relativamente poco importante. La fricción total h_f, de la Ecuación (4.30) incluye ambos tipos de pérdidas por fricción.

Ejemplo 4.3. Agua, con una densidad de 998 kg/m^3 (62,3 lb/pie^3) entra en un accesorio horizontal de 50 mm (1,969 pulg), tal como se muestra en la Fig. 4.4, con una velocidad estacionaria de 1,0 m/s (3,28 pies/s) y una presión manométrica de 100 kN/m^2 (2088,5 lb/pie^2). Sale horizontalmente del accesorio, a la misma altura, formando un ángulo de 45" con respecto a la dirección de entrada. El diámetro a la salida es de 20 mm (0,787). Suponiendo que la densidad del fluido es constante, que los factores de corrección de la energía cinética y de la cantidad de movimiento, tanto a la entrada como a la salida son la unidad, y que las pérdidas por fricción en el accesorio son despreciables, calcúlese (a) la presión manométrica a la salida del accesorio y (b) las fuerzas en las direcciones x e y ejercidas por el accesorio sobre el fluido.

SOLUCIÓN

(a) $\bar{V}_a = 1{,}0$ m/s. A partir de la Ecuación (4.7),

$$\bar{V}_b = \bar{V}_a\left(\frac{D_a}{D_b}\right)^2 = 1{,}0\left(\frac{50}{20}\right)^2 = 6{,}25 \text{ m/s}$$

$$p_a = 100 \text{ kN/m}^2$$

La presión a la salida, p_b, se obtiene a partir de la Ecuación (4.30). Puesto que $Z_a = Z_b$ y h_f pueden despreciarse, la Ecuación (4.30) se transforma en

$$\frac{p_a \quad p_b}{\rho} = \frac{\bar{V}_b^2 - \bar{V}_a^2}{2}$$

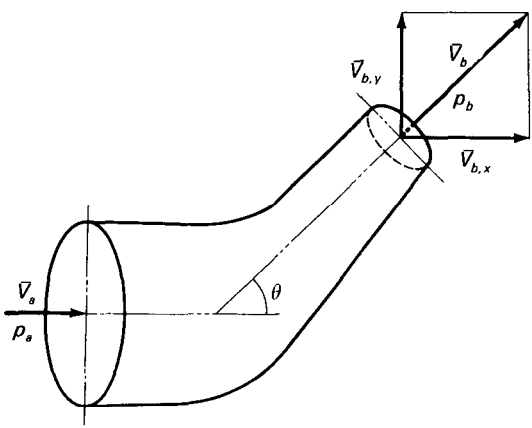


Figura 4.4. Flujo a través de un codo de reducción, visto desde arriba. Ejemplo 4.3.

a partir de la cual

$$p_b = p_a - \frac{\rho(\bar{V}_b^2 - \bar{V}_a^2)}{2} = 100 - \frac{998(6{,}25^2 - 1{,}0^2)}{1000 \text{ x } 2}$$

$$= 100 \quad 18{,}99 = 81{,}01 \text{ kN/m}^2 \ (11{,}75 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2)$$

Obsérvese que g_c se suprime cuando se utilizan unidades SI.

(b) Las fuerzas que actúan sobre el fluido se obtienen combinando las Ecuaciones (4.15) y (4.16). Puesto que $F_g = 0$ para el flujo horizontal, para la dirección x se obtiene

$$\dot{m}(\beta_b \bar{V}_{b,x} - \beta_a \bar{V}_{a,x}) = p_a S_{a,x} - p_b S_{b,x} + F_{w,x} \tag{4.31}$$

donde $S_{a,x}$ Y $S_{b\,x}$ son las áreas proyectadas de S_a y S_b sobre planos perpendiculares a la dirección inicial de flujo. (Recuérdese que la presión es una magnitud escalar.) Puesto que el flujo entra en la dirección x, $\bar{V}_{a,x} = \bar{V}_a$ y

$$S_{a,x} = S_a = \frac{\pi}{4} 0{,}050' = 0{,}001964 \text{ m}^2$$

A partir de la Figura 4.4

$$\bar{V}_{b,x} = \bar{V}_b \cos\theta = 6{,}25 \cos 45° = 4{,}42 \text{ m/s}$$

También

$$S_{b,x} = S_b \text{ sen } e = \frac{\pi}{4} 0{,}020^2 \text{ sen } 45" = 0{,}000222 \text{ m}^2$$

A partir de la Ecuación (4.6)

$$\dot{m} = \bar{V}_a \rho S_a = 1{,}0 \text{ x } 998 \text{ x } 0{,}001964 = 1{,}960 \text{ kg/s}$$

Sustituyendo en la Ecuación (4.31) y despejando $F_{w,\,x}$, suponiendo que $\beta_a = \beta_b = 1$, se obtiene

$$F_{w,x} = 1{,}96(4{,}42 - 1{,}0) \quad 100000 \text{ x } 0{,}001964 + 81\ 010 \text{ x } 0{,}000222$$
$$= 6{,}7 - 196{,}4 + 18{,}0 = -171{,}7 \text{ N } (-38{,}6 \text{ lb}_f)$$

Análogamente, para la dirección y, $\bar{V}_{a,y} = 0$ y $S_{a,y} = 0$, y

$$\bar{V}_{b,y} = \bar{V}_b \text{ sen } \theta = 4{,}42 \text{ m/s} \quad S_{b,y} = S_b \cos\theta = 0{,}000222 \text{ m}^2$$

Por tanto
$$F_{w,y} = \dot{m}(\beta_b \bar{V}_{b,y} - \beta_a \bar{V}_{a,y}) - p_a S_{a,y} + p_b S_{b,y}$$
$$= 1{,}96(4{,}42 - 0) - 0 + 81{,}01 \times 0{,}000222 \text{ x } 1000$$
$$= 8{,}66 + 17{,}98 = 26{,}64 \text{ N } (5{,}99 \text{ lb}_f)$$

Trabajo de bomba en la ecuación de Bernoulli. Se utiliza una bomba en un sistema de flujo para aumentar la energía mecánica de un fluido en movimiento, utilizando dicho aumento para mantener el flujo. Supóngase que se instala una bomba entre las estaciones a y b relacionada por la Ecuación (4.30).

Sea W_p el trabajo realizado por la bomba por unidad de masa del fluido.

Puesto que la ecuación de Bernoulli es solamente un balance de energía mecánica, hay que tener en cuenta la fricción que tiene lugar en la bomba. En una bomba real no solamente existen todas las fuentes de fricción activa del fluido sino que hay también fricción mecánica en los cojinetes y cajas de estopada. La energía mecánica comunicada a la bomba como trabajo de árbol negativo hay que descontarla de estas pérdidas por fricción para obtener la energía mecánica neta realmente disponible para el flujo del fluido. Sea h_{fp} la fricción total en la bomba por unidad de masa del fluido. Por tanto, el trabajo neto comunicado al fluido es $W_p - h_{fp}$. En la práctica, en lugar de h_{fp} se utiliza una eficacia de bomba que se representa por η y que se define por la ecuación

$$W_p - h_{fp} \equiv \eta W_p$$

o bien

$$\eta = \frac{W_p - h_{fp}}{W_p} \qquad (4.32)$$

La energía mecánica comunicada al fluido es, por tanto, ηW_p, donde $\eta < 1$. La Ecuación (4.30) para el trabajo de bomba es

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{gZ_a}{g_c} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c} + \eta W_p = \frac{p_b}{\rho} + \frac{gZ_b}{g_c} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2g_c} + h_f \qquad (4.33)$$

La Ecuación (4.33) es una expresión final para el tratamiento de problemas sobre el flujo de fluidos no compresibles.

Ejemplo 4.4. En la instalación que se muestra en la Figura 4.5, se bombea una disolución de densidad relativa = 1,84 desde un tanque de almacenamiento a través de una tubería de acero de 3 pulg (75 mm), Catálogo 40. La eficacia de la bomba es del 60 por 100. La velocidad en la línea de succión es de 3 pies/s (0,914 m/s). La bomba descarga a través de una tubería de 2 pulg (50 mm), Catálogo 40, hasta un tanque elevado. El extremo de la tubería de descarga está 50 pies (15,2 m) por encima del nivel del líquido en el tanque de alimentación. Las pérdidas por fricción en todo el sistema de tuberías son 10 pies-lb$_f$/lb (29,9 J/kg). ¿Qué presión ha de desarrollar la bomba? ¿Cuál es la potencia de la bomba?

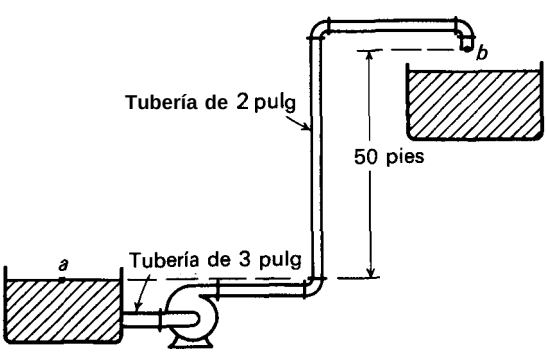


Figura 4.5. Ejemplo 4.4.

SOLUCIÓN

Se utiliza la Ecuación (4.33). Tómese el punto a en la superficie del líquido del tanque y el punto b en el extremo de descarga de la tubería de 2 pulg. Tómese como plano de referencia de alturas el que pasa por el punto a. Puesto que la presión en ambos puntos es la atmosférica, $p_a = p_b$. La velocidad en el punto a es despreciable debido al gran diámetro del tanque de comparación con el de la tubería. Para flujo turbulento el factor de energía cinética α puede tomarse como 1,0 con un error despreciable. La Ecuación (4.33) se transforma en

$$W_p\eta = \frac{g}{g_c} Z_b + \frac{\bar{V}_b^2}{2g_c} + h_f$$

De acuerdo con el Apéndice 6, las áreas de las secciones transversales de las tuberías de 2 y 3 pulg son 0,0513 y 0,0233 pie^2, respectivamente. La velocidad en la tubería de 2 pulg es, por tanto,

$$\bar{V}_b = \frac{3 \text{ x } 0{,}0513}{0{,}0233} = 6{,}61 \text{ pies/s}$$

Por tanto

$$0{,}60 W_p = 50 \frac{g}{g_c} + \frac{6{,}61^2}{64.34} + 10 = 60{,}68$$

y

$$W_p = \frac{60{,}68}{0.60} = 101{,}1 \text{ pies-lb}_f\text{/lb}$$

La presión desarrollada por la bomba puede obtenerse aplicando la Ecuación (4.33) sobre la bomba. El punto a está en la conexión de succión y el punto b en la descarga de la bomba. La diferencia de altura entre los niveles de succión y de descarga pueden despreciarse, de forma que $Z_a = Z_b$, y la Ecuación (4.33) se transforma en

$$\frac{p_b - p_a}{\rho} = \frac{\bar{V}_a^2 - \bar{V}_b^2}{2g_c} + W_p\eta$$

La presión desarrollada por la bomba es

$$p_b - p_a = 1{,}84 \text{ x } 62{,}37\left(\frac{3^2 - 6{,}612}{2 \text{ x } 32{,}17} + 60{,}68\right)$$

$$= 6902 \text{ lb}_f\text{/pie}^2 \quad \text{o} \quad \frac{6902}{144} = 47{,}9 \text{ lb}_f\text{/pulg}^2 \ (330 \text{ kN/m}^2)$$

La potencia utilizada por la bomba es el producto de W_p por la velocidad de flujo de masa, dividido por el factor de conversión, 1 CV = 550 pies-lb$_f$/s. La velocidad de flujo de masa es

$$\dot{m} = 0{,}0513 \text{ x } 3 \text{ x } 1{,}84 \text{ x } 62{,}37 = 17{,}66 \text{ lb/s}$$

y la potencia es

$$P = \frac{\dot{m} W_p}{550} = \frac{17{,}66 \text{ x } 101{,}1}{550} = 3{,}25 \text{ CV } (2{,}42 \text{ kW})$$

Ecuación de la cantidad de movimiento angular. El análisis del funcionamiento de la maquinaria utilizada en el tratamiento de fluidos, tales como bombas, turbinas y agitadores, se facilita mediante el empleo de la cantidad de movimiento angular y los momentos de fuerzas. El momento de una fuerza **F** con respecto a un punto 0 es el producto vectorial de **F** por el vector de posición **r** de un punto de la línea de acción del vector de posición desde 0. Cuando una fuerza, tal como F_θ, actúa en ángulo recto con respecto al vector de posición, para una distancia r desde el punto 0, el momento de la fuerza es igual al par T,

$$F_\theta r = T \qquad (4.34)$$

La ***cantidad de movimiento angular*** (también denominada ***momento de la cantidad de movimiento)*** de un objeto que se mueve alrededor de un centro de rotación es igual al producto vectorial del vector de posición por el vector cantidad de movimiento tangencial del objeto (su masa por su componente tangencial de la velocidad). La Figura 4.6 muestra la rotación para una situación con flujo bidimensional: el fluido en el punto P se mueve alrededor del punto 0 con una velocidad V, que tiene componentes radial y tangencial u_r y u_θ, respectivamente. La cantidad de movimiento angular de una masa m de fluido en un punto P es, por tanto, rmu_θ.

Supóngase que la Fig. 4.6 representa una parte del rodete de una bomba centrífuga o turbina a través de la cual circula un fluido con una velocidad de flujo de masa constante ti. Entra por el punto Q cerca del centro de rotación, a una distancia radial r_1 del punto 0, y sale a la distancia radial r_2. Sus velocidades tangenciales en estos puntos son $u_{\theta 1}$ y $u_{\theta 2}$, respectivamente. La fuerza tangencial F_θ que actúa sobre el fluido en el punto P es proporcional a la velocidad de

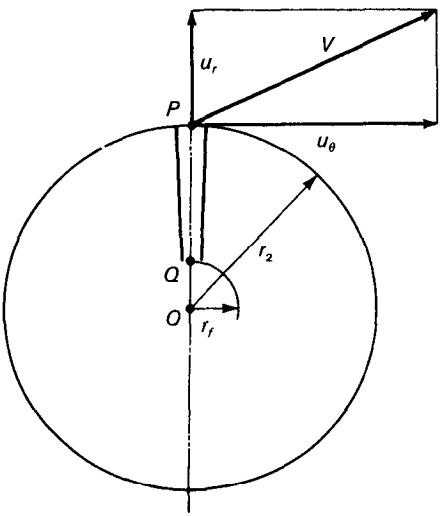


Figura 4.6. Cantidad de movimiento angular del líquido en circulación.

variación de la cantidad de movimiento angular del fluido; por tanto, a partir de la Ecuación (4.34), el par viene dado por la relación

$$T = F_\theta r_2 = \frac{m}{g_c} (r_2 u_{\theta 2} - r_1 u_{\theta 1}) \tag{4.35}$$

La Ecuación (4.35) es la ecuación de la cantidad de movimiento angular para el flujo estacionario bidimensional. Es análoga a la ecuación de la cantidad de movimiento, Ecuación (4.15). Se ha supuesto al deducir la Ecuación (4.35) que para cualquier distancia radial r todo el fluido se mueve con la misma velocidad, de forma que $\beta_1 = \beta_2 = 1$. En los Capítulos 8 y 9 se presentan aplicaciones de la Ecuación (4.35).

SIMBOLOS

- A Area, pie^2 o m^2
- D Diámetro de conducción circular, pies o m; D_a, en el punto a; D_b, en el punto b
- E_k Energía cinética del fluido, $pies\text{-}lb_f$ o J; $\dot{E}_k$, flujo de energía cinética por unidad de tiempo, $pies\text{-}lb_f/s$ o J/s
- F Fuerza, lb_f o N; F_g, componente de la fuerza de gravedad; F_w, fuerza neta de la pared de la conducción sobre el fluido; $F_{w,x}$, componente de F_w en la dirección x; $F_{w,y}$, componente en la dirección y; F_a, fuerza tangencial o componente de la fuerza
- G Velocidad másica, $lb/pie^2\text{-}s$ o $kg/m^2\text{-}s$
- g Aceleración de la gravedad, $pies/s^2$ o m/s^2
- g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32, 174 $pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$
- h Pérdidas por fricción, $lb\text{-}lb_f/lb$ ó J/kg; h_f, pérdidas por fricción en una conducción entre los puntos a y b; h_{fb}, pérdida total por fricción en la bomba
- L Longitud, pies o m
- M Cantidad de movimiento, pies-lb/s o kg-m/s; $\dot{M}$, velocidad de flujo de cantidad de movimiento, $pies\text{-}lb/s^2$ o $kg\text{-}m/s^2$; $\dot{M}_a$, en el punto a; $\dot{M}_b$, en el punto b
- m Masa, lb o kg; ni, velocidad de flujo de masa, lb/s o kg/s
- P Potencia, CV o kW
- p Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; p_a, en el punto a; p_b, en el punto b; p', normal a la superficie; $\bar{p}'$, valor medio de p'
- q Velocidad de flujo volumétrico, pie^3/s o m^3/s
- r Distancia radial, pies o m; r_1, en el punto 1; r_2, en el punto 2
- S Area de la sección transversal, pie^2 o m^2; S_a, en el punto a; S_b, en el punto b; $S_{a,x}$, $S_{b,x}$, proyecciones de S_a y S_b sobre planos perpendiculares al eje x; $S_{a,y}$, $S_{b,y}$, proyecciones sobre planos perpendiculares al eje y; $\bar{S}$, valor medio
- T Par, $pies\text{-}lb_f$ o N-m
- u Velocidad o componente de velocidad en la dirección x, pies/s o m/s; u_a, en el punto a; u_b, en el punto b; u_r, en dirección radial; u_θ, en dirección tangencial
- V Vector velocidad total, pies/s o m/s; $\bar{V}$, velocidad media; $\bar{V}_a$, en el punto a; $\bar{V}_b$, en el punto b; $\bar{V}_x$, componente de la velocidad media en la dirección x; $\bar{V}_y$, componente en la dirección y
- W_p Trabajo de la bomba por unidad de masa de fluido, $pies\text{-}lb_f/lb$ o J/g
- Z Altura sobre el plano de referencia, pies o m; Z_a, en el punto a; Z_b, en el punto b

Letras griegas

α Factor de corrección de la energía cinética, definido por la Ecuación (4.29)
β Factor de corrección de la cantidad de movimiento, definido por la Ecuación (4.12); β_a, en el punto *a*; β_b, en el punto *b*; β_1, en el punto 1; β_2, en el punto 2
η Eficacia global de la bomba, adimensional
θ Angulo de la tubería de descarga en la Figura 4.4
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_a, en el punto *a*; ρ_b, en el punto *b*
$\sum$ Operador que indica «suma algebraica de»
ϕ Angulo con la vertical
ψ Angulo entre el eje y el vector de presión en la Figura 4.3

PROBLEMAS

4.1. Por una tuberia de 75 mm circula un fluido con flujo estacionario. La velocidad local varia con la distancia desde el eje de la tubería en la forma que se indica en la Tabla 4.1. Calcúlese *(a)* la velocidad media $\bar{V}$, (b) el factor de corrección de la energía cinética α, (c) el factor de corrección de la cantidad de movimiento β.

4.2. Se bombea agua a 68 °F, con un caudal constante de 5 pie^3/min, desde un gran depósito situado en el suelo hasta la parte superior abierta de una torre experimental de absorción. El punto de descarga está a 15 pies por encima del suelo, y las pérdidas por fricción en la tubería de 2 pulg que conecta el depósito con la torre ascienden a 0,8 $pies\text{-}lb_f/lb$. ¿A qué altura ha de mantenerse el nivel del agua en el depósito si la potencia que puede desarrollar la bomba es tan sólo de 1/8 CV?

4.3. En un codo de 90° y 100 mm de diámetro interior, situado en un plano horizontal, entra agua con una velocidad de 6 m/s y una presión manométrica de 70 kN/m^2. Despreciando la fricción, ¿cuál será el valor y la dirección de la fuerza que ha de aplicarse al codo para que permanezca inmóvil?

Tabla 4.1. Datos para el Problema 4.1

Velocidad local *u*, m/s	Distancia desde el eje de la tuberia, mm	Velocidad local *u*, m/s	Distancia desde el eje de la tuberia, mm
1,042	0	0,919	22,50
1,033	3,75	0,864	26,25
1,019	7,50	0,809	30,00
0,996	11,25	0,699	33,75
0,978	15,00	0,507	35,625
0,955	18,75	0	37,50

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BENNETT, C. O., y MYERS, J. E.: «Momentum, Heat, and Mass Transfer», 3." ed., McGraw-Hill, New York, 1982.
2. BIRD, R. B.; STEWART, W. E., y LIGHTFOOT, E. N.: «Transport Phenomena», Wiley, New York, 1960.
3. STREETER, V. L., y WYLIE, E. B.: «Fluid Mechanics», 7." ed., McGraw-Hill, New York, 1979.

CAPITULO
CINCO

FLUJO DE LOS FLUIDOS NO COMPRESIBLES EN CONDUCCIONES Y CAPAS DELGADAS

Los procesos industriales exigen necesariamente el flujo de fluidos a través de tuberías, conducciones y aparatos. El ingeniero químico ha de tratar con frecuencia del flujo a través de tuberías cerradas, llenas del fluido en movimiento; se encuentra también con problemas en los que el flujo de fluidos tiene lugar a través de tuberías parcialmente llenas, formando una capa descendente sobre superficies inclinadas, a través de lechos de sólidos o en recipientes agitados.

En este capítulo, se estudia el flujo a través de tuberías cerradas así como el flujo en capas sobre superficies; en capítulos posteriores se estudian otros tipos de flujo.

FLUJO DE FLUIDOS NO COMPRESIBLES A TRAVES DE TUBERIAS

El flujo a través de conducciones circulares es importante, no sólo como operación de ingeniería, sino también como un ejemplo de relaciones cuantitativas sobre el flujo de fluidos en general. Se estudia, por consiguiente, con algún detalle en este capítulo, limitándose el estudio al flujo estacionario.

Distribución de esfuerzos cortantes en conducciones circulares. Consideremos el flujo estacionario a través de un tubo horizontal de un fluido viscoso de densidad constante y flujo completamente desarrollado. Imaginemos un elemento de fluido en forma de disco, concéntrico con el eje del tubo, de radio r y longitud dL, tal como se representa en la Figura 5.1, y supongamos que el elemento está aislado como un cuerpo libre. Sean p y $p + dp$ respectivamente, las presiones sobre las caras anterior y posterior del disco. Puesto que el fluido tiene viscosidad, existirá una fuerza de cizalla que se opone al flujo y que actúa sobre la superficie lateral del elemento. Aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento, Ecuación (4.15), entre las dos caras del disco, como el flujo está totalmente desarrollado $\beta_b = \beta_a$ y $\bar{V}_b = \bar{V}_a$ y por consiguiente desaparece $\boldsymbol{F}$. Los términos que hay que sustituir en la Ecuación (4.16) son

$$S_a = S_b = \pi r^2 \qquad p_a = p \qquad p_a S_a = \pi r^2 p \qquad p_b S_b = (\pi r^2)(p + dp)$$

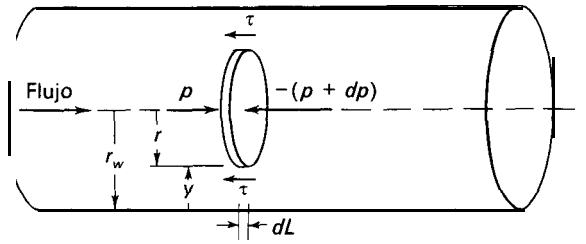


Figura **5.1.** Elemento de fluido en el flujo estacionario a través de una tubería.

La fuerza de cizalla F_s, que actúa sobre el borde del elemento es igual al producto del esfuerzo cortante por el área del cilindro, es decir $(2\pi r\, dL)\tau$. Por ser la conducción horizontal, F_g es igual a cero. Sustituyendo estos términos en la Ecuación (4.16) se obtiene

$$\sum F = \pi r^2 p - \pi r^2 (p + dp) - (2\pi r\, dL)\tau = 0$$

Dividiendo por $\pi r^2\, dL$ y simplificando se obtiene

$$\frac{dp}{dL} + \frac{2\tau}{r} = 0 \tag{5.1}$$

En flujo estacionario, ya sea laminar o turbulento, la presión es constante en una sección transversal cualquiera de un tubo de corriente, y por tanto dp/dL es independiente de r. La Ecuación (5.1) puede escribirse para la sección total del tubo tomando $\tau = \tau_w$ y $r = r_w$, siendo τ_w el esfuerzo cortante en la pared de la conducción y r_w el radio del tubo. La Ecuación (5.1) se transforma entonces en

$$\frac{dp}{dL} + \frac{2\tau_w}{r_w} = 0 \tag{5.2}$$

Restando la Ecuación (5.1) de la Ecuación (5.2) se obtiene

$$\frac{\tau_w}{r_w} = \frac{\tau}{r} \tag{5.3}$$

Por otra parte, cuando $r = 0$, $\tau = 0$. La sencilla relación lineal entre τ y r de la Ecuación (5.3) se representa gráficamente en la Figura 5.2.

Relación entre la fricción de superficie y el esfuerzo cortante de pared. La Ecuación (4.30) puede aplicarse para una longitud definida AL de toda la corriente. En el Capítulo 4 se ha definido **Ap** como $p_b - p_a$, pero generalmente (aunque no siempre) $p_a > p_b$ y, por tanto, $p_b - p_a$ es, en general, negativo. El término **Ap se** utiliza habitualmente para representar la *caída* de presión, y esta terminología se utiliza en este capítulo y siguientes. Por tanto, aquí $p_a = p$, $p_b = p - \Delta p$,

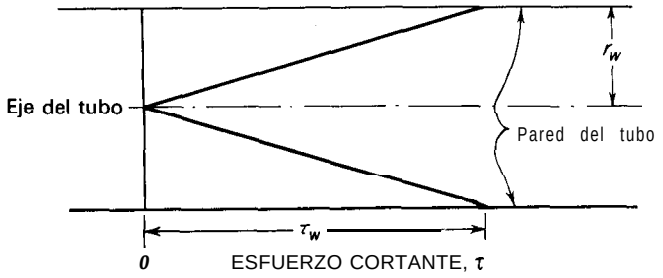


Figura 5.2. Variación del esfuerzo cortante en un tubo.

$Z_b - Z_a = 0$, y los dos términos de energía cinética se anulan. Por otra parte, el único tipo de fricción es la fricción de superficie entre la corriente de fluido y la pared, y se representa por h_{fs}. Por tanto, la Ecuación (4.30) se transforma en

$$\frac{p}{\rho} - \frac{p - \Delta p}{\rho} + h_{fs}$$

o bien

$$\frac{\Delta p}{\rho} = h_{fs} \tag{5.4}$$

Eliminando Ap entre las Ecuaciones (5.2) y (5.4) se obtiene la relación siguiente entre h_{fs} y τ_w:

$$h_{fs} = \frac{2}{\rho}\frac{\tau_w}{r_w}\Delta L = \frac{4}{\rho}\frac{\tau_w}{D}\Delta L \tag{5.5}$$

siendo D el diámetro de la tubería.

Factor de fricción. Otro parámetro frecuente, especialmente útil en el estudio del flujo turbulento, es el factor de fricción, que se designa por f, y se define como la relación entre el esfuerzo cortante y el producto de la carga de velocidad $\bar{V}^2/2g_c$ por la densidad

$$f \equiv \frac{\tau_w}{\rho\bar{V}^2/2g_c} = \frac{2g_c\tau_w}{\rho\bar{V}^2} \tag{5.6}\dagger$$

† El factor de fricción f, definido por la Ecuación (5.6) se denomina factor ***de fricción de*** *Fanning*. Otro factor de fricción muy empleado en mecánica de fluidos es el llamado ***factor de fricción de*** *Blasius* o ***de Darcy***, que es igual a cuatro veces el valor de f.

Relación entre los parámetros de fricción superficial. Las cuatro magnitudes más frecuentes que se emplean para medir la fricción de superficie en tuberías, h_{fs}, Ap,, τ_w y f, están relacionadas mediante las ecuaciones

$$h_{fs} = \frac{2}{\rho}\frac{\tau_w}{r_w}\Delta L = \frac{\Delta p_s}{\rho} = 4f\frac{\Delta L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g_c} \tag{5.7}$$

de donde

$$f = \frac{\Delta p_s g_c D}{2\Delta L \rho \bar{V}^2} \tag{5.7a}$$

El subíndice s se emplea en Ap, y h_{fs} para indicar que estas magnitudes de las Ecuaciones (5.7) y (5.7*a*), por lo que se refiere al factor de fricción de Fanning, corresponden ***solamente a fricción de superficie.*** Si están presentes otros términos en la ecuación de Bernoulli, o si existe fricción de forma, el valor de $p_a - p_b$ ***es*** distinto de Δp_s. Si tiene lugar la separación de capa límite, h_f es mayor que h_{ss}. El último término de la Ecuación (5.7), en el que está incluido el factor de fricción, se ha escrito de forma que indique la relación entre h_{fs} y la carga de velocidad $\bar{V}^2/2g_c$.

Las diferentes formas de la Ecuación (5.7) son útiles para aplicaciones concretas, y todas ellas pueden encontrarse con frecuencia en la bibliografía y en la práctica.

Flujo laminar en tuberías

Las Ecuaciones (5.1) a (5.7*a*) se aplican tanto al flujo laminar como turbulento, con tal que el fluido sea no compresible y el flujo estacionario y totalmente desarrollado. El empleo de estas ecuaciones para cálculos más detallados depende del mecanismo de cizalladura y por consiguiente depende también de que el flujo sea laminar o turbulento. Debido a la sencillez de la ley del esfuerzo cortante para el flujo laminar, estas ecuaciones pueden aplicarse fácilmente en este caso, siendo especialmente sencillo para un fluido newtoniano.

Flujo laminar de fluidos newtonianos. Al estudiar en el Capítulo 4 las relaciones del flujo de fluidos en general, se ha indicado que el paso fundamental en su deducción consiste en relacionar la velocidad local, u, con la posición en el tubo de corriente. En conducciones circulares, debido a la simetría con respecto al eje del tubo, la velocidad local u depende únicamente del radio r. Por otra parte, el elemento de área dS, es un anillo delgado de radio r y anchura dr. El área de este anillo elemental es

$$dS = 2\pi r\, dr \tag{5.8}$$

La distribución de velocidad que se trata de hallar es u en función de r.

Un método directo de obtener esta distribución de velocidad en fluidos newtonianos es utilizar la definición de viscosidad [Ec. (3.3)] escrita de la forma siguiente

$$\mu = -\frac{\tau g_c}{du/dr} \tag{5.9}$$

El signo negativo de la ecuación se debe a que en la tubería disminuye u al aumentar r. Eliminando τ entre las Ecuaciones (5.3) y (5.9) se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria que relaciona u y r

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\tau g_c}{\mu} = -\frac{\tau_w g_c}{r_w \mu} r \tag{5.10}$$

Integrando la Ecuación (5.10) con las condiciones límite de que para $u = 0$, $r = r_w$ se obtiene

$$\int_0^u du = -\frac{\tau_w g_c}{r_w \mu} \int_{r_w}^r r\, dr$$

$$u = \frac{\tau_w g_c}{2 r_w \mu} (r_w^2 - r^2) \tag{5.11}$$

El valor máximo de la velocidad local se designa por $u_{máx}$ y corresponde al centro de la tubería. El valor de $u_{máx}$ se halla dando a r el valor 0, en la Ecuación (5.11)

$$u_{máx} = \frac{\tau_w g_c r_w}{2\mu} \tag{5.12}$$

Dividiendo las Ecuaciones (5.11) y (5.12) se obtiene la expresión siguiente para el cociente entre la velocidad local y la velocidad máxima

$$\frac{u}{u_{máx}} = 1 - \left(\frac{r}{r_w}\right)^2 \tag{5.13}$$

La forma de la Ecuación (5.13) indica que en el flujo laminar, la distribución de velocidad respecto al radio es una parábola, cuyo vértice está situado en el eje de la tubería, tal como se representa en la línea de trazos en la Figura 5.3.

Velocidad media, factor de energía cinética y factor de corrección de la cantidad de movimiento para el flujo laminar de fluidos newtonianos. A partir de las ecuaciones de definición señaladas en el Capítulo 4 y de la distribución de velocidad que representa la Ecuación (5.11) se calculan fácilmente fórmulas exactas de la velocidad media $\bar{V}$, el factor de corrección de la energía cinética α y el factor de corrección de la cantidad de movimiento β.

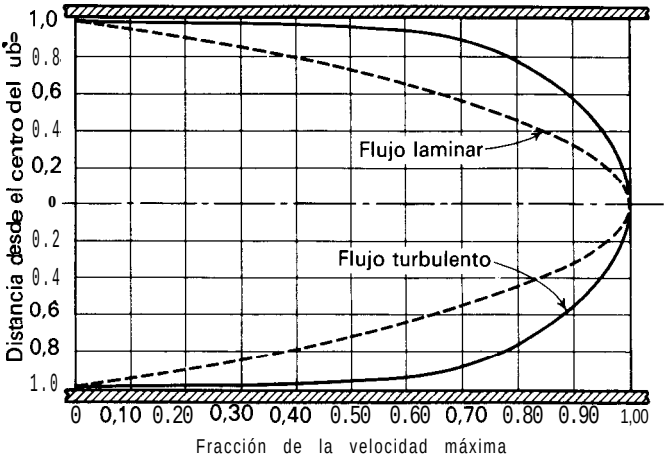


Figura 5.3. Distribución de velocidad en un tubo, con flujo totalmente desarrollado de un fluido newtoniano, para flujo laminar y flujo turbulento hasta $N_{Re} = 10\,000$.

Velocidad media. Sustituyendo en la Ecuación (4.4) el valor de dS de la Ecuación (5.8), el de u de la Ecuación (5.11), y πr_w^2 como valor de S, se obtiene:

$$\bar{V} = \frac{\tau_w g_c}{r_w^3 \mu} \int_0^{r_w} (r_w^2 - r^2) r \, dr = \frac{\tau_w g_c r_w}{4\mu} \tag{5.14}$$

Comparando las Ecuaciones (5.12) y (5.14) resulta

$$\frac{\bar{V}}{u_{máx}} = 0{,}5 \tag{5.15}$$

La velocidad media es por tanto la mitad de la velocidad máxima.

Factor de corrección de la energía cinética. El factor de energía cinética α se calcula a partir de la Ecuación (4.29), empleando las Ecuaciones (5.8) para dS, (5.11) para u y (5.14) para $\bar{V}$. El proceso matemático es sencillo obteniendo finalmente el valor $\alpha = 2{,}0$. El término corrector para la energía cinética en la ecuación de Bernoulli, para el flujo laminar, es por tanto $\bar{V}^2/g_c$.

Factor de corrección de la cantidad de movimiento. Para obtener el valor de β para el flujo laminar se emplea de nuevo la ecuación de definición, Ecuación (4.13). El resultado es $\beta = 4/3$.

Ecuación de Hagen-Poiseuille. En la práctica, la Ecuación (5.14) se suele transformar sustituyendo τ_w en función de Ap, mediante la Ecuación (5.7) y utilizando el diámetro de la tubería en vez del radio de la misma, resulta lo siguiente

$$\bar{V} = \frac{\Delta p_s g_c r_w r_w}{\text{AL} \quad 2 \quad 4\mu} \qquad \frac{\Delta p_s g_c D^2}{32\text{AL}\,\mu}$$

despejando Ap,

$$\Delta p_s = \frac{32\text{AL}\,\bar{V}\mu}{g_c D^2} \tag{5.16}$$

Puesto que Ap, = $4\tau_w/D$ AL

$$\tau_w = \frac{8\bar{V}\mu}{g_c D} \tag{5.17}$$

Sustituyendo de la Ecuación (5.17) en la Ecuación (5.6) se obtiene

$$f = \frac{16\,\mu}{D\bar{V}\rho} = \frac{16}{N_{\text{Re}}} \tag{5.18}$$

La Ecuación (5.16) es la ecuación de Hagen-Poiseuille. Una de sus utilizaciones, es la determinación experimental de la viscosidad midiendo la caída de presión y la velocidad volumétrica de flujo a través de un tubo de longitud y diámetro conocidos. A partir de la velocidad de flujo se calcula $\bar{V}$ mediante la Ecuación (4.4) y μ mediante la Ecuación (5.16). En la práctica es necesario hacer correcciones para tener en cuenta la energía cinética y los efectos de entrada.

Flujo laminar de líquidos no-newtonianos. Como consecuencia de la diferencia en la relación entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad, la forma del perfil de velocidad de líquidos no-newtonianos es diferente de la de un líquido newtoniano. En los casos más complicados de flujo no-newtoniano el perfil de velocidades ha de determinarse experimentalmente. Sin embargo, en los casos más sencillos, tales como el modelo de la ley de la potencia [Ec. (3.7)] o en el modelo de Bingham [Ec. (3.6)] pueden emplearse, para estos fluidos no-newtonianos, los mismos métodos utilizados para determinar los parámetros de flujo de un fluido newtoniano.

Para fluidos que siguen el modelo de la ley de la potencia, la variación de velocidad con el radio está dada por la fórmula

$$u = \left(\frac{\tau_w g_c}{r_w K'}\right)^{1/n'} \frac{r_w^{1+1/n'} - r^{1+1/n'}}{1 + 1/n'} \tag{5.19}$$

En la Figura 5.4, se representan los perfiles de velocidad definidos por la Ecuación (5.19) cuando n' = 0,5 (fluido pseudoplástico) n' = 1 (fluido newtoniano) y n' = 2,0 (fluido dilatante), suponiendo que K' es el mismo en todos los casos. La curva de un fluido pseudoplástico es más estrecha y más puntiaguda que una parábola; la de un fluido dilatante es más ancha y más aplanada.

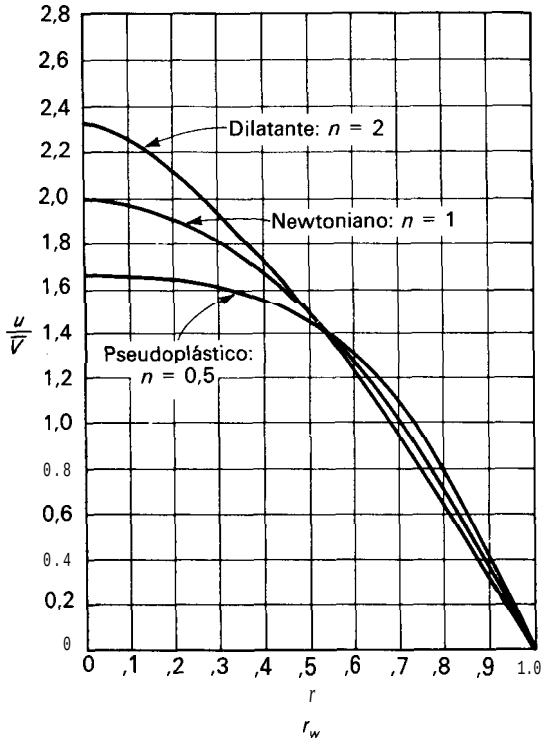


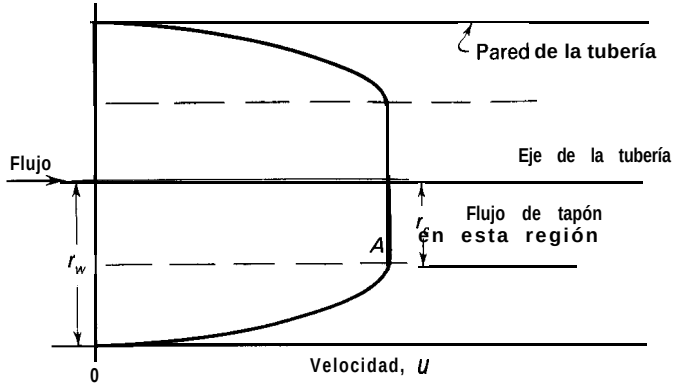
Figura 5.4. Perfiles de velocidad para flujo laminar de líquidos newtonianos y no newtonianos.

La diferencia de la presión en el flujo de un fluido de la ley de la potencia se halla por los métodos empleados en la deducción de la Ecuación (5.16) para un fluido newtoniano. El resultado es el siguiente

$$\Delta p_s = \frac{2K'}{g_c}\left(\frac{3n' + 1}{n'}\right)^{n'} \frac{\bar{V}^{n'}}{r_w^{n'+1}} \Delta L \qquad (5.20)$$

La Ecuación (5.20) es la correspondiente a la Ecuación (5.16) para un fluido newtoniano.

El comportamiento de los fluidos que siguen el modelo de flujo del plástico de Bingham es algo más complicado. En la Figura 5.5*a* se representa la forma general de la curva u frente a r. En la parte central del tubo no hay variación de la velocidad con el radio y el gradiente de velocidad queda limitado a un espacio anular comprendido entre la parte central y la pared del tubo. La parte central se mueve como una barra sólida y se dice que fluye con flujo de tapón. En esta región el esfuerzo cortante que se originaría con otros tipos de flujo es demasiado pequeño para superar al esfuerzo cortante límite τ_0. El diagrama de esfuerzo cortante se representa en la Figura 5.5*b*. Para la variación de velocidad en el espacio anular comprendido entre la pared del tubo y el flujo de tapón, se aplica la ecuación siguiente



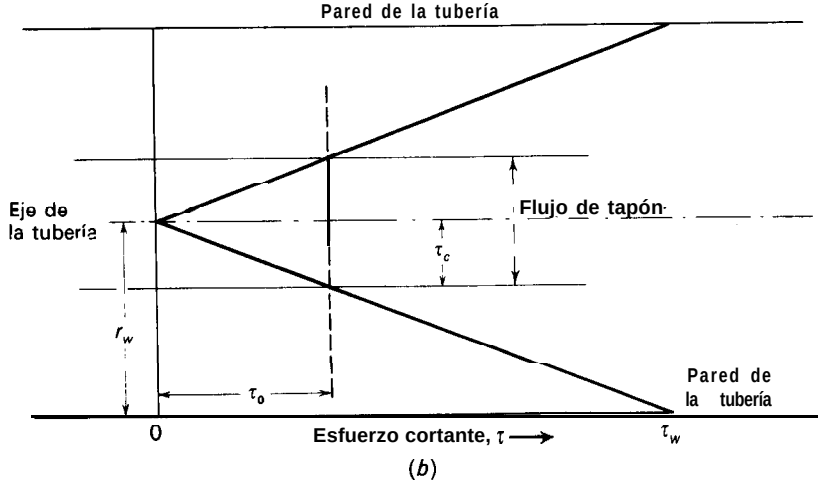


Figura 5.5. (a) Perfil de velocidad y (b) diagrama de esfuerzo cortante para el flujo de un plástico de Bingham.

$$u = \frac{g_c}{K}(r_w - r)\left[\frac{\tau_w}{2}\left(1 + \frac{r}{r_w}\right) - \tau_0\right] \tag{5.21}$$

donde K es una constante.

El límite entre el flujo de tapón y el resto del fluido se obtiene diferenciando la Ecuación (5.21) e igualando a cero el gradiente de velocidad, o, más fácilmente, leyendo el valor en la Figura 5.5*b*. El resultado es

$$r_c = \frac{\tau_0}{\tau_w} r_w \tag{5.22}$$

La velocidad en el núcleo central u_c, que es la velocidad de flujo de tapón, se obtiene sustituyendo el valor de r_c de la Ecuación (5.22) en vez de r en la Ecuación (5.21), para obtener

$$u_c = \frac{g_c \tau_0}{2Kr_c} (r_w - r_c)^2 \tag{5.23}$$

Flujo turbulento en tuberías y conducciones cerradas

En el flujo de un fluido a través de una conducción cerrada no puede existir permanentemente turbulencia en el límite entre el sólido y el fluido en movimiento. La velocidad es cero en la interfase a causa de la adherencia del fluido al sólido, y no existen componentes normales de la velocidad a la pared. Dentro de un delgado volumen inmediatamente adyacente a la pared el gradiente de velocidad es esencialmente constante y en la mayor parte el flujo es viscoso. Este volumen recibe el nombre de *subcapa viscosa*. Primeramente se supuso que esta subcapa tenía un espesor definido y estaba siempre libre de remolinos, pero medidas experimentales han puesto de manifiesto que existen fluctuaciones de velocidad en la subcapa ocasionadas por remolinos coasionales procedentes del fluido turbulento que circula en esta región. Muy cerca de la pared los remolinos son infrecuentes, pero no existe ninguna región que esté totalmente exenta de remolinos. Dentro de la subcapa viscosa solamente es importante el esfuerzo cortante viscoso, mientras que la difusión de remolino es, en todo caso, escasa.

La subcapa viscosa ocupa solamente una muy pequeña fracción de la sección transversal total. No existe un límite nítido superior y su espesor es difícil de definir. Existe una capa de transición inmediatamente adyacente a la subcapa viscosa, en la que hay esfuerzo cortante viscoso y también debido a la difusión de remolino. La capa de transición, que se llama a veces *capa tampón,* también es relativamente delgada.

La masa global de la sección transversal de la corriente está ocupada por flujo enteramente turbulento que recibe el nombre de *núcleo turbulento.* En el núcleo turbulento el esfuerzo cortante viscoso es despreciable en comparación con el debido a la viscosidad de remolino.

Distribución de velocidad para el flujo turbulento. Debido a la influencia de importantes parámetros de flujo sobre la distribución de velocidad, se han realizado numerosos estudios teóricos y experimentales para determinar la distribución de velocidad en el flujo turbulento. Aunque el problema no ha sido totalmente resuelto, se dispone de relaciones útiles que pueden utilizarse para calcular las características importantes de la turbulencia. Los resultados de los cálculos teóricos concuerdan razonablemente bien con los datos experimentales.

En la Figura 5.3 se presenta una típica distribución de velocidad para un fluido newtoniano que circula con flujo turbulento en una tubería lisa con un número de Reynolds de 10 000. La figura muestra también que la distribución de velocidad para flujo laminar para la misma velocidad máxima en el centro de la tubería. La curva para flujo turbulento es notablemente más aplanada que para

flujo laminar, y la diferencia entre la velocidad media y la velocidad máxima es considerablemente menor. Para números de Reynolds todavía más elevados la curva para flujo turbulento será aún más aplanada que la de la Figura 5.3.

Tanto en el flujo turbulento como en el laminar el gradiente de velocidad es cero en la línea central. Se sabe que los remolinos en el núcleo turbulento son grandes pero de baja intensidad, mientras que en la zona de transición son pequeños pero intensos. La mayor parte del contenido de energía cinética de los remolinos reside en la zona de transición y en la parte exterior del núcleo turbulento. En la línea central la turbulencia es isotrópica. En las demás áreas del régimen de flujo turbulento la turbulencia es anisotrópica; de lo contrario no habría esfuerzo cortante.

Se acostumbra a expresar la distribución de velocidad en el flujo turbulento no como velocidad frente a distancia sino en función de parámetros adimensionales definidos por las siguientes ecuaciones:

$$u^* \equiv \bar{V}\sqrt{\frac{f}{2}} = \sqrt{\frac{\tau_w g_c}{\rho}} \tag{5.24}$$

$$u^+ \equiv \frac{u}{u^*} \tag{5.25}$$

$$y^+ \equiv \frac{yu^*\rho}{\mu} = \frac{y}{\mu}\sqrt{\tau_w g_c \rho} \tag{5.26}$$

donde u^* = velocidad de fricción
u^+ = relación de velocidades, adimensional
y^+ = distancia, adimensional
y = distancia desde la pared del tubo

La relación entre y, r y r_w, el radio del tubo, es

$$r_w = r + y \tag{5.27}$$

Las ecuaciones que relacionan u^+ con y^+ se llaman leyes universales de distribución de velocidad.

Ecuaciones universales de distribución de velocidad. Puesto que la subcapa viscosa es muy delgada, $r \approx r_w$, y sustituyendo $-dy$ por dr, la Ecuación (5.10) puede escribirse del modo siguiente

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau_w g_c}{\mu} \tag{5.28}$$

Sustituyendo los valores de u^* de la Ecuación (5.24), u^+ de la Ecuación (5.25), e y^+ de la Ecuación (5.26) en la Ecuación (5.28) se obtiene

$$\frac{du^+}{dy^+} = 1$$

Integrando con los límites inferiores $u^+ = y^+ = 0$, se obtiene para la distribución de velocidad en la subcapa laminar,

$$u^+ = y^+ \tag{5.29}$$

Una ecuación empírica para la llamada capa de transición, es la siguiente

$$u^+ = 5{,}00 \ln y^+ - 3{,}05 \tag{5.30}$$

Se han propuesto numerosas correlaciones para el núcleo turbulento. Una ecuación, propuesta por **Prandtl**[9], con constantes empíricas, es

$$u^+ = 2{,}5 \ln y^+ + 5{,}5 \tag{5.31}$$

La Figura 5.6 es una representación semilogarítmica de las Ecuaciones (5.29), (5.30) y (5.31). De acuerdo con las dos intersecciones de las tres líneas que representan las ecuaciones, los intervalos que comprenden las ecuaciones son

Ecuación (5.29), para la subcapa viscosa: $y^+ < 5$
Ecuación (5.30), para la-zona de transición: $5 < y^+ < 30$
Ecuación (5.31), para el núcleo turbulento: $30 < y^+$

Limitaciones de las leyes universales' de distribución de velocidad. Las ecuaciones universales de velocidad tienen numerosas limitaciones. Es cierto que la zona de transición no tiene existencia independiente y que no hay discontinuidad entre la

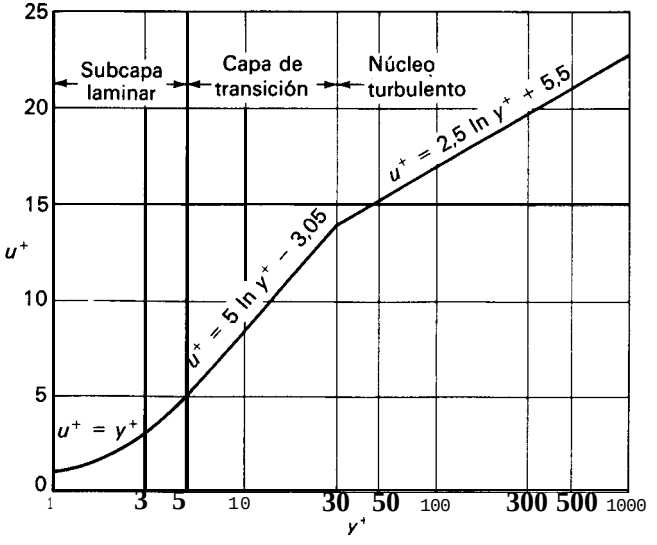


Figura 5.6. Distribución universal de velocidad para flujo turbulento de un fluido newtoniano en un tubo liso.

zona de transición y el núcleo turbulento; por otra parte, existen dudas sobre la existencia real de la subcapa viscosa. Las ecuaciones no se cumplen demasiado bien para números de Reynolds desde el crítico hasta 10 000 aproximadamente y se sabe que la relación sencilla entre y^+ y u^+, no es adecuada para la zona de transición, ni para el núcleo turbulento próximo a ella. Finalmente, la Ecuación (5.31) predice un gradiente finito de velocidad en el eje de la conducción, cuando es sabido que en dicho punto, el gradiente ha de ser cero.

Se ha realizado un gran esfuerzo investigador para mejorar las ecuaciones de distribución de velocidad y eliminar o reducir algunas de sus deficiencias. El trabajo realizado puede encontrarse en textos avanzados[3, 10] pero cae fuera del objeto de este libro.

Magnitudes de flujo para el flujo turbulento en tuberías circulares lisas. Si se dispone de una relación para la distribución de velocidad, las magnitudes importantes de flujo se pueden calcular por los métodos habituales. Las magnitudes de interés son la velocidad media en función de la velocidad máxima en el centro de la tubería; las relaciones que ligan los parámetros de resistencia al flujo τ_w yfcon la velocidad media, la velocidad máxima y el número de Reynolds; el factor de corrección de la energía cinética α y el factor de corrección de la cantidad de movimiento β.

El cálculo de las magnitudes de flujo requiere una integración a lo largo del radio de la tubería desde el eje de la tubería hasta la pared. Estrictamente, la integración deberá realizarse en tres partes, la primera sobre el intervalo $y^+ = 0$ hasta $y^+ = 5$, utilizando la Ecuación (5.29), la segunda desde $y^+ = 5$ hasta $y^+ = 30$, utilizando la Ecuación (5.30), y la tercera desde $y^+ = 30$ hasta su valor en el centro de la tubería, utilizando la Ecuación (5.31). Puesto que el espesor de las capas correspondiente a las dos primeras integraciones puede despreciarse, para cálculos aproximados está justificado utilizar una sola integración basada en la Ecuación (5.31) para todo el intervalo $r = 0$ hasta $r = r_w$, aun cuando esto predice un valor finito de la velocidad en la pared de la tubería.

Velocidad *media.* Para la línea central de la tubería, la Ecuación (5.31) puede escribirse así

$$u_c^+ = 2{,}5 \ln y_c^+ + 5{,}5 \tag{5.32}$$

donde u_c^+ e y_c^+ son los valores de u^+ e y^+ en la línea central. Por otra parte, según las ecuaciones (5.25) y (5.26)

$$u_c^+ = \frac{u_{máx}}{u^*} \tag{5.33}$$

$$y_c^+ = \frac{r_w u^*}{\nu} \tag{5.34}$$

donde $u_{máx}$ es la velocidad máxima en la línea central y $\nu = \mu/\rho$.

Restando la Ecuación (5.32) de la Ecuación (5.31) se obtiene

$$u^+ = u_c^+ + 2{,}5 \ln \frac{y^+}{y_c^+} \tag{5.35}$$

A partir de la Ecuación (4.4), sustituyendo πr_w^2 por S y $2\pi r\, dr$ por dS, se obtiene para la velocidad media $\bar{V}$

$$\bar{V} = \frac{2\pi}{\pi r_w^2} \int_0^{r_w} ur\, dr \tag{5.36}$$

Según la Ecuación (5.27) $r = r_w -$ y y $dr = -dy$. Además, cuando $r = 0$, y = r_w, y cuando $r = r_w$, $y = 0$. Eliminando r, la Ecuación (5.36) se transforma en

$$\bar{V} = \frac{2}{r_w^2} \int_0^{r_w} u(r_w - y)\, dy \tag{5.37}$$

La Ecuación (5.37) puede expresarse en función de parámetros adimensionales sustituyendo u de la Ecuación (5.25), y de la Ecuación (5.26) y u^+ de la Ecuación (5.35), con lo que se obtiene

$$\bar{V} = \frac{5\nu^2}{r_w^2 u^*} \int_0^{y_c^+} \left(0{,}4u_c^+ + \ln \frac{y^+}{y_c^+}\right)(y_c^+ - y^+)\, dy^+ \tag{5.38}$$

La integración formal de la Ecuación (5.38)† conduce a

$$\frac{\bar{V}}{u^*} = u_c^+ - 3{,}75 = \frac{1}{\sqrt{f/2}} \tag{5.39}$$

Sustituyendo u_c^+ de la Ecuación (5.33) y u^* de la Ecuación (5.24) en la Ecuación (5.39) se obtiene

$$\frac{\bar{V}}{u_{máx}} = \frac{1}{1 + (3{,}75\sqrt{f/2})} \tag{5.40}$$

La Ecuación (5.40) conduce a valores que son algo altos debido a las bajas velocidades del fluido en las capas próximas a la pared, de tal forma que no se tiene adecuadamente en cuenta un 2 por 100 del flujo volumétrico total.

Ley de factor de fricción-número de Reynolds para tubos lisos. Se pueden utilizar las ecuaciones disponibles con el fin de obtener una importante relación entrefy

† La sustitución de $x = y^+/y_c^+$ y el uso de las tablas ordinarias de integrales son suficientes para efectuar esta integración. Además, para el límite inferior, $x \ln x = 0$, y $x^2 \ln x = 0$ cuando $x = 0$.

N_{Re} para el flujo turbulento en tubos circulares lisos. Esta ecuación se deduce efectuando las sustituciones adecuadas en la Ecuación (5.32). A partir de las ecuaciones de definición de y_c^+ [Ec. (5.34)] y de u^* [Ec. (5.24)],

$$y_c^+ = \frac{r_w \bar{V}}{\nu} \sqrt{\frac{f}{2}} = \frac{D\bar{V}\sqrt{f/2}}{2\nu} = \frac{N_{Re}}{2} \sqrt{\frac{f}{2}} = N_{Re} \sqrt{\frac{f}{8}} \tag{5.41}$$

A partir de la Ecuación (5.39)

$$2.4,'— \frac{1}{\sqrt{f/2}} + 3,75 \tag{5.42}$$

Sustituyendo u_c^+ de la Ecuación (5.42) e y_c^+ de la Ecuación (5.41) en la Ecuación (5.32), se llega a

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2,5 \ln \left(N_{Re} \sqrt{\frac{f}{8}} \right) + 1,75 \tag{5.43}$$

La Ecuación (5.43) puede expresarse en esta forma más útil, conocida como ecuación de Kármán

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,07 \log (N_{Re} \sqrt{f}) - 0,60 \tag{5.44}$$

Factores de corrección de la energía cinética y de la cantidad de movimiento. Los valores de α y β son más próximos a la unidad para flujo turbulento que para flujo laminar. Sin embargo, las ecuaciones para estos factores de corrección se pueden obtener fácilmente integrando las Ecuaciones (4.13) y (4.29) y utilizando la ley logarítmica de velocidad. Las ecuaciones que así se obtienen son

$$\alpha = 1 + 0,78f(15 - 15,9\sqrt{f}) \tag{5.45}$$

$$\beta = 1 + 3,91f \tag{5.46}$$

Para flujo turbulento f es del orden de 0,004 (véase la Fig. 5.9) y para este valor α = 1,042 y β = 1,016. Por consiguiente, el error que se comete es generalmente despreciable si tanto α como β se toman iguales a la unidad.

El factor de corrección de la energía cinética puede ser importante al aplicar el teorema de Bernoulli entre dos puntos en los que en uno el flujo es laminar mientras que en el otro es turbulento. Por otra parte, los factores ***a y*** β son de cierta importancia en algunos tipos de cambiadores de calor compactos, donde existen muchos cambios de tamaño en la conducción del fluido y donde los tubos o superficies de transmisión de calor son cortos[2]. En la mayor parte de los casos prácticos ambos factores se toman la unidad para el flujo turbulento.

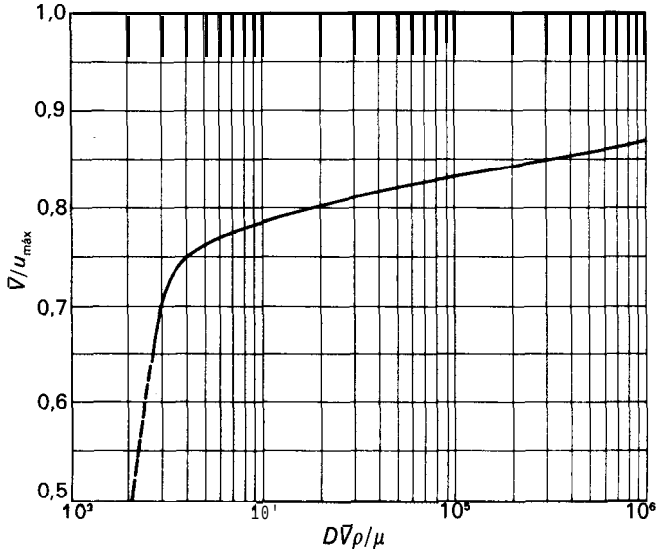


Figura 5.7. $\bar{V}/u_{máx}$ frente a N_{Re}.

Relaciones entre la velocidad máxima y la velocidad media. Los términos N_{Re} y $\bar{V}/u_{máx}$ resultan útiles para relacionar la velocidad media y la velocidad máxima en el centro del tubo como una función de las condiciones de flujo; por ejemplo, un importante método de medida del flujo de un fluido es el tubo de pitot (página 232) que puede utilizarse para medir $u_{máx}$, y usar después esta relación para determinar la velocidad media a partir de una sola medida.

En la Figura 5.7 se muestran valores experimentales de $\bar{V}/u_{máx}$ en función del número de Reynolds, para el intervalo desde flujo laminar hasta flujo turbulento. Para el flujo laminar la relación es exactamente 0,5, de acuerdo con la Ecuación (5.15). La relación varía rápidamente desde 0,5 hasta aproximadamente 0,7 cuando el flujo pasa de laminar a turbulento, y después aumenta gradualmente hasta 0,87 para $N_{Re} = 10^6$.

Efecto de la rugosidad. Hasta ahora el tratamiento se ha restringido al caso de tubos lisos. Se sabe desde hace mucho tiempo que para el flujo turbulento una tubería rugosa conduce a un factor de fricción mayor que una tubería lisa para un determinado número de Reynolds. Si se pulimenta una tubería rugosa se reduce el factor de fricción. Cuando un mayor pulimentado no da lugar a una reducción adicional del factor de fricción para un número de Reynolds dado, se dice que el tubo ***es hidrodinámicamente liso.*** La Ecuación (5.44) se refiere a tubos hidrodinámicamente lisos.

La Figura 5.8 muestra diferentes tipos idealizados de rugosidad. La altura de una unidad individual de rugosidad se representa por k y recibe el nombre de ***parámetro de rugosidad.*** A partir del análisis dimensional, f es una función tanto de N_{Re} como de la rugosidad relativa k/D, siendo D el diámetro de la conducción.

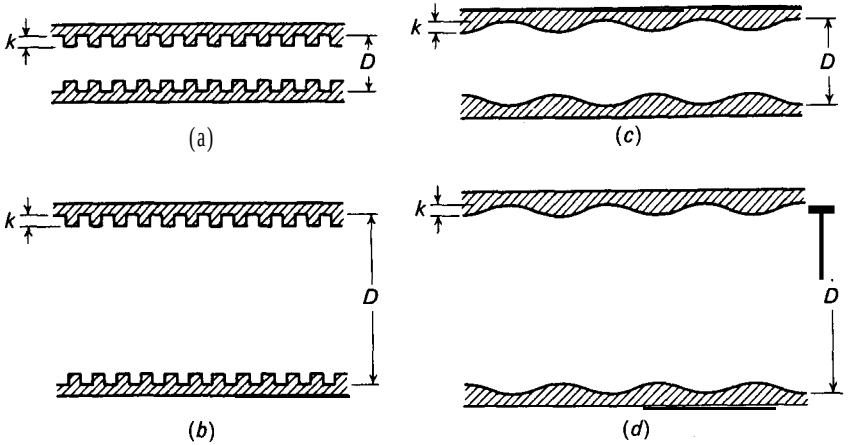


Figura 5.8. Tipos de rugosidades.

Para un determinado tipo de rugosidad, como por ejemplo los que se muestran en la Figura 5.8*a* y *b*, es de esperar que se encuentre una curva diferente def vs. N_{Re} para cada valor de la rugosidad relativa, y que para otros tipos de rugosidades, como las que se muestran en la Figura 5.8*c* y *d*, se obtenga una familia diferente de curvas de f vs. N_{Re} para cada tipo de rugosidad. La experimentación en tuberías con rugosidades creadas artificialmente ha confirmado estas previsiones. También se ha encontrado que todas las tuberías comerciales. nuevas y limpias, tienen el mismo tipo de rugosidad y que cada material de construcción posee su propio parámetro característico de rugosidad.

Las tuberías viejas, sucias y corroídas pueden ser muy rugosas y el carácter de la rugosidad puede ser diferente del de una tubería limpia.

La rugosidad no ejerce un efecto apreciable sobre el factor de fricción para el flujo laminar excepto que k sea tan grande que la medida del diámetro resulte incierta.

Carta del factor de fricción. Con fines de diseño, las características de fricción de tuberías circulares, tanto lisas como rugosas, se resumen en la carta del factor de fricción de la Figura 5.9, que es una representación de logffrente a log N_{Re}. Para el flujo laminar la Ecuación (5.18) relaciona el. factor de fricción con el número de Reynolds. Una representación doble logarítmica de la Ecuación (5.18) es una línea recta de pendiente – 1. Esta línea se muestra en la Figura 5.9 para números de Reynolds inferiores a 2100.

Para el flujo turbulento la línea inferior representa el factor de fricción para tubos lisos y es consistente con la Ecuación (5.44). Las demás líneas curvas del intervalo de flujo turbulento representan los factores de fricción para diferentes tipos de tuberías comerciales, cada uno de los cuales se caracteriza por un diferente valor de k. En la figura se dan los parámetros para algunos metales más corrientes. Así, por ejemplo, una tubería limpia de hierro o acero forjado tiene un valor de k de $1{,}5 \times 10^{-4}$, con independencia del diámetro de la tubería. Las

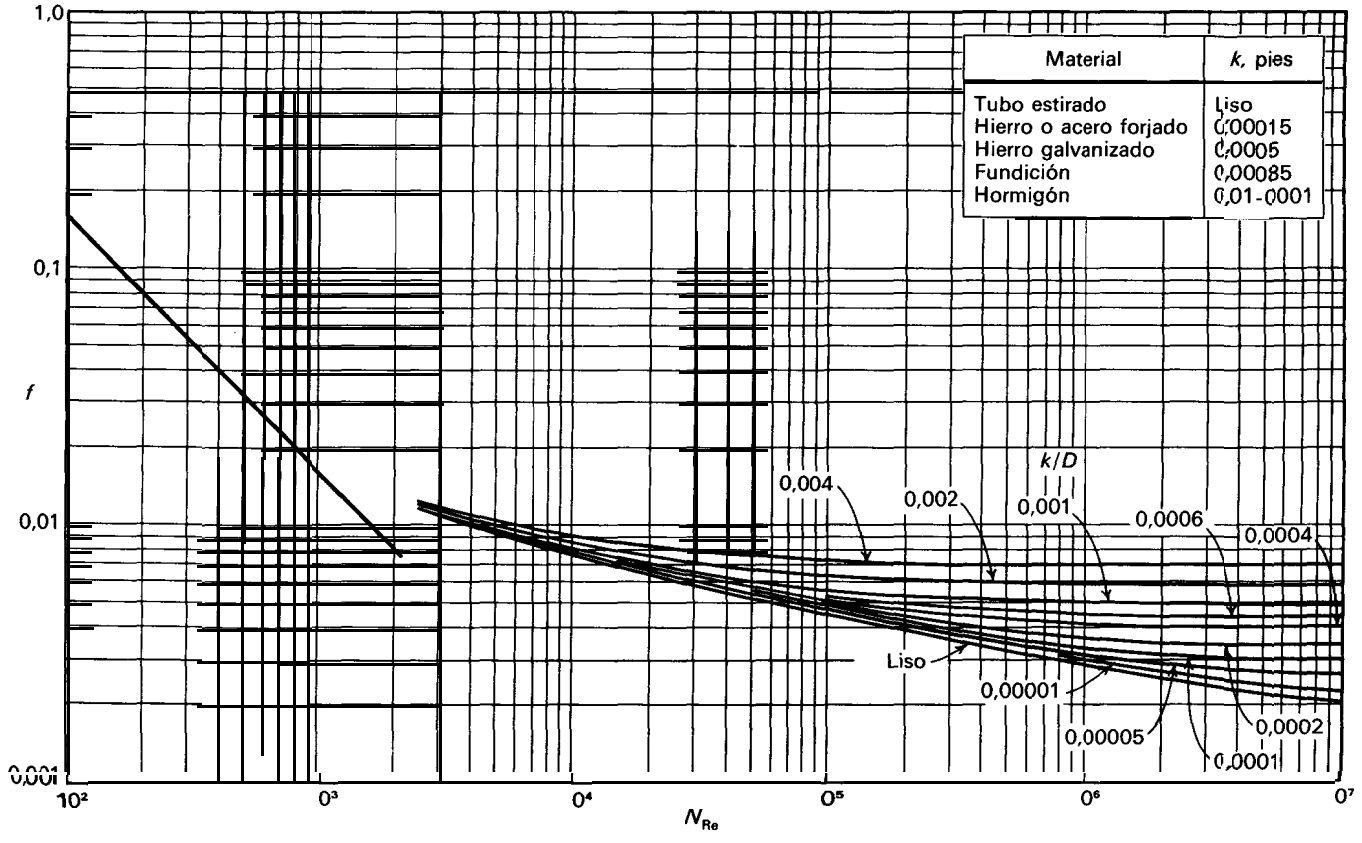


Figura 5.9. Carta del factor de fricción.

tuberías estiradas de cobre y latón pueden considerarse hidrodinámicamente lisas.

La Figura 5.9 resulta de utilidad para calcular h_{fs} cuando se conoce el tamaño de la tubería y la velocidad de flujo, pero no puede utilizarse directamente para determinar la velocidad de flujo para una caída de presión dada, si no se conoce N_{Re} mientras no esté determinado el valor de $\bar{V}$. Sin embargo, puesto quefvaría sólo ligeramente con N_{Re} para el flujo turbulento, una resolución por tanteo converge rápidamente, tal como puede apreciarse en el Ejemplo 5.1.

Números de Reynolds y factor de fricción para fluidos no newtonianos. La Ecuación (5.7*a*), que indica la relación entre el factor de fricción y la caída de presión, y la Ecuación (5.20), que expresa la caída de presión por fricción en un fluido que sigue la ley de la potencia, pueden utilizarse para calcular el factor de fricción de fluidos pseudoplásticos. Si se elimina Ap, entre estas dos ecuaciones, resulta la siguiente ecuación para *f*.

$$f = \frac{2^{n'+1}K'}{D^{n'}\rho\bar{V}^{2-n'}}\left(3 + \frac{1}{n'}\right)^{n'} \tag{5.47}$$

A partir de esta ecuación se puede definir un número de Reynolds $N_{Re,n}$ para fluidos no newtonianos, con la suposición de que para flujo laminar

$$f = \frac{16}{N_{Re.\,n}} \tag{5.48}$$

Combinando las Ecuaciones (5.47) y (5.48) se obtiene

$$N_{Re,n} = 2^{3-n'}\left(\frac{n'}{3n' + 1}\right)^{n'}\frac{D^{n'}\rho\bar{V}^{2-n'}}{K'} \tag{5.49}$$

Esta es la definición del número de Reynolds $N_{Re,n}$ dada en la Ecuación (3.9). Dicho número de Reynolds se reduce al número de Reynolds para un fluido newtoniano cuando $n' = 1$, y reproduce la parte lineal de la representación logarítmica de f frente a N_{Re}, con una pendiente -1, para el flujo laminar de fluidos newtonianos.

La Figura 5.10 es una carta del factor de fricción en la que se representa f frente a $N_{Re,n}$ para el flujo en tuberías lisas' de fluidos que siguen la ley de la potencia. Para el flujo turbulento se requiere una serie de líneas, dependiendo del valor de *n'*. Para estas líneas se ha sugerido [1] la siguiente ecuación, análoga a la Ecuación (5.44) para fluidos newtonianos

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4{,}0}{(n')^{0,75}}(\log N_{Re,n}f^{1-0,5n'}) - \frac{0{,}4}{(n')^{1,2}} \tag{5.50}$$

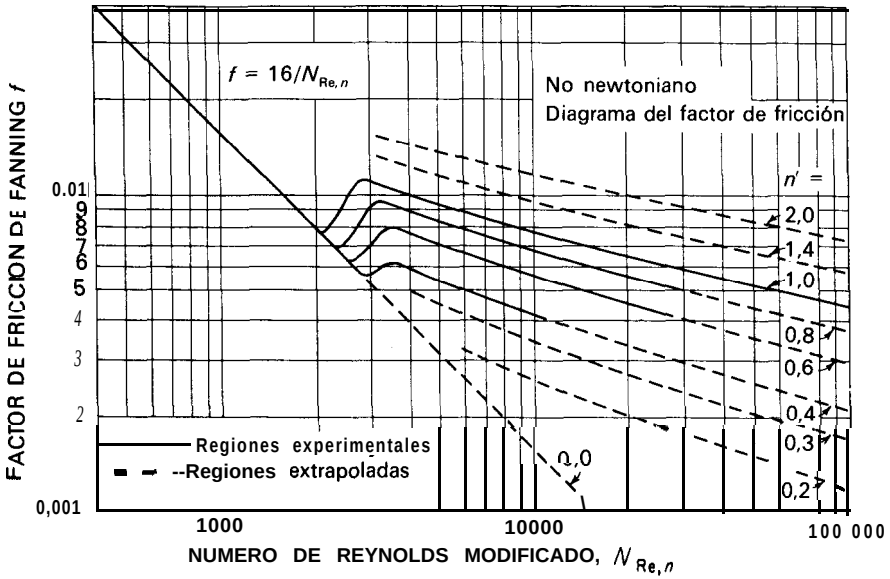


Figura 5.10. Carta del factor de fricción para un líquido que sigue la ley de la potencia. *(Según D. W. Dodge y A. B. Metzner'.)*

La Figura 5.10 indica que para fluidos pseudoplásticos (n' < 1) el flujo laminar persiste hasta números de Reynolds más altos que con fluidos newtonianos.

Reducción de la fricción en flujo turbulento. Las disoluciones diluidas de polímeros, en agua u otros disolventes, producen a veces un efecto peculiar de una reducción de la fricción en el flujo turbulento. El fenómeno fue inicialmente observado por Toms [11] y ha promovido muchos estudios teóricos y algunas aplicaciones prácticas. Tal como muestra la Figura 5.11, el factor de fricción puede ser significativamente inferior al valor normal para flujo turbulento, con solamente unas pocas partes por millón de polímero en agua, y para 50 a 100 ppm la reducción de fricción puede ser hasta del 70 por 100. Se han encontrado efectos similares para algunos polímeros en disolventes orgánicos.

La reducción de fricción se presenta generalmente con disoluciones diluidas de polímeros lineales de elevado peso molecular y se considera que está relacionada con la extensión de estas moléculas flexibles para altos esfuerzos cortantes turbulentos cerca de la pared. Las moléculas estiradas provocan un aumento de la viscosidad local que amortigua los pequeños remolinos y da lugar a un aumento del espesor de la subcapa viscosa[4]. Con una subcapa de mayor espesor, para el mismo flujo total, se reducen los valores de $(du/dy)_w$ y τ_w, dando lugar a una menor caída de presión. La viscosidad aparente de la disolución, tal como se mide para flujo laminar, puede ser todavía muy próxima a la del disolvente, con sólo ligeras desviaciones del comportamiento newtoniano; sin embargo, si se

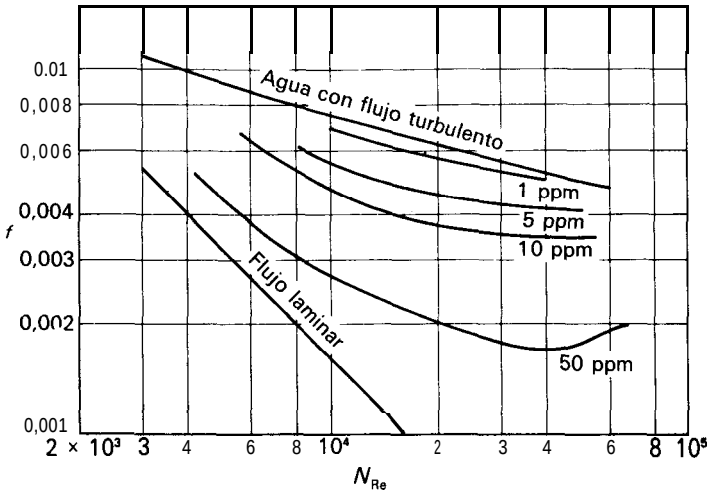


Figura 5.11. Factores de fricción para el flujo turbulento de disoluciones diluidas de óxido de etileno (PM $\approx 10^6$). ***(Según R. W. Patterson y F. H. Abernathy[6].)***

hacen medidas cuidadosas se encuentra que el comportamiento es no newtoniano incluyendo efectos viscoelásticos.

Las principales aplicaciones de la reducción de fricción han sido aumentar el flujo de agua en una conducción de tamaño dado. Así, unas pocas partes por millón de óxido de polietileno, un polímero barato y no tóxico, puede duplicar la capacidad de un equipo contra incendios o de un sistema de enfriamiento con agua. En tuberías largas o con recirculación de agua, la degradación del polímero debido al esfuerzo cortante reduce su eficacia.

Efecto de la transmisión de calor sobre el factor de fricción. Los métodos descritos hasta ahora para calcular el factor de fricción solamente son aplicables cuando no hay transmisión de calor entre la pared de la conducción y el fluido. Cuando el fluido se calienta o se enfría a través de una pared de la conducción que está más caliente o más fría que el fluido, se modifica el campo de velocidad por efecto de los gradientes de temperatura que se crean dentro del fluido. El efecto sobre los gradientes de velocidad es especialmente pronunciado en el caso de líquidos, donde la viscosidad varía fuertemente con la temperatura. Se han desarrollado teorías muy elaboradas para el efecto de la transmisión de calor sobre la distribución de velocidad en gases. Para la práctica de ingeniería ordinaria está justificado, tanto para gases como para líquidos, el empleo del siguiente método empírico. (1) Se calcula el número de Reynolds con la suposición de que la temperatura del fluido es igual a la ***temperatura media global,*** definida como la media aritmética entre las temperaturas de entrada y salida. (2) El factor de fricción correspondiente a la temperatura media global se divide por un factor ψ, que se calcula a su vez a partir de las siguientes ecuaciones[7]:

Para $N_{Re} > 2100$

$$\psi = \begin{cases} \mu^{0,17} & \text{para calentamiento} \quad (5.514 \\ (\mu)^{0,11} & \text{para enfriamiento} \quad \textbf{(5.516)} \end{cases}$$

Para $N_{Re} < 2100$

$$\psi = \begin{cases} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,38} & \text{para calentamiento} \quad (5.52a) \\ \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,23} & \text{para enfriamiento} \quad \textbf{(5.526)} \end{cases}$$

donde μ = viscosidad del fluido a la temperatura media global
μ_w = viscosidad a la temperatura de la pared de la conducción

Las Ecuaciones (5.51) y (5.52) están basadas en datos para valores de μ/μ_w comprendidos entre 0,1 y 10, de forma que no deberán utilizarse fuera de estos límites.

Factor de fricción para el flujo a través de conducciones de sección no circular. La fricción en conducciones rectas de gran longitud, con sección no circular constante, puede estimarse utilizando las ecuaciones para tubos circulares si el diámetro del número de Reynolds y de la definición del factor de fricción se toma como un ***diámetro equivalente,*** definido como cuatro veces el radio hidráulico. El radio hidráulico se representa por r_H y se define como la relación entre el área de la sección transversal de la conducción y el perímetro mojado del mismo:

$$r_H \equiv \frac{S}{L_p} \tag{5.53}$$

donde S = área de la sección transversal de la conducción
L_p = perímetro de la conducción en contacto con el fluido

Por tanto, para el caso especial de un tubo circular, el radio hidráulico es

$$r_H = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

El diámetro equivalente es $4r_H$, o bien, simplemente D.

Un importante caso especial es el del espacio anular entre dos tubos concéntricos. En este caso el radio hidráulico es

$$r_H = \frac{\pi D_o^2/4 - \pi D_i^2/4}{\pi D_i + \pi D_o} = \frac{D_o - D_i}{4} \tag{5.54}$$

donde D_i y D_o son los diámetros interior y exterior del anillo, respectivamente. Por tanto, el diámetro equivalente de un anillo es la diferencia de los diámetros.

Por otra parte, el diámetro de una conducción cuadrada de lado b es $4(b^2/4b) = b$.

El radio hidráulico es un parámetro útil para generalizar el fenómeno de flujo de fluidos con flujo turbulento. La Ecuación (5.7) puede generalizarse sustituyendo D por $4r_H$ o r_w por $2r_H$:

$$h_{fs} = \frac{\tau_w}{\rho r_H}\Delta L = \frac{\Delta p_s}{\rho} = f\frac{\Delta L}{r_H}\frac{\bar{V}^2}{2g_c} \qquad (5.55)$$

$$N_{Re} = \frac{4r_H\bar{V}\rho}{\mu} \qquad (5.56)$$

La sencilla regla del radio hidráulico no puede aplicarse al flujo laminar a través de conducciones no circulares. Por ejemplo, para el flujo en una conducción anular f y N_{Re} están relacionados por la ecuación[3]

$$f = \frac{16}{N_{Re}}\phi_a \qquad (5.57)$$

donde ϕ_a es la función de D_i/D_o que se muestra en la Figura 5.12. El valor de ϕ_a es la unidad para una sección transversal circular y 1,5 para láminas paralelas. En diferentes libros[3] pueden encontrarse ecuaciones para flujo laminar a través de secciones no circulares. El flujo de líquidos viscosos no-newtonianos a través de conducciones de forma compleja puede analizarse por medio de métodos de aproximación numérica.

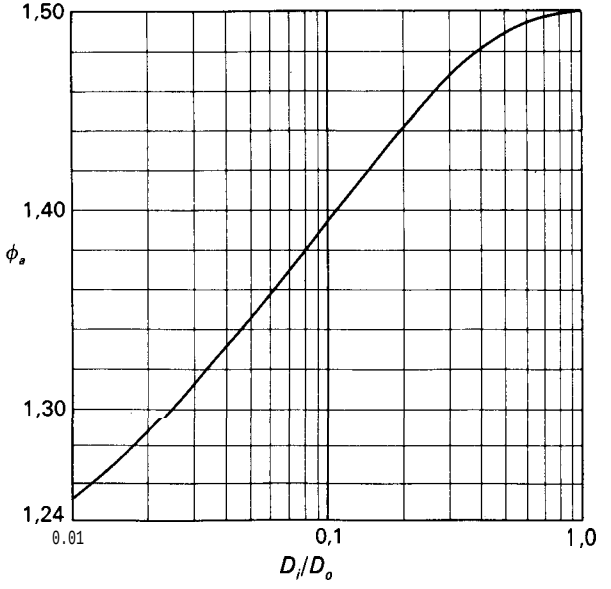


Figura 5.12. Valores de ϕ_a en la Ecuación (5.57).

Fricción debida a variaciones de velocidad o dirección. Siempre que varía la velocidad de un fluido, tanto en dirección como en valor absoluto, a causa de un cambio de dirección o de tamaño de la conducción, se produce una fricción adicional a la fricción de superficie, debida al flujo a través de la tubería recta. Esta fricción incluye la fricción de forma, que se produce como consecuencia de los vórtices que se originan cuando se distorsionan las líneas de corriente normales y cuando tiene lugar la separación de capa límite. En la mayor parte de los casos estos efectos no se pueden calcular con exactitud y es preciso recurrir a datos empíricos. Es posible, con frecuencia, estimar este tipo de fricción en casos especiales basándose en el conocimiento que se tiene sobre las pérdidas en modelos geométricos análogos.

Pérdidas por fricción debidas al ensanchamiento brusco de la sección. Si se ensancha bruscamente la sección transversal de la conducción, la corriente de fluido se separa de la pared y se proyecta en forma de chorro en la sección ensanchada. Después el chorro se expansiona hasta ocupar por completo la sección transversal de la parte ancha de la conducción. El espacio que existe entre el chorro expansionado y la pared de la conducción está ocupado por el fluido en movimiento de vórtice, característico de la separación de capa límite, y se produce dentro de este espacio una fricción considerable. En la Figura 5.13 se representa este efecto.

Las pérdidas por fricción h_{fe}, correspondientes a una expansión brusca de la conducción, son proporcionales a la carga de velocidad del fluido en la sección estrecha, y están dadas por

$$h_{fe} = K_e \frac{\bar{V}_a^2}{2g_c} \tag{5.58}$$

siendo K_e un factor de proporcionalidad llamado ***coeficiente de pérdida por expansión*** y $\bar{V}_a$ la velocidad media en la parte estrecha de la conducción. En este

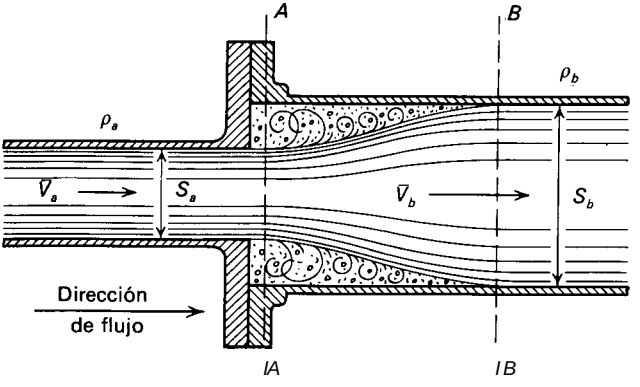


Figura 5.13. Flujo en una expansión brusca de la sección transversal.

caso puede calcularse K_e teóricamente con resultados satisfactorios. Para hacer el cálculo se utiliza la ecuación de continuidad Ecuación (4.1), el balance de cantidad de movimiento para flujo estacionario Ecuación (4.15) y la ecuación de Bernoulli Ecuación (4.30). Consideremos un volumen de control definido por las secciones *AA* y *BB* y la superficie interna del ensanchamiento que existe entre estas dos secciones, tal como se indica en la Figura 5.13. Como la tubería es horizontal no existen fuerzas de gravedad y por ser la pared relativamente pequeña, la fricción en ella es despreciable, de forma que prácticamente no hay gradiente de velocidad en la pared comprendida entre las dos secciones. Por consiguiente, las únicas fuerzas que actúan son las fuerzas de presión sobre las secciones *AA* y *BB*. De la ecuación de la cantidad de movimiento resulta

$$(p_a S_b - p_b S_b) g_c = \dot{m}(\beta_b \bar{V}_b - \beta_a \bar{V}_a) \tag{5.59}$$

Puesto que $Z_a = Z_b$ la Ecuación (4.30) puede escribirse en este caso

$$\frac{p_a - p_b}{\rho} = \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2 - \alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c} + h_{fe} \tag{5.60}$$

En las condiciones normales de flujo, $\alpha_a = \alpha_b = 1$ y $\beta_a = \beta_b = 1$, los factores de corrección se ignoran. Por otra parte, eliminando $p_a - p_b$ entre las Ecuaciones (5.59) y (5.60) puesto que $\dot{m}/S_b = \rho \bar{V}_b$ se obtiene

$$h_{fe} = \frac{(\bar{V}_a - \bar{V}_b)^2}{2g_c} \tag{5.61}$$

De acuerdo con la Ecuación (4.5), $\bar{V}_b = \bar{V}_a (S_a/S_b)$ pudiéndose escribir la Ecuación (5.61)

$$h_{fe} = \frac{\bar{V}_a^2}{2g_c} \left(1 - \frac{S_a}{S_b}\right)^2 \tag{5.62}$$

Comparando las Ecuaciones (5.58) y (5.62) se obtiene que

$$K_e = \left(1 - \frac{S_a}{S_b}\right)^2 \tag{5.63}$$

Si el tipo de flujo entre las dos secciones es diferente, han de tenerse en cuenta los factores de corrección α y β. Por ejemplo, si el flujo es laminar en la tubería ensanchada y turbulento en la estrecha, ha de tomarse α_b igual a 2 y β_b igual a 4/3 en las Ecuaciones (5.59) y (5.60).

Pérdidas por fricción debidas a una contracción brusca de la sección. Cuando se reduce bruscamente la sección transversal de una conducción, el fluido no puede adaptarse al borde en ángulo recto y la corriente pierde el contacto con la

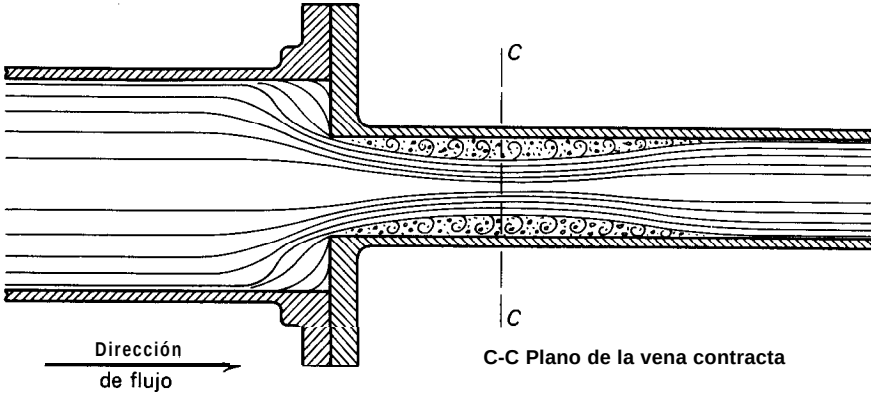


Figura 5.14. Flujo en una contracción brusca de la sección transversal.

pared de la conducción. Como consecuencia de esto, se forma un chorro que se proyecta en el interior del fluido estancado en la parte estrecha de la conducción. El chorro primeramente se contrae y luego se expansiona hasta ocupar toda la sección estrecha, restableciéndose aguas abajo del estrechamiento la distribución normal de velocidad. La sección de área mínima en la que el chorro pasa de la contracción a la expansión recibe el nombre de *vena contracta*. En la Figura 5.14 se representa el tipo de flujo en una contracción brusca. La sección CC corta a la vena contracta. Como se indica en la figura, se forman vórtices.

La pérdida por fricción en una contracción brusca, es proporcional a la carga de velocidad en la conducción estrecha y puede calcularse mediante la ecuación

$$h_{fc} = K_c \frac{\bar{V}_b^2}{2g_c} \tag{5.64}$$

siendo K_c un factor de proporcionalidad, que recibe el nombre de *coeficiente* ***de pérdida por contracción*** y $\bar{V}_b$ la velocidad media aguas abajo en la sección estrecha. Se encuentra experimentalmente que para el flujo laminar, es $K_c < 0{,}1$ y la pérdida por contracción h_{fc} es despreciable. Para el flujo turbulento el valor de K_c está dado por la ecuación empírica

$$K_c = 0{,}4\left(1 - \frac{S_b}{S_a}\right) \tag{5.65}$$

siendo S_a y S_b las áreas de las secciones transversales de las conducciones aguas arriba y abajo, respectivamente.

Efecto de válvulas y accesorios. Las válvulas y accesorios distorsionan las líneas normales de flujo y dan lugar a fricción. En conducciones de corta longitud con muchos accesorios, las perdidas por fricción debidas a los mismos pueden ser mayores que las correspondientes a la longitud recta de tubería. Las pérdidas por

fricción h_{ff}, debidas a los accesorios, se calculan a partir de una ecuación similar a las Ecuaciones (5.58) y (5.64)

$$h_{ff} = K_f \frac{\bar{V}_a^2}{2g_c} \qquad (5.66)$$

donde K_f = factor de pérdida para el accesorio
$\bar{V}_a$ = velocidad media en la tubería que conduce al accesorio

El factor K_f se obtiene por experimentación y es diferente para cada tipo de conexión. En la Tabla 5.1 se presenta una corta lista de estos factores.

Tabla 5.1. Coeficientes de pérdidas por fricción en accesorios normalizados †

Accesorio	K_f
Válvula de asiento, abierta completamente	10,0
Válvula de ángulo, abierta completamente	5,0
Válvula de compuerta, abierta completamente	0,2
Válvula de compuerta, semiabierta	5,6
Curvatura de 180	2,2
Te	1,8
Codo de 90	0,9
Codo de 45"	0,4

† Tomado de J. K. Vennard en el «Handbook of Fluid Dynamics» págs. 3-23, McGraw-Hill Book Company. Nueva York, 1961.

Pérdidas por fricción de forma en la ecuación de Bernoulli. Las pérdidas por fricción de forma se incorporan en el término h_f de la Ecuación (4.33). Se combinan con las pérdidas por fricción de superficie de la tubería recta para dar lugar a la pérdida total de fricción. Considérese, por ejemplo, el flujo de un fluido no compresible a través de dos cabezales ensanchados, del tubo que los une, y de la válvula de asiento que se muestra en la Figura 5.15. Sea $\bar{V}$ la velocidad media en el tubo, D el diámetro del tubo y L su longitud. La pérdida por fricción de forma en el tubo recto, de acuerdo con la Ecuación (5.7), es $4f(L/D)(\bar{V}^2/2g_c)$; las pérdidas de contracción a la entrada del tubo, de acuerdo con la Ecuación (5.64), son $K_c(\bar{V}^2/2g_c)$; las pérdidas de expansión a la salida del tubo, según la Ecuación (5.58), son $K_e(\bar{V}^2/2g_c)$; y la pérdida por fricción en la válvula de asiento, según la Ecuación (5.66), viene dada por $K_f(\bar{V}^2/2g_c)$. Si la fricción de superficie a la entrada y salida de los cabezales es despreciable, la fricción total es

$$h_f = \left(4f\frac{L}{D} + K_c + K_e + K_f\right)\frac{\bar{V}^2}{2g_c} \qquad (5.67)$$

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a este conjunto, consideremos el punto a en el cabezal de entrada y el punto b en el cabezal de salida. Puesto que no hay

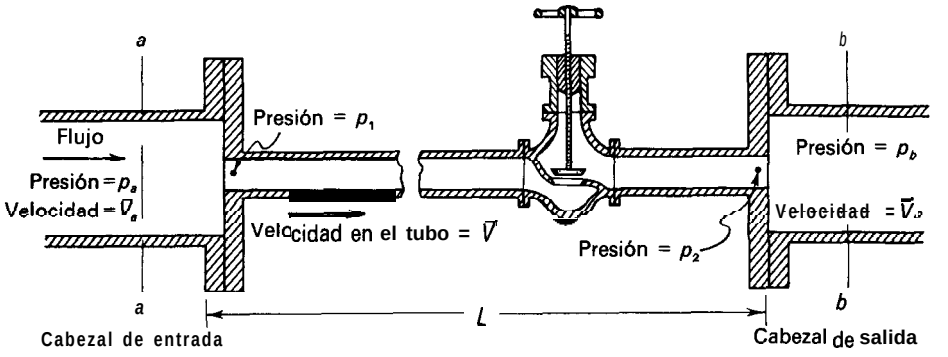


Figura 5.15. Flujo de un fluido no compresible a través de una instalación típica.

bomba entre los puntos *a* y *b*, $W_p = 0$; por otra parte, α_a y α_b pueden tomarse como 1,0, el término de energía cinética se anula y la Ecuación (4.33) se transforma en

$$\frac{p_a - p_b}{\rho} + \frac{g}{g_c}(Z_a - Z_b) = \left(4f\frac{L}{D} + K_c + K_e + K_f\right)\frac{\bar{V}^2}{2g_c} \qquad (5.68)$$

Ejemplo 5.1. Un crudo de petróleo, con una densidad relativa de 0,93 y una viscosidad de 4 cP, descarga por gravedad desde el fondo de un tanque. La altura del liquido sobre la conexión de descarga en el tanque es 6 m. La línea de descarga es una tubería de 4 pulg, Norma 40. Su longitud es de 45 m y contiene una ele y dos válvulas de asiento. El crudo descarga a la atmósfera en un punto situado 9 m por debajo del punto de conexión al tanque. ¿Qué velocidad de flujo, en metros cúbicos por hora, cabe esperar a través de la linea de descarga?

SOLUCIÓN

Los valores que se requieren son

$$\mu = 0{,}004 \text{ kg/m-s} \qquad L = 45 \text{ m}$$

$$D = \frac{4{,}026}{12} = 0{,}336 \text{ pies (Ap. 6)} = 0{,}1023 \text{ m}$$

$$\rho = 0{,}93 \times 998 = 928 \text{ kg/m}^3$$

Según la Tabla 5.1, para los accesorios

$$\sum K_f = 0{,}9 + (2 \times 0{,}2) = 1{,}3$$

A partir de la Ecuación (4.30), suponiendo que $\alpha_b = 1$, y puesto que $p_a = p_b$ y $\bar{V}_a = 0$,

$$\frac{\bar{V}_b^2}{2} + h_f = g(Z_a - Z_b) = 9{,}80665\,(6 + 9) = 147{,}1 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Se utiliza la Ecuación (5.67). En este caso no hay pérdidas de expansión final ya que la corriente no se expande en la descarga y $K_c = 0$. Según la Ecuación (5.65), puesto que S_a es muy grande, $K_c = 0{,}4$. Por tanto,

$$h_f = \left(4f\frac{L}{D} + K_c + \sum K_f\right)\frac{\bar{V}_b^2}{2}$$

$$= \left(\frac{4 \times 45f}{0{,}1023} + 0{,}4 + 1{,}3\right)\frac{\bar{V}_b^2}{2} = (1{,}759f + 1{,}7)\frac{\bar{V}_b^2}{2}$$

Por tanto

$$\frac{\bar{V}_b^2}{2}(1 + 1{,}759f + 1{,}7) = 147{,}1$$

$$\bar{V}_b^2 = \frac{147{,}1 \times 2}{2{,}7 + 1{,}759f} = \frac{294{,}2}{2{,}7 + 1{,}759f}$$

Se utiliza la Figura 5.9 para obtener f. Para este problema

$$N_{Re} = \frac{0{,}1023 \times 928\bar{V}_b}{0{,}004} = 23{,}734\bar{V}_b$$

$$\frac{k}{D} = 0{,}00015 \times \frac{0{,}3048}{0{,}1023} = 0{,}00045$$

Mediante tanteos se obtiene:

$\bar{V}_{b,\ estimado}$, m/s	$N_{Re} \times 10^{-5}$	(De la Fig. 5.9)	$\bar{V}_{b,\ calculado}$, m/s
4,50	1,068	0,0052	4,98
5,00	1,187	0,0051	5,02
5,02	1,191	0,0051	5,02

El área de la sección transversal de la tubería es 0,0884 pie', o bien 0,00821 m^2 (Ap. 6), y la velocidad de flujo es 5,02 x 3600 x 0,00821 = 148,4 m^3/h.

Uso práctico de cargas de velocidad en el diseño. Tal como indica la Ecuación (5.68), la pérdida por fricción en un sistema de flujo complicado se puede expresar como cargas de velocidad, tanto para las pérdidas en tuberías y accesorios como para pérdidas por expansión y compresión. Este hecho constituye la base de un método práctico rápido de estimación de la fricción. Tomando $4f(L/D) = 1{,}0$, resulta que una longitud igual a un determinado número de diámetros de tubería genera una pérdida por fricción igual a una carga de velocidad. Puesto que para el flujo turbulento f varía desde aproximadamente 0,01 hasta 0,002, el número de diámetros equivalente a una carga de velocidad varía desde 1/(4 x 0,01) = 25 hasta 1/(4 x 0,002) = 125, dependiendo del número de Reynolds. En la práctica ordinaria se toma para este factor 50 diámetros de tubería. **Así,** si la tubería del sistema de la Figura 5.15 es de acero

normalizada de 2 pulg (diámetro interior real = 2,07 pulg) y la longitud es de 100 pies, la fricción de superficie es equivalente a (100 x 12)/(2 x 50) = 12 cargas de velocidad. En este caso, la fricción del único accesorio, así como de la expansión y la contracción, son despreciables en comparación con la que tiene lugar en la tubería. En otros casos, cuando la tubería es corta mientras que los accesorios, expansiones y contracciones son numerosos, las pérdidas por fricción en la tubería sola pueden ser despreciables.

Separación debida a la disminución de velocidad. La separación de la capa límite puede producirse aun cuando no exista variación brusca de la sección transversal, si ésta aumenta continuamente. Consideremos, por ejemplo, el flujo de una corriente de fluido a través de un ensanchamiento cónico como el de la Figura 5.16. Debido al aumento de la sección transversal en la dirección de flujo, la velocidad de flujo disminuye y, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli, la presión tiene que aumentar. Consideremos dos tilamentos de corriente, uno, *aa*, muy próximo a la pared y otro, ***bb,*** a corta distancia de la misma. El aumento de presión en una longitud dada de conducción es la misma para ambos filamentos, puesto que la presión es uniforme a través de cualquier sección transversal. Por consiguiente, la pérdida de carga de velocidad es la misma para ambos filamentos. La carga inicial de velocidad del filamento *aa* es, sin embargo, menor que la del filamento ***bb*** debido a que el filamento ***bb*** está más próximo a la pared. Para una distancia dada a lo largo de la conducción, se alcanza un punto donde la velocidad del filamento UU se hace cero, pero en cambio las velocidades del filamento ***bb*** y de todos los demás filamentos más alejados de la pared que UU son todavía positivas. Este punto es el *s* en la Figura 5.16. Una vez sobrepasado el punto *s*, la velocidad junto a la pared cambia de signo y aparece un flujo de retroceso entre la pared y el filamento UU, separándose la capa límite de la pared. En la Figura 5.16 se han representado varias curvas de velocidad *u* frente a

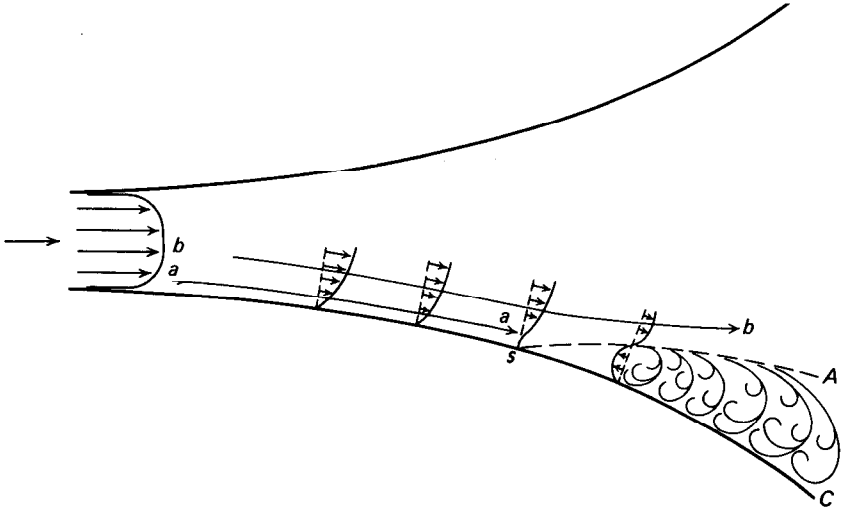


Figura 5.16. Fenómeno de separación de la capa límite en una conducción divergente.

distancia a la pared y, donde puede observarse cómo la velocidad junto a la pared se hace cero en el punto s y posteriormente cambia de signo. El punto s recibe el nombre de ***punto de separación.*** La línea sA **se** llama ***linea de*** *velocidad* ***tangencial cero.***

Los vórtices formados entre la pared y la corriente separada del fluido, una vez sobrepasado el punto de separación, dan lugar a grandes pérdidas por fricción de forma. La separación tiene lugar tanto para el flujo laminar como para el turbulento. El punto de separación está más alejado en la conducción para el flujo turbulento que para el laminar. Se puede evitar la separación si el ángulo formado entre la pared y el eje de la conducción es suficientemente pequeño. El ángulo máximo tolerable para una expansión cónica sin que se produzca separación es de 7".

Disminución de las pérdidas por expansión y contracción. Las pérdidas por contracción pueden hacerse prácticamente nulas, reduciendo gradualmente la sección, en vez de hacerlo bruscamente. Por ejemplo, si la reducción de sección, que se indica en la Figura 5.14 se realiza mediante un cono de reducción o una entrada en forma de bocina, el coeficiente de contracción K_c puede reducirse a un valor aproximadamente igual a 0,05 para todos los valores de S_b/S_a. La separación y formación de vena contracta no se producen a menos que la sección se disminuya bruscamente.

Las pérdidas por expansión también pueden reducirse a un mínimo si se utiliza un cono de expansión en vez de la unión que se representa en la Figura 5.13. Sin embargo, es preciso que el ángulo formado entre la pared y el eje del cono sea inferior a 7°, pues de lo contrario se produce separación. Para ángulos de 35" o superiores, las pérdidas en un cono de expansión pueden ser mayores que las correspondientes a una expansión brusca de la misma relación de áreas S_a/S_b, debido a la gran fricción de forma que se origina como consecuencia de los vórtices formados en la separación.

FLUJO DE LIQUIDOS EN CAPAS DELGADAS

Flujo de Couette. En el flujo de capa que se muestra en la Figura 5.17, el fluido está confinado entre dos grandes láminas planas y paralelas separadas entre sí una distancia B. La lámina inferior es estacionaria y la superior se mueve hacia la derecha con una velocidad constante u_0. Para un fluido newtoniano el perfil de velocidad es lineal y la velocidad u es cero para $y = 0$ y u_0 para $y = B$, siendo y la distancia vertical medida desde la lámina inferior. El gradiente de velocidad es constante e igual a u_0/B. Considerando un área A de ambas láminas, la fuerza de cizalla que se necesita para mantener el movimiento de la lámina superior, de acuerdo con las Ecuaciones (3.3) y (3.4), es

$$F_s = \frac{\mu A u_0}{g_c B} \tag{5.69}$$

El flujo en estas condiciones recibe el nombre de ***flujo de Couette.***

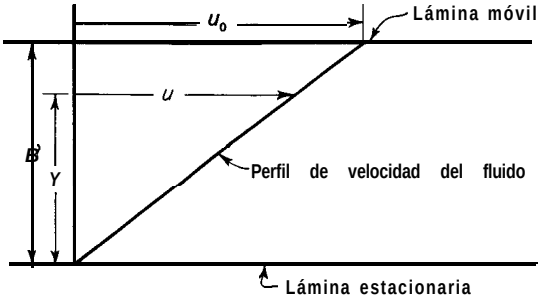


Figura 5.17. Velocidades y gradiente de velocidad para un fluido situado entre láminas planas.

Flujo de capa con una superficie libre. En otra forma del flujo de capa la capa de líquido tiene una superficie libre y fluye bajo la acción de la fuerza de gravedad sobre una superficie vertical o inclinada. Dicho flujo es estacionario, con gradientes de velocidad totalmente desarrollados, y se admite que el espesor de la capa es constante. El flujo es habitualmente laminar y con frecuencia hay tan poca fricción en la superficie libre del líquido, que puede despreciarse el esfuerzo cortante. En estas condiciones, y con las suposiciones adicionales de que la superficie del líquido es plana y no tiene ondulaciones, se puede analizar matemáticamente el movimiento del fluido.

Considérese una capa de un líquido newtoniano que circula con flujo estacionario y espesor constante sobre una lámina plana, tal como se muestra en la Figura 5.18. La lámina está inclinada un ángulo β con la vertical. La anchura de la capa en dirección perpendicular al plano de la figura es b y el espesor de la capa en dirección perpendicular a la lámina es δ. Sea un volumen de control como el que se indica en la Figura 5.18. La superficie superior del volumen de

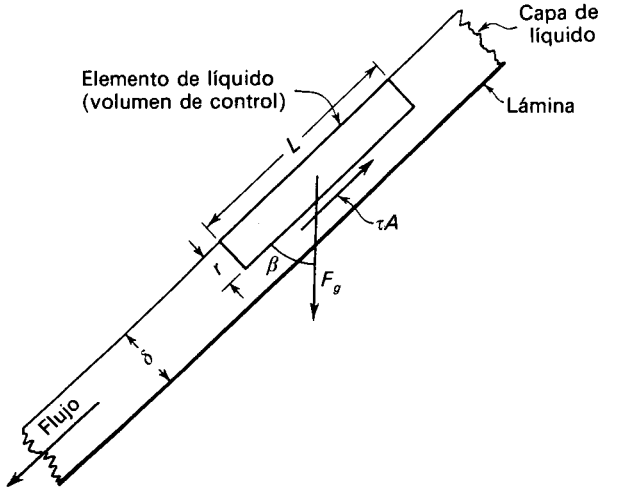


Figura 5.18. Fuerzas que actúan sobre un elemento de líquido en el flujo de capa.

control está en contacto con la atmósfera, los dos extremos son planos perpendiculares a la lámina, separados entre sí una distancia L, y la superficie inferior es un plano paralelo a la pared, situado a una distancia r de la superficie superior de la capa.

Puesto que la capa está en flujo estacionario no hay aceleración y, de acuerdo con el principio de la cantidad de movimiento, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el volumen de control es cero. Las posibles fuerzas que actúan sobre el volumen de control en una dirección paralela al flujo son las fuerzas de presión sobre los extremos, las fuerzas de cizalla sobre las caras superior e inferior y la componente de la fuerza de gravedad en la dirección de flujo. Puesto que la presión sobre la superficie exterior es la atmosférica, las presiones sobre el volumen de control en los extremos del mismo son iguales y de sentido contrario, de forma que se anulan. Por otra parte, tal como se ha supuesto, la cizalladura sobre la superficie superior del elemento es despreciable. Las dos fuerzas que quedan son la fuerza de cizalla sobre la superficie interior del volumen de control y la componente de la gravedad en la dirección de flujo. Por tanto,

$$F_g \cos \beta - \tau A = 0 \tag{5.70}$$

donde F_g = fuerza de gravedad

τ = esfuerzo cortante sobre la superficie interior del volumen de control

A partir de esta ecuación, teniendo en cuenta que $A = bL$ y que $F_g = \rho r L b g / g_c$,

$$= \rho r L B \frac{g}{g_c} \cos \beta = \tau L b$$

o bien

$$\tau g_c = \text{prg} \cos \beta \tag{5.71}$$

Puesto que el flujo es laminar, $\tau g_c = -\mu \, du/dr$ y

$$-\mu \frac{du}{dr} = g \rho r \cos \beta \tag{5.72}$$

Reordenando e integrando entre los límites dados

$$\int_0^u du = -\frac{g\rho \cos \beta}{\mu} \int_\delta^r r \, dr$$

$$u = \frac{\rho g \cos \beta}{2\mu} (\delta^2 - r^2) \tag{5.73}$$

puesto que δ es el espesor total de la capa de líquido. La Ecuación (5.73) indica

que en el flujo laminar sobre una placa, la distribución de velocidades es parabólica como en un tubo.

Consideremos ahora un elemento diferencial de área de la sección transversal dS, siendo $dS = b\,dr$. La velocidad de flujo de masa diferencial $d\dot{m}$ a través de este elemento es $\rho u b\,dr$. La velocidad de flujo de masa total del fluido es, por tanto

$$\dot{m} = \int_0^{\delta} \rho u b\,dr \tag{5.74}$$

Sustituyendo la Ecuación (5.73) en la Ecuación (5.74) e integrando se obtiene

$$\frac{\dot{m}}{b} = \frac{\delta^3 \rho^2 g \cos \beta}{3\mu} = \Gamma \tag{5.75}$$

donde $\Gamma = \dot{m}/b$ recibe el nombre de carga de líquido. Las dimensiones de Γ son libras por segundo por pie de anchura, o bien kilogramos por segundo por metro de anchura.

Reordenando la Ecuación (5.75) se obtiene para el espesor de la capa

$$\delta = \left(\frac{3\mu\Gamma}{\rho^2 g \cos \beta}\right)^{1/3} \tag{5.76}$$

Número de Reynolds. El número de Reynolds para el flujo de capa se obtiene utilizando cuatro veces el radio hidráulico como parámetro de longitud. El radio hidráulico, definido por la Ecuación (5.53), es S/L_p, donde S es el área de la sección transversal de la capa y L_p es el perímetro mojado. Para el flujo descendente en una lámina plana, $S = L_p\delta$, y el radio hidráulico es igual al espesor de la capa. De acuerdo con la Ecuación (4.8) el número de Reynolds es

$$N_{Re} = \frac{4 r_H \bar{V} \rho}{\mu} = 4\delta \frac{\dot{m}}{\rho L_p \delta} \frac{\rho}{\mu} = \frac{4\Gamma}{\mu} \tag{5.77}$$

Para el flujo de un líquido que desciende, bien por el interior o por el exterior de un tubo, el espesor de capa es generalmente una fracción muy pequeña del diámetro del tubo, de forma que el área de la sección transversal de la capa es esencialmente $L_p\delta$ y el número de Reynolds es el mismo que para una lámina plana, Ecuación (5.77).

La ecuación para el espesor de una película laminar descendente fue obtenida por primera vez por Nusselt [5], quien utilizó el resultado para predecir coeficientes de transmisión de calor para vapores condensantes. Las medidas del espesor de película para una superficie vertical ($\cos \beta = 1$) indican que la Ecuación (5.76) es aproximadamente correcta para $N_{Re} \approx 1000$, pero el espesor varía realmente con la potencia del orden de 0,45 del número de Reynolds, y las capas son de menor espesor que el predicho para bajos N_{Re} y de espesor mayor para valores superio-

res a N_{Re} = 1000. Las desviaciones son debidas a ondulaciones de las películas que se presentan aún para números de Reynolds muy bajos.

La transición de flujo laminar a turbulento no se detecta fácilmente en el flujo en un tubo debido a que la película es muy delgada y las ondulaciones dificultan la observación de la turbulencia en la película. Con frecuencia se utiliza un número de Reynolds crítico de 2100 para el flujo de capa, pero las medidas del espesor de película indican que hay transición para $N_{Re} \approx 1200$. Por encima de este punto, el espesor aumenta con la potencia aproximadamente 0,6 de la velocidad de flujo.

La Ecuación (5.77) también es aplicable cuando el líquido llena el tubo; es decir, para una velocidad de flujo de masa dada, el número de Reynolds es el mismo con independencia de que el tubo esté lleno o de que el fluido circule formando una capa. La última igualdad de la Ecuación (5.77) proporciona un método conveniente para calcular N_{Re} a partir de la velocidad de flujo de masa, tanto para el flujo de capa como para el flujo en un tubo totalmente lleno.

SIMBOLOS

A	Area, pie^2 o m^2
B	Distancia entre las placas tija y móvil, pies o m
b	Anchura de una conducción cuadrada, pies o m; también anchura de la capa de líquido, pies o m
D	Diámetro, pies o m; D_i, diámetro interior de un espacio anular; D_o, diámetro exterior de un espacio anular
F	Fuerza, lb_f o N; F_g, fuerza de gravedad; F_s, fuerza de cizalla
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
g	Aceleración de la gravedad, $pies/s^2$ o m/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 $pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$
h_f	Pérdida de fricción, pies-lb,/lb o J/Kg; h_{fc}, en una contracción brusca; h_{fe}, en una expansión brusca; h_{ff}, en una válvula o accesorio; $h_{,,,}$ fricción de superficie
K	Constante en las Ecuaciones (5.21) y (5.23).
K_c	Coeficiente de pérdidas por contracción, adimensional
K_e	Coeficiente de pérdidas por expansión, adimensional
K_f	Factor de pérdidas en una válvula o accesorio, adimensional
K'	Indice de consistencia del flujo, $lb/pies\text{-}s^{2-n'}$ o $Kg/m\text{-}s^{2-n'}$
k	Parámetro de rugosidad, pies o m
L	Longitud, pies o m
L_p	Perímetro mojado, pies o m
m	Velocidad de flujo de masa, lb/s o Kg/s
N_{Re}	Número de Reynolds, adimensional
$N_{Re,n}$	Número de Reynolds modificado para fluidos no newtonianos, definido por la Ecuación (5.49)
n'	Indice de comportamiento del flujo, adimensional
P	Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; p_a, en el punto a; p_b, en el punto b; Δp, caída de presión, $p_a - p_b$; Δp_s, en la fricción de superficie
r	Distancia radial desde el eje del tubo, pies o m; también distancia desde la superficie de la capa de líquido; r_c, radio de un cilindro de fluido plástico con flujo de tapón; r_w, radio del tubo

r_H Radio hidráulico de la conducción, pies o m
S Area de la sección transversal, pie^2 o m^2; S_a, en el punto a; S_b, en el punto b
v Velocidad neta o local media con respecto al tiempo de un fluido en la dirección x, pies/s o m/s; u_c, velocidad de un fluido plástico con flujo de tapón; $u_{máx}$, velocidad local máxima; u_o, velocidad de la lámina móvil [Ec. (5.69)]
u^* Velocidad de fricción, $\bar{V}\sqrt{f/2}$
u^+ Cociente adimensional de velocidad, u/u^*; u_c^+, en el eje del tubo
$\bar{V}$ Velocidad media del fluido en la dirección x; $\bar{V}_a$, $\bar{V}_b$, en los puntos a y b
W_p Trabajo de bomba, pies-lb_f/lb o J/Kg
Y Distancia radial desde la pared del tubo, pies o m
y^+ Distancia adimensional, yu^*/v; y_c^+, en el eje del tubo
Z Altura sobre el plano de referencia, pies o m; z_a, en el punto a; z_b, en el punto b

Letras griegas

α Factor de corrección de la energía cinética, adimensional; α_a, en el punto a; α_b, en el punto b
β Angulo con la vertical; también factor de corrección de la cantidad de movimiento, adimensional; β_a, en el punto a; β_b, en el punto b
Γ Carga de líquido en el flujo de capa, lb/pies-s o Kg/m-s
δ Espesor de la capa de liquido, pies o m
μ Viscosidad absoluta, lb/pies-s o P; μ_w, a la temperatura de la pared del tubo
ν Viscosidad cinemática, μ/ρ, pie^2/s o m^2/s
ρ Densidad, lb/pie^3 o Kg/m^3
7 Esfuerzo cortante, lb_f/pie^2 o N/m^2; τ_w, en la pared del tubo; τ_o, para un fluido plástico
ϕ_a Factor en la Ecuación (5.57) para el flujo en un espacio anular, adimensional
ψ Factor de corrección de temperatura para la fricción de superficie, adimensional

PROBLEMAS

5.1. Demostrar que el flujo de un liquido en régimen laminar entre láminas paralelas infinitas viene dado por

$$p_a - p_b = \frac{12\mu\bar{V}L}{a^2 g_c}$$

donde L = Longitud de la lámina en la dirección de flujo
a = Distancia entre las láminas

Despréciense los efectos finales

5.2. Por una conducción rectangular, con una elevada relación entre las caras, circula un fluido newtoniano con flujo laminar. Dedúzcase la relación entre la velocidad local y la velocidad máxima y determínese el cociente $u_{máx}/\bar{V}$.

5.3. Para el flujo de agua, con $N_{Re} = 10^4$, en una tuberia lisa de 50 mm de diámetro, ¿cuál es el espesor de la subcapa viscosa? ¿Qué fracción representa del área de la sección transversal de la tubería? ¿Qué fracción aproximada del flujo está en la subcapa viscosa?

5.4. Calcúlese la potencia necesaria, por metro de anchura de la corriente, para hacer

pasar un aceite lubricante a través del espacio que existe entre dos láminas planas horizontales en las siguientes condiciones:

Distancia entre las láminas, 6 mm
Velocidad de flujo de aceite por metro de anchura, 100 m^3/h
Viscosidad del aceite, 25 cP
Densidad del aceite, 0,88 g/cm^3
Longitud de las láminas, 3 m

Supóngase que las láminas son muy anchas en comparación con la distancia entre ellas y que los efectos finales son despreciables.

5.5. Un líquido de densidad relativa 4,7 y viscosidad 1,3 cP circula por una tubería lisa de diámetro desconocido, dando lugar a una caída de presión de 0,183 $lb_f/pulg^2$ por cada 1,73 millas ¿Cuál es el diámetro de la tubería, en pulgadas, si la velocidad de flujo de masa es 5900 lb/h?

5.6. A través de una tubería de acero de 100 mm circula agua con una velocidad media de 2 m/s. Aguas abajo la tubería se bifurca en una rama principal de 100 mm y un bypass de 25 mm. La longitud equivalente del bypass es 10 m; la longitud de la tubería de 100 mm en el tramo que comprende el bypass es de 8 m. Despreciando las pérdidas de entrada y salida, ¿qué fracción del flujo total de agua pasará por el bypass?

5.7. Se ha de bombear agua a 60 °F desde un reservorio hasta la cima de una montaña a través de una tubería de 6 pulg, Norma 120, con una velocidad media de 10 pies/s. La tubería descarga a la atmósfera a una altura de 4000 pies sobre el nivel del reservorio. La longitud física de la tubería es de 5000 pies. Si la eficacia total de la bomba y el motor que la acciona es del 70 por 100, y si el coste de la energía eléctrica es de 3 centavos por kilowatio-hora, ¿cuál es el coste horario de la energía para el bombeo de este agua?

5.8. Una unidad de ósmosis inversa para purificación de agua salobre tiene unas 900 000 fibras huecas que permiten la difusión del agua pero impiden el paso de la mayor parte de la sal. Las fibras tienen un diámetro exterior de 85 μm, un diámetro interior de 42 μm y unos 3 pies de longitud. La velocidad de flujo a través de los tubos es de 2000 galones de agua cada 24 horas, cuando la presión de la alimentación es de 400 psig ¿Cuál es la caída de presión en una fibra individual desde el extremo de la alimentación hasta el extremo de descarga?

5.9. Una tuberia de acero de 2 pies de diámetro conduce agua a 15 pies/s. Si la tubería tiene una rugosidad de 0,0003 pies, ¿podría aumentarse la capacidad mediante un recubrimiento liso de plástico que redujese el diámetro interior a 1,9 pies? Calcúlese la variación de la caída de presión para el mismo flujo, así como la variación de la capacidad para una caída de presión dada.

5.10. En un condensador horizontal de carcasa y tubos como el que se muestra en la Figura 11.1 se calienta agua. El condensador tiene 500 tubos con un diámetro interior de 0,620 pulg y una longitud de 12 pies. El flujo total de agua en el condensador es de 2400 gal/min. La temperatura del agua a la entrada es de 70°F y a la salida de 150°F. La temperatura de la pared de los tubos es de 230 °F, las conexiones de entrada y salida son ambas de 6 pulg de diámetro interior y el área de cada cabezal es 2,5 veces la sección transversal interior total de todos los tubos. Estímese la caída de presión en este condensador expresada en pulgadas de agua.

5.11. El condensador del Problema 5.10 se utiliza para calentar aire. El aire entra a una presión de 20 pulg de agua por encima de la atmosférica y 70 "F, saliendo a 200 "F. El flujo de aire a través de la unidad es de 3500 pie^3/min, medido para las condiciones de entrada. La temperatura de la pared del tubo puede tomarse como 205 °F ¿Cuál es la caída de presión en el condensador, en pulgadas de agua?

5.12. Agua a 68 °F ha de bombearse con una velocidad constante de 5 pie^3/min hasta la parte superior de un absorbedor desde un tanque de suministro situado en el suelo. El punto de descarga está a 15 pies por encima del suelo y las pérdidas por fricción en la tubería de 2 pulg, Norma 40, se estiman en 0,8 $pies\text{-}lb_f/lb$. ¿A qué altura en el tanque de suministro debe de mantenerse el nivel de agua si la bomba solamente puede desarrollar una potencia neta de 1/8 de CV?

5.13. Una bomba centrífuga toma salmuera del fondo de un tanque de suministro y la descarga en el fondo de otro tanque. El nivel de la salmuera en el tanque de descarga está a 200 pies por encima del tanque de suministro. La línea que une los tanques consiste en 700 pies de tubería de 6 pulg, Norma 40. La velocidad de flujo es de 810 gal/min. En la línea hay dos válvulas de asiento, 4 tes y 4 eles normalizadas ¿Cuál es el coste de la energía necesaria para accionar esta bomba durante 24 horas? La densidad relativa de la salmuera es 1,18; la viscosidad de la salmuera es 1,2 cP; y el coste de la energía es de 300 dólares por caballo de vapor-año, tomando como base 300 días/año. La eficacia global de la bomba y el motor es del 60 por 100.

5.14. Ha de bombearse agua de refrigeración para una planta química desde un río situado a 3000 pies de la planta. Un diseño preliminar indica que se han de utilizar 500 gal/min y una tubería de acero de 6 pulg. Calcúlese la caída de presión y el coste anual de bombeo si el precio de la energía es de 3 centavos por kilowatio-hora. El uso de una tubería de 8 pulg, ¿reduciría suficientemente el coste de la energía para compensar el aumento de costes de la tubería? Utilícese 10 dólares por pie de longitud para la tubería instalada de 6 pulg y 15 dólares por pie para la tubería de 8 pulg. Los costes anuales de amortización y mantenimiento son el 20 por 100 del coste de instalación.

5.15. Un ventilador toma aire en reposo y lo envía a través de una conducción rectangular de 200 x 300 mm y 55 m de longitud. El aire entra a 15 °C y una presión absoluta de 750 mm Hg con un caudal de 0,5 m^3/s ¿Qué potencia teórica se requiere?

5.16. Un reactor cilíndrico vertical de 2 m de diámetro y 4 m de altura se refrigera vertiendo agua sobre la parte superior del mismo, que desciende sobre la pared exterior. La velocidad de flujo del agua es de 0,12 m^3/min y la temperatura media del agua es de 40 °C. Estímese el espesor de la capa de agua.

5.17. Una columna de relleno para absorción con anillos Raschig de 1-pulg opera con una velocidad de flujo de agua de 3500 $lb/pie^2\text{-}h$. A partir de correlaciones publicadas se sabe que la retención de agua es del orden de 0,06 pie^3 por pie cúbico de columna de relleno. Compárese este valor con una estimación basada en las ecuaciones para flujo en capa sobre superficies inclinadas; supóngase que la mitad del área de relleno está mojada.

5.18. El flujo laminar de una cierta disolución acuosa de poliestireno sulfonado puede representarse mediante el modelo de Ostwald-de Waele utilizando un exponente de 0,500. La disolución se encuentra en un tanque con forma de cilindro vertical. La disolución circula a través de un tubo horizontal conectado a la parte inferior del tanque. (a) Si el tiempo necesario para disminuir la altura de disolución en el tanque desde 10,00 a 9,90 m es de 30,0 minutos, ¿qué tiempo se necesitará para vaciar la mitad del tanque (desde una altura de 10,0 m hasta 5,0 m)? (b) Si el tanque tiene un diámetro de 2 m y la tubería de 0,05 m con una longitud de 200 m, ¿cuál es el índice de consistencia del flujo de la disolución? La disolución tiene una densidad de 1200 Kg/m^3.

5.19. Una parte de un sistema de protección de incendios ha sido diseñada como una tubería lisa con un diámetro de 0,10 m, una longitud de 500 m, y un desnivel de 10 m. Pueden despreciarse los efectos finales. ¿Qué cantidad de óxido de polietileno deberá añadirse al agua a 25 °C para aumentar la velocidad de flujo en un factor de 1,25?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. DODGE, D. W., y METZNER, A. B.: *AIChE J.*, **5**:189 (1959).
2. KAYS, W. M., y LONDON, A. L.: «Compact Heat Exchangers», 2.ª ed., McGraw-Hill, New York, 1964.
3. KNUDSEN, J. G., y KATZ, D. L.: «Fluid Dynamics and Heat Transfer», pp. 97, 101-105, 158-171, McGraw-Hill, New York, 1958.
4. LUMLEY, J. A.: *Physics of Fluids*, **20**(10):S64 (1977).
5. NUSSELT, W.: *VDI Z.*, **601541, 569 (1916).**
6. PATTERSON, R. W., y ABERNATHY, F. H.: *J. Fluid Mech.*, **51**:177 **(1972).**
7. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5.ª ed., p. S-23, McGraw-Hill, New York, 1973.
8. PORTALSKI, S.: *Chem. Eng. Sci.*, **18**:787 **(1963).**
9. **PRANDTL, L.:** *VDI Z.*, **77**:105 **(1933).**
10. **SCHLICHTING,** H.: «Boundary Layer Theory», 7.ª ed., McGraw-Hill, New York, 1979.
11. TOMS, B. A.: *Proc. Intern. Congr. Rheology, Holland*, North-Holland, Amsterdam, 1949, p. II-135

CAPITULO

SEIS

FLUJO DE FLUIDOS COMPRESIBLES

En muchas aplicaciones de la mecánica de fluidos es necesario tener en cuenta las variaciones de densidad. El campo de los fluidos compresibles es muy dilatado, y comprende amplios intervalos de presión, temperatura y velocidad. En la práctica de la ingeniería química interviene un área relativamente pequeña de este campo. En el flujo de fluidos no compresibles, el parámetro fundamental es el número de Reynolds, el cual es también un parámetro importante en algunas aplicaciones del flujo de fluidos compresibles. En el flujo de fluidos compresibles, a densidades ordinarias y velocidades elevadas, el parámetro fundamental es el número de Mach. A densidades muy bajas, para las que el recorrido libre medio de las moléculas es considerable, en comparación con el tamaño del aparato o de los cuerpos sólidos en contacto con el gas, es preciso tener en cuenta otros factores. Este tipo de flujo no se estudia en este libro.

El número de Mach, que se designa por N_{Ma}, se define como la relación entre la velocidad u del fluido y la velocidad a del sonido en el fluido, para las condiciones de flujo,

$$N_{Ma} \equiv \frac{u}{a} \tag{6.1}$$

Se entiende por velocidad del fluido, el valor de la velocidad relativa del fluido con respecto al sólido que lo limita o en el cual está sumergido, bien considerando que el sólido es estacionario y el fluido se mueve sobre él, o bien que el fluido está estacionario y el sólido se mueve a través del fluido. El primer caso es el más corriente en ingeniería química, mientras que el segundo es de mayor importancia en aeronáutica y en el movimiento de proyectiles, cohetes y otros cuerpos sólidos a través de la atmósfera. Por definición, el número de Mach es igual a la unidad, cuando la velocidad del fluido es igual a la del sonido en el mismo, a la presión y temperatura del fluido. Según que el número de Mach sea menor, igual o mayor que la unidad, el flujo recibe el nombre de ***subsónico, sónico o supersónico.*** Los problemas más interesantes del flujo de fluidos compresibles, se encuentran en el intervalo de velocidades elevadas, para las cuales el número de Mach es próximo o superior a la unidad.

Otros campos técnicos importantes de la dinámica de fluidos los constituyen las reacciones químicas, los fenómenos electromagnéticos y los cambios de fase. Todos ellos quedan excluidos en nuestro estudio.

En este capítulo se hacen las siguientes suposiciones simplificantes. Aun cuando pueden parecer restrictivas, muchas situaciones de ingeniería reales pueden representarse adecuadamente por los modelos matemáticos que se obtienen dentro de las limitaciones de las suposiciones.

1. El flujo es estacionario.
2. El flujo es unidimensional.
3. Los gradientes de velocidad dentro de una sección transversal son despreciables, de forma que $\alpha = \beta = 1$ y $\bar{V} = u$.
4. La fricción está restringida a la cizalladura de pared.
5. El trabajo de árbol es cero.
6. Los efectos de la gravedad son despreciables y se ignora la energía potencial mecánica.
7. El fluido es un gas ideal de calor específico constante.

Se utilizan las siguientes relaciones básicas:

1. La ecuación de continuidad.
2. El balance de energía total para el flujo estacionario.
3. El balance de energía mecánica con fricción de pared.
4. La ecuación para la velocidad del sonido.
5. La ecuación de estado de los gases ideales.

Cada una de estas ecuaciones se expresa en una forma adecuada.

Ecuación de continuidad. Expresando la Ecuación (4.2), en forma logarítmica:

$$\ln \rho + \ln S + \ln u = \text{cte}$$

y diferenciándola, se obtiene

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{du}{u} = 0 \tag{6.2}$$

Balance de energía total. Considérese un fluido atravesando un sistema en flujo estacionario que entra en el punto ***a*** con una velocidad u_a y una entalpía H_a y lo abandona en el punto ***b*** con una velocidad u_b y una entalpía H_b. Para el flujo de m lb o kg de material, debe aplicarse calor al fluido en una cantidad Q Btu o J a través de los límites del sistema. Dado que la diferencia de altura entre los puntos ***a*** y ***b*** es despreciable, y no hay intercambios de trabajo en el sistema y el exterior, el calor aplicado al fluido viene dado por la ecuación

$$\frac{Q}{m} = H_b - H_a + \frac{u_b^2}{2g_cJ} - \frac{u_a^2}{2g_cJ} \tag{6.3}$$

y expresada en forma diferencial

$$\frac{dQ}{m} = dH + d\left(\frac{u^2}{2g_c J}\right) \tag{6.4}$$

Balance de energía mecánica. Para una longitud pequeña de conducción, la Ecuación (4.30) puede expresarse en la forma diferencial siguiente:

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{\alpha\,\bar{V}^2}{2g_c}\right) + \frac{g}{g_c}\,dZ + dh_f = 0 \tag{6.5}$$

Esta ecuación puede simplificarse, a la vista de las suposiciones que se han hecho, eliminando los términos de energía potencial y teniendo en cuenta que $\alpha_a = \alpha_b = 1{,}0$, $u = \bar{V}$ y que sólo hay fricción de pared. La Ecuación (6.5) se transforma entonces en

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + dh_{f_s} = 0 \tag{6.6}$$

A partir de la Ecuación (5.55)

$$dh_{f_s} = \frac{u^2}{2g_c}\frac{f\,dL}{r_H} \tag{6.7}$$

Eliminando dh_{f_s} entre las Ecuaciones (6.6) y (6.7), se obtiene la ecuación de energía mecánica en la forma adecuada para el estudio del flujo de fluidos compresibles

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \frac{u^2}{2g_c}\frac{f\,dL}{r_H} \tag{6.8}$$

Velocidad del sonido. La velocidad del sonido a través de un medio continuo, llamada también velocidad acústica, es la velocidad de una onda muy pequeña de compresión-expansión, que se mueve a través del medio adiabáticamente y sin fricción. El movimiento de una onda sonora es termodinámicamente un proceso a entropía constante o isentrópico. El valor de la velocidad acústica en cualquier medio se puede encontrar en los libros de física, y es el siguiente

$$a = \sqrt{g_c\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_S} \tag{6.9}$$

el subíndice S indica que el proceso es isentrópico.

Ecuaciones de los gases ideales. De acuerdo con las suposiciones 1 a 6, las Ecuaciones (6.2) a (6.9) son aplicables a cualquier fluido. En efecto, pueden

utilizarse en el flujo de fluidos no compresibles suponiendo simplemente, que la densidad ρ es constante. Para que puedan aplicarse al flujo en fluidos compresibles, es necesario relacionar la densidad con la temperatura y la presión. La relación más sencilla y de gran utilidad en ingeniería, es la ley de los gases ideales Ecuación (1.24) que en este caso se expresa en la forma siguiente

$$p = \frac{R}{M}\rho T \tag{6.10}$$

donde R = constante de la, ley de los gases ideales, en unidades de energía mecánica por mol y por grado de temperatura absoluta
M = peso molecular

El gas puede ser una sustancia pura o una mezcla, pero si no es una sustancia pura su composición no deberá cambiar. La Ecuación (6.10) puede escribirse en forma logarítmica y diferenciar después para obtener

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \tag{6.11}$$

Puesto que el calor específico, c_p, se supone que es independiente de la temperatura, la entalpía del gas a la temperatura T, es de acuerdo con la Ecuación (1.38)

$$H = H_0 + c_p(T - T_0) \tag{6.12}$$

siendo H la entalpía en kcal/kg a la temperatura de T °K, y H_0 la entalpía a una temperatura arbitraria T_0. La Ecuación (6.12) en forma diferencial es

$$dH = c_p\, dT \tag{6.13}$$

Velocidad acústica y número de Mach para un gas ideal. Las ecuaciones de una transformación isentrópica para un gas ideal son

$$p\rho^{-\gamma} = \text{cte} \tag{6.14}$$

$$Tp^{-(1-1/\gamma)} = \text{cte} \tag{6.15}$$

siendo γ la relación entre c_p, calor específico a presión constante y c_v, valor específico a volumen constante. Para un gas ideal,

$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - (R/MJ)} \tag{6.16}$$

Como hemos supuesto que c_p es independiente de la temperatura, también lo serán c_v y y.

La relación $(dp/d\rho)_s$ puede calcularse diferenciando la forma logarítmica de la Ecuación (6.14) obteniéndose,

$$\frac{dp}{p} - \gamma\frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad \text{y} \quad \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_S = \gamma\frac{p}{\rho}$$

Sustituyendo este valor en la Ecuación (6.9), se obtiene:

$$a = \sqrt{\frac{g_c\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{g_c\gamma TR}{M}} \tag{6.17}$$

La segunda igualdad de la Ecuación (6.17) se obtiene sustituyendo en la primera el valor de ρ dado por la Ecuación (6.10). Esta segunda igualdad indica que la velocidad acústica de un gas ideal es función únicamente de la temperatura. A partir de las Ecuaciones (6.1) y (6.17) se obtiene para el cuadrado del número de Mach de un gas ideal

$$N_{\text{Ma}}^2 = \frac{\rho u^2}{g_c\gamma p} = \frac{u^2}{g_c\gamma TR_0/M} \tag{6.18}$$

Condición asterisco. En algunos procesos de flujo de fluidos compresibles es importante el caso en que el fluido se mueve con su velocidad acústica. La condición para la cual $u = a$ y $N_{\text{Ma}} = 1$ recibe el nombre de *condición asterisco, y* en este caso la presión, temperatura, densidad y entalpía se representan por p^*, T^*, ρ^* y H^*.

Temperatura de estancamiento. La temperatura de estancamiento de un fluido con velocidad elevada, se define como la temperatura que llegaría a adquirir el mismo si pasase adiabáticamente a velocidad cero sin producir trabajo de árbol. La relación entre la temperatura real del fluido, la velocidad del mismo y la temperatura de estancamiento se halla por medio de la ecuación de la energía total [Ec. (6.3)] y la ecuación de la entalpía [Ec. (6.12)]. Vamos a tomar el punto *a* de la Ecuación (6.3) y el estado de referencia 0 de la Ecuación (6.12) como condición de estancamiento, y representarla por el subíndice *s.* Por otra parte se elige el punto *b* de la Ecuación (6.3) como el estado del gas que fluye, y se representa ahora prescindiendo del subíndice. Puesto que el proceso es adiabático y $Q = 0$, la Ecuación (6.3) se transforma en

$$H - H_s = -\frac{u^2}{2g_cJ} = H - H_0 \tag{6.19}$$

Sustituyendo el valor de $(H - H_0)$ de la Ecuación (6.12) en la Ecuación (6.19), se obtiene para la temperatura de estancamiento

$$T_s = T + \frac{u^2}{2g_cJc_p} \tag{6.20}$$

La ***entalpia de estancamiento*** H_s se define mediante la ecuación

$$H_s = H + \frac{u^2}{2g_c J} \tag{6.21}$$

La Ecuación (6.3) puede escribirse

$$\frac{Q}{m} = H_{sb} - H_{sa} = (T_{sb} - T_{sa})c_p \tag{6.22}$$

siendo H_{sa} y H_{sb} las entalpías de estancamiento en los estados ***a*** y ***b*** respectivamente. Para un proceso adiabático, Q = 0, $T_{sa} = T_{sb}$ y la temperatura de estancamiento es constante.

PROCESOS DE FLUJO DE FLUIDOS COMPRESIBLES

Los procesos aislados que se consideran en este capítulo se representan esquemáticamente en la Figura 6.1. Se supone que se dispone de una reserva ilimitada de gas a temperatura y presión determinadas y con velocidad y número de Mach iguales a cero. La fuente de gas recibe el nombre de ***reseruorio*** y la temperatura y presión del mismo reciben el nombre de ***condiciones de reseruorio.*** La temperatura del reservorio es un valor de estancamiento, que no tiene que ser necesariamente aplicable a otros puntos del sistema de flujo.

El gas se supone que fluye desde el reservorio a través de una conducción sin pérdidas por fricción a la entrada; sale de la conducción a una temperatura, velocidad y presión determinadas y pasa a un recipiente de descarga, en ei cual se puede mantener la presión a un valor constante, menor que la presión del reservorio.

Dentro de la conducción pueden tener lugar los siguientes procesos:

1. Expansión isentrópica. En este proceso el área de la sección transversal de la conducción tiene que variar y por consiguiente se trata de un proceso con área variable. Debido a que el proceso es adiabático, la temperatura de estancamiento no varía dentro de la conducción. Un proceso de este tipo se representa esquemáticamente en la Figura 6.1*a.*
2. Flujo adiabático con fricción a través de una conducción de sección transversal constante. Este proceso es irreversible y la entropía del gas aumenta pero puesto que $Q = 0$ y según se indica en la Ecuación (6.22) la temperatura de estancamiento es constante en toda la conducción. Este proceso se representa en la Figura 6.1*b.*
3. Flujo isotérmico con fricción a través de una conducción de sección transversal constante, acompañada de flujo de calor a través de la pared, con velocidad suficiente para mantener constante la temperatura. Este proceso no es adiabático ni isentrópico; la temperatura de estancamiento varía durante el proceso puesto que ***T es*** constante y, de acuerdo con la Ecuación (6.20), T_s varía con ***u.*** El proceso se representa en la Figura 6.1*c.*

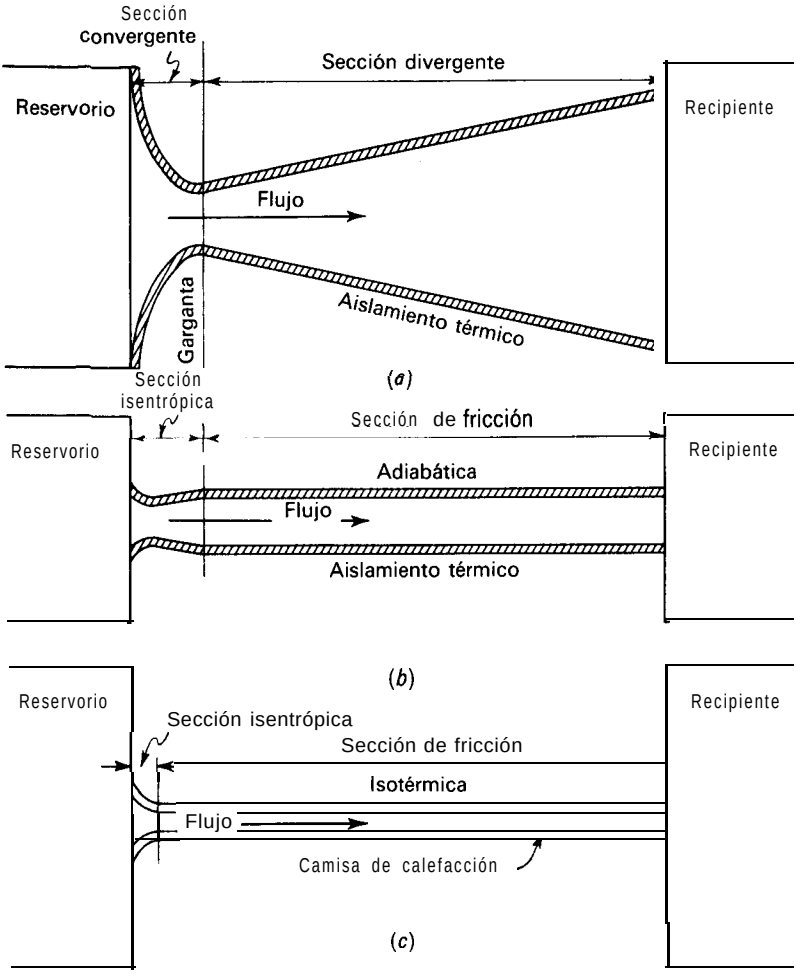


Figura 6.1. (a) Expansión isentrópica en boquilla convergente-divergente. (b) Flujo adiabático con fricción. (c) Flujo isotérmico con fricción.

Las variaciones de temperatura del gas, densidad, presión, velocidad y temperatura de estancamiento se pueden predecir a partir de las ecuaciones fundamentales. El fin de este estudio es demostrar que estos tres procesos pueden estudiarse analíticamente a partir de dichas ecuaciones?.

† Un tratamiento generalizado, incluyendo transmisión de calor hacia y desde el gas, inyección de gas en la conducción, variaciones de calor específico y del peso molecular, reacciones químicas, fricción con cuerpos sumergidos, y cambio de fase, puede encontrarse en la Referencia bibliográfica 3.

Flujo a través de conducciones de área variable

Una conducción adecuada para el flujo isentrópico recibe el nombre de boquilla. Como se representa en la Figura 6.1*a*, una boquilla completa está formada por una sección convergente y otra divergente, unidas por una garganta, que es una pequeña longitud en la cual la pared de la conducción es paralela al eje de la boquilla. En algunas aplicaciones una boquilla puede estar formada solamente por una sección divergente unida directamente al recipiente por la garganta. La forma de una boquilla real es elegida por el diseñador, que tija la relación entre S, área de la sección transversal, y L, longitud de la boquilla medida a partir de la entrada. Las boquillas se diseñan de forma que la fricción de pared sea mínima y que no tenga lugar la separación de capa límite. La sección convergente puede ser corta, ya que la separación no tiene lugar en una conducción convergente. Para prevenir la separación, el ángulo en la sección divergente ha de ser pequeño y esta sección es por tanto relativamente larga. La entrada de la boquilla es suficientemente grande con relación a la garganta para que la velocidad a la entrada pueda considerarse igual a cero, y la temperatura y presión puedan suponerse iguales a las del reservorio.

El objeto de la sección convergente es aumentar la velocidad y disminuir la presión del gas. Para números de Mach bajos, el proceso cumple esencialmente la relación de Bernoulli para el flujo de fluidos no compresibles Ecuación (4.26). En la sección convergente el flujo es siempre subsónico, pero puede llegar a ser igual a la velocidad del sonido en la garganta. En una boquilla convergente no pueden originarse números de Mach mayores que la unidad. En la sección divergente el flujo puede ser subsónico o supersónico. El objeto de la sección divergente es marcadamente diferente en los dos casos. En el flujo subsónico su objeto es reducir la velocidad y aumentar la presión, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli. Una aplicación importante de estas boquillas es la medida del flujo de fluidos, que se estudia en el Capítulo 8. En el flujo supersónico el objeto más

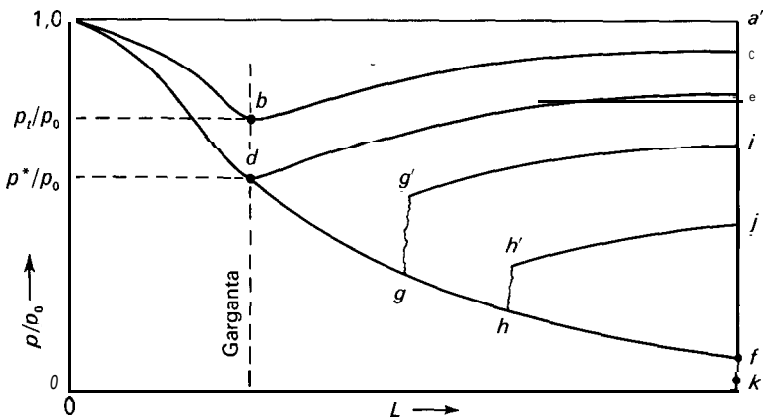


Figura 6.2. Variación de la relación de presión con la distancia de la boquilla de entrada.

general de la sección divergente es conseguir números de Mach mayores que la unidad para utilizarlos en aparatos experimentales tales como los túneles de viento.

El flujo a través de una determinada boquilla se controla fijando las presiones del reservorio y del recipiente de descarga. Para un flujo determinado, a través de una boquilla, existe una presión única en cada punto a lo largo del eje de la misma. La relación se indica adecuadamente representando p/p_0 frente a L, siendo p_0 la presión en el reservorio y p la presión en el punto L. La Figura 6.2. indica la forma en que varía la relación de presión con la distancia, y cómo afectan a la distribución de presión las variaciones de presión del recipiente de carga manteniendo constante la presión del reservorio. Las presiones en la garganta y en el recipiente de descarga se designan por p_t y p_r, respectivamente.

Si p_r y p_0 son iguales, no existe flujo y la distribución de presión viene dada por la línea aa'. Si la presión en el recipiente de descarga es ligeramente menor que la del reservorio, existe flujo, y se obtiene una distribución de presión como la que indica la línea *abc*. La recuperación de presión en la sección divergente viene dada por la línea bc. La velocidad máxima se obtiene en la garganta. Si se reduce aún más la presión en el recipiente de descarga, aumenta la velocidad de flujo y la velocidad a través de la garganta, alcanzándose un límite cuando la velocidad en la garganta es igual a la del sonido. Este caso se representa por la línea *ade* en la que $p_t = p^*$, $u_t = a$ y $N_{Ma} = 1$. La relación p^*/p_0 se llama ***relación crítica de presión*** y se representa por r_c. En todos los demás puntos de la línea *ade* el flujo es subsónico.

A medida que disminuye la presión en el recipiente de descarga, desde la que existe en el punto a' hasta la que existe en el punto e, aumenta la velocidad de flujo de masa a través de la boquilla. La velocidad de flujo no se modifica disminuyendo la presión por debajo del valor correspondiente al flujo crítico. En la Figura 6.3 se representa la variación de la velocidad de flujo de masa con la

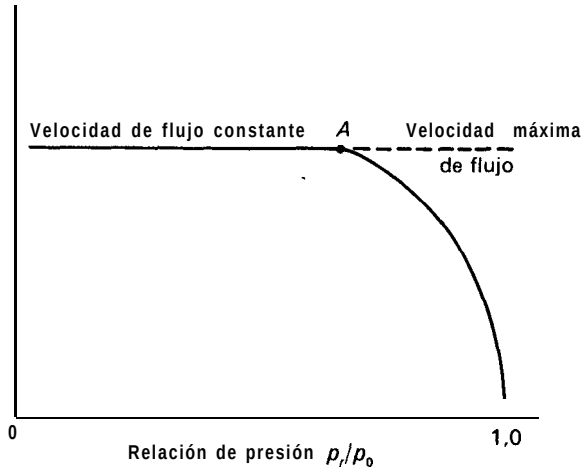


Figura 6.3. Velocidad de flujo de masa a través de una boquilla.

relación de presiones p/p_0. La velocidad de flujo alcanza su valor máximo en el punto A, que corresponde al valor crítico de la relación de presión en la garganta. Si se disminuye aún más la presión p_r, la velocidad de flujo no varía.

La explicación del fenómeno de la velocidad máxima de flujo es la siguiente: cuando la velocidad en la garganta es igual a la del sonido, y la sección transversal de la conducción es constante, las ondas sonoras no se pueden mover en dirección contraria al flujo y el gas que está en la garganta no puede recibir ninguna señal procedente de un punto situado aguas abajo y, por consiguiente, cualquier reducción ulterior de presión no se puede transmitir a la garganta.

Si la presión del recipiente de descarga se reduce hasta el valor que se indica en el punto *f*, la distribución de presión se representa por la línea de trazo continuo *adghf*. Esta línea corresponde para un conjunto determinado de gas y boquilla. El flujo supersónico es únicamente posible a lo largo de la trayectoria *dghf*. Si la presión del recipiente de descarga se reduce por debajo de la del punto *f*, por ejemplo hasta la del punto ***k,*** la presión a la salida de la boquilla es la misma que la del puntofy el flujo a través de la misma permanece invariable. Al pasar de la boquilla al recipiente de descarga, el gas sufre una caída brusca de presión desde la correspondiente al puntofhasta la del punto ***k.*** La variación de presión va asociada a fenómenos ondulatorios en el recipiente de descarga. Si la presión en el recipiente de descarga está comprendida entre los puntos *e* y *f*, se encuentran curvas de distribución de presión de los tipos ***dgg'i y*** *dhh'j*. Las secciones ***dg*** y ***dh*** representan el flujo supersónico isentrópico. Los saltos bruscos de presión gg' y ***hh'*** representan movimientos y choques de ondas donde el flujo cambia bruscamente de supersónico a subsónico. Los choques son termodinámicamente irreversibles y van acompañados de un aumento de entropía, de acuerdo con el segundo principio de termodinámica. Las curvas g'i y ***h'j*** representan flujos subsónicos en los cuales tiene lugar la recuperación de presión.

El flujo isentrópico está limitado al área subsónica *adea'a* y a la línea *dghf*. El área por debajo de la línea *adghf* no es accesible a ningún tipo de flujo adiabático.

El estudio cualitativo de las Figuras 6.2 y 6.3 se aplica al flujo de cualquier fluido compresible. Las relaciones cuantitativas se obtienen con mayor facilidad para el flujo de gases ideales.

Ecuaciones para el flujo isentrópico. Los fenómenos que tienen lugar en el flujo de un gas ideal a través de una boquilla, se explican mediante ecuaciones que se pueden obtener a partir de las ecuaciones fundamentales dadas anteriormente en este capítulo.

Variación de las propiedades del gas durante el ***flujo.*** Las variaciones de densidad y temperatura de un gas en flujo isentrópico, están dadas por las Ecuaciones (6.14) y (6.15). Las constantes se determinan a partir de las condiciones del reservorio. Se obtiene así

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = \frac{p_0}{\rho_0^{\gamma}} \qquad (6.23)$$

$$\frac{T}{p^{1-1/\gamma}} = \frac{T_0}{p_0^{1-1/\gamma}} \qquad (6.24)$$

Estas ecuaciones se aplican para el flujo sin fricción, tanto subsónico como supersónico, pero no pueden utilizarse a través de un frente de choque.

Velocidad en la boquilla. En ausencia de fricción, el balance de energía mecánica [Ec. (6.6)] se transforma sencillamente en

$$\frac{dp}{\rho} = -d\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) \qquad (6.25)$$

Sustituyendo en la Ecuación (6.25) el valor de ρ deducido a partir de la Ecuación (6.23) e integrando desde su límite inferior correspondiente al reservorio, en el cual $p = p_0$, $\rho = \rho_0$ y $u = 0$ se obtiene

$$\int_0^u d\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) = \frac{p_0^{1/\gamma}}{\rho_0} \int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p^{1/\gamma}}$$

Ιντεγρανδω ϑ σφστιτφϑενδω ελ υαλωρ δε λωσ λ$^{\varepsilon\zeta}$*μιτεσ*$^{\lambda}$ *ρεσφλτα*

$$u^2 = \frac{2\gamma g_c p_0}{(\gamma - 1)\rho_0}\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1-1/\gamma}\right] \qquad (6.26)$$

Resulta conveniente expresar la Ecuación (6.26) en función del número de Mach; para ello se sustituye el valor de u^2 de la Ecuación (6.26) en la Ecuación (6.18) y el de ρ/ρ_0 por su valor deducido de la Ecuación (6.23),

$$N_{Ma}^2 = \frac{2}{\gamma - 1}\frac{p_0}{p}\frac{\rho}{\rho_0}\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1-1/\gamma}\right] = \frac{2}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{1-1/\gamma} - 1\right] \qquad (6.27)$$

Despejando la relación de presiones en la Ecuación (6.27),

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{Ma}^2\right)^{/(1-1/\gamma)}} \qquad (6.28)$$

La relación critica de presión, que se representa por r_c, se obtiene a partir de la Ecuación (6.28) sustituyendo p^* en vez de p y tomando el valor 1,0 para el número de Mach

$$r_c = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma - 1}\right)^{1/(1-1/\gamma)} \qquad (6.29)$$

La velocidad música se halla calculando el producto de u y ρ empleando las Ecuaciones (6.23) y (6.26),

$$G = u\rho = \sqrt{\frac{2\gamma g_c \rho_0 p_0}{\gamma - 1}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/\gamma} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1-1/\gamma}} \tag{6.30}$$

Efecto del área de la sección transversal. La relación entre la variación del área de la sección transversal, la velocidad y el número de Mach, es útil para correlacionar los diferentes casos de flujo a través de boquilla. Sustituyendo el valor de ρ de la Ecuación (6.25) en la ecuación de continuidad, Ecuación (6.2), se obtiene

$$\frac{du}{u} + \frac{dS}{S} - \left(\frac{d\rho}{dp}\right)_S \frac{u\,du}{g_c} = 0 \tag{6.31}$$

El subíndice S indica que el flujo es isentrópico. De la Ecuación (6.9)

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_S = \frac{a^2}{g_c} \tag{6.32}$$

Eliminando $(dp/d\rho)_S$ entre las Ecuaciones (6.31) y (6.32) se obtiene

$$\frac{du}{u}\left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right) + \frac{dS}{S} = 0$$

y sustituyendo el N_{Ma} de la Ecuación (6.1)

$$\frac{du}{u}(N_{\mathrm{Ma}}^2 - 1) = \frac{dS}{S} \tag{6.33}$$

La Ecuación (6.33) indica que para el flujo subsónico, $N_{\mathrm{Ma}} < 1$, la velocidad aumenta al disminuir la sección transversal (conducción convergente) y disminuye al aumentar dicha sección (conducción divergente). Esto corresponde al caso habitual del flujo de fluidos no compresibles. Las lineas abc, ***ube, g'i y*** $h'j$ de la Figura 6.2 son ejemplos de ello. Para el flujo supersónico, $N_{\mathrm{Ma}} > 1$, la velocidad aumenta al aumentar la sección transversal, como ocurre en la parte divergente de la boquilla, según indica la línea $dghf$ de la Figura 6.2. La aparente anomalía, en el caso del flujo supersónico, resulta de la variación de densidad y velocidad a lo largo de una transformación isentrópica. Puesto que la velocidad de flujo de masa es la misma en todos los puntos de la boquilla, de acuerdo con el principio de continuidad, el área de la sección transversal de la misma ha de variar en razón inversa a la velocidad másica $u\rho$. La velocidad aumenta continuamente con el número de Mach y la densidad disminuye. Sin embargo, para $N_{\mathrm{Ma}} = 1$, el valor de G pasa por un máximo: en régimen subsónico la velocidad aumenta más rápidamente de lo que disminuye la densidad, aumenta la velocidad másica y S disminuye. En régimen supersónico, el aumento de velocidad es superado por

una disminución más rápida de la densidad, disminuye la velocidad másica y S aumenta para ajustarse al flujo másico total. Este comportamiento de G se demuestra hallando la primera y segunda derivada de la Ecuación (6.30), de acuerdo con el criterio de máximos y mínimos.

Ejemplo 6.1. A una boquilla convergente divergente entra aire a 1000 °R (555,6 K) y una presión de 20 atm. La sección de la garganta es 1/2 de la correspondiente a la salida de la rama divergente.

(a) Suponiendo que el número de Mach en la garganta es igual a 0,8 determinar los valores de las magnitudes siguientes en la garganta: presión, temperatura, velocidad lineal, densidad y velocidad másica.

(b) Los valores de p^*, T^*, u^*, G^*, para las condiciones del reservorio.

(c) Suponiendo que la boquilla ha de operar con velocidades supersónicas, calcular el número de Mach máximo a la salida de la rama divergente.

Para el aire: $\gamma = 1{,}4$ $M = 29$.

SOLUCIÓN

(a) La presión en la garganta se calcula mediante la Ecuación (6.28):

$$\frac{p_t}{20} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1{,}4 - 1}{2} 0{,}8^2\right)^{1/(1-1/1{,}4)}}$$

$$p_t = 13{,}12 \text{ atm}$$

De la ecuación (6.10) la densidad en el reservorio ρ_0 es

$$\rho_0 = \frac{20 \text{ x } 144 \text{ x } 14{,}7 \text{ x } 29}{1545 \text{ x } 1000} = 0{,}795 \text{ lb/pie}^3 \text{ (12,73 kg/m}^3\text{)}$$

Sustituyendo p_0/ρ_0 de la Ecuación (6.10) en la Ecuación (6.26) se obtiene para la velocidad en la garganta

$$u_t = \sqrt{\frac{2\gamma g_c RT_0}{M(\gamma - 1)}\left[1 - \left(\frac{p_t}{\rho_0}\right)^{1-1/\gamma}\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \text{ x } 1{,}4 \text{ x } 32{,}17 \text{ x } 1545 \text{ x } 1000}{29(1{,}4 - 1)}} \quad \overline{1 \quad 0.656^{1-1/1{,}4}}$$

$$= 1167 \text{ pies/s (355,7 m/s)}$$

De acuerdo con la Ecuación (6.23), la densidad en la garganta es

$$\rho_t = \rho_0 \left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{1/\gamma} = 0{,}795 \text{ x } 0{,}656^{1/1{,}4} = 0{,}588 \text{ lb/pie}^3 \text{ (9,42 kg/m}^3\text{)}$$

La velocidad másica en la garganta es igual a

$$G_t = u_t\rho_t = 1167 \text{ x } 0{,}588 = 686 \text{ lb/pie}^2\text{-s } (3349 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

[La velocidad másica puede calcularse también directamente utilizando la Ec. (6.30).] La temperatura en la garganta, de acuerdo con la Ecuación (6.24) es igual a

$$T_t = T_0\left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{1-1/\gamma} = 1000 \text{ x } 0{,}656^{1-1/1{,}4} = 886{,}5\ ^\circ\text{R } (492{,}5 \text{ K})$$

(b) De la Ecuación (6.29)

$$r_c = \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{1{,}4+1}\right)^{1/(1-1/1{,}4)} = 0{,}528$$

$$p^* = 20 \text{ x } 0{,}528 = 10{,}56 \text{ atm}$$

De las Ecuaciones (6.24) y (6.29)

$$T^* = 1000\left(\frac{2}{1{,}4+1}\right)^{1-1/1{,}4} = 833\ ^\circ\text{R } (462{,}8 \text{ K})$$

De la Ecuación (6.23)

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\gamma} = \frac{Po}{p^*} \qquad \frac{Po}{\rho^*} = \frac{p^*}{0Po}^{1/\gamma}$$

$$p^* = 0{,}795 \text{ x } 0{,}528^{1/1{,}4} = 0{,}504 \text{ lb/pie}^3 \text{ (8,07 kg/m}^3\text{)}$$

De la Ecuación (6.30)

$$G^* = \sqrt{\frac{2 \text{ x } 1{,}4 \text{ x } 32{,}17}{1{,}4-1} \text{ x } 0{,}795 \text{ x } 20 \text{ x } 144 \text{ x } 14{,}7 - 0{,}528^{1/1{,}4}\sqrt{1 - 0{,}528^{1-1/1{,}4}}}$$

$$= 713 \text{ lb/pie}^2\text{-s } (348{,}1 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

$$u^* = G^*/\rho^* = 713/0{,}504 = 1415 \text{ pies/s } (341 \text{ m/s})$$

(c) Puesto que por el principio de continuidad G a $1/S$, la velocidad másica en la descarga es igual a

$$G, = \frac{713}{2} = 356{,}5 \text{ lb/pie}^2\text{-s } (1741 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

De la Ecuación (6.30)

$$356{,}5 = \sqrt{\frac{2 \text{ x } 1{,}4 \text{ x } 32{,}17 \text{ x } 0{,}795 \text{ x } 20 \text{ x } 144 \text{ x } 14{,}7}{0{,}4}\left[1 - \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1-1/1{,}4}\right]\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1/1{,}4}}$$

$$\left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1/1{,}4}\sqrt{\left[1 - \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{1-1/1{,}4}\right]} = 0{,}1295$$

En esta ecuación, el valor de p_r/p_0 ha de determinarse por tanteo. El resultado es

$$\frac{p_r}{Po} = OQ938$$

A partir de la Ecuación (6.27) el número de Mach en la descarga es

$$N_{\mathrm{Ma},r} = \sqrt{\frac{2}{1{,}4 - 1}\left(\frac{1}{0{,}0938^{1-1/1{,}4}} - 1\right)} = 2{,}20$$

Flujo adiabático con fricción

El flujo a través de conducciones rectas de sección transversal constante, es adiabático cuando es despreciable la transmisión de calor a través de la pared de la tubería. El proceso se representa esquemáticamente en la Figura 6.1*b*. El caso típico es el de una tubería larga en la cual entra el gas a una cierta presión y temperatura y fluye con una velocidad determinada por la longitud y el diámetro de la tubería así como por la presión a la salida. Para conducciones largas y presiones de salida pequeñas la velocidad del gas puede llegar a ser igual a la velocidad del sonido. Sin embargo, para un gas no es posible atravesar la barrera del sonido tanto en la dirección del flujo subsónico como en la del supersónico; si el gas entra en la tubería a un número de Mach mayor que la unidad disminuirá éste, pero no llegará a alcanzarse el flujo subsónico. Si se intenta que el flujo de gas pase de subsónico a supersónico, o viceversa, manteniendo una presión de descarga constante y alargando la tubería, se produce una disminución de la velocidad de flujo de masa que impide tal variación. Este efecto recibe el nombre de estrangulamiento.

Parámetro de fricción. La magnitud fundamental que mide el efecto de la fricción es el parámetro de fricción fL/r_H, que se obtiene integrando la Ecuación (6.8). En el flujo adiabático con fricción varía la temperatura del gas y la viscosidad y tanto el número de Reynolds, como el factor de fricción, no son en realidad constantes. Sin embargo, en el flujo de gases es pequeña la influencia de la temperatura sobre la viscosidad, y todavía menor la influencia del número de Reynolds sobre el factor de fricción f. Por consiguiente, excepto cuando el número de Mach es próximo a la unidad, la variación de temperatura es pequeña. En los cálculos resulta satisfactorio emplear un valor medio constante de f. En caso necesario, se determina f en los extremos de la conducción y se utiliza como constante el valor de la media aritmética.

Los factores de fricción en el flujo supersónico no se conocen bien. Parecen ser aproximadamente la mitad de los correspondientes al flujo subsónico, para el mismo número de Reynolds[2].

En todas las ecuaciones integradas que siguen, se supone que la entrada a la conducción forma una boquilla convergente isentrópica. Si es preciso alcanzar un

flujo supersónico en la conducción, la boquilla de entrada tiene que poseer una sección divergente con el fín de crear un número de Mach mayor que la unidad.

Ecuaciones para el flujo adiabático con fricción. Multiplicando la Ecuación (6.8) por ρ/p, se obtiene

$$\frac{dp}{p} + \frac{\rho}{P}\frac{u\,du}{g_c} + \frac{\rho u^2}{2p_c g}\frac{f\,dL}{r_H} = 0 \tag{6.34}$$

Se desea obtener una forma integrada de esta ecuación. La forma integrada más útil es una que contiene el número de Mach como variable dependiente y el parámetro de fricción como variable independiente. Para realizarlo, se elimina el factor de densidad de la Ecuación (6.34) utilizando la Ecuación (6.18), y las relaciones entre N_{Ma}, dp/p, y du/u se obtienen a partir de las Ecuaciones (6.2) y (6.11). Cuando interviene la relación dT/T se elimina utilizando las Ecuaciones (6.4), (6.13) y (6.18). Los resultados son

$$\frac{dp}{p} = \frac{1 + (\gamma - 1)N_{Ma}^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma}^2}\frac{d\,N_{Ma}}{N_{Ma}} \tag{6.35}$$

Por otra parte

$$\frac{du}{u} = \frac{dp}{p} + 2\frac{d\,N_{Ma}}{N_{Ma}} \tag{6.36}$$

Sustituyendo las Ecuaciones (6.35) y (6.36) en la Ecuación (6.34) se llega finalmente a la ecuación diferencial

$$f\frac{d\,L}{r_H} = \frac{2(1 - N_{Ma}^2)\,dN_{Ma}}{\gamma N_{Ma}^3\{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma}^2\}} \tag{6.37}$$

La integración formal de la Ecuación (6.37) entre el punto de entrada a y el punto de salida b conduce a

$$\int_{L_a}^{L_b}\frac{f}{r_H}\,dL = \int_{N_{Ma,a}}^{N_{Ma,b}}\frac{2(1 - N_{Ma}^2)\,dN_{Ma}}{\gamma N_{Ma}^3\{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma}^2\}}$$

$$\frac{\bar{f}}{r_H}(L_b - L_a) = \frac{\bar{f}\Delta L}{r_H}$$

$$= \frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{N_{Ma,a}^2} - \frac{1}{N_{Ma,b}^2} - \frac{\gamma + 1}{2}\ln\frac{N_{Ma,b}^2\{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,a}^2\}}{N_{Ma,a}^2\{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,b}^2\}}\right) \tag{6.38}$$

donde $\bar{f}$ es la media aritmética de los factores de fricción extremos, $(f_a + f_b)/2$, y $\Delta L = L_b - L_a$.

Ecuaciones de propiedad. Para calcular las variaciones de presión, temperatura y densidad, resultan útiles las ecuaciones que se presentan a continuación.

La relación de presiones para un flujo adiabático con fricción se obtiene por integración directa de la Ecuación (6.35) entre los límites p_a, p_b, y $N_{Ma,a}$, $N_{Ma,b}$,

$$\frac{p_a}{p_b} = \frac{N_{Ma,b}}{N_{Ma,a}} \sqrt{\frac{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,b}^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,a}^2}} \qquad (6.39)$$

La relación de temperaturas se calcula a partir de la Ecuación (6.20), teniendo en cuenta que $T_{0a} = T_{0b}$,

$$T_a + \frac{u_a^2}{2g_c Jc_p} = T_b + \frac{u_b^2}{2g_c Jc_p} \qquad (6.40)$$

A partir de la forma de temperatura de la Ecuación (6.18), para el número de Mach de un gas ideal

$$T_a + \frac{\gamma R T_a N_{Ma,a}^2}{2MJc_p} = T_b + \frac{\gamma R T_b N_{Ma,b}^2}{2MJc_p} \qquad (6.41)$$

A partir de la Ecuación (6.16)

$$\frac{Jc_p M}{R} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \qquad (6.42)$$

Sustituyendo $Jc_p M/R$ de la Ecuación (6.42) en la Ecuación (6.41) y despejando la relación de temperaturas, se obtiene

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,b}^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,a}^2} \qquad (6.43)$$

La relación de densidades se calcula a partir de la ecuación de estado de los gases ideales (6.10) y las relaciones de presiones y de temperaturas dadas por las Ecuaciones (6.39) y (6.43), respectivamente

$$\frac{p_a}{p_b} = \frac{p_a T_b}{p_b T_a} = \frac{N_{Ma,b}}{N_{Ma,a}} \sqrt{\frac{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,a}^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]N_{Ma,b}^2}} \qquad (6.44)$$

Longitud máxima de conducción. Para asegurar que las condiciones de un problema no están en contradicción con la imposibilidad de atravesar la barrera del sonido, se necesita una ecuación que dé el valor máximo de $\bar{f}L/r_H$, que esté de acuerdo con un determinado número de Mach a la entrada. Esta ecuación se obtiene a partir de la Ecuación (6.38) tomando la entrada de la conducción como punto *a*, e igualando el punto *b* con la condición asterisco para la cual N_{Ma} =

= l,O. Entonces, la longitud $L_b - L_a$ representa la longitud máxima de conducción que puede emplearse para un valor determinado de $N_{Ma,a}$. Esta longitud se representa por $L_{máx}$. La Ecuación (6.38) da entonces

$$\frac{\bar{f}L_{máx}}{r_H} = \frac{1}{\gamma}\left[\frac{1}{N_{Ma,a}^2} - 1 - \frac{\gamma+1}{2}\ln\frac{2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}N_{Ma,a}^2\right)}{N_{Ma,a}^2(\gamma+1)}\right] \tag{6.45}$$

Las ecuaciones correspondientes para p/p^*, T/T^* y ρ/ρ^* se obtienen a partir de las Ecuaciones (6.39), (6.43) y (6.44).

Velocidad másica. La velocidad másica se necesita para calcular el número de Reynolds, en la evaluación del factor de fricción. A partir de la Ecuación (6.18) y de la definición de G,

$$N_{Ma}^2 = \frac{(\rho u)^2}{\rho^2 g_c \gamma TR/M} = \frac{G^2}{\rho^2 g_c \gamma TR/M} = \frac{(\rho u)^2}{\rho g_c \gamma p} = \frac{G^2}{\rho g_c \gamma p}$$

Y

$$G = \rho N_{Ma}\sqrt{\frac{g_c\gamma TR}{M}} = N_{Ma}\sqrt{\rho g_c \gamma p} \tag{6.46}$$

Puesto que para el flujo a través de un área constante, G es independiente de la longitud, puede calcularse la velocidad másica en cualquier punto en el que se conozcan las propiedades del gas. Normalmente se emplean las condiciones a la entrada de la conducción.

Ejemplo 6.2. Considere aire procedente de un depósito que fluye, a través de una boquilla isentrópica, en una tuberia recta de gran longitud. La presión y temperatura en el depósito son 20 atm y 1000 °R (555,6 K), respectivamente, y el número de Mach a la entrada de la tubería es 0,05.

(a) ¿Cuál es el valor de $\bar{f}L_{máx}/r_H$?
(b) ¿Cuáles son los valores de la presión, temperatura, densidad, velocidad lineal y velocidad másica cuando $L_b = L_{máx}$?
(c) ¿Cuál es la velocidad másica cuando $\bar{f}L_{máx}/r_H = 400$?

SOLUCIÓN

(*a*) Los valores para sustituir en la Ecuación (6.45) son y = 1,4 y $N_{Ma,a} = 0,05$. Por tanto

$$\frac{\bar{f}L_{máx}}{r_H} = \frac{1}{1,4}\left(\frac{1}{0,052} - 1 - \frac{1,4+1}{2}\ln\frac{2\{1+(1,4-1)0,05^2\}}{0,05^2}\right) = 280$$

(b) La presión p_a al final de la boquilla isentrópica viene dada por la Ecuación (6.28)

$$p_a = \frac{20}{\{1 + [(1,4 - 1)/2]0,05^2\}^{1,4/(1,4-1)}} \frac{20}{1,0016} \approx 20 \text{ atm}$$

La velocidad a la entrada de la tubería es

$$u_a = 0,05 \times 1550 = 77,5 \text{ pies/s } (23,6 \text{ m/s})$$

Cuando $L_b = L_{máx}$, el gas abandona la tubería a la condición asterisco, donde $N_{Ma,b} = 1,0$. A partir de la Ecuación (6.43)

$$\frac{1000}{T^*} = \frac{24}{2\{1 + [(1,4 - 1)/2]0,05^2\}} = 1,2$$

$$T^* = 843 \text{ °R } (463,3 \text{ K})$$

A partir de la Ecuación (6.44)

$$\frac{0,795}{\rho^*} = \frac{1}{0,05}\sqrt{\frac{2\{1 + [(1,4 - 1)/2]0.05^2\}}{2,4}}$$

$$\rho^* = 0,0435 \text{ lb/pie}^3 \ (0,697 \text{ kg/m}^3)$$

A partir de la Ecuación (6.39)

$$\frac{20}{\rho^*} = \frac{1}{0,05}\sqrt{1,2}$$

$$\rho^* = 0,913 \text{ atm}$$

La velocidad másica a través de toda la tubería es

$$G = 0,975 \times 77,5 = 0,0435u^* = 61,61 \text{ lb/pie}^2\text{-s } (300,8 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

$$a = u^* = 1416 \text{ pies/s } (431,6 \text{ m/s})$$

Puesto que la velocidad a la salida es sónica, u^* puede calcularse también a partir de la Ecuación (6.17) utilizando $T = T^* = 834$ °R (463,3 K)

$$a = u^* = 1550\sqrt{\frac{834}{1000}} = 1416 \text{ pies/s } (431,6 \text{ m/s})$$

(c) Utilizando la Ecuación (6.45) con $\bar{f}L_{máx}/r_H = 400$ se obtiene

$$400 = \frac{1}{1,4}\left(\frac{1}{N_{Ma,a}^2} - 1 - \frac{1,4 + 1}{2}\ln\frac{1,2}{1/N_{Ma,a}^2 + 0,7}\right)$$

A partir de esta ecuación se obtiene $N_{Ma,a}$ por tanteo. El término In es mucho menor que $1/N^2_{Ma,a} - 1$, y como primera aproximación se puede despreciar. El resultado final corregido es $N_{Ma,a} = 0{,}0425$. Por tanto,

$$u_a = \frac{0{,}0425}{0.05} 77{,}5 = 65{,}8 \text{ pies/s } (20{,}1 \text{ m/s})$$

$$G = 65{,}8 \text{ x } 0{,}795 = 52{,}4 \text{ lb/pie}^2\text{-s } (255{,}8 \text{ kg/m}^2\text{-s})$$

Flujo isotérmico con fricción

La temperatura de un fluido compresible, que circula a través de una conducción de sección transversal uniforme, puede mantenerse constante mediante transmisión de calor a través de la pared de la conducción. Las tuberías largas, de pequeña sección y no aisladas, en contacto con aire, transmiten el calor suficiente para que el flujo sea prácticamente isotérmico. Por otra parte, para pequeños números de Mach, la distribución de presión en el flujo isotérmico es aproximadamente la misma que en el adiabático, para las mismas condiciones de entrada, y pueden utilizarse las ecuaciones, más sencillas, del flujo isotérmico.

La velocidad máxima que se puede alcanzar en el flujo isotérmico es

$$a' = \sqrt{\frac{g_c p}{\rho}} = \sqrt{\frac{g_c TR}{M}} \tag{6.47}$$

Las dimensiones de a' son las de una velocidad. Comparando la Ecuación (6.47) con la Ecuación (6.17) de la velocidad acústica, se tiene que

$$a = a' \sqrt{\gamma} \tag{6.48}$$

Para el aire, por ejemplo, en el que $\sqrt{\gamma} = \sqrt{1{,}4} \approx 1{,}2$, la velocidad acústica es aproximadamente un 20 por 100 mayor que a'. De forma análoga a como se define el verdadero número de Mach, se puede definir también un número de Mach isotérmico:

$$N_i = \frac{u}{a'} \tag{6.49}$$

El parámetro N_i juega, en el flujo isotérmico, el mismo papel que el número de Mach en el flujo adiabático. Un proceso isotérmico no puede pasar a través de la condición límite en la que N_i = l,O. Si el flujo es inicialmente subsónico, tiene que permanecer como tal, alcanzándose una longitud máxima de conducción para una determinada velocidad de entrada, de acuerdo con la condición límite antedicha. La velocidad que se obtiene en el flujo isotérmico es menor que en el adiabático, debido a que ***a'*** es menor que ***a.***

La ecuación fundamental del flujo isotérmico es sencilla. Se obtiene introduciendo la velocidad másica en el balance de energía mecánica [Ec. (6.8)] e integrando.

Multiplicando la Ecuación (6.8) por ρ^2 se obtiene

$$\rho\, dp + \frac{\rho^2 u\, du}{g_c} + \frac{\rho^2 u^2 f\, dL}{2 g_c r_H} = 0 \qquad (6.50)$$

Puesto que $pu = G$, $u\, du = -(G^2/\rho^{-3})\, dp$, y $p = Mp/RT$, la Ecuación (6.50) puede escribirse del modo siguiente

$$\frac{M}{RT} p\, dp - \frac{G^2}{g_c} \frac{d\rho}{\rho} + \frac{G^2 f}{2 g_c r_H} dL = 0 \qquad (6.51)$$

Integrando entre los puntos a y b, se obtiene

$$\frac{M}{2RT}(p_a^2 - p_b^2) - \frac{G^2}{g_c} \ln \frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{G^2 f\, \Delta L}{2 g_c r_H} \qquad (6.52)$$

En la Ecuación (6.52) puede emplearse la relación de presión p_a/p_b en vez de ρ_a/ρ_b.

La Ecuación (6.52) puede utilizarse también cuando es pequeña la variación de temperatura a lo largo de la conducción; en este caso, en vez de T, puede emplearse la temperatura media aritmética. Así, por ejemplo, el flujo adiabático, para bajos números de Mach (inferiores a 0,3), cumple muy aproximadamente la ecuación.

Ejemplo 6.3. Aire a una presión manométrica de 1,7 atm y 15 °C entra en una tubería horizontal de acero de 75 mm de diámetro y 70 m de longitud. La velocidad a la entrada de la tubería es 60 m/s. Suponiendo que el flujo es isotérmico, ¿cuál será la presión en el extremo de descarga de la línea?

SOLUCIÓN

Se utiliza la Ecuación (6.52). Los valores que se requieren son

$$D = 0{,}075 \text{ m} \qquad r_H = \frac{0{,}075}{4} = 0{,}01875 \text{ m}$$

$$\mu = 0{,}0174 \text{ cP (Ap. 9)} = 1.74 \times 10^{-5} \text{ kg/m-s}$$

$$\rho_a = \frac{29}{22.4} \times \frac{2{,}7}{1} \times \frac{273}{288} = 3{,}31 \text{ kg/m}^3$$

Por tanto

$$G = \bar{V}\rho = 60 \times 3{,}31 = 198{,}6 \text{ kg/m}^2\text{-s}$$

$$N_{Re} = \frac{0{,}075 \times 198{,}6}{1{,}74 \times 10^{-5}} = 8{,}56 \times 10^5$$

$$\frac{k}{d} = \frac{0{,}00015}{0{,}075} = 0{,}00061$$

$f = 0{,}0044$ (Fig. 5.9)

Llamando $(p_a + p_b)/2 = \bar{p}$,

$$(p_a - p_b)^2 = (p_a - p_b)(p_a + Pb) = 2\bar{p}(p_a - Pb)$$

A partir de la Ecuación (6.52), suprimiendo g_c

$$p_a - p_b = \frac{RTG^2}{\bar{p}M}\left(\frac{f\,\Delta L}{2r_H} + \ln\frac{p_a}{p_b}\right)$$

$p_a = 2{,}7$ atm
$M = 29$
AL = 70 m
$R = 82{,}056 \times 10^{-3}$ m³-atm/kgmol-K (Ap. 2)
$T = 15 + 273 = 288$ K

En primera aproximación se desprecia el término logarítmico de la Ecuación (6.52). Se supone $\bar{p} = 2{,}1$ atm. Puesto que 1 atm = 101,325 N/m²,

$$p_b = 2{,}7 - \frac{82{,}056 \times 10^{-3} \times 288 \times 198{,}6^2 \times 0{,}0044 \times 70}{2{,}1 \times 29 \times 2 \times 0{,}01875 \times 101{,}325}$$

$$= 2{,}7 - 1{,}24 = 1{,}46 \text{ atm}$$

$$\bar{p} = \frac{2{,}7 + 1{,}46}{2} = 2{,}08 \text{ atm}$$

En una segunda aproximación se utiliza este valor de p_b en la Ecuación (6.52):

$$p_b = 2{,}7 - \frac{82{,}056 \times 10^{-3} \times 288 \times 198{,}6^2}{2{,}1 \times 29 \times 101{,}325}\left(\frac{0{,}0044 \times 70}{2 \times 0{,}01875} + \ln\frac{2{,}7}{1{,}46}\right)$$

$$= 2{,}7 - 0{,}1525(8{,}213 + 0{,}615)$$

$$= 2{,}7 \quad 1{,}346 = 1{,}354 \text{ atm abs o } 0{,}354 \text{ atm manométricas}$$

La presión media es, por tanto

$$\bar{p} = \frac{2{,}7 + 1{,}354}{2} = 2{,}03 \text{ atm}$$

que es suficientemente próximo al valor supuesto.

Transmisión de calor en flujo isotérmico. Combinando la ecuación de la energía para flujo estacionario Ecuación (6.22) con la ecuación de la temperatura de estancamiento, Ecuación (6.20) y teniendo en cuenta que $T_a = T_b$, se tiene

$$\frac{Q}{m} = \frac{u_b^2 - u_a^2}{2g_c J} \tag{6.53}$$

Sustituyendo u por G/ρ se obtiene la Ecuación (6.53) en función de la velocidad másica

$$\frac{Q}{m} = \frac{G^2}{2g_c J}\left(\frac{1}{\rho_b^2} - \frac{1}{\rho_a^2}\right) \tag{6.54}$$

En estas ecuaciones Q/m es el flujo de calor que entra en el gas en Btu por libra o julios por kilogramo.

Las Ecuaciones (6.52) a (6.54) se utilizan solamente para flujo subsónico.

SIMBOLOS

a Velocidad acústica en el fluido, pies/s o m/s; a_a, a la entrada de la tubería

a' Velocidad máxima alcanzable para el flujo isotérmico en una conducción, pies/s o m/s

c Calor específico, Btu/lb-°F o J/g; c_p, a presión constante; c,, a volumen constante

f Factor de fricción de Fanning, adimensional; f_a, en el punto a; f_b, en el punto b; $\bar{f}$, valor medio

G Velocidad másica, lb/pie^2-s o kg/m^2-s; G,, en el recipiente; G,, en la garganta; G^*, valor cuando $N_{Ma} = 1{,}0$

g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb/lb$_f$-s^2

H Entalpía, Btu/lb o J/g; H_a, en el punto a; H_b, en el punto b; H_0, a la temperatura de referencia; H_s, de estancamiento; H^*, valor cuando $N_{Ma} = 1{,}0$

h_f Pérdidas por fricción, pies-lb$_f$/lb o N-m/g; h_{fs}, pérdidas por fricción de superficie

J Equivalente mecánico del calor, 778,17 pies-lb$_f$/Btu

L Longitud, pies o m; L_a, desde la entrada hasta el punto a; L_b, hasta el punto b; $L_{máx}$, longitud de la conducción cuando $N_{Ma} = 1{,}0$ a la salida

M Peso molecular del fluido

m Masa, lb o kg

N_i Número de Mach para el flujo isotérmico, u/a'

N_{Ma} Número de Mach, u/a; $N_{Ma,a}$, en el punto a; $N_{Ma,b}$, en el punto b; $N_{Ma,r}$, en la descarga de la boquilla

p Presión, lb$_f$/pie^2 o N/m^2; p_a, en el punto a; p_b, en el punto b; p_r, en el recipiente; p_t, en la garganta de una boquilla convergente-divergente; p_0, en el reservorio; p^*, valor cuando $N_{Ma} = 1{,}0$

Q Cantidad de calor, Btu o J

R Constante de la ley de los gases, 1545 pies-lb$_f$/lb-mol-°R o 8,314 J/g mol-K

r_c Relación crítica de presiones, p^*/p_0

r_H Radio hidráulico de la conducción, pies o m

S Area de la sección transversal de la conducción, pie^2 o m^2

T Temperatura, °R o K; T_a, en el punto a; T_b, en el punto b; T_s, valor de estancamiento; T_t, en la garganta de boquilla; T_0, valor de referencia; T*, valor cuando $N_{Ma} = 1{,}0$

u Velocidad del fluido, pies/s o m/s; u_a, en el punto a; u_b, en el punto b; u_t, en la garganta de una boquilla convergente-divergente; u^*, valor cuando $N_{Ma} = 1{,}0$

$\bar{V}$ Velocidad media de la corriente de fluido, pies/s o m/s

Z Altura sobre el plano de referencia, pies o m

Letras griegas

α Factor de corrección de la energía cinética; α_a, en el punto ***a***; α_b, en el punto b
β Factor de corrección de la cantidad de movimiento
γ Relación de calores específicos, c_p/c_v
ρ Densidad del fluido, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_t, en la garganta de una boquilla convergente-divergente; ρ_0, en el reservorio; ρ^*, valor cuando $N_{Ma} = 1{,}0$

Subíndices

a En el punto ***a***
b En el punto ***b***
S Flujo isentrópico
s Valor de estancamiento
0 Valor de referencia, condiciones del reservorio

PROBLEMAS

6.1. ¿Cuál es la longitud máxima de tubería que se puede utilizar para las condiciones del Ejemplo 6.3?

6.2. A través de un gaseoducto de 20 pulg de diámetro interior, situado sobre un terreno llano y horizontal, se transporta gas natural, que está constituido esencialmente por metano. Cada estación de bombeo aumenta la presión hasta 100 $\text{lb}_f/\text{pulg}^2$ abs, y la presión experimenta una caída de 25 $\text{kg}_f/\text{pulg}^2$ entre dos bombas consecutivas separadas entre sí una distancia de 50 millas. ¿Cuál será el flujo de gas en pies cúbicos por hora, medido a 60 °F y 30 pulg Hg de presión?

Tabla 6.1. Datos para el Problema 6.5

Longitud	Diámetro	Longitud	Diámetro
Reservorio 0	∞	Garganta 0,30	0,25
0,025	0,875	0,40	0,28
0,050	0,705	0,50	0,35
0,075	0,575	0,60	0,45
0,100	0,500	0,70	0,56
0,150	0,375	0,80	0,68
0,200	0,300	0,90	0,84
		Recipiente 1,00	1,00

6.3. Una tubería horizontal de acero de 1 pulg, Norma 40, se utiliza para transportar argón gaseoso. El gas se introduce a través de una entrada redondeada en la tubería a una presión absoluta de 7 atm, una temperatura de 100 °C y una velocidad de 30 m/s. ***(a).*** ¿Cuál es la máxima longitud posible de la tubería? ***(b)*** ¿Cuáles son la presión y la temperatura de estancamiento del gas al final de la tubería para la longitud máxima? Supóngase que el flujo es adiabático. Para el argón, $\gamma = 1{,}67$ y $M = 40{,}0$.

6.4. Suponiendo que el proceso de flujo del Problema 6.3 transcurre isotermicamente, ***(a)***

¿cuál será la longitud máxima de la tuberia? ¿Qué cantidad de calor debe comunicarse al gas para la longitud máxima?

6.5. Una boquilla convergente-divergente tiene las dimensiones que se indican en la Tabla 6.1. Aire ($\gamma = 1{,}40$, $M = 29{,}0$) entra en la boquilla procedente de un reservorio en el que la presión absoluta es 20 atm y la temperatura es 550 K. Represéntese la temperatura, la presión y el número de Mach frente a la longitud de la boquilla cuando (a) la velocidad de flujo alcanza un máximo sin choque y con descarga subsónica, (b) el flujo es isentrópico y la descarga es supersónica.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. CAMBEL, A. B.: pp. 8-5 a 8-12 en V. L. Streeter, «Handbook of Fluid Dynamics», McGraw-Hill, New York, 1961.
2. CAMBEL, A. B., y JENNINGS, B. H.: «Gas Dynamics», pp. 85-86, McGraw-Hill, New York, 1958.
3. SHAPIRO, A. H., y HAWTHORNE, W. R.: *J. Appl. Mech.*, 14: A-317 (1947).

CAPITULO

SIETE

FLUJO DE FLUIDOS ALREDEDOR DE CUERPOS SUMERGIDOS

En los Capítulos 4 y 5 se han estudiado las leyes del flujo de fluidos y los factores que controlan las variaciones de presión y velocidad, en fluidos que se mueven sobre superficies sólidas, refiriéndose especialmente al caso de flujo a través de conducciones cerradas. En este estudio, se ha centrado la atención principalmente sobre el fluido. Sin embargo, en muchos problemas, interesa el efecto del fluido sobre el sólido. El fluido puede estar en reposo y el sólido moviéndose a través de él, o bien estar el sólido en reposo y moverse el fluido. En este capítulo, se estudia el caso en que el sólido está sumergido y rodeado por el fluido.

Generalmente es lo mismo, suponer en reposo cualquiera de las fases, sólida o fluida; lo que es importante, es la velocidad relativa entre las dos. Una excepción, es cuando la corriente de fluidos ha sido influenciada previamente por paredes sólidas y está en flujo turbulento. La escala e intensidad de turbulencia, pueden ser entonces, parámetros importantes en el proceso. En los túneles de viento, por ejemplo, en los que el sólido está en reposo y el aire en movimiento, la turbulencia puede originar sobre el sólido fuerzas distintas de las que se producirían si el sólido se moviese con la misma velocidad relativa a través de una masa de aire en reposo y libre de turbulencia. Los objetos en caída libre a través de un medio continuo pueden moverse siguiendo un camino en espiral, rotar alrededor de su eje, o ambas cosas; también en estos casos las fuerzas de fricción que actúan sobre los objetos no son las mismas que cuando están estacionarios y el fluido pasa sobre ellos.

Rozamiento. Recibe el nombre de ***rozamiento,*** la fuerza en dirección del flujo, que el fluido ejerce sobre el sólido. De acuerdo con la tercera ley de Newton, el cuerpo ejerce sobre el fluido una fuerza igual y opuesta. Cuando la pared del cuerpo es paralela a la dirección de flujo, como en el caso de la lámina delgada y plana, que se representa en la Figura 3.10*a*, la única fuerza de rozamiento es el esfuerzo cortante de pared τ_w. Sin embargo, lo más corriente es que la pared del cuerpo sumergido, forme un ángulo con la dirección de flujo. En este caso la componente del esfuerzo cortante de pared en la dirección de flujo, contribuye al rozamiento. Un ejemplo límite lo constituye el rozamiento en la lámina plana,

perpendicular a la dirección de flujo, que se representa en la Figura 3.10*b*. Por otra parte, la presión del fluido, que actúa en dirección normal a la pared, posee una componente en la dirección de flujo y esta componente contribuye también al rozamiento. El rozamiento total sobre un elemento de área, es la suma de las dos componentes. En la Figura 7.1, se representan las fuerzas de presión y de cizalla, que actúan sobre un elemento de área dA, que forma un ángulo de 90" $-\alpha$, respecto a la dirección de flujo. El rozamiento debido al esfuerzo cortante de pared es τ_w sen $\alpha\, dA$ y el correspondiente a la presión $p \cos \alpha\, dA$. El rozamiento total sobre el cuerpo, es igual a la suma de las integrales de estos términos, evaluadas cada una de ellas sobre toda la superficie del cuerpo en contacto con el fluido.

El rozamiento total integrado, debido al esfuerzo cortante en la pared, se llama ***rozamiento de pared*** y la magnitud correspondiente debida a la presión recibe el nombre de ***rozamiento de forma.***

En el flujo potencial, $\tau_w = 0$, y no existe rozamiento de pared. Por otra parte, el rozamiento debido a la presión, en la dirección de flujo, se equilibra con una fuerza igual y de sentido opuesto, por lo que la integral del rozamiento de forma es igual a cero. Por consiguiente, en el flujo potencial no hay rozamiento neto.

Los fenómenos que dan lugar a rozamiento, tanto de pared como de forma, en fluidos reales, son complicados y, en general no se pueden predecir. Para esferas y otras formas regulares a bajas velocidades del fluido, se pueden estimar los modelos de flujo y las fuerzas de rozamiento por métodos numéricos [13]; para formas irregulares y velocidades elevadas es preciso recurrir a medidas experimentales.

Coeficientes de rozamiento. Al estudiar el flujo de fluidos, a través de conducciones, se ha encontrado que resulta útil el factor de fricción definido como la

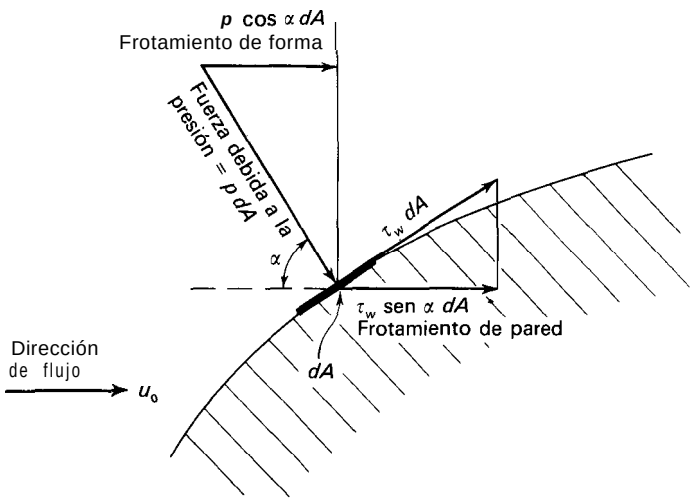


Figura 7.1. Frotamiento de pared y de forma en un cuerpo sumergido.

relación entre el esfuerzo cortante y el producto de la carga de velocidad por la densidad. En el caso de sólidos sumergidos, se emplea un factor análogo, llamado coeficiente de rozamiento. Considérese una esfera lisa, sumergida en un fluido en movimiento y situada a una distancia suficientemente alejada de las superficies sólidas, que limitan la corriente, con el fin de que la corriente que se aproxima a la misma lo haga con flujo potencial. El área proyectada por un cuerpo sólido, se define como el área que se obtiene al proyectar el cuerpo sobre un plano perpendicular a la dirección de flujo, tal como se representa en la Figura 7.2. Sea A, el área proyectada. Para una esfera, el área proyectada es igual a la de un círculo máximo, o sea $(\pi/4)D_p^2$ siendo D_p el diámetro. Si F_D es la fuerza de rozamiento total, la fuerza de rozamiento media por unidad de área proyectada es F_D/A_p. De la misma forma que el factor de fricción, f, se define como la relación entre τ_w y el producto de la densidad del fluido por la carga de velocidad, el coeficiente de rozamiento, que se representa por C_D, se define como la relación entre F_D/A_p y el producto indicado anteriormente, o sea:

$$C_D \equiv \frac{F_D/A_p}{\rho u_0^2/2g_c} \tag{7.1}$$

siendo u_0 la velocidad de la corriente que se aproxima (suponiendo que $u_0 = \bar{V}_0$).

Para partículas no esféricas es necesario especificar el tamaño y la forma geométrica del cuerpo, así como su orientación con respecto a la dirección de flujo del fluido. Se elige una dimensión principal como la longitud característica, y las demás dimensiones importantes se dan con relación a la magnitud elegida. Las relaciones de este tipo se denominan factores de forma. Así, para cilindros de poca longitud, se elige generalmente el diámetro como dimensión fundamental, y la relación entre la longitud y el diámetro, es el factor de forma. Ha de especificarse también la orientación entre la partícula y la corriente. En el caso de un cilindro, basta con el ángulo formado por el eje del cilindro y la dirección del flujo. El área proyectada queda así determinada y puede calcularse. En un cilindro orientado de tal forma que su eje sea perpendicular al flujo, A_p es igual a LD_p, siendo L la longitud del cilindro. Para un cilindro cuyo eje es paralelo a la dirección de flujo, A_p es igual a $(\pi/4)D_p^2$, es decir, la misma que para una esfera de igual diámetro.

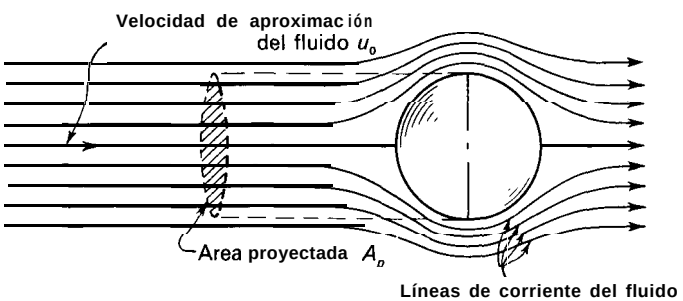


Figura 7.2. Flujo alrededor de una esfera sumergida.

El análisis dimensional indica que el coeficiente de rozamiento de un sólido liso en un fluido no compresible depende del número de Reynolds, y de los factores de forma que sean necesarios. Para una forma determinada

$$C_D = \phi(N_{\mathrm{Re},p})$$

El número de Reynolds se define como

$$N_{\mathrm{Re},p} \equiv \frac{G_0 D_p}{\mu} \tag{7.2}$$

siendo D_p, la longitud característica y $G_0 = u_0\rho$. Para cada forma y orientación existe una relación diferente entre C_D y $N_{\mathrm{Re},p}$ La relación ha de determinarse, en general, experimentalmente, aunque para esferas lisas y bajos números de Reynolds, existe una ecuación teórica bien establecida.

Los coeficientes de rozamiento en fluidos compresibles aumentan al aumentar el número de Mach, cuando éste se hace mayor que 0,6 aproximadamente. Los coeficientes para el flujo supersónico son generalmente mayores que para el subsónico

Coeficientes de rozamiento para formas típicas. En la Figura 7.3 se representan curvas típicas de C_D frente a $N_{\mathrm{Re},p}$ p ara esferas, cilindros largos y discos. El eje del cilindro y la cara del disco son perpendiculares a la dirección del flujo; estas curvas se emplean solamente cuando se mantiene esta orientación. Si, por ejemplo, un disco o cilindro se mueven por gravedad o fuerza centrífuga a través de un fluido en reposo, oscilarán y girarán como si se moviesen libremente a través del fluido.

Debido a la naturaleza compleja del rozamiento, no es de extrañar que las variaciones de C_D con $N_{\mathrm{Re},p}$ sean más complicadas que las de f con N_{Re}. Las variaciones de pendiente de las curvas de C_D frente a $N_{\mathrm{Re},p}$ para distintos números de Reynolds, son el resultado de la interrelación de los diferentes factores que controlan el frotamiento, tanto de forma como de pared. Estos efectos pueden analizarse estudiando el caso de una esfera.

Para números de Reynolds bajos, la fuerza de frotamiento que actúa sobre una esfera cumple la ecuación teórica, llamada *ley de Stokes,* que puede escribirse

$$F_D = 3\pi \frac{\mu u_0 D_p}{g_c} \tag{7.3}$$

Un tercio del frotamiento total se debe al frotamiento de forma y los otros dos tercios corresponden al frotamiento de pared. De acuerdo con las Ecuaciones (7.3) y (7.1), el coeficiente de frotamiento que predice la ley de Stokes es

$$C_D = \frac{24}{N_{\mathrm{Re},p}} \tag{7.4}$$

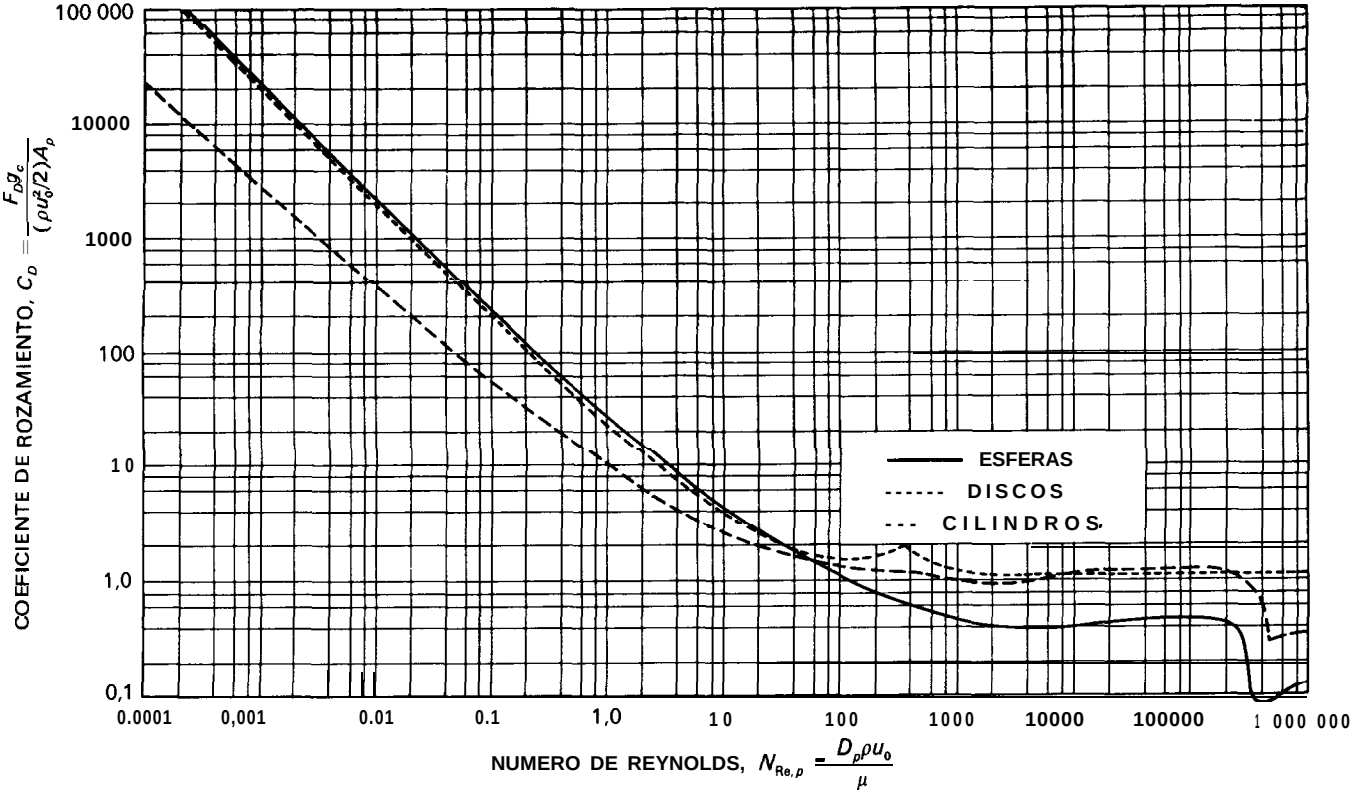


Figura 7.3. Coeficientes de rozamiento para esferas, discos y cilindros. *[Con autorización de J. H. Perry (ed.), «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., pp. 5-62, Copyright,* © 1973, *McGraw-Hill Book Company.*]

En teoría, la ley de Stokes es válida solamente cuando $N_{Re,\,p}$ es considerablemente menor que la unidad. En la práctica, como indica la parte izquierda de la gráfica de la Figura 7.3, pueden utilizarse las Ecuaciones (7.3) y (7.4) con un error pequeño, para números de Reynolds menores que 1. A las velocidades más bajas, para las que se cumple la ley, la esfera se mueve a través del fluido deformándolo. El esfuerzo cortante de pared es el resultado de las fuerzas viscosas solamente, mientras que las fuerzas de inercia son despreciables. El movimiento de la esfera afecta al fluido a distancias considerables de la misma, y si a una distancia inferior a 20 o 30 diámetros de la esfera existe alguna pared sólida, es preciso corregir la ley de Stokes para tener en cuenta el efecto de dicha pared. El tipo de flujo descrito por esta ley se denomina *flujo reptante.* La ley es especialmente útil para calcular la resistencia de partículas pequeñas, tales como polvo o niebla, moviéndose a través de gases o líquidos poco viscosos, o bien para el movimiento de partículas mayores a través de líquidos muy viscosos.

A medida que el número de Reynolds sobrepasa el intervalo de la ley de Stokes, se produce separación en un punto situado justamente delante del plano ecuatorial, tal como se indica en la Figura 7.4*a*, y se forma una estela que ocupa todo el hemisferio posterior. En el Capítulo 3 se ha visto que una estela se caracteriza por una elevada pérdida por fricción. Por otra parte, da origen a un gran frotamiento de forma, y en efecto, la mayor parte del frotamiento de forma se origina como consecuencia de estelas. En una estela, la velocidad angular de los vórtices, y por consiguiente su energía cinética de rotación, es elevada. De acuerdo con el principio de Bernoulli, la presión en la estela es menor que en la capa límite separada; en la estela se origina una succión con el componente del vector de presión actuando en la dirección de flujo. El rozamiento de presión, y por tanto el rozamiento total, es mucho mayor que si se aplicase la ley de Stokes.

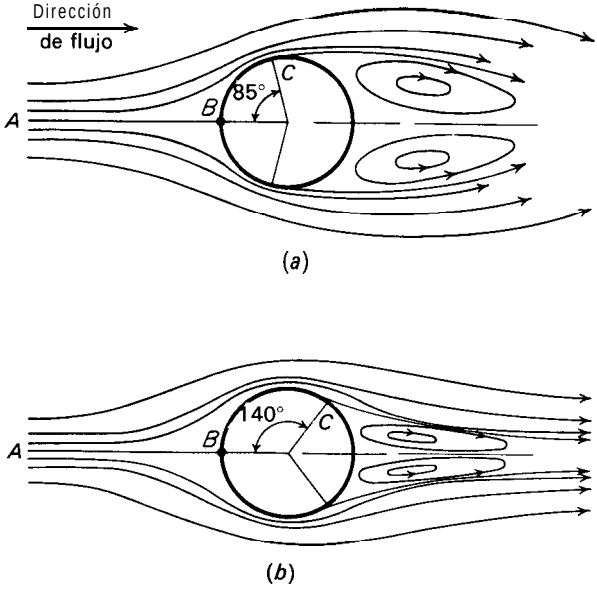


Figura 7.4. Flujo alrededor de una sola esfera, mostrando separación y formación de estela: (a) flujo laminar en capa limite; (6) flujo turbulento en capa limite; *B,* punto de estancamiento; C, punto de separación. *(Con autorización de J. C. Hunsaker y B. G. Rightmire, «Engineering Application of Fluid Mechanics», pp. 202-203, Copyright,* 1947, *McGraw-Hill Book Company.)*

Para números de Reynolds moderados los vórtices se desprenden de la estela de una manera regular, dando lugar aguas abajo del fluido a una serie de vórtices móviles que se denomina «calle de vórtice». Sin embargo, para números de Reynolds superiores a 2500, los vórtices ya no se desprenden de la estela. Se forma una capa límite estable que se origina en el ápice, punto B de la Figura 7.4. La capa límite crece y se separa, fluyendo libremente alrededor de la estela después de la separación. Al principio el flujo en la capa límite es laminar, tanto antes como después de la separación. El coeficiente de rozamiento es aproximadamente constante; tal como se muestra en la Figura 7.3, para esferas y cilindros aumenta ligeramente con el número de Reynolds. Al aumentar todavía más el número de Reynolds se produce la transición a la turbulencia, primeramente en la capa límite libre y después en la capa limite que todavía esta adherida al hemisferio frontal de la esfera. Cuando la turbulencia ocurre en esta última, el punto de separación se desplaza hacia la parte trasera del cuerpo, y la estela se contrae, tal como se muestra en la Figura 7.46. Tanto la fricción como el rozamiento disminuyen y la importante caída del coeficiente de rozamiento desde 0,45 hasta 0,1 para un número de Reynolds del orden de 250 000 es una consecuencia del desplazamiento del punto de separación cuando la capa límite adherida a la esfera se hace turbulenta. Para números de Reynolds superiores a 300 000 el coeficiente de rozamiento es aproximadamente constante.

El número de Reynolds para el cual la capa límite adherida se hace turbulenta recibe el nombre de número de Reynolds crítico para el frotamiento. La curva para esferas, que se representa en la Figura 7.3 se emplea solamente cuando el fluido que se aproxima a la esfera no es turbulento, o bien cuando la esfera se mueve a través de un fluido estático estacionario. Si el fluido que se aproxima es turbulento, el número de Reynolds critico es afectado por la escala de turbulencia y se hace menor a medida que la turbulencia aumenta. Por ejemplo, si la escala de turbulencia, definida por $100\sqrt{\overline{(u')^2}}/u$, es del 2 por 100, el numero de Reynolds crítico es del orden de 140 000[9]. Un método de medir la escala de turbulencia es determinar el número de Reynolds crítico y utilizar la conocida relación entre las dos magnitudes.

La curva de C_D vs. N_{Re} para un cilindro infinitamente largo perpendicular al flujo es mucho más parecida a la de una esfera, pero para bajos números de Reynolds C_D no varía de forma inversamente proporcional con N_{Re} debido al carácter bidimensional del flujo alrededor del cilindro. Para cilindros cortos, tales como *pellets* catalíticos, el coeficiente de rozamiento está comprendido entre los valores de esferas y cilindros largos y varía inversamente con el numero de Reynolds para números de Reynolds muy bajos. Los discos no presentan la caída del coeficiente de rozamiento para un número de Reynolds crítico debido a que, una vez que se produce la separación en el borde frontal del disco, las corrientes separadas no retornan a la parte trasera del disco y la estela no se estrecha cuando la capa límite se hace turbulenta. Los cuerpos que presentan este tipo de comportamiento reciben el nombre de ***cuerpos*** *escarpados*. Para un disco el coeficiente de rozamiento C_D es aproximadamente la unidad para números de Reynolds superiores a 2000.

Los coeficientes de rozamiento para partículas de formas irregulares, tales

como carbón o arena, son del mismo orden de magnitud que para esferas del mismo tamaño nominal para números de Reynolds inferiores a 50[4]. Sin embargo, la curva de C_D vs. N_{Re} se descompensa para $N_{Re} \approx 100$ y los valores de C_D son de 2 a 3 veces los de esferas en el intervalo N_{Re} = 500 — 3000. Se han encontrado [17] resultados similares para partículas isométricas tales como cubos y tetraedros.

Rozamiento de forma y de forma aerodinámica. El rozamiento de forma se puede minimizar forzando la separación hacia la puerta trasera del cuerpo. Esto se consigue dándoles una forma aerodinámica. El método habitual de conseguirlo consiste en darle una forma apropiada a la parte posterior del cuerpo, de modo que al aumentar la presión en la capa límite, que es la causa fundamental de la separación, se produzca gradualmente con el fin de amortiguar la separación. La forma aerodinámica requiere generalmente una parte posterior puntiaguda. En la Figura 7.5 se muestra una forma aerodinámica típica. Un cuerpo perfectamente aerodinámico no formaría estela y el rozamiento de forma sería nulo o muy pequeño.

Punto de estancamiento. Las líneas de corriente del fluido que pasan alrededor del cuerpo que se representa en la Figura 7.5, indican que la corriente de fluido en el plano de la sección, es separada por el cuerpo en dos partes, una que pasa por la parte superior del cuerpo y otra por la inferior. La línea de corriente AB divide las dos partes y termina en un punto determinado ***B,*** situado en la parte frontal del cuerpo. Este punto se llama punto de estancamiento, y la velocidad en el mismo es igual a cero. La Ecuación (4.26) puede escribirse suponiendo que el flujo es horizontal y que la fricción a lo largo de la línea de corriente es despreciable. En la Ecuación (4.26) el fluido no distorsionado se identifica con el punto *a* y el punto de estancamiento con el punto ***b.*** Entonces

$$\frac{p_s - p_0}{\rho} = \frac{u_0^2}{2g_c} \tag{7.5}$$

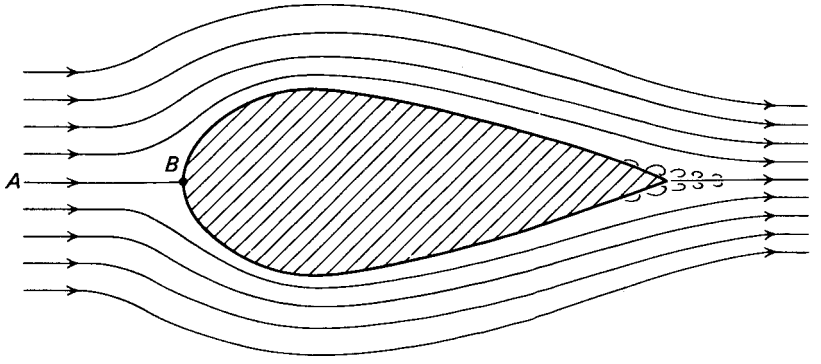


Figura 7.5. Cuerpo aerodinámico: AB, linea de corriente para el punto de estancamiento.

siendo p_s = presión sobre el cuerpo en el punto de estancamiento
p_0 = presión en el fluido no distorsionado
u_0 = velocidad del fluido no distorsionado

El incremento de presión $p_s - p_0$, para la línea de corriente que pasa por el punto de estancamiento, es mayor que para cualquier otra línea de corriente, debido a que en este punto toda la carga de velocidad se convierte en carga de presión.

Presión de estancamiento. La Ecuación (7.5) puede utilizarse para fluidos compresibles a bajos números de Mach pero se hace cada vez más inexacta cuando N_{Ma} es superior a aproximadamente 0,4. El valor adecuado de la presión p_s es la presión de estancamiento isentrópica, definida como la presión del gas cuando la corriente pasa isentrópicamente hasta el reposo, y se calcula a partir de las ecuaciones del Capítulo 6 en la forma que se indica a continuación. A partir de la Ecuación (6.24),

$$\left(\frac{p_s}{p_0}\right)^{1-1/\gamma} = \frac{T_s}{T_0} \tag{7.6}$$

donde p_s = presión de estancamiento
T_s = temperatura de estancamiento
T_0 = temperatura de la corriente que se acerca

A partir de la Ecuación (6.43), $T_a = T_s$, $T_b = T_0$, $N_{Ma,\,a} = 0$ y $N_{Ma,\,b} = N_{Ma,\,0}$,

$$\frac{T_s}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,\,0} \tag{7.7}$$

Y

$$\frac{p_s}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{N^2_{Ma,\,0}}\right)^{1/(1-1/\gamma)} \tag{7.8}$$

La Ecuación (7.8) puede ponerse en la misma forma que la Ecuación (7.5) restando la unidad de ambos miembros y desarrollando el segundo miembro de la Ecuación (7.8) por el teorema del binomio. Después de sustituir y simplificar, utilizando la relación para N_{Ma} dada por la Ecuación (6.18), y multiplicando por p_0/ρ_0, se obtiene

$$\frac{p_s - p_0}{\rho_0} = \frac{u_0^2}{2g_c}\left(1 + \frac{N^2_{Ma,0}}{4} + \frac{2-\gamma}{24} N^4_{Ma,\,0} + \cdots\right) \tag{7.9}$$

La comparación de la Ecuación (7.9) con la Ecuación (7.5) indica que el término entre paréntesis es el factor de corrección para convertir la Ecuación (7.5) en una forma adecuada para fluidos compresibles en el intervalo $0 \leqslant N_{Ma} < 1{,}0$.

FRICCION EN EL FLUJO A TRAVES DE LECHOS DE SOLIDOS

En numerosos procesos técnicos circulan líquidos o gases a través de lechos de partículas sólidas. Son ejemplos importantes de estos procesos en operaciones básicas, la filtración y el flujo en contracorriente de las dos fases, líquida y gaseosa, a través de torres de relleno. En filtración, el lecho de sólidos está formado por pequeñas partículas que se separan del líquido mediante una tela filtrante o un tamiz tino. En otros procesos, tales como en el cambio iónico o en reactores catalíticos, un único fluido (líquido o gas) se mueve a través de un lecho de sólidos granulares. La filtración se estudia en el Capítulo 30 y las torres de relleno en el Capítulo 22. El presente estudio se limita al flujo de una sola fase fluida a través de una columna de partículas sólidas estacionarias.

La resistencia al flujo de un fluido a través de los huecos de un lecho de sólidos, es la resultante del frotamiento total de todas las partículas del lecho. Dependiendo del número de Reynolds $D_p G_0/\mu$, el flujo puede ser laminar o turbulento y puede haber frotamiento de forma, separación y formación de estela. Igual que en el frotamiento debido a una única partícula sólida, no hay transición brusca entre el flujo laminar y turbulento, como ocurre para el caso de flujo a través de conducciones de sección transversal constante.

Aunque se han realizado progresos para relacionar la caída total de presión a través de un lecho de sólidos con el frotamiento de las partículas individuales [18], los métodos de correlación más corrientes se basan en estimar el frotamiento total del fluido sobre las superficies sólidas, que forman los canales tortuosos del lecho de partículas. Se supone que los canales reales pueden sustituirse por un conjunto de conducciones idénticas paralelas, cada una de ellas con sección transversal variable. Se supone también que el radio hidráulico medio de los canales es el apropiado para tener en cuenta las variaciones de la sección transversal y forma del canal, y que el frotamiento total por unidad de área de la pared del canal es igual a la suma de dos tipos de fuerza: (1) las fuerzas de frotamiento viscoso y (2) las fuerzas de inercia. A la vista de la complejidad de los fenómenos que intervienen en el frotamiento, probablemente es ésta una simplificación excesiva, por lo cual es preciso comprobar mediante experimentación la forma de la ecuación final que se obtiene. Por otra parte se supone que las partículas están dispuestas al azar, sin orientación preferente de las partículas individuales; que los efectos de rugosidad no son importantes; que todas las partículas tienen el mismo tamaño y forma y que los efectos finales de pared son despreciables. Esta última suposición significa que, el número de partículas a la entrada del fluido y próximas a la pared son pocas en relación con el número total de partículas del lecho. Esta suposición es válida cuando el diámetro y la altura del lecho son grandes en comparación con el diámetro de las partículas individuales.

Se ha indicado en la Ecuación (5.17), que las fuerzas cortantes de viscosidad por unidad de área, pueden escribirse en la forma

$$\tau_w = \frac{F_v}{A_s} = \frac{k_1 \mu \bar{V}}{g_c r_H}$$

siendo k_1 = constante
r_H = radio hidráulico
μ = viscosidad
$\bar{V}$ = velocidad en el canal
A_s = área de los límites del canal

En esta ecuación, se emplea el radio hidráulico r_H en lugar de D y la constante 8 está incluida en la constante empírica k_1. A velocidades elevadas se hacen grandes las fuerzas de inercia, las fuerzas de viscosidad resultan despreciables y la viscosidad deja de ser un parámetro. Esto equivale a la existencia de un factor de fricción constante; por tanto, según la Ecuación (5.7), la fuerza inercia1 por unidad de área puede escribirse en la forma

$$\tau_w = \frac{F_i}{A_s} = \frac{k_2 \rho \bar{V}^2}{g_c}$$

siendo k_2 una constante empírica de proporcionalidad que incluye al factor de fracción y otras constantes.

Suponiendo que las fuerzas de viscosidad y de inercia son aditivas, se obtiene para la fuerza total ejercida por el fluido sobre el lecho de sólidos F_D

$$\frac{F_D}{A_s} = \frac{F_v}{A_s} + \frac{F_i}{A_s} = \frac{1}{g_c}\left(\frac{k_1 \mu \bar{V}}{r_H} + k_2 \rho \bar{V}^2\right) \tag{7.10}$$

La velocidad $\bar{V}$ de la Ecuación (7.10) es la velocidad media a través de los canales del lecho. Es más conveniente utilizar $\bar{V}_0$, la velocidad de la corriente justamente antes de encontrarse con la primera capa de sólidos. La configuración ordinaria de un lecho de relleno es la de una gran carcasa cilíndrica, con una rejilla de soporte situada a una cierta distancia del fondo de la torre, con el lecho de sólidos soportados sobre la rejilla. La velocidad $\bar{V}_0$ se denomina con frecuencia ***velocidad superficial o de torre vacía,*** y corresponde a la velocidad de ascenso (o descenso) en la sección situada debajo de la rejilla (o bien en la torre vacía por encima del lecho). La velocidad $\bar{V}$ se puede calcular a partir de $\bar{V}_0$ utilizando la porosidad o fracción de huecos ε. La porosidad se define como la relación entre el volumen de huecos del lecho y el volumen total (huecos más sólido) del lecho. Sin embargo, en un relleno dispuesto al azar, la relación entre la sección transversal de todos los canalillos y la sección transversal total de la torre vacía es igual a la porosidad, lo que conduce a la ecuación

$$\bar{V} = \frac{\bar{V}_0}{\varepsilon} \tag{7.11}$$

El valor de ε depende de la forma y la distribución de tamaños de las partículas, la relación entre el diámetro de las partículas y el diámetro del lecho, así como del método utilizado para formar el lecho de partículas. Habitualmente se determina midiendo la cantidad de agua que se requiere para rellenar los huecos del

lecho y comparando con el volumen total calculado para el lecho. Si las partículas son porosas, habrá que descontar el agua retenida por las partículas, de forma que ε representa la fracción externa de huecos del lecho.

El área total viene dada por

$$A_s = N_p s_p \tag{7.12}$$

siendo N_p = número total de partículas del lecho
s_p = área de una partícula

El número de partículas viene también dado por el volumen total de sólidos contenidos en la torre dividido por v_p, el volumen de una partícula. Si L es la altura total del lecho y S_0 la sección de la torre vacía, el volumen total de sólidos es $S_0L(1 - \varepsilon)$, y

$$N_p = \frac{S_0L(1 - \varepsilon)}{v_p} \tag{7.13}$$

Eliminando N_p de la Ecuación (7.12) mediante la Ecuación (7.13) se obtiene

$$A_s = \frac{S_0L(1 - \varepsilon)s_p}{v_p} \tag{7.14}$$

En el Capítulo 5 se ha definido el radio hidráulico r_H como la relación entre la sección transversal de la conducción y el perímetro de la misma. Si el numerador y denominador de esta relación se multiplican por L, r_H se transforma en la relación entre el volumen de huecos de la torre y el área total de sólidos. El volumen de sólidos es $S_0L\varepsilon$. Por tanto, utilizando la Ecuación (7.14), se obtiene

$$r_H = \frac{S_0L\varepsilon}{A_s} = \frac{S_0L\varepsilon}{S_0L(1 - \varepsilon)s_p/v_p} = \frac{\varepsilon v_p}{(1 - \varepsilon)s_p} \tag{7.15}$$

Pueden sustituirse ahora $\bar{V}$ de la Ecuación (7.11), A_s de la Ecuación (7.14) y r_H de la Ecuación (7.15) en la Ecuación (7.10) para obtener

$$F_D g_c = \frac{S_0\rho L(1 - \varepsilon)s_p}{\varepsilon^2 v_p}\left[\frac{k_1\mu\bar{V}_0(1 - \varepsilon)s_p}{v_p\rho} + k_2\bar{V}_0^2\right] \tag{7.16}$$

La caída de presión en el lecho Ap puede utilizarse en vez de la fuerza total F_D teniendo en cuenta que esta fuerza tiene que ser igual al producto de la caída de presión por el área de la sección transversal de los canalillos $S_0\varepsilon$. Por tanto,

$$\text{Ap } \varepsilon S_0 = F_D \tag{7.17}$$

Eliminando F_D de las Ecuaciones (7.16) y (7.17) se obtiene

$$\frac{\Delta p\, g_c}{\rho L} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\frac{s_p}{v_p}\left[\frac{k_1\mu\bar{V}_0(1-\varepsilon)s_p}{\rho v_p} + k_2\bar{V}_0^2\right] \tag{7.18}$$

Diámetro equivalente de una partícula; esfericidad. El diámetro equivalente de una partícula no esférica se define como el diámetro de una esfera que tiene el mismo volumen que la partícula. La ***esfericidad*** Φ_s es la relación entre la superficie de esta esfera y la superficie real de la partícula. Puesto que para una esfera $s_p = \pi D_p^2$ y $v_p = \frac{1}{6}\pi D_p^3$, resulta que, para una partícula

$$\frac{s_p}{v_p} = \frac{6}{\Phi_s D_p} \tag{7.19}$$

En la Tabla 26.1 se presentan valores de la esfericidad para distintos materiales.

Ergun ha correlacionado datos experimentales para demostrar que en la Ecuación (7.18) los valores de k_1 y k_2 son 150/36 y 1,75/6 respectivamente. Con la sustitución de estos valores y la eliminación de s_p/v_p de la Ecuación (7.18) por la Ecuación (7.19) obtenemos

$$\frac{\Delta p\, g_c}{L}\frac{\Phi_s D_p}{\rho\bar{V}_0^2}\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = \frac{150(1-\varepsilon)}{\Phi_s D_p\bar{V}_0\rho/\mu} + 1{,}75 \tag{7.20}$$

La Ecuación (7.20) recibe el nombre de ***ecuación de Ergun***. Fue obtenida ajustando los datos para esferas, cilindros y sólidos triturados, tales como coque y arena. Para anillos Raschig y monturas Berl, que tienen porosidades de 0,55 a 0,75, la Ecuación (7.20) predice caídas de presión menores que las que se encuentran experimentalmente; tampoco cumple bien para otros rellenos de torres de área superficial y porosidad elevadas.

Mediante el primer miembro de la Ecuación (7.20) se puede definir un ***factor de fricción*** para un lecho de relleno,

$$f_p \equiv \frac{\Delta p\, g_c \Phi_s D_p \varepsilon^3}{\rho\bar{V}_0^2 L(1-\varepsilon)} \tag{7.21}$$

Excepto por lo que respecta a la constante 2, la esfericidad y la función $\varepsilon^3/(1-\varepsilon)$ de la porosidad, f_p tiene la misma forma que el factor de fricción f para una conducción, tal como lo define la Ecuación (5.74. Utilizando la Ecuación (7.2) para el número de Reynolds de la partícula, la Ecuación (7.20) puede expresarse como

$$f_p = \frac{150(1-\varepsilon)}{s\ \Phi_{\mathrm{Re},N}} + 1{,}75 \tag{7.22}$$

La Ecuación (7.22) tiene una interpretación sencilla. Para bajos números de Reynolds, 1,75 es despreciable en comparación con el término del número de

Reynolds. Esto implica que las fuerzas viscosas son controlantes y que las fuerzas inerciales carecen de importancia. La Ecuación (7.20) puede escribirse para este caso como

$$\frac{\Delta p\, g_c \Phi_s^2 D_p^2 \varepsilon^3}{L \bar{V}_0 \mu (1 - \varepsilon)^2} = 150 \tag{7.23}$$

que recibe el nombre de ***ecuación de Kozeny-Carman*** y por razones obvias es una ecuación de flujo laminar que ha de utilizarse para N_{Re} menores que aproximadamente 1,0. Indica que para un sistema determinado la velocidad de flujo es directamente proporcional a la caída de presión. Este enunciado se conoce también como ***ley de Darcy.***

Para números de Reynolds elevados, superiores a aproximadamente 1000, el primer término del segundo miembro de la Ecuación (7.22) desaparece, ya que las fuerzas viscosas resultan despreciables y controlan las fuerzas inerciales. La Ecuación (7.20) se transforma entonces en

$$\frac{\Delta p}{\rho L} \frac{g_c}{\bar{V}_0^2} \frac{\Phi_s D_p \varepsilon^3}{1 - \mathrm{E}} = 1{,}75 \tag{7.24}$$

que es la llamada ***ecuación de Blake-Plummer.***

Para números de Reynolds comprendidos entre 1 y 1000 debe utilizarse la Ecuación (7.20).

Mezclas de partículas. La Ecuación (7.20) puede utilizarse para lechos formados por una mezcla de partículas de diferente tamaño empleando, en vez de D_p, el diámetro medio superficial $\bar{D}_s$ de la mezcla. Este diámetro medio puede calcularse a partir del número de partículas N_i en cada intervalo de tamaños o a partir de la fracción de masa x_i en cada intervalo de tamaños

$$\bar{D}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_i D_{pi}^3}{\sum_{i=1}^{n} N_i D_{pi}^2} \tag{7.25}$$

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{D_{pi}}} \tag{7.26}$$

Fluidos compresibles. Cuando la variación de la densidad del fluido es pequeña —y rara vez la caída de presión es suficientemente grande para que varíe la densidad en forma apreciable- se puede utilizar la Ecuación (7.20) para calcular los valores de $\bar{V}_0$ a la entrada y a la salida, y calcular la media aritmética de ambos.

MOVIMIENTO DE PARTICULAS A TRAVES DE FLUIDOS

En muchas etapas de los procesos de ingeniería, especialmente en separaciones mecánicas, interviene el movimiento de partículas sólidas o gotas líquidas a través de un fluido. El fluido puede ser un gas o un líquido, y puede estar en movimiento o en reposo. Son ejemplos la eliminación de polvos y humos del aire o de gases de combustión, la eliminación de sólidos contenidos en líquidos residuales para poder verterlos en los desagües públicos y la recuperación de nieblas ácidas a partir de los gases residuales procedentes de plantas industriales.

Mecánica del movimiento de partículas. El movimiento de una partícula a través de un fluido requiere una fuerza externa que actúe sobre la partícula. Esta fuerza puede provenir de la diferencia de densidad entre la partícula y el fluido, o puede ser el resultado de campos eléctricos o magnéticos. En esta sección solamente se considerarán fuerzas gravitacionales o centrífugas derivadas de diferencias de densidad.

Sobre una partícula que se mueve en el seno de un fluido actúan tres fuerzas; (1) la fuerza externa, gravitacional o centrífuga; (2) la fuerza de flotación, que es paralela a la fuerza externa pero de sentido contrario, y (3) la fuerza de rozamiento que aparece siempre que hay movimiento relativo entre la partícula y el fluido. La fuerza de rozamiento actúa en la dirección del movimiento pero en sentido contrario.

En el caso general, la dirección del movimiento de la partícula con relación al fluido puede no ser paralela a la dirección de las fuerzas externa y de flotación, y la fuerza de rozamiento puede formar un ángulo con las otras dos. En este caso, que recibe el nombre de ***movimiento bidimensional,*** es preciso descomponer el rozamiento en sus componentes, lo cual complica el tratamiento de la mecánica de la partícula. Se dispone de ecuaciones para el movimiento bidimensional [10], pero en este libro solamente se considerará el movimiento unidimensional en el que las líneas de acción de todas las fuerzas que actúa sobre la partícula son colineales.

Ecuaciones para el movimiento unidimensional de una partícula a través de un fluido. Consideremos una partícula de masa m que se mueve a través de un fluido bajo la acción de una fuerza externa F_e. Sea u la velocidad de la partícula con relación al fluido, F_b la fuerza de flotación sobre la partícula y F_D el rozamiento. Por tanto, la fuerza resultante que actúa sobre la partícula es $F_e - F_b - F_D$, la aceleración de la partícula es du/dt, y según la Ecuación (1.35), puesto que m es constante,

$$\frac{m}{g_c}\frac{du}{dt} = F_e - F_b - F_D \qquad (7.27)$$

La fuerza externa puede expresarse como el producto de la masa por la aceleración a_e de la partícula debida a esta fuerza, y

$$F_e = \frac{ma_e}{g_c} \tag{7.28}$$

Según el principio de Arquímedes, la fuerza de flotación es igual al producto de la masa de fluido desplazada por la aceleración debida a la fuerza externa. El volumen de la partícula es m/ρ_p, siendo ρ_p la densidad de la partícula, y las partículas desplazan este mismo volumen de fluido. La masa de fluido desplazado es $(m/\rho_p)\rho$, siendo ρ la densidad del fluido. Por tanto, la fuerza de flotación es

$$F_b = \frac{m\rho a_e}{\rho_p g_c} \tag{7.29}$$

Según la Ecuación (7.1), la fuerza de rozamiento es

$$F_D = \frac{C_D u_0^2 \rho A_p}{2g_c} \tag{7.30}$$

donde C_D = coeficiente de rozamiento, adimensional
A_p = área proyectada de la partícula, medida en un plano perpendicular a la dirección de movimiento de la partícula
$u_0 = u$

Sustituyendo las fuerzas de las Ecuaciones (7.28) a (7.30) en la Ecuación (7.27), se obtiene

$$\frac{du}{dt} = a_e - \frac{\rho a_e}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} = a_e \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} \tag{7.31}$$

Movimiento debido a la fuerza gravitacional. Si la fuerza externa es la de la gravedad, a_e es g, la aceleración de la gravedad, y la Ecuación (7.31) se transforma en

$$\frac{du}{dt} = g \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} \tag{7.32}$$

Movimiento en un campo centrifugo. Siempre que se varía la dirección del movimiento de una partícula, se origina una fuerza centrífuga. Según la física elemental, la aceleración producida por una fuerza centrífuga en el movimiento circular es igual a

$$a_e = r\omega^2 \tag{7.33}$$

siendo r = radio de giro de la partícula
ω = velocidad angular, rad/s

Sustituyendo en la Ecuación (7.31) se obtiene

$$\frac{du}{dt} = r\omega^2 \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} - \frac{C_D u^2 \rho A_p}{2m} \qquad (7.34)$$

En esta ecuación u es la velocidad de la partícula con relación al fluido y está dirigida hacia fuera, a lo largo del radio.

Velocidad límite. En la sedimentación por gravedad, g es constante. Por otra parte el frotamiento aumenta siempre con la velocidad. La Ecuación (7.32) indica que la aceleración disminuye con el tiempo y tiende a cero. La partícula alcanza rápidamente, por tanto, una velocidad constante, que es la máxima alcanzable en estas condiciones y que se denomina velocidad límite. Para la sedimentación por gravedad, se halla la ecuación de la velocidad límite u_t haciendo $du/dt = 0$. Se tiene entonces, de la Ecuación (7.32)

$$u_t = \sqrt{\frac{2g(\rho_p - \rho)m}{A_p \rho_p C_D \rho}} \qquad (7.35)$$

En el movimiento debido a una fuerza centrífuga, la velocidad depende del radio y la aceleración no es constante, si la partícula se mueve con respecto al fluido. Sin embargo, en muchos casos prácticos en los que se emplea la fuerza centrífuga, du/dt es pequeño en comparación con los otros términos de la Ecuación (7.34) y si du/dt se desprecia, puede definirse, para un radio determinado, una «velocidad límite» mediante la ecuación

$$u_t = \omega \sqrt{\frac{2rm(\rho_p - \rho)m}{A_p \rho_p C_D \rho}} \qquad (7.36)$$

Coeficiente de rozamiento. Para el uso cuantitativo de las Ecuaciones (7.31) a (7.36) es necesario disponer de valores numéricos del coeficiente de rozamiento C_D. La Figura 7.3, que muestra el coeficiente de rozamiento como una función del número de Reynolds, corresponde a esta relación. En la Figura 7.6 se reproduce una parte de la curva de C_D vs. N_{Re} para esferas. Sin embargo, la curva de la Figura 7.6 solamente es aplicable en condiciones restringidas. La partícula ha de ser una esfera sólida, estar lejos de otras partículas y de las paredes del recipiente, de forma que no se distorsione el modelo de flujo alrededor de la partícula, y además la partícula ha de moverse con su velocidad límite con respecto al fluido. Los coeficientes de rozamiento para partículas que aceleran son considerablemente mayores que los que se muestran en la Figura 7.6, de tal forma que una partícula que se deja caer en un fluido tarda más en alcanzar la velocidad límite que lo que predicen los valores de C_D para estado estacionario[6]. Por otra parte, cuando se inyectan partículas en una corriente que se mueve rápidamente, las partículas aceleran menos de lo que cabría esperar, y los coeficientes de rozamiento son en este caso menores que los normales. Sin embargo, para la mayor

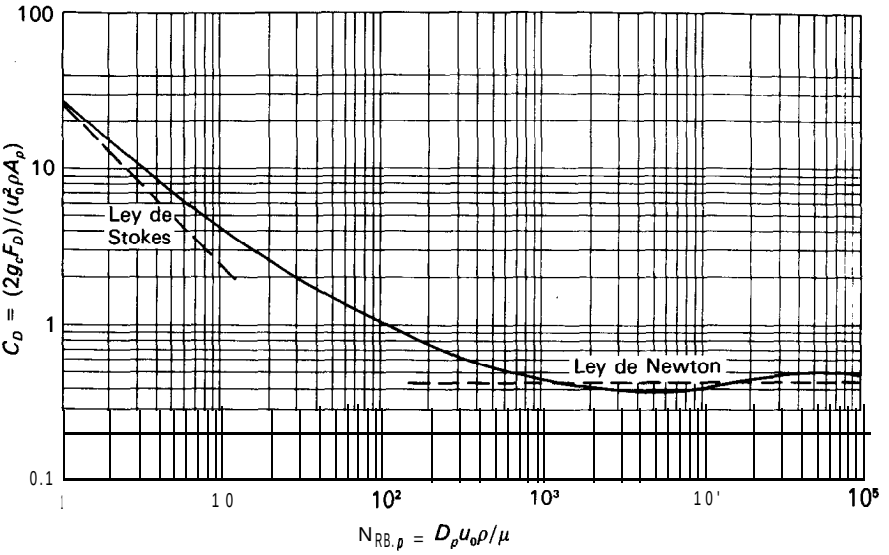


Figura 7.6. Coeficientes de rozamiento para esferas.

parte de los procesos en los que intervienen pequeñas partículas o gotas, el tiempo de aceleración hasta la velocidad límite es muy pequeño y con frecuencia se ignora en el análisis del proceso*.

Las variaciones en la forma de la partícula pueden tenerse en cuenta obteniendo curvas separadas de C_D vs. $N_{Re,p}$ para cada forma, tal como se muestra en la Figura 7.3 para cilindros y discos. Sin embargo, tal como se ha indicado anteriormente, las curvas para cilindros y discos de la Figura 7.3 solamente son aplicables para una orientación especificada de la partícula. En el movimiento libre de partículas no esféricas a través de un fluido la orientación está cambiando constantemente. Este cambio consume energía, dando lugar a un aumento del rozamiento efectivo sobre la partícula, y C_D es mayor que para el movimiento del fluido sobre una partícula estacionaria. Como consecuencia, la velocidad límite, especialmente con discos y partículas de forma parecida, es menor que la que se predeciría a partir de las curvas para una orientación determinada.

En el tratamiento que sigue se supondrá que las partículas son esféricas, si bien una vez que se conocen los coeficientes de rozamiento para el movimiento libre de las partículas son aplicables los mismos principios a cualquier otra forma[3, 17].

Cuando la partícula está a suficiente distancia de los límites del recipiente y de otras partículas, de forma que no afectan a su caída, el proceso recibe el nombre de ***sedimentación libre.*** Si el movimiento de las partículas está impedido por otras partículas, lo que ocurrirá cuando las partículas estén próximas entre sí aun cuando no lleguen a tocarse, el proceso recibe el nombre de ***sedimentación impedida.*** El coeficiente de rozamiento en la sedimentación impedida es mayor que en la sedimentación libre.

Si las partículas son muy pequeñas aparece el movimiento browniano, que es un movimiento al azar debido a las colisiones de la partícula con las moléculas de fluido que la rodean. Este efecto se hace apreciable para tamaños de partícula del orden de 2 a 3 μm y predomina sobre la fuerza de gravedad para tamaño de la partícula de 0,1 μm o inferior. El movimiento al azar de la partícula tiende a suprimir el efecto de la fuerza de la gravedad de forma que no se produce la sedimentación. La aplicación de una fuerza centrífuga reduce el efecto relativo del movimiento browniano.

Movimiento de partículas esféricas. Si las partículas son esferas de diámetro D_p,

$$m = \frac{\pi D_p^3 \rho_p}{6} \tag{7.37}$$

Y

$$A_p = \frac{\pi D_p^2}{4} \tag{7.38}$$

Sustituyendo m y A_p de las Ecuaciones (7.37) y (7.38) en la Ecuación (7.35) se obtiene la ecuación para la sedimentación por gravedad de esferas

$$u_t = \sqrt{\frac{4g(\rho_p \quad \rho)D_p}{3C_D\rho}} \tag{7.39}$$

En el caso general, la velocidad límite se puede obtener por tanteo estimando $N_{\mathrm{Re},\,p}$ para obtener un valor estimativo inicial de C_D. Para los casos límites de números de Reynolds muy elevados se pueden utilizar ecuaciones para obtener directamente u_t.

Para bajos números de Reynolds, el coeficiente de rozamiento varía de forma inversamente proporcional con $N_{\mathrm{Re},\,p}$ y las ecuaciones para C_D, F_D y u_t son

$$C_D = \frac{24}{N_{\mathrm{Re},\,p}} \tag{7.40}$$

$$F_D = \frac{3\pi\mu u_t D_p}{g_c} \tag{7.41}$$

$$u_t = \frac{gD_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu} \tag{7.42}$$

La Ecuación (7.42) se conoce como ley de Stokes y es aplicable para números de Reynolds de la partícula inferiores a 1,0. Para $M_{\mathrm{Re},\,p} = 1{,}0$, $C_D = 26{,}5$ en vez de 24,0 según la Ecuación (7.40) y, puesto que la velocidad límite depende de la raíz cuadrada del coeficiente de rozamiento, la ley de Stokes comete un error del 5 por 100 en este punto. La Ecuación (7.42) puede modificarse para predecir

la velocidad de una pequeña esfera en un campo centrífugo sustituyendo g por $r\omega^2$.

Para $1000 < N_{Re,p} < 200\,000$ el coeficiente de rozamiento es aproximadamente constante y las ecuaciones son

$$C_D = 0{,}44 \tag{7.43}$$

$$F_D = \frac{0{,}055\pi D_p^2 u_t^2 \rho}{g_c} \tag{7.44}$$

$$u_t = 1{,}75\sqrt{\frac{gD_p(\rho_p \quad \rho)}{P}} \tag{7.45}$$

La Ecuación (7.45) es la ley de Newton y se aplica solamente para partículas relativamente grandes que caen en gases o fluidos de baja viscosidad.

Criterios para el régimen de sedimentación. Para identificar el intervalo en el que está comprendido el movimiento de la partícula, se elimina el término de velocidad del número de Reynolds sustituyendo u_t de la Ecuación (7.42) para obtener, en el intervalo de la ley de Stokes

$$N_{Re,p} = \frac{D_p u_t \rho}{\mu} = \frac{D_p^3 g\rho(\rho_p - \rho)}{18\mu^2} \tag{7.46}$$

Para aplicar la ley de Stokes, $N_{Re,p}$ ha de ser menor que 1,0. Con el fin de obtener un criterio conveniente K,

$$K = D_p\left[\frac{g\rho(\rho_p - \rho)}{\mu^2}\right]^{1/3} \tag{7.47}$$

Por tanto, a partir de la Ecuación (7.46), $N_{Re,p} = K^3/18$. Tomando $N_{Re,p}$ igual a 1,0 y resolviendo se obtiene $K = 18^{1/3} = 2{,}6$. Si se conoce el tamaño de la partícula se puede calcular K a partir de la Ecuación (7.47). Si el valor así calculado de K es menor que 2,6 es aplicable la ley de Stokes.

La sustitución de u_t de la Ecuación (7.45) indica que para el intervalo de la ley de Newton $N_{Re,p} = ,1{\cdot}75K^{1,5}$. Tomando esto igual a 1000 y despejando se obtiene $K = 68{,}9$. Por tanto, si K es mayor que 68,9 pero menor que 2360 se aplica la ley de Newton. Cuando K es mayor que 2360 el coeficiente de rozamiento puede cambiar bruscamente para pequeñas variaciones de la velocidad de flujo. Para estas condiciones, así como en el intervalo comprendido entre la ley de Stokes y la ley de Newton $(2{,}6 < K < 68{,}9)$, la velocidad límite se calcula a partir de la Ecuación (7.39) utilizando un valor de C_D obtenido por tanteo en la Figura 7.6.

Ejemplo 7.1. (n) Estímese la velocidad límite para partículas de caliza de 80 a 100 mallas (ρ_p = 2800 kg/m³) que sedimentan en agua a 30 °C. (b) ¿Cuál sería la velocidad en un separador centrifugo en el que la aceleración fuese 50*g*?

SOLUCIÓN

(*a*) A partir del Apéndice 20

$$D_p \text{ para 100 mallas} = 0{,}147 \text{ mm}$$

$$D_p \text{ para 80 mallas} = 0{,}175 \text{ mm}$$

$$\text{Diámetro medio } D_p = 0{,}161 \text{ mm}$$

A partir del Apéndice 14, μ = 0,801 cP; ρ = 62,16 lb/pie³ o 995,7 kg/m³. Para encontrar la ley de sedimentación que es aplicable se calcula el criterio K [Ec. (7.47)]:

$$K = 0{,}161 \times 10^{-3}\left[\frac{9{,}80665 \times 995{,}7(2800 - 995{,}7)}{(0{,}801 \times 10^{-3})^2}\right]^{1/3}$$

$$= 4{,}86$$

que es ligeramente superior al intervalo de la ley de Stokes. Suponiendo $N_{Re,\ p}$ = 5, a partir de la Figura 7.6, Cr, = 7,2, y a partir de la Ecuación (7.39)

$$u_t = \left[\frac{4 \times 9{,}80665(2800 - 995{,}7)0{,}161 \times 10^{-3}}{3 \times 7{,}2 \times 995{,}7}\right]^{1/2}$$

$$= 0{,}0231 \text{ m/s}$$

Comprobación:

$$N_{Re,\ p} = \frac{0{,}161 \times 10^{-3} \times 0{,}0231 \times 995{,}7}{0{,}801 \times 10^{-3}} = 4{,}62$$

que concuerda satisfactoriamente.

(b) Utilizando a_e = 50g en vez de g en la Ecuación (7.47), y puesto que sólo cambia la aceleración, $K = 4{,}86 \times 50^{1/3} = 17{,}91$, que todavia está comprendido en el intervalo de sedimentación intermedia. Estimando $N_{Re,\ p}$ = 90, a partir de la Figura 7.6, C_D = 1,15 y

$$u_t = \left[\frac{4 \times 9{,}80665 \times 50(2800 - 995{,}7)0{,}161 \times 10^{-3}}{3 \times 1{,}15 \times 995{,}7}\right]^{1/2}$$

$$= 0{,}41 \text{ m/s}$$

Comprobación:

$$N_{Re,\ p} = \frac{0{,}161 \times 10^{-3} \times 0{,}410 \times 995{,}7}{0{,}801 \times 10^{-3}} = 82\,1$$

Este resultado concuerda suficientemente bien con el valor supuesto de 90, habida cuenta de la incertidumbre en el efecto de la forma de la partícula. Para este número

de Reynolds C_D es un 20 por 100 mayor para partículas irregulares que para esferas, y $C_D = 1{,}20 \times 1{,}15 = 1{,}38$. El valor estimado de u_t es por tanto 0,410 x $(1{,}15/1{,}38)^{1/2} =$ = 0,37 m/s.

Sedimentación impedida. En la sedimentación impedida los gradientes de velocidad alrededor de cada partícula están afectados por la presencia de las partículas más próximas de forma que no son aplicables las correlaciones del rozamiento normal. Por otra parte, las partículas al sedimentar desplazan líquido, que fluye hacia arriba y da lugar a que la velocidad de la partícula con relación al fluido sea mayor que la velocidad absoluta de sedimentación. Para una suspensión uniforme, la velocidad de sedimentación u_s puede estimarse a partir de la velocidad límite para una partícula aislada utilizando la ecuación empírica de Maude y Whitmore [14]:

$$u_s = u_t(\varepsilon) \tag{7.48}$$

Tabla 7.1. Exponente de la Ecuación (7.48)

$N_{Re,\ p} = D_p u' \rho / \mu$	n
0,1	4,6
1	4,3
10	3,7
10^2	3,0
10^3	2,5

El exponente n varía desde aproximadamente 4,6 en el intervalo de la ley de Stokes hasta 2,5 en la región de la ley de Newton, tal como muestra la Tabla 7.1. Para partículas muy pequeñas la relación u_s/u_t es 0,62 para $\varepsilon = 0{,}9$ y 0,095 para $\varepsilon = 0{,}6$. Para partículas grandes las correspondientes relaciones son $u_s/u_t = 0{,}77$ y 0,28; el efecto de la sedimentación impedida no es tan pronunciado debido a que el espesor de la capa límite es una pequeña fracción del tamaño de la partícula. En todo caso la Ecuación (7.48) deberá utilizarse con precaución puesto que la velocidad de sedimentación depende también de la forma de la partícula y de la distribución de tamaños. Para el diseño riguroso de una cámara de sedimentación es preciso disponer de datos experimentales.

Si partículas de un determinado tamaño sedimentan a través de una suspensión de sólidos mucho más finos, la velocidad límite de las partículas más grandes deberá calcularse utilizando la densidad y la viscosidad de la suspensión. La Ecuación (7.48) puede utilizarse entonces para estimar la velocidad de sedimentación tomando ε como la fracción en volumen de la suspensión fina y no la fracción total de huecos. Se utilizan suspensiones muy finas de arena en agua para separar carbón de minerales pesados, y la densidad de la suspensión se ajusta hasta un valor ligeramente superior a la del carbón con el fin de que las partículas de carbón asciendan hacia la superficie mientras que las del mineral caigan al fondo.

La viscosidad de una suspensión también se ve afectada por la presencia de la fase dispersa. Para suspensiones de partículas sólidas que fluyen libremente, la viscosidad efectiva μ_s puede estimarse a partir de la relación [16a]

$$\frac{\mu_s}{\mu} = \frac{1 + 0{,}5(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^4} \tag{7.49}$$

La Ecuación (7.49) solamente es aplicable cuando $\varepsilon > 0{,}6$ y es más exacta cuando $\varepsilon > 0{,}9$.

Ejemplo 7.2. Se decantan partículas de esfalerita (densidad relativa = 4,00) por gravedad en tetracloruro de carbono (CCl_4) a 20 °C (densidad relativa = 1,594). El diámetro de las partículas de esfalerita es 0,004 in. (0,10 mm). La fracción en volumen de esfalerita en CCl_4 es 0,20. ¿Cuál será la velocidad de sedimentación de la esfalerita?

SOLUCIÓN

La diferencia de densidades relativas entre las partículas y el líquido es 4,00 − 1,594 = = 2,406. La diferencia de densidades $\rho_p - \rho$ es 62,37 x 2,406 = 150,06 lb/pie^3. La densidad del CCl_4 es 62,37 x 1,594 = 99,42 lb/pies^3. La viscosidad del CCl_4 a 20 "C, a partir del Apéndice 10, es 1,03 cP. Según la Ecuación (7.47) el criterio K es

$$K = \frac{0{,}004}{12}\left[\frac{32{,}174 \times 99{,}42 \times 150{,}06}{(1{,}03 \times 6{,}72 \times 10^{-4})^2}\right]^{1/3} = 3\,35$$

La sedimentación casi transcurre en el intervalo de la ley de Stokes. La velocidad límite de sedimentación libre de una partícula de esfalerita, según la Ecuación (7.42) será

$$u_t = \frac{32{,}174 \times (0{,}004/12)^2 \times 150{,}06}{18 \times 1{,}03 \times 6{,}72 \times 10^{-4}}$$

$$= 0{,}043 \text{ pies/s}$$

La velocidad límite de sedimentación impedida se obtiene a partir de la Ecuación (7.48). El número de Reynolds de la partícula es

$$N_{Re,p} = \frac{0{,}004}{12} \times \frac{0{,}043}{1{,}03} \times \frac{62{,}37}{6{,}72 \times 10^{-4}} \times \frac{1{,}594}{} = 2{,}06$$

Interpolando en la Tabla 7.1 se obtiene $n = 4{,}05$. A partir de la Ecuación (7.48), $u_s = 0{,}043 \times 0{,}8^{4{,}05} = 0{,}017$ pies/s (5,18 mm/s).

Sedimentación y ascenso de gotas y burbujas. Contrariamente a lo que ocurre con partículas sólidas, las gotas de un líquido disperso o las burbujas de un gas pueden cambiar de forma a medida que se mueven en una fase continua. El rozamiento de forma tiende a aplanar las gotas, pero la tensión superficial se opone a este efecto. Debido a su gran energía superficial por unidad de volumen, las gotas o burbujas menores que aproximadamente 0,5 mm son casi esféricas y

tienen coeficientes de rozamiento y velocidades límite aproximadamente iguales que las esferas sólidas. El coeficiente no es exactamente el mismo debido a que la fricción de superficie tiende a desarrollar modelos de circulación en el interior de la gota que cae, y el movimiento de la interfase gas-líquido da lugar a que el rozamiento total sea algo menor que en el caso de una esfera rígida. Sin embargo, las impurezas que se concentran en la interfase inhiben el movimiento de ésta, de forma que solamente en sistemas muy puros se encuentran coeficientes de rozamiento menores.

Las gotas de uno a unos pocos milímetros de diámetro están algo aplastadas en la dirección de flujo y caen más lentamente que una esfera del mismo volumen. (La forma familiar de las lágrimas de los caricaturistas es totalmente imaginaria.) Al aumentar más el tamaño, las gotas se transforman en elipsoides aplastados o adquieren formas achatadas. El coeficiente de rozamiento aumenta con el número de Reynolds y la velocidad límite puede pasar por un máximo al aumentar el tamaño de la gota, tal como muestra la Figura 7.7. Los datos de la Figura 7.7 son para burbujas de aire que se mueven con relación a agua que circula con flujo turbulento, y las velocidades relativas son ligeramente superiores que las correspondientes para el líquido en reposo. Sin embargo, los resultados publicados para burbujas de aire en agua no concuerdan bien entre sí, debido probablemente a diferencias en la pureza del agua, a los efectos de pared y a las técnicas de

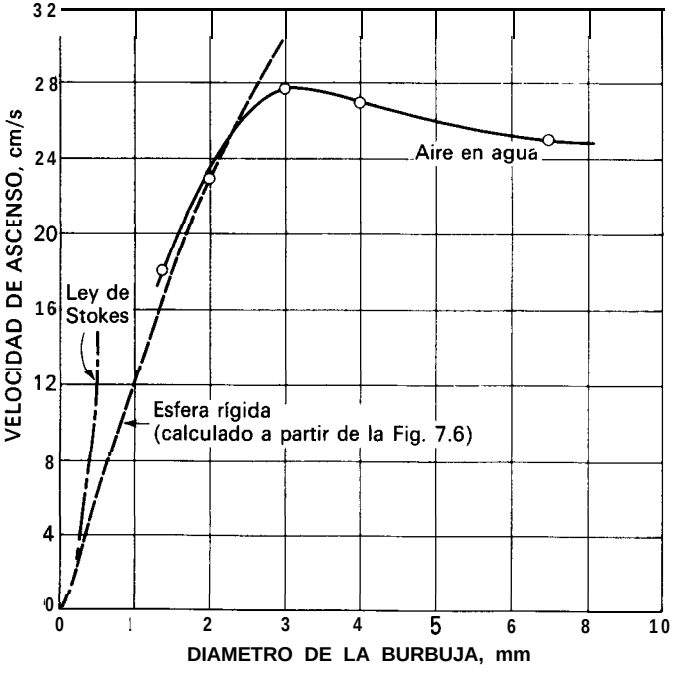


Figura 7.7. Velocidad de ascenso de burbujas de aire en agua a 70 °F. *[Con autorización de J. L. L. Baker, y B. T. Chao, AIChE, J.,* **11**:268 (1965).]

medida utilizadas. Una corriente de burbujas formadas en rápida sucesión en una boquilla central ascienden más rápidamente que una sola burbuja debido a que las burbujas provocan un flujo ascendente del líquido en la región central. Un efecto semejante se encuentra para burbujas formadas en un electrodo vertical de una celda de electrólisis. Una multitud de burbujas uniformemente distribuidas sobre la sección transversal del aparato ascienden en general más lentamente que burbujas aisladas, debido al efecto de la sedimentación impedida. En algunos casos se han encontrado velocidades más altas para un conjunto de burbujas en una pequeña columna, pero esto puede haberse debido a la presencia ocasional de grandes burbujas o masas de gas que ascienden por el centro[5]. En Tavlarides *et* al. [19] puede encontrarse más información sobre fenómenos de burbujas y gotas.

FLUIDIZACION

Cuando un líquido o un gas pasan a muy baja velocidad a través de un lecho de partículas sólidas, las partículas no se mueven y la caída de presión viene dada por la ecuación de Ergun (7.20). Si la velocidad del fluido se aumenta progresivamente, aumenta la caída de presión y el rozamiento sobre las partículas individuales y, eventualmente, las partículas comienzan a moverse y quedan suspendidas en el fluido. Las expresiones «fluidización» y «lecho fluidizado» se utilizan para describir la condición de las partículas completamente suspendidas, toda vez que la suspensión se comporta como un fluido denso. Si el lecho está inclinado la superficie superior permanece horizontal y los objetos grandes flotarán o descenderán en el lecho, dependiendo de su densidad relativa a la de la suspensión. Los sólidos fluidizados pueden descargarse del lecho a través de tuberías y válvulas como un líquido, y esta fluidez es la principal ventaja del uso de la fluidización para el tratamiento de sólidos.

Condiciones para la fluidización. Consideremos un tubo vertical parcialmente lleno con un tino material granular tal como un catalizador de craqueo como el que se muestra en la Figura 7.8. El tubo está abierto por la parte superior y tiene una placa porosa en el fondo para soportar el lecho de catalizador y para distribuir uniformemente el flujo en toda la sección transversal. El aire entra por debajo de la placa distribuidora con una baja velocidad de flujo y asciende a través del lecho sin dar lugar a ningún movimiento de las partículas. Si las partículas son muy pequeñas el flujo en los canalillos existentes entre ellas será laminar y la caída de presión a través del lecho será proporcional a la velocidad superficial $\bar{V}_0$ [Ec. (7.23)]. A medida que aumenta gradualmente la velocidad, aumenta la caída de presión, pero las partículas no se mueven y la altura del lecho permanece invariable. Para una cierta velocidad, la caída de presión a través del lecho equilibra la fuerza de gravedad sobre las partículas, o peso del lecho, y un posterior aumento de la velocidad provoca el movimiento de las partículas. Esto corresponde al punto *A* del gráfico. A veces el lecho se expansiona ligeramente manteniendo las partículas todavía en contacto, debido a que un ligero aumento de ε puede contrarrestar el incremento de $\bar{V}_0$ en algunas unidades

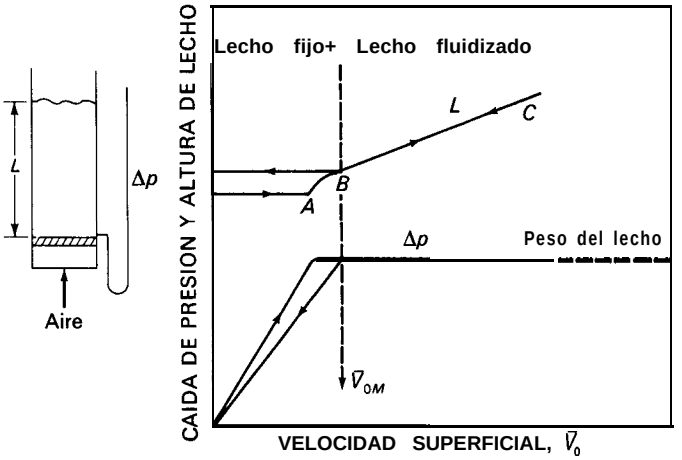


Figura 7.8. Caída de presión y altura de lecho frente a velocidad superficial para un lecho de sólidos.

por ciento y mantener Δp constante. Al aumentar más la velocidad, las partículas están suficientemente separadas entre sí como para moverse en el lecho y comienza la verdadera fluidización (punto B).

Una vez que el lecho está fluidizado, la caída de presión a través del lecho permanece constante pero la altura del lecho continúa aumentando al aumentar el flujo. El lecho puede operar con grandes velocidades y con muy poca o ninguna pérdida de sólidos, toda vez que la velocidad superficial que se requiere para soportar el lecho de partículas es mucho menor que la velocidad límite para las partículas individuales, según se verá más adelante.

Si se reduce gradualmente la velocidad de flujo en el lecho fluidizado, la caída de presión permanece constante y la altura de lecho disminuye siguiendo la línea ***BC*** que se observaba al aumentar las velocidades. Sin embargo, la altura final del lecho puede ser mayor que la inicial para el lecho fijo, debido a que los sólidos vertidos en un lecho tienden a empaquetarse mejor que los sólidos que sedimentan lentamente a partir de un estado fluidizado. La caída de presión para bajas velocidades es menor que en el lecho fijo original. Arrancando de nuevo, la caída de presión contrarresta el peso del lecho en un punto ***B,*** y este punto en vez del ***A*** deberá considerarse como el correspondiente a la velocidad mínima de fluidización, $\bar{V}_{0M}$. Para determinar $\bar{V}_{0M}$ deberá fluidizarse vigorosamente el lecho, dejarlo sedimentar disminuyendo el flujo de gas y aumentar después gradualmente el flujo hasta que el lecho comienza a expansionarse. A veces pueden obtenerse valores más reproducibles de $\bar{V}_{0M}$ a partir de la intersección de las líneas de caída de presión en el lecho fijo y en el lecho fluidizado.

Velocidad mínima de fluidización. Se puede obtener una ecuación para la velocidad mínima de fluidización tomando la caída de presión a través del lecho igual al peso del lecho por unidad de área de la sección transversal, teniendo en cuenta la fuerza de flotación del fluido desplazado:

$$\Delta p = \frac{g}{g_c}(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho)L \tag{7.50}$$

Para la fluidización incipiente ε es la porosidad mínima ε_M. (Si a su vez las partículas son porosas, ε es la fracción externa de huecos del lecho.) Por tanto

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{g}{g_c}(1 - \varepsilon_M)(\rho_p - \rho) \tag{7.51}$$

Puede reordenarse la ecuación de Ergun para la caída de presión en lechos de relleno [Ec. (7.20)] con el fin de obtener

$$\frac{\Delta p\, g_c}{L} = \frac{150\mu \bar{V}_0 (1 - \varepsilon)^2}{\Phi_s^2 D_p^2 \varepsilon^3} + \frac{1{,}75\rho \bar{V}_0^2 (1 - \varepsilon)}{\Phi_s D_p \varepsilon^3} \tag{7.52}$$

Aplicando la Ecuación (7.52) al punto de fluidización incipiente se obtiene una ecuación cuadrática para la velocidad de fluidización mínima $\bar{V}_{0M}$:

$$\frac{150\mu \bar{V}_{0M}(1 - \varepsilon_M)}{\Phi_s^2 D_p^2 \varepsilon_M^3} + \frac{1{,}75\rho \bar{V}_{0M}^2}{\Phi_s D_p}\frac{1}{\varepsilon_M^3} = g(\rho_p - \rho) \tag{7.53}$$

Para partículas muy pequeñas sólo es importante el término de flujo laminar en la ecuación de Ergun. Para $N_{\mathrm{Re},p} < 1$, la ecuación de la velocidad mínima de fluidización se transforma en

$$\bar{V}_{0M} \approx \frac{g(\rho_p - \rho)}{150\mu}\frac{\varepsilon_M^3}{1 - \varepsilon_M}\Phi_s^2 D_p^2 \tag{7.54}$$

Muchas ecuaciones empíricas establecen que $\bar{V}_{0M}$ varía con una potencia algo inferior a 2,0 del diámetro de la partícula y es inversamente proporcional a la viscosidad. Se producen ligeras desviaciones con respecto a los valores previstos para los exponentes debido a que se comete algún error al despreciar el segundo término de la ecuación de Ergun y a que la fracción de huecos ε_M puede cambiar con el tamaño de partícula. Para partículas aproximadamente esféricas, ε_M está generalmente comprendida entre 0,40 y 0,45, aumentando ligeramente al disminuir el diámetro de la partícula. Para sólidos irregulares la incertidumbre de ε_M es probablemente el principal error en la predicción de $\bar{V}_{0M}$ a partir de la Ecuación (7.53) 0 (7.54).

Las velocidades mínimas de fluidización para partículas en aire, calculadas a partir de la Ecuación (7.53), se muestran en la Figura 7.9. Obsérvese que la variación con D_p^2 permanece hasta un tamaño de partículas del orden de 300 μm. En muchas aplicaciones industriales el tamaño de las partículas está comprendido en el intervalo de 30 a 300 μm. Sin embargo, también se utiliza la fluidización para partículas mayores que 1 mm, tal como ocurre en la combustión fluidizada de carbón. En el caso límite de tamaños muy grandes, el termino de flujo laminar

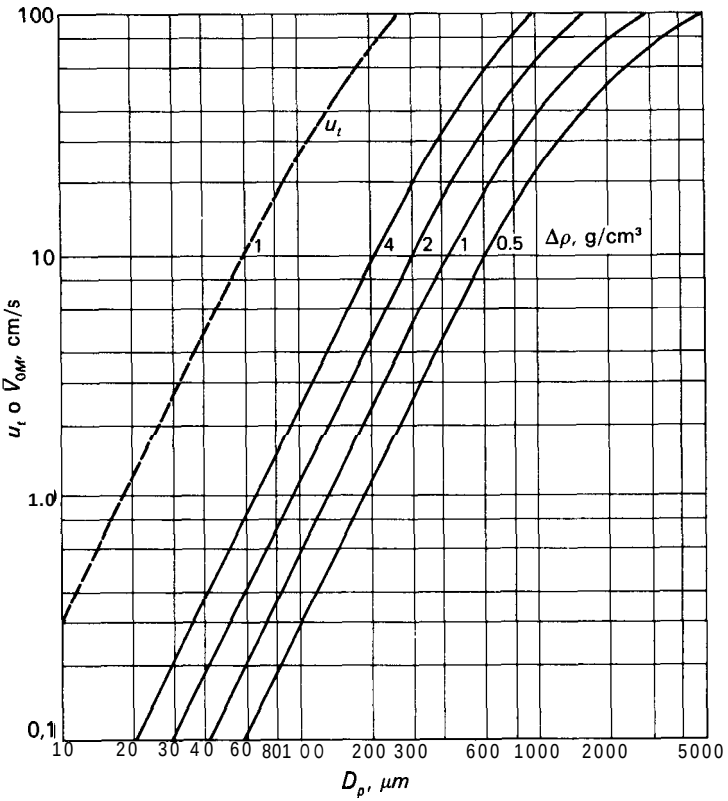


Figura 7.9. Velocidad mínima de fluidización y velocidad limite con aire a 20 °C y 1 atm (ε_M = 0,50, Φ_s = 0,8).

se hace despreciable y $\bar{V}_{0M}$ varía con la raíz cuadrada del tamaño de la partícula. La ecuación, para $N_{Re,p} > 10^3$, es

$$\bar{V}_{0M} \approx \left[\frac{\Phi_s D_p g(\rho_p - \rho)\varepsilon_M^3}{1{,}75\rho}\right]^{1/2} \tag{7.55}$$

La velocidad límite para partículas individuales que sedimentan en aire se muestra también en la Figura 7.9. Para bajos números de Reynolds, u_t y $\bar{V}_{0M}$ varían ambos con D_p^2, $(\rho_p - \rho)$ y $1/\mu$, de forma que la relación $u_t/\bar{V}_{0M}$ depende principalmente de la fracción de huecos para la fluidización mínima. A partir de las Ecuaciones (7.42) y (7.54)

$$\frac{u_t}{\bar{V}_{0M}} = \frac{gD_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu} \frac{150\mu}{g(\rho_p - \rho)\Phi_s^2 D_p^2} \frac{1 - \varepsilon_M}{\varepsilon_M^3}$$

$$\approx \frac{8{,}33(1 - \varepsilon_M)}{\Phi_s^2 \varepsilon_M^3} \tag{7.56}$$

Para esferas, con $\varepsilon_M \approx 0{,}45$, la velocidad límite es 50 veces la velocidad mínima de fluidización, de forma que un lecho que fluidiza a 10 mm/s probablemente podría operar con velocidades hasta 400 mm/s arrastrando pocas partículas en el gas que sale del lecho. Para una amplia distribución de tamaños medios de partículas habrá un mayor arrastre de partículas tinas que de las de tamaño medio, pero la mayor pate de los finos se pueden recuperar mediante filtros o ciclones y devolverse al lecho. Algunos lechos fluidizados se operan con velocidades de 100 veces $\bar{V}_{0M}$, con un gran arrastre pero con una recuperación casi completa de las partículas arrastradas.

Para partículas no esféricas Φ_s es menor que 1 y la Ecuación (7.56) parece indicar que existe un mayor intervalo de fluidización sin arrastre. Sin embargo, el valor de ε_M es generalmente mayor para partículas irregulares que para esferas, y para $\Phi_s = 0{,}8$ y $\varepsilon_M = 0{,}5$, la relación $u_t/\bar{V}_{0M}$ es 52, o sea del mismo orden que la estimada para esferas.

Para partículas grandes la velocidad límite viene dada por la ley de Newton [Ec. (7.45)], y puede compararse con $\bar{V}_{0M}$ de la Ecuación (7.55). En el caso de esferas, con $N_{\mathrm{Re},p}$ mayor que 10^3,

$$\frac{u_t}{\bar{V}_{0M}} = 1{,}75\left[\frac{gD_p(\rho_p - \rho)}{\rho}\right]^{1/2}\left[\frac{1{,}75\rho}{gD_p(\rho_p - \rho)\varepsilon_M^3}\right]^{1/2} = \frac{2{,}32}{\varepsilon_M^{3/2}} \tag{7.57}$$

Para $\varepsilon_M = 0{,}45$, $u_t/\bar{V}_{0M} = 7{,}7$, que es una relación mucho menor que para partículas finas. Esto puede constituir una ligera desventaja en el uso de partículas gruesas en un lecho fluidizado, aunque el tamaño óptimo de partícula depende generalmente de otros factores tales como coste de molienda, velocidades de transferencia de calor y materia, y velocidad deseada del gas.

Tipos de fluidización. Las ecuaciones obtenidas para la velocidad mínima de fluidización son aplicables tanto a líquidos como a gases, pero por encima de $\bar{V}_{0M}$ la apariencia de los lechos fluidizados difiere bastante para líquidos o gases. Cuando se fluidiza arena con agua, las partículas se encuentran más separadas y su movimiento es más vigoroso a medida que aumenta la velocidad de fluidización, pero la densidad media del lecho a una velocidad dada es la misma en todas sus secciones. Esta se denomina «fluidización particulada» y se caracteriza por una expansión grande pero uniforme del lecho a velocidades elevadas.

Los lechos de sólidos fluidizados con aire presentan lo que se denomina fluidización agregativa o de burbujeo. A velocidades superficiales mucho mayores que $\bar{V}_{0M}$, la mayor parte del gas pasa a través del lecho en forma de burbujas o huecos que están casi exentos de sólidos, y solamente una pequeña fracción del gas fluye por los canales existentes entre las partículas. Las partículas se mueven erráticamente y están soportadas por el fluido, pero en el espacio entre las burbujas la fracción de huecos es aproximadamente la misma que en la fluidización incipiente. La naturaleza no uniforme del lecho fue inicialmente atribuida a

la agregación de las partículas, y se aplicó el término fluidización agregativa, pero no existe evidencia de que las partículas estén adheridas entre ellas, de forma que el término fluidización de burbujeo constituye una mejor descripción del fenómeno. Las burbujas que se forman se parecen mucho a burbujas de aire en agua o a las de un vapor en un líquido en ebullición, y a veces se aplica el término «lecho hirviente» a este tipo de fluidización. Los estudios que tienen en cuenta las velocidades de transmisión de calor, de transferencia de materia o de reacción química en un lecho de burbujeo, se citan a veces como «teoría de fluidización en dos fases», donde las burbujas son una de las fases y el lecho denso de partículas es la segunda fase.

El comportamiento de un lecho fluidizado de burbujeo depende gradualmente del número y tamaño de las burbujas del gas, que con frecuencia son difíciles de predecir. El tamaño medio de las burbujas depende de la naturaleza y distribución de tamaños de las partículas, del tipo de la placa distribuidora, de la velocidad superficial y del espesor del lecho. Las burbujas tienden a coalescer y crecer a medida que ascienden por el lecho fluidizado, y el tamaño máximo para burbujas estables puede ser desde unas pocas pulgadas hasta algunos metros de diámetro. Si se utiliza una columna de pequeño diámetro con un lecho profundo de sólidos, las burbujas pueden crecer hasta que ocupen toda la sección transversal. Las burbujas se desplazan entonces a través de la columna en forma de masas separadas de los sólidos. Este hecho recibe el nombre de «segregación» y generalmente es indeseable debido a las fluctuaciones de presión en el lecho, el aumento del arrastre y las dificultades que se presentan para el cambio de escala en unidades mayores.

La generalización de que los líquidos dan fluidización particulada de sólidos, mientras que los gases producen fluidización de burbujeo no es completamente válida. La diferencia de densidad es un parámetro importante, y los sólidos muy pesados pueden presentar fluidización de burbujeo con agua, mientras que los gases a presiones elevadas pueden producir fluidización particulada de sólidos linos. Por otra parte, los sólidos finos de moderada densidad, tales como catalizadores de craqueo, pueden presentar fluidización particulada para un intervalo limitado de velocidades y después fluidización de burbujeo a velocidades elevadas.

Expansión de lechos fluidizados. Con ambos tipos de fluidización, el lecho se expansiona a medida que aumenta la velocidad superficial y, puesto que la caída de presión permanece constante, la caída de presión por unidad de longitud disminuye al aumentar ε. Reordenando la Ecuación (7.50) se obtiene

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{g}{g_c}(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho) \qquad (7.58)$$

Fluidización particulada. En la fluidización particulada la expansión es uniforme, y la ecuación de **Ergun,** que es aplicable al lecho fijo, es de esperar que se siga cumpliendo de forma aproximada para el lecho ligeramente expansionado. Admi-

tiendo que el flujo entre las partículas es laminar, y utilizando el primer término de la Ecuación (7.52), se obtiene la siguiente ecuación para el lecho expansionado:

$$\frac{\varepsilon^3}{1 - \varepsilon} = \frac{150 \bar{V}_0 \mu}{g(\rho_p - \rho)\Phi_s^2 D_p^2} \qquad (7.59)$$

Obsérvese que esta ecuación es semejante a la Ecuación (7.54) para la velocidad de fluidización mínima, pero ahora $\bar{V}_0$ es la variable independiente y ε es la variable dependiente. La Ecuación (7.59) predice que $\varepsilon^3/(1 - \varepsilon)$ es proporcional a $\bar{V}_0$ para valores superiores a $\bar{V}_{0M}$. La altura del lecho expansionado puede obtenerse a partir de ε y los valores de L y ε para la fluidización incipiente utilizando la ecuación

$$L = L_M \frac{1 - \varepsilon_M}{1 - \varepsilon} \qquad (7.60)$$

En la Figura 7.10 se muestran datos de fluidización para pequeñas perlas de vidrio (510 μm) en agua[20]. El punto del primer dato es para $\varepsilon_M = 0{,}384$ y $\bar{V}_{0M} = 1{,}67$ mm/s, y la línea teórica es una recta que pasa por este punto y por el origen de coordenadas. La expansión real es ligeramente menor que la predicha para la mayor parte del intervalo, quizás debido a que las variaciones locales de

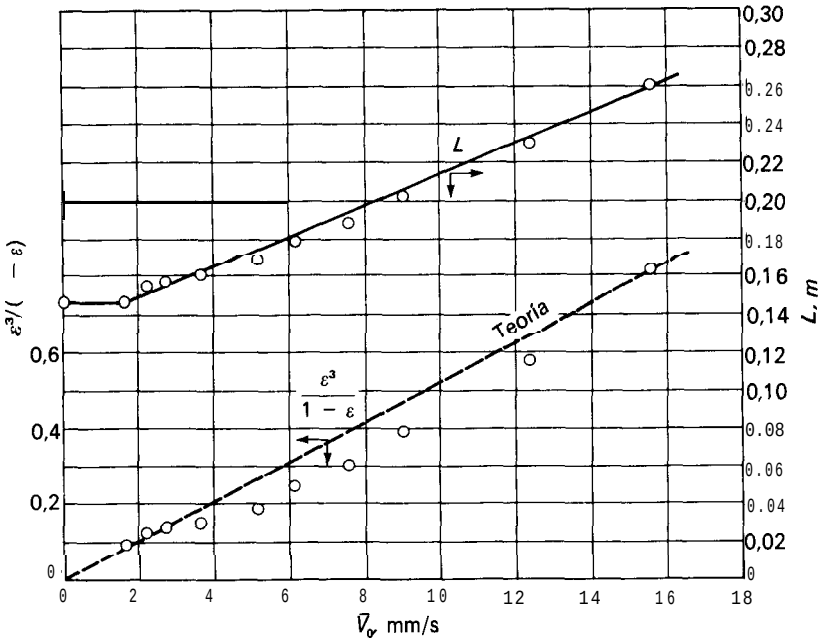


Figura 7.10. Expansión del lecho en la fluidización particulada. *[Con autorización de R. H. Wilhelm y M. Kwauk, Chem. Eng. Prog.,* 441201 (1948).]

la fracción de huecos provocan una disminución de la resistencia hidráulica. Obsérvese que la altura del lecho aumenta de una forma aproximadamente lineal con la velocidad y que la altura del lecho se duplica para aproximadamente $\bar{V}_0 = 10\bar{V}_{0M}$.

Para la fluidización particulada de partículas grandes en agua es de esperar que la expansión del lecho sea mayor que la correspondiente a la Ecuación (7.59) puesto que la caída de presión depende parcialmente de la energía cinética del fluido y se requiere un mayor aumento de ε para compensar un determinado porcentaje de incremento de $\bar{V}_0$. Los datos de expansión pueden correlacionarse mediante la ecuación empírica propuesta por Lewis, Gilliland y Bauer[12]:

$$\bar{V}_0 = \varepsilon^m \tag{7.61}$$

En la Figura 7.11 se representan datos para dos series de perlas de vidrio, y aun cuando los datos no se ajustan exactamente a la Ecuación (7.61), una línea recta resulta adecuada para estimaciones de ingeniería de la expansión del lecho. Los datos de numerosas investigaciones indican que las pendientes de tales representaciones gráficas varían desde aproximadamente 4,5 en la región laminar hasta 2,5 para elevados números de Reynolds, y en la Figura 7.12 se presenta una correlación propuesta por Leva[11] Para predecir la expansión del lecho, se estima m utilizando el número de Reynolds para la velocidad mínima de fluidización y se aplica la Ecuación (7.61), bien directamente o en forma de relación. Un método alternativo consiste en determinar $\bar{V}_{0M}$ y u_t, y trazar una línea recta en una gráfica como la de la Figura 7.11.

Ejemplo 7.3. Un lecho de partículas de intercambio de ion, de 8 pies de profundidad, ha de lavarse con flujo ascendente de agua con el fin de eliminar la suciedad. Las partículas tienen una densidad de 1,24 g/cm^3 y un tamaño medio de 1,1 mm. ¿Cuál es la velocidad mínima de fluidización si se utiliza agua a 20 °C, y qué velocidad se

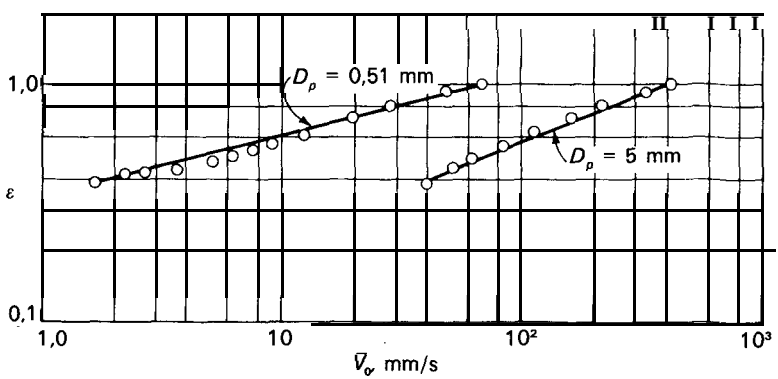


Figura 7.11. Variación de la porosidad con la velocidad del fluido en un lecho fluidizado. *[Tomado, con autorización, de R. H. Wilhelm y M. Kwauk, Chem. Eng. Prog.,* **44**:201 (1948).]

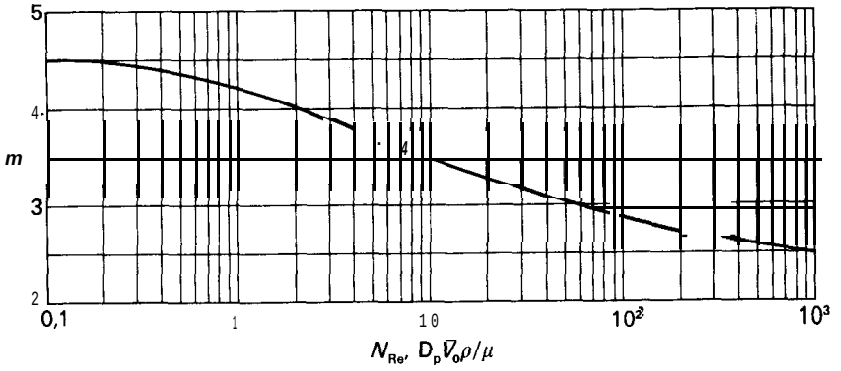


Figura 7.12. Exponente de la correlación para la expansión del lecho [Ec. (7.61)]. (Toma-*da, con autorización, de M. Leva, «Fluidization», p. 89, Copyright, 1959, McGraw-Hill Book Company.)*

requiere para expansionar el lecho un 25 por 100? Se supone que las partículas son esféricas ($\Phi_s = 1$) y ε_M se toma como 0,40.

SOLUCIÓN

Las magnitudes que se necesitan son

$$\mu = 0{,}01 \text{ P (equilibrio)}$$
$$\text{Ap} = 0{,}24 \text{ g/cm}^3$$

A partir de la Ecuación (7.53)

$$\frac{150(0{,}01)\,\bar{V}_{0M}\,0{,}6}{(0{,}11)^2\quad 0{,}4^3} + \frac{1{,}75(1{,}0)(\bar{V}_{0M})^2}{0{,}11}\,\frac{1}{0{,}4^3} = 980(0{,}24)$$
$$1162\bar{V}_{0M} + 248{,}6\bar{V}_{0M}^2 = 235{,}2$$

A partir de la fórmula cuadrática, $\bar{V}_{0M} = 1{,}94$ mm/s. Para este valor de $\bar{V}_{0M}$,

$$\mathrm{N_{Re,\,p}} = \frac{0{,}11(0{,}194)(1{,}24)}{0.01} = 2\,65$$

A partir de la Figura 7.12, m $\approx 3{,}9$. Según la Ecuación (7.61),

$$\frac{\varepsilon}{0\varepsilon_M}^{3{,}9} = \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_{0M}}$$

Para una expansión del 25 por 100, $L = 1{,}25L_M$, o bien $1 - \varepsilon = (1 - \varepsilon_M)/1{,}25 = = 0{,}48$. A partir de este valor, $\varepsilon = 0{,}52$ y $\bar{V}_0 = 1{,}94(0{,}52/0{,}40)^{3{,}9} = 5{,}40$ mm/s.

***Fluidización** de burbujeo.* Para la fluidización de burbujeo la expansión del lecho deriva principalmente del espacio ocupado por las burbujas de gas, puesto que la

fase densa no se expansiona significativamente al aumentar el flujo total. En la deducción que sigue se supone que el flujo de gas a través de la fase densa es $\bar{V}_{0M}$ veces la fracción de lecho ocupada por la fase densa y que el resto del flujo de gas es transportado por las burbujas. Por tanto,

$$\bar{V}_0 = f_b u_b + (1 - f_b)\,\bar{V}_{0M} \tag{7.62}$$

donde f_b = fracción del lecho ocupado por las burbujas
u_b = velocidad media de la burbuja

Puesto que todo el sólido está en la fase densa, la altura del lecho expandido multiplicada por la fracción de fase densa tiene que ser igual a la altura del lecho para la fluidización incipiente:

$$L_M = L(1 - f_b) \tag{7.63}$$

Combinando las Ecuaciones (7.62) y (7.63) se obtiene

$$\frac{L}{L_M} = \frac{u_b - \bar{V}_{0M}}{u_b - \bar{V}_0} \tag{7.64}$$

Cuando u_b es mucho mayor que $\bar{V}_0$ el lecho sólo se expansiona ligeramente, aun cuando V_0 puede ser varias veces $\bar{V}_{0M}$.

Una ecuación empírica para la velocidad de una burbuja en un lecho fluidizado es

$$u_b \approx 0{,}7\sqrt{gD_b} \tag{7.65}$$

El efecto del tamaño y la forma de las partículas sobre el coeficiente de la Ecuación (7.65) es pequeño, y aun cuando las burbujas grandes tienen forma de hongo en vez de esfera, la ecuación cumple bastante bien tomando D_b como el diámetro esférico equivalente. Para D_b = 100 mm, u_b es 700 mm/s, y si $\bar{V}_{0M}$ = = 10 mm/s, L/L_M será 1,15. Doblando la velocidad L/L_M aumentaría hasta 1,38 si el tamaño de la burbuja fuese constante, pero generalmente el tamaño de la burbuja aumenta con la velocidad del gas debido a la coalescencia, y la altura del lecho con frecuencia aumenta de forma aproximadamente lineal con la velocidad. La expansión del lecho está generalmente comprendida en el intervalo de 20 a 50 por 100, aun para velocidades de hasta 50 veces $\bar{V}_{0M}$, en contraste con las grandes expansiones que se encuentran en la fluidización particulada.

Algunos polvos finos fluidizados con un gas presentan fluidización particulada en un intervalo limitado de velocidades próximas al punto de fluídización mínima. Al aumentar la velocidad el lecho se expansiona uniformemente hasta que comienzan a formarse burbujas, se colapsa gradualmente hasta alcanzar una altura mínima al aumentar la velocidad por encima del punto de burbuja, para finalmente expansionarse de nuevo al hacerse predominante el flujo de burbujas. El catalizador de craqueo de sílice-alúmina presenta este anómalo comporta-

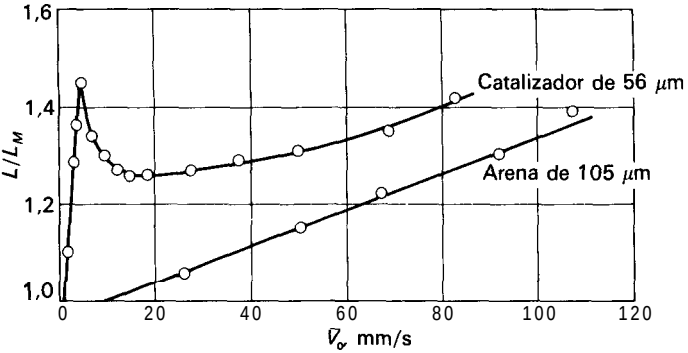


Figura 7.13. Expansión de lechos fluidizados de arena y de un catalizador de craqueo.

miento y en la Figura 7.13 se muestran datos de la expansión del lecho para un catalizador comercial y para un lecho de arena fina. La región de fluidización particulada se encuentra solamente con partículas pequeñas o de baja densidad. Geldart[2] establece una clasificación de sólidos basada en estas propiedades.

Aplicaciones de la fluidización. La utilización amplia de la fluidización comienza en la industria del petróleo con el desarrollo del cracking catalítico en lecho fluidizado. Aunque actualmente la industria utiliza reactores de transporte para el craqueo catalítico en vez de lechos fluidizados, la regeneración del catalizador todavía se realiza en reactores de lecho fluidizado que tienen hasta 30 ft de diámetro. La fluidización se utiliza en otros procesos catalíticos, tales como síntesis de acrilonitrilo, y para llevar a cabo reacciones gas-sólido. Existe mucho interés en la combustión de carbón en lecho fluidizado con el fin de reducir el coste de la caldera y disminuir la emisión de contaminantes. Los lechos fluidizados se utilizan también para la tostación de minerales, secado de sólidos tinos y adsorción de gases.

Las principales ventajas de la fluidización consisten en que el sólido está vigorosamente agitado por el fluido que circula a través del lecho, y la mezcla de los sólidos asegura que no existen prácticamente gradientes de temperatura en el lecho aun con reacciones fuertemente exotérmicas o endotérmicas. El movimiento violento de los sólidos también da lugar a elevadas velocidades de transmisión de calor hacia la pared o los tubos de refrigeración sumergidos en el lecho. Debido a la fluidez de los sólidos resulta sencillo pasarlos de un recipiente a otro.

La principal desventaja de la fluidización sólido-gas consiste en el desigual contacto del gas y el sólido. La mayor parte del gas pasa a través del lecho en forma de burbujas y sólo contacta directamente con una pequeña cantidad de sólido en una delgada envoltura, conocida como nube de la burbuja, situada alrededor de la burbuja. Solamente una pequeña fracción de gas pasa a través de la fase densa que contiene casi todo el sólido. Existe algo de intercambio de gas entre las burbujas y la fase densa por difusión y por procesos turbulentos tales como escisión y coalescencia de burbujas, pero la conversión global de un

reactante gaseoso es en general mucho menor que la que tiene lugar en el contacto uniforme a la misma temperatura, tal como ocurre en un reactor ideal con flujo de tapón. El alcance del intercambio entre las burbujas y la fase densa, así como la velocidad de mezcla axial, pueden variar con el diámetro del lecho debido a cambios en el tamaño de las burbujas, de forma que el cambio de escala en reactores fluidizados resulta con frecuencia incierto. Otras desventajas, que pueden resolverse más fácilmente mediante un diseño adecuado, son la erosión de las partes internas del recipiente y la trituración de los sólidos. La mayor parte de los lechos fluidizados tienen ciclones externos o internos para la recuperación de tinos, pero con frecuencia se necesitan también filtros o sistemas de lavado.

Fluidización continua; transporte neumático y en suspensión. Cuando la velocidad del fluido a través del lecho de sólidos es suficientemente grande, todas las partículas son arrastradas por el fluido y transportadas por él para dar lugar a la *fluidización continua.* Su principal aplicación es el transporte de sólidos de un lugar a otro en una planta de proceso, aunque algunos reactores gas-sólido operan de esta forma.

Transporte hidráulico o en suspensión. Las partículas aproximadamente menores de 50 μm de diámetro sedimentan muy lentamente y se suspenden fácilmente en un líquido en movimiento. Las partículas más grandes son más difíciles de poner en suspensión, y cuando el diámetro es de 0,25 mm o superior se requiere una velocidad elevada del líquido para mantener todas las partículas en movimiento, especialmente en tuberías horizontales. La velocidad crítica $\bar{V}_c$, por debajo de la cual las partículas sedimentan, se encuentra típicamente comprendida entre 1 y 5 m/s, dependiendo de la diferencia de densidad entre el sólido y el líquido, del diámetro de las partículas, de la concentración de la suspensión y del tamaño de la tubería. Una ecuación general semi-teórica para predecir $\bar{V}_c$ ha sido propuesta por Oroskar y Turian [15].

La caída de presión en suspensiones de partículas que no sedimentan puede obtenerse a partir de las ecuaciones para un líquido homogéneo, teniendo en cuenta la mayor densidad y la viscosidad aparente. Para «suspensiones que sedimentan» no existe una única correlación satisfactoria; la caída de presión en una tubería horizontal es mayor que en el caso de un fluido de una sola fase de la misma densidad y viscosidad que la suspensión, especialmente cerca de la velocidad crítica, pero se acerca a la del líquido de una sola fase al aumentar la velocidad. Cuando la velocidad es $3\bar{V}_t$ o mayor, la caída de presión en la suspensión y en el líquido equivalente de una sola fase son iguales. La velocidad típica en una larga tubería la suspensión es de 1,5 a 2 veces $\bar{V}_c$.

Transporte neumático. En un transportador neumático el fluido de la suspensión es un gas, generalmente aire, que circula con velocidades comprendidas entre 50 y 100 pies/s (15 a 30 m/s) en tuberías con diámetros comprendidos entre 2 y 16 pulg (50 a 400 mm). En la Figura 7.14 se muestra un sistema típico de transporte. La relación entre la masa de sólido y de gas r es generalmente menor

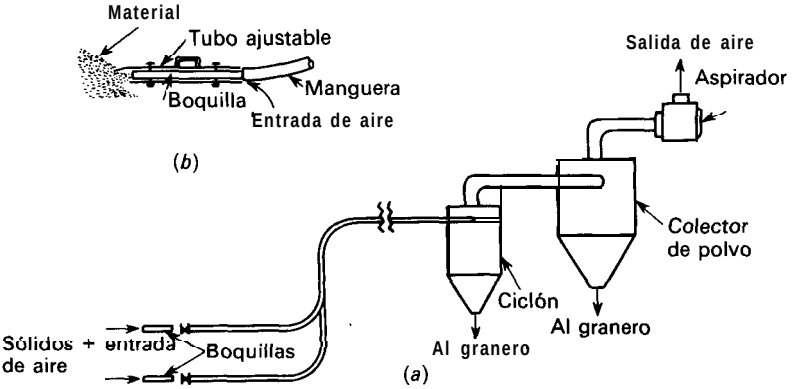


Figura 7.14. Sistema de transporte neumático: (a) sistema típico de entrada múltiple; (b) detalle de una boquilla.

que 5; para tales suspensiones la velocidad crítica puede estimarse a partir de la relación empírica [16b]

$$\bar{V}_c = 270 \frac{\rho_p}{\rho_p + 62{,}3} D_p^{0,40} \qquad (7.66)$$

donde D_p es el diámetro de la mayor partícula que ha de ser transportada. En la Ecuación (7.66) hay que utilizar las unidades pie-libra-segundo.

La caída de presión que se requiere para pasar aire a través de un sistema neumático de transporte es pequeña, pero aumenta grandemente cuando es preciso comunicar energía para levantar y mover los sólidos. Este requerimiento adicional de energía, según un balance de energía mecánica basado en la Ecuación (4.33), es

$$E_s = r\left[\frac{p_b - p_a}{PS} + \frac{V_{sb}^2 - V_{sa}^2}{2g_c} + \frac{g}{g_c}(Z_b - Z_a)\right] \qquad (7.67)$$

donde V_{sa} = velocidad de los sólidos a la entrada
V_{sb} = velocidad de los sólidos a la salida
ρ_s = densidad del sólido

La energía E_s es suministrada por el aire y es transmitida a las partículas sólidas por medio de la acción de las fuerzas de rozamiento entre el aire y el sólido. La energía E_s es un término de trabajo y debe aparecer en el balance de energía mecánica para el aire.

Suponiendo que la caída de presión es una pequeña fracción de la presión absoluta, el aire puede considerarse como un fluido no compresible de densidad constante $\bar{\rho}$, correspondiente a la densidad media entre la entrada y la salida del aire. Si se desprecia la variación de la carga de velocidad, se admite que el factor

de energía cinética es la unidad y se tiene en cuenta E_s, la ecuación de Bernoulli (4.33), por unidad de masa de aire, adquiere la forma

$$\frac{p_b - p_a}{\bar{\rho}} + \frac{g}{g_c}(Z_b - Z_a) = -E_s - h_f \qquad (7.68)$$

donde h_f es la fricción total en la corriente. Eliminando E_s de las Ecuaciones (7.67) y (7.68) y despejando $p_a - p_b$ se obtiene

$$p_a - p_b = \frac{(g/g_c)(1 + r)(Z_b - Z_a) + r(V_{sb}^2 - V_{sa}^2)/2g_c + h_f}{1/\bar{\rho} + r/\rho_s} \qquad (7.69)$$

En la bibliografía[16b] se consideran métodos para calcular las pérdidas por fricción h_f. El problema del flujo simultáneo de dos fases es complejo y rara vez se pueden calcular las pérdidas por fricción con exactitud. Sin embargo, en muchos sistemas de transporte las pérdidas por fricción son pequeñas en comparación de las pérdidas que resultan de la elevación y la aceleración de los sólidos, y la caída total de presión $p_a - p_b$ dada por la Ecuación (7.69) es en general suficientemente exacta habida cuenta de la incertidumbre de h_f. En la Referencia bibliográfica 16*c* se dan datos y nomogramas para el diseño preliminar de transportadores neumáticos.

SIMBOLOS

A	Area, pie^2 o m^2; $A_{,,}$ área proyectada de la partícula; A_s, área de los contornos del canal; también área total de las partículas del lecho
a_e	Aceleración de la partícula a partir de una fuerza externa, pies/s^2 o m/s^2
C_D	Coeficiente de rozamiento, $2F_D g_c/u_0^2 \rho A_p$, adimensional
D	Diámetro, pies o m; D_p, diámetro de la partícula esférica o de una esfera que tiene el mismo volumen que la partícula; D_{pi}, diámetro medio de las partículas en la fracción i; $\bar{D}_s$, diámetro medio efectivo para la mezcla de partículas
E_s	Energía comunicada a los sólidos por el aire en un transportador neumático, pies-lb$_f$/lb o J/kg
F	Fuerza, lb$_f$ o N; F_D, fuerza de rozamiento total; F_b, fuerza de flotación; F_e, fuerza externa; F_i, fuerza interna; F_v, fuerza de rozamiento debida al esfuerzo cortante viscoso
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional; f_p, factor de fricción para lechos de relleno
f_b	Fracción de volumen del lecho fluidizado ocupado por burbujas de gas
G_0	Velocidad másica del fluido que se acerca a la partícula, lb/pie^2-s o kg/m^2-s; también velocidad másica superficial en un lecho de relleno
g	Aceleración de la gravedad, pies/s^2 o m/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32 174 pies-lb/lb$_f$-s^2 o 9,80665 m-kg/kg$_f$-s^2
h_f	Pérdidas totales por fricción en el fluido, pies-lb$_f$/lb o J/kg
K	Criterio para sedimentación, definido por la Ecuación (7.47) adimensional
k_1, k_2	Constantes de la Ecuación (7.10)
L	Longitud de una partícula cilíndrica, pies o m; también altura de relleno o de lecho fluidizado; L_M, altura de lecho en la fluidización incipiente

m Masa, lb o kg; también exponente en la Ecuación (7.61)
N_{Ma} Número de Mach, adimensional; $N_{Ma,\,a}$, $N_{Ma,\,b}$, en los puntos ***a y b***; $N_{Ma,\,0}$, del fluido que se acerca
N_P Número de partículas del lecho
N_{Re} Número de Reynolds, adimensional
$N_{Re,P}$ Número de Reynolds de la partícula, $D_p G_0/\mu$, adimensional
N_i Número de partículas en cada intervalo de tamaños
n Exponente en la Ecuación (7.48)
p Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; p_a, p_b, en los puntos ***a y b***; p_s, en el punto de estancamiento; p_0, en el fluido no distorsionado
r Radio del camino de la partícula, pies o m; también relación de masa de sólidos a aire en un transportador neumático
r_H Radio hidráulico del canal, pies o m
S Area de la sección transversal del lecho, pie^2 o m^2; S_0, de la torre vacía
s_p Area de una sola partícula, pie^2 o m^2
T Temperatura, °F, °R, °C o K; T_a, T_b, en los puntos a y ***b***; T_s, en el punto de estancamiento; T_0, de la corriente que se acerca
t Tiempo, s
u Velocidad del fluido o de la partícula, pies/s o m/s; u_b, velocidad media de la burbuja en un lecho fluidizado; u_s, velocidad de sedimentación de una suspensión uniforme; u,, velocidad límite de una partícula; u_0, velocidad de la corriente que se acerca; u', componente fluctuante
$\bar{V}$ Velocidad volumétrica del fluido, pies/s o m/s; $\bar{V}_c$, velocidad crítica en el transporte hidráulico; $\bar{V}_s$, velocidad de los sólidos en un transportador neumático; $\bar{V}_{sa}$, a la entrada; $\bar{V}_{sb}$, a la salida; $\bar{V}_0$, velocidad superficial; $\bar{V}_{0M}$, velocidad superficial mínima de fluidización
v_p Volumen de una sola partícula, pie^3 o m^3
x_i Fracción en volumen de partículas de tamaño i en un lecho de partículas mezcladas
Z Altura sobre el plano de referencia, pies o m; Z_a, Z_b, en los puntos a y ***b***

Letras griegas

α Angulo formado con la perpendicular a la dirección de flujo
γ Relación de calores específicos, c_p/c_v
Δp Caída de presión en un lecho de relleno o fluidizado
ε Porosidad o fracción del volumen de huecos en un lecho de sólidos; ε_M, porosidad mínima para fluidización
μ Viscosidad absoluta, lb/pies-s o cP; μ_s, viscosidad efectiva de la suspensión
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_p, de la partícula; ρ_s, del sólido transportado; ρ_0, de la corriente que se acerca; $\bar{\rho}$, densidad media del aire en un transportador neumático
τ_w Esfuerzo cortante en el límite de la conducción, lb_f/pie^2 o N/m^2
Φ_s Esfericidad, definida por la Ecuación (7.19)
ϕ Función
ω Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

7.1. Se realiza una oxidación parcial pasando aire con 1,2 por 100 de un hidrocarburo a través de tubos de $1\frac{1}{2}$ pulg, rellenos con 8 pies de partículas catalíticas cilíndricas de

1/8 pulg por 1/8 pulg. El aire entra a 350 °C y 2,0 atm con una velocidad superficial de 3,0 pies/s. ¿Cuál es la caída de presión a través de los tubos rellenos? ¿Cuánto se reduciría la caída de presión utilizando partículas de 3/16 pulg? Supóngase $\varepsilon = 0{,}40$.

7.2. Una torre catalítica de 50 pies de altura y 20 pies de diámetro está rellena con esferas de 1 pulg de diámetro. El gas entra por la parte superior del lecho a una temperatura de 500 °F y sale a la misma temperatura. La presión en el fondo del lecho catalítico es 30 $lb_f/pulg^2$ abs. La porosidad es 0,40. Si el gas tiene unas propiedades medias similares a las del propano y el tiempo de contacto (basado en $\bar{V}_0$) entre el gas y el catalizador es 10 s, ¿cuál es la presión a la entrada?

7.3. La caída de presión para aire que fluye a través de una columna rellena con anillos Raschig cerámicos de 1 pulg es de 0,01 pulg de agua por pie cuando $G_0 = 80$ lb/pie^2-h, y 0,9 pulg de agua por pie cuando $G_0 = 800$ lb/pie^2-h, en ambos casos para una velocidad másica de líquido con flujo en contracorriente de 645 lb/pie^2-h (Ref. 16, p. 18:27). Puesto que la variación de la caída de presión con el flujo es pequeña en el intervalo de velocidades másicas de líquido comprendidas entre 645 y 1980 lb/pie^2-h, ignórese la retención de líquido y estímese la fracción de huecos si los anillos tienen un espesor de pared de 1/8 pulg. Utilícese esta fracción de huecos y la ecuación de Ergun para predecir la caída de presión, y discútase la diferencia entre los valores predichos y experimentales.

7.4. La caída de presión a través de un lecho de partículas se puede utilizar para determinar el área de la superficie externa y el tamaño medio de las partículas. Datos para un lecho de partículas de un mineral triturado muestran $\Delta p/L = 84$ $(lb_f/pulg^2)/pie$ para aire fluyendo con una velocidad superficial de 0,015 pies/s. La fracción de huecos medida es de 0,47 y la esfericidad estimada Φ_s es 0,7. Calcúlese el tamaño medio de las partículas y el área de la superficie por unidad de masa si el sólido tiene una densidad de 4,1 g/cm^3. ¿Qué sensibilidad tiene la respuesta a un error de 0,01 en E?

7.5. ¿Qué tiempo se precisa para que sedimenten las partículas esféricas de la Tabla 7.2, a sus velocidades terminales y en condiciones de sedimentación libre, a través de 2 m de agua a 20 °C?

7.6. Se utiliza un separador de ciclón para separar granos de arena de una corriente de aire a 150 °C. Si el cuerpo del ciclón tiene 2 pies de diámetro y la velocidad tangencial media es de 50 pies/s, ¿cuál es la velocidad radial cerca de la pared para partículas de 20 y 40 μm de tamaño? ¿Cuántas veces son estos valores mayores que la velocidad terminal en la sedimentación por gravedad?

7.7. Esferas de galena de 0,0005 pulg de diámetro se hacen girar en una suspensión acuosa por medio de una centrífuga operando a 70 °F. La velocidad de la centrífuga es de 600 rpm. El diámetro interior del líquido que gira es de 6 pulg y el diámetro exterior es de 12 pulg. Suponiendo que las partículas están en todo momento a las velocidades terminales correspondientes a sus localizaciones, ¿qué tiempo se requiere para separar

Tabla 7.2. Datos para el Problema 7.5

Sustancia	Dens. rel.	Diámetro, mm
Galena	7,5	0,25
		0,025
Cuarzo	2,65	0,25
		0,025
Carbón	1,3	6
Acero	7,7	25

completamente las partículas del líquido? La distribución inicia1 de las partículas en el líquido es uniforme y la sedimentación transcurre en condiciones de sedimentación libre.

7.8. Se fabrican partículas de urea pulverizando gotas de urea fundida en un gas frío en la parte superior de una torre alta, dejando solidificar el sólido a medida que cae. Se han de producir partículas de 6 mm de diámetro en una torre de 25 m de altura que contiene aire a 20 "C. La densidad de la urea es 1330 kg/m^3. (a) ¿Cuál será la velocidad terminal de las partículas suponiendo condiciones de sedimentación libre? (b) ¿Alcanzarán las partículas el 99 por 100 de esta velocidad antes de llegar al fondo de la torre?

7.9. Partículas esféricas de 1 mm de diámetro han de fluidizarse con agua a una velocidad doble del valor mínimo. Las partículas tienen una porosidad interna del 40 por 100, un diámetro medio de los poros de 10 μm, y la densidad de las partículas es 1,5 g/cm^3. Demuéstrese que el flujo a través de los poros internos es muy pequeño en comparación con el flujo entre las partículas y que la porosidad interna se puede despreciar al predecir el comportamiento de fluidización.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ERGUN, S.: *Chem. Eng. Prog.,* **48**:89 *(1952).*
2. GELDART, D.: *Powder Technology,* **7**:285 (1973).
3. HEISS, J. F., y COULL, J.: *Chem. Eng. Prog.,* **48**:133 (1952).
4. HOTTOVY, J. D., y SYLVESTER, N. D.: *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.,* **18**:433 (1979).
5. HOUGHTON, G.; MCLEAN, A. M., y RITCHIE, P. D.: *Chem. Eng. Sri.,* **7**:26 *(1957).*
6. HUGHES, R. R., y GILLILAND, E. R.: *Chem. Eng. Prog.,* **48**:497 (1952).
7. HUNSAKER, J. C., y RIGHTMIRE, B. G.: «Engineering Applications of Fluid Mechanics», pp. 202-203, McGraw-Hill, New York, 1947.
8. INGEBO, R. D.: *NACA Tech.* Nota 3762 (1956).
9. KNUDSEN, J. G., y KATZ, D. L.: «Fluid Mechanics and Heat Transfer», p. 317, McGraw-Hill, New York, 1958.
10. LAPPLE, C. E., y SHEPHERD, C. B.: *Ind. Eng. Chem.,* **32**:605 (1940).
11. LEVA, M.: «Fluidization», McGraw-Hill, New York, 1959.
12. LEWIS, W. K.; GILLILAND, E. R., y BAUER, W. C.: *Ind. Eng. Chem.,* **41**:1104 (1949).
13. MASLIYAH, J. H., y EPSTEIN, N.: *J. Fluid Mech,* **44**:493 (1970).
14. MAUDE, A. D., y WHITMORE, R. L.: *Brit. J. Appl. Phys.,* **9**:477 (1958).
15. OROSKAR, A. R., y TURIAN, R. M.: *AIChE J.,* **26**:550 (1980).
16. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers Handbook», 5." ed., McGraw-Hill, New York, 1973; (a) p. 3-247, (b) p. 5-45, (c) pp. 7-18 a 7-21.
17. PETTYJOHN, E. S., y CHRISTIANSEN, E. B.: *Chem. Eng. Prog.,* **44**:157 (1948).
18. RANZ, W. E.: *Chem. Eng. Prog.,* **48**:247 (1952).
19. TAVLARIDES, L. L.; COULALOGLOLJ, C. A.; ZEITLIN, M. A.; KLINZING, G. E., y GAL-OR, B.: *2nd. Eng. Chem.,* **62**(11):6 (1970).
20. WILHELM, R. H., y KWAUK, M.: *Chem. Eng. Prog.,* **44**:201 (1948).

CAPITULO

OCHO

TRANSPORTE Y MEDIDA DE FLUIDOS

En los capítulos precedentes se han estudiado los aspectos teóricos del movimiento de fluidos. Sin embargo, el ingeniero ha de tratar también con problemas prácticos de transporte de fluidos desde un lugar a otro y de la medida de sus velocidades de flujo. Estos problemas constituyen el temario de este capítulo.

La primera parte del capítulo trata del transporte de fluidos, tanto líquidos como gases. Con frecuencia los sólidos se manejan de una forma análoga suspendiéndolos en un líquido con el fin de formar un lodo que se puede bombear, o bien transportándolos en una corriente gaseosa a elevada velocidad. Es más barato mover fluidos que sólidos y, siempre que es posible, los materiales se transportan en forma fluida. En los procesos industriales los fluidos se transportan casi siempre en conducciones cerradas, algunas veces de sección cuadrada o rectangular, pero con mucha más frecuencia en conducciones de sección circular. En la segunda parte del capítulo se tratan los métodos más frecuentes de medida de velocidades de flujo.

TUBERIAS, VALVULAS Y ACCESORIOS

Tubos y tuberías. Los fluidos se transportan generalmente por el interior de tubos o tuberías de sección circular, que existen en una amplia variedad de tamaño, espesor de pared y materiales de construcción. No existe una clara distinción entre los términos *tubería* y *tubo*. En general, las tuberías tienen pared gruesa, diámetro relativamente grande y se construyen en longitudes moderadas, comprendidas entre 6 y 12 metros. Los tubos son de pared delgada y generalmente se venden en forma de rollos de muchos metros de longitud. Los tubos metálicos se pueden roscar, mientras que las tuberías no. Las paredes de las tuberías son generalmente rugosas y, en cambio, los tubos tienen paredes muy lisas. Los tramos de tuberías se pueden unir por bridas o mediante accesorios soldados; las piezas de tubos se unen generalmente mediante accesorios. Por último, los tubos se fabrican por extrusión o laminación en frío, mientras que las tuberías metálicas se fabrican por soldadura o moldeo.

Los tubos y tuberías se fabrican de muy diferentes materiales, incluyendo metales y aleaciones, madera, cerámica, vidrio y diferentes plásticos. El cloruro de polivinilo, o PVC, es ampliamente utilizado para conducciones de agua. En las plantas de proceso, el material más frecuente es acero de bajo contenido en carbono, con el que se fabrica la llamada tubería de hierro negro. Con frecuencia se utilizan también tuberías de hierro forjado y de fundición.

Tamaños. Los tubos y tuberías se clasifican en función de su diámetro y del espesor de pared. En tuberías de acero, los diámetros nominales normalizados, están comprendidos en el intervalo de 1/8 a 30 pulg. En tuberías grandes de más de 12 pulg de diámetro, el diámetro nominal es igual al diámetro externo real; en tuberías pequeñas el diámetro nominal no corresponde a ninguna dimensión real. Para tuberías de 3 a 12 pulg el valor nominal es próximo al diámetro interno real, pero para tuberías muy pequeñas esto no es cierto. Sin tener en cuenta el espesor de pared, el diámetro externo de todas las tuberías, correspondientes a un determinado tamaño nominal, es el mismo, con el fin de poder intercambiar los accesorios. Las dimensiones normalizadas de tuberías de acero, se dan en el Apéndice 4. Las tuberías de otros materiales se fabrican también con el mismo diámetro externo que las tuberías de acero, con el objeto de poder intercambiar las diversas partes de un sistema de conducción. Estas dimensiones normalizadas de tubería se las conoce como IPS (*iron* ***pipe size) o*** NPS ***(normal pipe size).*** Así la nomenclatura «tubería de níquel de 2 pulg IPS» significa que se trata de una tubería de níquel, que tiene el mismo diámetro exterior que una tubería de acero normalizada de 2 pulg.

El espesor de pared de una tubería viene dado por el ***número de catálogo,*** que aumenta con el espesor. Se utilizan los diez números de catálogo, 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 140 y 160; sin embargo, para tuberías de diámetro inferior a 8 pulg, solamente son habituales los números 40, 80, 120 y 160. En el Apéndice 6 se presentan los espesores reales de pared para los diferentes números de catálogo para tuberías de acero; para otras aleaciones, el espesor de pared puede ser mayor o menor que el de la tubería de acero, dependiendo de la resistencia mecánica del material. Para acero a temperatura ordinaria, la presión admisible es la cuarta parte de la máxima que soporta el material.

El tamaño viene dado por el diámetro exterior. El valor nominal corresponde al diámetro exterior real, dentro de tolerancias muy estrechas. El espesor de pared viene generalmente dado por el número BWG ***(Birmingham wire*** *gauge*) que varía desde 24 (muy ligero) hasta 7 (muy pesado). En el Apéndice 7 figuran los tamaños y espesores de pared para tubos de cambiadores de calor.

Selección del tamaño de tuberia. El tamaño óptimo de tubería, para un caso determinado, depende de los costes relativos de instalación, de la potencia, mantenimiento y de las tuberías y accesorios de repuesto. En instalaciones pequeñas basta con una estimación según criterio. En la Tabla 8.1, por ejemplo, se indican intervalos representativos de velocidad en tuberías. Los valores de la tabla, son los más corrientes en la práctica ordinaria, sin embargo, en condiciones especiales, pueden requerirse velocidades que están fuera de los intervalos indica-

Tabla 8.1. Velocidad de fluidos en tuberías

Fluido	Tipo de flujo	Velocidad	
		pies/s	m/s
Líquidos poco viscosos	Flujo por gravedad	0,5-1	0,15-0,30
	Entrada de bomba	1-3	0,3-0,9
	Salida de bomba	4-10	1,2-3
	Línea de conducción	4-8	1,2-2,4
Líquidos viscosos	Entrada de bomba	0,2-0,5	0,06-0,15
	Salida de bomba	0,5-2	0,15-0,6
Vapor de agua		30-50	9-15
Aire o gas		30-100	9-30

dos. Las velocidades pequeñas han de ser las más utilizadas, especialmente cuando el flujo es por gravedad desde tanques elevados. La relación entre tamaño de tubería, velocidad volumétrica de flujo y velocidad, se indica en el Apéndice 6.

En sistemas grandes y complejos de tuberías, el coste de las mismas puede ser una fracción importante de la inversión total y se justifica entonces el empleo de métodos laboriosos para la elección del tamaño de tubería; en estos casos se emplean ordenadores.

Juntas y accesorios. Los métodos que se utilizan para unir tubos y tuberías, depende en parte de las propiedades del material de construcción, pero sobre todo del espesor de pared. Los productos tubulares de pared gruesa, se conectan entre sí por medio de accesorios roscados, bridas o soldadura. Las piezas de pared delgada se unen por soldadura, compresión o accesorios cónicos. Las tuberías fabricadas con materiales frágiles, como vidrio, carbón o fundición, se unen mediante bridas o juntas de enchufe y cordón.

Cuando se emplean accesorios roscados, se hace una rosca a los terminales del tubo, por medio de una herramienta adecuada. Las rosca tiene forma de huso y los últimos pasos de la misma, situados a mayor distancia del extremo de la tubería son imperfectos, de forma que se obtiene una unión hermética cuando la tubería se rosca en el accesorio. La rosca debilita la pared del tubo y, en general, los accesorios no son tan fuertes como la tubería; por consiguiente, cuando se emplean accesorios roscados, el número de catálogo calculado mediante la Ecuación (8.1), debe duplicarse. Los accesorios roscados están normalizados para tuberías hasta 12 pulg, pero debido a la dificultad del roscado y del manejo de tuberías grandes, se emplean muy raramente para tuberías mayores de 3 pulg.

La conexión de tuberías con un diámetro mayor de 2 pulg, se hace por medio de bridas o soldadura. Las bridas son dos discos iguales o anillos de metal, unidos mediante tornillos que comprimen una junta que está situada entre sus caras. Las bridas se unen a la tubería por rosca o soldadura. Una brida sin abertura empleada para cerrar una tubería, recibe el nombre de *brida ciega.* Para unir las diferentes piezas de una tubería de acero, especialmente en procesos en

que la presión es elevada, la soldadura ha llegado a ser el método normal. La soldadura proporciona uniones más fuertes que los accesorios roscados y además no debilita la pared de la tubería, de forma que para una determinada presión, pueden emplearse tuberías de menor espesor. Las uniones hechas por soldadura son herméticas, Casi la única desventaja consiste en que una unión soldada no puede abrirse sin destruirla.

Dispositivos para expansión. Casi todas las tuberías están sometidas a variaciones de temperatura y en algunos casos las variaciones pueden ser muy grandes. Estas variaciones de temperatura producen expansiones y contracciones de la tubería. Si la tubería está fíjada rígidamente a sus soportes, puede desprenderse, curvarse o incluso romperse. Por ello, en conducciones largas no se emplean soportes fijos, sino que la tubería se coloca sobre anillos o se suspende por medio de cadenas o varillas. También se toman precauciones en todas las conducciones que operan a temperatura elevada, para permitir la expansión, de tal forma que las válvulas y accesorios no estén sometidos a tensiones. Esto se consigue por medio de curvas o «liras» en la tubería, por juntas de expansión con empaquetadura, fuelles, o juntas sin empaquetadura, y a veces, por medio de manguitos de metal flexible.

Prevención de fugas en partes móviles. En muchos procesos es necesario que una parte del equipo se mueva en relación a otra, sin que existan pérdidas excesivas de fluido en la pieza móvil. Esto ocurre, por ejemplo, en juntas de expansión con empaquetadura y en válvulas en las que el vástago ha de entrar en el cuerpo de la válvula y tener libertad de giro sin dejar salir al fluido. Ocurre también en el árbol de una bomba o compresor, que penetra en la carcasa o cuando el eje de un agitador atraviesa la pared de un tanque de presión, y en otros muchos casos.

Los dispositivos más corrientes para disminuir las fugas, al mismo tiempo que permiten libertad de movimiento son, los prensaestopas y los cierres mecánicos. Ninguna de estas soluciones evita completamente las fugas. Si no puede tolerarse ninguna fuga, cualquiera que sea el fluido, es posible modificar el dispositivo de forma que se tenga la seguridad de que a los aparatos entran o salen fluidos inocuos. El movimiento de la pieza móvil puede ser de vaivén o rotatorio, o ambos a la vez; puede ser pequeño y accidental, como en una junta de expansión con empaquetadura, o prácticamente continuo, como ocurre en una bomba.

Cajas prensaestopas. Un prensaestopas sirve de cierre a un árbol rotatorio o a un eje que se mueva longitudinalmente. En esto difiere de los cierres mecánicos, que sólo son útiles en partes rotatorias. La «caja» es una cámara estacionaria que rodea al eje o tubería, según se indica en la Figura 8.1*a*. Con frecuencia se hace un saliente en la carcasa o en la pared del tanque para dar una mayor profundidad en la cámara. El espacio anular que existe entre el eje y la pared de la cámara se llena con una *empaquetadura* que es de cuerda o anillos de un material inerte, como amianto y que además contiene un lubrificante, como grafito. Al comprimir la empaquetadura alrededor del eje, se evita que el fluido salga a través del prensaestopas, permitiendo al mismo tiempo que el eje gire o se mueva hacia

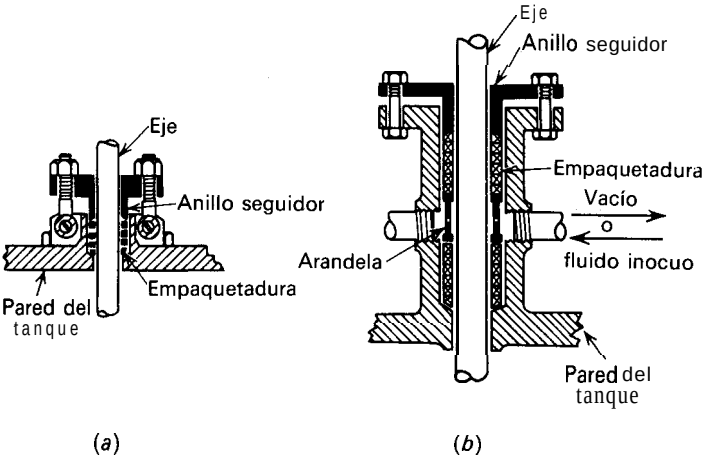


Figura 8.1. Cajas prensaestopas: (a) Forma sencilla. *(b)* Con anillo de cierre hidráulico.

dentro y hacia fuera. La empaquetadura se comprime por medio de una prensa-guarnición, o casquillo prensaestopas, que comprime la caja mediante una arandela. El eje ha de tener una superficie lisa de forma que no arrastre la empaquetadura; aun así, la presión de la misma aumenta considerablemente la fuerza necesaria para mover el eje. Aunque una caja prensaestopas, aun en condiciones ideales, no evita completamente las fugas, de hecho, cuando se trabaja en condiciones adecuadas, las pérdidas son pequeñas. Por otra parte el desgaste de la empaquetadura y las pérdidas de energía en las cajas prensaestopas no lubrificadas son grandes. Cuando el líquido es tóxico o corrosivo, es preciso evitar totalmente las fugas.

Esto puede conseguirse mediante un ***anillo de cierre hidráulico,*** que se representa en la Figura 8.16; puede considerarse como dos cajas prensaestopas sobre el mismo eje, con dos empaquetaduras separadas por el anillo. El anillo tiene una sección transversal en forma de H, con orificios que atraviesan la parte central de la H en dirección perpendicular al eje. La pared de la cámara de la caja prensaestopas lleva un tubo que introduce o saca fluido del anillo de cierre. Haciendo vacío a ese tubo, todo fluido peligroso que pasa a través de una empaquetadura se extrae a un recinto de seguridad antes de que pueda llegar a la segunda empaquetadura. Se puede asegurar que no hay fugas peligrosas al exterior de la caja prensaestopas, haciendo circular un fluido inocuo, generalmente agua, a presión dentro del cierre hidráulico.

Cierres mecánicos. En un cierre rotatorio, o mecánico, el contacto deslizante tiene lugar entre un anillo de grafito y una cara pulimentada de un metal, generalmente acero al carbono. En la Figura 8.2 se representa un cierre típico. El anillo estacionario de grafito, que se mantiene en contacto con el collar rotatorio de metal, por medio de resortes, evita que el fluido en la zona de presión elevada salga alrededor del eje. En el espacio que existe entre el cuerpo de cierre y la

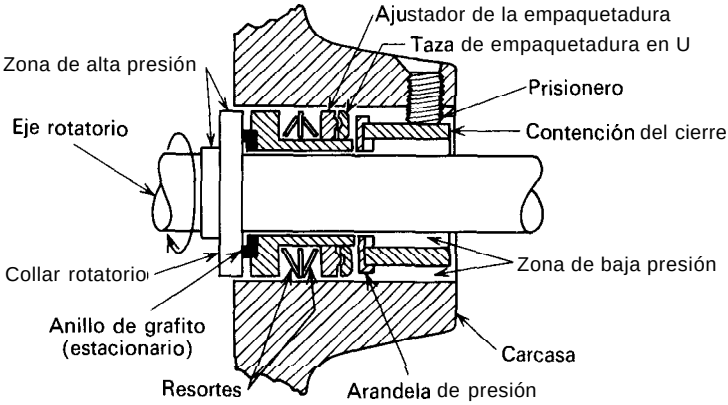


Figura 8.2. Cierre mecánico.

cámara que lo mantiene alrededor del eje, se coloca un anillo estacionario de goma o de plástico; éste evita las fugas de fluido a través de las partes del cierre que no giran, y permite que el anillo libre de grafito se mueva axialmente, de forma que pueda presionar fuertemente sobre el collar. Los cierres rotatorios requieren menos entretenimiento que las cajas prensaestopas y se utilizan ampliamente en equipos en los que se manejan fluidos muy corrosivos.

Válvulas. En un proceso, se emplean un gran número de válvulas, de tamaños y formas muy diferentes. A pesar de la amplia variedad de diseños, todas tienen un fin principal que es común: disminuir o detener el flujo de un fluido. Algunas válvulas son del tipo «todo o nada», es decir, funcionan abriendo o cerrando totalmente, otras se diseñan de forma que pueden ser reguladas, reduciendo así la presión y la velocidad de flujo del fluido. Existen aun otras, que permiten el flujo solamente en una dirección, o en ciertas condiciones de temperatura y presión. Una trampa de vapor, que es una forma especial de válvula, permite el paso a través de ella de algunos fluidos, mientras que retiene a otros. Finalmente, por medio de ciertos dispositivos, pueden fabricarse válvulas para controlar la temperatura, presión, nivel de líquido u otras propiedades de un fluido en un punto alejado de la válvula.

No obstante, en todos los casos las válvulas inicialmente detienen o controlan el flujo. Esto se realiza colocando un obstáculo en la trayectoria del fluido, el cual puede moverse a voluntad dentro de la tubería, sin que prácticamente existan fugas del fluido hacia el exterior de la misma. Donde la resistencia al flujo que provoca una válvula abierta sea pequeña, el obstáculo y la abertura que ha de cerrarse han de ser grandes. Para el control preciso de la velocidad de flujo, lo cual se consigue a costa de una gran caída de presión, se reduce grandemente el área de la sección transversal de la conducción, de forma que pueda introducirse un pequeño obstáculo dentro de la sección reducida.

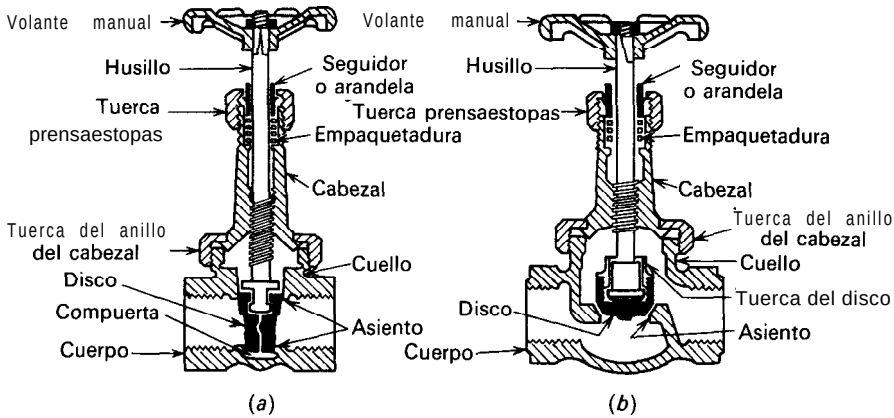


Figura 8.3. Válvulas corrientes. (a) Válvula de compuerta. (b) Válvula de asiento.

Válvulas de compuerta y válvulas de asiento. En la Figura 8.3 se representan los dos tipos más corrientes de válvulas: válvulas de compuerta y válvulas de asiento. En una válvula de compuerta el diámetro de la abertura a través de la cual pasa el fluido es prácticamente la misma que la de la tubería, y no varía la dirección del flujo. Por consiguiente, una válvula de compuerta abierta introduce solamente una pequeña caída de presión. El disco tiene forma de cuña y se adapta a un asiento que tiene la misma forma; cuando se abre la válvula, el disco se eleva dentro del cabezal hasta que queda completamente fuera de la trayectoria del fluido. Las válvulas de compuerta son adecuadas para abrir o cerrar completamente la conducción.

Las válvulas de asiento, también llamadas de globo (debido a la forma esférica de los primeros modelos utilizados) son ampliamente utilizados para controlar la velocidad de flujo de un fluido. En una válvula de asiento, el fluido circula a través de una pequeña abertura y cambia varias veces de dirección. Esto puede observarse imaginando el flujo a través de la válvula que se representa en la Figura 8.3*b*. La caída de presión, por tanto, es grande en este tipo de válvula.

Válvulas de pistón y de bola. Las válvulas de pistón son útiles en procesos químicos para temperaturas inferiores a 250 "C. Como en una válvula todo-nada de laboratorio, un cuarto de giro hace que la válvula pase de totalmente abierta a totalmente cerrada. Cuando está totalmente abierta, el canal a través de la válvula puede ser tan ancho como el interior de la tubería y la pérdida de carga es mínima. En una válvula de bola, el elemento de cierre es esférico y los problemas de alineamiento y congelación del material son menores que con una válvula de pistón. Tanto en las válvulas de bola como en las de pistón el área de contacto entre el elemento móvil y el asiento es grande y además ambas pueden ser utilizadas como válvulas de regulación. Ocasionalmente las válvulas de bola tienen aplicaciones en control de flujo.

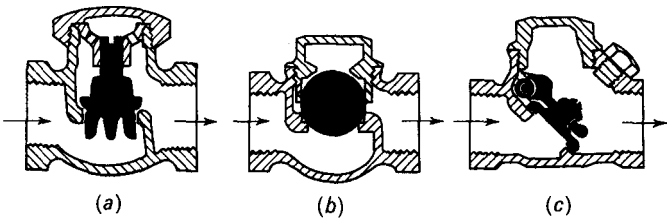


Figura 8.4. Válvulas de retención: (a) Por elevación. (6) De bola. (c) De bisagra.

Válvulas de retención. Una válvula de retención permite el flujo solamente en una dirección. Se abre debido a la presión del fluido que circula en una determinada dirección; cuando se detiene el flujo o tiende a invertirse, la válvula cierra automáticamente por gravedad o por medio de un resorte que hace presión sobre el disco. Los tipos corrientes de válvulas de retención se representan en la Figura 8.4. El disco móvil está señalado en negro.

Recomendaciones prácticas. En el diseño e instalación de un sistema de tuberías, ha de prestarse mucha atención a los detalles, ya que el buen funcionamiento de una planta puede depender del hecho, aparentemente insignificante, de la instalación de tuberías. Mencionaremos aquí algunos principios generales que son de gran interés en relación con este hecho. Al instalar un sistema de tuberías, por ejemplo, las conduciones deben ser paralelas y han de evitarse, siempre que sea posible, los codos en ángulo recto. Deben tomarse precauciones para que las conducciones se puedan recambiar o limpiar con facilidad. Esto lleva consigo la necesidad de instalar gran número de uniones o bridas. Para facilitar la limpieza, en vez de codos, se situarán en lugares clave, cruces y tes, con su abertura sobrante cerrada por un tapón. Resulta entonces fácil desmontar y limpiar la conducción con una varilla o un cepillo limpiatubos. Siempre debe esperarse que una conducción se obture, pues en casi todos los procesos, los fluidos contienen alguna suciedad que se va depositando en la conducción y llega un momento en que se detiene el flujo.

En los sistemas de flujo por gravedad, la tubería debe tener un diámetro superior al necesario y contener un mínimo de codos. El ensuciamiento de las conducciones es particularmente importante cuando el flujo es por gravedad, ya que al no poder aumentar la carga de presión del fluido, puede ocurrir que no se alcance la velocidad de flujo deseada.

También deben esperarse fugas a través de las válvulas. Cuando sea necesario detener totalmente el flujo, bien porque las fugas a través de una válvula contaminen un producto valioso, o bien porque puedan poner en peligro al personal, no resulta adecuado utilizar una válvula corriente o de retención. En este caso una brida ciega, colocada entre dos bridas ordinarias, detiene todo el flujo; o bien, puede «romperse» la conducción en una unión o en un par de bridas y cerrar las aberturas con una tapadera o tapón.

Siempre que sea posible, las válvulas han de montarse con el husillo hacia

arriba, y deben estar a una altura que pueda alcanzarla el operador. Han de quedar bien sujetas, pero sin tensiones, y con suficiente holgura para permitir la expansión térmica de la tubería adyacente. Debe dejarse el espacio suficiente también para poder abrirla completamente y para reponer la caja prensaestopas.

MAQUINARIA PARA EL MOVIMIENTO DE FLUIDOS

Los fluidos se mueven a través de tuberías, aparatos o la atmósfera, por medio de bombas, ventiladores, soplantes y compresores. Estos dispositivos aumentan la energía mecánica del fluido. El aumento de energía puede emplearse para incrementar la velocidad, la presión o la altura del fluido. En el caso especial de metales líquidos, la energía puede ser suministrada por medio de campos electromagnéticos giratorios. Los elevadores de aire, las trompas y los eyectores, mueven al fluido utilizando la energía de un segundo fluido. Sin embargo, el método más.corriente de comunicar energía es por medio de un desplazamiento positivo o de una acción centrífuga suministrados por fuerzas exteriores. Estos métodos conducen a las dos clases principales de aparatos para el movimiento de fluidos: en primer lugar, los que aplican directamente presión al fluido, y en segundo lugar, los que producen rotación por medio de un par de fuerzas. En el primer grupo están incluidos los aparatos de presión y, en el segundo, las bombas centrífugas, soplantes y compresores. Por otra parte, en los aparatos que comunican presión por desplazamiento positivo, la fuerza puede ser aplicada al fluido, bien por medio de un émbolo que acciona dentro de un cilindro, o bien por dispositivos giratorios de presión. El primer grupo comprende las llamadas máquinas alternativas y el segundo corresponde a los aparatos de tipo rotatorio.

Los términos ***bomba, ventilador, soplante y compresor,*** no tienen siempre un significado preciso. Por ejemplo, una ***boma de aire y*** una ***bomba de vacio*** son términos que se utilizan para designar máquinas que comprimen un gas. Sin embargo, una bomba es generalmente un aparato para mover un líquido, y un ventilador, una soplante o un compresor comunican energía a un gas. Los ventiladores desplazan grandes volúmenes de gas (generalmente aire) en espacios abiertos o por el interior de conducciones de gran diámetro. Son máquinas rotatorias de baja velocidad y generan presiones del orden de unas pocas pulgadas de agua. Las soplantes son máquinas rotatorias de elevada velocidad, que operan con desplazamiento positivo o fuerza centrífigua, y que desarrollan una presión máxima de unas 2 atm. Los compresores descargan a presiones desde 2 atm hasta miles de atmósferas.

Desde el punto de vista de la mecánica de fluidos, los fenómenos que tienen lugar en estos aparatos pueden clasificarse atendiendo a que el flujo sea compresible o no compresible. En bombas y ventiladores la densidad del fluido no varía apreciablemente y en su tratamiento resulta adecuada la teoría del flujo no compresible. En soplantes y compresores el aumento de densidad es demasiado grande para que pueda justificarse la suposición simplificante de densidad constante, de forma que es preciso utilizar la teoría del flujo compresible.

En todos los aparatos son importantes las características de operación, así

como las exigencias de eficacia. Evidentemente son importantes la capacidad de flujo (generalmente medida en flujo volumétrico por unidad de tiempo para una densidad especificada), los requerimientos de potencia y la eficacia mecánica. También son deseables la seguridad de operación y la facilidad de mantenimiento. En unidades pequeñas es más importante la sencillez de operación que un rendimiento mecánico elevado que ahorraría solamente unos pocos kilovatios de potencia.

Bombas

En las bombas la densidad del fluido es a la vez constante y elevada. Las diferencias de presión son generalmente considerables y se requiere una construcción robusta.

Carga desarrollada. En la Figura 8.5 se representa esquemáticamente una aplicación típica de una bomba. La bomba se instala en la conducción y suministra la energía necesaria para succionar líquido de un tanque de almacenamiento, y descargarlo con una velocidad volumétrica de flujo constante a través de la salida de la conducción, situada a $Z_{b'}$ m sobre el nivel del líquido en el tanque. El líquido entra a la bomba por una toma de succión situada en el punto *a* y sale por el punto ***b,*** situado en la tubería de descarga. La ecuación de Bernoulli puede aplicarse entre los puntos *a* y *b.* Puesto que la única fricción existente es la que se produce en la bomba y ésta se incluye en el rendimiento mecánico η, $h_f = 0$. La Ecuación (4.33) puede escribirse entonces

$$\eta W_p = \left(\frac{p_b}{\rho} + \frac{gZ_b}{g_c} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2g_c}\right) - \left(\frac{p_a}{\rho} + \frac{gZ_a}{g_c} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c}\right) \tag{8.1}$$

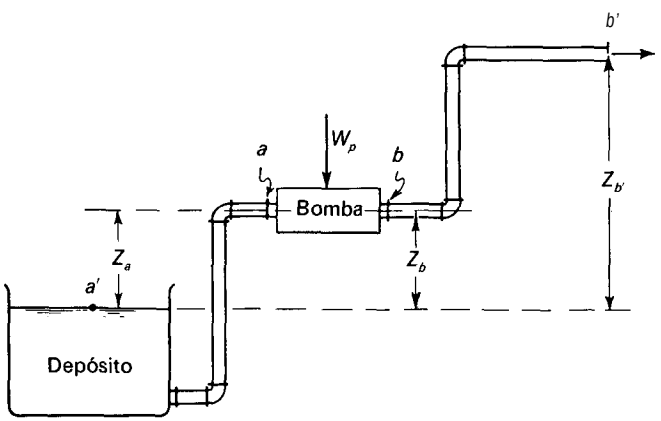


Figura 8.5. Sistema **de flujo con bomba.**

Las magnitudes entre paréntesis reciben el nombre de *cargas totales y* se representan por H, es decir

$$H = \frac{p}{\rho} + \frac{gZ}{g_c} + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g_c} \tag{8.2}$$

En las bombas, la diferencia de altura que existe entre las tomas de succión y de descarga es despreciable y Z_a y Z_b pueden eliminarse en la Ecuación (8.1). Si H_a es la carga total de succión, H_b la carga total de descarga y $AH = H_b - H_a$, la Ecuación (8.1) puede escribirse

$$W_p = \frac{H_b - H_a}{\eta} = \frac{AH}{\eta} \tag{8.3}$$

Potencia necesaria. La potencia suministrada a la bomba desde una fuente externa se representa por P_B, y se calcula a partir de W_p mediante la expresión

$$P_B = \dot{m} W_p = \frac{\dot{m}\,\Delta H}{\eta} \tag{8.4}$$

donde $\dot{m}$ es la velocidad de flujo de masa.

La potencia comunicada al fluido se calcula a partir de la velocidad de flujo de masa y la carga desarrollada por la bomba. Se representa por P_f *y se* define por

$$P_f = \dot{m}\,\Delta H \tag{8.5}$$

A partir de las Ecuaciones (8.4) y (8.5)

$$P_B = \frac{P_f}{\eta} \tag{8.6}$$

Las Ecuaciones (8.1) a (8.6) pueden aplicarse también a ventiladores utilizando una densidad media $\bar{\rho} = (\rho_a + \rho_b)/2$.

Altura de succión y cavitación. La potencia calculada mediante la Ecuación (8.4) depende de la diferencia de presión entre la descarga y la succión y es independiente de la presión absoluta. A partir de consideraciones energéticas es irrelevante que la presión de succión sea inferior o superior a la presión atmosférica siempre que el fluido permanezca en estado líquido. Sin embargo, si la presión de succión es sólo ligeramente superior a la presión de vapor, algo de líquido puede vaporizarse súbitamente dentro de la bomba, dando lugar a un proceso que recibe el nombre de cavitación, que reduce grandemente la capacidad de la bomba y provoca una severa erosión. Si la presión de succión es realmente menor que la presión de vapor, la cavitación se producirá en la línea y no puede entrar líquido en la bomba.

Para evitar la cavitación es preciso que la presión a la entrada de la bomba supere a la presión de vapor en una cierta cantidad, que recibe el nombre de carga neta de succión positiva (NPSH). El valor de la NPSH que se requiere es del orden de 1,5 a 3 m para bombas centrífugas pequeñas (hasta 400 litros/minuto), pero aumenta con la capacidad de la bomba, la velocidad del rodete y la presión de descarga, recomendándose valores de hasta 15 m para bombas muy grandes[6]. Para una bomba que succiona desde un depósito, como el que se representa en la Figura 8.5, la NPSH se calcula habitualmente mediante la presión

$$\text{NPSH} = \frac{g_c}{g}\left(\frac{p_{a'} - p_v}{\rho} - h_{fs}\right) - Z_a \qquad (8.7)$$

donde $p_{a'}$ = presión absoluta en la superficie del depósito
p_v = presión de vapor
h_{fs} = fricción en la linea de succión

La carga de velocidad en el interior de la bomba, $\alpha_a \bar{V}_a^2/2g_c$, habrá de restarse al resultado de la Ecuación (8.7) para obtener un valor teóricamente más correcto de la NPSH, pero este término generalmente sólo representa 0,3 a 0,6 m y se tiene en cuenta en los valores de la NPSH recomendados por los suministradores de la bomba.

Para el caso especial de que el líquido sea prácticamente no volátil *(p_v = 0)*, la fricción sea despreciable *(h_{fs} = 0)* y la presión en el punto a' sea la atmosférica, la altura de succión máxima posible se puede obtener restando la NPSH requerida de la lectura barométrica. Para agua fría la máxima altura de succión es de unos 10 m, que en la práctica se reduce a unos 7,5 m.

Ejemplo 8.1. Benceno a 100 °F (37,8 "C) se bombea a través del sistema de la Figura 8.5 a razón de 40 gal/min (9,09 m^3/h). El depósito está a la presión atmosférica. La presión manométrica al final de la línea de descarga es 50 $lb_f/pulg^2$ (345 kN/m^2). La descarga está a una altura de 10 pies y la succión de la bomba está a 4 pies por encima del nivel del depósito. La línea de descarga es una tubería de 1,5 pulg, Catálogo 40. Se sabe que la fricción en la línea de succión es de 0,5 $lb_f/pulg^2$ (3,45 kN/m^2) y en la linea de descarga es de 5,5 $lb_f/pulg^2$ (37,9 kN/m^2). La eficacia mecánica de la bomba es 0,6 (60 por 100). La densidad del benceno es 54 lb/pie^3 (865 kg/m^3) y su presión de vapor a 100 °F (37,8 "C) es 3,8 lb_f/pul^2 (26,2 kN/m^2). Calcúlese: (a) la carga desarrollada por la bomba, (b) la potencia total comunicada, (c) la carga neta de succión positiva.

SOLUCIÓN

(a) El trabajo de bomba W_p se obtiene utilizando la Ecuación (4.33). El punto a' aguas arriba está al nivel del liquido en el depósito y el punto b' aguas abajo está al final de la línea de descarga, tal como se muestra en la Figura 8.5. Cuando se toma el nivel de líquido en el tanque como referencia de alturas y se tiene en cuenta que $\bar{V}_{a'} = 0$, la Ecuación (4.33) conduce a

$$W_p\eta = \frac{p_{b'}}{\rho} + \frac{gZ_{b'}}{g_c} + \frac{\alpha_{b'}\bar{V}_{b'}^2}{2g_c} + h_f - \frac{p_{a'}}{\rho}$$

La velocidad de salida $\bar{V}_{b'}$ se obtiene utilizando los datos del Apéndice 6. Para una tubería de 1,5 pulg, Catálogo 40, una velocidad de 1 pie/s corresponde a una velocidad de flujo de 6,34 gal/min, y

$$\bar{V}_{b'} = \frac{40}{6.34} = 6{,}31 \text{ pies/s}$$

Con $\alpha_{b'} = 1{,}0$, la Ecuación (4.33) conduce a

$$W_p\eta = \frac{(14{,}7 + 50)144}{54} + \frac{g}{g_c}10 + \frac{6{,}31^2}{2 \text{ x } 32{,}17} + \frac{(5{,}5 + 0{,}5)144}{54} - \frac{14{,}7 \times 144}{54}$$

$$= 159{,}9 \text{ pies-lb}_f\text{/lb}$$

Según la Ecuación (8.3), $W_p\eta$ es también la carga desarrollada, y

$$\text{AH} = H_b - H_a = 159{,}9 \text{ pies-lb}_f\text{/lb } (477{,}9 \text{ J/kg})$$

(b) La velocidad de flujo de masa es

$$m = \frac{40 \text{ x } 54}{7.48 \text{ x } 60} = 4{,}81 \text{ lb/s } (2{,}18 \text{ kg/s})$$

La entrada de potencia, según la Ecuación (8.4), es

$$P_B = \frac{4{,}81 \text{ x } 159{,}9}{550 \text{ x } 0.60} = 2{,}33 \text{ CV } (1{,}74 \text{ kW})$$

(c) La presión de vapor corresponde a una carga de

$$\frac{3{,}8 \text{ x } 144}{54} = 10{,}1 \text{ pies-lb}_f\text{/lb } (30{,}2 \text{ J/kg})$$

La fricción en la línea de succión es

$$h_f = \frac{0{,}5 \text{ x } 144}{54} = 1{,}33 \text{ pies-lb}_f\text{/lb } (3{,}98 \text{ J/kg})$$

El valor de la NPSH disponible, a partir de la Ecuación (8.7), tomando $g/g_c = 1$, es

$$\text{NPSH} = 39{,}2 - 10{,}1 - 1{,}33 - 4 = 23{,}77 \text{ pies } (7{,}25 \text{ m})$$

Bombas de desplazamiento positivo. En el primer gran tipo de bombas un volumen determinado de líquido queda encerrado en una cámara que, alternativamente, se llena desde la entrada y se vacía a una presión más alta a través de la descarga. Existen dos subclases de bombas de desplazamiento positivo. En las bombas alternativas la cámara es un cilindro estacionario que contiene un émbolo, mientras que en las bombas rotatorias la cámara se mueve desde la entrada hasta la descarga y regresa nuevamente a la entrada.

Bombas alternativas. Las bombas de émbolo, de émbolo macizo y de diafragma, son ejemplos de bombas alternativas. En una bomba de émbolo el líquido pasa a través de una válvula de entrada al interior del cilindro mediante la acción de un émbolo y posteriormente es forzado a través de una válvula de descarga durante la carrera de retroceso. La mayor parte de las bombas de émbolo son de doble efecto, es decir, el líquido es admitido alternativamente a cada lado del émbolo, de forma que una parte del cilindro se está llenando mientras la otra se está vaciando. Con frecuencia se utilizan dos o más cilindros en paralelo con cabezales de succión y descarga comunes, y la configuración de los pistones se ajusta con el fin de minimizar las fluctuaciones del flujo de descarga. El pistón puede ser accionado por un motor a través de una caja reductora o bien puede utilizarse

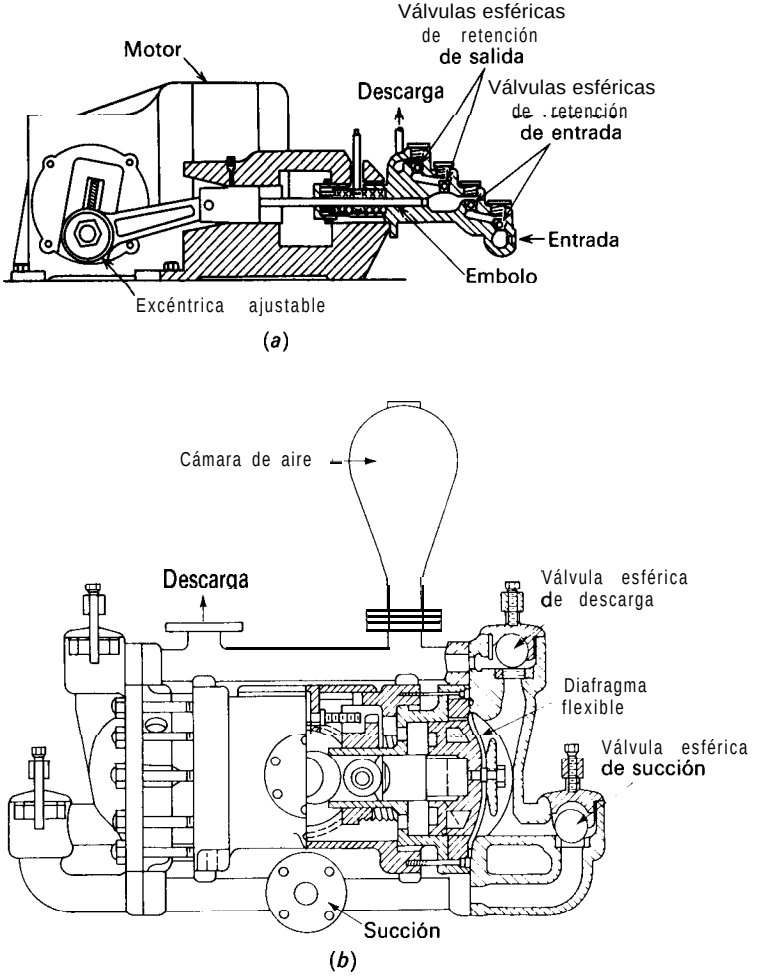


Figura 8.6. Bombas alternativas de desplazamiento positivo: (a) bomba de émbolo macizo; (b) bomba de diafragma.

una conexión directa a un cilindro accionado por vapor. La presión máxima de descarga de bombas de émbolo comerciales es del orden de 50 atm.

Para presiones más elevadas se utilizan bombas de émbolo macizo, un ejemplo de las cuales se muestra en la Figura 8.6*a*. Un cilindro de pared gruesa y pequeño diámetro contiene un émbolo alternativo, perfectamente ajustado, que es simplemente una prolongación del vástago del émbolo. Al final de la carrera el émbolo ocupa prácticamente todo el espacio del cilindro. Las bombas de émbolo macizo son de simple efecto y generalmente están accionadas por un motor. Pueden descargarse frente a presiones de 1500 o más atm.

En una bomba de diafragma el elemento alternativo es un diafragma flexible de metal, plástico o caucho. Esto elimina la necesidad de empaquetaduras o cierres que estén expuestos al líquido que se bombea, lo cual supone una gran ventaja cuando se manejan líquidos tóxicos o corrosivos. En la Figura 8.66 se muestra una unidad típica. Las bombas de diafragma operan con cantidades pequeñas o moderadas de líquido, de hasta 100 g/min, y pueden desarrollar presiones superiores a 100 atm.

La eficacia mecánica de las bombas alternativas varía entre 40 y 50 por 100 para bombas pequeñas y entre 70 y 90 por 100 para las más grandes. Dicha eficacia es prácticamente independiente de la velocidad dentro de los límites normales de operación y disminuye ligeramente al aumentar la presión de descarga debido a las fugas y la fricción adicional.

Rendimiento volumétrico. La relación entre el volumen de fluido descargado y el volumen barrido por el émbolo recibe el nombre de rendimiento volumétrico. En las bombas de desplazamiento positivo el rendimiento volumétrico se mantiene casi constante al aumentar la presión de descarga, si bien disminuye algo debido a las fugas. Habida cuenta de su constancia del flujo volumétrico, las bombas de émbolo, de émbolo macizo y de diafragma son ampliamente utilizadas como «bombas de medida», que inyectan líquido en un proceso con un flujo volumétrico controlado y ajustable.

Bombas rotatorias. Existe una gran variedad de bombas rotatorias de desplazamiento positivo. Tienen nombres como, bombas de engranaje, de lóbulo, de husillo, excéntricas y de paletas. En la Figura 8.7, se representan dos ejemplos de bombas de engranaje. Al contrario que las bombas alternativas, las rotatorias no contienen válvulas de retención. Cuanto mejor sea el ajuste entre las partes móviles y las partes estacionarias menores son las fugas desde la cámara de descarga hacia la de succión; por otra parte, esto limita también la velocidad de operación. Las bombas rotatorias trabajan mejor con fluidos limpios y moderadamente viscosos, tales como aceites lubricantes ligeros. Puede operarse con presiones de descarga superiores a 200 atm.

En las bombas de engranaje cilíndrico (Fig. 8.7*a*) los engranajes giran con buen ajuste dentro de la carcasa. El líquido entra a través de la tubería de succión por la parte inferior de la carcasa, es ocluido en los espacios que existen entre los dientes y la carcasa y circula periféricamente hacía la parte superior de la misma y tinalmente es lanzado hacia el punto de descarga. El líquido no puede volver a

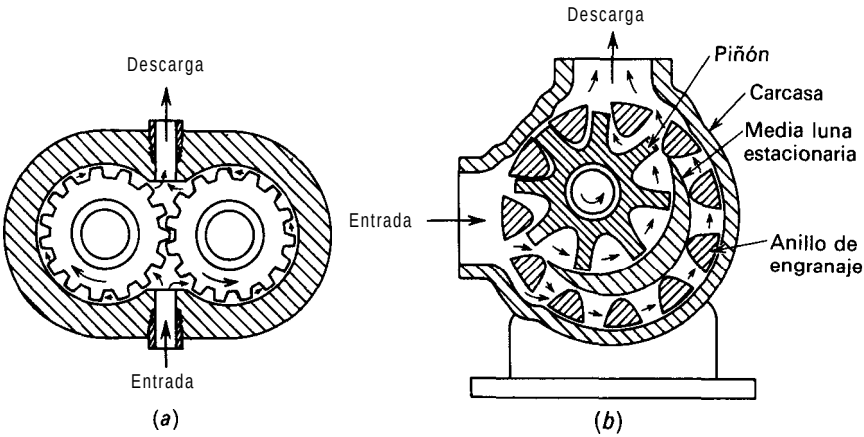


Figura 8.7. Bombas de engranajes: (a) Bomba de engranajes cilíndricos. (b) Bomba de engranajes internos.

la cámara de succión debido al estrecho ajuste de los engranajes en el centro de la bomba.

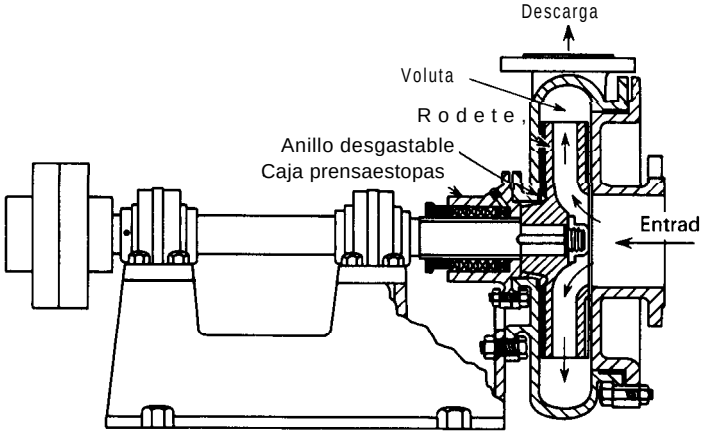
La bomba de engranaje interno (Fig. 8.7*b*) consta de una carcasa, dentro de la cual hay un piñón que engrana con una corona dentada. La corona dentada es coaxial con la carcasa, pero el piñón, que es movido desde el exterior, está montado excéntricamente. Una media luna metálica estacionaria llena el espacio que existe entre los dos engranajes. El líquido es transportado desde la entrada hasta el orificio de descarga por ambos engranajes, ocluido entre los dientes de los engranajes y la media luna.

Bombas centrífugas. En la segunda clase más importante de bombas, la energía mecánica del líquido se aumenta por acción centrífuga. En la Figura 8.8*a*, se representa un ejemplo sencillo, pero muy corriente de bomba centrífuga. El líquido penetra a través de una unión de succión, concéntrica con el eje de una pieza que gira a gran velocidad, llamada impulsor o rodete. El rodete está provisto de álabes radiales solidarios con el mismo. El líquido circula hacia fuera, por el interior de los espacios que existen entre los álabes, y abandona el rodete con una velocidad mucho mayor que a la entrada del mismo. En una bomba que funciona normalmente, el espacio comprendido entre los álabes está totalmente lleno de líquido que circula sin cavitación. El líquido que sale periféricamente del rodete se recoge en una carcasa en espiral, llamada voluta, y sale de la bomba a través de un conducción tangencial de descarga. En la voluta, la carga de velocidad del líquido procedente del rodete, se convierte en carga de presión. El fluido recibe energía del rodete, que a su vez es transmitida al mismo mediante el par de un eje giratorio, generalmente accionado mediante conexión directa a un motor de velocidad constante, del orden de 1750 rpm.

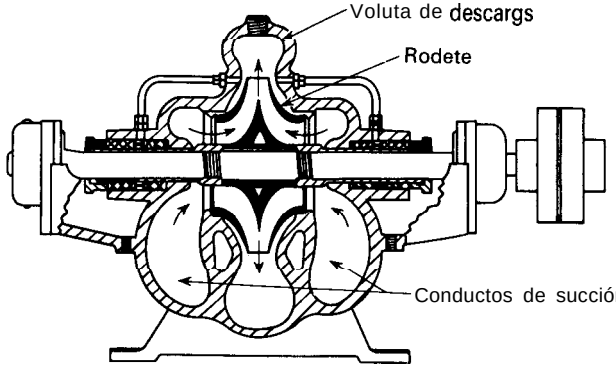
En condiciones ideales de flujo sin fricción, el rendimiento mecánico de una bomba centrífuga es evidentemente del 100 por 100 y $\eta = 1$. Una bomba ideal

que opera con una velocidad determinada, genera una velocidad de descarga constante para cada carga específica. Las bombas reales, debido a la fricción y a otras deficiencias, tienen un rendimiento algo menor.

Las bombas centrífugas constituyen, en la práctica, el tipo más corriente de aparatos de bombeo. Existen muchos otros tipos además de la sencilla máquina de voluta de la Figura 8.8*a*. Un tipo muy corriente emplea un rodete de doble succión, que toma el líquido por ambos lados, según se indica en la Figura 8.86. Por otra parte, el rodete puede ser abierto o bien puede estar cerrado o reforzado. En los manuales y libros sobre bombas y especialmente en los catálogos de las casas constructoras se pueden encontrar los diversos tipo, tamaños y diseños de bombas centrífugas.



(*a*)



(*b*)

Figura 8.8. Bombas centrífugas de voluta: (*a*) Succión sencilla. (b) Succión doble.

Teoría de la bomba centrífuga. Las ecuaciones fundamentales que relacionan la potencia, carga desarrollada y capacidad de una bomba centrífuga se deducen para una bomba ideal a partir de los principios fundamentales de la mecánica de fluidos. Puesto que el funcionamiento de una bomba real difiere considerablemente del de la ideal, las bombas reales se diseñan corrigiendo el caso ideal mediante medidas experimentales.

En la Figura 8.9 se representa esquemáticamente cómo fluye el líquido a través de una bomba centrífuga. El líquido entra axialmente por la conexión de succión en el punto *a*. En el centro del rodete el líquido se dispersa axialmente y entra en los canales limitados por los álabes en el punto 1. Fluye a través del rodete, lo abandona por la periferia del mismo en el punto 2, es recogido en la voluta y descarga de la bomba por el punto *b*.

El funcionamiento de la bomba se analiza considerando separadamente las tres partes del recorrido total: primeramente el flujo desde el punto *a* hasta el punto 1; segundo, el flujo a través del rodete desde el punto 1 hasta el punto 2; y tercero, el flujo a través de la voluta desde el punto 2 hasta el punto *b*. El corazón de la bomba es el rodete y se considerará primeramente la teoría de la mecánica de fluidos de la segunda sección del camino del fluido.

En la Figura 8.10 se representa un solo álabe de los varios que tiene el rodete. Los vectores representan las distintas velocidades en los puntos 1 y 2 de entrada

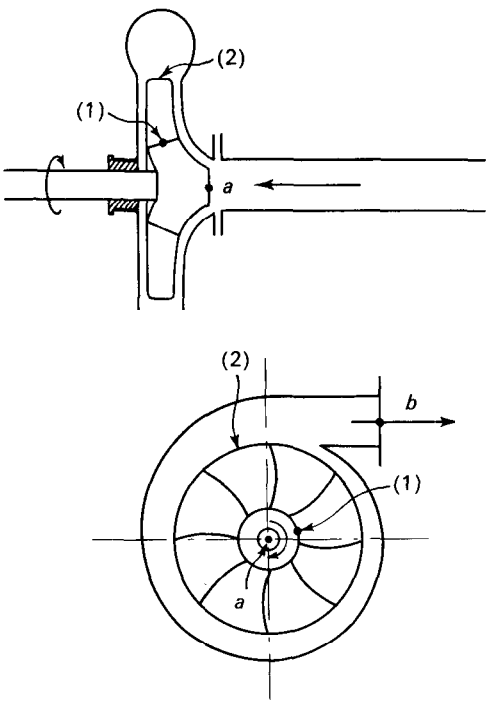


Figura 8.9. Bomba centrífuga en la que se indican los puntos en que se aplica la ecuación de Bernoulli.

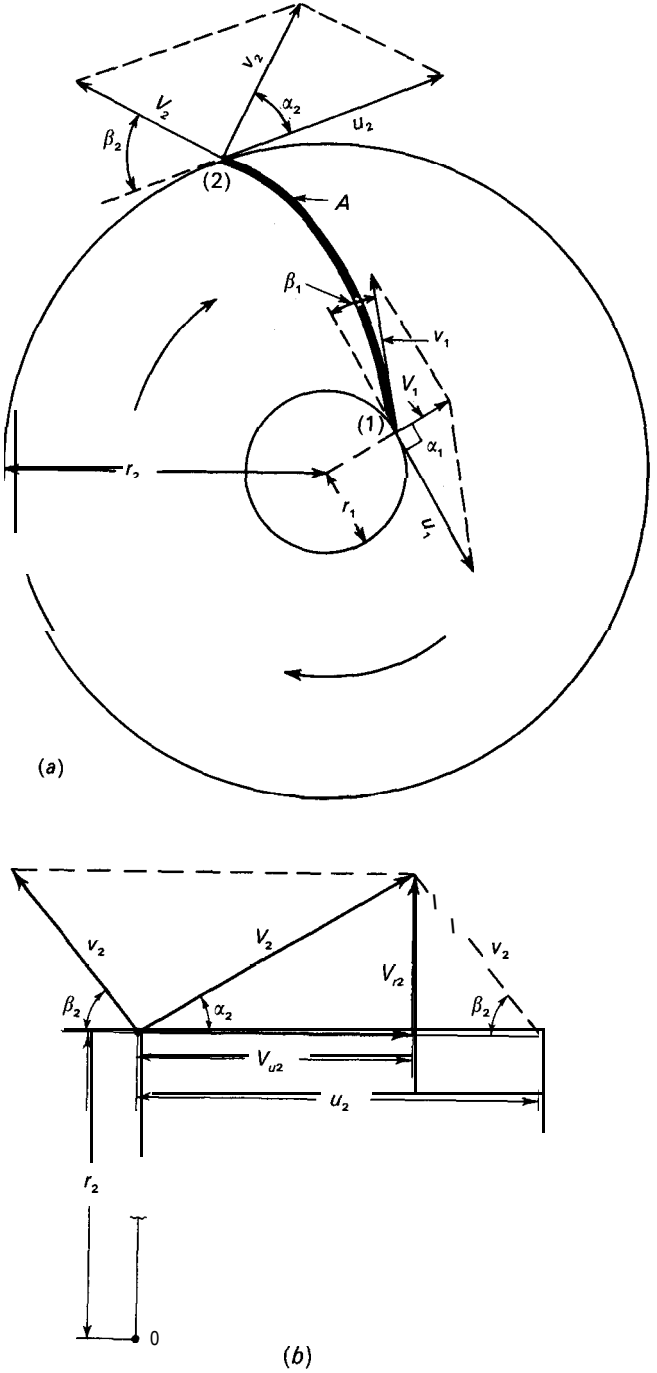


Figura 8.10. Velocidades a la entrada y en la descarga de los álabes de una bomba centrífuga. (a) Vectores y álabe. (b) Diagrama vectorial en el extremo de un álabe.

y salida del rodete, respectivamente. Consideremos primeramente los vectores en el punto 2. De acuerdo con el diseño de la bomba la tangente al rodete en su punta terminal forma un ángulo β_2 con la tangente a la circunferencia trazada por la punta del rodete. El vector v_2 es la velocidad del fluido en el punto 2, tal como es visto por un observador que se moviese con el rodete y, por tanto, es la velocidad *relativa* del fluido. Se admiten ahora dos idealizaciones. En primer lugar, se supone que todo el líquido que circula a través de la periferia del rodete se mueve con la misma velocidad, de forma que el valor numérico (pero no la dirección del vector) es v_2 en todos los puntos; segundo, se supone que el ángulo entre el vector v_2 y la tangente es el ángulo real del álabe β_2. Esta suposición es equivalente a admitir que hay un número infinito de álabes, de espesor cero, separados entre sí una distancia infinitesimal. Este estado ideal se conoce como *orientación perfecta.* El punto 2 situado en el extremo de los álabes se mueve con una velocidad periférica u_2 con respecto al eje. El vector V_2 es la velocidad resultante de la corriente de fluido que abandona el rodete tal como es observado desde tierra. Recibe el nombre de *velocidad absoluta del fluido* y es, de acuerdo con la ley del paralelogramo, el vector suma de la velocidad relativa v_2 y la velocidad periférica u_2. El ángulo formado por los vectores V_2 y u_2 se representa por α_2.

Un conjunto análogo de vectores se pueden aplicar a la entrada de los álabes en el punto 1, tal como se muestra en la Figura 8.10*a*. En el diseño normal α_1 es aproximadamente 90" y el vector V_1 puede considerarse radial.

La Figura 8.10*b* es el diagrama vectorial para el punto 2 y muestra las relaciones entre los distintos vectores en una forma más conveniente. También se indica cómo el vector velocidad absoluta V_2 puede descomponerse en sus componentes, un componente radial que se representa por V_{r2} *y* un componente periférico que se representa por V_{u2}.

La comunicación de potencial al rodete y, por tanto, la potencia que requiere la bomba, puede calcularse a partir de las ecuaciones de la cantidad de movimiento angular para flujo estacionario, Ecuación (4.35). Para ser consistente con la Figura 8.10, $u_{\theta 2}$ de la Ecuación (4.35) se transforma en V_{u2} *y* $u_{\theta 1}$ en V_{u1}. Por tanto

$$Tg_c = \dot{m}(r_2 V_{u2} - r_1 V_{u1}) \tag{8.8}$$

Los factores de corrección de la cantidad de movimiento [las β de la Ecuación (4.35)] son la unidad, habida cuenta de la suposición de orientación perfecta. Por otra parte, en el flujo radial, cuando $\alpha = 90°$, $V_u = 0$. Por tanto, a la entrada $r_1 V_{u1} = 0$ y el segundo término del paréntesis de la Ecuación (8.8) desaparece y

$$Tg_c = \dot{m} r_2 V_{u2} \tag{8.9}$$

Puesto que $P = T\omega$, la ecuación de la potencia para una bomba ideal es

$$P_{fr} g_c = \dot{m}\omega r_2 V_{u2} \tag{8.10}$$

donde el subíndice r representa una bomba sin fricción,

Relaciones carga-flujo para una bomba ideal. A partir de la Ecuación (8.5), para una bomba ideal, $P = P_{fr} = \dot{m}\ AH$, y por tanto

$$\mathrm{AH} = \frac{r_2 V_{u2}\omega}{g_c} \tag{8.11}$$

Puesto que $\omega r_2 = u_2$,

$$\Delta H = \frac{u_2 V_{u2}}{g_c} \tag{8.12}$$

A partir de la Figura 8.10*b*, $V_{u2} = u_2 - V_{r2}/\mathrm{tg}\ \beta_2$, y

$$AH, = \frac{u_2(u_2 - V_{r2}/\mathrm{tg}\ \beta_2)}{g_c} \tag{8.13}$$

El flujo volumétrico a través de la bomba viene dado por

$$q_r = V_{r2} A_p \tag{8.14}$$

donde A_p es el área total de la sección transversal del canal localizado alrededor de la periferia. Combinando las Ecuaciones (8.13) y (8.14) se obtiene

$$\Delta H_r = \frac{u_2(u_2 - q_r/A_p\ \mathrm{tg}\ \beta_2)}{g_c} \tag{8.15}$$

Puesto que u_2, A_p y β_2 son constantes, la Ecuación (8.15) muestra que la relación entre la carga y el flujo volumétrico es lineal. La pendiente de la línea carga-velocidad de flujo depende del signo de tg β_2. Si β_2 es menor de 90°, como ocurre casi siempre, la línea tiene una pendiente negativa. El flujo puede hacerse inestable si la línea es horizontal o tiene una pendiente positiva.

Relación carga-trabajo en una bomba ideal. El trabajo comunicado por unidad de masa de líquido que pasa a través de una bomba ideal, de acuerdo con las Ecuaciones (8.4) y (8.10), es

$$W_{pr} = \frac{P_{fr}}{\dot{m}} = \frac{\omega}{g_c} r_2 V_{u2} \tag{8.16}$$

La ecuación de Bernoulli aplicada entre los puntos 1 y 2, suponiendo orientación perfecta, que no hay fricción y despreciando Z_a Z_b, conduce a

$$\frac{\omega}{g_c} r_2 V_{u2} = \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g_c} - \frac{V_1^2}{2g_c} \tag{8.17}$$

Por otra parte, aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos a y 1, así como entre b y 2, respectivamente,

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g_c} \tag{8.18}$$

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2g_c} \tag{8.19}$$

Sumando las Ecuaciones (8.17), (8.18) y (8.19),

$$\frac{p_b}{\rho} + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2g_c} = \frac{p_a}{\rho} + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2g_c} + \frac{\omega}{g_c} r_2 V_{u2} \tag{8.20}$$

La Ecuación (8.20) puede escribirse en la forma

$$\Delta H_r = H_b - H_a = \frac{\omega}{g_c} r_2 V_{u2} = W_{pr} \tag{8.21}$$

La Ecuación (8.21) concuerda con la Ecuación (8.3) para una bomba ideal o sin fricción, donde $\eta = 1{,}0$, $AH = AH$, y $W_p = W_{pr}$.

Efecto de la variación de velocidad. Un problema práctico se presenta cuando se varía la velocidad de rotación de una bomba, para predecir su efecto sobre la carga, la capacidad y el consumo de potencia. Cuando la velocidad de rotación n aumenta, la velocidad de la punta de los álabes u_2 aumenta proporcionalmente, y en una bomba ideal también aumentan de forma proporcional las velocidades V_2, V_{u2} y V_{r2}. Por tanto,

la capacidad q varía con n [según la Ec. (8.14)]
la carga AH varía con n^2 [según la Ec. (8.12)]
la potencia P varía con n^3 [según la Ec. (8.10), puesto que $\dot{m} = \rho q$ y, por tanto, varía con n]

Funcionamiento real de una bomba centrífuga. La carga desarrollada por una bomba real es considerablemente menor que la calculada a partir de la Ecuación (8.21) para una bomba ideal. Por otra parte, el rendimiento es menor que la unidad y el consumo de potencia es mayor que el valor ideal. A continuación se tratan por separado las pérdidas de carga y de potencia.

Pérdida de carga; flujo circulatorio. Una suposición básica en la teoría de la bomba ideal fue la de orientación perfecta, de tal forma que el ángulo entre los vectores v_2 y u_2 es igual al ángulo del álabe β_2. En una bomba real la orientación no es perfecta y la corriente real del fluido sale con un ángulo considerablemente menor que β_2. La razón física reside en que la velocidad en una determinada sección transversal dista de ser uniforme. El efecto es el resultado de un flujo

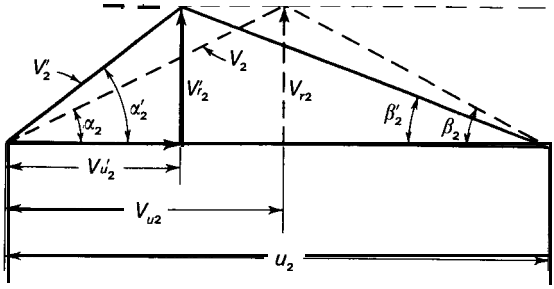


Figura 8.11. Diagrama vectorial mostrando el efecto de circulación en el rodete de la bomba.

circulatorio del líquido de un extremo a otro, dentro de los canales del rodete, que se superpone al flujo neto a través del canal. Debido a la circulación la velocidad resultante V_2 es menor que la teórica. El diagrama vectorial de la Figura 8.11 muestra cómo la circulación modifica las velocidades y ángulos teóricos. Las líneas de trazo continuo y las magnitudes con comillas corresponden a la bomba real, mientras que las líneas de trazo discontinuo y las magnitudes sin comillas representan el caso teórico. Tanto la velocidad de rotación, y por tanto u_2, como el flujo a través de la bomba, que es proporcional a V_{r2}, son iguales en los dos casos. Es evidente que decrecen tanto el ángulo β_2 como la componente tangencial V_{u2}. Por tanto, de acuerdo con la Ecuación (8.1), también disminuye la carga desarrollada.

Curvas características; relación carga-capacidad. Las representaciones gráficas de la carga real, el consumo total de potencial y el rendimiento, frente a la velocidad volumétrica de flujo, reciben el nombre de curvas de características de una bomba. Tales curvas se representan esquemáticamente en la Figura 8.12. En la Figura 8.12*a* la relación entre la carga teórica y la velocidad de flujo (generalmente llamada «carga-capacidad») es una línea recta, de acuerdo con la Ecua-

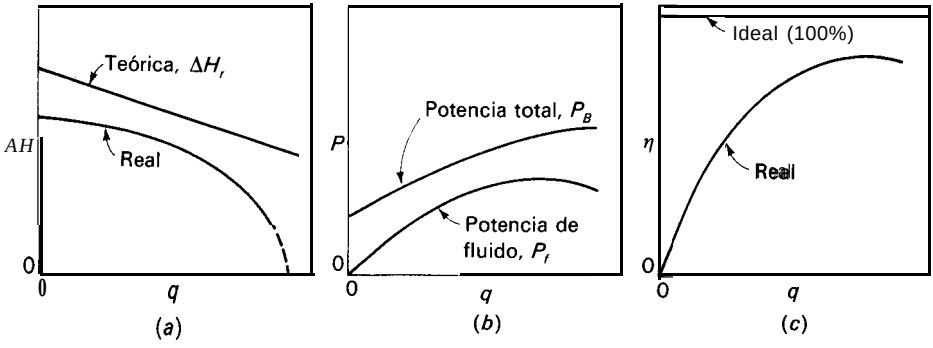


Figura 8.12. Curvas de características de una bomba centrífuga: (a) carga-capacidad; *(b)* potencia; (c) rendimiento.

ción (8.21); la carga real desarrollada es considerablemente menor y cae bruscamente hacia cero a medida que la velocidad aumenta hasta un cierto valor en cualquier bomba dada. Esto recibe el nombre de ***velocidad de flujo a carga cero, y*** representa el flujo máximo que puede producir la bomba en cualesquiera condiciones. La velocidad de flujo óptima de operación, es, por supuesto, menor que ésta.

La diferencia entre las curvas teórica y real se debe esencialmente al flujo circulatorio. Otros factores que contribuyen a la pérdida de carga son la fricción del fluido en los conductos y canales de la bomba y a las pérdidas de choque debidas al cambio brusco de dirección del líquido que sale del rodete, así como a la unión de la corriente de líquido que circula circunferencialmente alrededor de la carcasa. La fricción adquire el valor más elevado para la máxima velocidad de flujo; las pérdidas de choque son mínimas para las condiciones de operación estipuladas para la bomba y aumentan al aumentar o disminuir el valor especificado.

Curvas de potencia. En la Figura 8.126 se presentan curvas típicas de la potencia de fluido P_f y la potencia total P_B frente a la velocidad de flujo. La diferencia entre el funcionamiento ideal y el real representa la pérdida de potencia en la bomba, que se debe a la fricción del fluido y las pérdidas de choque, con conversión de energía mecánica en calor, y pérdidas por fugas, fricción de disco y en los cojinetes. Las fugas representan un flujo invertido desde la descarga del rodete hasta el orificio de succión, y dan lugar a una reducción del volumen real descargado por la bomba por unidad de potencia consumida. La fricción de disco es la fricción que tiene lugar entre la superficie exterior del rodete y el líquido que ocupa el espacio comprendido entre el rodete y la parte interior de la carcasa. Las pérdidas en los cojinetes representan la potencia que se requiere para vencer la fricción mecánica en los cojinetes y en prensaestopas o cierre de la bomba.

Rendimiento. Tal como indica la Ecuación (8.6), el rendimiento de una bomba es la relación entre la potencia comunicada al fluido y la entrada total de potencia. La curva de la Figura 8.12*c*, derivada de las curvas de la Figura 8.12*b*, indica que el rendimiento disminuye rápidamente con la velocidad de flujo para bajas velocidades, alcanza un máximo en la región de la capacidad especificada de la bomba, y disminuye después a medida que la velocidad de flujo se aproxima al valor de carga cero.

Bombas centrífugas de múltiple etapa. La máxima carga que se puede generar con un solo rodete está limitada por la velocidad periférica que razonablemente puede alcanzarse. Cuando se necesita una carga superior a aproximadamente 20 a 30 m, pueden acoplarse en serie dos o más rodetes sobre un solo eje para formar una bomba de múltiple etapa. La descarga procedente de la primera etapa constituye la succión de la segunda; la descarga de ésta, la succión de la tercera, y así sucesivamente. Las cargas desarrolladas por cada una de las etapas se suman para dar lugar a una carga total que es varías veces la de una sola etapa.

Bombas de cebado. La Ecuación (8.21) indica que la carga teórica desarrollada por una bomba centrífuga, depende de la velocidad del rodete, del radio del mismo y de la velocidad del fluido que sale del rodete. Si estos factores son constantes, la carga desarrollada es la misma, cualquiera que sea el peso específico del fluido y es igual para líquidos y gases. El aumento de presión, sin embargo, es igual al producto de la carga desarrollada por el peso específico del fluido. Si una bomba desarrolla, por ejemplo, una carga de 100 pies, y está llena de agua, el aumento de presión es igual a 100 x $62{,}3/144 = 43$ $lb_f/pulg^2$. Si la bomba está llena con aire en condiciones ordinarias, el aumento de presión es del orden de $0{,}1$ $lb_f/pulg^2$. Una bomba centrífuga que operase con aire no podría elevar el líquido desde una conducción de succión inicialmente vacía, ni hacerlo circular a través de la línea llena de líquido. Una bomba con aire en su carcasa, se dice que está «taponada con aire» y no puede funcionar hasta que el aire haya sido reemplazado por líquido. El aire puede ser desalojado cebando la bomba desde un tanque auxiliar de cebado, conectado a la tubería de succión o bien introduciendo líquido en la misma mediante un dispositivo de vacío independiente. Existen, por otra parte, varios tipos de bombas de autocebado.

Las bombas de desplazamiento positivo comprimen el gas hasta una presión de descarga deseada y no están sometidas a «taponamiento con aire».

Ventiladores, soplantes y compresores

Los aparatos para compresión y movimiento de gases se clasifican más convenientemente teniendo en cuenta el intervalo de diferencia de presión que pueden producir. Según este criterio el orden creciente es, ventiladores-soplantes-compresores.

Ventiladores. Los ventiladores de gran tamaño son generalmente centrífugos. El principio de funcionamiento es exactamente el mismo que el de las bombas centrífugas. En la Figura 8.13 se representan rodetes típicos de ventiladores. Los rodetes se montan dentro de una carcasa construida con una lámina de metal ligero. La holgura es grande y las cargas de salida pequeñas, de 5 a 60 pulg de agua.

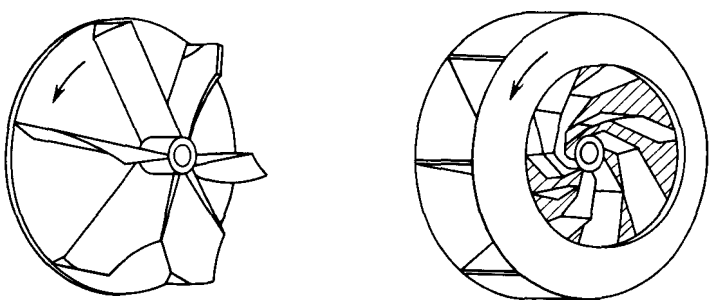


Figura 8.13. Rodetes de ventiladores centrífugos.

A veces, como ocurre en los aparatos de ventilación, prácticamente toda la energía suministrada se convierte en energía de velocidad y casi nada en carga de presión. De todas formas, el aumento de velocidad absorbe una cantidad apreciable de la energía suministrada y ha de incluirse al estimar el rendimiento de la bomba. El rendimiento total, en cuyo cálculo, a la potencia de salida hay que sumar las cargas de presión y velocidad, es del orden del 70 por 100.

Puesto que la variación de densidad en un ventilador es pequeña, resultan adecuadas las ecuaciones utilizadas al estudiar el funcionamiento de las bombas centrífugas con fluidos no compresibles. Una diferencia entre bombas y aparatos para el flujo de gases radica en el efecto de la presión y temperatura sobre la densidad del gas que entra al sistema. El equipo para gases se clasifica ordinariamente en ***pies cúbicos normales.*** El volumen en pies cúbicos normales se mide a una determinada presión y temperatura, independientemente de la temperatura y presión del gas que llega al aparato. En la industria se emplean diferentes normalizaciones, pero una de las más frecuentes se basa en una presión de 30 pulg de mercurio a una temperatura de 60 °F (520 °R), y corresponde a un volumen molar de 378,7 pie^3/lb-mol.

Ejemplo 8.2. Se ha de emplear un ventilador centrífugo para extraer gases de combustión a una presión de 29,0 pulg (737 mm) Hg y a una temperatura de 200 °F (93,3 °C) Hg y descargarlos a una presión de 30,1 pulg (765 mm) Hg con una velocidad de 150 pies/s. Calcular la potencia al freno para extraer 10 000 pie^3 normales/min de gas. El rendimiento del ventilador es del 65 por 100 y el peso molecular del gas 31,3.

SOLUCIÓN

La densidad real del gas en la succión es

$$\rho_a = \frac{31{,}3 \times 29{,}0(460 + 60)}{378{,}7 \times 30(460 + 200)} = 0{,}0629 \text{ lb/pie}^3$$

y la densidad en la descarga

$$\rho_b = 0{,}06\left(\frac{30}{2}\right) = 0{,}0653 \text{ lb/pie}^3$$

La densidad media del gas que circula es pues

$$\bar{\rho} = (0{,}0629 + 0{,}0653)/2 = 0{,}0641 \text{ lb/pie}^3$$

La velocidad de flujo de masa es igual a

$$m = \frac{10000 \times 31{,}3}{378{,}7 \times 60} = 13.78 \text{ lb/s}$$

La presión desarrollada es

$$\frac{p_b - p_a}{\bar{\rho}} = \frac{(30{,}1 - 29)144 \times 14{,}7}{29{,}92 \times 0{,}0641} = 1214 \text{ pies-lb}_f\text{/lb}$$

La carga de velocidad es igual a

$$\frac{\bar{V}_b^2}{2g_c} = \frac{150^2}{2 \times 32{,}17} = 349{,}7 \text{ pies-lb}_f/\text{lb}$$

Haciendo $\alpha_a = \alpha_b = 1{,}0$, $\bar{V}_a = 0$, $Z_a = Z_b$, en la Ecuación (8.1), resulta

$$W_p = \frac{1}{\eta}\left(\frac{p_b - p_a}{\bar{\rho}} + \frac{\bar{V}_b^2}{2g_c}\right) = \frac{1214 + 349{,}7}{0{,}65} = 2406 \text{ pies-lb}_f/\text{lb}$$

De la Ecuación (8.4)

$$P_B = \frac{\dot{m} W_p}{75} = \frac{13{,}78 \times 2406 \times 0{,}1383}{75} = 60{,}3 \text{ CV } (45{,}0 \text{ kW})$$

Soplantes y compresores. Al aumentar adiabáticamente la presión de un fluido compresible, aumenta también la temperatura del mismo. Este aumento de temperatura presenta varias desventajas. Puesto que el volumen específico del fluido aumenta con la temperatura, el trabajo que se requiere para comprimir una unidad de masa de fluido es mayor que si la compresión fuese isotérmica. Temperaturas excesivamente elevadas ocasionan problemas con los lubricantes, prensaestopas y materiales de construcción. Además, el fluido puede ser tal que no tolere temperaturas elevadas sin descomponerse.

Para el cambio isentrópico (adiabático y sin fricción) de presión de un gas ideal, la relación de temperatura, de acuerdo con la Ecuación (6.24), es

$$\frac{T_b}{T_a} = \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{1-1/\gamma} \tag{8.22}$$

donde T_a, T_b = temperaturas absolutas de entrada y salida, respectivamente
p_a, p_b = presiones correspondientes a la entrada y salida

Para un gas dado, la relación de temperatura aumenta con la relación de compresión p_b/p_a. Esta relación es un parámetro básico en la ingeniería de soplantes y compresores. En el caso de soplantes con una relación de compresión inferior a aproximadamente 3 o 4, el aumento adiabático de temperatura no es grande y no se toman medidas especiales para reducirlo. Sin embargo, en compresores, donde la relación de compresión puede ser 10 o más, la temperatura isentrópica es excesivamente elevada. Además, como los compresores reales no carecen de fricción, el calor que se genera en la fricción es también absorbido por el gas y se alcanzan temperaturas más altas que la temperatura isentrópica. Por tanto, los compresores se enfrían mediante encamisados a través de los cuales circula agua fría o un refrigerante. En compresores pequeños refrigerados la temperatura del gas a la salida puede acercarse a la de la entrada, alcanzándose una compresión esencialmente isotérmica. En las unidades muy pequeñas es suficiente utilizar aletas integradas con el cilindro y que intercambian calor al

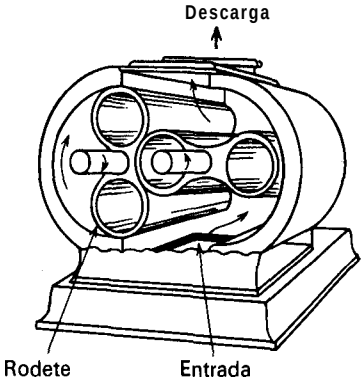


Figura 8.14. Soplante bilobular.

aire. En las unidades grandes, donde la capacidad de refrigeración es limitada, se sigue un camino, llamado compresión politrópica, que es diferente de la compresión isotérmica y de la adiabática.

Soplantes de desplazamiento positivo. En la Figura 8.14 se representa una soplante de desplazamiento positivo. Estas máquinas operan como las bombas de engranajes, excepto que, debido al especial diseño de los «dientes», la holgura es de solamente unas pocas milésimas de pulgada. La posición relativa de los rodetes se mantiene de una forma muy precisa mediante unos robustos engranajes externos. Una soplante de simple etapa puede descargar gas de 0,4 a 1 atm de sobrepresión, y a 2 atm para soplantes de dos etapas. La soplante que se representa en la Figura 8.14 es del tipo bilobular. También son frecuentes unidades de tres lóbulos.

Soplantes centrífugas. En la Figura 8.15 se representa una soplante centrífuga de una sola etapa. En apariencia recuerda a una bomba centrífuga, excepto que la

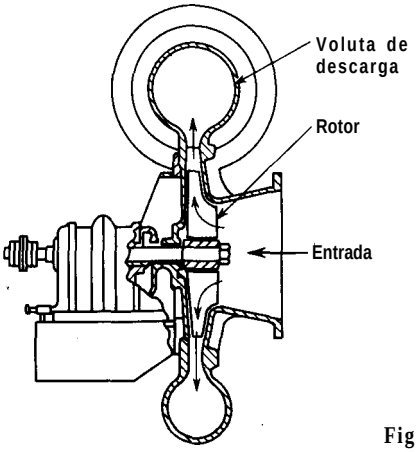


Figura 8.15. Soplante centrífuga de succión simple.

carcasa es más estrecha mientras que los diámetros de la carcasa y de la voluta de descarga son relativamente mayores que en una bomba. La velocidad de operación es elevada, de 3600 rpm o superior. La potencia ideal viene dada por la Ecuación (8.10). La razón de la elevada velocidad y el gran diámetro del rodete reside en que para generar una presión moderada se necesitan cargas muy elevadas medidas en metros de un fluido de baja velocidad. Por esta razón las velocidades representadas en un diagrama vectorial como el de la Figura 8.10 son, para una soplante centrífuga, aproximadamente diez veces mayor que en el caso de una bomba centrífuga.

Los compresores centrífugos son unidades de múltiple etapa que contienen varios rodetes sobre un solo eje que gira a alta velocidad en el interior de una pesada carcasa[1,3]. Canalizaciones interiores conducen el fluido desde la descarga de un rodete a la entrada del siguiente. Estas máquinas comprimen volúmenes enormes de aire o de un gas de proceso (hasta 200000 pie^3/min a la entrada) hasta una presión de salida de 20 atm. Las máquinas más pequeñas descargan a presiones de hasta varios centenares de atmósferas. En las unidades que operan a alta presión se necesita refrigeración entre las etapas.

Las máquinas con flujo axial tratan aun mayores volúmenes de gas (hasta 600 000 pie^3/min), pero con presiones de descarga menores, que van de 2 a 10 o 12 atm. En estas unidades los álabes del rotor impulsan el gas axialmente desde un conjunto de álabes directamente al siguiente. Normalmente no requieren refrigeración entre las etapas.

Compresores de desplazamiento positivo. Los compresores rotatorios de desplazamiento positivo pueden utilizarse para presiones de descarga del orden de 6 atm. La mayor parte de los compresores que operan con presiones de descarga superiores a 3 atm son máquinas alternativas de desplazamiento positivo. En la Figura 8.16 se presenta un ejemplo sencillo de un compresor de simple etapa. Estas máquinas operan mecánicamente en la misma forma que las bombas alternativas, con las importantes diferencias de que la prevención de fugas es más difícil y de que el aumento de temperatura es considerable. Los cabezales y las

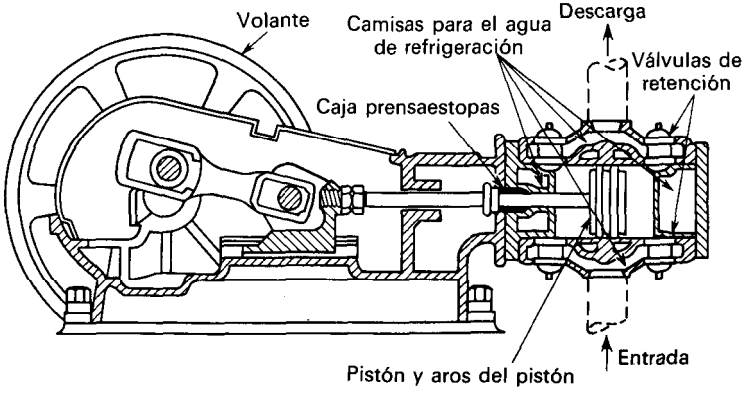


Figura 8.16. Compresor alternativo.

paredes del cilindro están provistos de encamisados para enfriamiento con agua o un refrigerante. Los compresores alternativos están generalmente accionados por un motor y casi siempre son de doble efecto.

Cuando la relación de compresión que se requiere es mayor que la que se puede alcanzar en un solo cilindro se utilizan compresores de etapa múltiple. Entre las etapas se disponen sistemas de enfriamiento, que son cambiadores de calor tubulares enfriados con agua o refrigerante. Los sistemas de enfriamiento entre las etapas tienen suficiente capacidad de transmisión de calor para llevar las corrientes gaseosas entre las etapas hasta la temperatura inicial de succión. Con frecuencia se utiliza un enfriador terminal para enfriar el gas de alta presión que sale de la última etapa.

Ecuaciones para soplantes y compresores. Debido a la variación de densidad durante el flujo compresible, resulta inadecuada la forma integrada de la ecuación de Bernoulli. Sin embargo, la Ecuación (4.33) se puede escribir en forma diferencial y utilizarla para relacionar el trabajo con el cambio diferencial de la carga de presión. En soplantes y compresores las energías cinética y potencial no varían apreciablemente y se pueden ignorar las cargas estática y de velocidad. Además, admitiendo que el compresor no tiene fricción, $\eta = 1{,}0$ y $h_f = 0$. Con estas simplificaciones la Ecuación (4.33) se transforma en

$$dW_{pr} = \frac{dp}{\rho}$$

La integración entre la presión de succión p_a y la presión de descarga p_b conduce al trabajo de compresión de un gas ideal sin fricción:

$$W_{pr} = \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp}{\rho} \tag{8.23}$$

Para utilizar la Ecuación (8.23) hay que evaluar la integral, lo que requiere información sobre el camino termodinámico que sigue el fluido en la máquina desde la succión hasta la descarga. El procedimiento es el mismo con independencia de que el compresor sea alternativo, centrífugo o rotativo de desplazamiento positivo, con la única condición de que el flujo sea sin fricción y de que en una máquina alternativa la ecuación se aplique a un número entero de ciclos, de forma que no haya acumulación ni vaciamiento de fluido en los cilindros; de no ser así, la suposición básica de flujo estacionario en la que se basa la Ecuación (4.33) no se cumpliría.

Compresión adiabática. Para unidades sin enfriamiento el fluido sigue un camino isentrópico. Para gases ideales la relación entre p y ρ viene dada por la Ecuación (6.14), que puede escribirse en la forma

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_a}{\rho_a^\gamma}$$

o
$$\rho = \frac{p_a}{p_a^{1/\gamma}} p^{1/\gamma} \tag{8.24}$$

Sustituyendo el valor de ρ de la Ecuación (8.24) en la Ecuación (8.23) e integrando se obtiene

$$W_{pr} = \frac{p_a^{1/\gamma}}{\rho_a} \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp}{p^{1/\gamma}} = \frac{p_a^{1/\gamma}}{(1 - 1/\gamma)\rho_a} (p_b^{1 - 1/\gamma} - p_a^{1 - 1/\gamma})$$

Multiplicando y dividiendo por $p_a^{1 - 1/\gamma}$ la expresión anterior se transforma en

$$W_{pr} = \frac{p_a \gamma}{(\gamma - 1)\rho_a} \left[\left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{1 - 1/\gamma} - 1 \right] \tag{8.25}$$

La Ecuación (8.25) pone de manifiesto la importancia de la relación de compresión, p_b/p_a.

Compresión isotérmica. Cuando el enfriamiento durante la compresión es completo la temperatura permanece constante y el proceso es isotérmico. La relación entre p y ρ es simplemente

$$\frac{P}{P} = \frac{P_a}{P_o} \tag{8.26}$$

Eliminando ρ de las Ecuaciones (8.23) y (8.26) e integrando se obtiene

$$W_{pr} = \frac{p_a}{\rho_a} \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp}{p} = \frac{p_a}{\rho_a} \ln \frac{p_b}{p_a} = \frac{RT_a}{M} \ln \frac{p_b}{p_a} \tag{8.27}$$

Para una relación de compresión y condición de succión dadas el trabajo que se requiere en una compresión isotérmica es menor que en una compresión adiabática y esta es la razón por la que resulta útil el enfriamiento en compresores.

Existe una estrecha relación entre los casos adiabático e isotérmico. Comparando las ecuaciones anteriores se pone de manifiesto que si $\gamma = 1$ las ecuaciones para compresión adiabática e isotérmica son idénticas.

Compresión politrópica. En los compresores de gran tamaño, el camino termodinámico del fluido, no es ni isotérmico ni adiabático. Sin embargo, el proceso puede suponerse que transcurre sin fricción. Se suele suponer, que la relación entre la presión y la densidad está dada por la ecuación

$$\frac{P}{\rho^n} = \frac{p_a}{\rho_a^n} \tag{8.28}$$

siendo n una constante cuyo valor está comprendido entre 1,0 y γ. Utilizando esta ecuación, en lugar de la Ecuación (8.24), es obvio que se obtiene la Ecuación (8.25) poniendo n en vez de y.

El valor de n se determina experimentalmente, midiendo la presión y la densidad en dos puntos del camino que sigue el proceso, por ejemplo, en la succión y en la descarga, y aplicando la ecuación

$$n = \frac{\log (p_b/p_a)}{\log (\rho_b/\rho_a)}$$

Esta ecuación se deduce de la Ecuación (8.28) substituyendo p por p_b y ρ por ρ_b, y tomando logaritmos.

Rendimiento de un compresor. La relación entre el trabajo teórico (o potencia del fluido) y el trabajo real (potencia total consumida) es el rendimiento del compresor y se representa por η. La eficacia máxima de los compresores alternativos es del orden de 80 a 85 por 100.

Ecuación de la potencia. La potencia que requiere un compresor adiabático se calcula mediante la Ecuación (8.25). La fórmula ***adimensional es***

$$P_B = \frac{0{,}0643 T_a \gamma q_0}{520(\gamma - 1)\eta} \left[\left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{1 - 1/\gamma} - 1 \right] \qquad (8.29)$$

donde P_B = potencia de freno
q_0 = volumen del gas comprimido, pie^3/min, medidas en condiciones normales
T_a = temperatura de entrada, °R

Para el caso de compresión politrópica se sustituye y por ***n.*** Para compresión isotérmica

$$P_B = \frac{0{,}148 T_a q_0}{520\eta} \log \frac{p_b}{p_a} \qquad (8.30)$$

Ejemplo 8.3. Un compresor alternativo de tres etapas ha de comprimir 180 pie^3/min (306 m^3/h), medidos en condiciones normales, de metano desde 14 hasta 900 $\text{lb}_f/\text{pulg}^2$ (0,95 a 61,3 atm) absolutas. La temperatura a la entrada es 80 °F (26,7 °C). Para el intervalo de temperatura que cabe esperar las propiedades medias del metano son

$$C_p = 9{,}3 \text{ Btu/lb mol-°F } (38{,}9 \text{ J/g mol-°C}) \qquad \gamma = 1{,}31$$

(a) ¿Cuál es la potencia al freno si el rendimiento mecánico es del 80 por 100? (b) ¿Cuál es la temperatura de descarga de la primera etapa? (c) Si la temperatura del agua de refrigeración ha de aumentar 20 °F (11,1 °C), ¿qué flujo de agua se necesitará en los enfriadores entre las etapas y en el enfriador final con el fin de que el gas comprimido

abandone cada uno de los enfriadores a 80 °F (26,7 °C)? Admítase que el enfriamiento del encamisado es suficiente para absorber el calor de fricción.

SOLUCIÓN

(a) Para un compresor de múltiple etapa se puede demostrar que la potencia total es mínima si cada etapa consume la misma cantidad de trabajo. De acuerdo con la Ecuación (8.25) esto equivale a utilizar la misma relación de compresión en cada etapa. Por tanto, para una máquina de tres etapas la relación de compresión en cada etapa ha de ser igual a la raíz cúbica de la relación global de compresión, 900/14. Para una etapa

$$\frac{p_b}{p_a} = \left(\frac{900}{14}\right)^{1/3} = 4$$

De acuerdo con la Ecuación (8.29), la potencia que se requiere es

$$P_B = \frac{(80 + 460)(0{,}0643) \times 1{,}31 \times 180}{520(1{,}31 - 1)(0{,}80)}(4^{1-1/1{,}31} - 1) = 24.6 \text{ CV}$$

La potencia total para todas las etapas es 3 x 24,6 = 73,8 CV (55,O kW)

(b) A partir de la Ecuación (8.22), la temperatura a la salida de cada etapa es

$$T_b = (80 + 460)4^{1-1{,}31} = 750 \text{ °R} = 290 \text{ °F (143,3 °C)}$$

(c) Puesto que 1 lb mol = 378,7 pie^3 en c.n., la velocidad de flujo es

$$\frac{180 \times 60}{378{,}7} = 28{,}5 \text{ lb mol/h (12,9 kg mol/h)}$$

La carga de calor en cada enfriador es

$$28{,}5(290 - 80)(9{,}3) = 55{,}660 \text{ Btu/h}$$

La carga total de calor es 3 x 55 660 = 166 980 Btu/h. La necesidad de agua de refrigeración es

$$\frac{166{,}980}{20} = 8349 \text{ lb/h} = 16{,}7 \text{ gal/min (3,79 m}^3\text{/h)}$$

Bombas de vacío. Un compresor que succiona a una presión por debajo de la atmosférica y descarga a la presión atmosférica, recibe el nombre de bomba de vacío. Cualquier tipo de soplante o compresor alternativo, rotatorio o centrífugo, puede adaptarse para hacer vacío, modificando el diseño de forma que entre gas a densidad baja por la succión y se alcance la relación de compresión necesaria. A medida que disminuye la presión absoluta en la succión, el rendimiento volumétrico disminuye y se hace cero para la menor presión absoluta que puede alcanzar la bomba. El rendimiento mecánico, por otra parte, es generalmente más bajo que para un compresor. El volumen desplazado aumenta rápidamente al dismi-

nuir la presión de succión puesto que para hacer circular una cantidad relativamente grande de gas, se necesita un aparato de gran tamaño. La relación de compresión que se utiliza en las bombas de vacío, es mayor que en compresores y es del orden de 100 o más, de forma que la temperatura adiabática de descarga es muy alta. Sin embargo, realmente, la compresión es prácticamente isotérmica debido a que como la velocidad de flujo de masa es pequeña, la transmisión de calor desde la superficie metálica es relativamente grande.

Eyectores. Un tipo importante de bombas de vacío, en las que no se utilizan partes móviles, son los eyectores, un ejemplo de los cuales se representa en la Figura 8.17. En estos aparatos, el fluido que ha de moverse es arrastrado por una corriente de un segundo fluido, que se mueve con velocidad elevada.

Un ejemplo corriente es la trompa de vacío, empleada en los laboratorios, en la cual la corriente de agua arrastra al aire desde la línea de succión. El fluido móvil y el que ha de moverse pueden ser el mismo y, así, se emplea aire comprimido para mover aire, pero en general esto no ocurre. En la industria se utilizan mucho los eyectores de vapor, que resultan útiles para producir un vacío relativamente alto. Como se indica en la Figura 8.17, penetra vapor de agua a una presión aproximada de 7 atm en una boquilla convergente-divergente, de la cual pasa a velocidad supersónica a un cono difusor. El aire o gas que es preciso arrastrar se mezcla con el vapor en la primera parte del difusor, disminuyendo la velocidad del mismo hasta que se hace acústica o inferior; en la sección divergente del difusor, la energía cinética de los gases mezclados, se convierte en energía de presión, de forma que la mezcla puede descargarse directamente a la atmósfera. Con frecuencia se conduce a un condensador enfriado por agua, sobre todo cuando se utiliza más de una etapa, pues de lo contrario, cada etapa habría de manejar todo el vapor admitido a los anteriores. En los procesos industriales se emplean hasta cinco etapas.

Los eyectores exigen muy poca atención y mantenimiento y son especialmente útiles cuando intervienen gases corrosivos que dañarían a las bombas mecánicas de vacío. En casos especiales, las boquillas y difusores pueden hacerse de metal

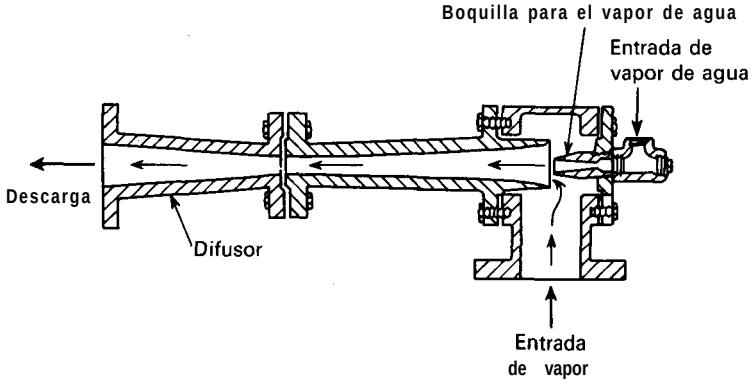


Figura 8.17. Eyector de vapor de agua.

resistente a la corrosión, grafito u otro material inerte. Los eyectores, particularmente los de la etapa múltiple, consumen grandes cantidades de vapor y de agua. Muy raramente se utilizan para producir presiones absolutas inferiores a 1 mm Hg. Los eyectores de vapor ya no son tan populares como antes debido al aumento dramático del coste del vapor de agua. En numerosas situaciones en las que la corrosión no es importante, se han sustituido por bombas mecánicas de vacío que consumen mucha menos energía para efectuar el mismo servicio.

Estudio comparativo de los distintos aparatos para el movimiento de fluidos. En general, las máquinas de desplazamiento positivo manejan cantidades más pequeñas de fluido, para presiones de descarga más elevadas que las máquinas centrífugas. Las bombas de desplazamiento positivo no están sometidas al «taponamiento con aire» y son normalmente autocebables. La velocidad de descarga, tanto en máquinas de desplazamiento positivo, como en las soplantes es prácticamente independiente de la presión de descarga, de forma que estos aparatos se utilizan ampliamente para el control y medida del flujo. Los aparatos alternativos tienen grandes exigencias de mantenimiento, pero producen en cambio presiones más altas. El fluido descarga en forma de una corriente pulsante. Las bombas rotatorias trabajan mejor con fluidos relativamente viscosos, produciendo una corriente constante desde presiones moderadas hasta muy altas. No pueden emplear para bombear suspensiones. Las soplantes rotatorias descargan el gas a una presión máxima de 2 atm, cuando son de una sola etapa. La línea de descarga de las bombas de desplazamiento positivo no se puede cerrar sin peligro de deteriorar la bomba, de modo que se necesita una conducción lateral (*bypass*) con una válvula de escape.

Las máquinas centrífugas, tanto bombas como soplantes, descargan el fluido con una presión uniforme, sin golpes ni pulsaciones. Operan a velocidades mayores que las máquinas de desplazamiento positivo y se conectan directamente al motor en vez de a una caja reductora. La línea de descarga puede cerrarse totalmente sin que se produzcan averías. Las bombas centrífugas pueden tratar una gran variedad de líquidos corrosivos y suspensiones. Para una capacidad determinada los compresores centrífugos son mucho más pequeños que los compresores alternativos y requieren menos mantenimiento.

Las máquinas alternativas son eficaces para producir vacío, con presiones absolutas inferiores a 10 mm Hg. Las bombas de vacío rotatorias pueden disminuir la presión absoluta hasta 0,01 mm Hg, y para un amplio intervalo de bajas presiones dan lugar a una operación más barata que los eyectores de vapor de agua de etapa múltiple. Para vacíos muy elevados se necesitan diseños especializados, tales como bombas de difusión.

MEDIDA DEL FLUJO DE FLUIDOS

Para el control de procesos industriales es esencial conocer la cantidad de materia que entra y sale del proceso. Puesto que los materiales se transportan, siempre que es posible, en forma fluida, es importante medir la velocidad con la que un

fluido circula a través de una tuberia u otra conducción. Industrialmente se Utilizan muchos tipos diferentes de medidores, que comprenden: (1) medidores basados en la medida directa del peso o del volumen, (2) medidores de carga Variable, (3) medidores de área, (4) medidores de corriente, (5) medidores de desplazamiento positivo, (6) medidores magnéticos, y (7) medidores ultrasónicos.

Los medidores en los que se pesa o mide el volumen son sencillos y no se considerarán en este libro. Los medidores de corriente, tales como los anemómetros de cazoleta o de paletas, están formados por un dispositivo que gira con una velocidad determinada según la velocidad del fluido en el que está sumergido el medidor. Los medidores de desplazamiento positivo comprenden diferentes tipos de bombas de medida, que difieren en la finalidad, pero no en el fundamento de las bombas rotatorias y alternativas descritas anteriormente en este capítulo. Los medidores de flujo magnético se basan en la creación de potencial eléctrico por el movimiento de un fluido conductor a través de un campo magnético uniforme generado exteriormente. Según la ley de Faraday de la inducción electromagnética, el voltaje generado es directamente proporcional a la velocidad de flujo del fluido. Los medidores de flujo magnéticos comerciales pueden medir la velocidad de casi todos los líquidos, excepto los hidrocarburos, cuya conductividad eléctrica es demasiado pequeña. Puesto que el voltaje inducido depende exclusivamente de la velocidad, las variaciones de densidad o viscosidad del líquido no afectan a la lectura del medidor. Los medidores ultrasónicos utilizan el desplazamiento Doppler de la frecuencia de las señales ultrasónicas que se reflejan desde discontinuidades tales como burbujas o partículas sólidas en la corriente líquida. No tienen partes móviles, no añaden caída de presión ni distorsionan el modelo de flujo del fluido.

Los medidores más ampliamente utilizados para la medida del flujo son los diferentes tipos de medidores de carga variable y los de área variable. Los medidores de carga variable comprenden los medidores de venturi, los medidores de orificio y los tubos de pitot; los medidores de área variable comprenden los diferentes tipos de rotámetros.

Tubo de venturi. En la Figura 8.18 se representa un tubo de venturi, que consta de una sección de entrada *A*, formada por un pequeño cilindro y un tronco de cono, una garganta *B*, y una sección de salida *C*, consistente en un largo tronco de cono. En la sección situada aguas arriba, en la unión de las partes cilíndrica y cónica, existe una cámara anular *D*, que comunica con la parte interior del tubo, mediante unos pequeños orificios *E*. La cámara anular y los pequeños orificios, forman un *anillo piezométrico*, cuya misión es promediar las presiones individuales transmitidas a través de los distintos orificios. La presión media se transmite a través de la toma de presión *F* situada aguas arriba. En el extrechamiento o garganta, se forma otro anillo piezométrico mediante una cámara anular G y un recubrimiento *H*. El recubrimiento está taladrado perfectamente y pulimentado hasta un diámetro determinado, ya que se reduce la exactitud de la medida si el estrechamiento no está bien mecanizado. La presión en el estrechamiento se transmite a través de la toma de presión *I*. Entre las tomas *F* e *I*, se conecta un manómetro u otro aparato para medir diferencias de presión.

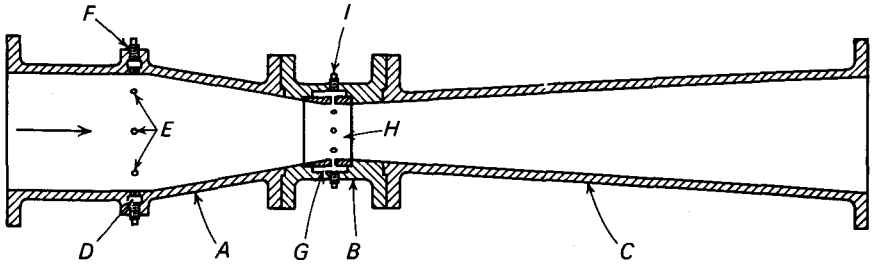


Figura 8.18. Venturímetro: *A*, sección de entrada. *B*, sección de la garganta. *C*, sección de salida. *D*, G, cámaras piezométricas. *E*, orificios de las cámaras piezométricas. *F*, toma de presión aguas arriba. *H*, recubrimiento. *I*, toma de presión aguas abajo.

En el tubo de venturi, la velocidad aumenta en el cono anterior y la presión disminuye, utilizándose la caída de presión, como se verá más adelante, para medir la velocidad de flujo a través del aparato. Pasado el estrechamiento, la velocidad disminuye y se recupera en gran parte la presión original en el cono posterior. Con el fin de que la recuperación de presión sea grande, el ángulo del cono posterior *C*, es pequeño, de forma que se evita la separación de capa límite y la fricción es mínima. Puesto que la separación no tiene lugar en la disminución de la sección transversal, el cono anterior puede hacerse más corto que el posterior, con lo que se ahorra espacio y material. Aunque los venturímetros pueden aplicarse para medidas de gases, se utilizan con mayor frecuencia para la medida de líquidos, especialmente agua. El tratamiento que sigue está restringido para fluidos no compresibles.

La ecuación básica del tubo de venturi, se obtiene escribiendo la ecuación de Bernoulli para fluidos no compresibles, entre las tomas de presión *F e I. Se* supone que la fricción es despreciable, que el aparato está en posición horizontal y que no existe bomba. Si $\bar{V}_a$ y $\bar{V}_b$ son las velocidades medias aguas arriba y abajo, respectivamente, y ρ la densidad del fluido, la Ecuación (4.33) se transforma en

$$\alpha_b \bar{V}_b^2 - \alpha_a \bar{V}_a^2 = \frac{2g_c(p_a - p_b)}{\rho} \qquad (8.3\ 1)$$

Puesto que la densidad es constante, la relación de continuidad, Ecuación (4.7) puede escribirse

$$\bar{V}_a = \left(\frac{D_b}{D_a}\right)^2 \bar{V}_b = \beta^2 \bar{V}_b \qquad (8.32)$$

siendo D_a = diámetro de la tubería
D_b = diámetro del estrechamiento del aparato
β = relación de diámetros D_b/D_a

Si se elimina $\bar{V}_a$ entre las Ecuaciones (8.31) y (8.32) se obtiene

$$\bar{V}_b = \frac{1}{\sqrt{\alpha_b - \beta^4 \alpha_a}} \sqrt{\frac{2g_c(p_a - p_b)}{\rho}} \qquad (8.33)$$

Coeficiente de venturi. La Ecuación (8.33) es aplicable solamente al flujo sin fricción de fluidos no compresibles. Para tener en cuenta la pequeña pérdida por fricción entre los puntos *a* y *b,* es preciso corregir la Ecuación (8.33) introduciendo un factor empírico C_v

$$\bar{V}_b = \frac{C_v}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2g_c(p_a - p_b)}{\rho}} \qquad (8.34)$$

En la definición de C_v se tienen en cuenta también los pequeños efectos de los factores de energía cinética α_a y α_b. El coeficiente C_v se determina experimentalmente y se denomina ***coeficiente de venturi, sin incluir la velocidad de aproximación.*** El efecto de la velocidad de aproximación se tiene en cuenta en el término $1/\sqrt{1 - \beta^4}$. Cuando D_b es menor que $D_a/4$, la velocidad de aproximación y el término β pueden despreciarse, puesto que el error que se comete es menor del 0,2 por 100.

Para tubos de venturi bien diseñados, el coeficiente C_v es del orden de 0,98 para tuberías de 2 a 8 pulgadas de diámetro y del orden de 0,99 para diámetros mayores[4].

Velocidades de flujo volumétrico y de masa. Generalmente no es la velocidad a través del estrechamiento $\bar{V}_b$, lo que se desea conocer. Las velocidades de flujo que tienen interés práctico son las velocidades de flujo volumétrico y de masa. La velocidad de flujo de masa se calcula sustituyendo el valor de $\bar{V}_b$ de la Ecuación (8.34) en la Ecuación (4.6) obteniéndose

$$\dot{m} = \bar{V}_b S_b \rho = \frac{C_v S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2g_c(p_a - p_b)\rho} \qquad (8.35)$$

siendo $\dot{m}$ = velocidad de flujo de masa
S_b = área del estrechamiento

La velocidad volumétrica de flujo se obtiene dividiendo la velocidad de flujo de masa por la densidad, o sea

$$q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{C_v S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2g_c(p_a - p_b)}{\rho}} \qquad (8.36)$$

siendo q = velocidad volumétrica de flujo

Recuperación de presión. *Si* el flujo a través del medidor de venturi fuese sin fricción, la presión del fluido a la salida del medidor sería exactamente la misma que a la entrada y la presencia del medidor en la línea no daría lugar a una pérdida de presón permanente. La caída de presión en el cono situado aguas arribas, $p_a - p_b$, se recuperaría totalmente en el cono de salida. Por supuesto que la fricción no se puede suprimir totalmente y hay una pérdida permanente de presión, con la consiguiente pérdida de energía. Debido al pequeño ángulo de divergencia del cono de recuperación, la pérdida de presión permanente en un tubo de venturi es relativamente pequeña. En un medidor correctamente diseñado la pérdida permanente es del orden del 10 por 100 de la lectura diferencial del venturi $p_a - p_b$, de forma que se recupera aproximadamente el 90 por 100 de la presión diferencial.

Ejemplo 8.4. Se desea instalar un medidor de venturi en una conducción de 4 pulg (100 mm), Catálogo 40, para medir el flujo de agua. Es de esperar que la máxima velocidad de flujo sea 325 gal/min (73,8 m^3/h) a 60 °F (15,6 °C). Para medir la presión diferencial se utiliza un manómetro diferencial de 50 pulg (1,27 m), que contiene mercurio, y sobre el mismo se pone agua en las dos ramas. La temperatura del agua es de 60 °F (15,6 °C). ¿Qué diámetro del estrechamiento deberá especificarse para el venturi, con una aproximación de 1/8 pulg (3 mm), y cuál será la potencia necesaria para que el medidor opere a toda carga?

SOLUCIÓN

Se puede utilizar la Ecuación (8.36) para calcular el tamaño del estrechamiento. Los valores que han de sustituirse en dicha ecuación son

$$q = \frac{325}{60 \times 7{,}48} = 0{,}725 \text{ pie}^3/\text{s} \qquad \rho = 62{,}37 \text{ lb/pie}^3 \qquad \text{(Ap. 4)}$$

$$C_v = 0{,}98 \qquad g_c = 32{,}17 \text{ pies-lb/lb}_f\text{-s}^2$$

Tomando $(g/g_c) = 1$,

$$p_a - p_b = \frac{50}{12}(13{,}6 - 1{,}0)(62{,}37) = 3275 \text{ lb}_f/\text{pie}^2$$

Sustituyendo los anteriores valores en la Ecuación (8.36) se obtiene

$$0{,}725 = \frac{0{,}98 S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2 \times 32{,}17 \times 3{,}275}{62{,}37}}$$

de donde

$$\frac{S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} = 0{,}01275 = \frac{0{,}7854 D_b^2}{\sqrt{1 - \beta^4}}$$

Como primera aproximación se toma $\sqrt{1 - \beta^4} = 1{,}0$. Por tanto

$$D_b = 0{,}127 \text{ pies} = 1{,}53 \text{ pulg} \qquad \beta = \frac{1{,}53}{4{,}026} = 0{,}380$$

Y $$\sqrt{1 - \beta^4} = \sqrt{1 - 0{,}38^4} = 0{,}98$$

El efecto de este término es despreciable a la vista de la precisión deseada para el resultado final. El diámetro del estrechamiento, con una aproximación de 1/8 pulg, será de $1\frac{1}{2}$ pulg (38 mm).

Pérdida de potencia. La pérdida permanente de presión es el 10 por 100 de la presión diferencial, o sea, 327,5 lb_f/pie^2. Puesto que la máxima velocidad de flujo volumétrico es 325/7,48 = 43,4 pie^3/min, la potencia necesaria para operar el venturi con todo el flujo es

$$P \simeq \frac{43{,}4 \times 327{,}5}{33\ 000} = 0{,}43 \text{ CV } (0{,}32 \text{ kW})$$

Medidor de orificio. El tubo de venturi posee ciertas desventajas prácticas en las operaciones industriales ordinarias. Es caro, ocupa un espacio considerable y no se puede variar la relación entre el diámetro del estrechamiento y el diámetro de la tubería. Para un cierto aparato y un determinado sistema manométrico, la máxima velocidad de flujo está fijada, de forma que si varía el intervalo de flujo, el diámetro del estrechamiento puede resultar demasiado grande para obtener una lectura exacta o demasiado pequeño para acomodarse a la nueva velocidad máxima de flujo. El medidor de orificio elimina estos inconvenientes, pero en cambio origina un mayor consumo de potencia.

En la Figura 8.19 se representa un orificio de bordes rectos. Consiste en una placa perfectamente taladrada y mecanizada, con un orificio concéntrico con la

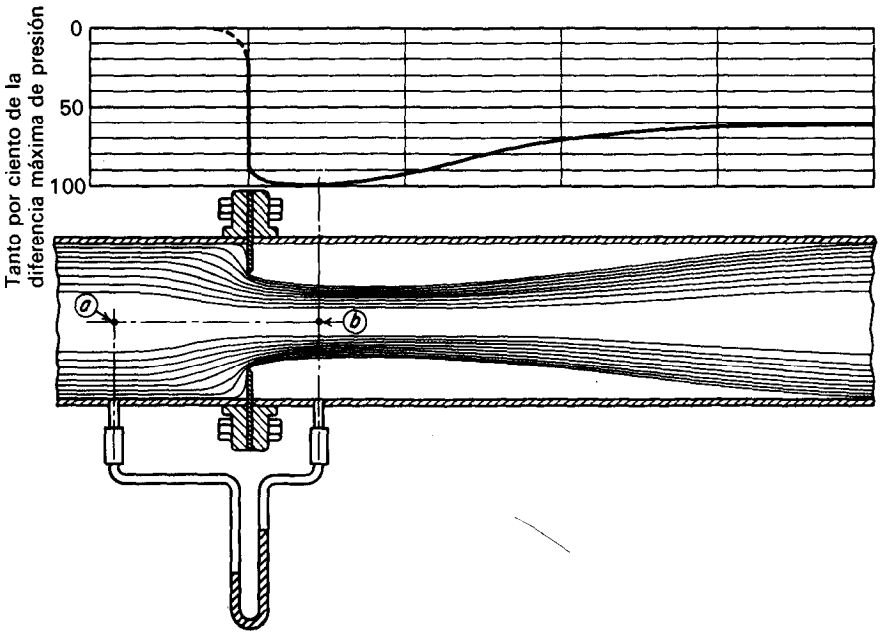


Figura 819. Medidor de orificio.

tubería en la que está instalado. El orificio de la placa puede estar biselado en la parte posterior. Se instalan las tomas de presión, una anterior y otra posterior a la placa, y se conectan a un manómetro u otro aparato equivalente de medida de presiones. La posición de las tomas es arbitraria y el coeficiente del aparato depende de la posición de dichas tomas. En la Tabla 8.2, se detallan tres métodos de situación de las tomas de presión. Las tomas que se representan en la Figura 8.19 son de vena contracta.

Tabla 8.2. Datos de tomas de presión en orificios

Tipo de toma	Distancia a la toma anterior desde la cara anterior del orificio	Distancia a la toma posterior desde la cara posterior del orificio
A la brida	1 pulgada	1 pulgada
De vena contracta	1 diámetro de tubería (interior)	0,3 a 0,8 diámetros de tubería, dependiendo de β
A la tubería	$2^1/_2$ diámetros nominales de tubería	8 diámetros nominales de tubería

El fundamento del medidor de orificio, es idéntico al del tubo de venturi. La disminución de la sección transversal de la corriente al pasar a través del orificio aumenta la carga de velocidad a expensas de la carga de presión, y la disminución de presión entre las tomas se mide mediante un manómetro. La ecuación de Bernoulli permite correlacionar el aumento de la carga de velocidad, con la disminución de la carga de presión.

El medidor de orificio presenta una complicación importante que no se encuentra en el tubo de venturi. Debido a la brusquedad del orificio la corriente del fluido se separa en el lado posterior de la placa del mismo y forma un chorro libre, apareciendo una vena contracta, tal como se indica en la Figura 8.19. El chorro no está bajo el control de paredes sólidas, como en el caso del tubo de venturi, y el área del chorro está comprendida entre la correspondiente a la abertura del orificio y la de la vena contracta. El área en un punto determinado, por ejemplo, en la toma de presión posterior, no se puede determinar fácilmente, de forma que no es fácil relacionar la velocidad del chorro en la toma posterior con el diámetro del orificio. El coeficiente de un orificio es más empírico que el de un tubo de venturi y, por tanto, es preciso modificar en este caso el tratamiento cuantitativo.

Se dispone en la bibliografía de normas rigurosas y detalladas para medidores de orificio', que han de seguirse exactamente si se ha de utilizar el medidor sin calibrado previo. Para un diseño aproximado o preliminar, se emplea satisfactoriamente una ecuación semejante a la Ecuación (8.34) en la forma

$$u_o = \frac{C_o}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2g_c(p_a - p_b)}{\rho}} \qquad (8.37)$$

siendo u_o = velocidad a través del orificio, m/s
β = relación entre el diámetro del orificio y el diámetro del tubo
p_a, p_b = presiones en los puntos a y b de la Figura 8.19

En la Ecuación (8.37) C_o ***es*** el ***coeficiente de orificio, velocidad de aproximación no incluida.*** Sirve para corregir la contracción del chorro de fluido entre el orificio y la vena contracta, la fricción y a_a y a_b. C_o se determina siempre experimentalmente; variando considerablemente al variar β y el número de Reynolds es el orificio $N_{Re,\,o}$. Este número de Reynolds se define por

$$N_{Re,\,o} = \frac{D_o u_o \rho}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi D_o \mu} \qquad \textbf{(8.38)}$$

siendo D_o el diámetro del orificio.

La Ecuación (8.37) es útil con fines de diseño porque C_o es prácticamente constante e independiente de β cuando $N_{Re,\,o}$ es mayor que 20000. En estas condiciones, C_o puede tomarse igual a 0,61. Por otra parte, si es menor que 0,25, el término $\sqrt{1 - \beta^4}$ difiere muy poco de la unidad y la Ecuación (8.31) se transforma en

$$u_o = 0{,}61 \sqrt{\frac{2g_c(p_a - p_b)}{\rho}} \qquad (8.39)$$

La velocidad de flujo de masa $\dot{m}$ está dada por

$$\dot{m} = u_o S_o \rho = 0{,}61 S_o \sqrt{2g_c(p_a - p_b)\rho} \qquad \textbf{(8.40)}$$

Sustituyendo S_o por su valor, es decir, el área de la sección transversal del orificio, en la Ecuación (8.40)

$$S_o = \frac{D_a^2 S_o}{D_a^2} = \frac{D_a^2(\pi/4)D_o^2}{D_a^2} = \frac{\pi}{4}(D_a\beta)^2 \qquad (8.41)$$

y despejando β^2, se obtiene la siguiente ecuación que permite calcular β directamente

$$\beta^2 = \frac{4\dot{m}}{0{,}61\pi D_a^2 \sqrt{2g_c(p_a - p_b)\rho}} \qquad \textbf{(8.42)}$$

Si no se desea una gran precisión, la Ecuación (8.42) resulta adecuada para el diseño de orificios. Sin embargo, debe efectuarse una comprobación del número de Reynolds, puesto que el coeficiente 0,61 no es exacto cuando $N_{Re,\,o}$ es aproximadamente menor que 20 000.

Es muy importante que antes y después del orificio exista suficiente longitud de tubería recta con el fin de que el tipo de flujo sea normal y no esté distorsiona-

do por válvulas, accesorios u otros aparatos. Si no ocurre así, la distribución de velocidad es anormal y el coeficiente del orificio es afectado en una forma que no se puede predecir. Se dispone de datos para la longitud mínima de tubería recta que debe existir aguas arriba y abajo del orificio, para asegurar una distribución normal de velocidad[2b]. Pueden utilizarse placas de enderezamiento en la corriente de aproximación si no se dispone de la longitud de tubería necesaria aguas arriba del orificio.

Recuperación de presión. A causa de las elevadas pérdidas por fricción, debido a los remolinos que se generan en la reexpansión del chorro, una vez sobrepasada la vena contracta, la recuperación de presión en un medidor de orificio es muy deficiente. La pérdida de potencia que se origina es una de las desventajas del medidor de orificio. La fracción de la presión diferencial que se pierde permanentemente depende del valor de β, según se observa en la Figura 8.20. Para un valor de β de 0,5 la perdida de carga es aproximadamente un 73 por 100 de la presión diferencial.

Cuando la toma de presión posterior está situada a ocho diámetros de la tubería aguas abajo del orificio, la diferencia de presión que se mide entre las tomas es en realidad una medida de la pérdida permanente, en vez de la presión diferencial en el orificio.

Ejemplo 8.5. Un medidor de orificio provisto de bridas se instala en una conducción con el fin de medir la velocidad de flujo de una fracción de petróleo que se introduce en una unidad de craqueo. El petróleo circula a 100 °F (37,8 °C) a través de una tubería de 4 pulg (100 mm), Catálogo 40. Para la instalación se dispone de un adecuado tramo de tubería recta horizontal. La velocidad máxima de flujo se estima en 12 000 bbl/d (1 bbl = 42 gal USA) (79,5 m^3/h), medida a 60 °F (15,6 °C). Como fluido manométrico se utilizará mercurio, y glicol, de densidad relativa 1,11, como líquido de cierre en las ramas del manómetro. La máxima lectura del manómetro ha de ser

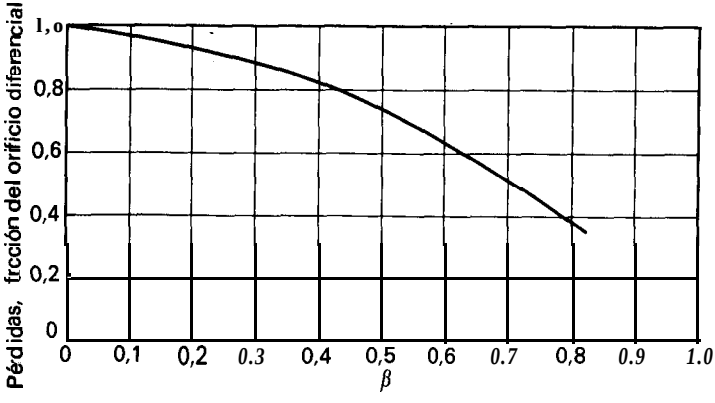


Figura 8.20. Pérdida global de presión en medidores de orificio. ***(American Society oj Mechanical Engineers [2a].)***

30 pulg (762 mm). La viscosidad del petróleo a 100 °F (37,8 "C) es 5,45 cP. La densidad relativa (60 °F/60 °F) del petróleo es 0,8927. La relación entre la densidad del petróleo a 100 °F (37,8 "C) y 60 °F (15,6 "C) es 0,984. Calcúlese (*a*) el diámetro de orificio y (b) la pérdida de potencia.

SOLUCIÓN

(*a*) Se utiliza la Ecuación (8.42). Los valores a sustituir son:

Densidad a 60 °F: $\rho_B = 0{,}8927 \times 62{,}37 = 55{,}68$ lb/pie^3

Densidad a 100 "F:

$$\rho = 0{,}8927 \times 62{,}37 \times 0{,}984 = 54{,}79 \text{ lb/pie}^3$$

$$m = \frac{12\,000 \times 42 \times 55{,}68}{24 \times 3600 \times 7{,}48} = 43{,}42 \text{ lb/s}$$

$$D_a = \frac{4{,}026}{12} = 0{,}3355 \text{ pies}$$

$$p_a - p_b = \frac{30}{12}(13{,}6 - 1{,}11)62{,}37\,\frac{g}{0g_c} = 1948 \text{ lb}_f/\text{pie}^2$$

Por tanto, a partir de la Ecuación (8.42),

$$\beta^2 \quad \frac{4 \times 43{,}42}{\pi 0{,}3355^2 \times 0{,}61\ 2 \times 32{,}17 \times 1948 \times 54{,}79} = 0{,}3073$$

de donde $\beta = 0{,}554$, y $D_o = 0{,}554 \times 0{,}3355 = 0{,}186$ pies. El diámetro del orificio es 12 x 0,186 = 2,23 pulg (56,6 mm). La viscosidad es

$$\mu = 5{,}45 \times 6{,}72 \times 10^{-4} = 0{,}00367 \text{ lb/pies-s}$$

Según la Ecuación (8.38), el número de Reynolds es

$$N_{Re.o} = \frac{4 \times 43{,}42}{\pi 0{,}186 \times 0{,}00367} = 81000$$

El número de Reynolds es suficientemente grande para justificar el valor de 0,61 para C_o.

(b) Puesto que $\beta = 0{,}554$, la fracción de la presión diferencial que se pierde permanentemente, según la Figura 8.20, es el 68 por 1 OO de la diferencial en el orificio. El consumo máximo de potencia del orificio es

$$\frac{43{,}42 \times 1948 \times 0{,}68}{0{,}984 \times 62{,}37 \times 0{,}8927 \times 550} = 1{,}9 \text{ CV } (1{,}4 \text{ kW})$$

Flujo de fluidos compresibles a través de tubos de venturi y orificios. El tratamiento precedente sobre medidores de flujo se ha limitado exclusivamente **al flujo de fluidos de densidad constante. Cuando los fluidos son compresibles se pueden**

utilizar ecuaciones y coeficientes de descarga similares para los distintos medidores. La Ecuación (8.35) para medidores de venturi se modifica en la forma

$$\dot{m} = \frac{C_v Y S_b}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2g_c(p_a - p_b)\rho_a} \tag{8.43}$$

Para medidores de orificio la Ecuación (8.40) se transforma en

$$\dot{m} = 0{,}61 Y S_o \sqrt{2g_c(p_a - p_b)\rho_a} \tag{8.44}$$

En las Ecuaciones (8.43) y (8.44) Y es un factor de expansión adimensional y ρ_a es la densidad del fluido para las condiciones existentes aguas arriba. Para el flujo isentrópico de un gas ideal a través de un venturi, Y puede calcularse teóricamente integrando la Ecuación (6.25) entre los puntos *a* y *b* y combinando el resultado con la definición de Y implícita en la Ecuación (8.43). El resultado es

$$Y = \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{1/\gamma} \left\{ \frac{\gamma(1 - \beta^4)[1 - (p_b/p_a)^{1-1/\gamma}]}{(\gamma - 1)(1 - p_b/p_a)[1 - \beta^4(p_b/p_a)^{2/\gamma}]} \right\}^{1/2} \tag{8.45}$$

La Ecuación (8.45) indica que Y es una función de $p_b/p_a, \beta$ y y. Esta ecuación no puede utilizarse para orificios debido al efecto de vena contracta. Una ecuación empírica en función de $p_b/p_a, \beta$ y γ, para orificios normalizados de bordes rectos, es

$$Y = 1 - \frac{0{,}41 + 0{,}35\beta^4}{\gamma}\left(1 - \frac{p_b}{p_a}\right) \tag{8.46}$$

En la Figura 8.21 se presentan valores típicos de Y calculados para aire mediante las Ecuaciones (8.45) y (8.46). Esta figura no debe utilizarse cuando p_b/p_a es aproximadamente menor que 0,53, que es la relación crítica de presión para la cual el flujo de aire se hace sónico.

Tubo de pitot. El tubo de pitot es un aparato que sirve para medir la velocidad local a lo largo de una línea de corriente. El principio del mismo se indica en la Figura 8.22. La abertura del tubo de impacto *a* es perpendicular a la dirección de flujo. La abertura del tubo estático *b* es en cambio paralela a la dirección de flujo. Los dos tubos están conectados a las ramas de un manómetro u otro sistema equivalente de medida de pequeñas diferencias de presión. El tubo estático mide la presión estática p_0 puesto que no existe componente de la velocidad perpendicular a la abertura. La abertura de impacto contiene un punto de estancamiento *B.* La línea de corriente *AB* termina en el punto de estancamiento *B.*

La presión p_s medida en el tubo de impacto, es la presión de estancamiento del fluido, dada para el caso de gases ideales por la Ecuación (7.8). Por consi-

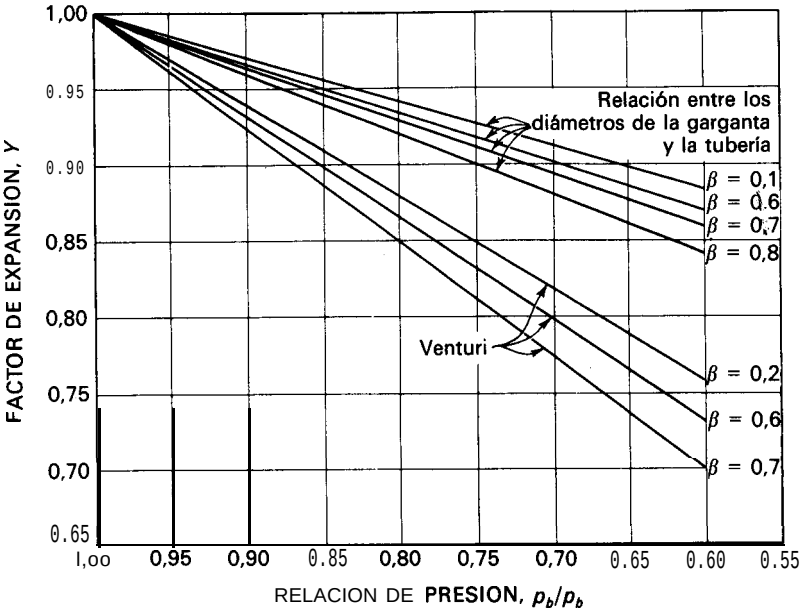


Figura 8.21. Factores de expansión para medidores de flujo de aire. *[Con autorización de L. Streeter (ed.), «Handbook of Fluid Dynamics», p.* 14-14. *Copyright,* 1961, *McGraw-Hill Book Company.*]

guiente, se puede aplicar la Ecuación (7.9), siendo p_0 la presión estática medida en el tubo *b*. Despejando u_0 en la Ecuación (7.9) se obtiene

$$u_0 = \left[\frac{2g_c(p_s - p_0)}{\rho_0 \left(1 + \frac{N_{Ma}^2}{4} + \frac{2 - \gamma}{24} N_{Ma}^4 + \cdots \right)} \right]^{1/2} \qquad (8.47)$$

Puesto que el manómetro del tubo de pitot, mide la diferencia de presión $p_s - p_0$, la Ecuación (8.47) da la velocidad local en el punto en el que se ha situado el tubo

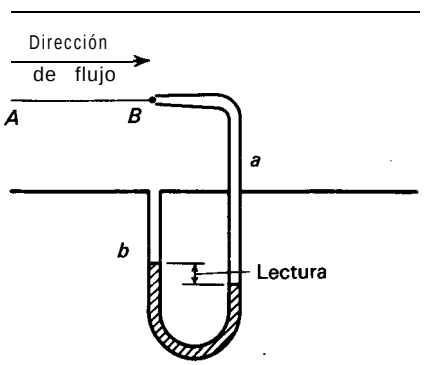


Figura 8.22. Fundamento del tubo de pitot.

de impacto. Normalmente en la ecuación anterior sólo se considera el primer término, que contiene el número de Mach.

Para fluidos no compresibles, el factor de corrección del número de Mach, es igual a la unidad y la Ecuación (8.47) se transforma sencillamente en

$$u_0 = \sqrt{\frac{2g_c(p_s - p_0)}{\rho}} \tag{8.48}$$

La velocidad medida por un tubo de pitot ideal debería cumplir exactamente la Ecuación (8.47). En los aparatos bien diseñados, el valor concuerda con el teórico con un error no superior al 1 por 100, pero cuando han de realizarse medidas precisas, el tubo de pitot debe calibrarse y aplicar un factor de corrección adecuado. Este factor se utiliza como coeficiente que multiplica al segundo miembro de la Ecuación (8.47) y es prácticamente igual a la unidad para tubos de pitot bien diseñados.

Es preciso tener en cuenta que, así como los medidores de orificio y el tubo de venturi miden la velocidad ***media*** de toda la corriente de fluido, el tubo de pitot mide solamente la velocidad en un ***punto.*** Como se ha visto en el Capítulo 4, esta velocidad varía a través de la sección de la tubería. Por consiguiente, para obtener la velocidad media verdadera para toda la sección transversal, se utiliza uno de los dos procedimientos siguientes. Puede situarse el tubo, exactamente centrado en el eje de la tubería y calcular la velocidad media a partir de la velocidad máxima mediante la Figura 5.7. Si se utiliza este procedimiento, es preciso tomar la precaución de instalar el tubo de pitot por lo menos 100 diámetros aguas abajo de cualquier perturbación del flujo, de forma que la distribución de velocidad sea normal. El otro procedimiento consiste en efectuar medidas en un cierto número de localizaciones conocidas de la sección transversal de la tubería y calcular la velocidad media $\bar{V}$ para toda la sección mediante integración gráfica de la Ecuación (4.4).

Las desventajas del tubo de pitot son: (1) no da directamente la velocidad media, y (2) sus lecturas para gases son extraordinariamente pequeñas. Cuando se utiliza para medir gases a baja presión, debe utilizarse algún tipo de manómetro multiplicador, como el que se representa en la Figura 2.5.

Ejemplo 8.6. Se hace circular aire a 200 °F (93,3 °C) a través de una larga chimenea circular de 36 pulg (914 mm) de diámetro. Se toma una medida con un tubo de pitot situado en el centro de la chimenea a suficiente distancia de las perturbaciones del flujo para que exista una distribución normal de velocidad. La lectura del pitot es 0,54 pulg (13,7 mm) de H_2O y la presión estática en el punto de medida es 15,25 pulg (387 mm) de H_2O. El coeficiente del tubo de pitot es 0,98.

Calcúlese el flujo de aire, en pies cúbicos por minuto, medido a 60 °F (15,6 °C) y una presión barométrica de 29,92 pulg (760 mm) Hg.

SOLUCIÓN

La velocidad en el centro de la chimenea, que es la medida por el instrumento, se calcula mediante la Ecuación (8.47) utilizando el coeficiente 0,98 para corregir las

imperfecciones del modelo de flujo originadas por la presencia del tubo. A continuación se presentan los datos que se requieren. La presión absoluta en el instrumento es

$$p = 29{,}92 + \frac{15{,}25}{13{,}6} = 31{,}04 \text{ pulg Hg}$$

La densidad del aire en las condiciones de flujo es

$$\rho = \frac{29 \times 492 \times 31{,}04}{359(460 + 200)(29{,}92)} = 0{,}0625 \text{ lb/pie}^3$$

A partir de la lectura del manómetro

$$p_s - p_0 = \frac{0{,}54}{12} 62{,}37 = 2{,}81 \text{ lb}_f/\text{pie}^2$$

Según la Ecuación (8.48), la velocidad máxima, suponiendo que N_{Ma} es despreciable, es

$$u_{máx} = 0{,}98\sqrt{2 \times 32{,}174 \frac{2{,}81}{0{,}0625}} = 52{,}71 \text{ pies/s}$$

Esta velocidad es suficientemente baja como para despreciar la corrección del número de Mach. Para obtener la velocidad media a partir de la velocidad máxima se utiliza la Figura 5.7. El número de Reynolds, basado en la velocidad máxima, se calcula como sigue. A partir del Apéndice 9, la viscosidad del aire a 200 °F es 0,022 cP, y

$$N_{Re,\ máx} = \frac{(36/12)(52{,}7)(0{,}0625)}{0{,}022 \times 0{,}000672} = 670\ 000$$

Según la Figura 5.7, la relación $\bar{V}/u_{máx}$ es algo superior a 0,86. Utilizando 0,86 como un valor estimado,

$$\bar{V} = 0{,}86 \times 52{,}7 = 45{,}3 \text{ pies/s}$$

El número de Reynolds N_{Re} es 670 000 x 0,86 = 576 000, y $\bar{V}/u_{máx}$, de acuerdo con la estimación, es exactamente 0,86. La velocidad volumétrica de flujo es

$$q = 45{,}3\, 0\, \frac{36^2}{12}\, \frac{\pi}{4}\, \frac{520}{660}\, \frac{31{,}04}{29{,}92} = 15\ 704 \text{ pie}^3/\text{min } (7{,}41 \text{ m}^3/\text{s})$$

Medidores de área: rotámetros. En los orificios, boquillas y tubos de venturi, la variación de la velocidad de flujo a través de una sección constante genera una caída de presión variable, que está relacionada con la velocidad de flujo. Otro tipo de medidores, llamados ***medidores de área,*** son aparatos en los que la caída de presión es constante, o prácticamente constante, mientras que el área a través de la cual circula el fluido varía con la velocidad de flujo. Mediante un adecuacto calibrado se relaciona el área con la velocidad de flujo.

El medidor de área más importante es el ***rotámetro,*** que se representa en la Figura 8.23. Consta esencialmente de un tubo cónico de vidrio, que se instala

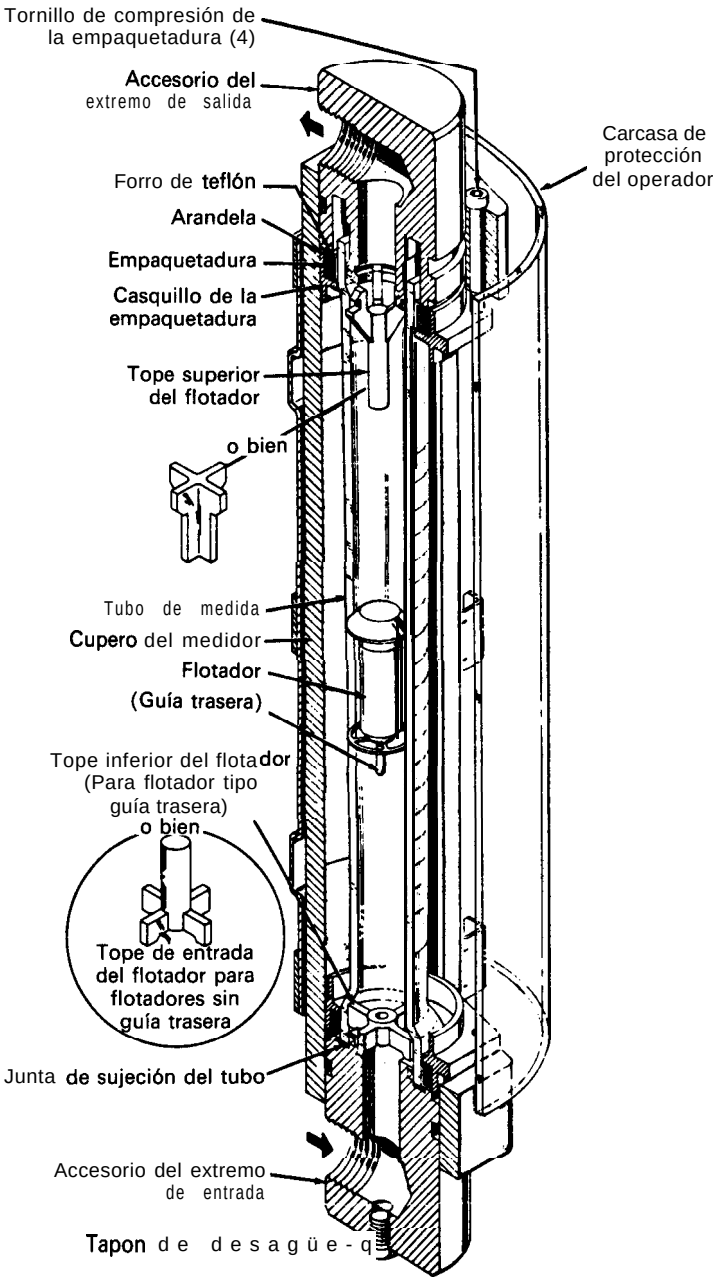


Figura 8.23. Rotámetro. ***(Cortesía de Fischer y Porter Co., Warminster, Penn.)***

verticalmente con el extremo más ancho hacia arriba. El fluido asciende a través del tubo cónico y mantiene libremente suspendido un «flotador» (que en realidad no flota, sino que está completamente sumergido en el fluido). El flotador es el elemento indicador y cuanto mayor es la velocidad de flujo, mayor es la altura que alcanza en el tubo. Toda la corriente de fluido tiene que circular a través del espacio anular que existe entre el flotador y la pared del tubo. El tubo está graduado y la lectura viene dada por el borde de lectura del flotador, que corresponde a la mayor sección transversal del mismo. Es necesario disponer de una curva de calibrado para convertir la lectura de la escala en velocidad de flujo. Los rotámetros pueden utilizarse tanto para la medida de flujo de líquidos, como de gases.

El tubo de vidrio de un rotámetro es perfectamente tronco-cónico o puede estar provisto de tres rebordes o estrías paralelos al eje del tubo. Para líquidos opacos, temperatura y presiones elevadas, o en condiciones en las que no se puede utilizar vidrio, se emplean tubos metálicos. Como en un tubo metálico no se ve el flotador, es preciso disponer de algún medio para indicar o transmitir las lecturas del rotámetro. Esto se consigue conectando una varilla, denominada extensión, a la parte superior o inferior del flotador y utilizando la extensión como un imán. La extensión está introducida en un tubo hermético montado sobre uno de los accesorios. Puesto que el interior de este tubo comunica directamente con el interior del rotámetro, no se necesitan prensaestopas para la extensión. El tubo está rodeado exteriormente por una bobina de inducción. La longitud de la extensión expuesta a las espiras varía con la posición del flotador. Esto a su vez da lugar a una variación de la inducción de la bobina, cuya medida eléctrica puede utilizarse para la lectura directa, inscripción en un aparato o registrado, o como señal para un sistema de control, que acciona una válvula de regulación del flujo. También se puede utilizar un sistema magnético dispuesto exteriormente a la extensión y junto a la escala vertical, como indicador visual de la posición del extremo superior de la extensión. Con estas modificaciones, el rotámetro se ha desarrollado para ser además de un simple sistema visual de indicación de tubos de vidrio, un instrumento muy útil para registro y control.

Los flotadores pueden construirse de metales de diferentes densidades desde plomo hasta aluminio, y también de vidrio o plástico. Son frecuentes los flotadores de acero inoxidable. La forma y dimensiones de los flotadores son muy variadas, dependiendo de las aplicaciones.

Teoría y calibrado de rotámetros. Para una determinada velocidad de flujo, la posición de equilibrio de un flotador en un rotámetro se establece mediante la compensación de tres fuerzas: (1) el peso del flotador, (2) la fuerza de flotación del fluido sobre el flotador, y (3) la fuerza de rozamiento sobre el flotador. La fuerza 1 actúa hacia abajo mientras que las fuerzas 2 y 3 lo hacen hacia arriba. En el equilibrio

$$F_D g_c = v_f \rho_f g - v_f \rho g \tag{8.49}$$

donde F_D = fuerza de rozamiento
g = aceleración de la gravedad

g_c = factor de proporcionalidad de la ley de Newton
v_f = volumen del flotador
ρ_f = densidad del flotador
ρ = densidad del fluido

El volumen v_f puede substituirse por m_f/ρ_f, siendo m_f la masa del flotador, y la Ecuación (8.49) se transforma en

$$F_D g_c = m_f g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \tag{8.50}$$

Para un medidor dado que opera con un cierto fluido, el segundo miembro de la Ecuación (8.50) es constante e independiente de la velocidad de flujo. Por tanto, F_D es también constante y, cuando la velocidad de flujo aumenta, la posición del flotador se modifica con el fin de mantener constante la fuerza de rozamiento. Dicha fuerza de rozamiento F_D puede expresarse como el producto de un coeficiente de rozamiento por el área proyectada del flotador y por la carga de velocidad, tal como expresa la Ecuación (7.1), pero la carga de velocidad está basada sobre la velocidad máxima alrededor del flotador, que se localiza en el diámetro mayor o borde de medida del flotador. Por tanto,

$$F_D = A_f C_D \rho \frac{u_{máx}^2}{2g_c} \tag{8.51}$$

Si la variación del coeficiente de rozamiento es pequeña, lo que generalmente ocurre para rotámetros grandes con fluidos de viscosidad baja o moderada, y la velocidad total de flujo es proporcional a la superficie anular comprendida entre el flotador y la pared,

$$q = u_{máx} \frac{\pi}{4} (D_t^2 - D_f^2) \tag{8.52}$$

donde D_f = diámetro del flotador
D_t = diámetro del tubo

Para un tubo troncocónico, cuyo diámetro inferior es igual al diámetro del flotador, el área disponible para el flujo es una función cuadrática de la altura del flotador h:

$$(D_t^2 - D_f^2) = (D_f + ah)^2 - D_f^2 = 2D_f ah + a^2h^2 \tag{8.53}$$

Cuando la separación entre la pared del tubo y el flotador es pequeña, el término a^2h^2 es relativamente poco importante y el flujo es casi una función lineal de la altura h. Por consiguiente, el rotámetro tiende a presentar una relación aproximadamente lineal entre el flujo y la posición del flotador, contrariamente a lo que

ocurre con la curva de calibrado de un medidor de orificio, donde la velocidad de flujo es proporcional a la raíz cuadrada de la lectura. El calibrado de un rotámetro, contrariamente al de un medidor de orificio, no es sensible a la distribución de velocidad en la corriente de entrada y, por tanto, no se requiere un tramo previo de tubería larga y recta ni placas de enderezamiento de la corriente. En la bibliografía [5] pueden encontrarse métodos para la construcción generalizada de curvas de calibrado.

SIMBOLOS

A	Area, pie^2 o m^2; A_r, área proyectada del flotador del rotámetro; A_p, área de la sección transversal de los canales en la periferia del rodete de una bomba
a	Coeficiente en la Ecuación (8.53)
C_D	Coeficiente de descarga, adimensional
C_o	Coeficiente de un orificio, sin incluir la velocidad de acercamiento
C_p	Calor especifico molar a presión constante, Btu/lb mol-°F o J/g mol-°C
C_v	Coeficiente de un venturi, sin incluir la velocidad de acercamiento
c_p	Calor específico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C
c_v	Calor específico a volumen constante, Btu/lb-°F o J/g-°C
D	Diámetro, pies o m; D_a, de la tubería; D_b, de la garganta de un venturi; D_r, del flotador de un rotámetro; D_o, del orificio; D_t, del tubo de un rotámetro
F_D	Coeficiente de rozamiento, lb$_f$ o N
g	Aceleración de la gravedad, pies/s^2 o m/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb/lb$_f$-s^2
H	Carga total, pies-lb$_f$/lb o J/kg; H_a, en el punto a; H_b, en el punto b
h	Altura del flotador de un rotámetro, pulg o mm
h_f	Pérdidas por fricción, pies-lb$_f$/lb o J/kg; h_{fs}, en la línea de succión de una bomba
M	Masa molecular
m	Masa, lb o kg; m_f, del flotador de un rotámetro
$\dot{m}$	Velocidad de flujo de masa, lb/s o kg/s
NPSH	Carga neta de aspiración positiva
N_{Ma}	Número de Mach, adimensional
N_{Re}	Número de Reynolds en una tubería, $D\bar{V}\rho/\mu$
$N_{Re,\ máx}$	Numero de Reynolds local máximo en una tubería, $Du_{máx}\rho/\mu$
$N_{Re,\ o}$	Número de Reynolds en el orificio, $D_o u_o \rho/\mu$
n	Constante en la Ecuación (8.28)
P	Potencia, pies-lb$_f$/s o W; P_B, potencia suministrada a la bomba, CV o kW, P_f, potencia del fluido en una bomba; P_{fr}, en una bomba ideal
p	Presión, lb$_f$/pie^2 o atm; p_a, en el punto a; $p_{a'}$, en el punto a'; p_b, en el punto b; $p_{b'}$, en el punto b'; p_s, presión de impacto; p_v, presión de vapor; p_0, presión estática; p_1, p_2, en los puntos 1 y 2
q	Velocidad volumétrica de flujo, pie^3/s o m^3/s; q_r, a través de una bomba ideal; q_0, capacidad de un compresor, std pie^3/min
R	Constante de la ley de los gases, 1545 pies-lb$_f$/lb mol-°R o 8,314 N-m/g mol-K
r	Radio, pies o m; r_1, del rodete en la succión; r_2, del rodete en la descarga
S	Area de la sección transversal, pie^2 o m^2; S_b, de la garganta del venturi; S_o, del orificio
T	Temperatura absoluta, °R o K; T_a, a la entrada del compresor; T_b, a la salida del compresor; también par de fuerzas, pies-lb$_f$ o J

u Velocidad local del fluido, pies/s o m/s; $u_{máx}$, velocidad máxima en la tubería; u_o, en el orificio; u_0, en el punto de impacto de un tubo de pitot; u_1, velocidad periférica a la entrada del rodete de una bomba; u_2, en la descarga del rodete

V Velocidad resultante, absoluta, en el rodete de una bomba, pies/s o m/s; V_{r2}, componente radial de la velocidad V_2; V_u, componente tangencial; V_{u1}, de la velocidad V_1; V_{u2}, de la velocidad V_2; V_1, en el punto de succión; V_2, en el punto de descarga

$\bar{V}$ Velocidad media del fluido, pies/s o m/s; $\bar{V}_a$, en el punto a; $\bar{V}_{a'}$, en el punto a'; $\bar{V}_b$, en el punto b; $\bar{V}_{b'}$, en el punto b

v Velocidad del fluido con relación al rodete de la bomba, pies/s o m/s; v_1, en el punto de succión; v_2, en el punto de descarga

v_f Volumen del flotador del rotámetro, pie^3 o m^3

W_p Trabajo de bomba, pies-lb_f/lb o J/kg; W_{pr}, para una bomba ideal

Y Factor de expansión para un medidor de flujo

Z Altura sobre el plano de referencia, pies o m; Z_a, en el punto a; $Z_{a'}$, en el punto a'; Z_b, en el punto b; $Z_{b'}$, en el punto b

Letras griegas

α Factor de corrección de la energia cinética; α_a, en el punto a; α_b, en el punto b; $\alpha_{b'}$, en el punto b'; también ángulo entre las velocidades absoluta y periférica en el rodete de una bomba; α_1, en el punto de succión; α_2, en el punto de descarga.

β Angulo del álabe en el rodete de una bomba; β_1, en el punto de succión; β_2, en el punto de descarga; también relación entre el diámetro del orificio o el estrechamiento de un venturi y el diámetro de una tubería

γ Relación de calores específicos, c_p/c_v

ΔH Carga desarrollada por la bomba; ΔH_s, en una bomba ideal o sin fricción

η Rendimiento mecánico global de una bomba, ventilador o soplante

μ Viscosidad absoluta, lb/pies-s o cP

ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_a, en el punto a; ρ_b, en el punto b; ρ_f, del flotador de un rotámetro; ρ_0, del fluido que se acerca a un tubo de pitot; $\bar{\rho}$, densidad media $(\rho_a + \rho_b)/2$

ω Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

8.1. Hágase una estimación preliminar del tamaño aproximado de tubería que se requiere para los siguientes servicios: (a) un gaseoducto transcontinental para transportar 6000 std pie^3/min de gas natural a una presión media de 50 $lb_f/pulg^2$ absolutas y una temperatura media de 60 °F; (b) el transporte de una suspensión de cristales de *p*-nitrofenol en agua hasta un separador centrífugo continuo a razón de 2000 lb/h de sólidos. La suspensión contiene 45 por 100 en peso de sólidos. Para el p-nitrofenol $\rho = 92{,}2$ lb/pie^3.

8.2. Aire, que entra a 70 °F y presión atmosférica, ha de comprimirse hasta una presión manométrica de 4000 $lb_f/pulg^2$ en un compresor alternativo con un caudal de 125 pie^3/min en CV. ¿Cuántas etapas deberán utilizarse? ¿Cuál es el trabajo de árbol teórico por pie cúbico en condiciones normales para compresión adiabática sin fricción? ¿Cuál es la potencia al freno si la eficacia de cada etapa es del 85 por 100? Para.el aire y = 1,40.

8.3. ¿Cuál es la temperatura de descarga del aire a la salida de la primera etapa del Problema 8.2?

8.4. En el medidor de orificio del Ejemplo 8.5 la lectura del manómetro, para una determinada velocidad de flujo constante, es 1,75 pulg. Calcúlese el flujo a través de la línea, en barriles por día, medido a 60 "F.

8.5. Gas natural, con una densidad relativa al aire de 0,60 y una viscosidad de 0,011 cP, circula a través de una tubería de 6 pulg, Catálogo 40, en la que se ha instalado un orificio normalizado de bordes rectos provisto de tomas a la brida. En la toma situada aguas arriba el gas está a 100 °F y 20 $lb_f/pulg^2$. La lectura del manómetro es 46,3 pulg de agua a 60 "F. La relación de calores específicos para el gas natural es 1,30. El diámetro del orificio es de 2,00 pulg. Calcúlese la velocidad de flujo de gas a través de la línea, en pies cúbicos por minuto, a la presión de 14,4 $lb_f/pulg^2$ y a la temperatura de 60 °F.

8.6. Un medidor de venturi horizontal, cuyo diámetro del estrechamiento es de 20 mm, está situado en una tubería de 75 mm de diámetro interior. A través de la línea circula agua a 15 "C. Un manómetro, que contiene mercurio bajo agua, mide la presión diferencial en el instrumento. Cuando la lectura del manómetro es 500 mm, ¿cuál es la velocidad de flujo en galones por minuto? Si el 12 por 100 de la presión diferencial corresponde a pérdida permanente, ¿cuál es el consumo de potencia del medidor?

8.7. Se desean bombear 10000 kg/h de tolueno a 114 °C y 1,1 atm de presión absoluta desde el calderín de una torre de destilación hasta una segunda unidad de destilación sin enfriar el tolueno antes de que entre en la bomba. Si las pérdidas por fricción en la línea que une el calderín con la bomba son de 7 kN/m^2, y la densidad del tolueno es 866 kg/m^3, ¿a qué distancia por encima del nivel del líquido en el calderín ha de mantenerse la bomba para producir una carga neta de aspiración positiva de 2,5 m?

8.8. Calcúlese la potencia necesaria para accionar la bomba del Problema 8.7 si la bomba ha de elevar el tolueno 10 m, la presión en la segunda unidad es la atmosférica y las pérdidas por fricción en la línea de descarga son 35 kN/m^2. La velocidad en la línea de descarga de la bomba es 2 m/s.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. **DWYER,** J. J.: *Chem. Eng. Prog.,* **70**(10): 71 (1974).
2. «Fluid Meters: Their Theory and Applications», 5." ed., American Society of Mechanical Engineers, New York, 1959; (a) p. 50, (*b*) p. 72.
3. **HADEN,** R. C.: *Chem. Eng. Prog.,* **70**(3): *69* (1974).
4. **JORISSEN, A. L.:** *Trans. ASME, 74: 905* (1952).
5. **MARTIN, J. J.:** *Chem. Eng. Prog., 45: 338* (1949).
6. **PERRY, J. H. (ed.):** «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., p. 6-4, McGraw-Hill, New York, 1973.

CAPITULO
NUEVE

AGITACION Y MEZCLA DE LIQUIDOS

El éxito de muchas operaciones industriales depende de la eficaz agitación y mezcla de fluidos. Aunque con frecuencia tienden a confundirse, agitación y mezcla no son sinónimos. La agitación se refiere al movimiento inducido de un material en una forma específica, generalmente con un modelo circulatorio dentro de algún tipo de contenedor. La mezcla es una distribución al azar de dos o más fases inicialmente separadas. Un único material homogéneo, tal como un tanque con agua fría, puede ser agitado pero, en cambio, no puede mezclarse mientras no se le adicione otro material, tal como una cierta cantidad de agua caliente o algún sólido pulverulento.

El término ***mezcla,*** o mezclado, se aplica a una gran variedad de operaciones que difieren ampliamente en el grado de homogeneidad del material «mezclado». Consideremos, en un caso, dos gases que han de mezclarse totalmente, y un segundo caso en el que arena, grava, cemento y agua que se voltean en un tambor rotatorio durante un largo período de tiempo. En ambos casos se dice que el producto final está mezclado. Es evidente que los productos no son igualmente homogéneos. Las muestras de gases mezclados -aun cuando las muestras sean muy pequeñas- tienen todas la misma composición. Por otra parte, pequeñas muestras de hormigón mezclado difieren mucho de la composición.

Este capítulo trata de la agitación de líquidos de baja o moderada viscosidad, así como de la mezcla de líquidos, de dispersiones líquido-gas y suspensiones líquido-sólido. La agitación y mezcla de líquidos muy viscosos, pastas y polvos de sólidos secos se tratan en el Capítulo 29.

AGITACION DE LIQUIDOS

Finalidades de la agitación. Los líquidos se agitan con diversos fines, dependiendo de los objetivos de la etapa del proceso. Dichos fines comprenden:

1. Suspensión de partículas sólidas.
2. Mezclado de líquidos miscibles, por ejemplo, alcohol metílico y agua.
3. Dispersión de un gas en un líquido en forma de pequeñas burbujas.

4. Dispersión de un segundo líquido, inmiscible con el primero, para formar una emulsión o suspensión de gotas diminutas.
5. Promoción de la transformación de calor entre el líquido y un serpentín o encamisado.

Con frecuencia un agitador cubre varias finalidades al mismo tiempo, como ocurre en el caso de la hidrogenación catalítica de un líquido. En un recipiente de hidrogenación el hidrógeno gaseoso es dispersado en el líquido en el que están suspendidas las partículas sólidas del catalizador, retirando simultáneamente el calor de reacción por medio de un serpentín o camisa de refrigeración.

Equipo de agitación. Los líquidos se agitan con más frecuencia en tanques o recipientes, generalmente de forma cilíndrica y provistos de un eje vertical. La parte superior del recipiente puede estar abierta al aire o cerrada. Las proporciones del tanque varían bastante dependiendo de la naturaleza del problema de agitación. Sin embargo, en muchas situaciones se utiliza un diseño estandarizado como el que se muestra en la Figura 9.1. El fondo del tanque es redondeado y no plano, con el fín de eliminar los rincones escarpados o regiones en las que no penetrarían las corrientes de fluido. La altura del líquido es aproximadamente igual al diámetro del tanque. El rodete va instalado sobre un eje suspendido, es decir, un eje soportado en la parte superior. El eje está accionado por un motor, a veces directamente conectado al eje, pero más frecuentemente acoplado al eje a través de una caja reductora de velocidad. Generalmente lleva incorporados

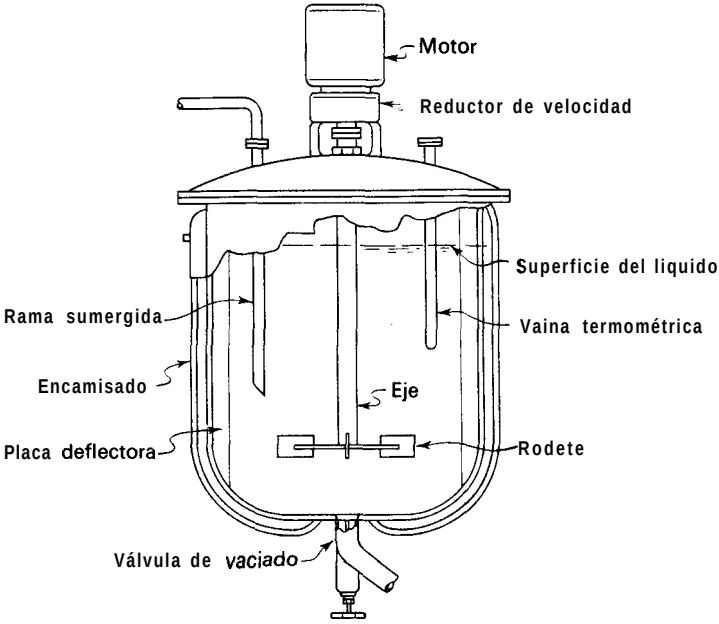


Figura 9.1. Tanque típico de proceso con agitación.

también accesorios tales como tubuladuras de entrada y salida, serpentines, encamisados y vainas para termómetros u otros instrumentos de medida de la temperatura.

El rodete crea un modelo de flujo en el sistema, dando lugar a que el líquido circule a través del tanque y eventualmente retorne al rodete. Más adelante, en este capítulo, se tratan con detalle los modelos de flujo en tanques agitados.

Rodetes. Los agitadores de rodete se dividen en dos clases: los que generan corrientes paralelas al eje del rodete, y aquellos que generan corrientes en dirección tangencial o radial. Los primeros reciben el nombre de ***rodetes de flujo axial,*** y los segundos ***rodetes de flujo radial.***

Los tres principales tipos de rodetes son hélices, palas y turbinas. Cada uno de ellos comprende muchas variantes y subtipos que no se considerarán aquí. Otros rodetes especiales resultan también útiles en situaciones especiales, pero los tres tipos principales mencionados resuelven tal vez el 95 por 100 de todos los problemas de agitación de líquidos.

Hélice. Una hélice es un rodete con flujo axial y alta velocidad que se utiliza para líquidos de baja viscosidad. Las hélices pequeñas giran con la misma velocidad que el motor, entre 1150 y 1750 rpm; las grandes giran entre 400 y 800 rpm. Las corrientes de flujo que salen del rodete continúan a través del líquido en una dirección determinada hasta que chocan con el fondo o las paredes del tanque. La columna, altamente turbulenta, de remolinos de líquido que abandona el rodete, arrastra al moverse líquido estancado, probablemente en mayor proporción que lo haría una columna equivalente procedente de una boquilla estacionaria. Las placas de un rodete cortan o cizallan vigorosamente el líquido. Debido a la persistencia de las corrientes de flujo, los agitadores de hélice son eficaces en tanques muy grandes.

Una hélice giratoria traza una hélice en el fluido y, si no hubiese deslizamiento entre el fluido y la hélice, una revolución completa provocaría el desplazamiento longitudinal del liquido una distancia fija, dependiendo del ángulo de inclinación de las palas de la hélice. La relación entre esta distancia y el diámetro de la hélice se conoce como ***paso*** de hélice. Una hélice con un paso de 1,0 se dice que tiene ***paso cuadrado.***

En la Figura 9.2*a* se representa una hélice típica. Las más frecuentes son las hélices marinas de tres palas con paso cuadrado; para fines especiales se utilizan hélices de cuatro palas, ruedas dentadas y otros diseños.

Las hélices raramente superan las 18 pulg de diámetro, con independencia del tamaño del tanque. En tanques profundos pueden instalarse dos o más hélices sobre el mismo eje, generalmente dirigiendo el líquido en la misma dirección. A veces, dos hélices operan en direcciones opuestas, o en «push pull», con el fin de crear una zona de turbulencia especialmente elevada entre ellas.

Palas. Para los problemas más sencillos, un agitador eficaz consta de una pala plana que gira sobre un eje vertical. Son frecuentes los agitadores de dos y cuatro palas. A veces las palas están inclinadas, pero lo más frecuente es que sean

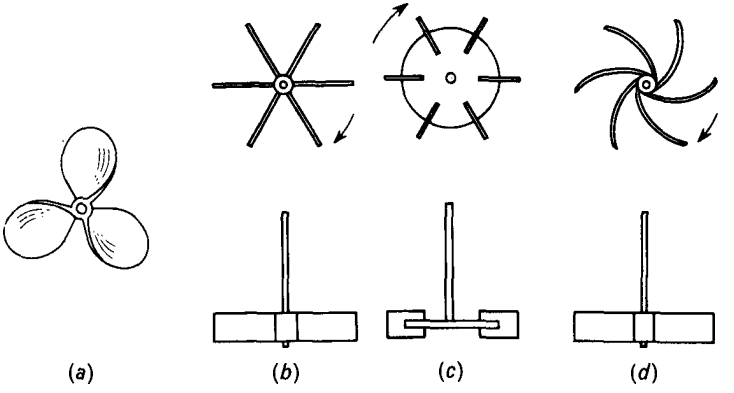


Figura 9.2. Rodetes de mezcla: (a) hélice marina de tres palas; (b) turbina abierta de palas rectas; (c) turbina de disco con palas; (*d*) turbina abierta de palas curvas.

verticales. Las palas giran a bajas o moderadas velocidades en el centro del tanque, impulsando el líquido radial y tangencialmente, sin que haya prácticamente movimiento vertical excepto que las placas están inclinadas. Las corrientes que generan se desplazan hacia fuera hasta la pared del tanque y después hacia arriba o hacia abajo. En tanques profundos se instalan varias palas, unas sobre otras, en un mismo eje. En algunos diseños las placas se adaptan a la forma de las paredes del tanque, de forma que rascan la superfice y pasan sobre ella con una muy pequeña holgura. Una pala de este tipo recibe el nombre de ***agitador de áncora.*** Las áncoras resultan útiles para prevenir que se depositen sólidos sobre una superficie de transmisión de calor, tal como un tanque encamisado, pero en cambio son malos mezcladores. Casi siempre operan conjuntamente con un agitador de alta velocidad que generalmente gira en sentido contrario.

Los agitadores industriales de palas giran a velocidades comprendidas entre 20 y 150 rpm. La longitud total de un rodete de palas está típicamente comprendido entre el 50 y el 80 por 100 del diámetro interior del tanque. La anchura de la pala es de un sexto a un décimo de su longitud. A velocidades muy bajas los agitadores de palas generan una agitación muy suave en tanques sin placas deflectoras, las cuales son necesarias para velocidades más elevadas, pues de lo contrario el líquido se desplaza en bloque alrededor del tanque con velocidad alta, pero con poca mezcla.

Turbinas. En la Figura 9.2*b*, c y ***d*** se representan algunos de los numerosos diseños de turbinas. La mayoría de ellos recuerdan a los agitadores con numerosas palas cortas, que giran a altas velocidades sobre un eje montado centralmente en el tanque. Las placas pueden ser rectas o curvas, inclinadas o verticales. El rodete puede ser abierto, semicerrado o cerrado. El diámetro del rodete es menor que el de las palas, variando entre el 30 y el 50 por 100 del diámetro del tanque.

Las turbinas son eficaces para un amplio intervalo de viscosidades. En líquidos de baja viscosidad las turbinas generan fuertes corrientes que persisten en todo el tanque, destruyendo bolsas de fluido estancado. Cerca del rodete hay una

zona de corrientes rápidas, elevada turbulencia e intensa cizalladura. Las corrientes principales son radiales y tangenciales. Los componentes tangenciales inducen la formación de vórtices y remolinos, que deben ser destruidos por placas deflectoras o por un anillo difusor para que la agitación sea más eficaz.

Modelos de flujo en tanques agitados. El tipo de flujo que se produce en un tanque agitado, depende del tipo de rodete, de las características del fluido y del tamaño y proporciones del tanque, placas deflectoras y agitador. La velocidad del fluido en un punto del tanque tiene tres componentes, y el tipo de flujo global en el mismo depende de las variaciones de estas tres componentes de la velocidad de un punto a otro. La primera componente de velocidad es radial y actúa en dirección perpendicular al eje del rodete. La segunda es longitudinal y actúa en dirección paralela al eje. La tercera es tangencial o rotacional, y actúa en dirección tangencial a la trayectoria circular descrita por el rodete. Para el caso corriente de un eje vertical, las componentes radial y tangencial están en un plano horizontal y la componente longitudinal es vertical. Las componentes radial y longitudinal son útiles por cuanto dan lugar al flujo necesario para que se produzca la mezcla. Cuando el eje es vertical y está dispuesto en el centro del tanque, la componente tangencial de velocidad es generalmente perjudicial para la mezcla. El flujo tangencial sigue una trayectoria circular alrededor del eje y, según se representa en la Figura 9.3, crea un vórtice en la superficie del líquido que, debido a la circulación en flujo laminar, da lugar a una estratificación permanente en diferentes niveles de sustancias sin mezclar, sin que exista flujo longitudinal de un nivel a otro. Si están presentes partículas sólidas, las corrientes circulatorias tienden a lanzar las partículas contra la pared del tanque, debido a la fuerza centrífuga, desde donde caen acumulándose en la parte central del fondo del tanque. Por consiguiente, en vez de mezcla se produce la acción contraria, o sea, concentración. En el flujo circulatorio el líquido fluye según la dirección del movimiento de las palas del rodete y, por consiguiente, disminuye la velocidad relativa que existe entre las palas y el líquido, con lo cual se limita la potencia que puede ser absorbida por el líquido. En un tanque sin placas deflectoras, el flujo circulatorio es inducido por todos los tipos de rodete, tanto si el flujo es axial como radial. En efecto, si los remolinos son intensos, el tipo de flujo dentro del tanque es esencialmente el mismo, independientemente del diseño del rodete. Para velocidades de giro del rodete elevadas, la profundidad del vórtice puede ser tan grande que llegue al rodete mismo, dando lugar a que en el líquido se introduzca el gas que está encima de él, lo cual normalmente debe evitarse.

Prevención de flujo circulatorio. El flujo circulatorio y los remolinos pueden evitarse por uno de los tres métodos siguientes. En tanques de pequeño tamaño se dispone el rodete separado del centro del tanque, según indica la Figura 9.4. El eje se mueve así alejado de la línea que pasa por el centro del tanque, inclinándose después según un plano perpendicular a la dirección del movimiento. En los tanques de mayor tamaño, el agitador puede montarse en la parte lateral del tanque, con el eje en un plano horizontal, pero formando un cierto ángulo con el radio, según se indica en la Figura 9.5.

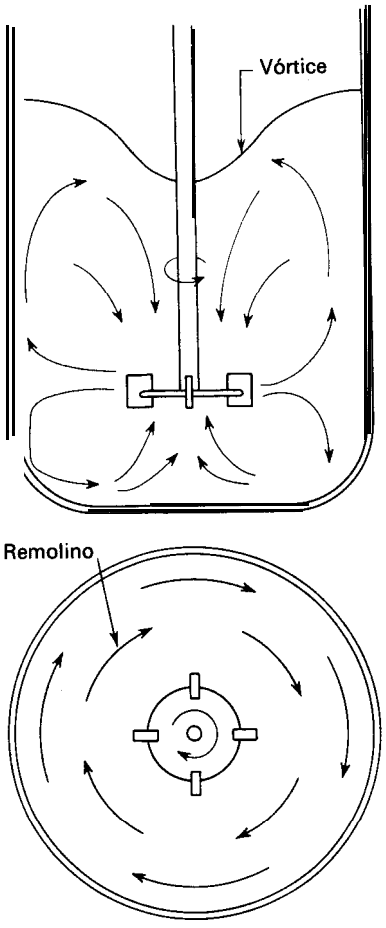


Figura 9.3. Formación de vórtice y tipo de flujo en un tanque agitado. (Según *Lyons*[19].)

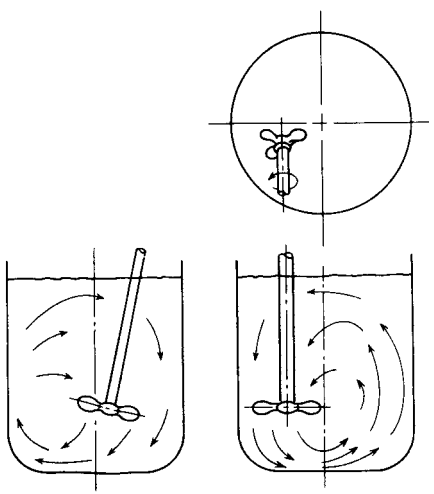


Figura 9.4. Agitador no centrado. ***(Según Bissell et al.*[2].)**

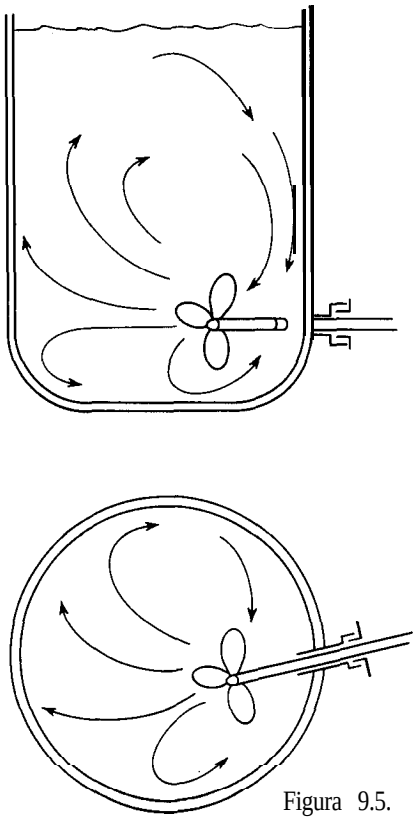


Figura 9.5. Rodete con entrada lateral. (*Según* **Bissell et al.**[2].)

En los tanques de gran tamaño, con agitadores verticales, el método más conveniente de reducir los remolinos es instalar placas deflectoras, que impiden el flujo rotacional sin afectar al flujo radial y longitudinal. Un método sencillo y eficaz de destruir los remolinos, se consigue instalando placas verticales perpendiculares a la pared del tanque. En la Figura 9.6 se representan placas deflectoras de este tipo, y el tipo de flujo a que dan lugar. Excepto en tanques muy grandes, son suficientes cuatro placas deflectoras, para evitar los remolinos y la formación de vórtice. Para agitadores de turbina, la anchura de la placa deflectora no es preciso que sea mayor de la doceava parte del diámetro del tanque; para agitadores de hélice, basta con un octavo[2]. Cuando el rodete entra al tanque lateralmente, está inclinado, o desplazado del centro, no son necesarias placas deflectoras.

Una vez que el flujo circulatorio ha cesado, el modelo específico de flujo en el tanque depende del tipo de rodete. Los agitadores de hélice generalmente dirigen el líquido hacia el fondo del tanque, donde la corriente se esparce radialmente en todas las direcciones hacia la pared, asciende a lo largo de la pared y retorna desde la parte superior hasta el punto de succión del rodete. Este modelo de flujo se representa en la Figura 9.6. Se utilizan agitadores de hélice cuando se desean

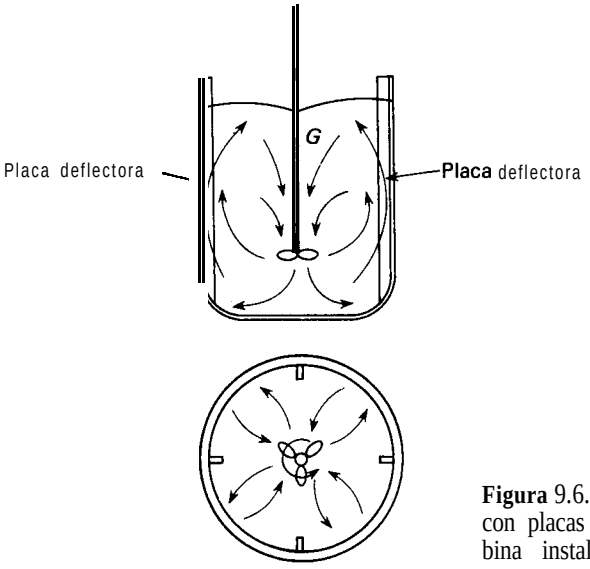


Figura 9.6. Modelo de flujo en un tanque con placas deflectoras y un agitador de turbina instalado centralmente.

fuertes corrientes verticales, por ejemplo, cuando han de mantenerse partículas sólidas en suspensión. No se utilizan ordinariamente cuando la viscosidad del líquido es superior a aproximadamente 50 P. Con el fin de obtener un fuerte flujo axial para la suspensión de sólidos también se utilizan turbinas con una inclinación de las placas de 45".

Los agitadores de palas y las turbinas de placas planas producen un buen flujo radial en el plano del rodete, dividiendo el flujo hacia la pared para formar dos modelos distintos de circulación, tal como se muestra en la Figura 9.3. Una parte fluye hacia abajo a lo largo de la pared y retorna hacia el centro del rodete desde el fondo, mientras que otra asciende hacia la superficie y retorna al rodete desde la parte superior. En un tanque sin placas deflectoras hay un fuerte flujo tangencial así como formación de vórtices para moderadas velocidades de giro del agitador. Cuando se instalan placas deflectoras, aumenta el flujo vertical y se produce una mezcla más rápida del líquido.

En un tanque cilíndrico vertical la profundidad del líquido deberá ser igual, o algo mayor, que el diámetro del tanque. Si se desea una mayor profundidad de líquido se pueden instalar dos o más rodetes sobre el mismo eje, actuando cada rodete como un mezclador separado. Para cada rodete se generan dos corrientes de circulación, tal como se muestra en la Figura 9.7. El rodete inferior, bien de tipo turbina o de hélice, se instala a aproximadamente un diámetro del rodete por encima del fondo del tanque.

Tubos de aspiración. El flujo de retorno a un rodete de cualquier tipo llega al rodete desde todas las direcciones, ya que no está bajo el control de superficies sólidas. Por ejemplo, el flujo hacia y desde un rodete es esencialmente similar al flujo de aire hacia y desde un ventilador que opera en una habitación. En la

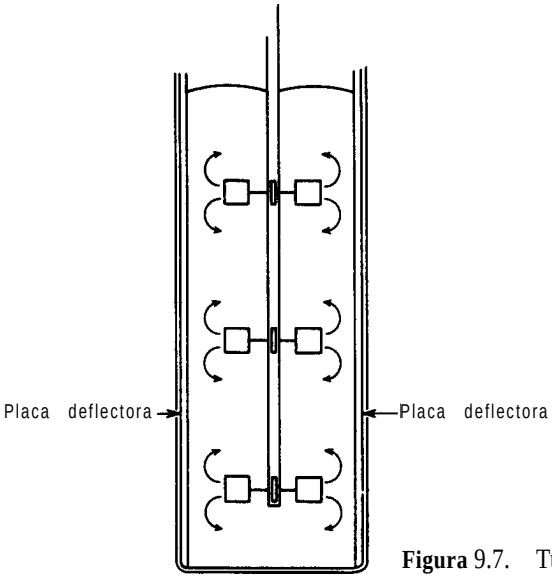


Figura 9.7. Turbinas múltiples en todo el tanque.

mayor parte de las aplicaciones de los mezcladores de rodete esto no constituye una limitación, pero cuando es preciso controlar la dirección y velocidad de flujo en la succión del rodete, se utilizan tubos de aspiración como los que se muestran en la Figura 9.8. Estos dispositivos pueden resultar útiles cuando se desea un elevado esfuerzo constante en el rodete, tal como ocurre en la preparación de ciertas emulsiones, o cuando es preciso dispersar en el líquido partículas sólidas que tienden a flotar sobre la superficie del líquido en el tanque. Los tubos de aspiración para rodetes se montan alrededor de los mismos, mientras que en el caso de turbinas se montan enmediatamente encima, tal como se muestra en la Figura 9.8. Los tubos de aspiración aumentan la fricción del fluido en el sistema

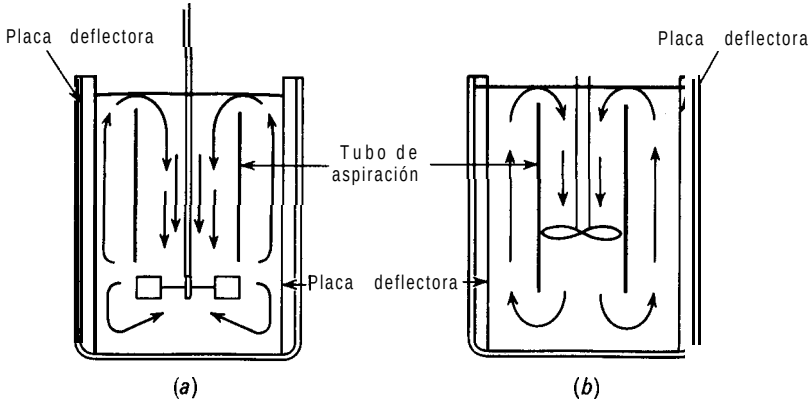


Figura 9.8. Tubos de aspiración en un tanque con placas deflectoras: (a) turbina; (b) hélice. *(Según* ***Bissell*** *et al.‘.)*

y, para una potencia de entrada dada, reducen la velocidad de flujo, de forma que no se usan si no son absolutamente necesarios.

Diseño estándar de turbina. El diseñador de un tanque agitado dispone de un gran número, que no es habitual, de elecciones sobre el tipo y localización del agitador, las proporciones del tanque, el número y dimensiones de las placas deflectoras, etc. Cada una de estas decisiones afectan a la velocidad de circulación del líquido, los modelos de velocidad y el consumo de potencia. Como punto de partida en el diseño de los problemas ordinarios de agitación, generalmente se utiliza un agitador de turbina del tipo que se muestra en la Figura 9.9. Las proporciones típicas son

$$\frac{D_a}{D_t} = \frac{1}{3} \qquad \frac{H}{D_t} = 1 \qquad \frac{J}{D_t} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{E}{D_a} = 1 \qquad \frac{W}{D_a} = \frac{1}{5} \qquad \frac{L}{D_a} = \frac{1}{4}$$

El número de placas deflectoras es generalmente de 4; el número de palas del agitador varía entre 4 y 16, pero generalmente es de 6 u 8. Situaciones especiales pueden, por supuesto, aconsejar proporciones diferentes de las que se acaban de indicar; por ejemplo, puede resultar ventajoso colocar el agitador más alto o más bajo en el tanque, o bien puede ser necesario utilizar un tanque más profundo para alcanzar el resultado apetecido. Con todo, las proporciones estándar antes relacionadas son ampliamente aceptadas y en ellas se basan muchas de las correlaciones publicadas sobre el funcionamiento de agitadores.

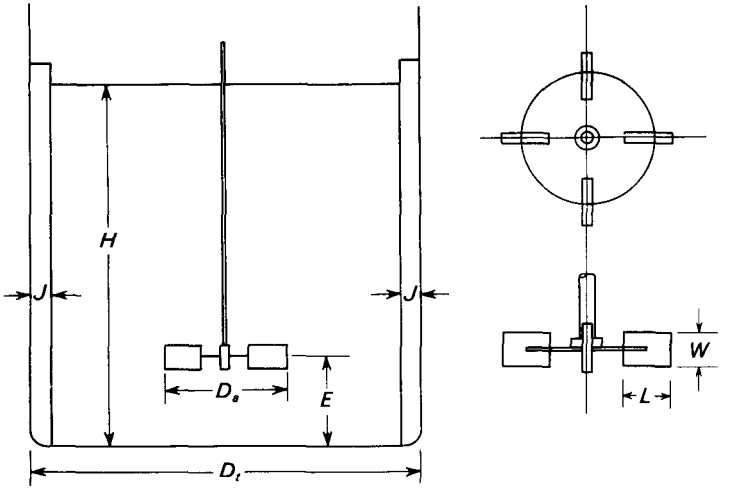


Figura 9.9. Medidas de un agitador de turbina. *(Según Rushton et al.*[32].)

CIRCULACION, VELOCIDADES Y CONSUMO DE POTENCIA EN TANQUES AGITADOS

Para que un tanque de proceso sea eficaz, con independencia del problema de agitación, el volumen de fluido movido por el agitador debe ser suficiente para llevar las corrientes hasta las partes más remotas del tanque. En las operaciones de mezcla y dispersión la velocidad de circulación no es el único factor, ni siquiera el más importante, sino que con frecuencia la turbulencia de la corriente controla la eficacia de la operación. La turbulencia es una consecuencia de que las corrientes estén adecuadamente dirigidas y de que se generen grandes gradientes de velocidad en el líquido. Tanto la circulación como la generación de turbulencia consumen energía. Más adelante se estudia las relaciones entre el consumo de potencia y los parámetros de diseño de tanques agitados. Según se verá, algunos problemas de agitación requieren grandes flujos o elevadas velocidades medias, mientras que otros necesitan una elevada turbulencia o disipación local de potencia. Aun cuando tanto la velocidad de flujo como la disipación de potencia aumentan con la velocidad del agitador, la selección del tipo y tamaño del agitador influye sobre los valores relativos de la velocidad de flujo y la disipación de potencia. En general, se utilizan grandes agitadores que se mueven a velocidades medias para promover el flujo, y agitadores más pequeños a velocidad elevada cuando lo que se requiere es una elevada turbulencia interna.

Número de **flujo.** Un agitador de turbina o de hélice es, en esencia, un rodete de una bomba que funciona sin carcasa y con flujos de entrada y salida no dirigidos. Las relaciones que rigen el comportamiento de turbinas son similares a las de las bombas centrífugas que se han estudiado en el Capítulo 8 [13a]. Consideremos el rodete de turbina de palas rectas que se muestra en la Figura 9.10. Se utiliza la misma nomenclatura que en la Figura 8.11: u_2 es la velocidad de las puntas de las palas; V'_{u2} y V'_{r2} son las velocidades tangencial y radial del líquido que abandona los extremos de las palas, y V'_2 es la velocidad total del líquido en el mismo

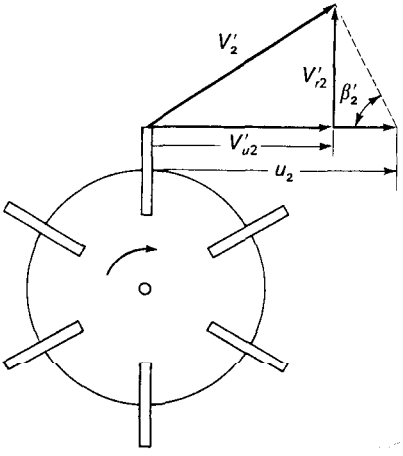


Figura 9.10. Vectores de velocidad en el extremo de la pala de un rodete de turbina.

punto. Supóngase que la velocidad tangencial del líquido es una fracción k de la velocidad en el extremo de la pala, o sea

$$V'_{u2} = ku_2 = k\pi D_a n \tag{9.1}$$

puesto que $u_2 = \pi D_a n$. De acuerdo con la Ecuación (8.14), la velocidad volumétrica de flujo es

$$q = V'_{r2} A_p \tag{9.2}$$

donde A_p es el área del cilindro barrido por los extremos de las palas del rodete

$$A_p = \pi D_a W \tag{9.3}$$

donde D_a = diámetro del rodete
W = anchura de las palas

De acuerdo con la geometría de la Figura 9.10

$$V'_{r2} = (u_2 - V'_{u2}) \tan \beta'_2 \tag{9.4}$$

Sustituyendo de la Ecuación (9.1) para V'_{u2}, se obtiene

$$V'_{r2} = \pi D_a n(1 - k) \tan \beta'_2 \tag{9.5}$$

Por tanto, la velocidad volumétrica de flujo, según las Ecuaciones (9.2) a (9.4), es

$$q = \pi^2 D_a^2 n \, W(1 - k) \tan \beta'_2 \tag{9.6}$$

Para rodetes geométricamente semejantes W es proporcional a D_a y, por tanto, para valores dados de k y β'_2

$$q \propto n D_a^3 \tag{9.7}$$

La relación de estas dos magnitudes recibe el nombre de *número de flujo* N_Q, que está definido por

$$N_Q = \frac{q}{n D_a^3} \tag{9.8}$$

Las Ecuaciones (9.6) a (9.8) indican que si β'_2 está fijado, N_Q es constante. Para hélices marinas β'_2 y N_Q pueden considerarse constantes; para turbinas, N_Q es una función de los tamaños relativos del rodete y el tanque. Para el diseño de tanques agitados provistos de placas deflectoras, se recomiendan los siguientes valores:

Para hélices marinas [13b] (paso cuadrado) $N_Q = 0{,}5$

Para una turbina de 4 palas con 45° [13b] ($W/D_a = \frac{1}{6}$) $N_Q = 0{,}87$
Para una turbina con 6 palas planas [16] ($W/D_a = \frac{1}{5}$) $N_Q = 1{,}3$

Estas ecuaciones calculan el flujo de descarga desde el borde del rodete y no el flujo total generado. La corriente de alta velocidad del líquido que sale del extremo del rodete arrastra algo de la masa de líquido que se mueve lentamente y que decelera el chorro, pero en cambio aumenta la velocidad total de flujo. Para turbinas de palas planas, el flujo total, estimado a partir del tiempo medio de circulación de las partículas o trazadores en disolución[16], es

$$q = 0{,}92nD_a^3\left(\frac{D_t}{D_a}\right) \tag{9.9}$$

Para una relación-típica $D_t/D_a = 3$, q es $2{,}76nD_a^3$, o bien, 2,1 veces el valor para el rodete ($N_Q = 1{,}3$). La Ecuación (9.9) deberá utilizarse solamente para relaciones D_t/D_a comprendidas entre 2 y 4.

Modelos de velocidad y gradientes de velocidad. Más detalles acerca de los modelos de flujo, de las velocidades locales y del flujo total generado por el rodete se han obtenido utilizando pequeñas sondas de velocidad[16] o mediante medidas fotográficas de partículas trazadoras[9]. En la Figura 9.11 se presentan algunos de los resultados de Cutter para una turbina de 4 pulg de palas rectas en un tanque de 11,5 pulg. Cuando el fluido sale de las palas del rodete, la componente radial de la velocidad del fluido V_r' en la línea central del rodete es aproximadamente 0,6 veces la velocidad u_2 en el extremo. La velocidad radial disminuye con la distancia vertical desde la línea central, pero el chorro se extiende más allá del borde de las palas a causa del arrastre, y la integración

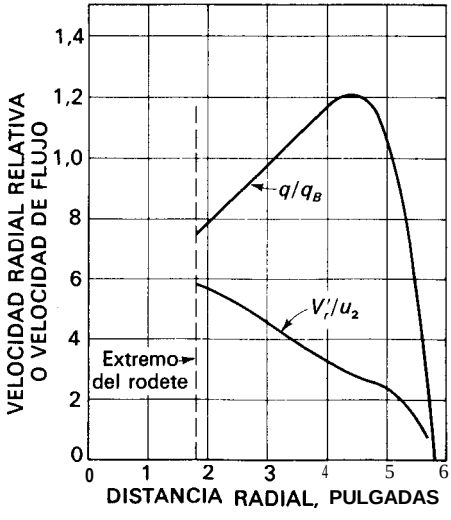


Figura 9.11. Velocidad radial V_r'/u_2 y velocidad volumétrica de flujo q/q_B en un tanque agitado con una turbina. (Según *Cutter*[9].)

conduce a un flujo total de $0{,}75\ q_B$, donde q_B es el flujo que existiría si todo el fluido se moviese con una velocidad u_2 a través de las paredes del cilindro barrido por las palas.

A medida que el chorro se desplaza hacia fuera del rodete, se va retardando debido a que aumenta el área disponible para el flujo y a que hay más arrastre de líquido. A lo largo de la línea central del rodete la velocidad cae más o menos linealmente con la distancia radial y, tal como ha sido demostrado por otros estudios [16], el producto $V'_r r$ es prácticamente constante. El flujo volumétrico total aumenta con el radio hasta aproximadamente $1{,}2q_B$ debido al arrastre adicional, y después cae cerca de la pared del recipiente debido a que el flujo comienza a dividirse en corrientes de circulación ascendentes y descendentes. El flujo máximo de $1{,}2q_B$, comparado con la velocidad radial de descarga de $0{,}6u_2$, indica que el flujo total duplica a la descarga directa del rodete, que concuerda con el factor $2{,}1$ calculado utilizando la Ecuación (9.9).

Los gradientes de velocidad en un tanque agitado varían linealmente de un punto a otro en el fluido. El gradiente será muy grande cerca del borde del chorro que sale del rodete, debido a que la velocidad es elevada y el chorro es relativamente estrecho. El gradiente de velocidad en el extremo de la pala, basado en la velocidad vertical en dicho punto, es aproximadamente $0{,}9u/0{,}75W$, donde $0{,}9u$ es la resultante de las velocidades radial y tangencial, y $0{,}75\ W$ es la mitad de la anchura del chorro que sale del rodete. Puesto que u = πnD_a y $W = D_a/5$ para una turbina estándar, esto corresponde a un gradiente de velocidad de $19n$, que puede servir como una estimación de la máxima cizalladura en la región próxima al rodete de la turbina. A medida que el chorro se desplaza hacia fuera del rodete, se retarda y el gradiente de velocidad en el borde del chorro disminuye. Detrás de las palas de la turbina hay vórtices intensos, donde la cizalladura local puede ser tan elevada como $50n$ [34].

La Figura 9.12 muestra las corrientes de fluido en una turbina de seis palas, de 6 pulg de diámetro, girando a 200 rpm en un tanque que contiene agua fría [25]. El plano de observación pasa a través del eje vertical del rodete e inmediatamente delante de una placa deflectora radial. El fluido sale del rodete en dirección radial, se separa en corrientes longitudinales que fluyen hacia arriba y abajo sobre la placa deflectora, luego fluyen hacia dentro del eje del rodete y, por último, retornan a la entrada del rodete. En el fondo del tanque, inmediatamente debajo del eje, el fluido circula con un movimiento de remolino. En todas partes las corrientes son fundamentalmente radiales y longitudinales.

Los números de la Figura 9.12 indican el valor escalar de la velocidad del fluido en distintos puntos, como fracciones de la velocidad del extremo de las palas del rodete. Para las condiciones utilizadas, la velocidad de dicho extremo es de $4{,}8$ pies/s. La velocidad en el chorro cae bruscamente desde la velocidad en el extremo de la pala hasta aproximadamente $0{,}4$ veces dicha velocidad cerca de la pared del tanque. Las velocidades en otras localizaciones del tanque son del orden de $0{,}25$ veces la velocidad en el extremo, aunque hay dos regiones toroidales de fluido casi estancado, una encima y otra debajo del rodete, donde la velocidad es solamente $0{,}10$ a $0{,}15$ veces la velocidad en el extremo de la pala.

Al aumentar la velocidad del rodete aumenta la velocidad del extremo de las

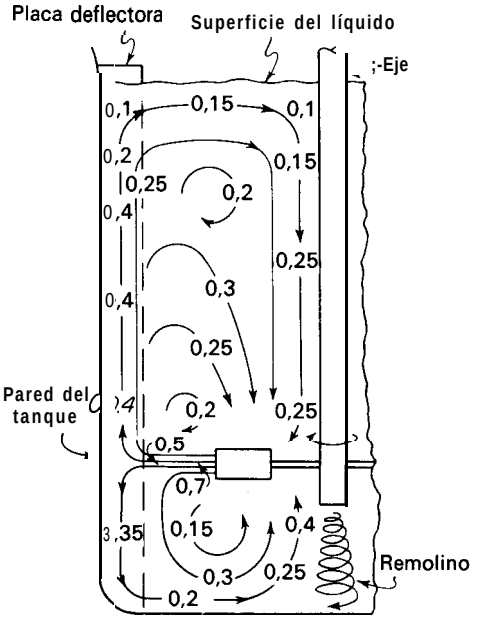


Figura 9.12. Modelos de velocidad de un agitador de turbina. *(Según* ***Morrison*** *et* ***al.***[25]*.)*

palas, así como la velocidad de circulación. Sin embargo, esto no da lugar a que la velocidad del fluido en una determinada localización aumente en la misma proporción; un chorro que se mueve rápidamente arrastra mucho más material desde la masa global de líquido que un chorro que se mueve más lentamente, y la velocidad del chorro disminuye muy rápidamente al aumentar la distancia al rodete.

Consumo de potencia. Un importante factor en el diseño de un tanque agitado es la potencia que se requiere para mover el rodete. Cuando el flujo en el tanque es turbulento, la potencia necesaria puede estimarse a partir del producto del flujo q generado por el rodete y la energía cinética E_k por unidad de volumen de fluido

$$q = nD_a^3 N_Q$$

o bien

$$E_k = \frac{\rho(V_2')^2}{2g_c}$$

La velocidad V_2' es ligeramente menor que la velocidad en el extremo u_2. Si la relación V_2'/u_2 se representa por α, $V_2' = \alpha\pi nD_a$ y la potencia necesaria es

$$P = nD_a^3 N_Q \frac{\rho}{2g_c}(\alpha\pi nD_a)^2$$
$$= \frac{\rho n^3 D_a^5}{g_c}\left(\frac{\alpha^2\pi^2}{2} N_Q\right) \qquad (9.10)$$

En forma adimensional

$$\frac{Pg_c}{n^3 D_a^5 \rho} = \frac{\alpha^2 \pi^2}{2} N_Q \tag{9.11}$$

El primer miembro de la Ecuación (9.11) recibe el nombre de número de potencia, N_P, definido por

$$N_P = \frac{Pg_c}{n^3 D_a^5 \rho} \tag{9.12}$$

Para una turbina estándar de seis palas, $N_Q = 1{,}3$, y si α se toma como 49, $N_P = 5{,}2$. Como se verá más adelante, este resultado concuerda bien el valor observado.

Correlación de la potencia. Para estimar la potencia que se requiere para hacer girar un rodete dado con una velocidad determinada, es preciso disponer de correlaciones empíricas de la potencia (o del número de potencia) en función de otras variables del sistema. La forma de tales correlaciones puede encontrarse por análisis dimensional, en función de las medidas importantes del tanque y del rodete, la distancia del rodete al fondo del tanque, la profundidad del líquido, así como las dimensiones de las placas deflectoras cuando se utilizan. También deben de estar fijados el número y disposición de las placas deflectoras, así como el número de palas del rodete. Las variables que intervienen en el análisis son las medidas importantes del tanque y del rodete, la viscosidad μ y la densidad ρ del líquido, la velocidad de giro n, y, puesto que se aplica la ley de Newton, la constante adimensional g_c. Por otra parte, salvo que se tomen precauciones para evitarlo, se formará un vórtice en la superficie del líquido. Algo de líquido se elevará por encima del nivel medio de la superficie del líquido, correspondiente al tanque no agitado, y esta elevación tiene que vencer la fuerza de la gravedad. Por tanto, hay que introducir la aceleración de la gravedad g como un factor en el análisis.

Las distintas medidas lineales pueden convertirse todas en relaciones adimensionales, llamadas ***factores de forma,*** dividiendo cada uno de los términos por uno de ellos que se toma como base. El diámetro del rodete D_a es una elección adecuada para esta medida de base, y los factores de forma se calculan dividiendo cada una de las restantes medidas por el valor de D_a o D_t. Supongamos que los factores de forma, así definidos, se representan por S_1, S_2, S_3, ... S_n. El diámetro del rodete se toma así también como una medida del tamaño del equipo y se utiliza como una variable en el análisis, de la misma forma que el diámetro de la tubería en el análisis dimensional de la fricción en tuberías. Dos mezcladores que tienen las mismas proporciones geométricas, pero diferentes tamaños, tendrán idénticos factores de forma, pero diferirán en el valor de D_a. Los diseños que cumplen este requerimiento se dice que son geométricamente semejantes, o bien, que poseen semejanza geométrica.

Cuando se ignoran temporalmente los factores de forma y se supone que el líquido es newtoniano, la potencia P es una función de las restantes variables, 0 sea

$$P = \psi(n,\ D_a,\ g_c,\ \mu,\ g,\ \rho) \tag{9.13}$$

Aplicando el método del análisis dimensional que se presenta en el Apéndice 4, se obtiene [32]

$$\frac{Pg_c}{n^3 D_a^5 \rho} = \psi\left(\frac{nD_a^2\rho}{\mu}, \frac{n^2 D_a}{g}\right) \tag{9.14}$$

Teniendo en cuenta los factores de forma, la Ecuación (9.14) puede escribirse así

$$\frac{Pg_c}{n^3 D_a^5 \rho} = \psi\left(\frac{nD_a^2\rho}{\mu}, \frac{n^2 D_a}{g}, S_1, S_2, \ldots,\ S_n\right) \tag{9.15}$$

El primer grupo adimensional de la Ecuación (9.14), $Pg_c/n^3 D_a^5 \rho$, es el número de potencia N_P. El segundo, $nD_a^2\rho/\mu$, es el número de Reynolds N_{Re}; el tercero, $n^2 D_a/g$, es el número de Froude N_{Fr}. La Ecuación (9.15) puede, por tanto, escribirse

$$N_P = \psi(N_{Re}, N_{Fr}, S_1, S_2, \ldots, S_n) \tag{9.16}$$

Significado de los grupos adimensionales [17]. Los tres grupos adimensionales de la Ecuación (9.14) pueden interpretarse de una forma sencilla. Consideremos el grupo $nD_a^2\rho/\mu$. Puesto que la velocidad del extremo del rodete u_2 es igual a $\pi D_a n$,

$$N_{Re} = \frac{nD_a^2\rho}{\mu} = \frac{(nD_a)D_a\rho}{\mu} = \frac{u_2 D_a \rho}{\mu} \tag{9.17}$$

y este grupo es proporcional al número de Reynolds calculado a partir del diámetro y de la velocidad periférica del rodete. Esta es la razón del nombre del grupo.

El número de potencia N_P es análogo a un factor de fricción o a un coeficiente de rozamiento. Es proporcional a la relación entre la fuerza de rozamiento que actúa sobre una unidad de área del rodete y la fuerza inercial. La fuerza inercial, a su vez, está relacionada con el flujo de cantidad de movimiento correspondiente al movimiento global del fluido.

El número de Froude N_{Fr} es una medida de la relación entre la fuerza inercia1 y la fuerza gravitacional por unidad de área que actúa sobre el fluido. Interviene en situaciones fluidodinámicas donde hay un movimiento de olas significativo sobre la superficie del líquido. Es especialmente importante en el diseño de barcos.

Puesto que las fuerzas individuales están arbitrariamente definidas y varian mucho de un punto a otro del recipiente, sus valores numéricos locales no son

significativos. Sin embargo, los valores de los grupos adimensionales para todo el sistema son importantes, ya que proporcionan magnitudes de correlación que conducen a ecuaciones empíricas mucho más sencillas que las basadas en la Ecuación (9.13). A continuación se consideran ecuaciones para el número de potencia que son ejemplos de tales correlaciones.

Correlaciones de potencia para rodetes específicos. Los distintos factores de forma de la Ecuación (9.16) dependen del tipo y disposición del equipo. Las medidas necesarias para un tanque típico agitado con una turbina se muestran en la Figura 9.9; los correspondientes factores de forma para este mezclador son $S_1 = D_a/D_t$, $S_2 = E/D_a$, $S_3 = L/D_a$, $S_4 = W/D_a$, $S_5 = J/D_t$ y $S_6 = H/D_t$. Además, tienen que estar especificados el número de placas deflectoras y el número de palas del rodete. Si se utiliza una hélice, son importantes el paso y el número de palas.

Tanques con placas defectoras. En la Figura 9.13 se representan curvas típicas con N_P vs. N_{Re} para tanques con placas deflectoras, equipados con turbinas de seis placas planas localizadas centralmente. La curva *A* corresponde a palas verticales con $S_4 = 0{,}25$; la curva *B* es para un rodete similar pero con palas más estrechas (S, = 0,125). La curva C es para una turbina de palas y, por lo demás, similar a la correspondientes a la curva *B*. La curva *D* es para un tanque sin placas deflectoras.

La curva *A* de la Figura 9.14 corresponde a un rodete de tres palas instalado centralmente en un tanque con placas deflectoras. Las hélices y las turbinas con placas inclinadas presentan un consumo de potencia considerablemente menor que una turbina con placas verticales.

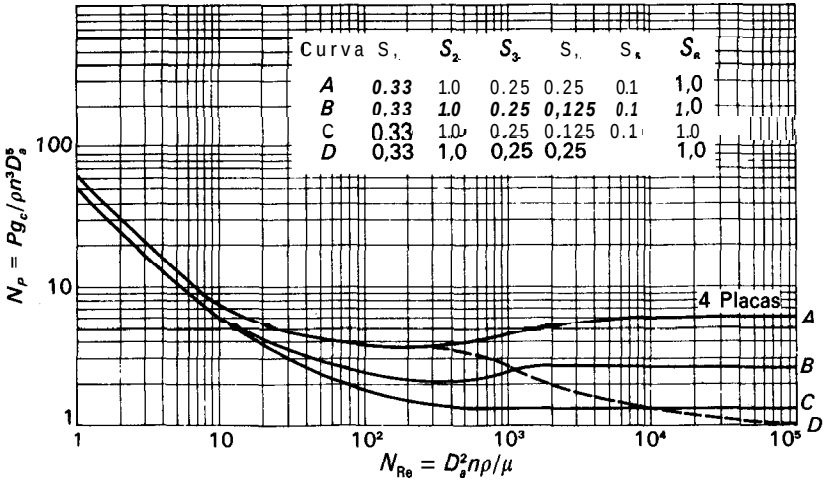


Figura 9.13. Número de potencia N_P frente a N_{Re} para turbinas de seis palas. (Según *Bates et al.*[33]; *Rushton et al.*[32].) Para la porción de trazos de la curva *D*, el valor de N_P que se obtiene de la figura hay que multiplicarlo por N_{Fr}^m.

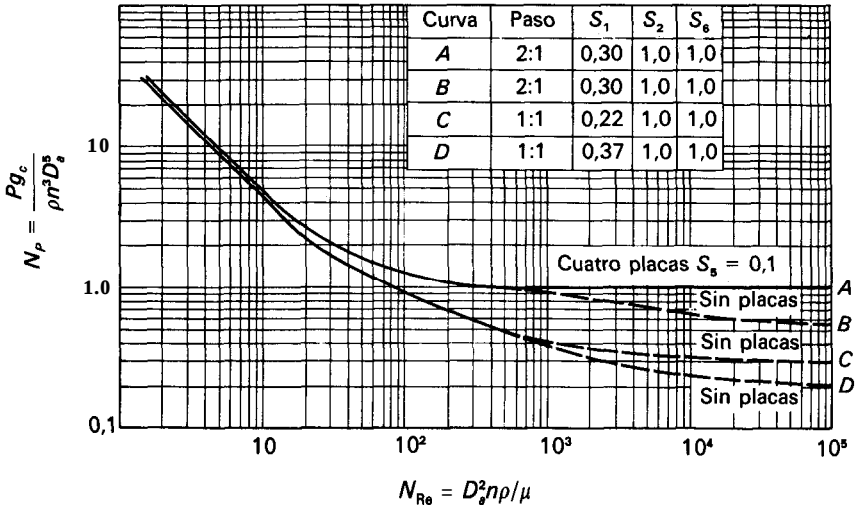


Figura 9.14. Número de potencia N_P frente a N_{Re} para rodetes de tres palas. (Según *Rushton et al.*[32].) Para las porciones de trazos de las curvas ***B, C y D,*** el valor de N_P que se obtiene de la figura hay que multiplicarlo por N_{Fr}^m.

Tanque sin placas deflectoras. Para bajos números de Reynolds, inferiores a 300, las curvas para tanque con y sin placas deflectoras son idénticas. Sin embargo, las curvas divergen para números de Reynolds más elevados, tal como muestran la porción de trazos de la curva ***D*** de la Figura 9.13 y las curvas ***B, C y D*** de la Figura 9.14. En esta región de los números de Reynolds, que habitualmente se evita en la práctica cuando se utilizan tanques sin placas deflectoras, se forma un vórtice y tiene influencia el número de Froude. La Ecuación (9.16) se modifica entonces de esta forma

$$\frac{N_P}{N_{Fr}^m} = \psi(N_{Re}, S_1, S_2, ..., S_n) \tag{9.18}$$

El exponente ***m*** de la Ecuación (9.18), para un conjunto dado de factores de forma, está empíricamente relacionado con el número de Reynolds por la ecuación[32]

$$m = \frac{a - \log_{10} N_{Re}}{b} \tag{9.19}$$

donde ***a*** y ***b*** son constantes. En la Tabla 9.1 se dan los valores de ***a*** y ***b*** para las curvas de las Figuras 9.13 y 9.14. Para utilizar las curvas de trazos de las Figuras 9.13 y 9.14 hay que corregir el número de potencia N_P, leído de la escala de ordenadas, multiplicándolo por N_{Fr}^m (véase el Ej. 9.2).

Tabla 9.1. Constantes a y b de la Ecuación (9.19)

Figura	Línea	a	b
9.13	*D*	1,0	40,0
9.14	*B*	1,7	18,0
9.14	c	0	18,0
9.14	*D*	2,3	18,0

Efecto de la geometría del sistema. Los efectos de los factores de forma $S_1, S_2, \ldots, S_n$ sobre N_P en la Ecuación (9.16) son unas veces pequeños y otras muy grandes. A veces, dos o más factores están relacionados entre sí; por ejemplo, el efecto de variar S_1 puede depender del valor de S_2 o S_3. Con una turbina de palas planas que opera a elevados números de Reynolds en un tanque con placas deflectoras, los efectos de modificar la geometría del sistema pueden resumirse como sigue [1]:

1. Al disminuir S_1, la relación entre el diámetro del rodete y el diámetro del tanque, N_P aumenta cuando las placas deflectoras son pocas y estrechas, mientras que N_P disminuye cuando las placas son muchas y anchas. Por tanto, los factores de forma S_1 y S_5 están interrelacionados. Con cuatro placas deflectoras y S_5 igual a 1/12, como ocurre frecuentemente en la práctica industrial, una modificación de S_1 casi no tiene efecto sobre N_P.
2. El efecto de modificar S_2, la holgura, depende del diseño de la turbina. Al aumentar S_2 aumenta N_P para una turbina de disco del tipo que se muestra en la Figura 9.9. En una turbina de palas inclinadas, al aumentar S_2 disminuye considerablemente N_P, mientras que para una turbina de placas rectas N_P disminuye ligeramente.
3. Con una turbina abierta de palas rectas, el efecto que produce la variación de S_4, la relación entre la anchura de las palas y el diámetro del reactor, depende del número de palas. Para una turbina de seis palas, N_P es directamente proporcional a S_4, mientras que para una turbina de cuatro palas N_P aumenta con $S_4^{1,25}$.
4. Dos turbinas de palas rectas instaladas sobre el mismo eje consumen del orden de 1,9 veces la potencia de una sola turbina, siempre que el espaciado entre los dos rodetes sea al menos igual al diámetro del rodete. Dos turbinas poco separadas entre sí pueden consumir hasta 2,4 veces la potencia de una sola turbina.
5. La forma del tanque tiene relativamente poca influencia sobre N_P. La potencia consumida en un tanque cilíndrico horizontal, con placas deflectoras o no, o en un tanque vertical de sección cuadrada provisto de placas deflectoras es la misma que en un tanque cilíndrico vertical. En un tanque de sección cuadrada sin placas deflectoras, el número de potencia es aproximadamente 0,75 veces la de un tanque cilíndrico con placas deflectoras. Los modelos de circulación están, por supuesto, afectados por la forma del tanque, pero el consumo de potencia no.

Cálculo del consumo de potencia. La potencia comunicada al liquido se calcula combinando la Ecuación (9.16) y la definición de N_P para dar

$$P = \frac{N_P n^3 D_a^5 \rho}{g_c} \tag{9.20}$$

Para bajos números de Reynolds las líneas de N_P vs. N_{Re} coinciden para un tanque con y sin placas deflectoras, y la pendiente de la línea en coordenadas logarítmicas es 1. En este intervalo el flujo es laminar, la densidad no influye y la Ecuación (9.16) se transforma en

$$N_P N_{Re} = \frac{P g_c}{n^2 D_a^3 \mu} = K_L = \psi_L(S_1, S_2, ..., S_n) \tag{9.21}$$

de donde

$$P = \frac{K_L n^2 D_a^3 \mu}{g_c} \tag{9.22}$$

Las Ecuaciones (9.21) y (9.22) pueden utilizarse para valores de N_{Re} menores que 10.

En tanques con placas deflectoras, para números de Reynolds superiores a aproximadamente 10 000, el número de potencia es independiente del número de Reynolds y la viscosidad ya no influye. En este intervalo el flujo es totalmente turbulento y la Ecuación (9.16) se transforma en

$$N_P = K_T = \psi_T(S_1, S_2, \ldots > S_n) \tag{9.23}$$

de donde

$$P = \frac{K_T n^3 D_a^5 \rho}{g_c} \tag{9.24}$$

Tabla 9.2. Valores de las constantes K_L y K_T en las Ecuaciones (9.21) y (9.23) para tanques con cuatro placas deflectoras en la pared del tanque, cuya anchura es igual a la décima parte del diámetro del tanque?

Tipo de rodete‡	K_L	K_T
Hélice, paso cuadrado, tres palas	41,0	0,32
Paso de 2, tres palas	43,5	1,00
Turbina, seis palas planas	71,0	6,30
Seis palas curvas	70,0	4,80
Turbina de ventilador, seis palas	70,0	1,65
Palas planas, dos palas§	36,5	1,70
Turbina cerrada, seis palas curvas	97,2	1,08
Con estator, sin deflectores	172,5	1,12

† Según J. H. Rushton, *Ind. Eng. Chem,* 44:2931 *(1952).*

‡ Para turbinas $L/D_a = 1/4$, $W/D_a = 1/5$.

§ $W/D_a = 1/5$.

En la Tabla 9.2 se dan valores de las constantes K_T y K_L para distintos tipos de rodetes y tanques.

Ejemplo 9.1. Una turbina de seis palas planas se instala centralmente en un tanque vertical. El tanque tiene 6 pies (1,83 m) de diámetro; la turbina tiene 2 pies (0,61 m) de diámetro y está situada 2 pies (0,61 m) por encima del fondo del tanque. Las palas de la turbina tienen una anchura de 6 pulg. El tanque está lleno hasta una altura de 6 pies (1,83 m) con una disolución de sosa cáustica al 50 por 100 a 150 °F (65,6 °C), que tiene una viscosidad de 12 cP y una densidad de 93,5 lb/pie^3 (1498 kg/m^3). La turbina gira a 90 rpm. El tanque está provisto de placas deflectoras. ¿Qué potencia se requiere para la operación del mezclador?

SOLUCIÓN

Para las condiciones de este problema es aplicable la Figura 9.13. Para el cálculo del número de Reynolds, los valores que se requieren, en unidades consistentes, son

$$D_a = 2 \text{ pies} \qquad n = \frac{90}{60} = 1{,}5 \text{ r/s}$$
$$\mu = 12 \times 6{,}72 \cdot 10^{-4} = 8{,}06 \times 10^{-3} \text{ lb/pies-s}$$
$$\rho = 93{,}5 \text{ lb/pie}^3 \qquad g = 32{,}17 \text{ pies/s}^2$$

Por tanto

$$N_{Re} = \frac{D_a^2 np}{\mu} = \frac{2^2 \times 1{,}5 \times 93{,}5}{8{,}06 \times 10^{-3}} = 69600$$

A partir de la curva *A* (Fig. 9.13), para N_{Re} = 69 600, N_P = 6,0, y a partir de la Ecuación (9.20)

$$P = \frac{6{,}0 \times 93{,}5 \times 1{,}5^3 \times 2^5}{32{,}17} = 1883 \text{ pies-lb,/s}$$

La potencia necesaria es 1883/550 = 3,42 CV (2,55 kW)

Ejemplo 9.2. ¿Cuál sería el requerimiento de potencia en el tanque del Ejemplo 9.1 si no tuviese placas deflectoras?

SOLUCIÓN

Se aplica ahora la curva de la Figura 9.13. Puesto que la parte de trazos de la curva es la que ha de utilizarse, interviene el número de Froude; su efecto se calcula en la siguientes forma:

$$N_{Fr} = \frac{n^2 D_a}{g} = \frac{1{,}5^2 \times 2}{32{,}17} = 0{,}14$$

A partir de la Tabla 9.1, las constantes a y b para sustituir en la Ecuación (9.19) son a = 1,0 y b = 40,0. A partir de la Ecuación (9.19)

$$m = \frac{1{,}0 - \log_{10} 69600}{40{,}0} = -0{,}096$$

El número de potencia leído de la Figura 9.13, curva *D*, para N_{Re} = 69 600, es 1,07; el valor corregido de N_P es $1{,}07\ 0{,}14^{-0{,}096} = 1{,}29$. Por tanto, según la Ecuación (9.20),

$$P = \frac{1{,}29 \times 93{,}5 \times 1{,}5^3 \times 2^5}{32.17} = 406 \text{ pies-lb}_f/\text{s}$$

La potencia necesaria es 406/550 = 0,74 CV (0,55 kW)

Generalmente no es buena práctica operar un tanque sin placas deflectoras en estas condiciones de agitación.

Ejemplo 9.3. El mezclador del Ejemplo 9.1 ha de utilizarse para mezclar un látex de caucho que tiene una viscosidad de 1200 cP y una densidad de 70 lb/pie^3 (1120 kg/m^3). ¿Qué potencia será necesaria?

SOLUCIÓN

El número de Reynolds es ahora

$$N_{Re} = \frac{2^2 \times 1{,}5 \times 70}{1200 \times 0{,}0672} = 5{,}2$$

que está en el intervalo de flujo laminar. Para N_{Re} = 5,2, a partir de la Figura 9.13, curva *A*, N_P = 12,5, y

$$P = \frac{12{,}5 \times 70 \times 1{,}5^3 \times 2^5}{32{,}17} = 2940 \text{ pies-lb}_f/\text{s}$$

La potencia necesaria es 2940/550 = 5,35 CV (3,99 kW). Esta potencia es independiente de que el tanque tenga placas deflectoras o no. No existe razón para colocar placas deflectoras en un mezclador operado a bajos números de Reynolds, toda vez que en estas condiciones no se forma vórtice.

Obsérvese que el aumento de unas 10000 veces en la viscosidad, aumenta la potencia en solamente del orden de un 60 por 100 sobre la que se requiere para el tanque con placas deflectoras operando con el líquido de baja viscosidad.

Consumo de potencia con líquidos no newtonianos. En las correlaciones de datos de potencia para líquidos no newtonianos, el número de potencia, $Pg_c/n^3 D_a^5 \rho$, se define de la misma forma que para fluidos newtonianos. El número de Reynolds no se define fácilmente, ya que la viscosidad aparente del fluido varía con el gradiente de velocidad, y éste varía considerablemente de un punto a otro del tanque. Sin embargo, se han obtenido correlaciones útiles, con un número de Reynolds definido de acuerdo con la Ecuación (9.17), utilizando una viscosidad media aparente μ_{ap}, calculada a partir del gradiente medio de la velocidad (du/dy). El número de Reynolds es pues

$$N_{Re,n} = \frac{nD_a^2 \rho}{\mu_{ap}} \qquad (9.25)$$

Para un fluido que sigue la ley de la potencia, de acuerdo con la Ecuación (3.7), la viscosidad media aparente está relacionada con el gradiente medio de velocidad, de acuerdo con la ecuación

$$\mu_{sp} = K' \left(\frac{du}{dy}\right)_{med}^{n'-1} \qquad (9.26)$$

Sustituyendo en la Ecuación (9.25) se obtiene

$$N_{Re,n} = \frac{nD_a^2\rho}{K'(du/dy)_{med}^{n'-1}} \qquad (9.27)$$

Para un agitador de turbina de palas rectas, se ha encontrado que para fluidos pseudoplásticos, el gradiente medio de velocidad dentro del tanque está íntimamente relacionado con la velocidad del rodete. Para numerosos pseudoplásticos una relación satisfactoria, aunque aproximada, es [5, 12, 21]

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{med} = 11n \qquad (9.28)$$

Obsérvese que el gradiente medio de velocidad de $11n$ es ligeramente superior a la mitad del gradiente máximo estimado de 19n (véase la pág. 255). El gradiente de la velocidad volumétrica de flujo para el tanque es, probablemente, mucho menos que $11n$, pero el valor del consumo de potencia depende fuertemente de los gradientes en la región del agitador.

Combinando las Ecuaciones (9.27) y (9.28) y reordenando se obtiene

$$N_{Re,n} = \frac{n^{2-n'} D_a^2 \rho}{11^{n'-1} K'} \qquad (9.29)$$

En la Figura 9.15 se representa la correlación número de potencia-número de Reynolds, para un rodete de turbina de 6 palas con fluidos pseudoplásticos. La línea de trazos está tomada de la Figura 9.13 y se aplica a fluidos newtonianos, en los cuales $N_{Re} = nD_a^2\rho/\mu$. La curva continua corresponde a líquidos pseudoplásticos, en los cuales $N_{Re,n}$ está dado por las Ecuaciones (9.25) y (9.29). Para números de Reynolds menores que 10 y mayores que 100, los resultados que se obtienen para líquidos pseudoplásticos son los mismos que para líquidos newtonianos. En el intervalo entre 10 y 100 del número de Reynolds, los líquidos consumen una potencia menor que los líquidos newtonianos. La transición de flujo laminar a turbulento en líquidos pseudoplásticos no tiene lugar hasta que N_{Re} es igual a 40, en vez de 10, como ocurre para los líquidos newtonianos.

Los modelos de flujo en un líquido pseudoplástico agitado difieren considerablemente de los de un líquido newtoniano. En las proximidades del rodete, los gradientes de velocidad son elevados y la viscosidad aparente es pequeña, para un líquido pseudoplástico. A medida que el líquido se aleja del rodete, el gradien-

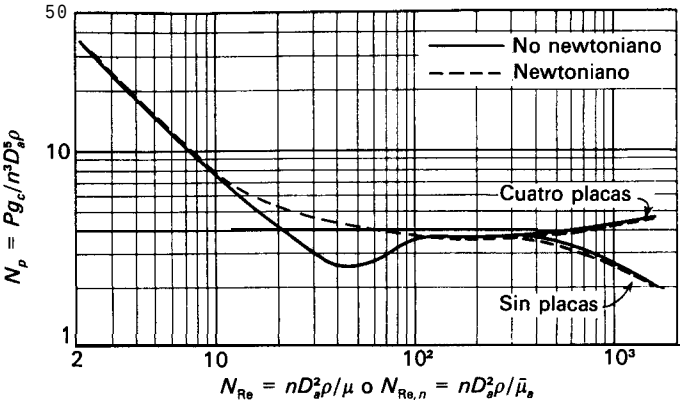


Figura 9.15. Correlación de potencia para una turbina de seis palas con líquidos no newtonianos.

te de velocidad disminuye y aumenta la viscosidad aparente del líquido. La velocidad del líquido cae rápidamente, los gradientes de velocidad disminuyen aún con mayor rapidez y la viscosidad aparente aumenta, por consiguiente, todavía más. Incluso cuando existe una turbulencia elevada en las proximidades del rodete, la masa global de líquido puede moverse con flujo laminar lento y consumir relativamente poca potencia. Los anillos en forma de bucle, de líquido estancado, que se indican en la Figura 9.12, son muy marcados cuando el líquido que se agita es pseudoplástico.

MEZCLA

La operación de mezcla es mucho más difícil de estudiar y describir que la agitación. Los tipos de flujo de la velocidad de un líquido en un tanque agitado, aunque complejos, son bastante definidos y reproducibles. El consumo de potencia se mide fácilmente. Los resultados de los estudios de mezcla, sin embargo, son difíciles de reproducir y dependen en gran medida de cómo se defina la «mezcla» por el experimentador. Con frecuencia el criterio de mezcla es visual, como ocurre en la utilización de fenómenos de interferencia para seguir la mezcla de gases en una conducción[23] o en el cambio de color de un indicador ácido-base, para la determinación del grado de mezcla de líquidos [11, 26]. Otros criterios que han sido utilizados son, la velocidad de caída de las fluctuaciones de concentración que tienen lugar cuando un fluido contaminante se inyecta en la corriente del fluido; la variación de composición de pequeñas muestras tomadas al azar, en distintos puntos de la mezcla; la velocidad de transferencia de un soluto de una fase líquida a otra; y en mezclas sólido-líquido, la uniformidad que se observa visualmente en la suspensión.

Mezcla de líquidos miscibles. La mezcla de líquidos miscibles en un tanque es un proceso rápido si el régimen de flujo es turbulento. El rodete produce una corriente de alta velocidad y el fluido probablemente se mezcla con rapidez en la región próxima al rodete debido a la intensa turbulencia. A medida que la corriente se modera, arrastrando algo de líquido y fluyendo a lo largo de la pared, hay algo de mezcla radial debido a que los grandes remolinos se rompen en otros más pequeños, pero probablemente hay poca mezcla en la dirección de flujo. El líquido completa un lazo de circulación y retorna a la entrada del rodete, donde ocurre de nuevo una vigorosa mezcla. Los cálculos basados en este modelo ponen de manifiesto que debería alcanzarse una mezcla esencialmente completa (99 por 100) si el contenido del tanque circulase alrededor de 5 minutos. El tiempo de mezcla puede, por tanto, predecirse a partir de las correlaciones para el flujo total producido por distintos rodetes. Para una turbina estándar de seis palas

$$q = 0{,}92nD_a^3\left(\frac{D_t}{D_a}\right) \tag{9.30}$$

$$t_T \approx \frac{5V}{4} = 5\ \frac{\pi D_t^2 H}{4}\ \frac{1}{0{,}92nD_a^2\ D}, \tag{9.31}$$

o bien

$$nt_T\left(\frac{D_a}{D_t}\right)^2\left(\frac{D_t}{H}\right) = \text{cte} = 4{,}3 \tag{9.32}$$

Para un tanque y agitador dados, o para sistemas geométricamente semejantes, el tiempo de mezcla predicho es inversamente proporcional a la velocidad del agitador, lo cual se ha confirmado mediante estudios experimentales[9, 24]. En la Figura 9.16 se presentan los resultados para distintos sistemas, representando nt_T frente a N_{Re}. Para una turbina con $D_a/D_t = 1/3$ y $D_T/H = 1$ el valor de nt_T es 36 para $N_{Re} > 10^3$, y el valor predicho es de 38.

Los tiempos de mezcla son apreciablemente mayores cuando los números de Reynolds están comprendidos en el intervalo de 10 a 1000, si bien el consumo de potencia no es muy diferente que el correspondiente al intervalo turbulento. Tal como muestra la Figura 9.16, el tiempo de mezcla utilizando turbinas con placas deflectoras varía aproximadamente con la potencia $-1{,}5$ de la velocidad del agitador en esta región, y después aumenta más bruscamente a medida que se reduce todavía más el número de Reynolds. Los datos de la Figura 9.16 son para ciertas relaciones entre los tamaños del rodete y del tanque. En la Figura 9.17 se muestra una correlación general propuesta por Norwood y Metzner[26]. Su factor del tiempo de mezcla puede reordenarse para ver cómo difiere de la predicción para el régimen turbulento de la Ecuación (9.32):

$$f_t = \frac{t_T(nD_a^2)^{2/3}g^{1/6}D_a^{1/2}}{H^{1/2}D_t^{3/2}} = nt_T\left(\frac{D_a}{D_t}\right)^2\left(\frac{D_t}{H}\right)^{1/2}\left(\frac{g}{n^2D_a}\right)^{1/6} \tag{9.33}$$

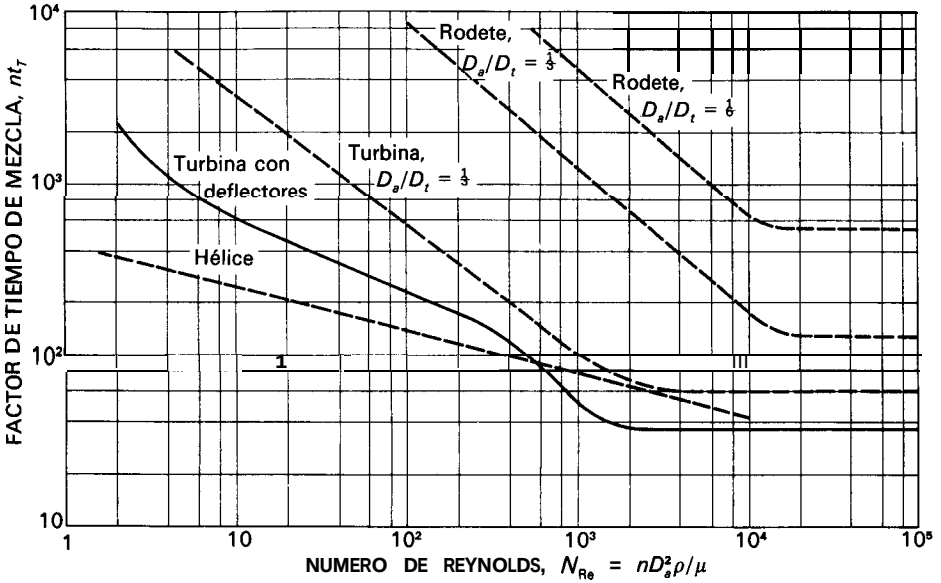


Figura 9.16. Tiempos de mezcla en tanques agitados. Las líneas de trazos son para tanques sin placas deflectoras; la línea continua es para un tanque con placas deflectoras.

La presencia del número de Froude en la Ecuación (9.33) implica que hay algo de efecto de vórtice, que puede existir para bajos números de Reynolds, pero es dudoso si este término debe de incluirse o no para un tanque con placas deflectoras a elevados números de Reynolds.

Para mezclar ciertos tipos de líquidos pueden ser preferibles otros tipos de rodetes. Un agitador de cinta helicoidal da lugar a tiempos de mezcla mucho más

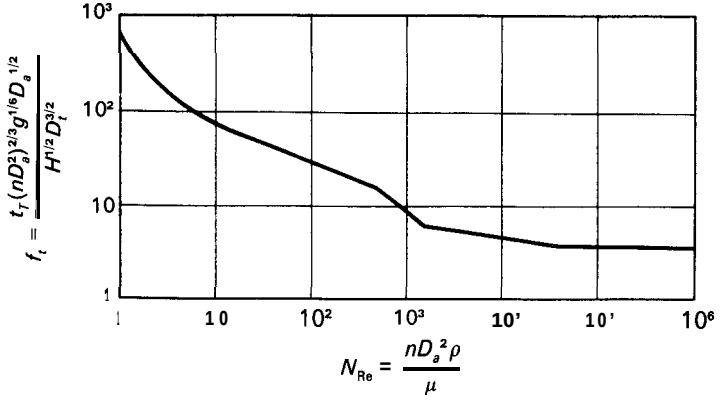


Figura 9.17. Correlación de tiempos de mezcla para líquidos miscibles en un tanque con placas deflectoras agitado con una turbina. ***(Según Norwood y Metzner[26].)***

cortos para el mismo consumo de potencia con líquidos muy viscosos[24], pero es más lento que la turbina para líquidos poco viscosos. Los tiempos de mezcla con hélices son altos en comparación con las turbinas, pero el consumo de potencia es más de un orden de magnitud inferior para la misma velocidad del agitador. Los datos de la Figura 9.16 están tomados de una correlación general de Fox y Gex [11], cuya función del tiempo de mezcla difiere tanto de la Ecuación (9.32) como de la (9.33):

$$f_t' = \frac{t_T(nD_a^2)^{2/3}g^{1/6}}{H^{1/2}D_t} = nt_T\left(\frac{D_a}{D_t}\right)^{3/2}\left(\frac{D_t}{H}\right)^{1/2}\left(\frac{g}{n^2D_a}\right)^{1/6} \qquad (9.34)$$

Sus datos fueron para $D_a/D_t = 0{,}07$ hasta $0{,}18$; la extrapolación para $D_a/D_t = 1/3$ en la Figura 9.16 es algo incierta.

En un líquido pseudoplástico, los tiempos de mezcla, para números de Reynolds inferiores a aproximadamente 1000, son mucho mayores que en líquidos newtonianos para las mismas cantidades del rodete [12, 24]. En las regiones de bajo esfuerzo constante, lejos del rodete, la viscosidad aparente del líquido pseudoplástico es mayor que en las proximidades del mismo. En estas regiones remotas los remolinos turbulentos se amortiguan rápidamente y con frecuencia se forman zonas de líquido casi estancado. Ambos efectos conducen a mal mezclado y largos tiempos de mezcla. A elevados números de Reynolds hay poca diferencia entre las características de mezcla de líquidos newtonianos y pseudoplásticos.

Cuando se dispersan en líquido burbujas de gas, gotas de líquido o partículas sólidas, aumenta el tiempo de mezcla para la fase continua, aun cuando la comparación se realice para la misma entrada de potencia específica [10]. El efecto aumenta con la viscosidad, y para líquidos viscosos el tiempo de mezcla puede aumentar hasta el doble del valor normal cuando la retención de gas es solamente del 10 por 100.

Ejemplo 9.4. Un tanque agitado de 6 pies (1,83 m) de diámetro contiene una turbina de seis palas rectas de 2 pies (0,61 m) de diámetro, situada un diámetro del rodete por encima del fondo del tanque, y que gira a 80 rpm. Se ha propuesto este tanque para neutralizar una disolución acuosa diluida de NaOH a 70°F con una cantidad estequiométricamente equivalente de ácido nítrico concentrado (HNO_3). La altura final del líquido en el tanque ha de ser 6 pies (1,83 m). Suponiendo que todo el ácido se añade al tanque de una vez, ¿cuánto tiempo se requiere para que la neutralización sea completa?

SOLUCIÓN

Se utiliza la Figura 9.16. Las cantidades que se necesitan son

$$D_t = 6 \text{ pies} \qquad D_a = 2 \text{ pies} \qquad E = 2 \text{ pies}$$

$$n = \frac{80}{60} = 1{,}333 \text{ r/s}$$

Densidad del líquido: $\rho = 62{,}3 \text{ lb/pie}^3$ **(Ap. 14)**

Viscosidad del líquido: $\mu = 6{,}6 \times 10^{-4}$ lb/pies-s (Ap. 14)

El número de Reynolds es

$$N_{Re} = \frac{nD_a^2\rho}{\mu} = \frac{1{,}333 \times 2^2 \times 62{,}3}{6{,}60 \times 10^{-4}} = 503\,000$$

A partir de la Figura 9.16, para $N_{Re} = 503\,000$, $nt_T = 36$. Por tanto

$$t_T = \frac{36}{1{,}333} = 27 \text{ s}$$

Mezcla en chorros. En grandes tanques de almacenamiento, la mezcla se realiza a veces utilizando un chorro de líquido que entra lateralmente. La corriente mantiene su identidad durante una distancia considerable, tal como puede observarse en la Figura 9.18, que muestra el comportamiento de un chorro circular de líquido que sale de una boquilla y fluye a alta velocidad dentro de una masa estancada del mismo líquido. La velocidad en el chorro a la salida de la boquilla es uniforme y constante. Permanece así formando un núcleo cuya sección disminuye con la distancia a la boquilla. El núcleo está rodeado por un chorro turbulento que se expande, en el cual la velocidad radial disminuye con la distancia a la línea central del chorro. El núcleo que se va estrechando desaparece a una distancia de la boquilla de $4{,}3\ D_j$, donde D_j es el diámetro de la boquilla. El chorro turbulento mantiene su integridad bastante más allá del punto en el que desaparece el núcleo, pero su velocidad va disminuyendo paulatinamente. El crecimiento radial de la velocidad va acompañado de un aumento de la presión de acuerdo con la ecuación de Bernoulli. El fluido circula hacia el interior del chorro y es absorbido, acelerado y mezclado dentro del chorro aumentado. Este proceso recibe el nombre de ***arrastre.*** Una ecuación aplicable para distancias superiores a $4{,}3\ D_j$ **es**

$$q_e = \left(\frac{X}{4{,}3D_j} - 1\right) q_0 \tag{9.35}$$

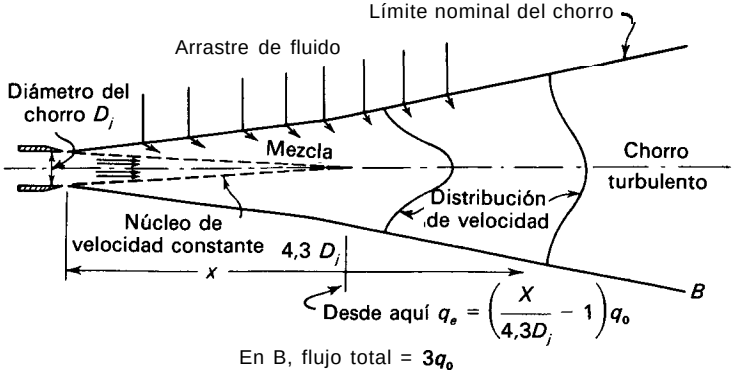


Figura 9.18. Flujo de un chorro circular sumergido. (Según ***Rushton y Oldshue***[33].)

donde q_e = volumen de líquido arrastrado por unidad de tiempo para la distancia X de la boquilla
q_0 = volumen de líquido que sale de la boquilla por unidad de tiempo

Además de arrastre, en el líquido entre el chorro y el líquido que lo rodea, existen intensos esfuerzos cortantes. Estos esfuerzos cortantes arrancan remolinos en los bordes y generan una considerable turbulencia que también contribuye a la acción de mezcla.

Con solamente un gran flujo de líquido no se consigue una mezcla satisfactoria, sino que es preciso dar suficiente espacio y tiempo a la corriente para que se mezcle con la masa de fluido por la acción del mecanismo de arrastre.

Se dispone de correlaciones [11] para el tiempo de mezcla con un chorro que entra lateralmente.

Mezcladores sin movimiento. Los gases o los fluidos no viscosos pueden con frecuencia mezclarse satisfactoriamente, haciéndolos circular juntos a través de una determinada longitud de conducción abierta o de una tubería que contiene placas con orificios o placas deflectoras segmentadas. En condiciones adecuadas la longitud de tubería puede ser tan corta como 5 a 10 diámetros de tubería, pero se recomiendan de 50 a 100 diámetros de tubería".

Los trabajos más difíciles de mezclado se llevan a cabo mediante mezcladores sin movimiento, que son aparatos comerciales en los que elementos estacionarios dividen y recombinan sucesivamente partes de la corriente del fluido [6, 7]. En el mezclador que se presenta en la Figura 9.19, cada uno de los elementos helicoidales cortos divide la corriente en dos, la hace girar un ángulo de 180°, y la descarga en el elemento siguiente que está colocado formando un ángulo de 90" con el borde trasero del primer elemento. El segundo elemento divide nuevamente la corriente ya dividida y la gira 180" en sentido contrario. Por tanto, para n elementos hay 2" divisiones y recombinaciones, o sea, más de 1 millón en un mezclador de 20 elementos. La caída de presión típica es de unas cuatro veces mayor que en la misma longitud de tubería vacía. La mezcla, aun para materiales altamente viscosos, es excelente después de 6 a 20 elementos. Los mezcladores estáticos se utilizan para el mezclado de líquidos, dispersión de gases y líquidos, reacciones químicas y transmisión de calor. Son especialmente eficaces para el mezclado de fluidos de baja viscosidad, con pastas o líquidos viscosos.

Selección de mezcladores. No existe necesariamente una relación directa entre la potencia consumida y el grado de mezcla. Cuando un líquido de baja viscosidad gira alrededor de un tanque sin placas deflectoras, los distintos elementos del líquido pueden seguir caminos circulares paralelos de una forma casi indefinida sin apenas mezclarse. Poca de la energía suministrada se utiliza para mezclar. Si se colocan placas deflectoras la mezcla se produce rápidamente, utilizándose la mayor parte de la energía para el mezclado y relativamente poca para circulación.

Cuando el tiempo de mezclado es crítico, el mejor mezclador es el que produce la mezcla en el tiempo requerido con el menor consumo de potencia. En

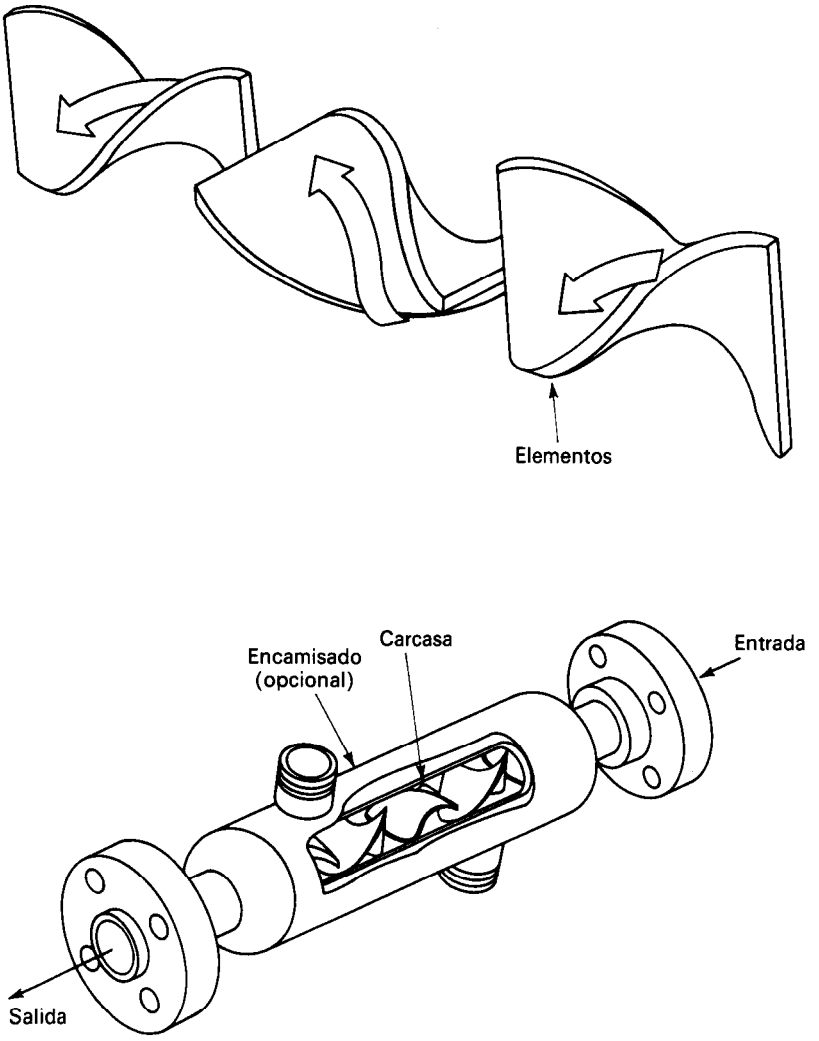


Figura 9.19. Mezclador sin movimiento,

muchos casos es deseable, pero no esencial, un corto tiempo de mezcla, y el tiempo de mezcla es un compromiso entre el coste de la energía necesaria y el coste de adquisición del mezclador. Para mezclar reactivos en un tanque de alimentación o productos de diferentes cargas en un tanque de almacenamiento, puede utilizarse un mezclador de tamaño relativamente pequeño, aunque se necesiten varios minutos para alcanzar una mezcla completa.

Suspensión de partículas sólidas. Las partículas sólidas se suspenden en líquidos con muchos fines, tales como producir una mezcla homogénea para alimentación de una unidad de proceso, disolver los sólidos, catalizar una reacción química o

promover el crecimiento de un producto cristalino en una disolución sobresaturada. La suspensión de sólidos en un tanque agitado es en cierto modo análoga a la fluidización de sólidos con líquidos que se estudia en el Capítulo 7, donde las partículas se separan y mantienen en movimiento por medio del fluido que pasa sobre ellas. Sin embargo, el modelo de flujo del fluido creado por el agitador tiene regiones de flujo horizontal, ascendente y descendente, y para mantener los sólidos en suspensión en el tanque, generalmente se requieren velocidades medias del fluido mucho menores que las que harían falta para fluidizar los sólidos en una columna vertebral.

Cuando los sólidos están suspendidos en un tanque agitado, existen diferentes formas para definir la condición de la suspensión. Diferentes procesos requieren distintos grados de suspensión y es importante utilizar la definición y correlación apropiadas en los problemas de diseño y cambio de escala. A continuación, se presentan los grados de suspensión atendiendo al aumento de la uniformidad y del consumo de potencia.

1. Suspensión prácticamente completa con jiliteado. La mayor parte del sólido está suspendido en el líquido, con un pequeño porcentaje de partes tiliteadas de sólido en la periferia exterior del fondo o de otras partes del tanque. La existencia de una pequeña cantidad de sólidos que no están en movimiento puede permitirse en un tanque de alimentación de una unidad de proceso, toda vez que estas pequeñas cintas de sólidos no crecen de espesor ni se aglomeran[30]. La presencia de filiteado es indeseable para cristalización y reacción química.

2. Movimiento completo de las partículas. Todas las partículas o bien están suspendidas, o se mueven a lo largo del fondo del tanque. Las partículas que se mueven a lo largo del fondo del tanque tienen un coeficiente de transferencia de materia mucho menor que las partículas suspendidas, lo cual afecta al funcionamiento de la unidad[14].

3. Suspensión completa o suspensión completa fuera del fondo. Todas las partículas están suspendidas fuera del fondo del tanque o bien no permanecen sobre el fondo más que 1 o 2 s. Cuando se alcanza justamente esta condición, generalmente habrá gradientes de concentración en la suspensión y puede existir una región de líquido claro cerca de la parte superior del tanque. El gradiente en la concentración de sólido tendrá poco efecto sobre el funcionamiento de una unidad, tal como un tanque de disolución o un reactor químico, y el coeficiente de transferencia de materia no aumentará mucho más al aumentar la velocidad de giro del agitador.

4. Suspensión uniforme. Para velocidades del agitador considerablemente superiores a las que se requieren para obtener una suspensión completa, ya no hay líquido claro cerca de la parte superior del tanque y la suspensión se hace uniforme. Sin embargo, todavía puede haber gradientes verticales de concentración, especialmente si los sólidos tienen una amplia distribución de tamaños, y es preciso tener cuidado al tomar una muestra representativa del tanque.

La suspensión completa de sólidos será conveniente para muchos fines, y las correlaciones desarrolladas para predecir las condiciones de suspensión han utilizado generalmente este criterio. Algunas de estas correlaciones se consideran aquí juntamente con directrices para el cambio de escala. Téngase presente que estas correlaciones dan la condición mínima de agitación para suspensión, y que los requerimientos para dispersión de un gas, o buena transmisión de calor hacia un serpentín o un encamisado, pueden conducir en algunos casos a mayores consumos de potencia.

La facilidad con la que los sólidos se suspenden en un líquido depende de las propiedades físicas de la partícula y del líquido, así como de los modelos de circulación en el tanque. La velocidad límite de sedimentación libre de partículas puede calcularse utilizando la curva del coeficiente de rozamiento (Fig. 7.3). En las regiones donde el flujo es generalmente ascendente, la velocidad media del fluido tiene que superar a la velocidad de sedimentación para mantener las partículas en suspensión. Sin embargo, el factor limitante es la velocidad cerca del fondo, donde el flujo es casi horizontal, y para obtener suspensión completa la velocidad media en el tanque ha de ser con frecuencia varias veces superior a la velocidad de sedimentación. Las partículas suspendidas se mueven entonces casi tan rápidamente como todo el fluido en la mayor parte del tanque, siguiendo los modelos de flujo que se presentan en la Figura 9.6 para un rodete que dirige el flujo hacia abajo, o en la Figura 9.12 para una turbina con flujo radial. Es más difícil suspender partículas que tienen una velocidad de sedimentación elevada, pero no existe una correlación directa entre esta velocidad y una velocidad característica en el tanque, tal como la velocidad del extremo de las palas o la velocidad media de ascenso cerca de la pared. A modo de ilustración, la velocidad de sedimentación de una suspensión disminuye al aumentar la concentración de sólidos [Ec. (7.48)], pero en cambio la potencia que se requiere para obtener suspensión completa aumenta con la concentración de sólidos.

Cambio de escala. Se han publicado varios estudios acerca de las condiciones que se requieren para la suspensión de partículas, pero los datos son principalmente para pequeños tanques y todavía es incierto el mejor método para el cambio de escala. En la Figura 9.20 se muestran los resultados de algunos estudios; las líneas de trazo continuo son para los tamaños de tanques realmente utilizados, mientras que las líneas de trazos se sugieren para el cambio de escala. El método de cambio de escala recomendado por Connolly y Winter [8] consiste en mantener la semejanza geométrica y aplicar el mismo par por unidad de volumen de suspensión, lo que es equivalente a mantener constante la velocidad de los extremos de las palas. El par T es igual a $P/2\pi n$ y, para altos números de Reynolds, P varía con $n^3 D_a^5$, de forma que (nD_a) es constante con este criterio. El consumo de potencia por unidad de volumen P/V es, por tanto, inversamente proporcional a D_a o a D_t.

Zwietering [36] midió la velocidad crítica para suspensión completa y encontró que se requería menos potencia por unidad de volumen para tanques grandes, si bien tal como indica la Figura 9.20, la disminución no era tan grande como la indicada por Connolly y Winter. La correlación de Zwietering parece ser la más

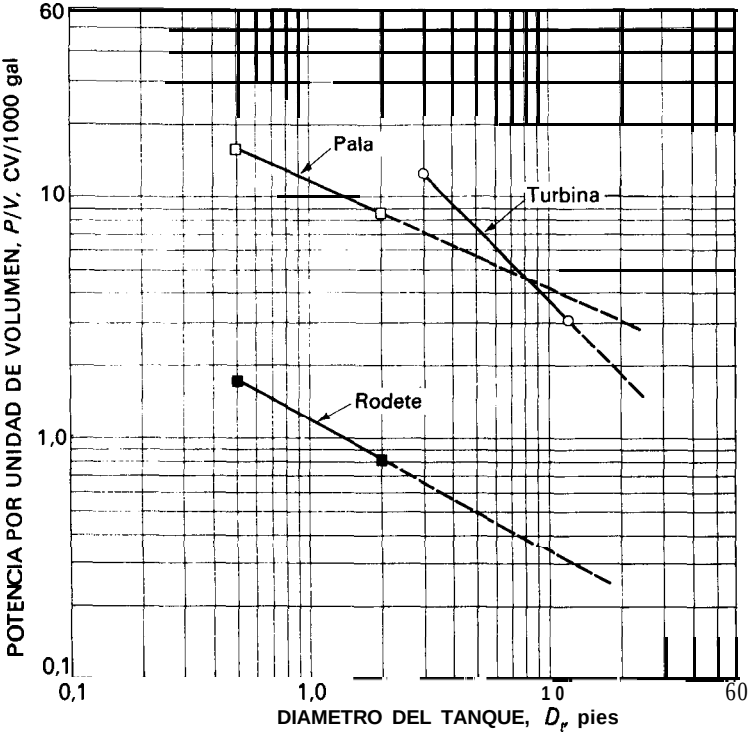


Figura 9.20. Potencia necesaria para suspensión completa de sólidos en tanques agitados, con una pala[36], una hélice[36] y una turbina inclinada'.

fiable para el cambio de escala o para predecir las condiciones de suspensión en ausencia de datos de laboratorio. La velocidad crítica del agitador viene dada por la ecuación adimensional

$$n_c D_a^{0,85} = S v^{0,1} D_p^{0,2} \left(g \frac{\Delta\rho}{\rho} \right)^{0,45} B^{0,13} \qquad (9.36)$$

donde n_c = velocidad crítica del agitador
D_a = diámetro del agitador
v = viscosidad cinemática
D_p = tamaño medio de las partículas
g = aceleración de la gravedad
Ap = diferencia de densidad
ρ = densidad del fluido
B = 100 x peso de sólido/peso de líquido
S = constante

En la Tabla 9.3 se presentan valores de S.

La Ecuación (9.36) muestra que la velocidad del agitador puede disminuir en el cambio de escala casi en la misma proporción en la que aumenta D_a si se mantiene la semejanza geométrica. Para un sistema dado, $nD_a^{0,85}$ es una constante C_1 y la velocidad del extremo de las palas viene dada por

$$nD_a = \frac{C_1}{D_a^{0,85}} D_a = C_1 D_a^{0,15} \tag{9.37}$$

Por consiguiente, tanto la velocidad de los extremos de las palas como las velocidades en los distintos puntos del tanque, aumentan con $D_a^{0,15}$.

Tabla 9.3. Constante S en la Ecuación (9.36) para la velocidad crítica del agitador

Tipo de rodete	D_t/D_a	D_t/E	S
Turbina de seis palas	2	4	4,1
$D_a/W = 5$	3	4	7,5
$N_P = 6,2$	4	4	11,5
Agitador de dos palas	2	4	4,8
$D_a/W = 4$	3	4	8
$N_P = 2,5$	4	4	12,5
Hélice de tres palas	3	4	6,5
$N_p = 0,5$	4	4	8,5
	4	2,5	9,5

La potencia por unidad de volumen que se requiere para conseguir suspensión completa disminuye considerablemente con el cambio de escala. Si se utiliza la Ecuación (9.36),

$$\frac{P}{V} = \frac{C_3 n^3 D_a^5}{D_t^3} = C_2 S^3 \left(\frac{C_1}{D_a^{0,85}}\right)^3 D_a^2 \left(\frac{D_a}{D_t}\right) = C_3 S^3 D_a^{-0,55} \left(\frac{D_a}{D_t}\right)^3 \tag{9.38}$$

De acuerdo con la Ecuación (9.36), la velocidad del agitador para suspensión completa varía solamente con la potencia 0,2 del tamaño de las partículas y con la potencia 0,45 de la diferencia de densidad, que es inferior al efecto de estas variables sobre la velocidad límite. También aumenta con la potencia 0,1 de la viscosidad, lo cual es sorprendente, ya que la velocidad límite lo hace de forma inversamente proporcional. Un aumento de la viscosidad conduce a un mayor espesor de la capa límite en el fondo del tanque, y esto aparentemente hace más difícil que los remolinos turbulentos barran las partículas fuera del fondo, si bien caen **más** lentamente una vez en suspensión.

Tal como muestra la Tabla 9.3, la. velocidad del agitador para. suspensión

completa es casi la misma para hélices, agitadores de palas y turbinas, si bien el consumo de potencia varía en un orden de magnitud. La turbina estándar de palas planas requiere la mayor potencia para suspensión, y el rodete la menor. Sin embargo, una turbina de palas planas probablemente tendrá la misma velocidad crítica aproximada del agitador que otros rodetes, y consume solamente un cuarto de potencia que la potencia estándar. Con un agitador de palas o una turbina se requiere menos potencia para la suspensión de sólidos si la relación D_a/D_t aumenta, pero con hélices de diferentes tamaños la potencia es aproximadamente la misma. Todos los rodetes son más eficaces para mantener suspensión completa cuando se colocan más cerca del fondo del tanque y, con frecuencia, se utiliza una separación de aproximadamente $D_t/4$.

Ejemplo 9.5. Un tanque agitado de 6 pies (1,83 m) de diámetro que opera con un espesor de líquido de 8 pies (2,44 m) se utiliza para preparar una suspensión de espatoflúor de 150 mallas en agua a 70 °F. El sólido tiene una densidad relativa de 3,18 y la suspensión contiene 25 por 100 de peso sólido. El rodete es una turbina de cuatro palas rectas de 2 pies (0,61 m) de diámetro situado a 1,5 pies sobre el fondo del tanque. (a) ¿Cuál es la velocidad crítica del agitador para suspensión completa, suponiendo que dicha velocidad es la misma que para una turbina estándar? (b) ¿Qué potencia se requiere?

SOLUCIÓN

$$\frac{D_t}{D_a} = \frac{6}{2} = 3 \qquad D_a = 2 \text{ pies} = 61 \text{ cm}$$

$$\frac{D_t}{E} = \frac{6}{1,5} = 4$$

A partir de la Tabla 9.3

$$s = 7,5$$

$$\mu = 0,98 \text{ cP}$$

$$v = 0,0098 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$D_p = 0,0104 \text{ cm}$$

$$g\frac{\Delta\rho}{\rho} = 980 \times \frac{2,18}{1.0^3} = 2136 \text{ cm/s}^2$$

$$B = 100 \times \frac{0,25}{0,75} = 33,3$$

(a) A partir de la Ecuación (9.36)

$$n_c = \frac{7,5}{61^{0,85}}(0,0098)^{0,1}(0,0104)^{0,2}(33,3)^{0,13}(2136)^{0,45} = 2,86 \text{ r/s} = 172 \text{ rpm}$$

(b) $P = \dfrac{K_T n^3 D_a^5}{g_c}$

ρ_m = densidad de la suspensión = $\frac{1}{0{,}25/3{,}18 + 0{,}75}$ = 1,207 g/cm³ = 75,2 lb/pie³

A partir de la Figura 9.13, curva C, K_T = 1,5

$$P = \frac{1{,}5(75{,}2)(2{,}86)^3(2)^5}{32{,}2 \times 550} = 4{,}77 \text{ CV}$$

$$\frac{P}{V} = \frac{4{,}77}{226{,}2 \text{ pie}^3 \times 7{,}48 \text{ gal/pie}^3} \times 1000 = 2{,}82 \text{ CV/1000 gal } (0{,}56 \text{ kW/m}^3)$$

OPERACIONES DE DISPERSION

En los sólidos en suspensión, tanto el tamaño como el área superficial de las partículas sólidas expuestas al líquido están lijados. Por el contrario, en las operaciones de dispersión gas-líquido o líquido-líquido, el tamaño de las burbujas o de las gotas y el área interfacial total entre las fases dispersa y continua varían con las condiciones y el grado de agitación. Constantemente es preciso crear área nueva venciendo las fuerzas de tensión interfacial. Las gotas y burbujas coalescen y se redispersan constantemente. En la mayor parte de las operaciones de dispersión de gases, las burbujas ascienden a través de la masa global de líquido y escapan por la superficie, debiendo ser reemplazadas por otras nuevas.

En esta situación dinámica, el volumen de la fase dispersa que está retenida en la masa global de líquido también es variable, dependiendo de la velocidad de ascenso de las burbujas y del flujo volumétrico de la alimentación. Para caracterizar el sistema se utilizan medias aritméticas, ya que la retención, el área interfacial y el diámetro de las burbujas varía con el tiempo y la posición en el tanque.

Características de la fase dispersa; diámetro medio. A pesar de estas variaciones, existe una relación básica entre la retención Ψ (la fracción de volumen de fase dispersa existente en el sistema), el área interfacial a por unidad de volumen, y el diámetro de las burbujas o gotas D_p. Si el volumen total de dispersión se toma como unidad, el volumen de fase dispersa es, por definición, Ψ. Sea N el número de gotas o burbujas en este volumen. Si todas las gotas o burbujas fuesen esferas de diámetro D_p, su volumen total vendría dado por

$$\frac{\pi N D_p^3}{6} = \Psi \tag{9.39}$$

La superficie total de las gotas o burbujas contenidas en este volumen sería

$$\pi N D_p^2 = a \tag{9.40}$$

Dividiendo la Ecuación (9.39) por la Ecuación (9.40) y reordenando se obtiene

$$D_p = \frac{6\Psi}{a} \tag{9.41}$$

En realidad, las gotas y burbujas difieren, por supuesto, en el tamaño y no son eficaces. Sin embargo, para valores dados de Ψ y a se puede definir un diámetro medio equivalente por medio de una ecuación similar a la Ecuación (9.41),

$$\bar{D}_s \equiv \frac{6\Psi}{a} \tag{9.42}$$

El diámetro $\bar{D}_s$ de la Ecuación (9.42) recibe el nombre de diámetro medio ***volumen-superficie o diámetro medio de Sauter.***

Dispersión de gases; comportamiento de las burbujas. En un líquido en reposo, una sola burbuja que se desprende de un orificio circular sumergido será una esfera si la velocidad de flujo es pequeña. En estas condiciones el diámetro de la burbuja D_p se puede calcular igualando la fuerza neta de flotación que actúa sobre la burbuja a la fuerza de rozamiento en el borde del orificio. La fuerza neta de flotación, que actúa hacia arriba, es

$$F_b - F_e = \frac{g}{g_c}\frac{\pi D_p^3}{6}(\rho_L - \rho_V) \tag{9.43}$$

donde ρ_L = densidad del líquido
ρ_V = densidad del vapor

La fuerza de rozamiento es

$$F_D = \pi D_o \sigma \tag{9.44}$$

donde D_o = diámetro del orificio
σ = tensión interfacial

Cuando la burbuja se hace suficientemente grande, la fuerza de rozamiento ya no es suficiente para mantenerla adherida al borde del orificio; en este momento las fuerzas opuestas se igualan y la burbuja se desprende del orificio. El diámetro de la burbuja puede obtenerse combinando las Ecuaciones (9.43) y (9.44)

$$D_p = \left[\frac{6D_o\sigma g_c}{g(\rho_L - \rho_V)}\right]^{1/3} \tag{9.45}$$

Para muy bajas velocidades de flujo las burbujas formadas son ligeramente inferiores a las predichas por la Ecuación (9.45) debido a que queda algo de gas retenido detrás cuando se desprende la burbuja. Para velocidades de flujo más elevadas, D_p es superior al predicho, debido al gas adicional que entra durante la separación de la burbuja del orificio. Para velocidades todavía mayores, la corriente gaseosa forma un chorro continuo que consiste esencialmente en grandes burbujas irregularmente separadas y que se desintegran en burbujas más pequeñas a unas pocas pulgadas por encima del orificio. En tanques agitados o en

columnas de burbujeo sin agitación, el tamaño medio de las burbujas depende generalmente de la velocidad superficial en el equipo y de la disipación de potencia en vez del tamaño de los oficicios del dispersor.

Tal como se ha visto en el Capítulo 7, a medida que aumenta el diámetro, las burbujas cambian de forma, pasando de esféricas a elipsoidales y lenticulares. Las burbujas más grandes con frecuencia ascienden recorriendo caminos en espiral, con velocidades límite que son casi constantes e independientes de su tamaño (véase la Fig. 7.7). En las nubes o enjambres de burbujas se produce una considerable coalescencia. La velocidad de ascenso de las nubes de pequeñas burbujas es considerablemente menor que la de las burbujas aisladas pero, en cambio, no hay gran diferencia con la de burbujas solitarias cuando las burbujas son grandes.

Dispersión de gases en tanques agitados. Los gases normalmente se introducen como alimentación en un tanque de proceso a través del extremo abierto de una tubería sumergida, de un dispersor tipo regadera, o a través de una placa porosa metálica o de material cerámico. A veces, el gas proporciona por sí mismo suficiente agitación del líquido, pero lo más frecuente es utilizar un agitador de turbina para dispersar el gas y hacer circular el líquido y las burbujas a través del tanque.

Para bajas retenciones de gas ($\Psi < 0{,}15$) se dispone de ecuaciones *adimensionales* para la dispersión de gases en líquidos puros, utilizando un agitador de turbina de seis palas[4b]. El diámetro medio de las burbujas, $\bar{D}'_s$, en milímetros, viene dado por

$$\bar{D}'_s = 4{,}15 \frac{(\sigma g_c)^{0,6}}{(Pg_c/V)^{0,4}\rho_L^{0,2}} \Psi^{1/2} + 0{,}9 \qquad (9.46)$$

El diámetro medio de las burbujas no varía mucho con la velocidad del agitador y, generalmente, está comprendido entre 2 y 5 mm. En la región de elevado esfuerzo cortante, cercana al extremo de las palas, se forman las burbujas más pequeñas, pero coalescen rápidamente, y el tamaño medio está determinado por el equilibrio entre la coalescencia y la rotura en el resto del tanque. La teoría de la rotura turbulenta de gotas indica que el tamaño varía con el grupo $(\sigma g_c)^{0,6}/(Pg_c/V)^{0,4}\rho_L^{0,2}$, pero los demás términos de la Ecuación (9.46) han de determinarse empíricamente. El término $\Psi^{1/2}$ refleja la importancia de la coalescencia de las burbujas, que es más frecuente para elevadas retenciones de gas.

El área interfacial puede calcularse a partir del tamaño medio de las burbujas y de la retención, o bien, a partir de la siguiente ecuación[4b], donde a' está en mm-‘:

$$a' = 1{,}44 \frac{(Pg_c/V)^{0,4}\rho_L^{0,2}}{(\sigma g_c)^{0,6}} \left(\frac{\bar{V}_s}{u_t}\right)^{1/2} \qquad (9.47)$$

siendo $\bar{V}_s$ = velocidad superficial del gas
= flujo volumétrico de la alimentación de gas dividido por el área de la sección transversal del tanque
u_t = velocidad de ascenso de las burbujas en el líquido estancado

La Ecuación (9.47) estima por defecto el área en tanques de mezcla agitados con elevados números de Reynolds, debido a la incorporación adicional de gas en el líquido por aireación superficial. Combinando las Ecuaciones (9.42), (9.46) y (9.47) se obtiene la siguiente ecuación ***adimensional*** para la retención de gas

$$\Psi = \left(\frac{\bar{V}_s \Psi}{u_t}\right)^{1/2} + 0{,}216 \frac{(Pg_c/V)^{0,4} \rho_L^{0,2}}{(\sigma g_c)^{0,6}} \frac{\bar{V}_s^{1/2}}{u_t} \qquad (9.48)$$

En las Ecuaciones (9.46) a (9.48) todas las magnitudes con la dimensión de longitud están en milímetros.

La velocidad límite interviene en las Ecuaciones (9.47) y (9.48), pero dicha velocidad no cambia mucho con el diámetro para burbujas mayores de 1 mm (Fig. 7.7), y para gases en agua o líquidos similares se puede utilizar un valor de 0,2 m/s. Para burbujas de aire en disoluciones de electrólitos, la coalescencia está grandemente retardada y el tamaño medio de las burbujas puede ser mucho menor que en agua pura, con el correspondiente aumento del área interfacial y la retención de gas.

Consumo de potencia en dispersores de turbina. La potencia consumida por un rodete de turbina que dispersa un gas es menor que el correspondiente a la Figura 9.13 para la agitación de líquidos. La relación entre la potencia cuando el gas está presente y la del líquido cuando está solo, depende principalmente de la velocidad superficial del gas, y en la Figura 9.21 se presentan algunos datos para la dispersión de aire en agua con una turbina estándar de seis palas para $D_a/D_t = 1/3$. La potencia relativa P_g/P_0 disminuye hasta 0,5 para una velocidad del orden de 0,01 m/s, y después varía más lentamente para velocidades más elevadas. El valor de P_g/P_0 es mayor para los tanques más grandes, pero no se sabe si esta tendencia continúa o no para tanques todavía mayores.

La potencia relativa disminuye, en general, lentamente al aumentar la velocidad del agitador; a elevados números de Reynolds los valores de P_g aumentan

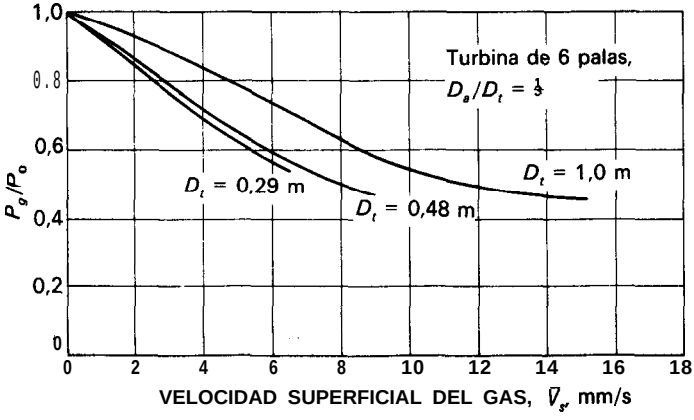


Figura 9.21. **Consumo** de potencia en tanques aireados agitados con turbinas.

aproximadamente con la potencia 2,5 a 2,9 de la velocidad del agitador, en comparación con la potencia 3,0 para líquidos [3, 22, 29]. La potencia relativa depende también de las propiedades físicas del líquido [1 5], pero los efectos dependen del tamaño del tanque y del tipo de agitador, y no se dispone de una correlación completa.

La disminución de la potencia con la gasificación no es exactamente debida a la menor densidad de la dispersión gas-líquido, ya que la retención de gas es generalmente del 10 por 100 o inferior cuando P_g/P_0 se reduce hasta 0,5. La disminución de potencia está relacionada con la formación de bolsas de gas detrás de las palas de la turbina [34]. Las burbujas son capturadas en el campo centrífugo de los vórtices que se forman detrás de los bordes horizontales de las palas y la coalescencia da lugar a grandes cavidades que interfieren el normal flujo de líquido.

La variación en la disipación de potencia con gasificación debe tenerse en cuenta en el diseño de grandes unidades. El motor elegido, con un par adecuado para tratar un sistema gasificado, podrá sobrecargarse si el sistema ha de operar ocasionalmente sin flujo de gas, de forma que puede ser necesario que tenga dos velocidades de giro. Por otra parte, el buen funcionamiento requiere a veces una disipación constante de potencia por unidad de volumen, y el cambio de escala puede conducir a diferentes valores de $\bar{V}_s$ y P_g/P_0.

Capacidad de tratamiento de gas con agitadores de turbina. Si se aumenta progresivamente la entrada de gas a un tanque provisto de un agitador de turbina, se alcanza eventualmente un punto en el que el rodete se inunda, es decir, está rodeado por una cantidad excesiva de gas y ya no puede operar eficazmente. Si se reduce entonces algo el flujo de gas, el agitador comienza nuevamente a hacer circular el líquido y a dispersas el gas; este punto se conoce como punto ***de redispersión.*** El número de flujo $N_{Q,\,g}$, basado en la velocidad de flujo de gas q_g en el punto de redispersión, se ha correlacionado con el número de Froude para obtener [35]

$$N_{Q,\,g} \equiv \frac{q_g}{nD_a^3} = 0{,}194 N_{Fr}^{0{,}75} \qquad (9.49)$$

donde N_{Fr} es igual a $n^2 D_a/g$. Para poder aplicar la Ecuación (9.49), N_{Fr} debe estar comprendido entre 0,5 y 2,0. Se ha encontrado [35] que para el punto de redispersión, cuando N_{Fr} está comprendido entre 0,5 y 1,0, el número de potencia $N_{P,\,g}$ viene dado por

$$N_{P,\,g} = \frac{P_g g_c}{n^3 D_a^5 \rho_L} = 1{,}36 N_{Fr}^{-0{,}56} \qquad (9.50)$$

Las Ecuaciones (9.46) a (9.50) proporcionan una base para el diseño de tanques agitados con turbinas para la dispersión de gases, tal como se ilustra en los ejemplos siguientes.

Ejemplo 9.6. Un tanque cilíndrico de 2 m de diámetro, provisto de placas deflectoras, se agita con un rodete de turbina de 0,667 m de diámetro que gira a 180 rpm. El tanque contiene agua a 20 °C, a través de la cual se hacen pasar 100 m^3/h de aire a la presión atmosférica. Calcúlese: (a) el consumo de potencia total y por unidad de volumen de líquido; (*b*) la retención de gas; (c) el diámetro medio de las burbujas; y (*d*) el área interfacial por unidad de volumen de líquido. Para el agua, la tensión interfacial es 72,75 dina/cm. La velocidad de ascenso de las burbujas puede considerarse constante e igual a 0,2 m/s.

SOLUCIÓN

(a) Primeramente se calcula el consumo de potencia para el líquido sin gas, y después se corrige, mediante la Figura 9.21, para tener en cuenta el efecto del gas. Para las condiciones del problema,

$$D_a = 0{,}667 \text{ m} \qquad n = 3 \text{ r/s} \qquad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$
$$\mu = 1 \text{ cP} = 1 \times 10^{-3} \text{ kg/m-s} \qquad q_g = 100 \text{ m}^3/\text{h}$$

Por tanto

$$N_{Re} = \frac{3 \times 0{,}667^2 \times 1000}{1 \times 10^{-3}} = 1{,}33 \times 10^6$$

Para este elevado número de Reynolds es aplicable la Ecuación (9.24). De acuerdo con la Tabla 9.2, para una turbina de palas planas, $K_T = 6{,}3$. Por tanto, a partir de la Ecuación (9.24), la potencia que se requiere para el líquido sin gas es

$$P_0 = 6{,}3 \frac{\times 3^3 \times 0{,}667^5 \times 1000}{1000} = 22{,}45 \text{ kW}$$

El área de la sección transversal del tanque es $\pi D_t^2/4$, o sea, 3,142 m^2; por tanto, la velocidad superficial del gas es

$$V_s = \frac{100}{3600 \times 3{,}142} = 0{,}00884 \text{ m/s}$$

De acuerdo con la Figura 9.21, P_g/P_0 está comprendido entre 0,60 y 0,70, o sea, 0,65 para un tanque de 2 m. Por tanto

$$P_g = 0{,}65 \times 22{,}45 = 14{,}59 \text{ kW}$$

La profundidad de líquido, considerando el diseño estándar que se representa en la Figura 9.9, es igual a D_t, es decir, 2 m. Por consiguiente, el volumen de líquido es

$$V = \frac{\pi D_t^2 D_t}{4} = 2\pi = 6{,}28 \text{ m}^3$$

y el consumo de potencia por unidad de volumen es

$$\frac{P_g}{V} = \frac{14{,}59}{6{,}28} = 2{,}32 \text{ kW/m}^3 \text{ (11,6 CV/1000 gal)}$$

este resultado no representa una potencia anormalmente elevada para un agitador que dispersa un gas. Debido a las velocidades elevadas de los extremos de las palas que se requieren para obtener una buena dispersión, el consumo de potencia es notablemente mayor que en la simple agitación de líquidos.

(b) Puesto que la retención probablemente será baja, se utiliza la Ecuación (9.48). Con el fin de sustituir en la Ecuación (9.48), resultan útiles las siguientes equivalencias:

$$1 \text{ dina/cm} = 1 \text{ g/s}^2$$
$$1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-6} \text{ g/mm}^3$$
$$1 \text{ kW/m}^3 = 10^3 \text{ g/mm-s}^3$$

Por tanto, a partir de las condiciones del problema y la potencia calculada en el apartado (u),

$$\sigma = 72{,}75 \text{ g/s}^2 \qquad \rho_L = 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$
$$\frac{P_g}{V} = 2{,}32 \times 10^3 \text{ g/mm-s}^3$$

Sustituyendo en la Ecuación (9.48) se obtiene

$$\Psi = \left(\frac{0{,}00884}{0{,}2}\Psi\right)^{1/2} + 0{,}216\,\frac{(2{,}32 \times 10^3)^{0,4}(10^{-3})^{0,2}}{72{,}75^{0,6}}\left(\frac{0{,}00884}{0{,}2}\right)^{1/2}$$

Resolviendo como una ecuación cuadrática se obtiene $\Psi = 0{,}0781$.

(c) Se obtiene ahora el diámetro medio de las burbujas a partir de la Ecuación (9.46). Sustituyendo se obtiene

$$\bar{D}'_s = 4{,}15\,\frac{72{,}75^{0,6}}{(2{,}32 \times 10^3)^{0,4}(10^{-3})^{0,2}}\,0{,}0781^{1/2} + 0{,}9 = 3{,}6 \text{ mm}$$

(d) A partir de la Ecuación (9.42)

$$a' = \frac{6\Psi}{D'_s} = \frac{6 \times 0{,}0781}{3{,}6} = 0{,}130 \text{ mm}^{-1}$$

Ejemplo 9.7. (a) Estímese la máxima capacidad de tratamiento de gas del tanque descrito en el Ejemplo 9.6. (b) ¿Cuál es el consumo de potencia en estas condiciones de máxima entrada de gas?

SOLUCIÓN

(a) Se utiliza la Ecuación (9.49). El número de Froude es

$$N_{Fr} = \frac{n^2 D_i^2}{g} \times \frac{0{,}667}{9{,}807} = 0{,}612$$

A partir de la Ecuación (9.49)

$$q_g = 0{,}194 \times 0{,}612^{0,75} \times 3 \times 0{,}667^3 = 0{,}1195 \text{ m}^3\text{/s o } 430 \text{ m}^3\text{/h}$$

(*b*) A partir de la Ecuación (9.50)

$$P_g = 1{,}36 \times 0{,}612^{-0{,}56}\frac{3^3 \times 0{,}667' \times 1000}{1000} = 6{,}38 \text{ kW}$$

Obsérvese que este resultado es inferior a un tercio de la potencia P_0 que se requiere para el líquido sin entrada de gas.

Dispersión de líquidos en líquidos. Un líquido, tal como benceno, puede dispersarse en otro líquido, tal como agua, que es insoluble con el primer líquido, utilizando diferentes tipos de equipo. En tanques agitados o en dispersores de tubería los tamaños de las gotas están comprendidos en el intervalo de 0,1 a 1,0 mm, que son mucho más pequeñas que las burbujas de gas en agua. Tales dispersiones líquidas no son estables, puesto que las gotas decantarán (o ascenderán) y coalescerán en ausencia de agitación. Emulsiones estables de gotitas muy pequeñas pueden formarse en molinos coloidales u otros aparatos que generan esfuerzos cortantes muy elevados.

Se han propuesto muchas correlaciones para el tamaño de las gotas, algunas de ellas basadas en la potencia por unidad de volumen y otras en la velocidad del extremo de las palas del agitador. Una correlación para agitadores de turbina, análoga a la Ecuación (9.46) para gases, es[4a]

$$\bar{D}_s = 0{,}224\left[\frac{(\sigma g_c)^{0,6}}{(Pg_c/V)^{0,4}\rho_L^{0,2}}\right]\Psi^{1/2}\left(\frac{\mu_d}{\mu_c}\right)^{1/4} \qquad (9.51)$$

El término de viscosidad indica que es difícil dispersar un líquido viscoso en una fase continua de baja viscosidad; en esta situación hay menos esfuerzo cortante en la superficie de la gota que con gotas de líquido de baja viscosidad, y la gota viscosa resiste la deformación. Sin embargo, esta ecuación deberá utilizarse para valores muy bajos de μ_d/μ_c, ya que no ajusta los datos para la dispersión de gases en líquido. Una ecuación alternativa propuesta para la dispersión de líquidos con turbinas de seis palas es[4c]

$$\frac{\bar{D}_s}{D_a} = 0{,}06(1 + 9\text{Y})\left(\frac{\sigma g_c}{n^2 D_a^3 \rho_c}\right)^{0,6} \qquad (9.52)$$

donde ρ_c es la densidad de la fase líquida continua.

El grupo $n^2 D_a^3 \rho_c/\sigma g_c$ recibe el nombre de ***número de Weber*** N_{We}. Puede escribirse en la siguiente forma, que pone de manifiesto que es la relación entre la energía cinética del fluido para la velocidad en el extremo de la pala del rodete y la de una fuerza de tensión superficial basada en D_a

$$N_{We} = \rho_c \frac{(nD_a)^2}{\sigma g_c/D_a}$$

En otras situaciones se han utilizado muchas otras definiciones del número de Weber. Las Ecuaciones (9.51) y (9.52) predicen que el tamaño medio de las gotas

varía con $n^{-1,2}D_a^{-0,8}$, o bien aproximadamente con el inverso de la velocidad del extremo de las palas, y que la mejor dispersión, para la misma entrada de potencia, se obtiene utilizando un pequeño rodete que gira a alta velocidad.

En un dispersor de tubería, los dos líquidos se hacen circular con flujo turbulento a través de una placa con orificios. El tamaño medio de las gotas a 300 mm aguas abajo de una placa con orificios puede predecirse a partir de la relación [20]

$$\frac{\bar{D}_s}{D} = 21{,}6\left(\frac{D_o}{D}\right)^{3,73}\Psi^{0,121}\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu_c}\right)^{-0,065}\left(\frac{\sigma g_c}{D\rho\bar{V}^2}\right)^{0,722} \tag{9.53}$$

donde D = diámetro de la tubería
D_o = diámetro del orificio
$\bar{V}$ = velocidad media del líquido a través de la tubería
ρ_c = densidad de la fase continua
μ_c = viscosidad de la fase continua

El grupo $D\rho\bar{V}^2/\sigma g_c$ recibe también el nombre de número de Weber.

Ejemplo 9.8. Se proyecta dispersar 10 gal/min (2,271 m^3/h) de benceno en 100 gal/min (22,71 m^3/h) de agua a 20 °C con un tamaño medio de las gotas de 15 μm. ¿Puede realizarse en un dispersor de tubería? En caso afirmativo, ¿qué diámetros de la tuberia y del orificio se necesitarían? La tensión interfacial entre el benceno y el agua a 20 °C es 35 dina/cm.

SOLUCIÓN

A partir de las condiciones del problema

$$\bar{D}_s = 1{,}5 \times 10^{-2}\ mm \qquad \mu_c = 1\ cP = 10^{-3}\ kg/m\text{-}s$$
$$\rho_c = 1000\ kg/m^3 \qquad \sigma = 35 \times 10^{-3}\ kg/s^2$$

Se utiliza la viscosidad de la fase continua debido a que las gotas dispersas tienen poco efecto sobre la viscosidad efectiva de la mezcla, excepto que la fracción en volumen de las gotas sea elevada. La fracción en volumen es

$$\Psi = \frac{10}{100 + 10} = 0{,}0909$$

Las densidades del agua y del benceno a 20 °C son 1000 y 879 kg/m^3, respectivamente. Por tanto, la densidad de la mezcla es

$$p = (0{,}0909)(879) + (1 \quad 0{,}0909)(1000) = 989\ kg/m^3$$

Ahora es necesario elegir una velocidad razonable del líquido, así como el correspondiente tamaño de la tubería. Se supone que $\bar{V}$ es del orden de 5 pies/s (1,524 m/s). El flujo volumétrico total es 110 gal/min. Por tanto, a partir del Apéndice 6, resulta adecuada una tuberia estándar de 3 pulg, Catálogo 40, para la cual D = 3,068 pulg

(77,93 mm) y $\bar{V} = 110/23{,}00 = 4{,}783$ pies/s (1,458 m/s). Otros valores que se necesitan son, por tanto,

$$\frac{D\bar{V}\rho}{\mu} = N_{Re} = \frac{0{,}07793 \times 1{,}458 \times 989}{10^{-3}} = 112370$$

$$\frac{D\rho\bar{V}^2}{\sigma g_c} = N_{We} = \frac{0{,}07793 \times 989 \times 1{,}458'}{35 \times 10^{-3}} = 4681$$

Sustituyendo en la Ecuación (9.53) y despejando D_o se obtiene

$$D_0^{3,73} = \frac{(1{,}5 \times 10^{-2})(77{,}93^{2,73})(112\ 370^{0,065})(4681^{0,722})}{21{,}6 \times 0{,}0909^{0,121}} = 128\ 910$$

$$D_o = 128\ 910^{1/3,73} = 23{,}4 \text{ mm } (0{,}922 \text{ pulg})$$

Parece, por tanto, posible cumplir las condiciones del problema con un diámetro de tubería de 3,068 pulg (77,93 mm) y un diámetro de los orificios de 0,922 pulg (23,4 mm).

Cambio de escala en el diseño de un agitador. El principal problema en el diseño de un agitador es el cambio de escala desde un agitador de laboratorio o planta piloto hasta la unidad a toda escala. El cambio de escala de tanques para la suspensión de sólidos ya se ha considerado anteriormente. Para el cambio de escala en algunos otros problemas se dispone de correlaciones generalizadas como las que se presentan en las Figuras 9.13 a 9.17. Para muchos otros problemas no se dispone de correlaciones adecuadas; para estas situaciones se han propuesto diferentes métodos de cambio de escala todos ellos basados en la semejanza geométrica entre el equipo de laboratorio y de la planta. Además, aun cuando se obtenga semejanza geométrica, no ocurre lo mismo con la semejanza cinemática, de forma que los resultados del cambio de escala no siempre son totalmente predecibles. Como ocurre en la mayoría de los problemas de ingeniería, el diseñador ha de valerse de su buen criterio y experiencia.

El consumo de potencia en grandes tanques puede predecirse exactamente a partir de las curvas de N_P vs. N_{Re}, tales como las que se presentan en las Figuras 9.13 y 9.14. Tales curvas pueden encontrarse en la bibliografía o bien construirse a partir de estudios en planta piloto utilizando pequeños tanques del diseño propuesto. Con líquidos de baja densidad, la potencia consumida por el agitador por unidad de volumen de líquido se ha utilizado como una medida de la eficacia de mezcla, basándose en la idea de que una mayor potencia conduce a un más alto grado de turbulencia y, consecuentemente, a una mejor mezcla. Los estudios experimentales han puesto de manifiesto que esto, por lo menos de forma aproximada, se cumple. Para un determinado mezclador la potencia consumida puede relacionarse directamente con la velocidad de disolución del gas o de ciertas reacciones, tales como oxidaciones, que dependen del íntimo contacto de ambas fases. De una forma cualitativa aproximada, puede decirse que de 1/2 a 1 **CV** por cada 1000 galones de líquido poco viscoso producen una agitación «moderada», de 2 a 3 CV por 1000 galones generan una situación «vigorosa», y de 4 a 10 **CV** por 1000 dan una agitación «intensa». Estos números se refieren a la

potencia realmente comunicada al líquido y no incluyen la potencia utilizada en mover las cajas reductoras o en hacer girar el eje del agitador en los cojinetes y prensaestopas. El agitador del Ejemplo 9.4 requeriría del orden de 1) CV por 1000 galones de líquido y daría lugar a una agitación más bien moderada. (Téngase en cuenta que 5 CV por 1000 galones es equivalente a 1,0 kW/m^3.)

La relación óptima entre el diámetro del rodete y el diámetro del tanque para una entrada de potencia dada, es un importante factor de cambio de escala. Esta relación está fuertemente influenciada por la naturaleza del problema de agitación: para algunos fines el rodete deberá ser pequeño en comparación con el tamaño del tanque, mientras que para otros ha de ser grande. Por ejemplo, para dispersar un gas en un líquido la relación óptima es 0,25; para poner dos líquidos inmiscibles en contacto, como en el caso de tanques de extracción líquido-líquido, la razón óptima[27] es 0,40. Para algunas operaciones de mezcla la razón deberá ser 0,6 o aun superior. En una determinada operación, puesto que la entrada de potencia se mantiene constante, cuanto menor es el rodete mayor será su velocidad. En general, las operaciones que dependen de grandes gradientes de velocidad, en vez de elevadas velocidades de circulación, se realizan mejor utilizando pequeños rodetes de alta velocidad, como ocurre en el caso de dispersión de gases. Para las operaciones que dependen de altas velocidades de circulación más que de bruscos gradientes de velocidad, se utilizará un rodete grande que gira lentamente.

Los tiempos de mezclado son generalmente mucho más cortos en tanques pequeños que en grandes, y por esta razón no resulta adecuado operar con los mismos tiempos de mezcla en tanques de diferentes tamaños. Esto se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 9.9. Un tanque de planta piloto de 1 pie (305 mm) de diámetro se agita mediante un rodete de turbina de seis palas de 4 pulg (102 mm) de diámetro. Cuando el número de Reynolds del rodete es 10^4, se ha encontrado que el tiempo de mezcla de dos líquidos es de 15 s. La potencia necesaria es de 2 CV por 1000 galones (0,4 kW/m^3) de líquido. (*a*) ¿Qué potencia se necesitará para obtener el mismo tiempo de mezcla en un tanque de 6 pies (1830 mm) de diámetro? ¿Cuál sería el tiempo de mezcla en el tanque de 6 pies (1830 mm) si la potencia comunicada por unidad de volumen fuese la misma que en el tanque de la planta piloto?

SOLUCIÓN

(*a*) Puesto que el número de Reynolds en el tanque de la planta piloto es grande, no es de esperar que se aplique el término del número de Froude de la Ecuación (9.33), y se utilizará la correlación de la Figura 9.16 en vez de la relación más complicada de la Figura 9.17. A partir de la Figura 9.16, para números de Reynolds de 10^6 y superiores, el factor nt_T del tiempo de mezcla es constante y, puesto que t_T se supone que es constante, la velocidad de giro n será la misma en ambos tanques.

En tanques geométricamente semejantes, la entrada de potencia por unidad de volumen es proporcional a P/D_a^3. A partir de la Ecuación (9.24), para números de Reynolds elevados,

$$\frac{P}{D_a^3} = \frac{K_T n^3 D_a^2 \rho}{g_c}$$

Para un líquido de una densidad dada, esta ecuación se transforma en

$$\frac{P}{D_a^3} = c_2 n^3 D_a^2$$

donde c_2 es una constante. A partir de esta relación, las entradas de potencia por unidad de volumen en los dos tanques es

$$\frac{P_6/D_{a6}^3}{P_1/D_{a1}^3} = \left(\frac{n_6}{n_1}\right)^3 \left(\frac{D_{a6}}{D_{a1}}\right)^2 \qquad (9.54)$$

Puesto que $n_1 = n_6$,

$$\frac{P_6/D_{a6}^3}{P_1/D_{a1}^3} = \left(\frac{D_{a6}}{D_{a1}}\right)^2 = 6^2 = 36$$

La potencia que se requiere por unidad de volumen en el tanque de 6 pies es, por tanto, 2 x 36 = 72 CV por 1000 galones (14,4 kW/m³). Esto representa una potencia impracticablemente grande para comunicar a un líquido de baja viscosidad en un tanque agitado.

(b) Si la entrada de potencia por unidad de volumen ha de ser la misma en los dos tanques, se puede resolver y reordenar la Ecuación (954) para obtener

$$\frac{n_6}{n_1} = \left(\frac{D_{a1}}{D_{a6}}\right)^{2/3}$$

Puesto que *nt*, es constante, $n_6/n_1 = t_{T1}/t_{T6}$, y

$$\frac{t_{T6}}{t_{T1}} = \left(\frac{D_{a6}}{D_{a1}}\right)^{2/3} = 6^{2/3} = 3{,}30$$

El tiempo de mezclado en el tanque de 6 pies sería 3,30 x 15 = 49,5 s.

Aunque no resulta práctico alcanzar el mismo tiempo de mezcla en la unidad a toda escala como en el tanque de planta piloto, un moderado aumento en el tiempo de mezcla en el tanque más grande reduce el requerimiento de potencia a un nivel razonable. Estos reajustes son con frecuencia necesarios en los cambios de escala de agitación.

SIMBOLOS

A_p	Area del cilindro barrido por las puntas de las palas del rodete, pie² o m²
a	Area interfacial por unidad de volumen, pie⁻¹ o m⁻¹; también constante en la Ecuación (9.19); *a'*, área interfacial por unidad de volumen calculada a partir de la Ecuación (9.47), mm⁻¹.
B	Concentración de sólidos en suspensión [Ec. (9.36)].
C, C_1, C_2, C_3	Constantes en las Ecuaciones (9.37) y (9.38)

D Diámetro de la tubería, pies o m; D_a, diámetro del rodete; D_j, diámetro del chorro y de la boquilla; $D_{,}$, diámetro del orificio; $D_{,}$, diámetro de las partículas, gotas o burbujas; $D_{,}$, diámetro del tanque

$\bar{D}_s$ Diámetro medio volumen-superficie de gotas o burbujas, pies o m; $\bar{D}'_s$, diámetro medio calculado a partir de la Ecuación (9.46), mm

E Altura del rodete sobre el fondo del tanque, pies o m

E_k Energía cinética del fluido, pies-lb$_f$/pie^3 o J/m^3

F Fuerza, Ib, o N; F_D, fuerza de rozamiento; F_b, fuerza de flotación; F_e, fuerza gravitacional

f_t Factor del tiempo de mezcla, adimensional, definido por la Ecuación (9.33); f'_t, definido por la Ecuación (9.34)

g Aceleración de la gravedad, pies/s^2 o m/s^2

g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb/lb$_f$-s^2

H Altura de líquido en el tanque, pies o m

J Anchura de las places dellectoras, pies o m

K_L, K_T Constantes en las Ecuaciones (9.21) y (9.23), respectivamente

K' Indice de consistencia del flujo de un fluido no newtoniano

k Relación entre la velocidad tangencial del líquido en el extremo de las palas y la velocidad de dicho extremo

m Exponente en la Ecuación (9.18)

N Número de gotas o burbujas por unidad de volumen

N_{Fr} Número de Froude, $n^2 D_a/g$

N_P Número de potencia, $Pg_c/n^3 D_a^5$; $N_{P,g}$ en el punto de redispersión del gas

N_Q Número de flujo, q/nD_a^3; $N_{Q,g}$, en el punto de redispersión del gas

N_{Re} Número de Reynolds del agitador, $nD_a^2\rho/\mu$; $N_{\mathrm{Re},n}$, para un fluido no newtoniano, definido por la Ecuación (9.25)

N_{WC} Número de Weber, $Dp\,\bar{V}^2/\sigma g_c$ o $D_a^3 n^2 \rho_c/\sigma g_c$

n Velocidad de giro, r/s; $n_{,}$, velocidad crítica para la suspensión completa de sólidos

n' Indice de comportamiento de flujo de un fluido no newtoniano

P Potencia, pies-lb$_f$/s o kW; P_g, en la dispersión de un gas o en el punto de redispersión de un gas; P_0, consumo de potencia en un líquido sin gas

4 Velocidad de flujo volumétrico, pie^3/s o m^3/s; q_B, a la salida del rodete; q_e, arrastrado en el chorro; q_g, en el punto de redispersión de un gas; q_0, del chorro a la salida de la boquilla

r Distancia radial desde el eje del rodete, pies o m

S Factor de forma; $S_1 = D_a/D_t$; $S_2 = E/D_a$; $S_3 = L/D_a$; $S_4 = W/D_a$; $S_5 = J/D_t$; $S_6 = H/D_t$; también constante en la Ecuación (9.35)

T Par de fuerzas, pies-lb$_f$ o N-m

t_T Tiempo de mezcla, s

u Velocidad, pies/s o m/s; u_t, velocidad límite de la partícula, gota o burbuja; u_2, velocidad del extremo de la pala del rodete; du/dy, gradiente de velocidad o esfuerzo cortante, s^{-1}

V Velocidad resultante, absoluta, del rodete, pies/s o m/s; V'_r, componente radial; V'_{r2}, componente radial de la velocidad V'_2; V'_{u2}, componente tangencial de la velocidad V'_2; V'_2, velocidad real en el extremo de las palas del rodete; también volumen, pie^3 o m^3

$\bar{V}$ Velocidad media del líquido en la tubería, pies/s o m/s; $\bar{V}_s$, velocidad superficial del gas en un tanque agitado

W Anchura del rodete, pies o m

X Distancia desde la boquilla del chorro, pies o m

Letras griegas

α	Relación V_2'/u_2
β_2	Angulo entre los extremos de las palas del rodete y la tangente a la circunferencia trazada por el extremo de las palas del rodete; β_2', ángulo entre el vector de la velocidad relativa real del líquido y la tangente
$\Delta\rho$	Diferencia de densidad, lb/pie^3 o kg/m^3
μ	Viscosidad absoluta, $lb/pies\text{-}s$ o P; μ_a, viscosidad aparente de un fluido no newtoniano; μ_c, viscosidad de la fase continua en la dispersión líquido-líquido; μ_d, de la fase dispersa
ν	Viscosidad cinemática, pie^2/s o m^2/s
ρ	Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_c, de la fase continua en la dispersión líquido-líquido; ρ_L, del líquido en la dispersión gas-líquido; ρ_V, del gas en la dispersión gas-líquido; ρ_m, de la dispersión liquido-sólido
σ	Tensión interfacial, $lb_f/pies$ o dina/cm
Ψ	Fracción volumétrica de la retención de gas o líquido en la dispersión, adimensional
ψ	Función; ψ_L, para flujo laminar; ψ_T, para flujo turbulento

PROBLEMAS

9.1. Un tanque de 4 pies de diámetro y 6 pies de altura está lleno hasta una altura de 4 pies con un látex que tiene una densidad de 47 lb/pie^3 y una densidad de 10 P. A 1 pie por encima del fondo del tanque se instala un agitador de turbina de tres palas de 12 pulg de diámetro. El paso es 1:1 (el paso es igual al diámetro). Se dispone de un motor que desarrolla una potencia de 10 CV. ¿Es adecuado el motor para mover este agitador con una velocidad de 1000 rpm?

9.2. ¿Cuál es la máxima velocidad con la que el agitador del tanque descrito en el Problema 9.1 puede girar si el líquido se sustituye por otro de la misma densidad, pero con una viscosidad de 1 P?

9.3. ¿Qué potencia se requiere para la operación de mezcla del Problema 9.1 si se utiliza un agitador de 12 pulg de diámetro con un paso 2:1 (un paso doble del diámetro) y se instalan cuatro placas deflectoras de 5 pulg de anchura cada una?

9.4. El agitador del Problema 9.1 se sustituye por una turbina de ***seis*** palas de 16 pulg de diámetro, y el fluido que se agita es un líquido pseudoplástico que sigue la ley de la potencia, cuya viscosidad aparente es 15 P cuando el gradiente de velocidad es 10 s^{-1}. ¿A qué velocidad debe girar la turbina para comunicar 5 CV por 1000 galones de líquido? Para este fluido $n' = 0{,}75$ y $\rho = 60$ lb/pie^3.

9.5. Para un tanque de 4,5 pies provisto de placas deflectoras y una turbina de seis palas de 1,5 pies, se ha medido un tiempo de mezcla de 29 s. La turbina gira a 75 rpm y el fluido tiene una viscosidad de 3 cP y una densidad de 65 lb/pie^3. Estímense los tiempos de mezcla si se utilizasen agitadores de un diámetro igual a la cuarta parte o la mitad del diámetro del tanque seleccionados para dar la misma potencia por unidad de volumen.

9.6. Un reactor de planta piloto, que es un modelo a escala de una unidad de producción, tiene un tamaño tal, que 1 g cargado en el reactor de planta piloto equivale a 500 g del mismo material cargado en la unidad de producción. La unidad de producción tiene 2 m de diámetro y 2 m de altura de líquido y contiene un agitador de turbina de 0,6 m de diámetro. Experimentalmente se ha encontrado que la velocidad óptima del reactor de la planta piloto es de 330 rpm. *(a)* ¿Cuáles son las dimensiones significativas del reactor de planta piloto? *(b)* Si la masa de reacción tiene las propiedades físicas del agua a 70 °C y la

entrada de potencia por unidad de volumen ha de permanecer constante, ¿a qué velocidad deberá girar el rodete en el reactor grande? (c) ¿Cuál será la velocidad de giro si el tiempo de mezcla ha de permanecer constante? (*d*) ¿A qué velocidad deberá de girar si el número de Reynolds ha de permanecer constante? ¿Qué base recomendaría usted para el cambio de escala? ¿Por qué?

9.7. Un reactor de tanque agitado de 3 pies de diámetro provisto de una turbina de palas rectas de 12 pulg se ha utilizado en un reactor por cargas en el que el tiempo de mezcla de los reactivos que se cargan se considera crítico. Se han obtenido resultados satisfactorios con una velocidad del agitador de 400 rpm. La misma reacción ha de realizarse en un tanque de 7 m de diámetro, para el que se dispone de una turbina estándar de 3 pies. (a) ¿Qué condiciones darían el mismo tiempo de mezcla en el tanque grande? *(b)* ¿Cuál sería la variación porcentual de la potencia por unidad de volumen?

9.8. Una reacción en la que el producto forma un sólido cristalino se ha estudiado en un reactor de planta piloto de 1 pie de diámetro equipado con una turbina estándar de 4 pulg de seis palas. Cuando el agitador gira a menos de 900 rpm, se forma a veces un depósito sobre el fondo, condición ésta que debe evitarse en el reactor comercial. (a) ¿Cuál es el consumo de potencia en el reactor pequeño y la recomendada para un reactor de 8000 galones si se conserva la semejanza geométrica? *(b)* ¿Cuánto podría disminuir la potencia necesaria utilizando un tipo diferente de agitador o una geometría diferente?

9.9. Ha de dispersarse etileno (C_2H_4) gaseoso en agua en un tanque agitado con una turbina, operando a 110 °C y a la presión absoluta de 3 atm. Para una velocidad de flujo de 1000 m^3/h, medido en las condiciones del proceso, especifíquese: (a) el diámetro y la velocidad del agitador de turbina; *(b)* la potencia consumida por el agitador; (c) el volumen máximo de agua permitido; y (d) la velocidad con la que el agua es vaporizada por el etileno que abandona la superficie del líquido. Supóngase que no se disuelve nada de etileno en el agua y que el etileno que sale está saturado de agua.

9.10. Para una velocidad de flujo de 250 m^3/h en el tanque descrito en el Problema 9.9, estímese la retención de gas, el diámetro medio de las burbujas y el área interfacial por unidad de volumen.

9.11. Diséñese un tanque de proceso para dispersar 20 galones de benceno en 200 galones de agua a 20 °C con un tamaño medio de las gotas de 15 μm. Especifíquense las dimensiones significativas del tanque y el agitador, la velocidad del agitador y la potencia necesaria.

9.12. Calcúlese la potencia que se requiere para conseguir la dispersión descrita en el Ejemplo 9.8 y compárese con la potencia calculada en el Problema 9.11. ¿Qué método es mejor: un mezclador de tanque o un mezclador de tubería? ¿Por qué?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. **BATES, R. L.; FONDY, P. L., y CORPSTEIN, R.** R.: *Ind. Eng. Chetn. Process Des. Dev.*, **2**(4):310 **(1963).**
2. **BISSELL, E. S.; HESSE, H. C.; EVERETT, H. J., y RUSHTON, J. H.:** *Chem. Eng. Prog.*, **43**:649 *(1947).*
3. **BOTTON, R.; COSSERAT, D., y CHARPENTIER, J. C.:** *Chem. Eng. Sci.*, **35**:82 **(1980).**
4. **CALDERBANK, P. H.: en V. W. Uhl y J. B. Gray (eds.), «Mixing: Theory and Practice», vol. II,** Academic, **New York, 1967; (a)** p. **21, (b)** p. **23, (c)** p. **29.**
5. **CALDERBANK, P. H., y MOO-YOUNG, M. B.:** *Trans. Inst. Chem. Eng. Lond.*, **37**:26 **(1959).**
6. **CHEN, S. J.; FAN, L. T., y WATSON, C. A.:** *AIChE J.*, **18**:984 (1972).
7. **CHEN, S. J., y MACDONALD, A. R.:** *Chem. Eng.*, **80**(7):105 **(1973).**
8. **CONNOLLY, J. R., y WINTER, R. L.:** *Chem. Eng. Prog.*, **65**(8):70 **(1969).**
9. **CUTTER, L. A.:** *AIChE J.*, **12**:35 **(1966).**
10. **EINSELE, A., y FINN, R. K.:** *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **19**:600 **(1980).**

11. Fox, E. A., *y* GEX, V. E.: *AIChE J.*, **2**:539 **(1956).**
12. GODLESKI, E. S., y SMITH, J. C.: *AIChE J.*, **8**:617 **(1962).**
13. GRAY, J. B.: en V. W. Uhl y J. B. Gray (eds.), «Mixing: Theory and Practice», vol. I, Academic, New York, 1969; *(a)* pp. 181-184, *(b)* pp. 207-208.
14. HARRIOTT, P.: *AIChE J.*, **8**:93 **(1962).**
15. HASSAN, I. T. M., *y* ROBINSON, C. W.: *AIChE J.*, **23**:48 **(1977).**
16. HOLMES, D. B.; VONCKEN, R. M., y DEKKER, J. A.: *Chem. Eng. Sci.*, **19**:201 (1964).
17. HUNSAKER, J. C., y RIGHTMIRE, B. G.: «Engineering Applications of Fluid Mechanics», cap. 7, McGraw-Hill, New York, 1947.
18. JACOBS, L. J.: documento presentado en la *Eng. Found. Mixing Res. Conf.* South Berwick, Maine, Agosto 12-17, 1973.
19. LYONS, E. J.: *Chem. Eng. Prog.*, **44**:341 *(1948).*
20. MCDONOUGH, J. A.; TOMME, W. J., y HOLLAND, C. D.: *AIChE J.*, **6**:433 **(1960).**
21. METZNER, A. B.; REEHS, R. H.; RAMOS, H. L.; OTTO, R. E., y TUTHILL, J. D.: *AIChE J.*, **7**:3 **(1961).**
22. MICHELL, B. J., y MILLER, S. A.: *AIChE J.*, **8**:262 **(1962).**
23. MILLER, E.; FOSTER, S. P.; ROSS, R. W., y WOHL, K.: *AIChE J.*, **3**:395 *(1957).*
24. MOO-YOUNG, M.; TICHAR, K., y DULLIEN, F. A. L.: *AIChE J.*, **18**:178 **(1972).**
25. MORRISON, P. P.; OLIN, H., y RAPPE, G.: Chemical Engineering Research Report, Cornell University, Junio 1962 (no publicado).
26. NORWOOD, K. W., y METZNER, A. B.: *AIChE J.*, **6**:432 **(1960).**
27. OVERCASHIER, R. H.; KINGSLEY JR, H. A., *y* OLNEY, R. B.: *AIChE J.*, **2**:529 **(1956).**
28. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5.ª ed., pp. 19-8ss, McGraw-Hill, New York, 1973.
29. PHARAMOND, J. C.; ROUSTAN, M., y ROQUES, H.: *Chem. Eng. Sci.*, **30**:907 *(1975).*
30. OLDSHUE, J. *Y.: Ind. Eng. Chem.* **61**(9):79 **(1969).**
31. RUSHTON, J. H.: *Chem. Eng. Prog.*, **50**:587 *(1954).*
32. RUSHTON, J. H.; COSTICH, E. W., y EVERETT, H. J.: *Chem. Eng. Prog.*, **46**:395, 467 **(1950).**
33. RUSHTON, J. H., y OLDSHUE, J. Y.: *Chem. Eng. Prog.*, **49**(4):165 *(1953).*
34. VAN'T RIET, K., y SMITH, J. M.: *Chem. Eng. Sci.*, **28**:1031 (1973).
35. ZLOKARNIK, M., y JUDAT, H.: *Chem.* Ing. *Tech.*, **39**:1163 *(1967).*
36. ZWIETERING, TH. N.: *Chem. Eng. Sci.*, **8**:244 (1957).

SECCION

TRES

TRANSMISION DE CALOR Y SUS APLICACIONES

Prácticamente en todas las operaciones que realiza el ingeniero químico interviene la producción o absorción de energía en forma de calor. Las leyes que rigen la transmisión de calor y el tipo de aparatos, cuyo fin principal es el control del flujo de calor, tienen, por tanto, una gran importancia. Esta sección del libro está dedicada a la transmisión de calor y sus aplicaciones en los procesos de ingeniería.

Naturaleza del flujo de calor. Cuando dos objetos que están a temperaturas diferentes se ponen en contacto térmico, el calor fluye desde el objeto de temperatura más elevada hacia el de temperatura más baja. El flujo neto se produce siempre en el sentido de la temperatura decreciente. Los mecanismos por los que fluye el calor son tres: conducción, convección y radiación.

Conducción. Si existe un gradiente de temperatura en una sustancia el calor puede fluir sin que tenga lugar un movimiento observable de la materia. El flujo de calor de este tipo recibe el nombre de conducción. En sólidos metálicos la conducción del calor resulta del movimiento de los electrones no ligados y existe una estrecha relación entre la conductividad térmica y la conductividad eléctrica. En los sólidos que son malos conductores de la electricidad, y en la mayor parte de los líquidos, la conducción del calor se debe al transporte de la cantidad de movimiento de las moléculas individuales a lo largo del gradiente de temperatura. En gases la conducción se produce por el movimiento al azar de las moléculas, de forma que el calor «difunde» desde regiones más calientes hasta otras más frías. El ejemplo más común de conducción es el flujo de calor en sólidos opacos, tales como la pared de ladrillo de un horno o la pared metálica de un tubo.

Convección. Cuando una corriente o una partícula macroscópica de fluido cruza una superficie específica, tal como el límite de un volumen de control, lleva consigo una determinada cantidad de entalpía. Tal flujo de entalpía recibe el nombre de ***flujo convectivo de calor*** o simplemente ***convección.*** Puesto que la convección es un fenómeno macroscópico, solamente puede ocurrir cuando actúan fuerzas sobre la partícula o la corriente de fluido y mantienen su movimiento frente a las fuerzas de fricción. La convección está estrechamente relacionada con la mecánica de fluidos. De hecho, desde el punto de vista termodinámico, la convección no es considerada como un flujo de calor sino como una densidad de flujo de entalpía. La identificación de la convección con el flujo de calor es una cuestión de conveniencia, debido a que en la práctica es difícil separar la convección de la conducción verdadera cuando ambas se engloban conjuntamente bajo el nombre de convección. Ejemplos de convección son la transferencia de entalpía por los remolinos del flujo turbulento y por la corriente de aire caliente que circula a través y hacia fuera de un radiador ordinario.

Convección natural y forzada. Las fuerzas utilizadas para crear las corrientes de convección en los fluidos son de dos tipos. Si las corrientes son la consecuencia de las fuerzas de flotación generadas por diferencias de densidad, que a su vez se originan por gradientes de temperatura en la masa del fluido, la acción recibe el nombre de ***convección natural.*** El flujo de aire a través de un radiador caliente es un ejemplo de convección natural. Si las corrientes se ponen en movimiento por la acción de un dispositivo mecánico, tal como una bomba o un agitador, el flujo es independiente de los gradientes de velocidad y recibe el nombre de ***convección forzada.*** El flujo de calor hacia un fluido que se bombea a través de una tubería caliente es un ejemplo de convección forzada. Los dos tipos de fuerzas pueden ser activas simultáneamente en el mismo fluido, teniendo lugar conjuntamente convección natural y forzada.

Radiación. Radiación es la palabra que se utiliza para designar la transmisión de energía a través del espacio por medio de ondas electromagnéticas. Si la radiación pasa a través de un espacio vacío, no se transforma en calor ni en otra forma de energía. Sin embargo, si en su camino encuentra material, la radiación se transmitirá, reflejará o absorberá. Solamente la energía absorbida es la que aparece como calor y esta transformación es cuantitativa. Por ejemplo, el cuarzo fundido transmite prácticamente toda la radiación que incide sobre él; una superficie opaca pulimentada o un espejo reflejan la mayor parte de la radiación incidente; una superficie negra o mate absorbe la mayor parte de la radiación que recibe y la energía absorbida es transformada cuantitativamente en calor.

Los gases monoatómicos y diatómicos son transparentes a la radiación térmica, y es muy frecuente encontrarse con que el calor fluye a través de masas de tales gases por radiación y por conducción-convección. Ejemplos son las pérdidas de calor, desde un radiador o una tubería no aislada que conduce vapor de agua, hacia el aire ambiente de una habitación, así como la transmisión de calor en hornos y otros aparatos que operan con gases a temperaturas elevadas. Los dos mecanismos son mutuamente independientes y transcurren paralelamente, de tal

forma que un tipo de flujo de calor puede ser controlado o variado independientemente del otro. Conducción-convección y radiación pueden estudiarse separadamente y sumar sus efectos separados cuando ambos son importantes. En términos muy generales, la radiación se hace importante a temperaturas elevadas y es independiente de las circunstancias del flujo del fluido. La conducción-convección es sensible a las condiciones de flujo y es relativamente afectada por el nivel de temperatura.

El Capítulo 10 trata de la conducción en sólidos; los Capítulos ll a 13 de la transmisión de calor en fluidos por conducción y convección; el Capítulo 14 de la transmisión de calor por radiación. En los Capítulos 15 y 16, los fundamentos estudiados en los capítulos precedentes se aplican al diseño del equipo para calentamiento, enfriamiento, condensación y evaporación.

CAPITULO
DIEZ

TRANSMISION DE CALOR POR CONDUCCION EN SOLIDOS

La conducción se comprende fácilmente considerando el flujo de calor en sólidos homogéneos isotrópicos, debido a que en este caso no hay convección y el efecto de la radiación es despreciable excepto que el sólido sea translúcido a las ondas electromagnéticas. En primer lugar se estudia la ley general de la conducción; en segundo, se tratan casos de conducción de calor en estado estacionario, donde la distribución de temperatura en el interior del sólido no varía con el tiempo; y, por último, se consideran algunos casos sencillos de conducción no estacionario, donde la distribución de temperatura varía con el tiempo.

Ley de Fourier. La relación básica del flujo de calor por conducción es la proporcionalidad existente entre la velocidad de flujo de calor a través de una superficie isotérmica y el gradiente de temperatura existente en dicha superficie. Esta generalización, que es aplicable a cualquier lugar del cuerpo y en cualquier instante, recibe el nombre de ley de Fourier[3], y puede expresarse en esta forma

$$\frac{dq}{dA} = -k \frac{\partial T}{\partial n} \tag{10.1}$$

siendo A = área de la superficie isotérmica
n = distancia medida en dirección normal a la superficie
q = velocidad de flujo de calor a través de la superficie en dirección normal a la misma
T = temperatura
k = constante de proporcionalidad

La derivada parcial de la Ecuación (10.1) pone de manifiesto el hecho de que la temperatura puede variar tanto con la localización como con el tiempo. El signo negativo refleja el hecho físico de que el flujo de calor se produce de mayor a menor temperatura, de forma que el signo del gradiente es contrario al del flujo de calor.

Al utilizar la Ecuación (10.1) es preciso tener muy en cuenta que el área *A es*

la de una superficie perpendicular al flujo de calor, y que la distancia n es la longitud del camino medido perpendicularmente al área A.

Aunque la Ecuación (10.1) se aplica específicamente a través de una superficie isotérmica, se pede demostrar que la misma ecuación es utilizable para el flujo de calor a través de una superficie cualquiera, no necesariamente isotérmica, con tal de que el área A sea el área de la superficie, y la longitud del camino esté medida en dirección normal a la superficie[2a]. Esta extensión de la ley de Fourier es de gran importancia para el estudio de los flujos bi y tridimensionales, donde los flujos de calor siguen líneas curvas en vez de rectas. En el flujo unidimensional, que es el único caso que se considera en este libro, las normales que representan la dirección del flujo de calor son rectas. El flujo unidimensional del calor es análogo al flujo unidimensional de un fluido y solamente se necesita una coordenada lineal para medir la longitud del camino.

En la Figura 10.1, que representa la pared plana de un horno, se muestra un ejemplo de flujo unidimensional de calor. La pared está inicialmente a 80 °F, que corresponde a la temperatura de equilibrio con el aire. La distribución de temperatura en la pared está representada por la línea 1. A la temperatura de equilibrio, T es independiente del tiempo y de la posición. Supongamos ahora que una de las caras de la pared se expone bruscamente al gas de un horno que está a la temperatura de 1200 "F. Admitiendo que la resistencia al flujo de calor entre el gas y la pared es despreciable, la temperatura de la cara de la pared que está-en

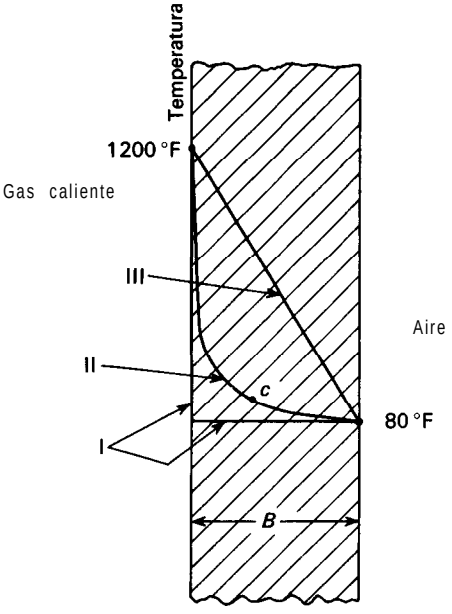


Figura 10.1. Distribuciones de temperatura durante **el calentamiento no estacionario de la pared de un horno. I,** en el instante en que la pared se expone a la temperatura elevada; II, al cabo del tiempo t de calentamiento; III, en estado estacionario.

contacto con el gas sube bruscamente a 1200 °F, y comienza el flujo de calor. Al cabo de un cierto tiempo, la distribución de temperatura puede representarse por una línea como la curva II. En ese instante, la temperatura a una determinada distancia, por ejemplo, la del punto *C*, está aumentando, y *T* depende del tiempo y de la localización. El proceso se denomina conducción en estado no estacionario, y la Ecuación (10.1) es aplicable a cada punto de la lámina en cada instante. Finalmente, si la pared se mantiene en contacto con el gas caliente y el aire frío durante un tiempo suficientemente grande, se obtiene la distribución de temperatura representada por la línea III, y dicha distribución permanecerá inalterable a lo largo del tiempo. La conducción que tiene lugar con una distribución constante de temperatura recibe el nombre de conducción en estado estacionario. En el estado estacionario, *T* es una función exclusiva de la posición, y la velocidad de flujo de calor en un punto cualquiera es constante. Para el flujo estacionario unidimensional, la Ecuación (10.1) puede escribirse en esta forma

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dn} \tag{10.2}$$

Conductividad calorifica. La constante de proporcionalidad *k* es una propiedad de la sustancia que se denomina conductividad calorífica, y, análogamente a la viscosidad newtoniana μ, es una de las llamadas propiedades de transporte. Esta terminología se basa en la analogía existente entre la Ecuación (3.4) y la Ecuación (10.2). En la Ecuación (3.4), τg_c es la velocidad de flujo de cantidad de movimiento por unidad de área, du/dy es el gradiente de velocidad, y μ es el factor de proporcionalidad que se requiere. En la Ecuación (10.2), q/A es la velocidad de flujo de calor por unidad de área, dT/dn es el gradiente de temperatura y *k* es el factor de proporcionalidad.

En unidades de ingeniería *q* se mide en Btu/h o watios y dT/dn en °F/pies o en °C/m. Las unidades de *k* son Btu/pie²-h-(°F/pies), o sea Btu/pies-h-°F.

La ley de Fourier establece que *k* es independiente del gradiente de temperatura, pero no tiene necesariamente por qué serlo de la temperatura en sí. La experiencia confirma la independencia de *k* en un amplio intervalo de gradientes de temperatura, excepto para sólidos, donde la radiación entre las partículas, que no sigue una ley lineal con la temperatura, es responsable de una parte importante del flujo total de calor. Por otra parte, *k* es una función de la temperatura, pero la variación es relativamente pequeña, de forma que, para pequeños intervalos de temperatura, *k* puede considerarse constante. Para intervalos de temperatura mayores, la conductividad calorífica varía linealmente con la temperatura, de acuerdo con la ecuación

$$k = a + bT \tag{10.3}$$

siendo *a* y *b* constantes empíricas. La línea III de la Figura 10.1 corresponde a un sólido de *k* constante cuando *b* = 0. Si *k* varia con la temperatura la línea presenta una cierta curvatura.

Las conductividades caloríficas varían en un amplio intervalo; son muy elevadas para los metales y muy bajas para materiales finamente pulverizados de los que se ha extraído el aire. La conductividad calorífica de la plata es del orden de 240 Btu/pies-h-°F, mientras que la del aerogel de sílice evacuado vale solamente 0,0012. Los sólidos que poseen valores bajos de k se utilizan como aislantes térmicos con el fín de reducir al mínimo la velocidad de flujo de calor. Los materiales aislantes porosos, tales como la espuma de poliestireno, actúan ocluyendo el aire y eliminando de esta forma la convección, con lo cual sus valores de k son aproximadamente iguales a los del aire. En los Apéndices ll a 14 se presentan valores típicos de conductividad calorífica.

CONDUCCION EN ESTADO ESTACIONARIO

Como caso más sencillo de conducción en estado estacionario, consideremos una lámina plana como la de la Figura 10.1. Supóngase que k es independiente de la temperatura y que el área de la pared es muy grande en comparación con su espesor, de forma que las pérdidas de calor por los bordes sean despreciables. Las superficies exteriores de la lámina son isotérmicas y perpendiculares al plano de la ilustración. Puesto que la conducción tiene lugar en estado estacionario, no hay acumulación ni vaciamiento de calor en el interior de la lámina, y q permanece constante a lo largo del camino que sigue el flujo de calor. Si x es la distancia medida desde el lado caliente, la Ecuación (10.2) puede escribirse así

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$$

o bien

$$dT = -\frac{q}{kA}dx \qquad (10.4)$$

Teniendo en cuenta que las dos únicas variables de la Ecuación (10.4) son x y T, se puede integrar directamente para obtener

$$\frac{q}{A} = k\frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} = k\frac{\Delta T}{B} \qquad (10.5)$$

siendo $x_2 - x_1 = B$, el espesor de la lámina, y $T_1 - T_2 = \Delta T$, la caída de temperatura a través de la lámina.

Cuando la conductividad calorífica varía linealmente con la temperatura según la Ecuación (10.3), la Ecuación (10.5) es rigurosamente aplicable utilizando en vez de k un valor medio $\bar{k}$, que se puede obtener tomando la media aritmética de los valores individuales de k para las temperaturas de las dos superficies, T_1 y T_2, o bien calculando la media aritmética de las temperaturas y evaluando k a dicha temperatura media.

La Ecuación (10.5) se puede escribir en esta forma

$$q = \frac{\Delta T}{R} \tag{10.6}$$

donde R es la resistencia térmica del sólido entre los puntos 1 y 2. La Ecuación (10.6) es un caso particular del principio general de velocidad, según el cual una velocidad es igual al cociente entre una fuerza impulsora y una resistencia. En conducción de calor, q es la velocidad y AT es la fuerza impulsora. La resistencia R, de acuerdo con la Ecuación (10.6), utilizando $\bar{k}$ en vez de k para tener en cuenta una variación lineal de k con la temperatura, es $B/\bar{k}A$. El inverso de la resistencia recibe el nombre de conductancia, que para la conducción de calor es $B/\bar{k}A$. Tanto la resistencia como la conductancia dependen de las dimensiones del sólido y de la conductividad k, que es una propiedad del material.

Ejemplo 10.1. Una capa de corcho pulverizado de 6 pulg (152 mm) se utiliza como aislamiento térmico de una pared plana. La temperatura del lado frío del corcho es 40 °F (4,4 °C) y la del lado caliente es 180 °F (82,2 °C). La conductividad calorífica del corcho a 32 °F (0 °C) es 0,021 Btu/pies-h-°F (0,036 W/m-°C), y a 200 °F (93,3 °C) es 0,032 (0,055). El área de la pared es 25 pie² (2,32 m²). ¿Cuál es la velocidad de flujo de calor a través de la pared, en Btu/h (watios)?

SOLUCIÓN

La temperatura media aritmética de la capa de corcho es (40 + 180)/2 = 110 °F. Interpolando linealmente, la conductividad calorífica a 110 °F es

$$\bar{k} = 0{,}021 + \frac{(110 - 32)(0{,}032 - 0{,}021)}{200 - 32}$$

$$= 0{,}021 + 0{,}005 = 0{,}026 \text{ Btu/pies-h-°F}$$

También,

$$A = 25 \text{ pie}^2 \qquad \text{AT} = 180 - 40 = 140°\text{F} \qquad B = \tfrac{6}{12} = 0{,}5 \text{ pies}$$

Sustituyendo en la Ecuación (10.5) se obtiene

$$q = \frac{0{,}026 \times 25 \times 140}{0{,}5} = 182 \text{ Btu/h } (53{,}3 \text{ W})$$

Resistencias compuestas en serie. Consideremos una pared plana formada por una serie de capas, tal como se indica en la Figura 10.2. Sean B_A, B_B y B_C los espesores de las capas, y $\bar{k}_A$, $\bar{k}_B$ y $\bar{k}_C$ las conductividades caloríficas medias de los materiales de que están formadas. Por otra parte, sea A el área de la pared compuesta, en dirección normal al plano de la ilustración, y AT,, AT, ΔT_C las caídas de temperatura a través de las capas A, B y C, respectivamente. Por

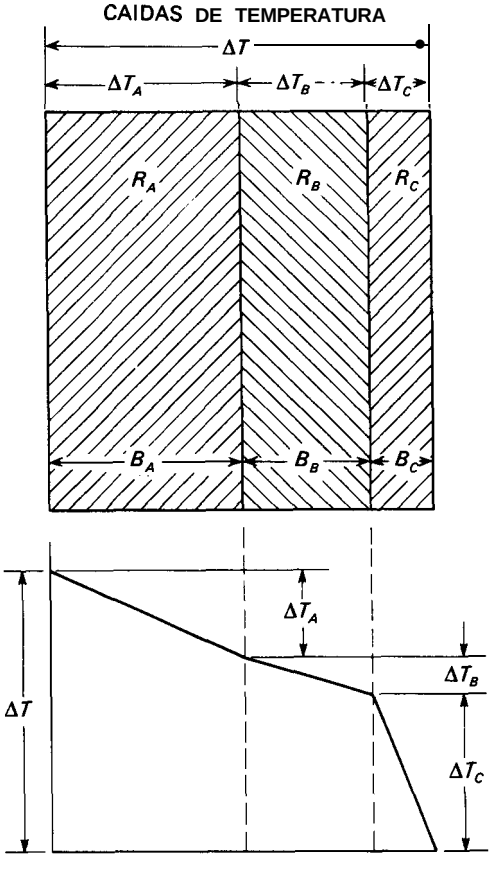


Figura 10.2. Resistencias térmicas en serie.

consiguiente, si se representa por AT la caída total de temperatura a través de toda la pared, resulta

$$\mathrm{AT} = \mathrm{AT}, + AT, + \mathrm{AT}, \tag{10.7}$$

Vamos a deducir, primeramente, una ecuación para el cálculo de la velocidad de flujo de calor a través de la serie de resistencias, y, posteriormente, demostrar que la velocidad se puede calcular mediante la relación entre la caída total de temperatura y la resistencia total de la pared.

La Ecuación (10.5) se puede escribir para cada capa utilizando $\bar{k}$ en vez de k,

$$\Delta T_A = q_A \frac{B_A}{\bar{k}_A A} \qquad \Delta T_B = q_B \frac{B_B}{\bar{k}_B A} \qquad \Delta T_C = q_C \frac{B_C}{\bar{k}_C A} \tag{10.8}$$

La Ecuación (10.5) se puede escribir en esta forma

$$q = \frac{\Delta T}{R} \tag{10.6}$$

donde R es la resistencia térmica del sólido entre los puntos 1 y 2. La Ecuación (10.6) es un caso particular del principio general de velocidad, según el cual una velocidad es igual al cociente entre una fuerza impulsora y una resistencia. En conducción de calor, q es la velocidad y AT es la fuerza impulsora. La resistencia R, de acuerdo con la Ecuación (10.6), utilizando $\bar{k}$ en vez de k para tener en cuenta una variación lineal de k con la temperatura, es $B/\bar{k}A$. El inverso de la resistencia recibe el nombre de *conductancia,* que para la conducción de calor es $B/\bar{k}A$. Tanto la resistencia como la conductancia dependen de las dimensiones del sólido y de la conductividad k, que es una propiedad del material.

Ejemplo 10.1. Una capa de corcho pulverizado de 6 pulg (152 mm) se utiliza como aislamiento térmico de una pared plana. La temperatura del lado frío del corcho es 40 °F (4,4 "C) y la del lado caliente es 180 °F (82,2 "C). La conductividad calorífica del corcho a 32 °F (0 "C) es 0,021 Btu/pies-h-°F (0,036 W/m-°C), y a 200 °F (93,3 "C) es 0,032 (0,055). El área de la pared es 25 pie² (2,32 m²). ¿Cuál es la velocidad de flujo de calor a través de la pared, en Btu/h (watios)?

SOLUCIÓN

La temperatura media aritmética de la capa de corcho es (40 + 180)/2 = 110 "F. Interpolando linealmente, la conductividad calorífica a 110 °F es

$$\bar{k} = 0{,}021 + \frac{(110 - 32)(0{,}032 - 0{,}021)}{200 - 32}$$

$$= 0{,}021 + 0{,}005 = 0{,}026 \text{ Btu/pies-h-°F}$$

También,

$$A = 25 \text{ pie}^2 \qquad \text{AT} = 180 - 40 = 140°\text{F} \qquad B = \tfrac{6}{12} = 0{,}5 \text{ pies}$$

Sustituyendo en la Ecuación (10.5) se obtiene

$$q = \frac{0{,}026 \times 25 \times 140}{0{,}5} = 182 \text{ Btu/h (53,3 W)}$$

Resistencias compuestas en serie. Consideremos una pared plana formada por una serie de capas, tal como se indica en la Figura 10.2. Sean B_A, B_B y B_C los espesores de las capas, y $\bar{k}_A$, $\bar{k}_B$ y $\bar{k}_C$ las conductividades caloríficas medias de los materiales de que están formadas. Por otra parte, sea A el área de la pared compuesta, en dirección normal al plano de la ilustración, y AT,, ΔT_B, AT, las caídas de temperatura a través de las capas A, B y C, respectivamente. Por

Sumando las Ecuaciones (10.8), se obtiene

$$\Delta T_A + \Delta T_B + \Delta T_C = \frac{q_A B_A}{A\bar{k}_A} + \frac{q_B B_B}{A\bar{k}_B} + \frac{q_C B_C}{A\bar{k}_C} = \Delta T$$

Puesto que en el flujo estacionario todo el calor que atraviesa la primera resistencia tiene que atravesar la segunda y tercera, q_A, q_B y q_C son todos iguales y pueden representarse por q. Teniendo en cuenta este hecho y despejando q resulta:

$$q = \frac{\Delta T}{B_A/\bar{k}_A A + B_B/\bar{k}_B A + B_C/\bar{k}_C A} = \frac{\Delta T}{R_A + R_B + R_C} = \frac{\Delta T}{R} \qquad (10.9)$$

siendo R_A, R_B y R_C las resistencias de las capas individuales, y R la resistencia total. La Ecuación (10.9) expresa que en el flujo de calor a través de una serie de capas, la resistencia térmica global es igual a la suma de las resistencias individuales.

Es conveniente hacer resaltar las analogías entre los flujos estacionarios de calor y electricidad a través de un conductor. El flujo de calor viene dado por la expresión

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{caída de temperatura}}{\text{resistencia}}$$

En el flujo de electricidad el factor de potencial es la fuerza electromotriz, y la velocidad de flujo está dada en culombios por segundo, o sea amperios. La ecuación para el flujo eléctrico es

$$\text{Amperios} = \frac{\text{voltios}}{\text{ohmios}}$$

Comparando esta ecuación con la (10.6) resulta evidente la analogía entre flujo en Btu por hora y amperios, caída de temperatura y diferencia de potencial, así como entre las resistencias térmica y eléctrica.

La velocidad de flujo de calor a través de varias resistencias en serie es evidentemente análoga a la intensidad de corriente que circula por un circuito con varias resistencias en serie. En un circuito eléctrico, la relación entre la caída de potencial en una resistencia cualquiera y la caída total de potencial en el circuito es igual a la relación entre dicha resistencia y la resistencia total. Lo mismo ocurre en un circuito térmico con las caídas de potencial, que en este caso son las diferencias de temperatura, cuya relación con la caída total de temperatura es igual a la relación entre las resistencias térmicas individuales y la resistencia térmica total. Este hecho se puede expresar matemáticamente mediante la ecuación

$$\frac{\Delta T}{R} = \frac{\Delta T A}{R_A} = \frac{\Delta T_B}{R_B} = \frac{\Delta T_C}{R_C} \qquad (10.10)$$

La Figura 10.2 muestra también el modelo y los gradientes de temperatura. Dependiendo del espesor y de la conductividad calorífica del material, la caída de temperatura en la capa puede ser una fracción grande o pequeña de la caída total de temperatura; una capa delgada de baja conductividad puede dar lugar a una caída de temperatura mayor y a un gradiente de temperatura más brusco que una capa gruesa de conductividad elevada.

Ejemplo 10.2. Una pared plana de un horno está construida con una capa de ladrillo Sil-o-ce1 de 4,5 pulg (114 mm), cuya conductividad calorífica es 0,08 Btu/pies-h-°F (0,138 W/m-°C), y que está recubierta exteriormente por una capa de ladrillo común de 9 pulg (229 mm), de conductividad calorífica 0,8 (1,38). La temperatura de la cara interna de la pared es 1400 °F (760 "C) y la de la cara externa es 170 °F (76,6 "C). (*a*) ¿Cuál es la perdida de calor a través de la pared? (b) ¿Cuál es la temperatura de la interfase entre el ladrillo refractario y el ladrillo común? (c) Suponiendo que el contacto entre las dos paredes de ladrillo es mala y que existe una «resistencia de contacto» de 0,50 °F-h/Btu (0,948 °C/W), ¿cuál sería la pérdida de calor?

SOLUCIÓN

(*a*) Consideremos 1 pie^2 de pared (A = 1 pie^2). La resistencia térmica de la capa de Sil-o-ce1 es

$$R_A = \frac{4{,}5/12}{0{,}08 \times 1} = 4{,}687$$

y la del ladrillo común es

$$R_B = \frac{\frac{9}{12}}{0{,}8 \times 1} = 0{,}938$$

La resistencia total es

$$R = R_A + R_B = 4{,}687 + 0{,}938 = 5{,}625 \ ^\circ\text{F-h/Btu}$$

La caída total de temperatura es

$$\Delta T = 1400 - 170 = 1230^\circ\text{F}$$

Sustituyendo en la Ecuación (10.9), se obtiene para la pérdida de calor en 1 pie^2 de pared,

$$q = \frac{1230}{5{,}625} = 219 \text{ Btu/h } (64{,}2 \text{ W})$$

(*b*) La relación entre la caída de temperatura en una de las resistencias de la serie y la resistencia individual es igual a la relación entre la caída total de temperatura y la resistencia total, 0 sea

$$\frac{\Delta T_A}{4{,}687} = \frac{1230}{5{,}625}$$

de donde

$$\Delta T_A = 1025\ ^\circ\text{F}$$

La temperatura en la interfase es 1400 − 1025 = 375 °F (190,6 °C).

(c) La resistencia total, que ahora incluye la resistencia de contacto, es

$$R = 5{,}625 + 0{,}500 = 6{,}125$$

La pérdida de calor desde 1 pie^2 es

$$q = \frac{1230}{6{,}125} = 201\ \text{Btu/h}\ (58{,}9\ \text{W})$$

Flujo de calor a través de un cilindro. Consideremos el cilindro hueco que se representa en la Figura 10.3. El radio interior del cilindro es r_i, el radio exterior r_o, y la longitud del cilindro L. La conductividad calorífica del material de que está hecho el cilindro es k. La temperatura de la superficie exterior es T_o y la de la superficie interior T_i. Se desea calcular la velocidad de flujo de calor que sale del cilindro en este caso.

Consideremos un cilindro muy delgado, concéntrico con el cilindro principal, de radio r comprendido entre r_i y r_o. Si el espesor de la pared de este cilindro es dr, siendo dr tan pequeño con respecto a r que las líneas de flujo de calor pueden considerarse paralelas, al aplicar la Ecuación (10.2) se obtiene

$$q = -k\frac{dT}{dr}2\pi rL \tag{10.11}$$

puesto que el área perpendicular al flujo de calor es igual a $2\pi rL$, y dn de la Ecuación (10.2) es en este caso dr. Separando variables en la Ecuación (10.11) e integrándola, resulta

$$\int_{r_i}^{r_o}\frac{dr}{r} = \frac{2\pi Lk}{q}\int_{T_o}^{T_i} dT$$

$$\ln r_o - \ln r_i = \frac{2\pi Lk}{q}(T_i - T_o)$$

$$q = \frac{k(2\pi L)(T_i - T_o)}{\ln (r_o/r_i)} \tag{10.12}$$

La Ecuación (10.12) sirve para calcular el flujo de calor a través de un cilindro de paredes gruesas. Se puede utilizar una forma más conveniente expresando la velocidad de flujo de calor así,

$$q = \frac{k\bar{A}_L(T_i - T_o)}{r_o - r_i} \tag{10.13}$$

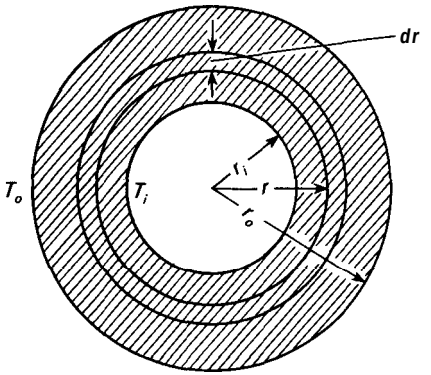


Figura 10.3. Flujo a través de un tubo de paredes gruesas.

Esta expresión tiene la misma forma general que la ecuación del flujo de calor a través de una pared plana [Ec. (10.5)], con la excepción de que debe elegirse el valor adecuado de $\bar{A}_L$ para que la ecuación sea correcta. El término $\bar{A}_L$ se puede determinar igualando los segundos miembros de las Ecuaciones (10.12) y (10.13) y despejando $\bar{A}_L$

$$\bar{A}_L = \frac{2\pi L(r_o - r_i)}{\ln (r_o/r_i)} \tag{10.14}$$

De la Ecuación (10.14) se deduce que $\bar{A}_L$ es el área de un cilindro de longitud L y radio $\bar{r}_L$, siendo

$$r_L = \frac{r_o - r_i}{\ln (r_o/r_i)} = \frac{r_o - r_i}{2{,}303 \log (r_o/r_i)} \tag{10.15}$$

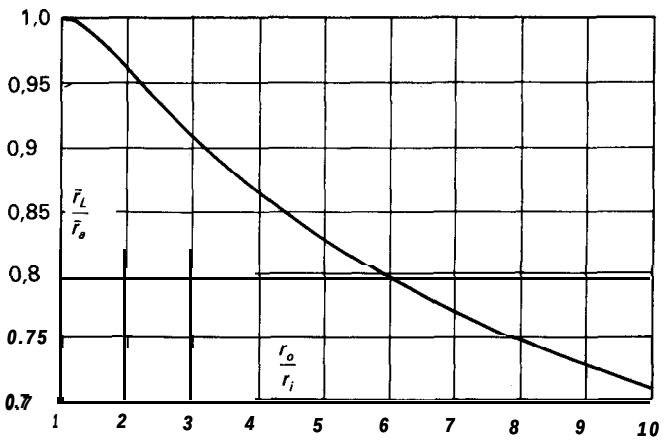


Figura 10.4. Relación entre las medias logarítmica y aritmética.

Es muy conveniente recordar el segundo miembro de la Ecuación (10.15), que corresponde a la ***media logarítmica,*** y en el caso particular de la Ecuación (10.15), $\bar{r}_L$ recibe el nombre de ***radio medio logarítmico.*** Corresponde al valor del radio que, cuando se aplica a la ecuación integrada para una pared plana, conduce a un valor correcto para la velocidad de flujo de calor a través de un cilindro de paredes gruesas.

La media logarítmica es más complicada que la media aritmética, pudiendo aplicarse esta última sin error apreciable cuando r_o/r_i es aproximadamente igual a la unidad. La relación entre la media logarítmica $\bar{r}_L$ y la media aritmética $\bar{r}_a$ es una función de r_o/r_i, tal como se indica en la Figura 10.4. Así, cuando r_o/r_i = 2, la media logarítmica es $0{,}96\bar{r}_a$, y se comete un error del 4 por 100 al utilizar la media aritmética. El error es del 1 por 100 cuando $r_o/r_i = 1{,}4$.

Ejemplo 10.3. Un tubo de 60 mm (2,36 pulg) está aislado con una capa de sílice de 50 mm (1,97 pulg) de espesor, cuya conductividad es 0,055 (0,032 Btu/pies-h-°F), y a continuación con una capa de corcho de 40 mm (1,57 pulg), cuya conductividad es 0,05 W/m-°C (0,03 Btu/pies-h-°F). Si la temperatura de la superficie exterior de la tubería es 150 °C (302 "F) y la temperatura de la superficie exterior del corcho es 30 °C (86 "F), calcúlese la perdida de calor en watios por metro de tubería.

SOLUCIÓN

Estas capas son demasiado gruesas para utilizar la media aritmética del radio, debiendo emplear un radio medio logarítmico. Para la capa de sílice

$$\bar{r}_L = \frac{80 - 30}{\ln (80/30)} = 50{,}97 \text{ mm}$$

y para la capa de corcho

$$r_L = \frac{120 - 80}{\ln (120/80)} = 98{,}64 \text{ mm}$$

Si a la sílice se le llama la sustancia A y al corcho la B, las resistencias individuales son

$$R_A = \frac{\Delta x}{k_A \bar{A}_A} = x_A \frac{0{,}050}{0{,}055 \times 2\pi(0{,}05097)\bar{L}} \frac{2{,}839}{L}$$

$$R_B = \frac{\Delta x}{k_B \bar{A}_B} = x_B \frac{0{,}040}{0{,}05 \times 2\pi(0{,}09864)\bar{L}} \frac{1{,}291}{L}$$

La pérdida de calor es

$$\frac{q}{L} = \frac{150 - 30}{2{,}839 + 1{,}291} = 29{,}1 \text{ W/m } (30{,}3 \text{ Btu/pies-h})$$

CONDUCCION DE CALOR EN ESTADO NO ESTACIONARIO

Un tratamiento completo de la conducción de calor en estado no estacionario cae fuera del objeto de este libro [2-4]. Los únicos temas que se abordan aquí son la

deducción de la ecuación diferencial entre derivadas parciales para el flujo unidimensional de calor, y los resultados de la integración de la ecuación para algunas formas geométricas sencillas. Se admite en todos los casos que k es independiente de la temperatura.

Ecuación para la conducción unidimensional. Consideremos la lámina sólida de la Figura 10.5, fijando nuestra atención sobre la delgada lámina de espesor dx situada a una distancia x de la cara caliente de la misma. En un determinado instante el gradiente de temperatura, a la distancia x, es $\partial T/\partial x$, y la cantidad de calor que entra en el intervalo de tiempo dt es $-kA(\partial T/\partial x)\,dt$, siendo A el área de la lámina situada a la distancia x, perpendicularmente al flujo de calor, y k la conductividad calorífica del sólido. El gradiente a la distancia x + dx es ligeramente mayor que a la distancia x, y puede representarse mediante la expresión

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}\,dx$$

Por consiguiente, el flujo de calor que sale de la lámina a la distancia x + dx es

$$-kA\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}\,dx\right)dt$$

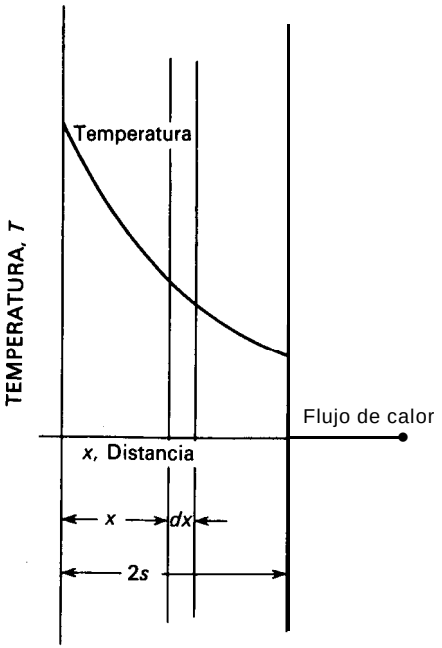


Figura 10.5. Conducción no estacionaria en una lámina.

La diferencia entre la cantidad de calor que entra y la que sale, que corresponde a la acumulación de calor en la capa dx, es

$$-kA\frac{\partial T}{\partial x}\,dt + kA\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\,dx\right)dt = kA\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\,dx\,dt$$

La acumulación de calor en la lámina provoca un aumento de temperatura de la misma. Si el calor específico y la densidad de la lámina son c_p y ρ, respectivamente, la acumulación es igual al producto de la masa (volumen por densidad) por el calor específico y por el incremento de temperatura, o sea $(\rho A\,dx)c_p(\partial T/\partial t)\,dt$. Aplicando un balance de calor

$$kA\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\,dx dt = \rho c_p A\,dx\,\frac{\partial T}{\partial t}\,dt$$

y, dividiendo por $\rho c_p A\,dx\,dt$, queda finalmente

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (10.16)$$

El término a de la Ecuación (10.16) recibe el nombre de *difusividad térmica* del sólido y es una propiedad del material. Sus dimensiones son las de área partido por tiempo.

Existen soluciones generales de las ecuaciones de conducción en estado no estacionario para algunas formas geométricas sencillas, tales como una lámina infinita, un cilindro de longitud infinita y una esfera. Así, por ejemplo, la integración de la Ecuación (10.16) para el calentamiento o enfriamiento, por ambas caras, de una lámina infinita de espesor conocido, mediante una temperatura constante de las superficies, conduce a la siguiente ecuación

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = \frac{8}{\pi^2}\left(e^{-a_1 N_{Fo}} + \frac{1}{9}\,e^{-9a_1 N_{Fo}} + \frac{1}{25}\,e^{-25a_1 N_{Fo}} + \cdots\right) \qquad (10.17)$$

siendo T_s = temperatura media constante de la superficie de la lámina
T_a = temperatura inicial de la lámina
$\bar{T}_b$ = temperatura media de la lámina en el instante t_T
N_{Fo} = número de Fourier, definido por at_T/s^2
a = difusividad térmica
t_T = tiempo de calentamiento o enfriamiento
s = semiespesor de la lámina
$a_1 = (\pi/2)^2$.

Para un cilindro sólido de longitud infinita y radio r_m, la temperatura media $\bar{T}_b$ viene dada por la ecuación[5b]

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = 0{,}692e^{-5{,}78N_{Fo}} + 0{,}131e^{-30{,}5N_{Fo}} + 0{,}0534e^{-74{,}9N_{Fo}} + \cdots \qquad (10.18)$$

siendo

$$N_{Fo} = \frac{\alpha t_T}{r_m^2}$$

La ecuación correspondiente para una esfera de radio r_m es

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = 0{,}608e^{-9{,}87N_{Fo}} + 0{,}152e^{-39{,}5N_{Fo}} + 0{,}0676e^{-88{,}8N_{Fo}} + \ldots \quad (10.19)$$

Cuando N_{Fo} es superior aproximadamente a 0,1, solamente es importante el primer término de las series de las Ecuaciones (10.17) a (10.19), de forma que se pueden despreciar los demás términos. En estas condiciones, el tiempo que se requiere para que la temperatura varíe desde T_a hasta $\bar{T}_b$ puede obtenerse, para el caso de la lámina, a partir de la Ecuación (10.17), omitiendo todos los términos de la serie a excepción del primero,

$$t_T = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{2s}{\pi}\right)^2 \ln \frac{8(T_s - T_a)}{\pi^2(T_s - \bar{T}_b)} \quad (10.20)$$

La ecuación correspondiente a un cilindro infinito, que se obtiene a partir de la Ecuación (10.18), es

$$t_T = \frac{r_m^2}{5{,}78\alpha} \ln \frac{0{,}692(T_s - T_a)}{T_s - \bar{T}_b} \quad (10.21)$$

Para el caso de una esfera, se obtiene a partir de la Ecuación (10.19):

$$t_T = \frac{r_m^2}{9{,}87\alpha} \ln \frac{0{,}608(T_s - T_a)}{T_s - \bar{T}_b} \quad (10.22)$$

La Figura 10.6 es una representación gráfica de las Ecuaciones (10.17) a (10.19). La ordenada de esta figura se conoce con el nombre de variación ***de temperatura no conseguida;*** es decir, la fracción de la variación total posible de temperatura queda sin conseguir en un determinado instante. Excepto para valores muy bajos de N_{Fo}, se cumplen las Ecuaciones (10.20) a (10.22) y las representaciones semilogarítmicas son en los tres casos líneas rectas.

Las Ecuaciones (10.17) a (10.19) solamente son aplicables cuando la temperatura de la superficie es constante, de forma que T_s puede tomarse igual a la temperatura del medio de calentamiento o enfriamiento tan sólo en el caso de que la diferencia de temperatura entre el medio y lá superficie del sólido sea despreciable. Para esto es preciso que la resistencia entre el medio y la superficie sea despreciable. Existen ecuaciones y gráficos[5a] análogos a las Ecuaciones (10.17) a (10.19) y a la Figura 10.6 para las temperaturas locales de puntos situados en el interior de láminas, cilindros, esferas y otras formas geométricas,

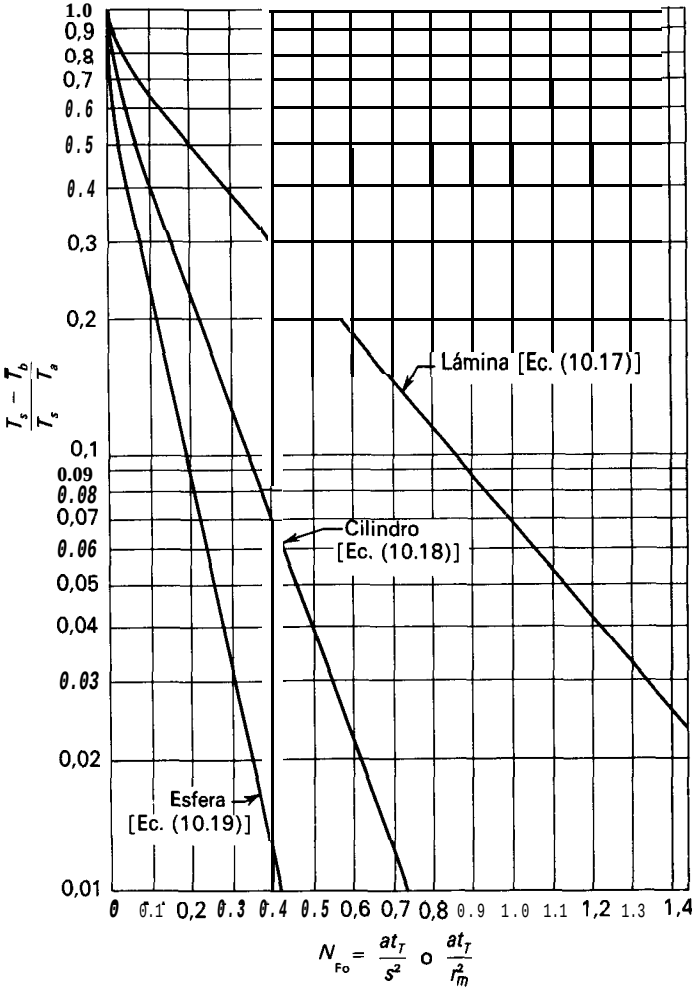


Figura 10.6. Temperaturas medias durante el calentamiento o enfriamiento, en estado no estacionario, de una lámina grande, un cilindro de longitud infinita, o una esfera.

así como también para aquellos casos en los que la resistencia térmica de la superficie es suficientemente grande para provocar variaciones en su temperatura. Las distribuciones de temperatura en sólidos heterogéneos de forma compleja se obtienen mediante analogías hidráulicas o eléctricas, o bien utilizando métodos aproximados de cálculo numérico [1].

Con frecuencia tiene interés conocer la cantidad total de calor Q_T que se transmite al sólido en el tiempo t_T a través de la unidad de superficie. De acuerdo con la definición de temperatura media, el calor que se necesita para aumentar la temperatura de una unidad de masa de sólido desde T_a hasta $\overline{T}_b$ es $c_p\,(\overline{T}_b - T_a)$. Para una lámina de espesor $2s$ y densidad ρ, el área total de una cara correspon-

diente a la unidad de masa es lsp. La cantidad total de calor transmitido por unidad de área viene dado por

$$\frac{Q_T}{A} = s\rho c_p(\bar{T}_b - T_a) \tag{10.23}$$

La ecuación correspondiente a un cilindro de longitud infinita es

$$\frac{0T}{A} = \frac{r_m \rho c_p(\bar{T}_b - T_a)}{2} \tag{10.24}$$

Ejemplo 10.4. Una lámina plana de plástico, que inicialmente está a 70 °F (21,1 "C) se coloca entre dos placas metálicas a la temperatura de 250 °F (121,1 "C). El espesor de la lámina es de 1,0 pulg (2,54 cm). (a) ¿Cuánto tiempo tardará la lámina en alcanzar una temperatura de 210 °F (98,9 °C)? ¿Qué cantidad de calor, en Btu, se transmitirá al plástico, por pie cuadrado de superficie, durante este tiempo? La densidad del sólido es 56,2 lb/pie³ (900 kg/m³), la conductividad calorífica es 0,075 Btu/pies-h-°F (0,13 W/m-"C), y el calor específico es 0,40 Btu/lb-°F (1,67 J/g-"C).

SOLUCIÓN

(a) Los valores que se requieren para utilizar con la Figura 10.6 son

$$k = 0{,}075 \text{ Btu/pies-h-°F} \qquad \rho = 56{,}2 \text{ lb/pie}^3 \qquad c_p = 0{,}40 \text{ Btu/lb-°F}$$

$$s = \frac{0{,}5}{12} = 0{,}0417 \text{ pies} \qquad T_s = 250°\text{F} \qquad T_a = 70°\text{F} \qquad \bar{T}_b = 210°\text{F}$$

Por tanto

$$\frac{T_s - \bar{T}_b}{T_s - T_a} = \frac{250 - 210}{250 - 70} = 0{,}222 \qquad \alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0{,}075}{56{,}2 \times 0{,}40} = 0{,}00335$$

A partir de la Figura 10.6, para una relación de diferencia de temperatura de 0,222

$$N_{Fo} = 0{,}52 = \frac{0{,}00335 t_T}{0.0417^2}$$

$$t_T = 0{,}27 \text{ h} = 16 \text{ min}$$

(b) Sustituyendo en la Ecuación (10.23) se obtiene el siguiente flujo de calor por unidad de área de la superficie total

$$\frac{Q_T}{A} = 0{,}0417 \times 56{,}2 \times 0{,}40(210 - 70) = 131 \text{ Btu/pie}^2 \text{ (1487 kJ/m}^2\text{)}$$

Sólido semiinfinito. A veces los sólidos se calientan o se enfrían de tal forma que las variaciones de temperatura del material se producen casi exclusivamente en la región inmediata a la superficie. Consideremos, por ejemplo, una pared plana

muy gruesa de una chimenea, que inicialmente está toda ella a la temperatura uniforme T_a. Si la superficie interior de la pared se calienta bruscamente manteniéndola a una temperatura elevada T_s, por ejemplo, mediante el paso de los gases de combustión por la chimenea, la temperatura de la pared variará con el tiempo: muy rápidamente junto a la superficie caliente, más lentamente a medida que aumenta la distancia desde la superficie. Si la pared es suficientemente gruesa, aun al cabo de un tiempo relativamente grande, no se producirá una variación apreciable de la temperatura de la superficie exterior. En estas condiciones se puede considerar que el calor «penetra» en un sólido de espesor prácticamente infinito. La Figura 10.7 representa los perfiles de temperatura en una pared de este tipo, para distintos tiempos después de la exposición al gas caliente. Se observa que la temperatura de la superficie caliente presenta una brusca discontinuidad inmediatamente después de la exposición, mientras que la temperatura de los puntos interiores varía progresivamente a medida que transcurre el tiempo.

Integrando la Ecuación (10.16) con las condiciones límite adecuadas para este caso, y representando por T la temperatura de un punto cualquiera situado a una distancia x de la superficie caliente, se obtiene

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_a} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-Z^2} dZ \qquad (10.25)$$

siendo $Z = x/2\sqrt{\alpha t}$, un número sin dimensiones
α = difusividad térmica
x = distancia a la superficie
t = tiempo contado a partir del momento en que se modifica la temperatura de la superficie

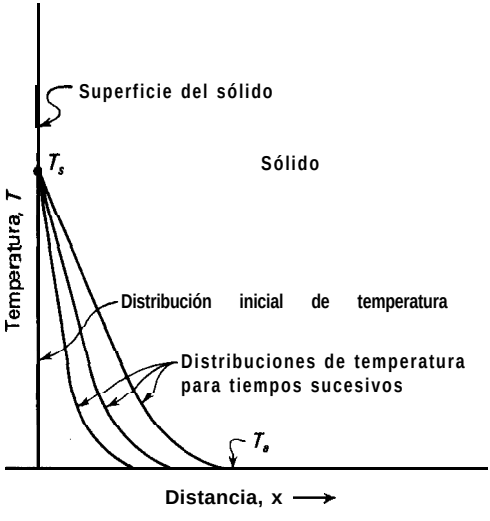


Figura 10.7. Distribución de temperatura durante el calentamiento en estado no estacionario de un sólido semiinfinito.

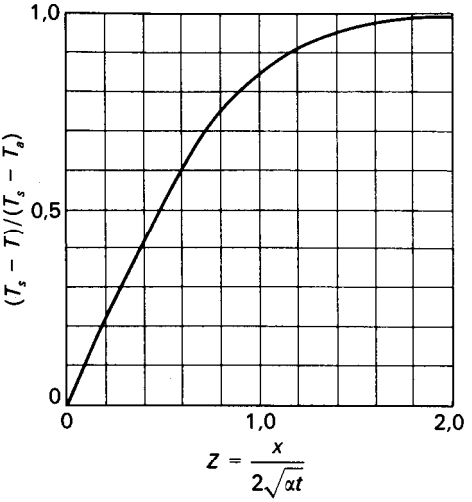


Figura 10.8. Calentamiento o enfriamiento, en estado no estacionario, de un sólido semiinfinito.

La función de la Ecuación (10.25) se conoce con el nombre de ***integral de error de Gauss o integral de probabilidad.*** La Ecuación (10.25) se representa en la Figura 10.8.

La Ecuación (10.25) indica que en un tiempo cualquiera después que se ha modificado la temperatura de la superficie se producirá alguna variación en todos los puntos del sólido por muy alejados que estén de la superficie caliente. Sin embargo, la variación real que tiene lugar en los puntos distantes es muy pequeña y puede despreciarse. Más allá de una cierta distancia de la superficie caliente no «penetra» la suficiente cantidad de calor para modificar la temperatura en una forma apreciable. Esta ***distancia de penetración*** x_p se define arbitrariamente como la distancia desde la superficie para la cual la variación de temperatura es el 1 por 100 de la variación inicial que sufre la temperatura de la supeficie. Es decir, $(T - T_a)/(T_s - T_a) = 0{,}01$, o bien $(T_s - T)/(T_s - T_a) = 0{,}99$. La Figura 10.8 indica que la integral de probabilidad alcanza el valor 0,99 cuando Z = 1,82, de forma que

$$x_p = 3{,}64\sqrt{\alpha t} \tag{10.26}$$

Ejemplo 10.5. Una repentina ola de frío hace descender bruscamente la temperatura a -20 °C (-4 "F) durante 12 horas. (*a*) Si la Tierra estaba inicialmente a 5 °C (41 "F), ¿a qué profundidad tendría que estar enterrada una conducción de agua para no correr peligro de congelación? ¿Cuál es la distancia de penetración en estas condiciones? La difusividad térmica del suelo es 0,0011 m^2/h (0,0118 pie^2/h).

SOLUCIÓN

(a) Se supone que la superficie del suelo se pone bruscamente a − 20 °C y permanece después constante a esta temperatura. Mientras la temperatura en el plano de

localización de la tubería no sea inferior a 0 °C, no existe peligro de congelación. Los valores que se requieren para utilizar con la Figura 10.8 son

$$T_s = -20°C \qquad T_a = 5°C \qquad T = 0°C$$

$$t = 12\,h \qquad \alpha = 0{,}0011\ m^2/h$$

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_a} = \frac{-20 - 0}{-20\text{-}5} = 0{,}80$$

A partir de la Figura 10.8, Z = 0,91. La profundidad x es, por tanto,

$$x = 0{,}91 \times 2\sqrt{\alpha t} = 0{,}91 \times 2\sqrt{0{,}0011 \times 12} = 0{,}21\ m\ (0{,}69\ pies)$$

(b) A partir de la Ecuación (10.26), la distancia de penetración es

$$x_p = 3{,}64\sqrt{0{,}0011 \times 12} = 0{,}419\ m\ (1{,}37\ pies)$$

Para hallar la cantidad de calor transmitido a un sólido semiinfínito en un determinado tiempo es preciso calcular el gradiente de temperatura y de la densidad de flujo de calor en la superficie caliente en función del tiempo. El gradiente de temperatura en la superficie se obtiene diferenciando la Ecuación (10.25)

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = -\frac{T_s - T_a}{\sqrt{\pi \alpha t}} \tag{10.27}$$

La velocidad de flujo de calor en la superficie es, por consiguiente

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{x=0} = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{k(T_s - T_a)}{\sqrt{\pi \alpha t}} \tag{10.28}$$

Teniendo en cuenta que q es igual a dQ/dt, se puede integrar la Ecuación (10.28) para obtener la cantidad total de calor transmitido por unidad de área, Q_T/A, durante el tiempo t_T

$$\frac{Q_T}{A} = \frac{k(T_s - T_a)}{\sqrt{\pi \alpha}} \int_0^{t_T} \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2k(T_s - T_a)\sqrt{\frac{t_T}{\pi \alpha}} \tag{10.29}$$

SIMBOLOS

A Area, pie² o m²; $\bar{A}$, media logarítmica
a Constante en la Ecuación (10.3)
a_1 $(\pi/2)^2$
B Espesor de la lámina, pies o m; B_A, B_B, B_C, de las capas A, B, C, respectivamente
b Constante en la Ecuación (10.3)

c_p Calor específico a presión constante
e Base de los logaritmos neperianos, 2,71828...
g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb$_f$-s^2
k Conductividad calorífica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C; k_A, k_B, k_C, de las capas A, B, C, respectivamente; $\bar{k}$, valor medio
L Longitud del cilindro, pies o m
N_{Fo} Número de Fourier, adimensional; $\alpha t_T/s^2$, para láminas; $\alpha t_T/r_m^2$, para cilindros o esferas
n Distancia medida perpendicularmente a la superficie, pies o m
Q Cantidad de calor, Btu o J; Q_T, cantidad total transferida
q Velocidad de flujo de calor, Btu/h o W, q_A, q_B, q_C, en las capas A, B, C, respectivamente
R Resistencia térmica, °F-h/Btu o °C/W; R_A, R_B, Rc, de las capas A, B, C, respectivamente
r Distancia radial o radio, pies o m; r_i, radio interior; r_m, radio del cilindro o de la esfera; r_o, radio exterior; $\bar{r}_L$, medio logarítmico; $\bar{r}_a$, media aritmética
s Semiespesor de la lámina, pies o m
T Temperatura, °F o °C; T_a, temperatura inicial; $\bar{T}_b$, temperatura media al cabo del tiempo t_T; T_i, de la superficie interior; T_o, de la superficie exterior; T_s, temperatura superficial; T_1, T_2, en los puntos 1 y 2, respectivamente
t Tiempo, s o h; t_T, tiempo necesario para calentamiento o enfriamiento
v Velocidad, pies/s o m/s
x Distancia desde la superficie, pies o m; x_1, x_2, en los puntos 1 y 2, respectivamente; x_p, distancia de penetración en un sólido semiinfinito
Y Distancia, pies o m
Z $x/2\sqrt{\alpha t}$, adimensional

Letras griegas

α Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, pie^2/h o m^2/s
AT Caída global de temperatura; ΔT_A, ΔT_B, ΔT_C, en las capas A, B, C, respectivamente
μ Viscosidad absoluta, lb/pies-h o Pa . s
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3
τ Esfuerzo cortante, lb$_f$/pie^2 o N/m

PROBLEMAS

10.1. La pared de un horno consta de 200 mm de un ladrillo refractario, 100 mm de ladrillo Sil-o-ce1 y 6 mm de chapa de acero. La superficie del refractario en contacto con el fuego está a 1150 "C, y la superficie exterior del acero está a 30 "C. Un preciso balance de calor aplicado al horno indica que la perdida de calor desde la pared es de 300 W/m^2. Se sabe que existen delgadas capas de aire entre las superficies del ladrillo y el acero ¿A cuántos milímetros de ladrillo Sil-o-ce1 equivalen estas capas de aire? Las conductividades caloríficas son

$$k = \begin{cases} 1{,}52 \text{ W/m-°C} & \text{para el ladrillo refractario} \\ 0{,}138 \text{ W/m-°C} & \text{para el ladrillo Sil-o-ce1} \\ 45 \text{ W/m-°C} & \text{para el acero} \end{cases}$$

10.2. Una tubería estándar de acero de 1 pulg, Catálogo 40, conduce vapor de agua saturado. La tubería está aislada con una capa de 2 pulg de magnesia al 85 por 100, y sobre la magnesia lleva una capa de corcho de 3 pulg de espesor. La temperatura de la pared interior es de 249 °F y la de la exterior de corcho es 90 "F. Las conductividades caloríficas, en Btu/pies-h-°F, son: para el acero, 26; para la magnesia, 0,034, y para el corcho, 0,03. Calcúlense: (*a*) las perdidas de calor en 100 pies de tubería, en Btu por hora; (*b*) las temperaturas de los límites comprendidos entre el metal y la magnesia y entre la magnesia y el corcho.

10.3. Una gran lámina de vidrio de 2 pulg de espesor está toda ella inicialmente a 300 "F. Se introduce en una corriente de agua que está a la temperatura de 60 "F. ¿Cuánto tiempo tardará en enfriarse el vidrio hasta una temperatura media de 100 °F? Para el vidrio, k = 0,40 Btu/pies-h-°F, ρ = 155 lb/pie^3 y c_p = 0,20 Btu/lb-°F.

10.4. Una lámina de plástico, de gran longitud y anchura, de 3 mm de espesor, que está inicialmente a 40 "C, se expone bruscamente por ambas caras a una atmósfera de vapor de agua a 105 "C. (a) Si la resistencia térmica entre el vapor de agua y las superficies de plástico es despreciable, ¿cuánto tiempo tardará en variar apreciablemente la temperatura de la línea central de la lámina? (b) ¿Cuál sería la temperatura media global del plástico al cabo de este tiempo? Para el plástico, k = 0,138 W/m-°C y α = 0,00035 m^2/h.

10.5. Una larga varilla de acero, de 1 pulg de diámetro, está inicialmente a una temperatura de 1100 "F. Se sumerge bruscamente en un baño de templado que está a 100 °F. Al cabo de 4 minutos su temperatura media desciende hasta 250 "F. ¿Cuánto tiempo tardaría en descender la temperatura desde 1100 hasta 250 °F si el diámetro de la varilla fuese 2½ pulg? Para el acero, k = 26 Btu/pies-h-°F; ρ = 486 lb/pie^3; c_p = 0,11 Btu/lb-°F.

10.6. Esferas de acero de 3 pulg de diámetro, que se encuentran a la temperatura de 600 °F, han de enfriarse por inmersión en un baño de aceite que está a 100 "F. Si la resistencia térmica entre el aceite y las superficies de acero es despreciable, (*a*) calcúlese la temperatura media de las esferas 10 s, así como 1 min y 6 min después de la inmersión. (b) Cuánto tiempo tardaría la variación de temperatura no conseguida en reducirse hasta el 1 por 100 de la diferencia inicial de temperatura? Las propiedades del acero son las mismas del Problema 10.5.

10.7. Para las condiciones del Ejemplo 10.5, ¿cuál es la velocidad media de pérdida de calor, por unidad de área, desde el suelo hacia el aire durante un período de 12 h? La conductividad calorífica del suelo es 0,7 W/m-°C.

10.8. ¿Por qué razón será de esperar que la variación de temperatura no alcanzada sea menor para una esfera que para un cilindro, y mucho menor que para una lámina, si en todos los casos se comparan con el mismo valor del número de Fourier? (véase la Figura 10.6).

10.9. La velocidad de transmisión de calor hacia el encamisado de un tanque de polimerización agitado es 2350 Btu/pie^2-h cuando la temperatura de polimerización es 120 °F y la del agua en la camisa 80 "F. El tanque es de acero inoxidable con un espesor de pared de ½ pulg, y al comienzo de la operación hay una delgada capa de polímero (k = 0,09 Btu/pies-h-°F) depositada sobre la pared interior. (a) ¿Cuál es la caída de temperatura a través de la pared metálica? (b) ¿Cuál tendría que ser el espesor del depósito de polímero para tener en cuenta el resto de la diferencia de temperatura? (c) ¿Por qué factor se multiplicaría la densidad de flujo de calor si se utilizase un reactor de acero inoxidable de ⅛ pulg de espesor recubierto de una chapa de ⅜ pulg de espesor de acero ordinario?

10.10. (a) Compárense las conductividades caloríficas y las de fusividades térmicas del aire y el agua a 100 "F. (b) Calcúlense las distancias de penetración en una masa estancada de aire y en otra de agua, a 50 °F y 1 atm, cada una de las cuales se expone durante 10 s a una superficie metálica que se encuentra a 100 "F. Coméntese la diferencia.

10.11. Dedúzcase la ecuación para la transmisión de calor en estado estacionario a través de una carcasa esférica de radio interior r_1 y radio exterior r_2. Preséntese el resultado de forma que pueda compararse fácilmente con la solución para un cilindro de pared gruesa.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A., y WILKES, J. 0.: «Applied Numerical Methods», Wiley, New York, 1969.
2. CARSLAW, H. S., y JAEGER, J. C.: «Conduction of Heat in Solids», 2." ed., Oxford University Press, Fair Lawn, N. J., 1959; (*a*) pp. 6-8, (b) p. 234.
3. FOURIER, J.: «The Analytical Theory of Heat», trans. por A. Freeman, Dover, New York, 1955.
4. GEBHART, B.: «Heat Transfer», 2." ed., McGraw-Hill, New York, 1971.
5. McADAMS, W. H.: «Heat Transmission», 3." ed., McGraw-Hill, New York, 1954; (a) pp. 35-43, (b) p. 232.

CAPITULO

ONCE

FUNDAMENTOS DEL FLUJO DE CALOR EN FLUIDOS

El flujo de calor desde un fluido a través de una pared sólida hasta un fluido más frío se encuentra con frecuencia en la práctica de la ingeniería química. El calor transmitido puede ser calor latente, que va acompañado de un cambio de fase tal como vaporización o condensación, o bien puede ser calor sensible procedente del aumento o disminución de la temperatura de un fluido sin cambio de fase. Ejemplos típicos son la disminución de temperatura de un fluido por transmisión de calor sensible hacia un fluido más frío, cuya temperatura aumenta por este hecho; condensación de vapor de agua con agua de refrigeración; y evaporación de agua desde una disolución a una determinada presión mediante condensación de vapor a presión más alta. Todos estos casos implican transmisión de calor por conducción y convección.

Equipo típico para intercambio de calor. Con el fin de establecer una base adecuada para el tratamiento de la transmisión de calor desde y hacia fluidos en movimiento, consideremos el sencillo cambiador tubular de la Figura 11.1. Consiste esencialmente en una bancada de tubos paralelos A, cuyos extremos terminan en las placas tubulares B_1 y B_2. La bancada de tubos está dentro de una carcasa cilíndrica C y está provista de dos canalizaciones D_1 y D_2, una en cada extremo, y dos tapaderas E_1 y E_2. Vapor de agua, u otro vapor, se introduce a través de la boquilla F en el espacio del lado de la carcasa que rodea a los tubos, condensa y es retirado a través de la conducción G, mientras que algo de gas no condensable que puede entrar con el vapor condensante se retira del sistema a través de la purga K. La conducción G lleva a una trampa, que es un dispositivo que permite que fluya el líquido pero en cambio retiene al vapor. El fluido que ha de calentarse se bombea a través de la conexión H hacia el interior del canal D_2. Fluye a través de los tubos hasta el canal D_1 y finalmente descarga por la conexión J. Los dos fluidos están físicamente separados pero están en contacto térmico con las paredes metálicas de los tubos que los separan. El calor fluye a través de las paredes de los tubos desde el vapor condensante hasta el fluido más frío que circula por los tubos.

Si el vapor que entra en el condensador no está sobrecalentado y el condensado no se enfría por debajo de su temperatura de ebullición, la temperatura en

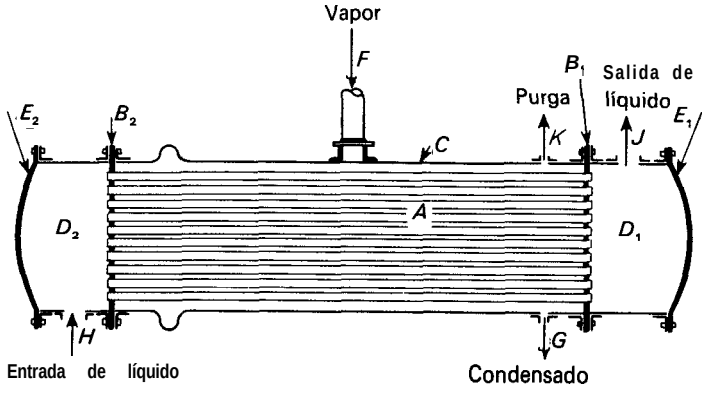


Figura 11.1. Condensador tubular de un solo paso: *A*, tubos; B_1, B_2, placas tubulares; C, carcasa; D_1, D_2, canales; E_1, E_2, tapaderas; F, entrada de vapor; G, salida de condensado; H, entrada de líquido frío; J, salida de liquido caliente; K, purga de gas no condensado.

todo el lado de la carcasa del condensador es constante. La razón de este hecho es que la temperatura del vapor condensante está fijada por la presión en el espacio de la carcasa, y la presión en dicho espacio es constante. La temperatura del fluido que circula por los tubos aumenta continuamente a medida que avanza por los mismos.

En la Figura ll.2 se representan las temperaturas del vapor condensante y de líquido frente a la longitud de los tubos. La línea horizontal representa la temperatura del vapor condensante y la línea curva inferior representa la temperatura ascendente del fluido del lado de los tubos. En la Figura ll.2 las temperaturas del fluido a la entrada y a la salida son T_{ca} y T_{cb}, respectivamente, y la temperatura constante del vapor es T_h. A una longitud L del extremo de entrada en los tubos la temperatura del fluido es T_c y la diferencia local entre las

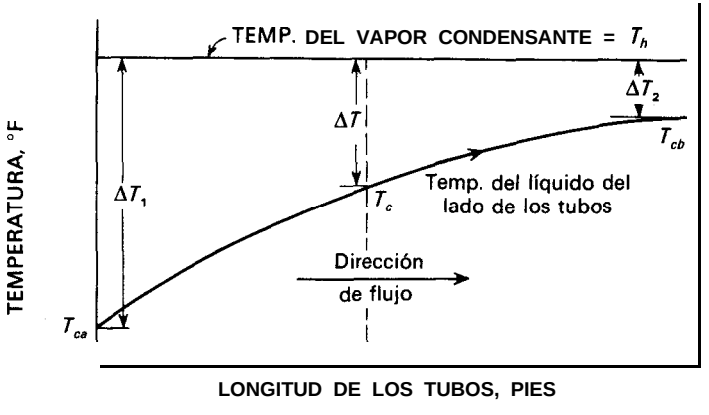


Figura 11.2. Curvas temperatura-longitud para un condensador.

temperaturas del vapor y el fluido es $T_h - T_c$. Esta diferencia de temperatura recibe el nombre de ***diferencia puntual de temperatura*** y se representa por AT. La diferencia puntual de temperatura en la entrada de los tubos es $T_h - T_{ca}$, que se representa por ΔT_1, y a la salida de los mismos es $T_h - T_{cb}$, y se representa por AT,. Las diferencias puntuales de temperaturas en los extremos AT, y AT, reciben el nombre de ***acercamientos.***

La variación de temperatura del fluido, $T_{cb} - T_{ca}$, recibe el nombre de ***intervalo de temperatura*** o, simplemente ***intervalo.*** En un condensador solamente hay un intervalo, que es el del fluido que se calienta.

Un segundo ejemplo de un equipo sencillo de transmisión de calor es el cambiador de tubos concéntricos que se representa en la Figura 11.3. Está formado por una tubería normal de metal y unos codos y cabezales de retorno equipados con cajas prensaestopas. Un fluido circula por el tubo interior y el segundo por el espacio anular comprendido entre las tuberías interior y exterior. La función de un cambiador de calor es aumentar la temperatura de un fluido más frío y disminuir la de otro más caliente. En un cambiador típico la tubería interior puede ser de $1\frac{1}{4}$ pulg y la exterior de $2\frac{1}{2}$ pulg, ambas IPS. El cambiador puede constar de varios pasos dispuestos en una'bancada vertical. Los cambiadores de tubos concéntricos son útiles cuando no se requiere más de 100 a 150 pie^2 de superficie. Para capacidades más grandes se utilizan cambiadores de carcasa y tubos más elaborados, teniendo hasta varios millares de pies cuadrados de superficie, y se describen en las páginas 446 a 449.

Flujos en corrientes paralelas y en contracorriente. En el cambiador de la Figura ll.3 los dos fluidos entran por diferentes extremos del cambiador y circulan a través de la unidad en sentidos opuestos. Este tipo de flujo es el que se utiliza habitualmente y recibe el nombre de *flujo* ***en contracorriente*** o simplemente ***contracorriente.*** Las curvas temperatura-longitud para este caso se presentan en la Figura 11.4*a*. Las cuatro temperaturas extremas se representan por:

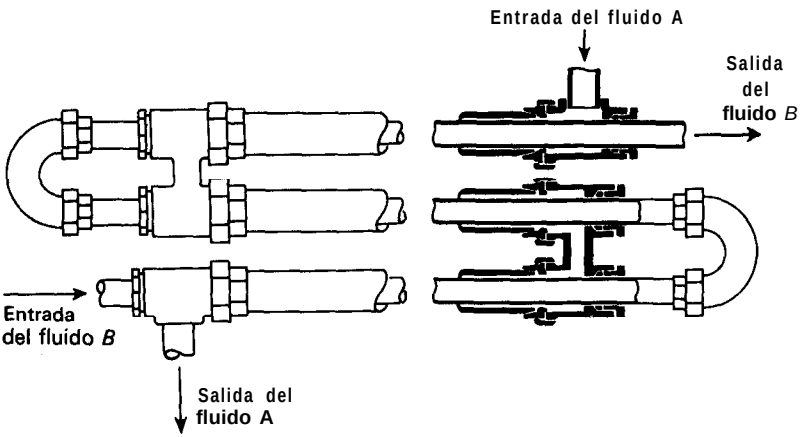


Figura 11.3. Cambiador de calor de tubos concéntricos.

Temperatura del fluido caliente a la entrada, T_{ha}
Temperatura del fluido caliente a la salida, T_{hb}
Temperatura del fluido frío a la entrada, T_{ca}
Temperatura del fluido frío a la salida, T_{cb}

Los acercamientos son'

$$T_{ha} - T_{cb} = \Delta T_2 \quad \text{Y} \quad T_{hb} - T_{ca} = \Delta T, \tag{11.1}$$

Los intervalos del fluido caliente y del fluido frío son $T_{ha} - T_{hb}$ y $T_{cb} - T_{ca}$, respectivamente.

Si los dos fluidos entran por el mismo extremo del cambiador y fluyen en el mismo sentido desde uno hasta otro extremo, el flujo recibe el nombre de en ***corrientes paralelas***. En la Figura 14.46 se representan las curvas temperatura-longitud para flujo en corrientes paralelas. Nuevamente el subíndice *a* se refiere a los fluidos que entran y *b* a los fluidos que salen. Los acercamientos son $\Delta T, = T_{ha} - T_{ca}$ Y $\Delta T_2 = T_{hb} - Tc,.$

Raramente se utiliza el flujo en corrientes paralelas en los cambiadores de calor de un solo paso tal como el que se representa en la Figura 11.3 debido a que, tal como puede observarse en la Figura ll .4*a* y *b,* no es posible con esta modalidad de flujo llevar la temperatura de salida de uno de los fluidos cerca de la temperatura de entrada del otro, y el calor que se puede transmitir es menor que en el caso de contracorriente. En los cambiadores de paso múltiple, que se describen en las páginas 449 y 450, se utiliza el flujo en corrientes paralelas en algunos pasos, especialmente por razones mecánicas, lo que afecta tanto a la capacidad como a los acercamientos. El flujo en corrientes paralelas se utiliza en situaciones especiales donde es necesario limitar la temperatura máxima del fluido más frío o cuando es importante que al menos la temperatura de uno de los fluidos varíe rápidamente.

BALANCES DE ENERGIA

El tratamiento cuantitativo de los problemas de transmisión de calor se basa en balances de energía y en estimaciones de las velocidades de transmisión de calor, que se consideran más adelante en este capítulo. Muchos (tal vez la mayoría) de los aparatos de transmisión de calor operan en condiciones de estado estacionario, y aquí solamente se considera este tipo de operación.

Balances de entalpía en cambiadores de calor. En cambiadores de calor no hay trabajo de árbol y, además, las energías mecánica, potencial y cinética, son pequeñas en comparación con los demás términos de la ecuación del balance de energía. Por tanto, para una corriente que circula a través de un cambiador

$$\dot{m}(H_b - H_a) = q \tag{11.2}$$

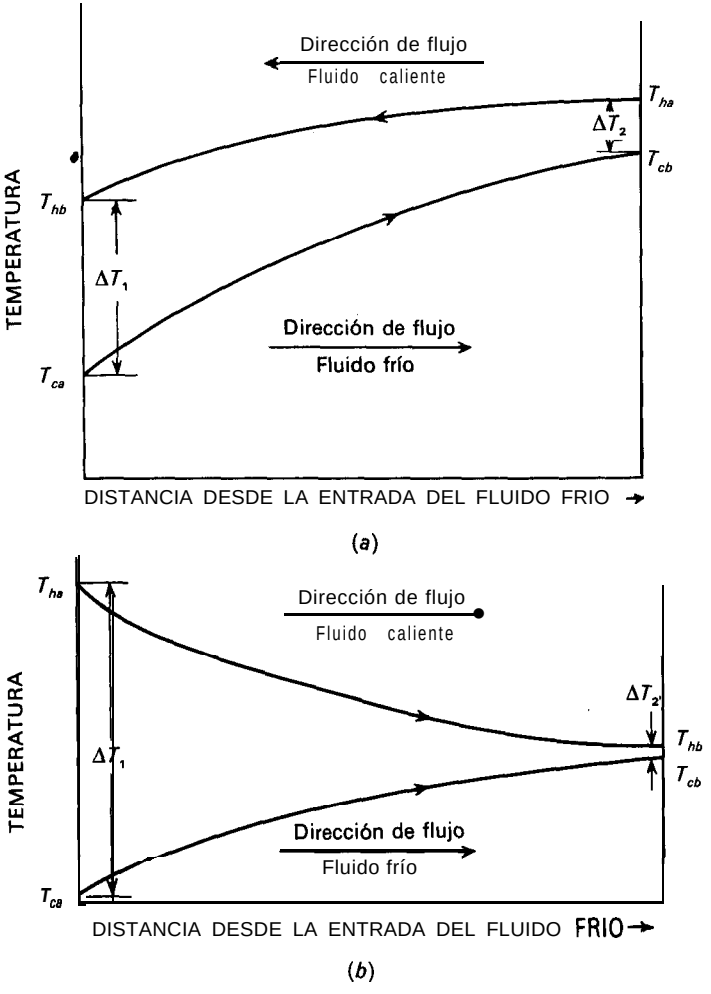


Figura **11.4.** Temperaturas para (*a*) flujo en contracorriente y (b) flujo en corrientes paralelas.

donde $\dot{m}$ = velocidad de flujo de la corriente

$q = Q/T$ = velocidad de transmisión de calor hacia la corriente

H_a, H_b = entalpías por unidad de masa de las corrientes de entrada y salida, respectivamente

La Ecuación (11.2) puede plantearse para cada una de las corrientes que fluyen a través del cambiador.

En el uso de la velocidad de transmisión de calor q está justificada otra simplificación. Una de las dos corrientes de fluido, que sale de los tubos, puede ganar o perder calor por transmisión con el aire ambiente si el fluido está más

frío o mas caliente que el ambiente. En la práctica generalmente no es deseable intercambiar calor con el ambiente y con frecuencia se reduce a un pequeño valor mediante un aislamiento adecuado. Es costumbre despreciar este intercambio de calor en comparación del que se transmite a través de las paredes de los tubos desde el fluido caliente hacia el fluido frío, y así se interpreta q.

Aceptando las anteriores suposiciones, la Ecuación (11.2) para el fluido caliente puede escribirse así:

$$\dot{m}_h(H_{hb} - H_{ha}) = q_h \tag{11.3}$$

y para el fluido frío

$$\dot{m}_c(H_{cb} - H_{ca}) = q_c \tag{11.4}$$

donde $\dot{m}_c, \dot{m}_h$ = velocidad de flujo de materia de los fluidos frío y caliente, respectivamente
H_{ca}, H_{ha} = entalpía por unidad de masa de los fluidos frío y caliente a la salida, respectivamente
q_c, q_h = velocidades de transmisión de calor en el fluido frío y caliente, respectivamente.

El signo de q_c es positivo, pero el de q_h es negativo debido a que el fluido caliente pierde calor en vez de ganarlo. El calor perdido por el fluido caliente es ganado por el frío, y

$$q_c = -q_h$$

Por tanto, a partir de las Ecuaciones (11.3) y (11.4),

$$\dot{m}_h(H_{ha} - H_{hb}) = \dot{m}_c(H_{cb} - H_{ca}) = q \tag{11.5}$$

La Ecuación (11.5) recibe el nombre de ***balance global de entalpia.***

Si se admite que los calores específicos son constantes, el balance global de entalpía para un cambiador de calor se transforma en

$$\dot{m}_h c_{ph}(T_{ha} - T_{hb}) = \dot{m}_c c_{pc}(T_{cb} - T_{ca}) = q \tag{11.6}$$

donde c_{pc} = calor específico del fluido frío
c_{ph} = calor específico del fluido caliente

Balances de entalpía en condensadores totales. Para un condensador,

$$\dot{m}\lambda = \dot{m}_c c_{pc}(T_{cb} - T_{ca}) = q \tag{11.7}$$

donde $\dot{m}_h$ = velocidad de condensación de vapor
λ = calor latente de vaporización del vapor

La Ecuación (11.7) está basada en la suposición de que el vapor entra en el condensador como vapor saturado (no sobrecalentado) y que el condensado sale del condensador a la temperatura de condensación y sin posterior enfriamiento. Si alguno de estos efectos de calor sensible es importante, hay que tenerlo en cuenta adicionando un término al primer miembro de la Ecuación (11.7). Por ejemplo, si el condensado sale a una temperatura T_{hb} que es inferior a T_h, la temperatura del vapor condensante, la Ecuación (11.7) debe escribirse así

$$\dot{m}_h[\lambda + c_{ph}(T_h - T_{hb})] = \dot{m}_c c_{pc}(T_{cb} - T_{ca}) \tag{11.8}$$

donde c_{ph} es ahora el calor específico del condensado.

VELOCIDAD DE TRANSMISION DE CALOR

Densidad de flujo de calor. Los cálculos de transmisión de calor se basan en el área de las superficies de calentamiento y se expresan en Btu por hora y pie cuadrado (o en watios por metro cuadrado) de superficie a través de la cual fluye el calor. La velocidad de transmisión de calor por unidad de área recibe el nombre de ***densidad de flujo de calor.*** En muchos tipos de equipo de transmisión de calor las superficies de transmisión se construyen con tubos o tuberías. Las densidades de flujo de calor pueden entonces estar basadas en cualquiera de las dos superficies interior o exterior de los tubos. Aunque la elección es arbitraria, es preciso especificarla claramente, ya que el valor numérico de las densidades de flujo de calor no serán igual en ambos casos.

Temperatura media de la corriente de fluido. Cuando un fluido se calienta o se enfría, la temperatura variará a lo largo de la sección transversal de la corriente. Si el fluido se calienta, su temperatura es máxima en la pared de la superficie de calentamiento y disminuye hacia el centro de la corriente. Si el fluido se está enfriando, la temperatura es mínima en la pared y aumenta hacia el centro. Debido a estos gradientes de temperatura en la sección transversal de la corriente, es necesario concretar qué es lo que se entiende por temperatura media de la corriente. Se ha convenido que sea la temperatura que se alcanzaría si toda la corriente de fluido que circula a través de la sección en cuestión se retírase y se mezclase adiabáticamente hasta temperatura uniforme. La temperatura así definida recibe el nombre de ***temperatura media o de mezcla en taza de la corriente.*** Las temperaturas que se representan en la Figura ll.4 son temperaturas medias de la corriente.

Coeficiente global de transmisión de calor

Es razonable esperar que la densidad de flujo de calor sea proporcional a una fuerza impulsora. Para el flujo de calor la fuerza impulsora se toma como $T_h - T_c$, siendo T_h la temperatura media del fluido caliente y T_c la del fluido frío. El término $T_h - T_c$ *es* la ***diferencia global de temperatura local*** **AT.** Según la Figu-

ra 11.4 es evidente que ΔT puede variar considerablemente de un punto a otro a lo largo del tubo y, por tanto, puesto que la densidad de flujo de calor es proporcional a ΔT, la densidad de flujo varía también con la longitud. Es necesario partir de una ecuación diferencial, localizando la atención en un área diferencial dA a través de la cual se transmite un flujo diferencial de calor dg bajo la acción de una fuerza impulsora local con un valor ΔT. La densidad de flujo local es, por tanto, dq/dA, y está relacionada con el valor local de ΔT mediante la ecuación.

$$\frac{dq}{dA} = U\ \Delta T = U(T_h - T_c) \tag{11.9}$$

El término U, definido por la Ecuación (11.9) como un factor de proporcionalidad entre dq/dA y ΔT, recibe el nombre de *coeficiente global local de transmisión de calor*.

Para completar la definición de U en un caso determinado es necesario especificar el área. Si A se toma como el área del tubo exterior A_o, U se transforma en un coeficiente basado sobre tal área y se expresa como U_o. Análogamente, si se elige el área interna A_i, el coeficiente está también basado sobre dicha área y se representa por U_i. Puesto que ΔT y dq son independientes de la elección del área, se deduce que

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{dA_i}{dA_o} = \frac{D_i}{D_o} \tag{11.10}$$

donde D_i y D_o son los diámetros interior y exterior del tubo, respectivamente.

Integración para la superficie total; diferencia de temperatura media logarítmica. Para aplicar la Ecuación (11.9) a todo el área de un cambiador de calor es preciso integrar la ecuación. Esto puede realizarse formalmente cuando se aceptan ciertas simplificaciones. Dichas suposiciones son (1) que el coeficiente global U es constante, (2) que los calores específicos de los fluidos frío y caliente son constantes, (3) que el intercambio de calor con el ambiente es despreciable y (4) que, tal como se muestra en la Figura 11.4, el flujo es estacionario, tanto para flujo en contracorriente como para corrientes paralelas.

La más cuestionable de estas suposiciones es la de un coeficiente global constante. De hecho el coeficiente varía con las temperaturas de los fluidos, pero su variación es gradual, de forma que cuando los intervalos de temperatura son moderados la suposición de que U es constante no está sometida a un error importante.

Las suposiciones 2 y 4 implican que si T_c y T_h se representan frente a q, como se muestra en la Figura 11.5, se obtienen líneas rectas. Puesto que T_c y T_h varían linealmente con q, lo hará también ΔT, de forma que $d(\Delta T)/dq$, la pendiente de ΔT frente a q, será constante. Por tanto,

$$\frac{d(\Delta T)}{dq} = \frac{\mathbf{AT, - AT,}}{q_T} \tag{11.11}$$

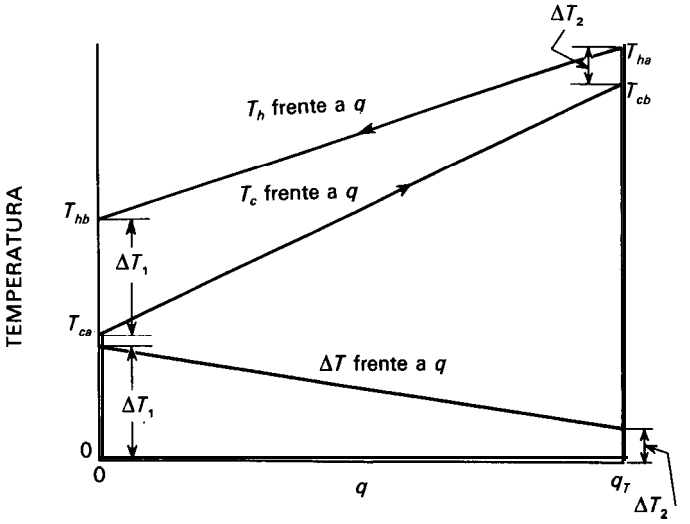


Figura 11.5. Temperatura frente a velocidad de flujo de calor para flujo en contracorriente.

donde AT,, AT, = acercamientos

q_T = velocidad de transmisión de calor en todo el cambiador

Eliminando *dq* a partir de las Ecuaciones (11.9) y (ll. ll) se obtiene

$$\frac{d(\Delta T)}{U\,\Delta T\,dA} = \frac{AT, - AT,}{q_T} \tag{11.12}$$

Las variables AT y *A* pueden separarse y, si *U* es constante, la ecuación puede integrarse entre los límites 0 y A_T para *A*, y AT, y AT, para AT, siendo A_T el área total de la superficie de transmisión de calor. Por tanto,

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{d(\Delta T)}{AT} = \frac{U(\Delta T_2 - AT,)}{q_T} \int_0^{A_T} dA$$

$$\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{U(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{q_T} A_T \tag{11.13}$$

La Ecuación (11.13) puede escribirse así

$$q_T = UA_T \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} = U A_T \overline{\Delta T_L} \tag{11.14}$$

donde

$$\overline{\Delta T_L} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} \tag{11.15}$$

La Ecuación (11.15) define la ***diferencia de temperatura media logarítmica*** (DTML), que es de la misma forma que la Ecuación (10.15) para el radio medio logarítmico de un tubo de pared gruesa. Cuando AT, y ΔT_2 son aproximadamente iguales, puede utilizarse su media aritmética en vez de ΔT_L, con los mismos límites de exactitud que, tal como se representa en la Figura 10.4, da la Ecuación (10.15).

Si uno de los fluidos está a temperatura constante, como en el caso de un condensador, no hay diferencia entre el flujo en corrientes paralelas, flujo en contracorrientes o flujo de paso múltiple, y en todos los casos es aplicable la Ecuación (11.15). Para el flujo en contracorriente, AT,, el acercamiento en el extremo caliente, puede ser menor que ***AT,,*** el acercamiento en el extremo frío. En este caso pueden intercambiarse los subíndices en la Ecuación (11.15) con el fin de evitar los logaritmos de números negativos.

La DTML no es siempre la diferencia de temperatura media correcta que debe utilizarse. Así, ***no*** deberá utilizarse cuando U varía considerablemente, en especial cuando varía de una forma irregular. Tampoco resulta apropiada cuando se genera calor en uno de los lados de la superficie de transmisión de calor, tal como ocurre en una reacción exotérmina que se lleva a cabo en un reactor refrigerado con agua. Consideremos los perfiles de temperatura que se muestran en la Figura 11.6, donde la línea inferior corresponde a la temperatura del refrigerante y la línea superior a la de la mezcla de reacción. Debido al calor generado por la reacción, la temperatura del reactante aumenta rápidamente cerca de la entrada del reactor y después, como la velocidad de reacción disminuye, desciende la temperatura del reactante. Las diferencias de temperatura AT, tanto a la entrada como a la salida del reactor, son relativamente pequeñas. Resulta evidente que la caída media de temperatura es mucho mayor que en cualquiera de los extremos del reactor y no puede obtenerse a partir de las AT medias logarítmicas extremas.

Coeficiente global variable. Cuando el coeficiente global varía regularmente, la velocidad de transmisión de calor puede predecirse a partir de la Ecuación (11.16), que está basada en la suposición de que U varía linealmente con la caída de temperatura en toda la superficie de calentamiento':

$$q_T = A_T \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln (U_2 \Delta T_1 / U_1 \Delta T_2)} \tag{11.16}$$

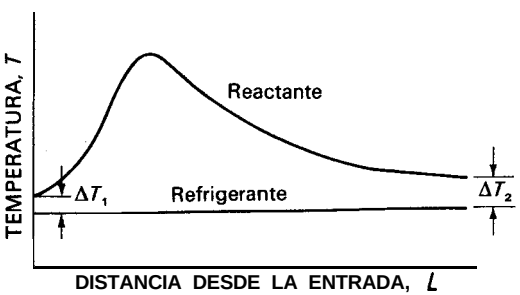


Figura 11.6. Perfiles de temperatura en un reactor **tubular encamisado.**

donde U_1, U_2 = coeficientes globales locales en los extremos del cambiador
AT,, ΔT_2 = acercamientos de temperatura en los extremos del cambiador

La Ecuación (11.16) indica el uso de un valor medio logarítmico del producto cruzado U AT, donde el coeficiente global en un extremo del cambiador se multiplica por el acercamiento de temperatura en el otro extremo. La deducción de esta ecuación implica la aceptación de las suposiciones 2 y 4 anteriormente mencionadas.

En el caso completamente general, donde ninguna de las suposiciones son válidas y U varía notablemente de un punto a otro, se puede integrar la Ecuación (11.9) evaluando los valores locales de U, AT y q para distintos puntos intermedios del cambiador. Una evaluación gráfica o numérica del área bajo la curva de $1/U$ AT frente a q, entre los límites cero y q_t, conduce al área de transmisión de calor que se requiere A_T.

Cambiadores de paso múltiple. En los cambiadores de carcasa y tubos de paso múltiple el modelo de flujo es complejo, estando presentes los flujos en corrientes paralelas, contracorriente y cruzado. En estas condiciones, aun cuando el coeficiente global U sea constante, no puede utilizarse la DTML. En el Capítulo 15 se consideran los procedimientos de cálculo para cambiadores de paso múltiple.

Coeficientes individuales de transmisión de calor

El coeficiente global depende de tantas variables que es preciso descomponerlo en sus partes. La razón de este hecho resulta clara cuando se examina un caso típico. Consideremos el coeficiente global local para un punto específico de un cambiador de tubos concéntricos como el que se representa en la Figura 11.3. Supóngase que el fluido caliente circula por el interior de la tubería y que el fluido frío lo hace por el espacio anular. Supóngase también que el número de Reynolds de los dos fluidos es suficientemente grande para asegurar la existencia de flujo turbulento y que ambas superficies del tubo interior están exentas de suciedad o de costras. Si se construye una representación gráfica como la de la Figura 11.7, con la temperatura en ordenadas y la distancia perpendicular a la pared como abscisas, se ponen en evidencia diversos factores importantes. En la figura la pared metálica del tubo separa el fluido caliente situado a la derecha del fluido frío a la izquierda. La variación de temperatura con la distancia se muestra por medio de la línea quebrada $T_a T_b T_{wh} T_{wc} T_e T_g$. El perfil de temperatura se divide así en tres partes separadas, una de ellas a través de cada uno de los fluidos y la tercera a través de la pared metálica. El efecto global deberá estudiarse, por tanto, en función de estas partes individuales.

En el Capítulo 5 se ha visto que en el flujo turbulento a través de conducciones existen tres zonas, aun para el caso de un solo fluido, de forma que el estudio de un fluido es, por sí mismo, complicado. En cada uno de los fluidos de la Figura ll.7 hay una delgada capa junto a la pared, un núcleo turbulento que ocupa la mayor parte de la sección transversal de la corriente, y una zona de

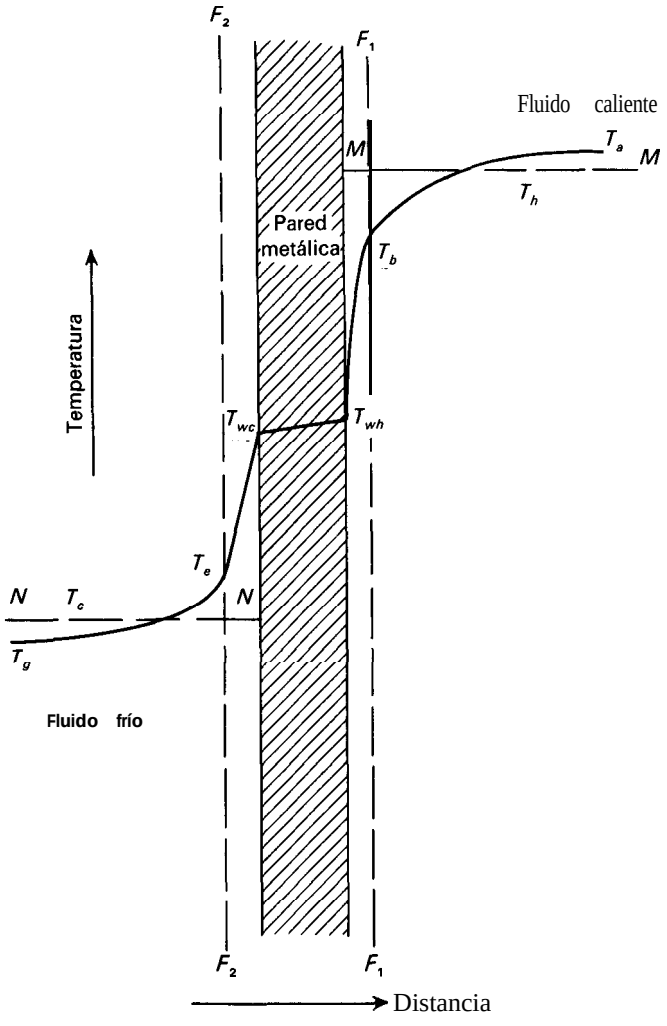


Figura 11.7. Gradientes de temperatura para convección forzada.

transición entre ambos. Los gradientes de velocidad se han descrito en el Capítulo 5. El gradiente de velocidad es grande cerca de la pared, pequeño en el núcleo turbulento y varía rápidamente en la zona de transición. Se ha encontrado que el gradiente de temperatura en un fluido que se calienta o se enfría sigue un modelo muy parecido cuando circula con flujo turbulento. El gradiente de temperatura es grande en la pared y a través de la subcapa viscosa, pequeño en el núcleo turbulento y varía rápidamente en la zona de transición. Básicamente, la razón de este hecho reside en que el calor tiene que fluir a través de la subcapa viscosa por conducción, que da lugar a un brusco gradiente de temperatura para la mayor parte de los fluidos a causa de su baja conductividad calorífica, mientras que los

remolinos que se mueven rápidamente en el núcleo turbulento provocan una eficaz homogeneización de temperatura. En la Figura ll.7 las líneas de trazos F_1F_1 y F_2F_2 representan los límites de las subcapas viscosas.

La temperatura media de la corriente caliente es algo menor que la temperatura máxima T_a y se representa por la línea horizontal MM, que está trazada para la temperatura T_h. Análogamente, la línea NN, trazada para la temperatura T_c, representa la temperatura media del fluido frío.

La resistencia global al flujo de calor desde el fluido caliente hasta el fluido frío es el resultado de tres resistencias separadas que operan en serie. Dos resistencias son las de los fluidos individuales y la tercera es la pared sólida. En general, tal como se representa en la Figura 11.7, la resistencia de la pared es pequeña en comparación con las de los fluidos. El coeficiente global se estudia mejor analizándolo en función de las resistencias separadas y tratando independientemente cada una de ellas. Las resistencias separadas pueden entonces combinarse para formar el coeficiente global. Este tratamiento requiere el empleo de los coeficientes individuales de transmisión de calor para las dos corrientes de fluidos.

El coeficiente individual de transmisión de calor, o de superficie, h, se define generalmente mediante la ecuación

$$h = \frac{dq/dA}{T - T_w} \tag{11.17}$$

donde dq/dA = densidad de flujo local de calor, basada en el área de contacto con el fluido
T = temperatura media local del fluido
T_w = temperatura de la pared en contacto con el fluido

Una segunda expresión para h se deduce a partir de la suposición de que no hay fluctuaciones de velocidad perpendicular a la pared en la superficie misma de la pared. El mecanismo de transmisión de calor en la pared es entonces por conducción y la densidad de flujo de calor viene dada por la Ecuación (10.2), teniendo en cuenta que la distancia normal n puede sustituirse por y, la distancia normal medida desde la pared hacia el interior del fluido. Por tanto,

$$\frac{dq}{dA} = -k\left(\frac{dT}{dy}\right)_w \tag{11.18}$$

El subíndice w llama la atención sobre el hecho de que el gradiente ha de salvarse en la pared. Eliminando dq/dA a partir de las Ecuaciones (11.17) y (11.18) se obtiene

$$h = -k\frac{(dT/dy)_w}{T - T_w} \tag{11.19}$$

Téngase en cuenta que h tiene que ser siempre positivo. La Ecuación (11.19) puede ponerse en forma adimensional multiplicándola por la relación entre una longitud arbitraria y la conductividad calorífica. La elección de la longitud depende de la situación. Para la transmisión de calor en la superficie interior de un tubo la elección habitual es el diámetro del tubo ***D.*** Multiplicando la Ecuación (11.9) por D/k se obtiene

$$\frac{hD}{k} = -D\frac{(dT/dy)_w}{T - T_w} \tag{11.20}$$

Un grupo adimensional como hD/k recibe el nombre de ***número de Nusselt*** N,,. Esto indica que la Ecuación (11.9) es un número de Nusselt local basado en el diámetro. El significado físico del número de Nusselt puede interpretarse mediante inspección del segundo miembro de la Ecuación (11.20). El numerador $(dT/dy)_w$ es, por supuesto, el gradiente en la pared. El factor $(T - T_w)/D$ puede considerarse como el gradiente medio de temperatura a través de toda la tubería, y el número de Nusselt es la relación entre estos dos gradientes.

Otra interpretación del número de Nusselt puede obtenerse considerando el gradiente que existiría si toda la resistencia a la transmisión de calor estuviese en una capa laminar de espesor x en la que la transmisión de calor fuese exclusivamente por conducción. La velocidad de transmisión de calor y el coeficiente se deducen de las Ecuaciones (10.1) y (11.17).:

$$\frac{dq}{dA} = \frac{k(T - T_w)}{x} \tag{11.21}$$

$$h = \frac{k}{x} \tag{11.22}$$

A partir de la definición del número de Nusselt,

$$\frac{hD}{k} = N_{Nu} \equiv \frac{k}{x}\frac{D}{k} = \frac{D}{x} \tag{11.23}$$

El número de Nusselt es la relación entre el diámetro del tubo y el espesor equivalente de la capa laminar. A veces x recibe el nombre de espesor de película y generalmente es ligeramente superior al espesor de la capa laminar límite debido a que hay algo de resistencia a la transmisión de calor en la zona de transición.

Cuando la Ecuación (ll. 17) se aplica a los dos fluidos de la Figura ll .7, para el lado caliente (interior del tubo), se transforma en

$$h_i = \frac{dq/dA_i}{T_h - T_{wh}} \tag{11.24}$$

y para el lado frío (exterior del tubo)

$$h_o = \frac{dq/dA_o}{T_{wc} - T_c} \tag{11.25}$$

donde A_i y A_o son las áreas interior y exterior del tubo, respectivamente.

El fluido frío podría, por supuesto, estar en el interior de los tubos y el fluido caliente en el exterior. Los coeficientes h_i y h_o se refieren al interior y *exterior* del tubo, respectivamente, y no a un fluido específico.

Cálculo de coeficientes globales a partir de coeficientes individuales. El coeficiente global se obtiene a partir de los coeficientes individuales y de la resistencia de la pared del tubo en la forma que se indica seguidamente.

La velocidad de transmisión de calor a través de la pared del tubo viene dada por la forma diferencial de la Ecuación (10.13),

$$\frac{dq}{dA_L} = \frac{k_m(T_{wh} - T_{wc})}{x_w} \tag{11.26}$$

donde $T_{wh} - T_{wc}$ = diferencia de temperatura a través de la pared del tubo
k_m = conductividad calorífica de la pared
x_w = espesor de la pared del tubo
$dq/d\bar{A}_L$ = densidad de flujo local de calor, basada en la media logarítmica de las áreas interior y exterior del tubo

Si se despejan las diferencias de temperatura en las Ecuaciones (11.24) a (11.26) y se suman, se obtiene

$$(T_h - T_{wh}) + (T_{wh} - T_{wc}) + (T_{wc} - T_c) = T_h - T_c = \mathbf{AT}$$
$$= dq\left(\frac{1}{dA_i h_i} + \frac{x_w}{d\bar{A}_L k_m} + \frac{1}{dA_o h_o}\right) \tag{11.27}$$

Supóngase que la velocidad de transmisión de calor está arbitrariamente basada en el área exterior. Si se despeja *dq* de la Ecuación (11.27) y ambos mienbros de la ecuación que resulta se dividen por dA_o, resulta

$$\frac{dq}{dA_o} = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_i}\left(\frac{dA_o}{dA_i}\right) + \frac{x_w}{k_m}\left(\frac{dA_o}{d\bar{A}_L}\right) + \frac{1}{h_o}} \tag{11.28}$$

Ahora

$$\frac{dA_o}{dA_i} = \frac{D_o}{D_i} \quad \text{y} \quad \frac{dA_o}{d\bar{A}_L} = \frac{D_o}{\bar{D}_L}$$

donde D_o, D_i y $\bar{D}_L$ son los diámetros exterior, interior y medio logarítmico del tubo. Por tanto,

$$\frac{dq}{dA_o} = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_i}\left(\frac{D_o}{D_i}\right) + \frac{x_w}{k_m}\left(\frac{D_o}{\bar{D}_L}\right) + \frac{1}{h_o}} \tag{11.29}$$

Comparando la Ecuación (11.9) con la Ecuación (11.29) se deduce

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_i}\left(\frac{D_o}{D_i}\right) + \frac{x_w}{k_m}\left(\frac{D_o}{\bar{D}_L}\right) + \frac{1}{h_o}} \tag{11.30}$$

Si como área base se toma el área interior A_i, al dividir la Ecuación (11.27) por dA_i se obtiene para el coeficiente global

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{x_w}{k_m}\left(\frac{D_i}{\bar{D}_L}\right) + \frac{1}{h_o}\left(\frac{D_i}{D_o}\right)} \tag{11.31}$$

Coeficiente global en forma de resistencia. Una comparación de las Ecuaciones (10.9) y (11.30) sugiere que el inverso de un coeficiente global puede considerarse como una resistencia global compuesta de tres resistencias en serie. La resistencia total, o global, viene dada por la ecuación

$$\frac{1}{U_o} = \frac{D_o}{D_i h_i} + \frac{x_w}{k_m}\frac{D_o}{\bar{D}_L} + \frac{1}{h_o} \tag{11.32}$$

Los términos individuales del segundo miembro de la Ecuación (11.32) representan las resistencias individuales de los dos fluidos y de la pared metálica. La caída global de temperatura es proporcional a $1/U$, y las caídas de temperatura en los dos fluidos y en la pared son proporcionales a las resistencias individuales, o bien, para el caso de la Ecuación (11.32)

$$\frac{\mathrm{AT}}{1/U_o} = \frac{\Delta T_i}{D_o/D_i h_i} \quad \frac{\Delta T_w}{(x_w/k_m)(D_o/\bar{D}_L)} = \frac{\Delta T_o}{1/h_o} \tag{11.33}$$

donde AT = caída global de temperatura
ΔT_i = caída de temperatura a través del fluido interior
AT, = caída de temperatura a través de la pared metálica
AT, = caída de temperatura a través del fluido exterior

Factores de ensuciamiento. Durante el normal funcionamiento, las superficies de transmisión de calor no permanecen limpias. A uno o ambos lados de los tubos se forman costras, se deposita suciedad y otros materiales sólidos que provocan

la aparición de resistencias adicionales al flujo de calor y reducen el coeficiente global. El efecto de tales depósitos se tiene en cuenta adicionando un término $1/dAh_d$ al término entre paréntesis de la Ecuación (11.27) para cada una de las capas depositadas. Así, suponiendo que se depositan costras a ambos lados, interior y exterior de los tubos, después de corregir los efectos de las costras la Ecuación (11.27) se transforma en

$$\Delta T = dq\left(\frac{1}{dA_i h_{di}} + \frac{1}{dA_i h_i} + \frac{x_w}{d\bar{A}_L k_m} + \frac{1}{dA_o h_o} + \frac{1}{dA_o h_{do}}\right) \tag{11.34}$$

donde h_{di} y h_{do} son los factores de ensuciamiento correspondientes a las costras depositadas en las superficies interior y exterior de los tubos, respectivamente. A partir de la Ecuación (11.34) se obtienen las siguientes ecuaciones para los coeficientes globales basados en las áreas interna y externa, respectivamente,

$$U_o = \frac{1}{(D_o/D_i h_{di}) + (D_o/D_i h_i) + (x_w/k_w)(D_o/\bar{D}_L) + (1/h_o) + (1/h_{do})} \tag{11.35}$$

$$U_i = \frac{1}{(1/h_{di}) + (1/h_i) + (x_w/k_m)(D_i/\bar{D}_L) + (D_i/D_o h_o) + (D_i/D_o h_{do})} \tag{11.36}$$

Los espesores reales de los depósitos se desprecian en las Ecuaciones (11.35) y (11.36).

Se recomiendan valores numéricos para factores de ensuciamiento correspondientes a «un funcionamiento satisfactorio durante la operación normal, con un razonable tiempo de servicio entre las limpiezas»[3]. Cubren un intervalo aproximado de 100 a 2000 Btu/pie²-h-°F. Los factores de ensuciamiento para los líquidos industriales ordinarios están comprendidos en el intervalo de 300 a 1000 Btu/pie²-h-°F. Normalmente los factores de ensuciamiento se toman como valores que proporcionan también un factor de seguridad para el diseño.

Ejemplo 11.1. Por el interior de una tubería de un cambiador de tubos concéntricos circula metanol, que se enfría con agua que circula por el encamisado. La tubería interior es de acero de 1 pulg (25 mm), Catálogo 40. La conductividad calorífica del acero es 26 Btu/pies-h-°F (45 W/m-°C). Los coeficientes individuales y los factores de ensuciamiento se dan en la Tabla 11.1. ¿Cuál es el coeficiente global basado en el área exterior de la tubería interior?

SOLUCIÓN

Los diámetros y los espesores de pared de una tubería de 1 pulg, Catálogo 40, de acuerdo con el Apéndice 6, son

$$D_i = \frac{1{,}049}{12} = 0{,}0874 \text{ pies} \qquad D_o = \frac{1{,}315}{12} = \text{OJO96 pies} \qquad x_w = \frac{0{,}133}{12} = 0{,}0111 \text{ pies}$$

Tabla 11.1. Datos para el Ejemplo 11.1

	Coeficiente	
	Btu/pie²-h-°F	**W/m²-°C**
Coeficiente del alcohol h_i	180	1020
Coeficiente del agua h_o	300	1700
Factor de ensuciamiento interior h_{di}	1000	5680
Factor de ensuciamiento exterior h_{do}	***500***	***2840***

El diámetro medio logarítmico $\bar{D}_L$ se calcula como en la Ecuación (10.15) utilizando el diámetro en vez del radio

$$\bar{D}_L = \frac{D_o - D_i}{\ln(D_o/D_i)} = \frac{\text{OJO96} - 0{,}0874}{\ln(0{,}1096/0{,}0874)} = 0{,}0983 \text{ pies}$$

El coeficiente global se obtiene a partir de la Ecuación (11.35)

$$U_o = \frac{1}{\dfrac{\text{OJO96}}{0{,}0874} \times 1000 + \dfrac{0{,}1096}{0{,}0874} \times 180 + \dfrac{0{,}0111}{26} \times \text{OJO96} + \dfrac{0{,}0983}{300} + \dfrac{1}{500}}$$

$$= 71{,}3 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F } (405 \text{ W/m}^2\text{-°C})$$

Casos especiales del coeficiente global. Aunque la elección del área a utilizar como base de un coeficiente global es arbitraria, a veces resulta más conveniente un área que otras. Supóngase, por ejemplo, que un coeficiente individual, h_i, es numéricamente grande en comparación con el otro, h_o, y que los efectos de ensuciamiento son despreciables. Además, suponiendo que el término representativo de la resistencia de la pared metálica es pequeño en comparación con $1/h_o$, las relaciones D_o/D_i y $D_o/\bar{D}_L$ tienen tan poca importancia que pueden despreciarse, y la Ecuación (11.30) puede sustituirse por la forma más sencilla

$$U_o = \frac{1}{1/h_o + x_w/k_m + 1/h_i} \tag{11.37}$$

En ese caso resulta ventajoso basar el coeficiente global en el área a la que corresponde la mayor resistencia, o el menor valor de h.

Para tubos de pared delgada y gran diámetro, láminas planas, o cualquier otro caso donde se comete un error despreciable utilizando un valor común para A, $\bar{A}_L$ y A_o, puede utilizarse la Ecuación (11.37) para el coeficiente global, y U_i y U_o son idénticos.

A veces un coeficiente, tal como h_o, es muy pequeño en comparación tanto con x_w/k como con el otro coeficiente h_i, de forma que el término $1/h_o$ es muy grande en comparación con los demás términos en la suma de resistencias. Cuando esto ocurre, la resistencia más grande recibe el nombre de ***resistencia controlante,*** y es suficientemente exacto igualar el coeficiente global al coeficiente individual más pequeño, o sea, en este caso, $h_o = U_o$.

Clasificación de coeficientes individuales de transmisión de calor. El problema de predecir la velocidad de flujo de calor desde un fluido a otro a través de una pared de separación se reduce a la predicción de los valores numéricos de los coeficientes individuales de los fluidos que intervienen en el proceso global. En la práctica se presenta una gran variedad de casos individuales y es preciso considerar separadamente cada tipo de fenómeno. En este libro se seguirá la siguiente clasificación:

1. Flujo de calor hacia o desde fluidos en el interior de tubos, sin cambio de fase.
2. Flujo de calor hacia o desde fluidos en el exterior de tubos, sin cambio de fase.
3. Flujo de calor desde vapores condensantes.
4. Flujo de calor a líquidos en ebullición.

Valores de los coeficientes de transmisión de calor. Los intervalos de los valores del coeficiente h varían mucho, dependiente del carácter del proceso[2]. En la Tabla ll.2 se presentan algunos intervalos típicos.

Tabla 11.2. Valores de coeficientes de transmisión de calor†

Tipo de procesos	Intervalo de valores de h	
	Btu/pie²-h-°F	W/m²-°C
Vapor de agua (condensación en gotas)	5000-20000	30000-100000
Vapor de agua (condensación en película)	1000-3000	6000-20000
Ebullición de agua	300-9000	1700-50000
Condensación de vapores orgánicos	200-400	1000-2000
Agua (calentamiento o enfriamiento)	50-3000	300-20000
Aceites (calentamiento o enfriamiento)	10-300	50-1500
Vapor de agua (sobrecalentamiento)	5-20	30-100
Aire (calentamiento o enfriamiento)	42-10	l-50

† Tomado, con autorización, de W. H. McAdams, *Heat Transmission*. 3.ª ed., pág. 5, 1954, McGraw-Hill Book Company.

Coeficientes efectivos para transmisión de calor en estado no estacionario

En algunos casos resulta conveniente tratar la transmisión de calor en régimen no estacionario utilizando un coeficiente efectivo en vez de ecuaciones exactas o representaciones gráficas como la de la Figura 10.6. Por ejemplo, la velocidad de transmisión de calor hacia partículas esféricas puede aproximarse utilizando un coeficiente interno igual a $5k/r_m$ y un área externa $4\pi r_m^2$. El balance de calor en estado no estacionario para una esfera adquiere la forma

$$\rho c_p\left(\tfrac{4}{3}\pi r_m^3\right)\frac{dT_b}{dt} = h_i A\ \mathrm{AT}$$

$$= \frac{5k}{r_m}(4\pi r_m^2)(T_s - \bar{T}_b) \qquad (11.38)$$

Reordenando la ecuación e integrando desde la temperatura inicial T_a,

$$\ln\left(\frac{T_s - T_a}{T_s - \bar{T}_b}\right) = \frac{15kt}{\rho c_p r_m^2} = \frac{15\alpha t}{r_m^2} \qquad (11.39)$$

La Ecuación (11.39) es razonablemente próxima a la solución exacta de la Ecuación (10.19) cuando $\alpha t/r_m^2$ es mayor que 0,1. La ventaja de utilizar un coeficiente efectivo para la transmisión interna de calor consiste en que el efecto de la resistencia interna se tiene fácilmente en cuenta utilizando un coeficiente global. Así, para una esfera que se calienta con aire a la temperatura T_h,

$$q = UA(T_h - \bar{T}_b) \qquad (11.40)$$

donde $A = 4\pi r_m^2$

$1/U = (1/h_o) + (r_m/5k)$

SIMBOLOS

- A Area, pie' o m^2; A_T, área total de la superficie de transmisión de calor; A_i, del interior del tubo; A_o, del exterior del tubo; $\bar{A}_L$, media logarítmica
- c_p Calor especifico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_{pc}, del fluido frio; c_{ph}, del fluido caliente
- D Diámetro, pies o m; D_i, diámetro interior del tubo; D_o, diámetro exterior del tubo; $\bar{D}_L$, media logarítmica
- H Entalpia, Btu/lb o J/g; H_a, a la entrada; H_b, a la salida; H_{ca}, H_{cb}, del fluido frío; H_{ha}, H_{hb}, del fluido caliente
- h Coeficiente individual, o de superficie, de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h_i, para el interior del tubo; h_o, para el exterior del tubo
- h_d Factor de ensuciamiento, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h_{di}, para el interior del tubo; h_{do}, para el exterior del tubo
- k Conductividad calorífica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C; k_m, de la pared metálica
- L Longitud, pies o m
- $\dot{m}$ Velocidad de flujo de materia, lb/h o kg/h; $\dot{m}_c$, del fluido frío; $\dot{m}_h$, del fluido caliente
- N_{Nu} Número de Nusselt, hD/k, adimensional
- Q Cantida de calor, Btu o J
- 4 Velocidad de flujo de calor, Btu/h o W, q_T, total en un cambiador; q_c, hacia al fluido frío; q_h, hacia el fluido caliente
- r_m Radio de la partícula esférica, pies o m
- T Temperatura, °F o °C; T_a, a la entrada, o valor inicial; T_b, a la salida; T_c, del fluido frío; T_{ca}, para el fluido frío a la entrada; T_{cb}, para el fluido frío a la salida; T_s, de la superficie; T_h, del fluido caliente; T_{ha}, para el fluido caliente a la entrada; T_{hb}, del

fluido caliente a la salida; T_{h1}, T_{h2}, en los extremos de la sección de la unidad de transferencia; T_w, de la pared del tubo; T_{wc}, del lado del fluido frío; T_{wh}, del lado del fluido caliente; T_b, temperatura media global de la esfera sólida

t Tiempo en horas

U Coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie²-h-°F o W/m²-°C; U_i, basado en el área de la superficie interior; U_o, basado en área de la superficie exterior; U_1, U_2, en los extremos del cambiador

x Espesor de película, pies o m; Ecuaciones (11.21) a (11.23)

x_w Espesor de la pared del tubo, pies o m

Letras griegas

α Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, pie²/h o m²/s

AT Diferencia global de temperatura, $T_h - T_c$, °F o "C; ΔT_i, entre la pared del tubo y el fluido del interior del tubo; AT,,, entre la pared del tubo y el fluido del exterior del tubo; $AT_{,,,}$, a través de la pared del tubo; $AT_{,}$ $AT_{,}$ en los extremos del cambiador; ΔT_L, media logarítmica

λ Calor latente de vaporización, Btu/lb o J/g

ρ Densidad de la partícula esférica, lb/pie³ o kg/m³

PROBLEMAS

11.1. Calcúlense los coeficientes globales de transmisión de calor basados en las áreas interior y exterior para los siguientes casos. Todos los coeficientes están dados en unidades inglesas.

Caso 1. Agua a 50 °F que circula en un tubo de un condensador de 3/4 pulg 16 BWG con una velocidad de 15 pies/s y vapor de agua saturado a 220 °F condensando en el exterior. h_i = 2150, h_o = 2500, k_m = ***69.***

Caso 2. Benceno que condensa a la presión atmosférica sobre el exterior de una tubería de acero de 25 mm y aire a 15 °C que circula por el interior a 6 m/s. El espesor de la pared de la tubería es de 3,5 mm. h_i = 20 W/m²-°C. h_o = 1200 W/m²-°C, k_m = = **45** W/m-°C.

Caso 3. Condensación en gotas de vapor de agua saturado a la presión manométrica de 50 $lb_f/pulg^2$ sobre una tubería de acero de 1 pulg, Catálogo 40, por la que circula petróleo con una velocidad de 3 pies/s. h_o = 14 000, h_i = 130, k_m = ***26.***

11.2. Calcúlense las temperaturas de las superficies interior y exterior de la tubería metálica de los casos 1 y 2 del Problema 11.1.

11.3. Se ha de enfriar anilina desde 200 hasta 150 °F en un cambiador de calor de tubos concéntricos cuya superficie total exterior es de 70 pie*. Para el enfriamiento se dispone de una corriente de tolueno de 8600 lb/h a la temperatura de 100 "F. El cambiador consta de una tubería de $1\frac{1}{4}$ pulg y otra de 2 pulg, ambas del Catálogo 40. La velocidad de flujo de la anilina es de 10 000 lb/h. *(a)* Si el flujo es en contracorriente, ¿cuáles son la temperatura del tolueno a la salida, la DTML y el coeficiente global de transmisión de calor? ¿Cuáles serían sus valores para el flujo en contracorriente?

11.4. Para el cambiador descrito en el Problema 11.3, ¿cuánta anilina se puede enfriar si el coeficiente global de transmisión de calor es de 70 Btu/pie²-h-°F?

11.5. Un caudal de 700 lb/min de tetracloruro de carbono ha de enfriarse desde 85 hasta 40 °C utilizando 500 lb/min de agua de refrigeración a 20 "C. El coeficiente de película

para el tetracloruro de carbono, por fuera de los tubos, es 300 Btu/pie²-h-°F. La resistencia de la pared es despreciable, pero h_i para el lado del agua, incluyendo los factores de ensuciamiento es 2000 Btu/pie²-h-°F. (a) ¿Qué superficie se necesita para un cambiador en contracorriente? (b) ¿En qué porcentaje debería de aumentarse la superficie si se utilizase flujo en corrientes paralelas para conseguir un enfriamiento inicial más rápido del tetracloruro de carbono?

11.6. Dibújense los perfiles de temperatura en un condensador de metanol donde el alcohol entra como vapor saturado a 65 °C y sale como un líquido subenfriado a 35 °C. El agua de refrigeración entra a 20 °C y sale a 30 °C. (*a*) Explique por qué no se puede calcular el área del condensador que se requiere utilizando la $\overline{\Delta T}_L$. (b) ¿Cómo podría calcularse el área si se conociesen los coeficientes para el metanol condensante y el agua de refrigeración?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. COLBURN, A. P.: *Ind. Eng. Chem.*, **25**:873 (1933).
2. MCADAMS, W. H.: «Heat Transmission», 3.ª ed., p. 5, McGraw-Hill, New York, 1954.
3. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 4.ª ed., p. 10-20, McGraw-Hill, New York, 1963.

CAPITULO

DOCE

TRANSMISION DE CALOR EN FLUIDOS SIN CAMBIO DE FASE

Existen numerosas e importantes aplicaciones de intercambio de calor en las que el calor se transmite entre fluidos sin que éstos cambien de fase. Tal ocurre por ejemplo, en el intercambio de calor entre una corriente de petróleo caliente y un fluido de refrigeración, en la transmisión de calor desde una corriente de gas caliente hacia el agua de enfriamiento, y en el enfriamiento de un líquido caliente por la atmósfera ambiente. En todos estos casos las dos corrientes están separadas por una pared metálica que constituye la superficie de transmisión de calor. La superficie puede estar formada por tubos u otros conductos de sección transversal constante, por láminas planas, o formas especialmente diseñadas para conseguir una superficie máxima de transmisión de calor con un pequeño volumen.

En la mayor parte de los casos, la transmisión de calor fluido-fluido se realiza en equipos que operan en estado estacionario. Sin embargo, también se utilizan especialmente en la transmisión de calor a elevadas temperaturas, regeneradores térmicos, que consisten en un lecho de partículas sólidas que se calientan alternativamente por un fluido, elevando la temperatura del lecho, el cual se utiliza posteriormente para calentar un fluido, más frío. Estos procesos cíclicos de estado no estacionario no se consideran en este libro.

Regimenes de transmisión de calor en fluidos. Un fluido que se calienta o se enfría puede circular con flujo laminar, flujo turbulento, o en el intervalo de transición comprendido entre el flujo laminar y el turbulento. Por otra parte, el fluido puede moverse por convección natural o forzada. En algunos casos puede encontrarse en la misma corriente más de un tipo de flujo. Así por ejemplo, en el flujo laminar a bajas velocidades a través de tubos de gran diámetro puede existir convección natural superpuesta sobre flujo laminar forzado.

La dirección de flujo del fluido puede ser paralela a la superficie de calentamiento, en cuyo caso no se produce separación de la capa límite, perpendicular, o bien formar un cierto ángulo de forma que dicha separación tenga lugar.

A las velocidades ordinarias, el calor que se genera debido a la fricción del fluido es despreciable en comparación con el que se transmite entre los fluidos.

Sin embargo, a velocidades elevadas tales como las correspondientes a números de Mach superiores a algunas décimas, el calor generado por fricción es considerable y no se puede ignorar. A velocidades muy elevadas el calentamiento debido a la fricción puede adquirir una importancia controlante.

Teniendo en cuenta que las condiciones de flujo a la entrada de un tubo son distintas de las que existen aguas abajo, el campo de velocidad y el campo de temperatura relacionado con él, pueden depender de la distancia desde la entrada del tubo. En algunos casos, el flujo circula sin calentarse ni enfriarse a través de una longitud preliminar de tubería de forma que se establece el perfil de velocidad totalmente desarrollado antes de que se transmita calor al fluido y el campo de temperatura se crea en el interior de un campo de velocidad ya existente.

Finalmente, las propiedades del fluido -viscosidad, conductividad calorífica, calor específico y densidad- son parámetros importantes en la transmisión de calor. Todos ellos, y especialmente la viscosidad, varían con la temperatura. Puesto que en una corriente que sufre transmisión de calor hay un campo de temperatura, en el que esta magnitud varía de un punto a otro, se presenta el problema de elegir la temperatura a la cual deben de evaluarse las propiedades del fluido. Para pequeñas diferencias de temperatura entre el fluido y la pared, y para fluidos cuya viscosidad no varíe mucho con la temperatura, el problema no es muy acusado. Pero en el caso de fluidos muy viscosos, como en el caso de aceites pesados de petróleo, o cuando la diferencia de temperatura entre la pared del tubo y el fluido es grande, existen grandes variaciones de las propiedades del fluido en el interior de la corriente y resulta más difícil calcular la velocidad de transmisión de calor.

Debido a los diferentes efectos anteriormente apuntados, el tema de la transmisión de calor en fluidos sin cambio de fase es complejo, y en la práctica se trata como una serie de casos especiales en vez de seguir una teoría general. Sin embargo, todos los casos considerados en este capítulo presentan siempre un fenómeno común: la formación en todos ellos de una capa límite térmica, que es análoga a la capa límite hidrodinámica de Prandtl descrita en el Capítulo 3. Esto ejerce una gran influencia sobre el gradiente de temperatura y también controla la velocidad de flujo de calor.

Capa límite térmica. Considérese una placa o lámina plana sumergida en una corriente de fluido que circula en flujo estacionario y orientado paralelamente a la lámina, tal como se muestra en la Figura 12.1*a*. Supóngase que la corriente que se acerca a la lámina lo hace con una velocidad u_0 y una temperatura T_∞, y que la superficie de la lámina se mantiene a una temperatura constante T_w. Supóngase que T_w es mayor que T_∞, de forma que la lámina calienta al fluido. Tal como se ha visto en el Capítulo 3, se desarrolla una capa límite, dentro de la cual la velocidad varía desde $u = 0$ en la pared hasta $u = u_0$ en el borde exterior de la capa. Esta capa límite, llamada ***capa límite jluidodinámica,*** se representa en la Figura 12.1*a* mediante la línea ***OB.*** En la figura se observa que las líneas OA y ***OB*** indican que la capa límite térmica es más delgada que la capa fluidodinámica para todos los valores de x, siendo x la distancia desde el borde de ataque de la lámina.

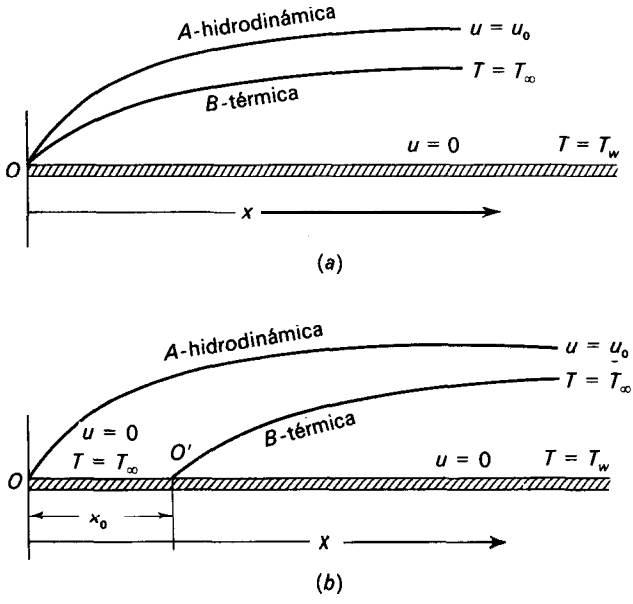


Figura 12.1. Capas límite térmica e hidrodinámica sobre una lámina plana: (a) toda la placa está caliente; (6) longitud no calentada = x_0.

La relación entre el espesor de las dos capas límite para un punto dado a lo largo de la lámina depende del número adimensional de Prandtl, definido como $c_p\mu/k$, que aparece en el análisis dimensional de transmisión de calor del Apéndice 4. Cuando el número de Prandtl es superior a la unidad, lo que ocurre para la mayoría de los líquidos, la capa térmica es más delgada que la capa hidrodinámica, tal como muestra la Figura 12.1*a*. El número de Prandtl para un gas es generalmente cercano a 1,0 (0,69 para aire, 1,06 para vapor de agua) y las dos capas son aproximadamente del mismo espesor. Solamente en la transmisión de calor en metales líquidos, que tienen números de Prandtl muy bajos, la capa térmica es mucho más gruesa que la capa hidrodinámica.

La mayoría de los líquidos tienen números de Prandtl mayores que los de los gases debido a que su viscosidad es dos o más órdenes de magnitud superior a la de éstos, y ello compensa con creces la mayor conductividad calorífica de los líquidos. En un fluido de viscosidad elevada la capa límite fluidodinámica se extiende más allá de la superficie de la lámina, lo cual puede comprenderse intuitivamente. Imaginemos una lámina plana moviéndose a través de un líquido muy viscoso tal como glicerina: el fluido se pondrá en movimiento a bastante distancia de la lámina, lo que pone de manifiesto la existencia de una gruesa capa límite.

El espesor de la capa límite térmica aumenta con la conductividad térmica, puesto que una conductividad elevada da lugar a una mayor densidad de flujo de calor y a gradientes de temperatura más amplios en el fluido. La muy elevada

conductividad de los metales líquidos hace que los gradientes de temperatura se extiendan más allá de la capa límite fluidodinámica.

En la Figura 12.1*a* se ha supuesto que toda la lámina está caliente y que ambas capas límite comienzan en el borde de ataque de la lámina. Si la primera sección de la lámina no está caliente y la superficie de transmisión de calor comienza a una distancia definida x_0 del borde de ataque, tal como muestra la línea *O'B* de la Figura 12.1*b*, existe ya una capa límite fluidodinámica en x_0, donde comienza a formarse la capa límite térmica.

Para mayor claridad, en la Figura 12.1 se ha exagerado el espesor de las capas límite. Los espesores reales son generalmente un pequeño porcentaje de la distancia medida desde el borde de ataque de la lámina.

Para el flujo en un tubo, se ha visto (Cap. 3) que la capa límite fluidodinámica aumenta de espesor a medida que progresa la distancia desde la entrada del tubo, para finalmente alcanzar el centro del tubo. El perfil de velocidad así desarrollado, que recibe el nombre de *flujo totalmente desarrollado,* establece una distribución de velocidad que ya no varía a lo largo de la longitud del tubo. La capa límite térmica en un tubo calentado o enfriado alcanza también el centro del tubo para una longitud definida desde la entrada de la longitud caliente del tubo, y el perfil de temperatura está totalmente desarrollado en este punto. Sin embargo, contrariamente a lo que ocurre con el perfil de velocidad, el perfil de temperatura se aplana a medida que aumenta la longitud del tubo. En tuberías muy largas toda la corriente de fluido alcanza la temperatura de la pared de la tubería, desaparece el gradiente de temperatura y cesa la transmisión de calor.

TRANSMISION DE CALOR POR CONVECCION FORZADA EN FLUJO LAMINAR

En el flujo laminar sólo hay transmisión de calor por conducción, puesto que no hay remolinos que lleven calor por convección a través de una superficie isotérmica. El problema se puede abordar mediante el análisis matemático basado en las ecuaciones diferenciales entre derivadas parciales correspondientes a continuidad, cantidad de movimiento y energía. Este tratamiento, que se puede encontrar en los tratados de transmisión de calor[6a], se sale fuera del alcance de este libro. Las soluciones matemáticas dependen de las condiciones límite que se establecen para lijar las condiciones de flujo del fluido y de transmisión de calor. El fluido puede acercarse a la supeficie de calentamiento con una capa límite hidrodinámica total o parcialmente desarrollada. 0 también puede acercarse a la superficie de calentamiento con velocidad uniforme y comenzar a formarse las dos capas al mismo tiempo. Un caso sencillo de flujo, en el que se supone que la velocidad es constante para cualquier sección transversal y cualquier longitud del tubo, recibe el nombre de *flujo en pistón* o *en émbolo.* Independientemente de las condiciones de flujo, (1) la superficie de calentamiento puede ser isotérmica, (2) puede haber una densidad de flujo de calor igual en todos los puntos de la superficie y la temperatura media del fluido variar linealmente con la longitud de tubo, o (3) la temperatura axial de la corriente de fluido puede variar linealmente. Como es

natural, son posibles otras combinaciones de las condiciones límite[6a]. La ecuación diferencial básica para los distintos casos especiales es la misma, pero en cambio, las relaciones integradas finales son diferentes.

La mayor parte de las deducciones matemáticas más sencillas se basan en las suposiciones de que las propiedades del fluido son constantes e independientes de la temperatura, y de que el flujo es realmente laminar sin que existan corrientes cruzadas o remolinos. Estas suposiciones son válidas cuando los gradientes y las variaciones de temperatura son pequeñas, pero para grandes variaciones de temperatura, el modelo sencillo no concuerda con la realidad física por dos razones. En primer lugar, las variaciones de viscosidad a través del tubo distorsionan el habitual perfil parabólico de distribución de velocidad del flujo laminar. Así, si el fluido es un líquido que se calienta, la capa próxima a la pared tiene una viscosidad menor que las capas cercanas al centro y el gradiente de velocidad en la pared aumenta, generándose un flujo cruzado de líquido hacia la pared. Si el líquido se enfría se produce el fenómeno inverso. En segundo lugar, puesto que el campo de temperaturas genera gradientes de velocidad, se establece convección natural que a su vez distorsiona las líneas de flujo de fluido. El efecto de la convección natural puede ser pequeño o grande, dependiendo de numerosos factores que se tratarán en la sección de convección natural.

En esta sección se consideran tres tipos de transmisión de calor en flujo laminar: (1) transmisión de calor hacia un fluido que circula sobre una lámina plana, (2) transmisión de calor en tubos con flujo en pistón, y (3) transmisión de calor hacia una corriente de fluido con perfil de velocidad totalmente desarrollado a la entrada del tubo. En todos los casos la longitud de la lámina o del tubo caliente se supone que es constante y se ignora el efecto de la convección natural.

Transmisión de calor con flujo laminar hacia una lámina plana. Consideremos el flujo de calor desde la lámina plana que se representa en la Figura 12.1*b*, y que tiene lugar en las siguientes condiciones:

Velocidad del fluido que se acerca a la lámina, así como más allá de la capa límite OA: u_0.

Temperatura del fluido que se acerca a la lámina, así como más allá de la capa límite térmica $O'B$: T_∞.

Temperatura de la lámina: Desde x = 0 hasta x = x_0, $T = T_\infty$. Para x > x_0, $T = T_w$, siendo $T_w > T_\infty$.

Se supone que las siguientes propiedades del fluido, densidad ρ, conductividad k, calor específico c_p, y viscosidad μ, son constantes e independientes de la temperatura.

Mediante un análisis detallado de esta situación se llega a la ecuación'

$$\left(\frac{dT}{dy}\right)_w = \frac{0{,}332(T_w - T_\infty)}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}} \sqrt[3]{\frac{c_p\mu}{k}} \sqrt{\frac{u_0\rho}{\mu x}} \qquad (12.1)$$

siendo $(dT/dy)_w$ el gradiente de temperatura en la pared. De acuerdo con la Ecuación (11.19), la relación entre el coeficiente individual de transmisión de

calor, h_x, a una distancia x del borde de ataque, y el gradiente en la pared, viene dada por

$$h_x = \frac{k}{T_w - T_\infty}\left(\frac{dT}{dy}\right)_w \tag{12.2}$$

Eliminando $(dT/dy)_w$ se obtiene

$$h_x = \frac{0{,}332k}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}}\sqrt[3]{\frac{c_p\mu}{k}}\sqrt{\frac{u_0\rho}{\mu x}}$$

Esta ecuación se puede poner en forma adimensional multiplicándola por x/k

$$\frac{h_x x}{k} = \frac{0{,}332}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}}\sqrt[3]{\frac{c_p\mu}{k}}\quad\sqrt{\frac{u_0 x\rho}{\mu}} \tag{12.3}$$

El primer miembro de esta ecuación es, de acuerdo con la Ecuación (11.20), un número de Nusselt correspondiente a la distancia x, o sea $N_{Nu,\,x}$. El segundo grupo es el número de Prandtl, N_{Pr}, y el tercero es un número de Reynolds correspondiente a la distancia x y se representa por $N_{Re,\,x}$. La Ecuación (12.3) se puede escribir en esta forma

$$N_{Nu,\,x} = \frac{0{,}332}{\sqrt[3]{1 - (x_0/x)^{3/4}}}\sqrt[3]{N_{Pr}}\sqrt{N_{Re,\,x}} \tag{12.4}$$

El número de Nusselt local puede interpretarse como la relación entre la distancia x y el espesor de la capa límite térmica, puesto que la conducción a través de una capa de espesor y daría un coeficiente k/y. Por tanto,

$$N_{Nu,\,x} = \frac{h_x x}{k} = \frac{k}{y}\frac{x}{k} = \frac{x}{y} \tag{12.5}$$

Cuando la lámina se calienta en toda su longitud, como se representa en la Figura 12.1*a*, $x_0 = 0$, y la Ecuación (12.4) se transforma en

$$N_{Nu,\,x} = 0{,}332\sqrt[3]{N_{Pr}}\sqrt{N_{Re,\,x}} \tag{12.6}$$

La Ecuación (12.6) expresa el valor local del número de Nusselt para la distancia x desde el borde de ataque. En la práctica es más importante el valor medio de N_{Nu} para toda la longitud de la lámina que se calienta, x_1, y que se define por

$$N_{Nu} = \frac{hx_1}{k} \tag{12.7}$$

siendo $$h = \frac{1}{x_1}\int_0^{x_1} h_x \, dx$$

La Ecuación (12.3), para una lámina que se calienta en toda su longitud, se puede escribir así

$$h_x = \frac{C}{\sqrt{x}}$$

siendo C una constante que contiene todos los factores diferentes de h_x y x. Por consiguiente,

$$h = \frac{C}{x_1}\int_0^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{2C}{x_1}\sqrt{x_1} = \frac{2C}{\sqrt{x_1}} = 2h_{x_1} \qquad (12.8)$$

Resulta pues que el coeficiente medio es igual al doble del coeficiente individual en el extremo de la lámina, y la Ecuación (12.6) se transforma en

$$N_{Nu} = 0{,}664\sqrt[3]{N_{Pr}}\sqrt{N_{Re,\,x_1}} \qquad (12.9)$$

Estas ecuaciones son válidas solamente para números de Prandtl de 1,0 o superiores, puesto que en la deducción se supone una capa límite térmica de espesor no superior a la capa hidrodinámica. Sin embargo, pueden utilizarse con poco error, para gases con $N_{Pr} \approx 0{,}7$. Las ecuaciones están también restringidas para los casos en los que el número de Nusselt es considerablemente grande, tal como 10 o superior, debido a que la conducción axial, que se ha despreciado en la deducción, tendrá un efecto significativo para capas límite gruesas.

Transmisión de calor en tubos con flujo laminar. La situación más sencilla de transmisión de calor en tubos con flujo laminar está definida por las condiciones que se indican a continuación. La velocidad del fluido a través del tubo y en todos los puntos de una sección transversal cualquiera de la corriente es constante, de forma que $u = u_0 = \bar{V}$; la temperatura de la pared es constante, y las propiedades del fluido son independientes de la temperatura. Matemáticamente este modelo es idéntico al de flujo de calor por conducción en una varilla sólida con temperatura de la superficie constante, utilizando como tiempo de calentamiento el período de paso de una sección transversal de la corriente de fluido con una velocidad $\bar{V}$ a través de una longitud de tubo L. Este período de tiempo es $t_T = L/\bar{V}$. Puede, por tanto, utilizarse la Ecuación (10.18) para flujo de tapón de un fluido sustituyendo $L/\bar{V}$ por t_T en el número de Fourier, que se transforma así en

$$N_{Fo} = \frac{\alpha t_T}{r_m^2} = \frac{4kt_T}{c_p\rho D^2} = \frac{4kL}{c_p\rho D^2\bar{V}} \qquad (12.10)$$

Números de Graetz y **Peclet.** En el tratamiento de transmisión de calor en fluidos se utilizan habitualmente dos grupos adimensionales en vez del número de Fourier. El ***número de Graetz*** está definido por la ecuación

$$N_{Gz} \equiv \frac{\dot{m}c_p}{kL} \tag{12.11}$$

donde $\dot{m}$ es la velocidad de flujo de masa. Puesto que $\dot{m} = (\pi/4)\rho\bar{V}D^2$,

$$N_{Gz} = \frac{\pi}{4}\frac{\rho\bar{V}c_pD^2}{kL} \tag{12.12}$$

El ***número de Peclet*** N_{Pe} se define como el producto del número de Reynolds por el número de Prandtl,

$$N_{Pe} \equiv N_{Re}N_{Pr} = \frac{D\bar{V}\rho}{\mu}\frac{c_p\mu}{k} = \frac{\rho\bar{V}c_pD}{k} = \frac{D\bar{V}}{\alpha} \tag{12.13}$$

La elección entre estos grupos es arbitraria y están relacionados por las ecuaciones

$$N_{Gz} = \frac{\pi D}{4L}N_{Pe} = \frac{\pi}{N_{Fo}} \tag{12.14}$$

En el tratamiento que sigue se utiliza el número de Graetz.

Flujo de tapón. Para flujo de tapón la Ecuación (10.18) se transforma en

$$\frac{T_w - \bar{T}_b}{T_w - T_a} = 0{,}692e^{-5{,}78\pi/N_{Gz}} + 0{,}131e^{-30{,}5\pi/N_{Gz}} + 0{,}0534e^{-74{,}9\pi/N_{Gz}} + \cdots \tag{12.15}$$

Por otra parte, T_a y $\bar{T}_b$ son ahora las temperaturas medias del fluido a la entrada y la salida, respectivamente.

El flujo de tapón no es un modelo realista para fluidos newtonianos, pero es aplicable a líquidos altamente pseudoplásticos ($n' \approx 0$) o a líquidos plásticos que tienen un elevado esfuerzo cortante τ_0.

Flujo totalmente desarrollado. Para un fluido newtoniano con flujo totalmente desarrollado, la distribución real de velocidad a la entrada de la sección calentada y la distribución teórica en el tubo, son ambas parabólicas. Las adecuadas situaciones límite para esta situación conducen al desarrollo de otra ecuación teórica, de la misma forma que la Ecuación (12.15), que es [7d]

$$\frac{T_w - \bar{T}_b}{T_w - T_a} = 0{,}81904e^{-3{,}657\pi/N_{Gz}} + 0{,}09760e^{-22{,}31\pi/N_{Gz}} + 0{,}01896e^{-53\pi/N_{Gz}} \tag{12.16}$$

Debido a las distorsiones del campo de flujo a causa de los efectos de la temperatura sobre la densidad y la viscosidad, la Ecuación (12.16) no da resultados exactos. Las velocidades de transmisión de calor son generalmente mayores que las predichas por la Ecuación (12.16), y se han desarrollado correlaciones empíricas con fines de diseño. Estas correlaciones están basadas en el número de Graetz, pero dan el coeficiente de película o el número de Nusselt en vez de la variación de temperatura, ya que esto permite combinar la resistencia del fluido con otras resistencias para determinar un coeficiente global de transmisión de calor.

El número de Nusselt para la transmisión de calor hacia un fluido que circula por el interior de una tubería es igual al coeficiente de película multiplicado por D/k:

$$N_{Nu} \equiv \frac{h_i D}{k} \tag{12.17}$$

El coeficiente de película h_i es el valor medio para la longitud de la tubería, y se calcula en la forma que se indica a continuación para el caso de temperatura constante de la pared:

$$h_i = \frac{\dot{m}c_p(\bar{T}_b - T_a)}{\pi DL\,\overline{\Delta T}_L} \tag{12.18}$$

Puesto que

$$\overline{\Delta T}_L = \frac{(T_w - T_a) - (T_w - \bar{T}_b)}{\ln\left(\dfrac{T_w - T_a}{T_w - \bar{T}_b}\right)} \tag{12.19}$$

$$h_i = \frac{\dot{m}c_p}{\pi DL} \ln\left(\frac{T_w - T_a}{T_w - \bar{T}_b}\right) \tag{12.20}$$

y

$$N_{Nu} = \frac{mc_p}{\pi kL} \ln\left(\frac{T_w - T_a}{T_w - \bar{T}_b}\right) \tag{12.21}$$

o bien

$$N_{Nu} = \frac{N_{Gz}}{\pi} \ln\left(\frac{T_w - T_a}{T_w - \bar{T}_b}\right) \tag{12.22}$$

Utilizando las Ecuaciones (12.22) y (12.16) se pueden obtener valores teóricos del número de Reynolds, y estos valores se presentan en la Figura 12.2. Para bajos números de Graetz sólo es significativo el primer término de la Ecuación (12.16), y el número de Nusselt se acerca al valor límite de 3,66. Resulta difícil realizar medidas exactas del coeficiente de transmisión de calor a bajos números de Graetz debido a que la diferencia final de temperatura es muy pequeña. Por ejemplo, para No, = 1,0, la relación entre las fuerzas impulsoras a la salida y a la entrada es solamente de $8{,}3 \times 10^{-6}$.

Para números de Graetz superiores a 20 el número de Nusselt teórico crece aproximadamente con la potencia un tercio de N_{Gz}. Los datos para aire y para líquidos de viscosidad moderada siguen una tendencia semejante, pero los coeficientes son un 15 por 100 superiores a los predichos por la teoría. Una ecuación empírica para números de Graetz moderados (mayores que 20) es

$$N_{Nu} \approx 2{,}0 N_{Gz}^{1/3} \tag{12.23}$$

El aumento del coeficiente de película al aumentar el número de Graetz o disminuir la longitud, es una consecuencia de la variación de la forma del perfil de temperatura. Para longitudes cortas la capa límite térmica es muy delgada y los bruscos gradientes de temperatura dan lugar a un elevado coeficiente individual. Al aumentar la distancia desde la entrada, la capa límite se hace más gruesa y eventualmente alcanza el centro de la tubería, dando un perfil de temperatura prácticamente parabólico. El coeficiente individual es aproximadamente constante a partir de este punto, pero el coeficiente medio continúa decreciendo al aumentar la longitud hasta que el efecto del elevado coeficiente inicial resulta

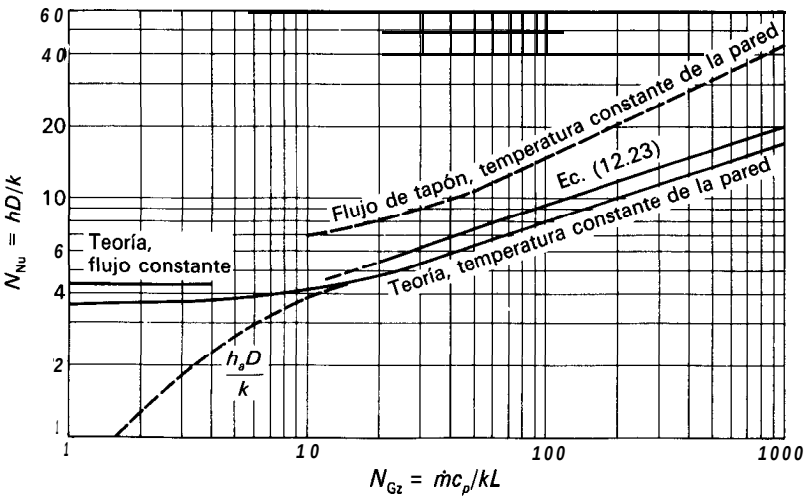


Figura 12.2. Transmisión de calor para flujo laminar en tubos con un perfil parabólico de velocidad. (No incluye los efectos de convección natural ni de los gradientes de velocidad.)

despreciable. En la práctica generalmente no se calcula la variación del coeficiente individual con la longitud, sino que para obtener el coeficiente global se emplea el coeficiente para la longitud media.

Corrección para calentamiento y enfriamiento. Para el caso de líquidos muy viscosos, con grandes caídas de temperatura, es preciso modificar la Ecuación (12.23) para tener en cuenta las diferencias entre calentamiento y enfriamiento. Cuando un líquido se calienta, la menor viscosidad cerca de la pared hace que el perfil de velocidad sea más parecido al de flujo en pistón, con un gradiente muy brusco cerca de la pared y muy suave cerca del centro. Esto da lugar a una mayor velocidad de transmisión de calor, tal como puede deducirse comparando los acercamientos de temperatura calculados a partir de las Ecuaciones (12.15) y (12.16). Cuando se enfría un líquido viscoso, el gradiente de velocidad en la pared está disminuido, dando lugar a una menor velocidad de transmisión de calor. Mediante un factor de corrección adimensional ϕ_v se tiene en cuenta la diferencia entre calentamiento y enfriamiento:

$$\phi_v \equiv \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} \tag{12.24}$$

Este factor se añade a la Ecuación (12.23) para obtener la ecuación final para la transmisión de calor con flujo laminar:

$$N_{Nu} = 2\left(\frac{\dot{m}c_p}{kL}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} = 2N_{Gz}^{1/3}\phi_v \tag{12.25}$$

En las Ecuaciones (12.24) y (12.25) μ es la viscosidad a la temperatura media del fluido, $(T_a + \bar{T}_b)/2$, y μ_w es la viscosidad a la temperatura de la pared T_w. Para líquidos $\mu_w < \mu$ y $\phi > 1,0$ cuando el líquido se calienta, mientras que $\mu_w > \mu$ y $\phi_v < 1,0$ cuando el líquido se enfría. La viscosidad de un gas aumenta con la temperatura, de forma que las anteriores desigualdades se invierten para el caso de gases. Sin embargo, la variación de la viscosidad de un gas con la temperatura es relativamente pequeña y el término ϕ_v generalmente se omite en el caso de gases. La variación de la densidad de un gas con la temperatura es más importante, aspecto que se considerará al tratar la convección natural.

Los coeficientes que aparecen en las Ecuaciones (12.17) y (12.25) están basados en una fuerza impulsora media logarítmica ΔT_L. Algunos investigadores han presentado correlaciones para un coeficiente h_a basado sobre la fuerza impulsora media aritmética, AT,. Cuando el número de Graetz es 10 o superior, la relación entre las fuerzas impulsoras a la entrada y la salida es inferior a 2,0 y existe poca diferencia entre ΔT_L y AT, o entre h y h,. Sin embargo, para bajos números de Graetz el acercamiento de temperatura se hace muy pequeño y, tal como muestra la Figura 12.2, el coeficiente h_a es inversamente proporcional al número de Graetz. No hay una ventaja aparente en utilizar h_a, de forma que con fines de diseño se recomienda h.

Las ecuaciones y los resultados experimentales considerados hasta aquí son para temperatura constante de la pared y deberán aplicarse para el calentamiento de un fluido con un vapor condensante. Si se utiliza un cambiador con flujo en contracorriente, la temperatura de la pared variará a lo largo de la longitud del cambiador, lo cual afectará al coeficiente de película para flujo laminar. Si las dos corrientes tienen aproximadamente las mismas velocidades de flujo y capacidades caloríficas, tanto la fuerza impulsora de temperatura como la densidad de flujo de calor serán aproximadamente constantes. La ecuación teórica para densidad de flujo de calor constante y flujo parabólico conduce a un valor límite del número de Nusselt de 4,37, en vez de 3,66 para T_w constante. Para elevados números de Graetz el coeficiente predicho para densidad de flujo constante es también mayor que para temperatura constante de la pared, pero no se dispone de suficientes datos experimentales para desarrollar una ecuación separada para este caso de densidad de flujo constante.

Transmisión de calor en líquidos no newtonianos con flujo laminar. Para la transmisión de calor hacia y desde líquidos que siguen la ley de la potencia [Ec. (3.7)], la Ecuación (12.25) se modifica así[9]

$$\frac{h_i D}{k} = 2\delta^{1/3}\left(\frac{\dot{m}c_p}{kL}\right)^{1/3}\left(\frac{m}{m_w}\right)^{0.14} \tag{12.26}$$

donde $\delta = (3n' + 1)/4n'$
m = $K'8^{n'-1}$, para la temperatura media aritmética
m_w = valor de m a T_w
K' = índice de consistencia del flujo
n' = índice de comportamiento del flujo

Para fluidos con esfuerzo cortante decreciente (n' < 1) el comportamiento no newtoniano da lugar a que el perfil de velocidad sea más parecido al de flujo en pistón y aumenta el coeficiente de transmisión de calor. Cuando n' es 1,0, el coeficiente para números de Graetz elevados es del orden de 1,5 veces el correspondiente al flujo parabólico (n' = l,O). El límite n' = 0 corresponde a verdadero flujo de tapón y los coeficientes pueden ser el doble que para flujo parabólico. La Figura 12.2 muestra el número de Nusselt para flujo en pistón mediante una línea de trazos, cuya pendiente tiende a 0,5 para altos números de Graetz.

TRANSMISION DE CALOR POR CONVECCION FORZADA EN FLUJO TURBULENTO

Uno de los casos más importantes de transmisión de calor es el flujo de calor hacia o desde una corriente de fluido que circula con flujo turbulento por una conducción cerrada, especialmente tubos. La turbulencia se presenta para números de Reynolds superiores a aproximadamente 2100 y, como la velocidad de

transmisión de calor es mayor para flujo turbulento que para flujo laminar, la mayoría de los aparatos operan en el intervalo turbulento.

Los primeros estudios sobre este caso estaban basados en correlaciones empíricas de datos, tomando como guía el análisis dimensional. Las ecuaciones así obtenidas todavía se utilizan mucho en el diseño. Con posterioridad se ha estudiado teóricamente el problema, obteniéndose un conocimiento más profundo del mecanismo de la transmisión de calor con flujo turbulento, a la vez que se han mejorado las ecuaciones aplicables a intervalos de condiciones más amplios. En esta sección se considera primeramente el método empírico-dimensional y después se analizan brevemente los resultados más teóricos.

Método del análisis dimensional. En el Apéndice 4, un análisis dimensional del flujo de calor hacia un flujo que circula con flujo turbulento a través de una larga tubería recta, conduce a dos relaciones adimensionales equivalentes correspondientes a las Ecuaciones (A.19) y (A.20). Las ecuaciones pueden interpretarse como expresiones de la densidad de flujo local de calor q/A, suficientemente lejos de la entrada del tubo para que las capas térmica e hidrodinámica límite hayan alcanzado el centro de la tubería y se hayan establecido totalmente los gradientes de velocidad y temperatura. Más allá de esta distancia a partir de la entrada q/A AT es independiente de la longitud del tubo. Introduciendo la definición del coeficiente de transmisión de calor h de la Ecuación (ll. 17), las Ecuaciones (A. 19) y (A.20) se transforman, respectivamente, en

$$\frac{hD}{k} = \Phi\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) = \Phi\left(\frac{DG}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) \tag{12.27}$$

y

$$\frac{h}{c_pG} = \Phi_1\left(\frac{DG}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) \tag{12.28}$$

En estas ecuaciones se utiliza la velocidad másica G en vez de su equivalencia $\bar{V}\rho$.

Los tres grupos de la Ecuación (12.27) se reconocen como los números de Nusselt, Reynolds y Prandtl, respectivamente. El grupo del primer miembro de la Ecuación (12.28) recibe el nombre de *número de Stanton* N_{St}. Los cuatro grupos están relacionados por la ecuación

$$N_{St}N_{Re}N_{Pr} = N_{Nu} \tag{12.29}$$

Por tanto, solamente tres de los cuatro son independientes.

Ecuaciones empíricas. Para utilizar la Ecuación (12.27) o (12.28) es preciso conocer la función ϕ o ϕ_1. Una corriente empírica bien conocida [8], válida para tubos largos con entradas rectas, es la ecuación de Sieder-Tate

$$\frac{h_iD}{k} = 0{,}023\left(\frac{DG}{\mu}\right)^{0,8}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} \tag{12.30}$$

Una forma alternativa de la Ecuación (12.30) se obtiene dividiendo ambos miembros por $(DG/\mu)/(C_p\mu/k)$ y reordenando para dar la ecuación de Colburn

$$\frac{h_i}{c_pG}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu_w}{\mu}\right)^{0,14} = \frac{0,023}{(DG/\mu)^{0,2}} \tag{12.31}$$

Para utilizar estas ecuaciones, todas las propiedades físicas del fluido, excepto μ_w, se evalúan a la temperatura global T. Las Ecuaciones (12.30) y (12.3 1) pueden escribirse así en una forma más compacta

$$N_{Nu} = 0,023N_{Re}^{0,8}N_{Pr}^{1/3}\phi_v \tag{12.32}$$

y

$$N_{St}N_{Pr}^{2/3}\phi_v^{-1} = 0,023N_{Re}^{-0,2} \tag{12.33}$$

Las Ecuaciones (12.30) a (12.33) no son fundamentalmente diferentes, sino meras formas alternativas de expresar la misma información. No deberán utilizarse para números de Reynolds inferiores a 6000 o para metales fundidos, que tienen números de Prandtl anormalmente bajos.

Efecto de la longitud del tubo. Cerca de la entrada del tubo, donde todavía se están formando los gradientes de temperatura, el coeficiente individual h_x es mayor que h_∞ para flujo totalmente desarrollado. En la entrada misma, donde previamente no existe gradiente de temperatura, h_x es infinito. Su valor cae rápidamente hacia h_∞ en una longitud relativamente corta de tubo. Dimensionalmente, el efecto de la longitud del tubo se tiene en cuenta mediante otro número adimensional, x/D, siendo x la distancia desde la entrada del tubo. El coeficiente individual se aproxima asintóticamente hacia h_∞ al aumentar x, pero es prácticamente igual a h_∞ cuando x/D es del orden de 50. El valor medio de h_x para la longitud del tubo se representa por h_i. El valor de h_i se obtiene por integración de h_x para toda la longitud del tubo. Puesto que $h_x \to h_\infty$ cuando x $\to$ co, la relación entre h_i y h_∞ es de la forma[6b]

$$\frac{h_i}{h_\infty} = 1 + \psi\left(\frac{L}{D}\right) \tag{12.34}$$

Una ecuación para tubos cortos con entradas rectas, donde la velocidad a la entrada es uniforme en la sección transversal. es

$$\frac{h_i}{h_\infty} = 1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{0,7} \tag{12.35}$$

El efecto de la longitud sobre h_i desaparece cuando L/D es mayor que aproximadamente 50.

Valor medio de h_i para flujo turbulento. Puesto que la temperatura del fluido varía de un extremo a otro del tubo, y que las propiedades μ, k y c_p son todas

funciones de la temperatura, el valor de h varía también de un punto a otro a lo largo del tubo. Esta variación es independiente del efecto de la longitud del tubo.

El efecto de las propiedades del fluido pueden apreciarse a partir de la Ecuación (12.30) suponiendo que $(\mu/\mu_w) = 1$

$$h_i = 0{,}023 \frac{G^{0,8} k^{2/3} c_p^{1/3}}{D^{0,2} \mu^{0,47}} \tag{12.36}$$

Para el caso de gases el efecto de la temperatura sobre h_i es pequeño. Para velocidad másica constante en un tubo dado h_i varía con $k^{2/3} c_p^{1/3} \mu^{-0,47}$. El aumento de la conductividad calorífica y el calor específico con la temperatura contrarresta el aumento de la viscosidad dando lugar a un ligero aumento de h_i. Por ejemplo, para aire h_i aumenta del orden del 6 por 100 cuando la temperatura pasa de 100 a 200 "F.

Para líquidos el efecto de la temperatura es mucho mayor que para gases debido a la rápida disminución de la viscosidad con la temperatura. Los efectos de k, c_p y μ en la Ecuación (12.36) actúan todos en la misma dirección, pero el aumento de h_i con la temperatura es debido principalmente al efecto de la temperatura sobre la viscosidad. Para agua, por ejemplo, h_i aumenta alrededor del 50 por 100 en un intervalo de temperatura de 100 a 200 "F. Para aceites viscosos la variación de h_i puede ser de dos a tres veces para un intervalo de 100 "F.

En la práctica, excepto que la variación de h_i para la longitud del tubo sea superior a 2:1, se calcula y utiliza un valor medio de h_i como un valor constante para la evaluación del coeficiente global U. Este procedimiento desprecia la variación de U con la Íongitud del tubo y permite utilizar la LMTD para el cálculo del área de la superficie de calentamiento. El valor medio de h_i se calcula evaluando las propiedades del fluido c_p, k y μ a la temperatura media del fluido, definida como la media aritmética entre las temperaturas de entrada y salida. El valor de h_i, calculado a partir de la Ecuación (12.30), con estos valores de las propiedades, recibe el nombre de ***coeficiente medio.*** Por ejemplo, supóngase que el fluido entra a 100 °F y sale a 200 °F. La temperatura media del fluido es (100 + 200)/2 = 150 °F, y los valores de las propiedades utilizadas para calcular el valor medio de h_i son las correspondientes a 150 "F.

Para mayores variaciones de h_i se pueden utilizar dos procedimientos: (1) Se calculan los valores de h_i a la entrada y la salida, se obtienen los correspondientes valores de U_1 y U_2, y se utiliza la Ecuación (11.16). En este caso se ignora 'el efecto de L/D sobre el valor de entrada de h_i. (2) Para variaciones aún mayores de h_i, y por tanto de U, se puede dividir el tubo en secciones y utilizar un valor medio de U para cada sección. Después se suman las longitudes individuales para calcular la longitud total del tubo.

Estimación de la temperatura de la pared T_w. Para evaluar μ_w, la viscosidad del fluido en la pared, es preciso encontrar la temperatura T_w. La estimación de T_w requiere un cálculo iterativo basado en la ecuación de resistencia (11.33). Si se pueden estimar las resistencias individuales, la caída total de temperatura se

puede dividir en dos caídas individuales de temperatura utilizando esta ecuación, y así se obtiene un valor aproximado de la temperatura de la pared. Para determinar T_w en esta forma generalmente se puede despreciar la resistencia de la pared $(x_w/k_m)(D_o/\bar{D}_L)$, y utilizar la Ecuación (11.33) en la forma que se indica a continuación.

A partir de los dos primeros miembros de la Ecuación (11.33)

$$\Delta T_i = \frac{D_o/D_i h_i}{1/U_o} \Delta T \tag{12.37}$$

Sustituyendo $1/U_o$ de la Ecuación (11.30) y despreciando el término de resistencia de la pared, se obtiene

$$\Delta T_i = \frac{1/h_i}{1/h_i + D_i/D_o h_o} \Delta T \tag{12.38}$$

El uso de la Ecuación (12.38) requiere una estimación preliminar de los coeficientes h_i y h_o. Para estimar h_i se puede utilizar la Ecuación (12.30) despreciando ϕ_v. El cálculo de h_o se describirá más adelante. Se obtiene entonces T_w a partir de las siguientes ecuaciones:

Para calentamiento: $$T_w = T + \Delta T_i \tag{12.39}$$

Para enfriamiento: $$T_w = T - \Delta T_i \tag{12.40}$$

donde T es la temperatura media del fluido.

Si la primera aproximación no es suficientemente exacta, se realiza un segundo cálculo de T_w basado en los resultados de la primera. Sin embargo, la segunda aproximación no es necesaria excepto que el factor ϕ_v sea muy diferente de la unidad.

Ejemplo 12.1. Se condensa tolueno a 230 °F (110 °C) sobre el exterior de tubos de cobre de $\frac{3}{4}$ pulg (19 mm), BWG, a través de los cuales circula agua con una temperatura media de 80 °F (26,7 °C). Los coeficientes individuales de transmisión de calor se dan en la Tabla 12.1. Calcúlese la temperatura de la pared del tubo despreciando la resistencia de la pared del tubo.

SOLUCIÓN

A partir del Apéndice 7, D_i = 0,620 pulg; D_o = 0,750 pulg. Por tanto, a partir de la Ecuación (12.38),

$$\Delta T_i = \frac{1/200}{1/200 + 0{,}620/(0{,}750 \times 500)} (230 - 80) = 112{,}7 \text{ °F}$$

Puesto que el agua se calienta mediante tolueno que condensa, la temperatura de la pared se obtiene a partir de la Ecuación (12.39) como sigue

$$T_w = 80 + 112{,}7 = 192{,}7 \text{ °F } (89{,}3 \text{ °C})$$

Secciones transversales no circulares. Para utilizar la Ecuación (12.30) o (12.31) para secciones diferentes de la circular solamente es necesario sustituir el diámetro D, tanto en el número de Reynolds como en el de Nusselt, por el diámetro equivalente D_e, definido como cuatro veces el radio hidráulico r_H. El método es el mismo que se utiliza en el cálculo de las pérdidas por fricción.

Tabla 12.1. Datos para el Ejemplo 12.1

	Coeficiente de transmisión de calor	
	Btu/pie²-h-°F	**W/m²-°C**
Para el agua de refrigeración h_i	200	1135
Para el tolueno h_o	500	2840

Ejemplo 12.2. Se enfría benceno desde 141 hasta 79 °F (60,6 hasta 21,1 "C) circulando por el interior de un cambiador de calor de tubos concéntricos. En contracorriente con el benceno circula agua de refrigeración, que entra en el encamisado a 60 °F (15,6 °C) y sale a 80 °F (26,7 "C). El cambiador consta de una tubería interior de $\frac{7}{8}$ pulg (22,2 mm), de cobre 16 BWG, encamisado con una tubería de acero de $1\frac{1}{2}$ pulg (38,1 mm), Catálogo 40. La velocidad lineal del benceno es de 5 pies/s (1,52 m/s) y la del agua 4 pies/s (1,22 m/s). Despreciando la resistencia de la pared y de las películas de costras, y suponiendo $L/D > 150$ para ambas tuberías, calcúlense los coeficientes de película del benceno y del agua así como el coeficiente global basado en el área externa de la tubería interior.

SOLUCIÓN

La temperatura media del benceno es (141 + 79)/2 = 110 °F; y la del agua es (60 + 80)/2 = 70 "F. Las propiedades físicas a estas temperaturas están dadas en la Tabla 12.2. Los diámetros del tubo interior son

$$D_{it} = \frac{0{,}745}{12} = 0{,}062\ 1 \text{ pies} \qquad D_{ot} = \frac{0{,}875}{12} = 0{,}0729 \text{ pies}$$

A partir del Apéndice 6, el diámetro del encamisado es

$$D_{ij} = \frac{1{,}610}{12} = 0{,}1342 \text{ pies}$$

El diámetro equivalente del espacio anular del encamisado se obtiene como sigue. El área de la sección transversal es $(\pi/4)(0{,}1342^2 - 0{,}0729^2)$. El perímetro mojado es $\pi(0{,}1342 + 0{,}0729)$. El radio hidráulico es

$$r_H = \frac{(\pi/4)(0{,}1342^2 - 0{,}0729^2)}{\pi(0{,}1342 + 0{,}0729)} = \tfrac{1}{4}(0{,}1342 - 0{,}0729) = \tfrac{1}{4} \times 0{,}0613 \text{ pies}$$

Tabla 12.2. Datos para el Ejemplo 12.2

Propiedad	Valor para la temperatura media del fluido	
	Benceno	Agua†
Densidad ρ, lb/pie^3	53,1	62,3
Viscosidad μ, lb/pies-h	1,16‡	2,42 x 0,982 = 2,34
Conductividad calorífica k, Btu/pies-h-°F	0,089§	0,346
Calor específico c_p, Btu/lb-°F	0,435*	1,000

† Apéndice 14.
‡ Apéndice 10.
§ Apéndice 13.
* Apéndice 16.

El diámetro equivalente es

$$D_e = 4 \times \tfrac{1}{4} \times 0{,}0613 = 0{,}0613 \text{ pies}$$

El número de Reynolds y el número de Prandtl se calculan en la siguiente forma:

Benceno: $$N_{Re} = \frac{D_{it}\bar{V}\rho}{\mu} = \frac{0{,}0621 \text{ x } 5 \text{ x } 3600 \text{ x } 53{,}1}{1{,}16} = 5{,}12 \text{ x } 10^4$$

$$N_{Pr} = \frac{c_p\mu}{k} = \frac{0{,}435 \times 1{,}16}{0.089} = 5{,}67$$

Agua: $$N_{Re} = \frac{D_e\bar{V}\rho}{\mu} = 0{,}0613 \frac{\text{x } 4 \text{ x } 3600 \text{ x } 62{,}3}{2{,}34} = 2{,}35 \text{ x } 10^4$$

$$N_{Pr} = \frac{1{,}00 \text{ x } 2{,}34}{0{,}346} = 6{,}76$$

Una estimación preliminar de los coeficientes se obtienen a partir de la Ecuación (12.31) omitiendo la corrección de la relación de viscosidad:

Benceno: $$h_i = \frac{0{,}023 \text{ x } 5 \text{ x } 3600 \text{ x } 53{,}1 \text{ x } 0{,}435}{(5{,}12 \text{ x } 10^4)^{0{,}2} \text{ x } 5{,}67^{2/3}} = 346 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

Agua: $$h^0 = \frac{0{,}023 \text{ x } 4 \text{ x } 3600 \text{ x } 62{,}3 \text{ x } 1{,}000}{(2{,}35 \text{ x } 10^4)^{0{,}2} \text{ x } 6{,}76^{2/3}} = 771 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

En estos cálculos se ha tenido en cuenta el hecho de que $G = \bar{V}\rho$.

La caída de temperatura en la resistencia del benceno, de acuerdo con la Ecuación (12.38), es

$$\Delta T_i = \frac{1/346}{1/346 + 0{,}0621/(0{,}0729 \text{ x } 771)} (110 - 70) = 29 \text{ °F}$$

$$T_w = 110 - 29 = 81 \text{ °F}$$

La viscosidad de los líquidos a la temperatura T_w son

$$\mu_w = \begin{cases} 1{,}45 \text{ lb/pies-h} & \text{para el benceno} \\ 0{,}852 \times 2{,}42 = 2{,}06 \text{ lb/pies-h} & \text{para el agua} \end{cases}$$

Los factores de corrección de viscosidad ϕ_v, según la Ecuación (12.24), son

$$\phi_v = \begin{cases} \left(\dfrac{1{,}16}{1{,}45}\right)^{0.14} = 0{,}969 & \text{para el benceno} \\ \left(\dfrac{2{,}34}{2{,}06}\right)^{0.14} = 1{,}018 & \text{para el agua} \end{cases}$$

Los coeficientes corregidos son

Benceno: $h_i = 346 \times 0{,}969 = 335$ Btu/pie^2-h-°F (1900 W/m^2-°C)

Agua: $h_o = 771 \times 1{,}018 = 785$ Btu/pie^2-h-°F (4456 W/m^2-°C)

La caída de temperatura en la resistencia del benceno y la temperatura de la pared resultan

$$\Delta T_i = \frac{1/335}{1/335 + 0{,}0621/(0{,}0729 \times 785)}(110 - 70) = 29{,}3 \text{ °F}$$

$$T_w = 110 - 29{,}3 = 80{,}7 \text{ °F}$$

Este valor es tan próximo a la temperatura de la pared calculada previamente que resulta innecesaria una segunda aproximación.

El coeficiente global se obtiene a partir de la Ecuación (11.29) despreciando la resistencia de la pared del tubo.

$$\frac{1}{U_o} = \frac{0{,}0729}{0{,}0621 \times 335} + \frac{1}{785} = 0{,}00478$$

$$U_o = \frac{1}{0{,}00478} = 209 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F } (1186 \text{ W/m}^2\text{-°C})$$

Efecto de la rugosidad. Para igualdad de los números de Reynolds, el coeficiente de transmisión de calor para flujo turbulento es algo mayor en un tubo rugoso que en un tubo liso. El efecto de la rugosidad sobre la transmisión de calor es mucho menor que sobre la fricción y, desde el punto de vista económico, es más importante utilizar tubos lisos para minimizar las pérdidas por fricción que un tubo rugoso para obtener un mayor coeficiente de transmisión de calor. En los cálculos prácticos se desprecia el efecto de la rugosidad sobre h_i.

Transmisión de calor a altas velocidades. Cuando un fluido circula por el interior de un tubo a altas velocidades aparecen gradientes de temperatura, aun cuando no haya transmisión de calor a través de la pared, y $q = 0$. Por ejemplo, en el moldeo por inyección, el polímero fundido fluye en la cavidad con una

velocidad muy elevada y los bruscos gradientes de velocidad en el líquido viscoso dan lugar a la generación de calor en el fluido, motivo por el cual recibe el nombre de disipación *viscosa*. En el flujo a altas velocidades de gases compresibles en tuberías, la fricción en la pared aumenta la temperatura del fluido en la pared por encima de su temperatura media[4c]. La diferencia de temperatura entre la pared y el fluido da lugar a un flujo de calor desde la pared hacia el fluido, y se alcanza un estado estacionario cuando la velocidad de generación de calor debido a la fricción en la pared es igual a la velocidad de transmisión de calor hacia el interior de la corriente del fluido. La temperatura constante de la pared que así se alcanza recibe el nombre de ***temperatura adiabática de pared.*** Un tratamiento más amplio de este tema cae fuera del objetivo de este libro. El efecto se hace apreciable para números de Mach superiores a aproximadamente 0,4 y en este intervalo deben utilizarse las ecuaciones adecuadas en vez de las Ecuaciones (12.30) y (12.31).

Transmisión de calor por remolinos turbulentos y analogía entre la transferencia de calor y de cantidad de movimiento

En las páginas 92 y 99 se han estudiado la distribución de velocidad y la densidad de flujo de cantidad de movimiento que le acompaña, para el flujo turbulento de una corriente a través de una tubería. Se han identificado tres zonas en la sección transversal de la tubería. En la primera de ellas, inmediatamente próxima a la pared, los remolinos son muy poco frecuentes y el flujo de cantidad de movimiento se produce casi exclusivamente debido a la viscosidad; en la segunda hay un régimen mezclado formado por la combinación de transporte viscoso y turbulento de cantidad de movimiento; en la zona principal de la corriente, que ocupa la mayor parte de la sección transversal, solamente es importante el flujo generado por los esfuerzos de Reynolds del flujo turbulento. Las tres zonas reciben el nombre de ***subcapa laminar, zona de transición y núcleo turbulento,*** respectivamente.

Para la transmisión de calor en la pared, hacia o desde la corriente de fluido, todavía persisten las mismas distribuciones hidrodinámicas de velocidad y cantidad de movimiento y, además, hay un gradiente de temperatura superpuesto al campo de velocidad turbulento-laminar. En el tratamiento que se sigue se supone que ambos gradientes están completamente desarrollados y que el efecto de la longitud del tubo es despreciable.

A través de la corriente del fluido hay flujo de calor por conducción de acuerdo con la ecuación

$$\frac{q_c}{A} = -k\frac{dT}{dy} \tag{12.41}$$

donde q_c = velocidad de flujo de calor por conducción
k = conductividad calorífica
A = área de superficie isotérmica
dT/dy = gradiente de temperatura a través de la superficie isotérmica

La superficie isotérmica es un cilindro concéntrico con el eje de la tubería y está localizada a una distancia y de la pared, o bien r del centro de la tubería. Aquí $r + y = r_w$, donde r_w es radio de la tubería.

Además de por conducción, los remolinos del flujo turbulento transportan calor a través de cada área isotérmica. Aunque ambos mecanismos de flujo de calor pueden existir con tal de que haya un gradiente de temperatura $(dT/dy \neq 0)$, su importancia relativa varía grandemente con la distancia a la pared. En la misma pared del tubo no pueden existir remolinos y la densidad de flujo de calor es debida enteramente a la conducción. La Ecuación (12.41), escrita para la pared, es

$$\left(\frac{q}{A}\right)_w = -k\left(\frac{dT}{dy}\right)_w \qquad (12.42)$$

donde (q/A) = densidad de flujo total por unidad de área en la pared
$(dT/dy)_w$ = gradiente de temperatura en la pared

Estas magnitudes son idénticas a las de las Ecuaciones (ll. 18) y (11.19).

En el interior de la subcapa viscosa el calor fluye principalmente por conducción, pero los remolinos no están totalmente excluidos de esta zona y puede haber algo de convección. La importancia relativa de la densidad de flujo turbulento de calor en comparación con la densidad de flujo de calor por conducción aumenta rápidamente con la distancia a la pared. En los fluidos ordinarios, que tienen números de Prandtl superiores a aproximadamente 0,6, la conducción es despreciable en el núcleo turbulento, pero puede ser significativa en la zona de transición cuando el número de Prandtl es próximo a la unidad. La conducción es despreciable en esta zona cuando el número de Prandtl es grande.

La situación es análoga para la densidad de flujo de cantidad de movimiento, donde la importancia relativa del esfuerzo cortante turbulento con respecto al viscoso sigue el mismo modelo general. Bajo ciertas condiciones ideales la correspondencia entre el flujo de calor y el flujo de cantidad de movimiento es exacta, y para un valor especificado cualquiera de r/r_w, la relación entre la transmisión de calor por turbulencia y por conducción es igual a la relación entre la densidad de flujo de cantidad de movimiento por fuerzas viscosas y por los esfuerzos de Reynolds. Sin embargo, en el caso general la correspondencia es solamente aproximada y puede conducir a grandes errores. El estudio de la relación entre las densidades de flujo de cantidad de movimiento y de calor para todo el espectro de fluidos conduce a la llamada ***teoría de la analogía, y*** las ecuaciones así deducidas son las llamadas ***ecuaciones de analogía.*** Un tratamiento detallado de esta teoría cae fuera del objetivo de este libro, pero se considerarán algunas de las relaciones más elementales.

Puesto que los remolinos cruzan continuamente una superficie isotérmica procedentes de ambos sentidos, pueden transportar calor entre capas situados a uno y otro lado de la superficie, que están a diferentes temperaturas medias. En un punto dado la temperatura fluctúa alrededor de una temperatura media constante en dicho punto, dependiendo de que a través de dicho punto esté cruzando un remolino «caliente» o «frío». Las fluctuaciones de temperatura

forman un modelo con respecto al tiempo y a la localización, lo mismo que las fluctuaciones de velocidad y presión descritas en las páginas 45 a 54. La temperatura instantánea T_i en el punto puede dividirse en dos partes, la temperatura media constante T en el punto y la temperatura fluctuante o de desviación T'

$$T_i = T + T \tag{12.43}$$

La temperatura fluctuante T' promediada con el tiempo, que se representa por $\overline{T'}$, es cero, y el valor promediado con el tiempo de la temperatura instantánea, que se representa por $\overline{T_i}$, es T. La temperatura media T es la que se mide con un termómetro. Para medir T_i y obtener T' se requieren sensores especiales que puedan seguir los rápidos cambios de temperatura.

Difusividad turbulenta de calor. Cuando no hay gradientes de temperatura a través de la superficie isotérmica, todos los remolinos tienen la misma temperatura con independencia del punto de origen, $dT/dy = 0$, y no hay ílujo neto de calor. Si existe un gradiente de temperatura, un análisis equivalente al que ha conducido a la Ecuación (3.17) pone de manifiesto que los remolinos generan una densidad de flujo neto de calor desde la temperatura más alta hasta la más baja, de acuerdo con la ecuación

$$\frac{q_t}{A} = -c_p \rho \overline{v' T} \tag{12.44}$$

donde v' es la velocidad fluctuante a través de la superficie y el super-rayado indica que se trata de un valor promediado con el tiempo del producto $v'T'$. Aunque las medias temperaturas $\overline{v'}$ y $\overline{T'}$ son individualmente cero, la media de su producto no lo es debido a que hay una correlación entre estas magnitudes fluctuantes cuando $dT/dy \neq 0$, de la misma forma que las velocidades fluctuantes u' y v' están correlacionadas cuando existe un gradiente de velocidad du/dy.

En la página 50 se ha definido una difusividad de remolino ε_M para el transporte de cantidad de movimiento. Se puede definir una difusividad de remolino correspondiente ε_H para transmisión de calor

$$\frac{q_t}{c_p \rho A} \equiv -\varepsilon_H \frac{dT}{dy} = -\overline{v'T'} \tag{12.45}$$

El subíndice t se refiere al hecho de que la Ecuación (12.45) es aplicable al transporte turbulento de calor por convección. Puesto que también tiene lugar conducción, la densidad total de flujo de calor en un punto dado, que se representa por q de acuerdo con las Ecuaciones (12.41) y (12.45), es

$$\frac{q}{A} = \frac{q_c}{A} + \frac{q_t}{A} = -k \frac{dT}{dy} - c_p \rho \varepsilon_H \frac{dT}{dy}$$

o bien

$$\frac{q}{A} = -c_p \rho (\alpha + \varepsilon_H) \frac{dT}{dy} \tag{12.46}$$

donde α es la difusividad térmica, $k/c_p\rho$. La ecuación para la densidad de flujo total de cantidad de movimiento correspondiente a la Ecuación (12.46) es la Ecuación (3.20) escrita en esta forma

$$\frac{\tau g_c}{p} = (\nu + \varepsilon_M) \frac{du}{dy} \tag{12.47}$$

donde ν = viscosidad cinemática, μ/ρ.

Significado del número de Prandtl; difusividades de remolino. El significado físico del número de Prandtl se hace evidente teniendo en cuenta que viene dado por la relación ν/α; es, por tanto, una medida del valor de la relación entre la difusividad de cantidad de movimiento y la difusividad térmica. Su valor numérico depende de la temperatura y la presión del fluido y, por tanto, es una verdadera propiedad. Los valores numéricos de los números de Prandtl que se encuentran en la práctica cubren un amplio intervalo. Para metales líquidos es del orden de 0,01 a 0,04. Para gases diatómicos es 0,74 y para el agua a 160 °F es del orden de 2,5. Para líquidos viscosos y disoluciones concentradas puede ser tan grande como 600. En el Apéndice 18 se dan valores del número de Prandtl para líquidos.

Las difusividades de remolino para cantidad de movimiento y calor, ε_M y ε_H, respectivamente, no son propiedades del fluido sino que dependen de las condiciones de flujo, especialmente de todos los factores que afectan a la turbulencia. Para analogías sencillas se supone a veces que ε_M y ε_H son ambas constantes e iguales, pero cuando se determinan a partir de medidas reales de la velocidad y la temperatura, se encuentra que ambas son funciones del número de Reynolds, el número de Prandtl y de la posición en la sección transversal del tubo. Resulta difícil realizar una medida precisa de las difusividades de remolino y no todas las medidas publicadas concuerdan. Los resultados pueden encontrarse en obras especializadas[6c]. La relación $\varepsilon_H/\varepsilon_M$ también varía aunque es más aproximadamente constante que las magnitudes individuales. La relación se representa por ψ. Para líquidos ordinarios, donde $N_{Pr} > 0{,}6$, ψ es próxima a 1 para la pared del tubo y en las capas límite, mientras que se acerca a 2 en zonas turbulentas. Para metales líquidos ψ es baja cerca de la pared, pasa por un valor máximo del orden de la unidad para $y/r_w \approx 0{,}2$, y disminuye hacia el centro de la tubería[7c].

Analogía de Reynolds. La ecuación de analogía más antigua y sencilla es la de Reynolds, que ha sido deducida para flujo con elevados números de Reynolds en tuberías rectas y lisas. Puede obtenerse de diferentes formas, una de ellas a partir de las ecuaciones para las difusividades de remolino. Dividiendo la Ecuación (12.47) por la Ecuación (12.46) se obtiene

$$\frac{\tau g_c}{q/A} = -\frac{\nu + \varepsilon_M}{c_p(\alpha + \varepsilon_H)} \frac{du}{dT} \tag{12.48}$$

La suposición básica de la analogía de Reynolds es que la relación de las dos difusividades moleculares es igual a la de las dos difusividades de remolino,

$$\frac{\nu}{\alpha} \equiv N_{\mathrm{Pr}} = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H}$$

de forma que

$$\nu = N_{\mathrm{Pr}}\alpha \quad y \qquad \varepsilon_M = N_{\mathrm{Pr}}\varepsilon_H$$

Eliminando v y ε_M a partir de la Ecuación (12.48) se obtiene

$$\frac{\tau g_c}{q/A} = -\frac{N_{\mathrm{Pr}}}{c_p}\frac{du}{dT} \tag{12.49}$$

La Ecuación (5.3) de la página 84 indica que el esfuerzo cortante τ para una corriente de fluido en una tubería cilíndrica varía linealmente con la posición radial r, tanto para flujo laminar como turbulento. Si, para los fines de la analogía, se admite que la densidad de flujo de calor q/A varía también linealmente con r,

$$\frac{\tau g_c}{\tau_w g_c} = \frac{r}{r_w} = \frac{q/A}{(q/A)_w} \tag{12.50}$$

y

$$\frac{\tau g_c}{q/A} = \frac{\tau_w g_c}{(q/A)_w} = -\frac{N_{\mathrm{Pr}}}{c_p}\frac{du}{dT} \tag{12.51}$$

La Ecuación (12.51) puede integrarse para un intervalo comprendido entre la pared del tubo, donde $u = 0$ y $T = T_w$, hasta el punto de la corriente donde $u = \bar{V}$. En este punto la temperatura puede tomarse, sin gran error, como igual a la temperatura global T, utilizada para definir el coeficiente de transmisión de calor de la Ecuación (11.17). La integración es

$$\int_0^{\bar{V}} du = -\frac{c_p \tau_w g_c}{N_{\mathrm{Pr}}(q/A)_w}\int_{T_w}^{T} dT$$

$$\bar{V} = \frac{c_p \tau_w g_c}{N_{\mathrm{Pr}}(q/A)_w}(T_w - T) \tag{12.52}$$

A partir de la Ecuación (5.6)

$$\tau_w g_c = \frac{f\rho\bar{V}^2}{2} \tag{12.53}$$

y a partir de la Ecuación (11.17), teniendo en cuenta que para gradientes totalmente desarrollados $h_x = h$,

$$\left(\frac{q}{A}\right)_w = h(T_w - T) \tag{12.54}$$

Eliminando $\tau_w g_c$ y $(q/A)_w$ de la Ecuación (12.52) por las Ecuaciones (12.53) y (12.54), respectivamente, se obtiene

$$h = \frac{f}{2}\frac{\bar{V}\rho c_p}{N_{\mathrm{Pr}}} = \frac{f}{2}\frac{c_p G}{N_{\mathrm{Pr}}} \tag{12.55}$$

que puede escribirse así

$$\frac{h}{c_p G} N_{\mathrm{Pr}} = \frac{f}{2} \tag{12.56}$$

Para el caso especial de $N_{\mathrm{Pr}} = 1$ y $\varepsilon_H = \varepsilon_H$,

$$\frac{h}{c_p G} \equiv N_{\mathrm{St}} = \frac{f}{2} \tag{12.57}$$

Esta es la forma habitual de la ecuación de la analogía de Reynolds. Concuerda bien con los datos experimentales para gases diatómicos, con números de Prandtl del orden de la unidad, siempre que la caída de temperatura $T_w - T$ no sea grande.

Analogía de Colburn; factor *j* de Colburn. Para un intervalo de números de Reynolds comprendido entre 5000 y 200 000 el factor de fricción para tuberías lisas se representa adecuadamente por medio de la ecuación

$$f = 0{,}046\left(\frac{DG}{\mu}\right)^{-0,2} \tag{12.58}$$

Comparando la Ecuación (12.58) con la Ecuación (12.3 1) para transmisión de calor en flujo turbulento por el interior de tubos largos se obtiene

$$\frac{h}{c_p G} N_{\mathrm{Pr}}^{2/3}\left(\frac{\mu_w}{\mu}\right)^{0,14} \equiv j_H = \frac{f}{2} \tag{12.59}$$

La Ecuación (12.59) es un enunciado de la analogía de Colburn entre transmisión de calor y fricción de fluidos. El factor j_H, definido por $(h/c_p G)(c_p\mu/k)^{2/3}(\mu_w/\mu)^{0,14}$, recibe el nombre de *factor j* ***de Colburn.*** Se utiliza en diversas ecuaciones semiempíricas para transmisión de calor. Mientras que la analogía de Reynolds [Ec. (12.57)] es aplicable solamente para fluidos con núme-

ros de Prandtl próximos a la unidad, la analogía de Colburn [Ec. (12.59)] es aplicable para un intervalo de números de Prandtl comprendidos entre 0,6 y 120.

La Ecuación (12.31) puede expresarse en función del factor j en la siguiente forma

$$j_H = 0{,}023 N_{Re}^{-0,2} \tag{12.60}$$

Ecuaciones de analogía más exactas. Se han publicado diversas ecuaciones más elaboradas seleccionando fricción y transmisión de calor en tubos, sobre láminas planas y en espacios anulares. Cubren en intervalos más amplios de los números de Reynolds y Prandtl que la Ecuación (12.59) y son de la forma general

$$N_{St} = \frac{f/2}{\Phi(N_{Pr})} \tag{12.61}$$

donde $\Phi(N_{Pr})$ es una función complicada del número de Prandtl. Un ejemplo, tomado de Friend y Metzner[3], para flujo totalmente desarrollado en una tubería lisa, es

$$N_{St} = \frac{f/2}{1{,}20 + \sqrt{f/2}(N_{Pr} - 1)(N_{Pr})^{-1/3}} \tag{12.62}$$

El factor de fricción f utilizado en esta ecuación puede ser el de la Ecuación (12.58), o bien, para un más amplio intervalo de números de Reynolds comprendido entre 3000 y 3 000 000, venir dado por la ecuación

$$f = 0{,}00140 + \frac{0{,}125}{N_{Re}^{0,32}} \tag{12.63}$$

La Ecuación (12.62) es aplicable para un intervalo del número de Prandtl comprendido entre 0,46 y 590.

Todas las ecuaciones de analogía que relacionan f y h tienen una importante limitación. Son aplicable solamente para fricción de pared, o de superficie, y no deben aplicarse para situaciones en las que hay fricción de forma.

Transmisión de calor en la región de transición entre flujo laminar y turbulento

La Ecuación (12.31) solamente es aplicable para números de Reynolds superiores a 10 000 y la Ecuación (12.25) para números de Reynolds inferiores a 2100. Para el intervalo de números de Reynolds entre 2100 y 10 000, que recibe el nombre de ***régimen de transición,*** no es aplicable una ecuación sencilla, y por consiguiente, se utiliza un método gráfico. El método se basa en representaciones gráficas de las Ecuaciones (12.25) y (12.31) en un gráfica común del factor j de Colburn frente a N_{Re} con líneas constantes de valores de L/D. Para obtener una ecuación en el

intervalo de flujo laminar es necesario transformar la Ecuación (12.25) en la forma que se indica a continuación. Utilizando las Ecuaciones (12.13) y (12.14) para sustituir el término $(\pi D/4L)N_{Re}N_{Pr}$ en el número de Graetz se obtiene

$$N_{Nu} = 2\left(\frac{\pi D}{4L} N_{Re}N_{Pr}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14}$$

La relación se multiplica por $(1/N_{Re})(1/N_{Pr})$ para obtener el factor j. La ecuación final puede escribirse así

$$\frac{h_i}{c_pG}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu_w}{\mu}\right)^{0,14} = j_H = 1,86\left(\frac{D}{L}\right)^{1/3}\left(\frac{DG}{\mu}\right)^{-2/3} \qquad (12.64)$$

La Ecuación (12.64) muestra que para cada valor de la relación longitud-diámetro L/D, una representación logarítmica del primer miembro frente a N_{Re} conduce a una línea recta de pendiente $-\frac{2}{3}$. Las líneas rectas de la parte izquierda de la Figura 12.3 son representaciones gráficas de esta ecuación para algunos valores de L/D. Las líneas terminan para un número de Reynolds de 2100.

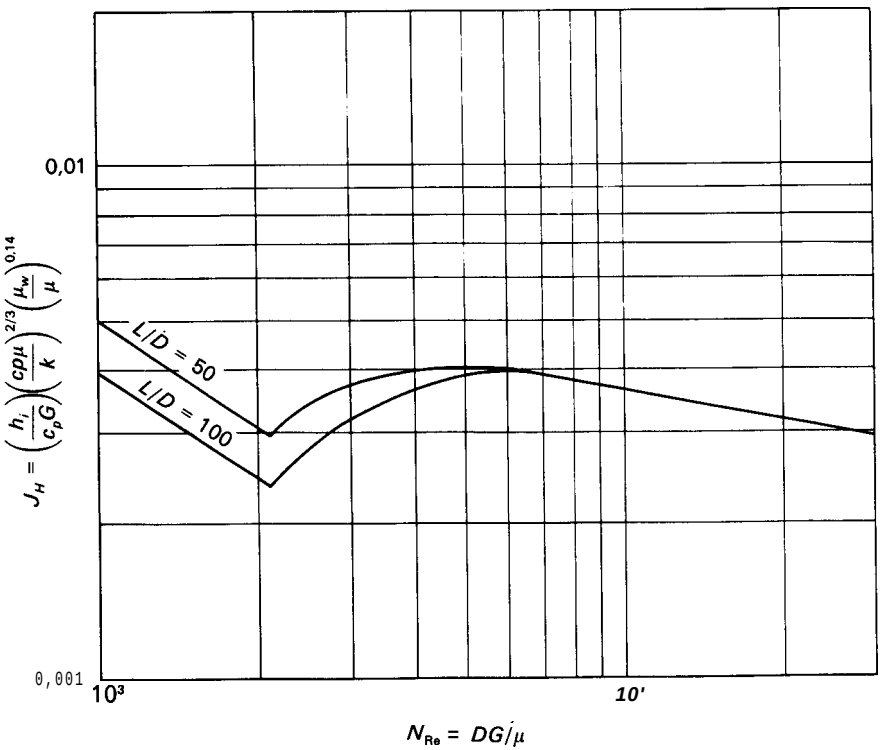


Figura 12.3. Transmisión de calor en la región de transición. *(Tomado, con autorización, de W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.' ed., 1954, McGraw-Hill Book Company.)*

La Ecuación (12.31) cuando se representa para tubos largos en un mismo sistema de coordenadas, conduce a una línea recta de pendiente $-0{,}20$ para números de Reynolds superiores a 10 000. Esta línea está trazada en la región derecha de la Figura 12.3.

Las líneas curvas comprendidas entre números de Reynolds de 2100 y 10 000 representan la región de transición. El efecto de *LID* es pronunciado para los números de Reynolds más bajos en esta región y desaparece cuando el número de Reynolds se acerca a 10 000.

La Figura 12.3 es una carta resumen que puede utilizarse para todo el intervalo del número de Reynolds comprendido entre 1000 y 30 000. Por debajo y por encima de estos límites pueden utilizarse las Ecuaciones (12.25) y (12.31), respectivamente.

Ejemplo 12.3. Un aceite de motor, cuyas características se dan en la Tabla 12.3, ha de calentarse desde 150 hasta 250 °F (65,5 hasta 121,1 °C) en una tubería de $\frac{1}{4}$ pulg (6,35 mm), Norma 40, y 15 pies (4,57 m) de longitud. La pared de la tubería está a 350 °F (176,7 °C). ¿Qué flujo de aceite, en lb/h, puede calentarse en esta tubería? ¿Qué coeficiente cabe esperar? Las propiedades del aceite son: conductividad calorífica 0,082 Btu/pies-h-°F (0,142 W/m-°C), calor especifico 0,48 Btu/lb-°F (2,01 J/g-°C).

SOLUCIÓN

Supóngase que el flujo es laminar y que el número de Graetz es suficientemente grande para poder aplicar la Ecuación (12.25).

Los datos para sustituir en la Ecuación (12.25) son

$$\mu = \frac{6{,}0 + 3{,}3}{2} = 4{,}65 \text{ cP} \qquad \mu_w = 1{,}37 \text{ cP} \qquad D = \frac{0{,}364}{12} = 0{,}0303 \text{ pies (Ap. 6)}$$

$$\phi_v = \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}14} = \left(\frac{4{,}65}{1{,}37}\right)^{0{,}14} = 1{,}187 \qquad k = 0{,}082 \qquad c_p = 0{,}48$$

A partir de la Ecuación (12.25)

$$\frac{0{,}0303h}{0{,}082} = 2 \times 1{,}187\left(\frac{0{,}48\dot{m}}{0{,}082 \times 15}\right)^{1/3}$$

de donde, $h = 4{,}69\dot{m}^{1/3}$.

Los datos para sustituir en la Ecuación (12.18) son

$$\overline{\Delta T}_L = \frac{(350 - 150) - (350 - 250)}{\ln (200/100)} = 144 \text{ °F}$$

$$L = 15 \qquad D = 0{,}0303 \qquad \bar{T}_b - T_a = 250 - 150 = 100 \text{ °F}$$

A partir de la Ecuación (12.18)

$$h = \frac{0{,}48 \times 100\dot{m}}{\pi 0{,}0303 \times 15 \times 144} = 0{,}233\dot{m}$$

Tabla 12.3. Datos para el Ejemplo 12.3

Temperatura		
°F	°C	Viscosidad, cP
150	65,5	6,0
250	121,1	3,3
350	176,7	1,37

Por tanto

$$4{,}69\dot{m}^{1/3} = 0{,}233\dot{m}$$

$$\dot{m} = \left(\frac{4{,}69}{0{,}233}\right)^{3/2} = 90{,}3 \text{ lb/h } (41{,}0 \text{ kg/h})$$

y $$h = 0{,}233 \times 90{,}3 = 21{,}0 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F } (119 \text{ W/m}^2\text{-°C})$$

$$N_{Gz} = \frac{\dot{m}c_p}{kL} = \frac{943 \times 448}{0{,}082 \times 15} = 35{,}2$$

El número de Graetz es suficientemente grande para que se pueda aplicar la Ecuación (12.25). Para comprobar la suposición de flujo laminar se calcula el valor máximo del número de Reynolds, que corresponde a la entrada de la tubería y que es

$$N_{Re} = \frac{DG}{\mu} = \frac{D\dot{m}}{\pi(D^2/4)\mu} = \frac{4 \times 90{,}3}{\pi \times 0{,}0303 \times 3{,}3 \times 2{,}42} = 475$$

que corresponde cumplidamente al intervalo laminar.

Transmisión de calor en metales líquidos

Los metales líquidos se utilizan para la transmisión de calor a temperaturas elevadas, especialmente en reactores nucleares. Como portadores de calor sensible se utilizan con frecuencia mercurio sodio, y una mezcla de sodio y potasio llamada NaK. También se utiliza vapor de mercurio como portador de calor latente. Utilizando estos metales se pueden conseguir temperaturas de 1500 °F y aun superiores. Los metales líquidos tienen calores específicos pequeños, viscosidades bajas, y conductividades caloríficas elevadas, de forma que sus números de Prandtl son muy bajos en comparación con los de los fluidos ordinarios.

Las ecuaciones tales como las (12.31), (12.33) y (12.62) no son aplicables para números de Prandtl inferiores a aproximadamente 0,5, debido a que el mecanismo de flujo de calor en una corriente turbulenta es, en este caso, diferente del que tiene lugar en los fluidos con números de Prandtl ordinarios. En un fluido corriente, la conducción está limitada a la subcapa viscosa, donde N_{Pr} es igual o superior a la unidad, y en la zona de transición solamente tiene lugar cuando

dicho número es menor que la unidad. En los metales líquidos, la transmisión de calor por conducción es importante en todo el núcleo turbulento, y puede predominar en todo el tubo sobre la convección.

En los últimos años se ha dedicado gran atención a la transmisión de calor con metales líquidos, especialmente en relación con su utilización en reactores nucleares. Se dispone de ecuaciones de diseño basadas en las analogías entre calor y cantidad de movimiento para el flujo en tubos circulares, tubos concéntricos, entre placas, y por el exterior de haces de tubos. Las ecuaciones así obtenidas son de la forma

$$N_{Nu} = \alpha + \beta(\bar{\psi} N_{Pe})^{\gamma} \tag{12.65}$$

siendo a, β y γ constantes o funciones de geometría, y ψ es el valor medio de $\varepsilon_H/\varepsilon_M$ a través de la corriente. Para tubos circulares $\alpha = 7{,}0$, $\beta = 0{,}025$ y $\gamma = 0{,}8$. Para otras formas geométricas se necesitan funciones más complicadas. Una correlación para ψ viene dada por la ecuación'

$$\bar{\psi} = 1 - \frac{1{,}82}{N_{Pr}(\varepsilon_M/\nu)_m^{1,4}} \tag{12.66}$$

El término $(\varepsilon_M/\nu)_m$ es el valor máximo de esta relación en la tubería, que se alcanza cuando $y/r_w = 5/9$. Por consiguiente, la Ecuación (12.65) se transforma en

$$N_{Nu} = 7{,}0 + 0{,}025\left[N_{Pe} - \frac{1{,}82 N_{Re}}{(\varepsilon_M/\nu)_m^{1,4}}\right]^{0,8} \tag{12.67}$$

En la Figura 12.4 se da una correlación para $(\varepsilon_M/\nu)_m$ en función del número de Reynolds.

Número de Peclet critico. Para un determinado número de Prandtl, el número de Peclet es proporcional al número de Reynolds, ya que $N_{Pe} = N_{Pr}N_{Re}$. El término entre paréntesis de la Ecuación (12.67) se anula para un valor de N_{Re} definido. Esta situación corresponde al punto en el que la conducción es controlante y la difusión de remolino ya no afecta a la transmisión de calor. Por debajo del número de Peclet crítico solamente es necesario el primer término de la Ecuación (12.67), y $N_{Nu} = 7{,}0$.

Para flujo laminar con densidad de flujo de calor uniforme, mediante un análisis matemático se encuentra que $N_{Nu} = 48/11 = 4{,}37$. Este valor se ha confirmado experimentalmente.

CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO DE FLUIDOS POR CONVECCION FORZADA POR EL EXTERIOR DE TUBOS

El mecanismo del flujo de calor en el exterior de tubos por convección forzada es diferente del correspondiente al flujo por el interior de tubos, debido a las

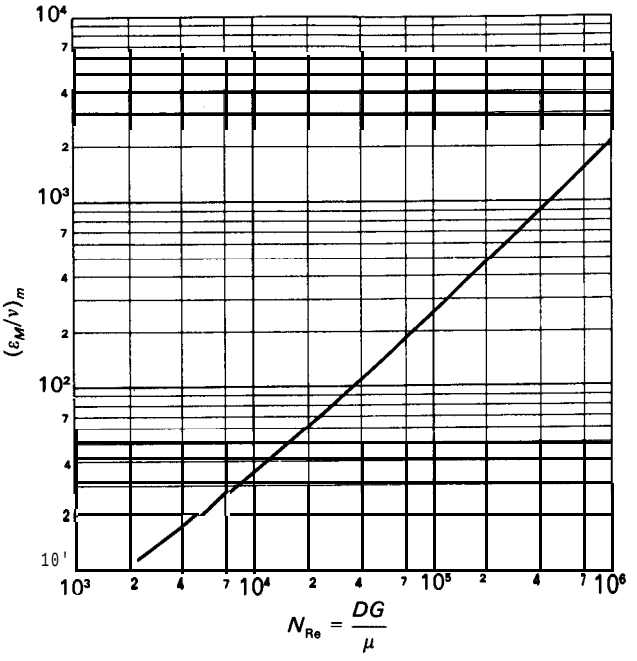


Figura 12.4. Valores de $(\varepsilon_M/\nu)_m$ para flujo turbulento totalmente desarrollado de metales líquidos en tubos circulares.

diferencias existentes en el mecanismo del flujo de fluidos. Según se ha visto en las páginas 59 y 107, no existe fricción intermolecular en el interior de los tubos excepto para una pequeña distancia en el extremo de entrada, y toda la fricción es de pared. Debido a la falta de fricción intermolecular, no existe variación en la transmisión local de calor para distintos puntos en una circunferencia dada, y hay una estrecha analogía entre fricción y transmisión de calor. Se obtiene un incremento de la transmisión de calor a expensas de aumentar la fricción, simplemente por el aumento de la velocidad del fluido. Por otra parte, hay una marcada diferencia entre flujo laminar y turbulento, que requiere un diferente tratamiento de las relaciones de transmisión de calor para los dos regímenes de flujo.

Tal como se ha visto en las páginas 147 a 155, en el flujo de fluidos a través de una forma cilíndrica se produce separación de la capa límite y se forma una lámina de fluido que provoca fricción intermolecular. No se encuentra una distinción nítida entre flujo laminar y turbulento y puede utilizarse una relación común, tanto para bajos como para altos números de Reynolds. También, el valor del coeficiente individual de transmisión de calor varía de un punto a otro alrededor de una circunferencia. En la Figura 12.5 se representa el valor del número de Nusselt radialmente para todos los puntos alrededor de la circunferencia del tubo. Para bajos números de Reynolds, N_{Nu} es máximo en la parte frontal y trasera, y mínimo en las partes laterales. En la práctica, las variaciones del coeficiente individual h_x con frecuencia carecen de importancia y se utilizan valores medios basados en toda la circunferencia.

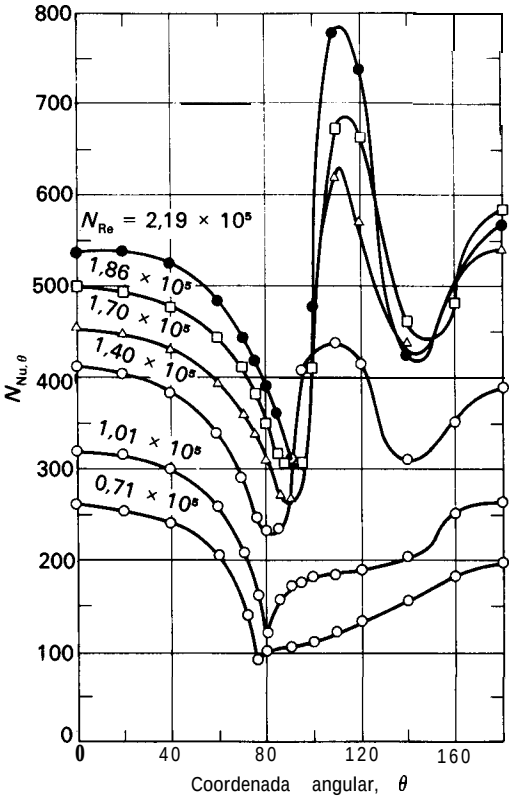


Figura 12.5. Número de Nusselt local para flujo de aire perpendicular a un cilindro circular. (Adaptada, con *autorización, de W. H. Giedt, Trans. ASME*, 71:375, 1949.)

La radiación puede ser importante en la transmisión de calor, en las superficies exteriores de tubos. Dentro de los tubos,' la superficie no puede ver otras superficies distintas de la pared interior del mismo tubo y no tiene lugar transmisión de calor por radiación. Sin embargo, las superficies exteriores de tubos están necesariamente a la vista de superficies externas, si no en las inmediaciones, sí por lo menos a cierta distancia, y las superficies circundantes pueden estar considerablemente más calientes o más frías que la pared del tubo. El flujo de calor por radiación, especialmente cuando el fluido es un gas, es apreciable en comparación con el flujo de calor por conducción y convección. Por tanto, el flujo total de calor es la suma de dos flujos independientes, uno por radiación y otro por conducción y convección. Las relaciones que se consideran en el resto de esta sección corresponden a conducción y convección solamente. La radiación como tal, y en combinación con conducción y convección, se estudia en el Capítulo 14.

Fluidos con circulación perpendicular a un solo tubo. Aplicando el mismo razonamiento que en el caso de flujo por el interior de tubos, las variables que afectan al coeficiente de transmisión de calor de un fluido que circula con convección forzada por el exterior de un tubo, son: D_o, diámetro exterior del tubo; c_p, μ y k, calor específico a presión constante, viscosidad y conductividad calorífica del

fluido respectivamente; y G, velocidad másica del fluido que se acerca al tubo. La aplicación del análisis dimensional conduce a una expresión del tipo de la Ecuación (12.27),

$$\frac{h_o D_o}{k} = \psi_0\left(\frac{D_o G}{m}, \frac{c_p \mu}{k}\right) \tag{12.68}$$

De cualquier modo aquí termina la semejanza entre los dos tipos de procesos -flujo de calor en fluidos por el interior de tubos y flujo de calor en fluidos por el exterior de tubos-, y las relaciones funcionales son distintas en los dos casos.

Para gases sencillos, en los que el número de Prandtl es prácticamente independiente de la temperatura, el número de Nusselt es una función exclusiva del número de Reynolds. En la Figura 12.6 se presentan datos experimentales de transmisión de calor para aire con circulación perpendicular a un solo tubo. El efecto de la radiación no está incluido en esta curva y ha de ser calculado separadamente.

El subíndice f en las variables k_f y μ_f indica que al utilizar la Figura 12.6 dichas variables han de evaluarse a la temperatura media de película T_f, que es la media entre la temperatura de la pared y la temperatura global del fluido. Es decir

$$T_f = \frac{T_w + \bar{T}}{2} \tag{12.69}$$

La Figura 12.6 puede utilizarse tanto para calentamiento como para enfriamiento.

Para el calentamiento y enfriamiento de líquidos que fluyen perpendicularmente a cilindros aislados se utiliza la siguiente ecuación[4a]:

$$\frac{h_o D_o}{k_f}\left(\frac{c_p \mu_f}{k_f}\right)^{-0,3} = 0,35 + 0,56\left(\frac{D_o G}{\mu_f}\right)^{0,52} \tag{12.70}$$

Esta ecuación puede utilizarse también para gases desde $N_{Re} = 1$ hasta $N_{Re} = 10^4$, pero da valores del número de Nusselt más bajos que la Figura 12.6, para los números de Reynolds más altos, La Ecuación (12.70) se representa en la forma del factor j en la Figura 21.4 del Capítulo 21, que trata de las analogías entre transferencia de calor y materia.

En la bibliografía[4b] se dan datos de transmisión de calor para flujo perpendicular a cilindros de sección no circular. En los cambiadores de calor industriales son frecuentes haces de tubos a través de los cuales circula el fluido. En el Capítulo 15 se tratan problemas de flujo de calor en haces de tubos.

Flujo por el exterior de una esfera. Para transmisión de calor entre un fluido y la superficie de una esfera se ha recomendado la siguiente ecuación

$$\frac{h_o D_p}{k_f} = 2,0 + 0,60\left(\frac{D_p G}{\mu_f}\right)^{0,50}\left(\frac{c_p \mu_f}{k_f}\right)^{1/3} \tag{12.71}$$

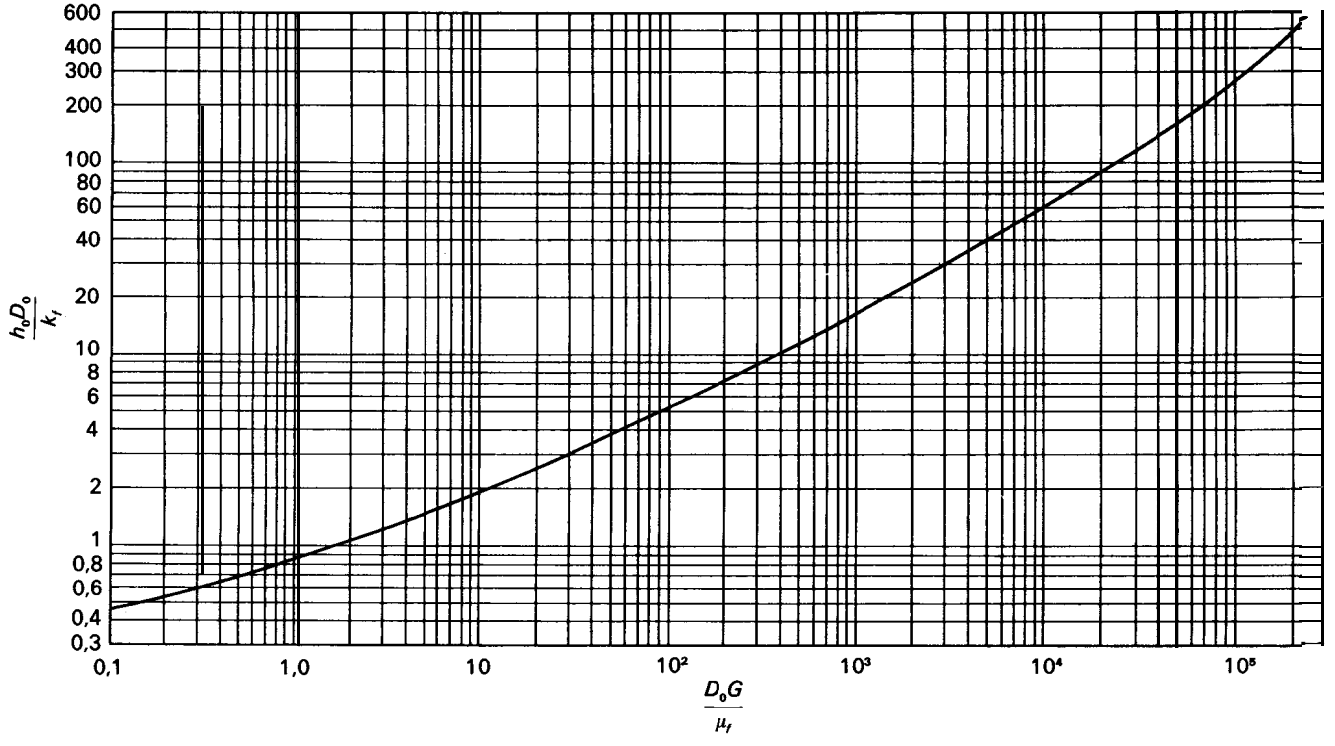


Figura 12.6. Transmisión de calor para el flujo de aire perpendicular a un solo tubo (*Tomada, con autorización, de W. H. McAdams, «Heat Transmission»*, 3.ª *ed.* 1954, *McGraw-Hill Book Company.*)

donde D_p es el diámetro de la esfera. En una corriente completamente estancada el número de Nusselt, $h_o D_p/k_f$, es igual a 2,0. La Figura 21.5 muestra una representación gráfica de la Ecuación (12.71).

Transmisión de calor en lechos de relleno. Datos para transmisión de calor entre fluidos y lechos de distintos tipos de partículas pueden obtenerse a partir de la Figura 21.5, o de la Ecuación (21.56), sustituyendo N_{Sc} por N_{Pr} y N_{Sh} por N_{Nu}.

CONVECCION NATURAL

Como ejemplo de convección natural, consideramos una lámina vertical y caliente, que está en contacto con el aire de una habitación. La temperatura del aire en contacto con la lámina será igual a la de la superficie de la misma, de forma que desde la lámina hacia el interior de la habitación existirá un gradiente de temperatura. El gradiente de temperatura en el fondo de la lámina es muy brusco, según se indica mediante la línea de trazo continuo señalada con «Z = 10 mm» de la Figura 12.7. Al aumentar la distancia sobre el fondo de la lámina el gradiente se hace menos brusco, según se observa en la línea de trazo continuo «Z = 240 mm» de la Figura 12.7. Para una distancia de- unos 600 mm por encima del fondo de la lámina, las curvas temperatura-distancia tienden hacia una condición asintótica, de forma que ya no se producen cambios al aumentar la altura.

La densidad del aire caliente que está en inmediato contacto con la lámina es

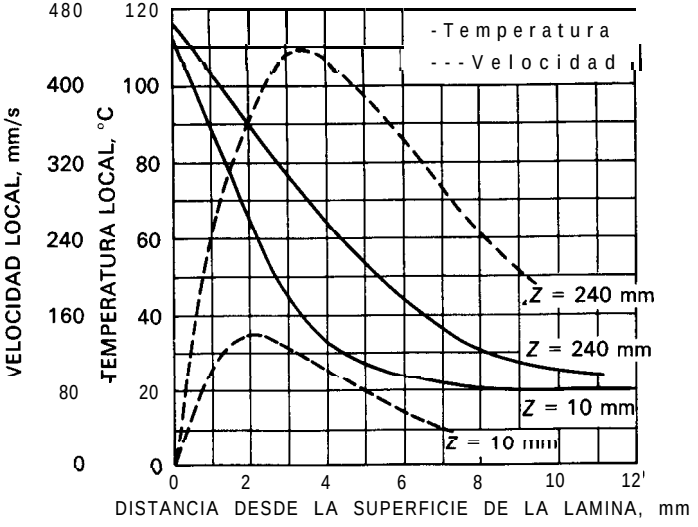


Figura 12.7. Gradientes de velocidad y temperatura para convección natural desde una lámina vertical caliente. ***(Con autorización del autor y editores. W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.' ed. 1954, McGraw-Hill Book Company.)***

menor que la del aire más frío situado a cierta distancia de la lámina, y la fuerza ascendente del aire caliente provoca un desequilibrio entre las capas verticales de aire de distinta densidad. Como consecuencia del desequilibrio de fuerzas se genera una circulación, en virtud de la cual asciende el aire caliente próximo a la lámina y desciende el aire frio de la habitación alejado de la lámina para reemplazar a la corriente ascendente de aire. De esta forma se establece un gradiente de velocidad en las inmediaciones de la lámina. Puesto que las velocidades del aire que está en contacto con la lámina y el de fuera de la habitación son cero, la velocidad alcanza un valor máximo a una determinada distancia de la pared. De hecho, la velocidad alcanza su valor máximo a unos pocos milímetros de la superficie de la lámina. Las curvas de trazos de la Figura 12.7 muestran los gradientes de velocidad para alturas de 10 a 240 mm sobre el fondo de la lámina. Para láminas altas se alcanza una condición asintótica.

La diferencia de temperatura entre la superficie de la lámina y el aire de la habitación, a una cierta distancia de aquélla, origina una transmisión de calor por conducción hacia el interior de la corriente gaseosa cercana a la pared, y la corriente aleja el calor por convección en dirección paralela a la lámina.

Las corrientes de convección natural que rodean a una tubería horizontal caliente son más complicadas que las que se forman en la lámina vertical anterior, pero el mecanismo del proceso es semejante. Las capas de aire próximas al fondo y a los costados de la tubería se calientan y tienden a ascender. Las capas ascendentes de aire caliente, una a cada lado del tubo, se separan de la tubería en puntos cercanos a la parte superior del tubo, para formar dos corrientes independientes, que ascienden dejando entre ellas una zona de aire relativamente frío y estancado.

La convección natural en líquidos sigue el mismo modelo, debido a que los líquidos calientes son menos densos que fríos. La flotación de las capas de líquido que están junto a la superficie caliente generan corrientes de convección lo mismo que en el caso de gases.

Con la suposición de que h depende del diámetro del tubo, calor específico, viscosidad, coeficiente de expansión térmica, aceleración de la gravedad, y diferencia de temperaturas, el análisis dimensional conduce a

$$\frac{hD_o}{k} = \Phi\left(\frac{c_p\mu}{k}, \frac{D_o^3\rho^2 g}{\mu^2}, \beta\,\Delta T\right) \tag{12.72}$$

Puesto que el efecto de β se manifiesta a través de la flotación en un campo gravitacional, el producto $g\beta\,\Delta T$ actúa como un solo factor y los dos últimos grupos se funden en un grupo adimensional que recibe el nombre de ***número de Grashof*** y se representa por N_{Gr}.

Para cilindros horizontales aislados, el coeficiente de transmisión de calor se puede correlacionar mediante una ecuación que contiene tres grupos adimensionales: el número de Nusselt, el número de Prandtl, y el número de Grashof,

$$\frac{hD_o}{k_f} = \Phi\left(\frac{c_p\mu_f}{k_f}, \frac{D_o^3\rho_f^2\beta g\,\Delta T_o}{\mu_f^2}\right) \tag{12.73}$$

siendo h = coeficiente medio de transmisión de calor, basado en toda la superficie de la tubería
D_o = diámetro exterior de la tubería
k_f = conductividad calorífica del fluido
c_p = calor específico del fluido a presión constante
ρ_f = densidad del fluido
β = coeficiente de expansión térmica del fluido
g = aceleración de la gravedad
ΔT_s = diferencia media de temperatura entre el exterior de la tubería y el fluido alejado de la pared
μ_f = viscosidad del fluido

Las propiedades μ_f, ρ_f y k_f se evalúan a la temperatura media de la película [Ec. (12.69)]. En esta ecuación no se tiene en cuenta la radiación.

El coeficiente de expansión térmica β es una propiedad del fluido, que se define como la fracción de incremento de volumen que, a presión constante, experimenta el fluido por grado de variación de temperatura, o sea

$$\beta = \frac{(\partial v/\partial T)_p}{v} \tag{12.74}$$

siendo v = volumen específico del fluido
$(\partial v/\partial T)_p$ = variación del volumen específico con la temperatura a presión constante

Para líquidos, β se puede considerar constante en un determinado intervalo de temperatura, de forma que la Ecuación (12.74) adquiere la forma

$$\beta = \frac{\Delta v/\Delta T}{\bar{v}} \tag{12.74}$$

siendo $\bar{v}$ el volumen específico medio. En función de la densidad,

$$\beta = \frac{1/\rho_2 - 1/\rho_1}{(T_2 - T_1)(1/\rho_1 + 1/\rho_2)/2} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\bar{\rho}_a(T_2 - T_1)} \tag{12.75}$$

siendo $\bar{\rho}_a = (\rho_1 + \rho_2)/2$
ρ_1 = densidad del fluido a la temperatura T_1
ρ_2 = densidad del fluido a la temperatura T_2

Para un gas ideal, puesto que v = RT/p,

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}$$

y usando la Ecuación (12.74),

$$\beta = \frac{R/p}{RT/p} = \frac{1}{T} \tag{12.76}$$

Por tanto, el coeficiente de expansión térmica de un gas ideal es igual al inverso de la temperatura absoluta.

En la Figura 12.8 se presenta una relación, basada en la Ecuación (12.73), que correlaciona satisfactoriamente los datos experimentales para la transmisión de calor desde un solo cilindro horizontal hacia líquidos o gases. El intervalo de variables que cubre la única línea de la Figura 12.8 es muy grande.

Para valores de log $N_{Gr}N_{Pr}$ iguales o superiores a 4 la línea de la Figura 12.8 se ajusta muy aproximadamente mediante la ecuación empírica [7b]

$$N_{Nu} = 0{,}53(N_{Gr}N_{Pr})_f^{0,25} \tag{12.77}$$

Convección natural al aire desde superficies verticales y planos horizontales. Las ecuaciones para la transmisión de calor por convección natural entre fluidos y sólidos de una forma geométrica definida, son de la forma [7a]

$$\frac{hL}{k_f} = b\left[\frac{L^3\rho_f^2 g\beta_f \Delta T}{\mu_f^2}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)_f\right]^n \tag{12.78}$$

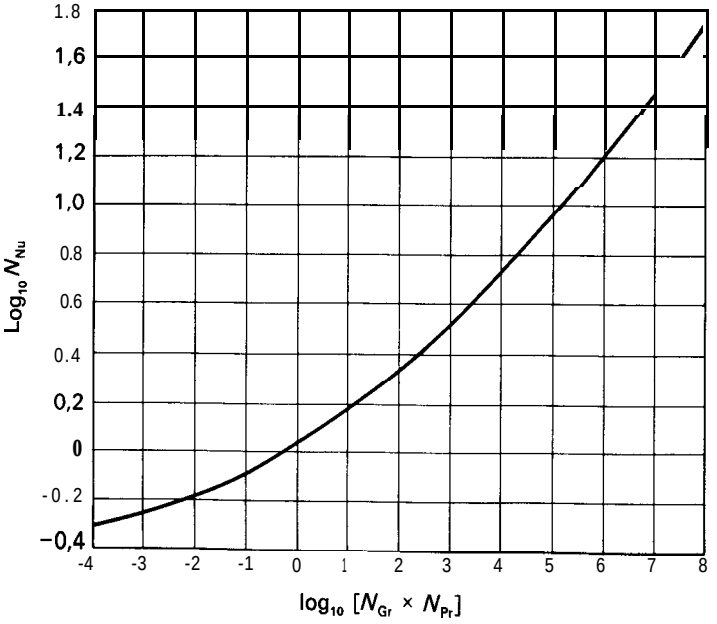


Figura 12.8. Transmisión de calor entre fluidos y cilindros aislados horizontales, por convección natural.

donde n y b son constantes y L es la longitud de una superficie vertical o la longitud de una superficie horizontal cuadrada, en pies. Las propiedades se toman a la temperatura media de película. La Ecuación (12.78) se puede expresar en esta forma

$$N_{Nu,f} = b(N_{Gr}N_{Pr})_f^n \tag{12.79}$$

En la Tabla 12.4 se dan valores de las constantes b y n para diferentes condiciones.

Efecto de la convección natural sobre la transmisión de calor en flujo laminar. La convección natural en flujo laminar a bajas velocidades, en tuberías de gran diámetro, y para grandes caídas de temperatura, puede adquirir tal magnitud que haga preciso modificar las ecuaciones habituales para la transmisión de calor con flujo laminar. El efecto de la convección natural en tubos se centra casi totalmente en el flujo laminar, debido a que las mayores velocidades características del flujo en los regímenes de transición y turbulento dominan a las corrientes relativamente débiles de la convección natural.

Tabla 12.4. Valores de las constantes en la Ecuación (12.79)†

Sistema	Intervalo de $N_{Gr}N_{Pr}$	b	n
Láminas verticales, cilindros verticales	$10^4 - 10^9$	0,59	0,25
	$10^9 - 10^{12}$	0,13	0,333
Láminas horizontales:			
Superficie de calentamiento dirigida hacia arriba, o de enfriamiento dirigida hacia abajo	$10^5 - 2 \times 10^7$	0,54	0,25
	$2 \times 10^7 - 3 \times 10^{10}$	0,14	0,333
Superficie de enfriamiento dirigida hacia arriba, o de calentamiento dirigida hacia abajo	$3 \times 10^5 - 3 \times 10^{10}$	0,27	0,25

† Tomado, con autorización, de W. H. McAdams, *«Heat Transmissión», 3.ª* ed., pp. *172,* 180, 1954, McGraw-Hill Book Company.

El efecto de la convección natural sobre el coeficiente de transmisión de calor para fluidos con flujo laminar a través de tubos horizontales, puede tenerse en cuenta multiplicando el coeficiente h_i, calculado a partir de la Ecuación (12.64) o de la Figura 12.3, por el factor[5]

$$\phi_n = \frac{2{,}25(1 + 0{,}010N_{Gr}^{1/3})}{\log_{10} N_{Re}} \tag{12.80}$$

La convección natural también tiene lugar en tubos verticales, dando lugar a un aumento del flujo de calor, cuando el flujo es hacia arriba, con respecto al que se obtiene para flujo laminar exclusivamente. El efecto es marcado para valores

de N_{Gr} comprendidos entre 10 y 10000 y depende del valor del término $N_{Gr}N_{Pr}D/L^{7f}$.

Ejemplo 12.4. Aire a 1 atm de presión circula a través de una tubería horizontal de acero de 2 pulg (51 mm), Catálogo 40, provista de un encamisado para la condensación de vapor de agua. La velocidad del aire es de 1,5 pies/s (0,457 m/s) y su temperatura a la entrada es de 68 °F (20 "C). La temperatura de la pared de la tubería es de 220 °F (104,4 "C). Si la temperatura del aire a la salida ha de ser de 188 °F (86,7 "C), ¿cuál será la longitud de la sección caliente?

SOLUCIÓN

Para establecer el régimen de flujo se calcula el número de Reynolds basado en la temperatura media. Los valores que se necesitan son

$$\bar{T} = \frac{68 + 188}{2} = 128\ ^\circ\text{F} \qquad D = \frac{2{,}067}{12} = 0{,}1723 \text{ pies} \qquad \text{(Ap. 6)}$$

$$\mu(\text{a } 128\ ^\circ\text{F}) = 0{,}019 \text{ cP} \qquad \text{(Ap. 9)}$$

$$\rho(\text{a } 68\ ^\circ\text{F}) = \frac{29}{359}\,\frac{492}{68 + 460} = 0{,}0753 \text{ lb/pie}^3$$

$$\bar{V}\rho = G = 1{,}5 \times 0{,}0753 \times 3600 = 404{,}4 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

$$N_{Re} = \frac{DG}{\mu} = \frac{0{,}1723 \times 406{,}4}{0{,}019 \times 2{,}42} = 1{,}522$$

Puesto que el flujo es laminar, es aplicable la Ecuación (12.25). El resultado debe corregirse después, para tener en cuenta el efecto de la convección natural, utilizando la Ecuación (12.80). Para utilizar la Ecuación (12.25) se necesitan los siguientes valores:

c_p(a 128 °F) = 0,25 Btu/lb-°F (Ap. 15)

k(a 128 "F) = 0,0163 Btu/pies-h-°F (Ap. 12)

(Mediante interpolación lineal)

μ_w(a 220 °F) = 0,021 cP (Ap. 9)

El área de la sección transversal interna de la tubería es

$$S = 0{,}02330 \text{ pie}^2 \qquad \text{(Ap. 6)}$$

La velocidad de flujo másico es

$$\dot{m} = GS = 406{,}4 \times 0{,}02330 = 9{,}47 \text{ lb/h}$$

La carga de calor es

$$q = \dot{m}c_p(\bar{T}_b - T_a) = 9{,}47 \times 0{,}25(188 - 68) = 284{,}1 \text{ Btu/h}$$

La diferencia de temperatura media logarítmica es

$$AT_1 = 220 - 188 = 32\ °F \qquad AT_2 = 220 - 68 = 152\ °F$$

$$\overline{AT}_l = \frac{152 - 32}{\ln (152/32)} = 77{,}0\ °F$$

El coeficiente de transmisión de calor viene dado por $h = q/A\ \Delta T_l$. A partir del Apéndice 6, para una tuberia de 2 pulg, Catálogo 40,

$$A = 0{,}541L$$

Por tanto

$$h = \frac{284{,}1}{0{,}541L} = \frac{6{,}820}{L}$$

Por otra parte, a partir de la Ecuación (12.25), el coeficiente de transmisión de calor es

$$h = \frac{2k}{D}\left(\frac{\dot{m}c_p}{kL}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}14}$$

$$= \frac{2 \times 0{,}0163}{0{,}1723}\left(\frac{9{,}47 \times 0{,}25}{0{,}0163L}\right)^{1/3}\left(\frac{0{,}019}{0{,}021}\right)^{0{,}14} = \frac{0{,}9813}{L^{1/3}}$$

Igualando la dos ecuaciones para h se obtiene

$$\frac{0{,}9813}{L^{1/3}} = \frac{6{,}820}{L}$$

de donde $L = 18{,}32$ pies (5,58 m).

El resultado se corrige ahora para tener en cuenta el efecto de la convección natural utilizando la Ecuación (12.80). Para esto es preciso calcular el número de Grashof, que requiere los siguientes valores adicionales

$$\beta(\text{a } 128\ °F) = \frac{1}{460 + 128} = 0{,}0017\ °R^{-1}$$

$$AT = 220 - 128 = 92\ °F \qquad \rho(\text{a } 128\ °F) = 0{,}0676\ \text{lb/pie}^3$$

El número de Grashof, por tanto, es

$$N_{Gr} = \frac{D^3\rho^2 g\beta\ AT}{\mu^2}$$

$$= \frac{0{,}1723^3 \times 0{,}0676^2 \times 32{,}174 \times 0{,}0017 \times 92}{(0{,}019 \times 6{,}72 \times 10^{-4})^2} = 0.7192 \times 10^6$$

A partir de la Ecuación (12.80)

$$\phi_h = \frac{2{,}25[1 + 0{,}01(0{,}7192 \times 10^6)^{1/3}]}{\log_{10} 1{,}522} = 1{,}34$$

Para corregir el valor de h obtenido a partir de la Ecuación (12.25), se utiliza el factor $0{,}9813/L^{1/3}$; por tanto

$$1{,}34 \times \frac{0{,}9813}{L^{1/3}} = \frac{6{,}820}{L}$$

de donde $L = 11{,}81$ pies (3,60 m).

SIMBOLOS

A	Area, pie^2 o m^2; A_T, área total del cambiador de calor
b	Constante de la Ecuación (12.79)
C	Constante
c_p	Calor específico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C
D	Diámetro, pies o m; D_e, diámetro equivalente, $4r_H$; D_i, diámetro interior; D_{ij}, diámetro interior del encamisado; D_{it}, diámetro interior del tubo interior; D_o, diámetro exterior; D_{ot}, diámetro exterior del tubo interior; D_p, de la partícula esférica; $\bar{D}_L$, medio logarítmico
f	Factor de fricción de Fanning, adimensional
G	Velocidad másica, lb/pie^2-s o kg/m^2-s
g	Aceleración de la gravedad, pies/s^2 o m/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb/lb-s^2
h	Coeficiente individual de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h, valor medio para el interior del tubo; h_{it}, basado en la caída de temperatura media aritmética; h_o, para el exterior del tubo o de la partícula; h_{it}, valor local; h_{x1}, para el borde trasero de la lámina; h_∞, para el flujo totalmente desarrollado en tuberías largas
J_H	Factor f de Colburn, $N_{St}(N_{Pr})^{2/3}\phi_v$, adimensional
K	Indice de consistencia del flujo en un fluido no newtoniano
k	Conductividad calorífica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C; k_f, a la temperatura media; k_m, de la pared del tubo
L	Longitud, pies o m
m	Parámetro de la Ecuación (12.26), $K'8^{n'-1}$; m_w, valor de T_w
$\dot{m}$	Velocidad de flujo másica, lb/h o kg/h
N_{Fo}	Número de Fourier, $4kL/c_p\rho D^2\bar{V}$, adimensional
N_{Gr}	Número de Grashof, $D^3\rho^2 g\beta\Delta T/\mu^2$, adimensional
N_{Gz}	Número de Graetz, $\dot{m}c_p/kL$, adimensional
N_{Nu}	Número de Nusselt, hD/k, adimensional; $N_{Nu,f}$, para la temperatura media de película; $N_{Nu,x}$, valor local para una lámina plana; $N_{Nu,\theta}$, valor local para el exterior del tubo
N_{Pe}	Número de Peclet, $\rho\bar{V}c_pD/k$, adimensional
N_{Pr}	Número de Prandtl, $c_p\mu/k$, adimensional
N_{Re}	Número de Reynolds, DG/μ, adimensional; $N_{Re,x}$, valor local para una lámina, $u_0x\rho/\mu$; $N_{Re,x1}$, en el borde trasero de la lámina
N_{St}	Número de Stanton, hc_p/G, adimensional
n	Constante en la Ecuación (12.79)
n'	Indice de comportamiento del flujo no newtoniano, adimensional
p	Presión, lb$_f$/pie^2 o N/m^2

q Velocidad de flujo de calor, Btu/h o W; q_c, por conducción; q_t, por convección turbulenta

R Constante de la ley de los gases

r Radio, pies o m; r_H, radio hidráulico de la conducción; r_m, del tubo; r_w, de la tubería

T Temperatura, °F o °C; T_a, a la entrada; T_b, a la salida; T_f, temperatura media de película; T_i, valor instantáneo; T_w, en la pared o lámina; T_∞, del fluido que se acerca; $\bar{T}$, temperatura media del fluido en el tubo; $\bar{T}_b$, temperatura media global a la salida; $\bar{T}_i$, media temporal de los valores instantáneos; T', componentes fluctuantes; $\bar{T}'$, media temporal del componente fluctuante

t_T Tiempo total de calentamiento o enfriamiento, s o h

U Coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; U_o, basado en el área exterior; U_1, U_2, en los extremos del cambiador

u Velocidad del fluido, pies/s o m/s; u_∞, del fluido que se acerca; u', componente fluctuante

$\bar{V}$ Velocidad volumétrica media del fluido, pies/s o m/s

v Volumen específico, pie^3/lb o m^3/kg para líquidos; pie^3/lb-mol o m^3/kg-mol para gases; $\bar{v}$, valor medio

v' Componente fluctuante de la velocidad en la dirección y; $\bar{v}'$, valor medio temporal

x Distancia desde el borde de ataque de la lámina o desde la entrada del tubo, pies o m; x_w, espesor de pared; x_o, en el comienzo de la sección caliente; x_1, longitud de la lámina

y Distancia radial desde la pared, pies o m; también espesor de la capa límite

Z Altura, pies o m

Letras griegas

α Difusividad térmica, $k/\rho c_p$, pie^2/h o m^2/h; también constante en la Ecuación (12.65)

β Coeficiente de expansión volumétrica, 1/°R o 1/K; también constante en la Ecuación (12.65)

γ Constante en la Ecuación (12.65)

ΔT Caída de temperatura, °F o °C; $\Delta\overline{T}_i$, desde la pared interior de la tubería hasta el fluido; $\overline{\Delta T}_o$, desde la pared exterior hasta el fluido lejos de la pared; ΔT_o, caída de temperatura media aritmética; $\Delta\overline{T}_L$, caída de temperatura media logarítmica

δ Parámetro en la Ecuación (12.26), $(3n' + 1)/4n'$

ε Difusividad turbulenta, pie^2/h o m^2/h; ε_H, de calor; ε_M, de cantidad de movimiento

θ Posición angular sobre el exterior del tubo

μ Viscosidad absoluta, lb/pies-s o kg/m-s; μ_f, valor medio de la película de fluido; μ_w, valor para la temperatura de la pared

ν Viscosidad cinemática, pie^2/h o m^2/h

ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_f, de la película de líquido; $\bar{\rho}_a$, valor de la media aritmética

τ Esfuerzo cortante, lb/pie^2 o N/m^2; τ_w, esfuerzo cortante en la pared del tubo; τ_0, esfuerzo de campo de un fluido plástico

Φ, Φ_1 Función

ϕ_n Factor de convección natural [Ec. (12.80)]

ϕ_v Factor de corrección de la viscosidad, $(\mu/\mu_w)^{0,14}$

ψ Función en la Ecuación (12.34); también relación de difusividad turbulentas, $\varepsilon_H/\varepsilon_M$; $\bar{\psi}$, valor medio

ψ_0 Función en la Ecuación (12.68)

PROBLEMAS

12.1. Por una tuberia de 25 mm de diámetro interior circula glicerina a razón de 500 kg/h. Entra en una sección caliente de 3 m de longitud cuya pared está a la temperatura uniforme de 115 "C. La temperatura de la glicerina a la entrada es de 15 "C. Si el perfil de velocidad es parabólico, ¿cuál será la temperatura de la glicerina a la salida de la sección caliente? ¿Cuál sería la temperatura a la salida si el flujo fuese en pistón? ¿Qué longitud tendría que tener la sección caliente para calentar la glicerina hasta 115 "C?

12.2. Un aceite que está a la temperatura de 50 °F se calienta en una tubería horizontal de 50 pies de longitud cuya temperatura en la superficie es de 100 °F. La tuberia es de hierro, Catálogo 40. La velocidad de flujo del aceite es de 100 gal/h, medido a la temperatura de entrada. ¿Cuál será la temperatura del aceite una vez mezclado a la salida de la tuberia? ¿Cuál es el coeficiente medio de transmisión de calor?

Tabla 12.5. Datos para el Problema 12.2

	50 °F	100 °F
Densidad relativa, 60 °F/60 °F	0,80	0,75
Conductividad calorifica, Btu/pies-h-°F	0,072	0,074
Viscosidad, cP	20	10
Calor específico, Btu/lb-°F	0,75	0,75

12.3. Por una tubería de hierro de 50 mm de diámetro interior circula un aceite con una velocidad de 1 m/s, que se calienta con vapor de agua por el exterior de la tubería, pudiendo tomarse el coeficiente de película del vapor como ll kW/m²-°C. En un determinado punto a lo largo de la tuberia el aceite está a 50 "C, su densidad es 880 kg/m³, su viscosidad es 2,1 cP, su conductividad calorífica es 0,135 W/m-°C y su calor específico es 2,17 J/g-"C. ¿Cuál es el coeficiente global de transmisión de calor en este punto, basado en el área interior de la tubería? Si la temperatura del vapor de agua es 130 "C, ¿cuál es la densidad de flujo de calor en dicho punto, basada en el área exterior de la tuberia?

12.4. Se calienta queroseno con agua en un cambiador de carcasa y tubos. El queroseno circula por el interior de los tubos y el agua por el exterior. El flujo es en contracorriente. La temperatura media del queroseno es de 110 °F y la velocidad lineal media es de 5 pies/s. Las propiedades del queroseno a 110 °F son: densidad relativa = 0,850, viscosidad = 1,5 cP, calor específico = 0,583 Btu/lb-°F, y la conductividad calorífica = 0,875 Btu/pies-h-°F. Los tubos son de acero con bajo contenido en carbono, de un diámetro exterior de 3/4 pulg 16 BWG. El coeficiente de transmisión de calor del lado de la carcasa es de 300 Btu/pie²-h-°F. Calcúlese el coeficiente global basado en el área exterior del tubo.

12.5. Supóngase que el queroseno del Problema 12.4 se sustituye por agua a 110 °F que fluye con una velocidad de 5 pies/s. ¿Qué porcentaje de aumento del coeficiente global cabe esperar si la superficie del tubo permanece limpia?

12.6. Ambas superficies del tubo del Problema 12.5 se ensucian con depósitos procedentes del agua. Los factores de ensuciamiento son 330 en el lado interior y 200 en la superficie exterior, ambos en Btu/pie²-h-°F. ¿Qué porcentaje de disminución del coeficiente global provocará el ensuciamiento del tubo?

12.7. Ha de calentarse agua desde 15 hasta SO °C en un cambiador sencillo de tubos concéntricos y con un caudal de 4 m³/h. El agua circula por el tubo interior mientras que sobre el exterior del mismo condensa vapor de agua a 110 "C. La pared del tubo es tan

delgada que su resistencia puede considerarse despreciable. Supóngase que el coeficiente de película del vapor h_0 es de 11 kW/m²-°C. ¿Cuál sería la longitud del cambiador más corto para calentar el agua hasta la temperatura deseada? Propiedades medias del agua:

$$p = 993 \text{ kg/m}^3 \qquad k = 0{,}61 \text{ W/m-°C} \qquad \mu = 0{,}78 \text{ cP} \qquad c_p = 4{,}19 \text{ J/g-°C}$$

Nota: Hállese el diámetro óptimo del tubo.

12.8. Una aleación sodio-potasio (con 78 por 100 de potasio) circula a través de tubos de 1/2 pulg de diámetro interior para la refrigeración del núcleo de un reactor nuclear. La temperatura del metal líquido a la entrada es de 600 °F y su velocidad 30 pies/s. Si los tubos tienen 2 pies de longitud y su superficie interior está a 700 °F, calcúlese el aumento de temperatura del refrigerante y la ganancia de energía por libra de metal líquido. Propiedades del NaK (78 por 100 de K):

$$\rho = 45 \text{ lb/pie}^3 \qquad k = 179 \text{ Btu/pies-h-°F} \qquad \mu = 0{,}16 \text{ cP} \qquad c_p = 0{,}21 \text{ Btu/lb-°F}$$

12.9. A través de un tubo calentado con vapor de agua circula aire en condiciones tales que las resistencias del vapor de agua y de la pared son despreciables en comparación con la resistencia del lado del aire. Suponiendo que cada uno de los siguientes factores se modifican individualmente, mientras que todos los demás factores originales permanecen constantes, calcúlese el porcentaje de variación de $q/\overline{\Delta T}_L$ que se deriva de cada cambio. *(a)* Se duplica la presión del gas pero se mantiene la velocidad de flujo de masa del aire. (b) Se duplica la velocidad de flujo de masa de aire. (c) Se duplica el número de tubos del calentador. *(d)* Se reduce a la mitad el diámetro de los tubos.

12.10. Agua a 60 °F circula en dirección perpendicular a un tubo caliente de 1 pulg de diámetro exterior, cuya temperatura es de 250 "F. La velocidad de acercamiento del agua es de 3 pies/s. *(a)* ¿Cuál es la densidad de flujo de calor, en Btu por hora y pie cuadrado, desde la superficie del cilindro hacia el agua? *(b)* ¿Cuál seria la densidad de flujo si el cilindro se substituye por una esfera de 1 pulg de diámetro exterior, también con una temperatura en la superficie de 250 "F?

12.11. Se calienta agua desde 15 hasta 65 °C en un tubo horizontal de 50 mm de diámetro interior calentado con vapor. La temperatura del vapor es de 120 "C. El número de Reynolds medio del agua es 450. El coeficiente individual de transmisión de calor del agua es controlante. ¿En qué porcentaje aumentaría la convección natural, la velocidad total de transmisión de calor sobre el valor predicho estrictamente para flujo laminar? Compare su respuesta con el aumento mencionado en el Ejemplo 12.4.

12.12. Un gran tanque de agua se calienta por convección natural desde tubos horizontales sumergidos calentados con vapor. Los tubos son de acero de 3 pulg, Catálogo 40. Cuando la presión del vapor de agua es la atmosférica y la temperatura del agua es de 80 "F, ¿cuál es la velocidad de transmisión de calor hacia el agua, en Btu por hora y pie de longitud de tubo?

12.13. Puesto que el número de Prandtl y la capacidad calorífica del aire son casi independientes de la temperatura, la Ecuación (12.31) parece indicar que h_i para el aire aumenta con $\mu^{0,2}$. *(a)* Explíquese esta anomalía y determínese la variación aproximada de h_i con la temperatura utilizando $h_i \propto T$". (*b*) ¿Cuánto variará h_i para el aire con la temperatura si la velocidad lineal, en vez de la velocidad másica, se mantiene constante?

12.14. En un regenerador catalítico de craqueo se inyectan partículas de catalizador a 1000 °F en aire a 1200 °C en un lecho fluidizado. Despreciando la reacción química, ¿cuánto tardará una partícula de 50 μm en calentarse hasta una temperatura de 10 °F inferior a la temperatura del aire? Supóngase que el coeficiente de transmisión de calor del

aire es el mismo que para partículas esféricas que caen con la velocidad límite de sedimentación.

12.15. En una planta piloto se enfría un aceite viscoso desde 200 hasta 110 °C en una tubería de 1,0 pulg provista de un encamisado por el que circula agua a 30 °C. Para conseguir un mayor enfriamiento del aceite se ha sugerido sustituir el cambiador por otro de mayor diámetro interior (1,5 pulg) pero la misma longitud. (a) Si el aceite circula con flujo laminar en una tubería de 1,0 pulg, ¿qué variación en la temperatura de salida cabe esperar cuando se utilice el cambiador más grande? (*b*) Repítase el apartado anterior suponiendo que el aceite circula con flujo turbulento.

12.16. En la fabricación de ácido nítrico se hace pasar aire, que contiene un 10 por 100 de amoníaco, a través de una fina tela metálica de una aleación de Pt/Rh. (a) Calcúlese el coeficiente de transmisión de calor para el aire a 500 °C circulando sobre alambres de 0,5 mm de diámetro con una velocidad de 20 pies/s. (*b*) Si el área de la superficie de la tela metálica es de 3,7 cm^2/cm^2 de sección transversal, ¿cuál es la variación de temperatura del aire, inicialmente a 500 "C, que circula a través de la malla, si la superficie de los alambres está a 900 "C?

12.17. ¿Cuáles son las implicaciones de la analogía de Colburn para transmisión de calor en un tubo rugoso en comparación con la transmisión de calor en tubos lisos?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. DWYER, *O.* E.: *AIChE J.*, **9**:261 (1963).
2. ECKERT, E. R. G., y GROSS, J. F.: «Introduction to Heat and Mass Transfer», pp. 110-114, McGraw-Hill, New York, 1963.
3. FRIEND, W. L., y METZNER, A. B.: *AIChE J.*, **4**:393 (1958).
4. GEBHART, B.: «Heat Transfer», 2." ed., McGraw-Hill, New York, 1971; (a) p. 272, (b) p. 274, (c) p. 283.
5. KERN, D. Q., y OTHMER, D. F.: *Trans. AIChE*, **39**:517 (1943).
6. KNUDSEN, J. G., y KATZ, D. L.: «Fluid Dynamics and Heat Transfer», McGraw-Hill, New York, 1958; (a) pp. 361-390, (b) pp. 400-403, (c) p. 439.
7. MCADAMS, W. H.: «Heat Transmission», 3.' ed., McGraw-Hill, New York, 1954; (a) pp. 172, 180, *(b)* p. 177, (c) p. 215, (*d*) p. 230, (e) p. 234.
8. SIEDER, E. N., y TATE, G. E.: *Znd. Eng. Chem.*, **28**:1429 (1936).
9. WILKINSON, W. L.: «Non-Newtonian Fluids», p. 104, Pergamon, London, 1960.

CAPITULO

TRECE

TRANSMISION DE CALOR EN FLUIDOS CON CAMBIO DE FASE

Los procesos de transmisión de calor acompañados por un cambio de fase son más complejos que el simple intercambio de calor entre fluidos. Un cambio de fase implica la adición o substracción de cantidades considerables de energía calorífica a temperatura constante o casi constante. La velocidad del cambio de fase puede estar regida por la velocidad de transmisión de calor, pero más frecuentemente, está gobernada por la velocidad de nucleación de burbujas, gotas o cristales, y por el comportamiento de la nueva fase una vez formada. Este capitulo se dedica a condensación de vapores y ebullición de líquidos. La cristalización se estudia en el Capítulo 28.

TRANSMISION DE CALOR DESDE VAPORES CONDENSANTES

La condensación de vapores sobre superficies tubulares más frías que la temperatura de condensación del vapor es de gran importancia en los procesos en los que intervienen vapores tales como los de agua, hidrocarburos y otras sustancias volátiles. En este libro se presentan algunos ejemplos al estudiar las operaciones básicas de evaporación, destilación y secado.

El vapor que condensa puede ser una sustancia pura, una mezcla de sustancias condensables y no condensables, o una mezcla de dos o más vapores condensables. Las pérdidas por fricción en un condensador son generalmente muy pequeñas, de forma que la condensación es esencialmente un proceso a presión constante. La temperatura de condensación de una sustancia pura depende exclusivamente de la presión y, por consiguiente, la condensación de una sustancia pura es un proceso isotérmico. El condensado también es una sustancia pura. La condensación de una mezcla de vapores, a presión constante, se produce en un intervalo de temperatura y genera un condensado cuya composición va variando hasta que condensa todo el vapor, momento en que la composición del condensado es igual a la del vapor original no condensado†. Un ejemplo corriente de

† Excepciones a este hecho se encuentran en la condensación de mezclas azeotrópicas que se consideran en un capítulo posterior.

condensación de una sustancia a partir de su mezcla con un segundo componente no condensable lo constituye la condensación de agua en una mezcla de vapor de agua y aire.

La condensación de mezclas de vapores es complicada y cae fuera del propósito de este libro[10a, 12b]. El tratamiento que se presenta ahora está dirigido hacia la transmisión de calor desde una sustancia volátil pura que condensa sobre un tubo frío.

Condensación en gotas y en película. Un vapor puede condensar sobre una superficie fría en una de estas dos formas: en gotas o en película. En la condensación en película, que es más frecuente que la condensación en gotas, el líquido condensado forma una película o capa continua que fluye sobre la superficie del tubo por acción de la gravedad. Esta capa de líquido interpuesta entre el vapor y la pared del tubo es la que proporciona la resistencia al flujo de calor y, por consiguiente, la que fija el valor del coeficiente de transmisión de calor.

En la condensación en gotas el condensado comienza a formarse en puntos microscópicos de nucleación, tales como hoyos diminutos, arañazos y manchas de polvo. Las gotas crecen y se juntan con otras que están en sus inmediaciones para formar pequeñas gotas visibles, análogas a las que se forman sobre la superficie de un vaso que contiene agua fría cuando se expone a un ambiente húmedo. Las gotas finas se reúnen a su vez formando arroyuelos que fluyen hacia abajo por acción de la gravedad, barren el condensado y dejan la superficie libre para la formación de nuevas gotitas. Durante la condensación en forma de gotas una gran parte de la superficie fría está desnuda y, por consiguiente, directamente expuesta al vapor. Como no hay película de líquido, la resistencia a la transmisión de calor en las áreas desnudas es muy pequeña, de forma que el coeficiente de transmisión de calor es muy elevado. El coeficiente medio para la condensación en gotas puede ser de cinco a ocho veces mayor que para la condensación en película. En tubos largos puede haber condensación en película en una parte de la superficie y en gotas en el resto.

Las observaciones más amplias e importantes sobre la condensación en gotas se han hecho con vapor de agua, pero se ha observado también en etilenglicol, glicerina, nitrobenceno, iso-heptano, y otros vapores orgánicos [15]. Los metales líquidos condensan generalmente en forma de gotas. La aparición de condensación en gotas depende fundamentalmente de que el líquido moje o no a la superficie, de forma que el fenómeno cae dentro del campo de la química de superficies. Una gran parte del trabajo experimental realizado sobre la condensación en gotas del vapor de agua se puede resumir en los siguientes párrafos[4]:

1. Siempre que el vapor de agua y el tubo estén limpios la condensación sobre tubos de metales corrientes se produce en forma de película, independientemente de que lo haga en presencia o no de aire y sobre superficies rugosas o pulimentadas.
2. La condensación en gotas se consigue solamente cuando el líquido no moja la superficie fría y se mantiene más fácilmente sobre superficies lisas que sobre superficies rugosas. La condensación en gotas es frecuentemente inducida por la contaminación del vapor con gotas de aceite.

3. La cantidad de contaminante o promotor que se necesita para provocar la condensación en gotas es muy pequeña y aparentemente basta con una capa monomolecular.
4. Los promotores eficaces de gotas son fuertemente adsorbidos por la superficie y las sustancias que solamente evitan el mojado, son ineficaces. Algunos promotores son especialmente eficaces sobre ciertos metales, como ocurre, por ejemplo, con los mercaptanos sobre aleaciones de cobre. Otros promotores, tales como ácido oleico, presentan una eficacia muy generalizada. Finalmente, algunos metales, como el acero y el aluminio, resultan difíciles de tratar para obtener condensación en gotas.
5. El coeficiente medio que se puede obtener para la condensación en gotas alcanza valores tan elevados como 20 000 $Btu/pie^2\text{-}h\text{-}°F$ (114 $kW/m^2\text{-}°C$).

Si bien se han hecho algunos intentos par aprovechar prácticamente estos elevados coeficientes, provocando artificialmente la condensación en gotas, este tipo de condensación es inestable y difícil de mantener, razón por la cual el método es muy poco utilizado. Por otra parte, la resistencia de la capa de vapor condensado, aun para la condensación en forma de película, es generalmente pequeño en comparación con la resistencia del otro lado del tubo, de forma que con la condensación en gotas se consigue un incremento relativamente pequeño del coeficiente global. Por estos motivos, en las operaciones normales de diseño se supone que la condensación se produce en forma de película.

Coeficientes para la condensación en película. Nusselt fue el primero en deducir las ecuaciones básicas de la velocidad de transmisión de calor para la condensación en película[10b, 12a, 14]. Las ecuaciones de Nusselt se basan en la suposición de que en el límite exterior de la capa del líquido condensado el vapor y el líquido están en equilibrio termodinámico, de forma que la única resistencia al flujo de calor es la que ofrece la capa de condensado que desciende con flujo laminar bajo la acción de la gravedad. También se admite que la velocidad del líquido en la pared es cero, que dicha velocidad en el exterior de la película no está influenciada por la velocidad del vapor, y que las temperaturas de la pared y el vapor son constantes. Se desprecia el sobrecalentamiento del vapor, se supone que el condensado abandona el tubo a la temperatura de condensación, y las propiedades físicas del líquido se toman a la temperatura media de película.

Tubos verticales. La teoría de Nusselt establece que, en la condensación en película, comienza a formarse la película de condensado en la parte superior del tubo y que el espesor de la misma aumenta rápidamente en los primeros centímetros de la parte superior para hacerlo luego más lentamente en la restante longitud de tubo. Se supone que el calor fluye a través de la película de condensado solamente por conducción, de forma que el coeficiente local viene dado por

$$h_x = \frac{k_f}{\delta} \tag{13.1}$$

siendo δ el espesor local de la película.

Resulta, por consiguiente, que el coeficiente local es inversamente proporcional al espesor de película. En la Figúra 13.1 se representan las variaciones de h_x y δ con la distancia a la parte superior del tubo para un caso típico.

El espesor de película es normalmente dos o tres órdenes de magnitud menor que el diámetro del tubo. Por consiguiente, puede obtenerse a partir de la Ecuación (5.76) para una lámina plana, tanto para el interior como para el exterior de tubos. Puesto que hay un gradiente de temperatura en la película, las propiedades del líquido se evalúan para la temperatura media de película T_f, dada por la Ecuación (13.11). En la condensación sobre una superficie vertical, para la que $\cos \beta = 1$, la Ecuación (5.76) adquiere la forma.

$$\delta = \left(\frac{3\Gamma \mu_f}{\rho_f^2 g} \right)^{1/3} \tag{13.2}$$

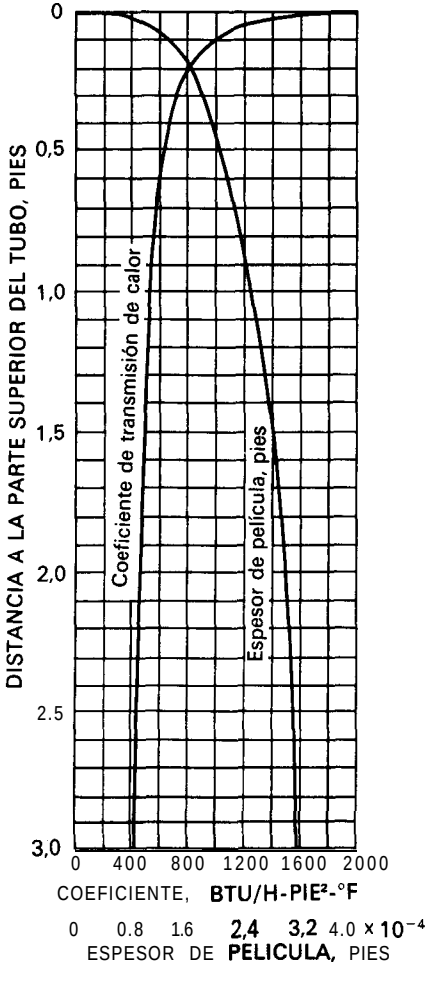


Figura 13.1. Espesor de película y coeficientes locales para una película descendente de condensado. *(Tomado, con autorización, de «Process Heat Transfer», por D. Q. Kern, McGraw-Hill Book Company, Znc.,* 1950.)

Sustituyendo en la Ecuación (13.1) se obtiene la siguiente ecuación para el coeficiente local de transmisión de calor, a una distancia ***L*** de la parte superior de la superficie vertical

$$h_x = k_f\left(\frac{\rho_f^2 g}{3\Gamma\mu_f}\right)^{1/3}$$

La Ecuación (13.3) es aplicable a la condensación tanto en el interior como en el exterior de tubos. Los vapores puros generalmente se condensan en el exterior de tubos y para esta situación, con tubos verticales, el coeficiente local viene dado por las relaciones

$$h_x = \frac{dq}{\Delta T_o dA_o} = \frac{\lambda\, d\dot{m}}{\Delta T_o \pi D_o dL} \tag{13.4}$$

donde λ = calor de vaporización
$\dot{m}$ = ***velocidad de flujo local de condensado***

Puesto que $\dot{m}/\pi D_o = \Gamma$, la Ecuación (13.4) puede escribirse así

$$h_x = \frac{\lambda\, d\Gamma}{\Delta T_o dL} \tag{13.5}$$

El coeficiente ***medio*** para todo el tubo, ***h, se*** define por

$$h \equiv \frac{q_T}{A_o \Delta T_o} = \frac{\dot{m}_T \lambda}{\pi D_o L_T \Delta T_o} = \frac{\Gamma_b \lambda}{L_T \Delta T_o} \tag{13.6}$$

siendo q_T = velocidad total de transmisión de calor
$\dot{m}_T$ = velocidad total de condensación
L_T = longitud total del tubo
Γ_b = carga de condensado en el fondo del tubo

Eliminando h_x de las Ecuaciones (13.3) y (13.5) y despejando AT,, se obtiene

$$\text{AT,} = \left(\frac{3\Gamma\mu_f}{\rho_f^2 g}\right)^{1/3} \frac{\lambda\, d\Gamma}{k_f\, dL} \tag{13.7}$$

Sustituyendo AT, de la Ecuación (13.7) en la Ecuación (13.6).

$$h = \frac{\Gamma_b k_f}{L_T}\left(\frac{\rho_f^2 g}{3\mu_f}\right)^{1/3} \frac{dL}{\Gamma^{1/3}\, d\Gamma} \tag{13.8}$$

Reordenando la Ecuación (13.8) e integrando entre los límites adecuados, resulta

$$h \int_0^{\Gamma_b} \Gamma^{1/3}\, d\Gamma = \frac{\Gamma_b k_f}{L_T} \left(\frac{\rho_f^2 g}{3\mu_f}\right)^{1/3} \int_0^{L_T} dL$$

de donde

$$h = \frac{4k_f}{3} \left(\frac{\rho_f^2 g}{3\Gamma_b \mu_f}\right)^{1/3} \tag{13.9}$$

Por tanto, el coeficiente medio para un tubo vertical, con tal de que el flujo en la película de condensado sea laminar, es 4/3 veces el coeficiente local en el fondo del tubo.

La Ecuación (13.9) puede reordenarse para dar

$$h\left(\frac{\mu_f^2}{k_f^3 \rho_f^2 g}\right)^{1/3} = 1{,}47\left(\frac{4\Gamma_b}{\mu_f}\right)^{-1/3} \tag{13.10}$$

Suponiendo que el gradiente de temperatura es constante a través de la película y que $1/\mu$ varía linealmente con la temperatura, la temperatura de referencia para la evaluación de μ_f, k_f y ρ_f, viene dado por la ecuación[12a]

$$T_f = T_h - \frac{3(T_h - T_w)}{4} = T_h - \frac{3\,\Delta T_o}{4} \tag{13.11}$$

donde T_f = temperatura de referencia
T_h = temperatura del vapor condensante
T_w = temperatura de la superficie exterior de la pared del tubo

La Ecuación (13.10) se utiliza con frecuencia en una forma equivalente en la que el término Γ_b se ha eliminado combinando las Ecuaciones (13.6) y (13.10) para obtener

$$h = 0{,}943\left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \lambda}{\Delta T_o L \mu_f}\right)^{1/4} \tag{13.12}$$

Tubos horizontales. Las siguientes ecuaciones, correspondientes a las Ecuaciones (13.10) y (13.12) para tubos verticales son aplicables para tubos horizontales aislados

$$h\left(\frac{\mu_f^2}{k_f^3 \rho_f^2 g}\right)^{1/3} = 1{,}51\left(\frac{4\Gamma'}{\mu_f}\right)^{-1/3} \tag{13.13}$$

Y

$$h = 0{,}725\left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \lambda}{\Delta T_o D_o \mu_f}\right)^{1/4} \tag{13.14}$$

donde Γ' es la carga de condensado por unidad de *longitud* de tubo, y $\dot{m}/L$ y todos los demás símbolos tienen el significado habitual.

Las Ecuaciones (13.10) y (13.13) tienen un gran parecido y pueden hacerse

idénticas utilizando para ambas el coeficiente 1,5. Son aplicables para diferentes números de Reynolds, pero sin embargo, Γ' para tubos horizontales es normalmente sólo del orden la décima parte de Γ_b para tubos verticales. En tubos horizontales el flujo de condensado es virtualmente siempre laminar.

Utilización práctica de las ecuaciones de Nusselt. En ausencia de elevadas velocidades de vapor, las Ecuaciones (13.13) y (13.14) concuerdan satisfactoriamente con los datos experimentales y pueden utilizarse para el cálculo de coeficientes de transmisión de calor para la condensación en película sobre un solo tubo horizontal. La Ecuación (13.14) se puede utilizar también para condensación en película sobre bloque vertical de tubos horizontales, cuando el condensado cae acumulativamente de un tubo a otro y el condensado total del bloque gotea finalmente por el tubo inferior. Para este fin basta solamente definir Γ', como la carga media por tubo, basada en el flujo total que gotea del último tubo,

$$\Gamma'_s = \frac{\dot{m}_T}{LN} \tag{13.15}$$

siendo $\dot{m}_T$ = velocidad de flujo del condensado total
L = longitud de un tubo
N = número de tubos del haz

Desde el punto de vista práctico, y debido a que algo de condensado salpica fuera de cada tubo en vez de gotear totalmente sobre el tubo inmediato inferior, resulta más exacto utilizar un valor de Γ'_s calculado a partir de la ecuación[10a]

$$\Gamma'_s = \frac{\dot{m}_T}{LN^{2/3}} \tag{13.16}$$

con lo cual la Ecuación (13.14) se transforma en

$$h = 0{,}725\left(\frac{k_f^3\rho_f^2 g\lambda}{N^{2/3}\,\Delta T_o D_o \mu_f}\right)^{1/4} \tag{13.17}$$

Las Ecuaciones (13.10) y (13.12), para tubos verticales, se han deducido con la suposición de que el flujo de condensado es laminar, lo cual limita su utilización al intervalo de $4\Gamma_b/\mu_f$ menor que 2100. Para tubos largos, la película de condensado y su velocidad se hacen suficientemente grandes como para que se produzca turbulencia en la parte inferior de los tubos. Por otra parte, aun para flujo completamente laminar, los coeficientes medidos experimentalmente son un 20 por 100 mayores que los calculados a partir de las ecuaciones, lo cual se atribuye al efecto de las ondulaciones sobre la superficie de la película descendente. Para los cálculos prácticos, los coeficientes de las Ecuaciones (13.10) y (13.12) deben de tomarse como 1,76 y 1,13, respectivamente. Cuando en el condensador la velocidad del vapor es relativamente elevada, la fricción del vapor origina turbulencia

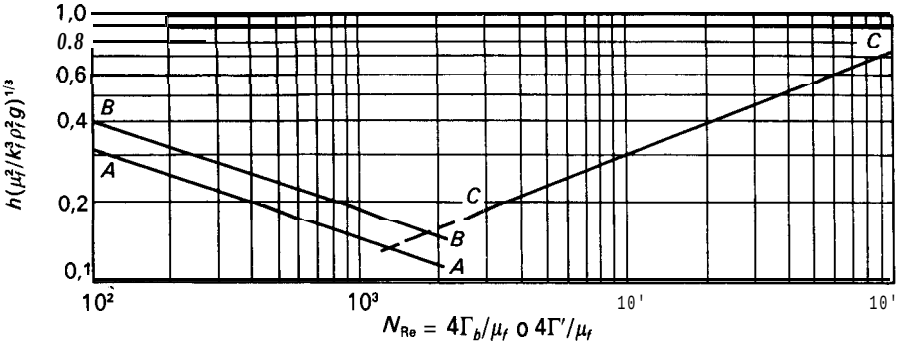


Figura 13.2. Coeficientes de transmisión de calor para condensación en película: línea *AA*, relación teórica para flujo laminar, tubos horizontales y verticales; línea *BB*, relación recomendada para flujo laminar, tubos verticales; línea CC, relación aproximada para flujo turbulento, tubos verticales.

en la capa de condensado, y el coeficiente de película del condensado es bastante mayor que el que predicen las Ecuaciones (13.10) y (13.12).

En la Figura 13.2 se representa $h(\mu_f^2/k_f^3\rho_f^2g)^{1/3}$ frente a N_{Re}. La línea AA es la relación teórica para tubos horizontales y verticales correspondiente a valores de N_{Re} inferiores a 2100 [Ecs. (13.10 y (13.13)]. Esta línea puede utilizarse directamente para tubos horizontales. La línea BB, basada en la Ecuación (13.10) con un coeficiente 1,76 en vez de 1,47 para tener en cuenta el efecto de las ondulaciones, se recomienda para tubos verticales cuando el flujo de la película de condensado es en todo momento laminar.

Cuando el número de Reynolds definido por la Ecuación (5.77) es aproximadamente superior a 2100, el flujo en la película se hace turbulento. Para valores de $4\Gamma_b/\mu_f$ superiores a 2100, el coeficiente h aumenta al aumentar el número de Reynolds. La línea CC de la Figura 13.2 puede utilizarse para calcular los valores de h cuando el valor de $4\Gamma_b/\mu_f$ es superior a 2100. Este valor no se alcanza en la condensación sobre tubos horizontales y se necesita una línea para flujo turbulento. La ecuación para la línea CC es[6b]

$$h\left(\frac{\mu_f^2}{k_f^3\rho_f^2g}\right)^{1/3} = 0{,}0076\left(\frac{4\Gamma_b}{\mu_f}\right)^{0,4} \qquad (13.18)$$

Para una determinada sustancia en un intervalo moderado de presión el término $(k_f^3\rho_f^2g/\mu_f^2)^{1/3}$, es una función de la temperatura. El empleo de la Figura 13.2 se facilita si este término, que puede representarse por ψ_f, se calcula y representa como una función de la temperatura para una sustancia dada. El término ψ_f tiene las mismas dimensiones que el coeficiene de transmisión de calor, de forma que tanto la ordenada como la abscisa de las escalas de la Figura 13.2 son adimensionales. En el Apéndice 14 se da el valor de ψ_f para agua en función de la temperatura.

Ejemplo 13.1. Un condensador de carcasa y tubos, con tubos verticales de cobre de 3/4 pulg (19 mm), 16 BWG, se utiliza para condensar clorobenceno a la presión atmosférica en el lado de la carcasa. El calor latente de condensación del clorobenceno es 139,7 Btu/1b (324,9 J/g). Los tubos tienen una longitud de 5 pies (1,52 m). Por los tubos circula agua de refrigeración a la temperatura media de 175 °F (79,4 "C). Si el coeficiente del lado del agua es de 400 Btu/pie^2-h-°F (2270 W/m^2-°C), (a) ¿cuál es el coeficiente del clorobenceno que condensa?; (b) ¿cuál sería el coeficiente en un condensador horizontal con el mismo número de tubos si el número medio de tubos en un bloque o haz vertical es de 6? Despréciense los factores de ensuciamiento y la resistencia de la pared del tubo.

SOLUCIÓN

(*a*) Se aplica la Ecuación (13.12), pero las propiedades del condensado deben de evaluarse a la temperatura de referencia T_r, que viene dada por la Ecuación (13.11). Al calcular T_f, la temperatura de la pared T_w debe estimarse a partir de h, coeficiente de película del condensado. Por consiguiente, es preciso proceder por tanteos.

Las variables de la Ecuación (13.12) que deben especificarse de forma directa son

$$\lambda = 139{,}7 \text{ Btu/lb} \quad g = 4{,}17 \times 10s \text{ pies/h}^2 \quad L = 5 \text{ pies}$$

La temperatura de condensación T_h es 270 °F.

La temperatura de la pared T_w ha de estar comprendida entre 175 y 270 °F. La resistencia de una película de condensado de un líquido orgánico es generalmente mayor que la resistencia térmica del agua que circula. En consecuencia, T_w es probablemente más próxima a 175 °F que a 270 "F. Como primera aproximación se tomará T_w igual a 205 "F.

La diferencia de temperatura AT, es 270 - 205 = 65 "F.

La temperatura de referencia, a partir de la Ecuación (13.1 1), es

$$T_r = 270 - \tfrac{3}{4}(270 - 205) = 221 \text{ °F}$$

La densidad y la conductividad calorífica de líquidos varían tan poco con la temperatura, que pueden suponerse constantes a los siguientes valores:

$$\rho_f = 65{,}4 \text{ lb/pie}^3 \qquad k_f = 0{,}083 \text{ Btu/pies-h-"F (Ap. 13)}$$

La viscosidad de la película es

$$\mu_f = 0{,}30 \times 2{,}42 = 0{,}726 \text{ lb/pies-h} \quad \text{(Ap. 10)}$$

La primera estimación de h, utilizando un coeficiente de 1,13, tal como se recomienda en la página 396, es

$$h = 1{,}13\left(\frac{0{,}083^3 \times 65{,}4 \times 4{,}17 \times 10^8 \times 139{,}7}{65 \times 5 \times 0{,}726}\right)^{1/4} = 179 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

La temperatura corregida de la pared se obtiene a partir de la Ecuación (12.38). El diámetro exterior de los tubos D_o es 0,75/12 = 0,0625 pies. El diámetro interior D_i es 0,0625 - (2 x 0,065)/12 = 0,0517 pies.

La caída de temperatura para la resistencia del agua, de acuerdo con la Ecuación (12.38), es

$$\Delta T_i = \frac{1/400}{1/400 + 0{,}0517/(0{,}0625 \times 179)} (270 - 175) = 33\ ^\circ\text{F}$$

La temperatura de la pared es

$$T_w = 175 + 33 = 208\ ^\circ\text{F}$$

Este resultado es suficientemente próximo al valor estimado de 205 °F(96,1 "C) de forma que no es necesario realizar más cálculos. El coeficiente h es 179 Btu/pie²-h-°F (1.016 W/m²-°C).

Finalmente ha de comprobarse que el flujo es siempre laminar. El área de la superficie externa de cada tubo (Ap. 7) es

$$A_o = 0{,}1963 \times 5 = 0{,}9815\ \text{pie}^2$$

La velocidad de transmisión del calor es, por tanto

$$q = 179 \times 0{,}9815(270 \quad 208)$$
$$= 10{,}893\ \text{Btu/h}$$

de forma que $\dot{m}_T = 10\,893/139{,}7 = 78{,}0$ lb/h, y

$$\Gamma_b = \frac{78{,}0}{\pi(0{,}75/12)} = 397{,}2\ \text{lb/pies-h}$$

y

$$\frac{4\Gamma_b}{\mu} = \frac{4 \times 397{,}2}{0{,}726} = 2188$$

Puesto que este resultado es sólo ligeramente superior al valor crítico de 2100, se puede admitir que el flujo es siempre laminar.

(b) Para un condensador horizontal se utiliza la Ecuación (13.17). El coeficiente del clorobenceno es probablemente mayor que en el apartado (a), de forma que ahora se estima un valor para T_w de 215 "F. Los nuevos valores que se necesitan son

$$N = 6 \quad \Delta T, = 270 - 215 = 55\ ^\circ\text{F} \quad D_o = 0{,}0625\ \text{pies}$$
$$T, = 270 - \tfrac{3}{4}(270 - 215) = 229^\circ\text{F}$$
$$\mu_f = 0{,}280 \times 2{,}42 = 0{,}68\ \text{lb/pies-h (Ap. 16)}$$

$$h = 0{,}725\left(\frac{0{,}083^3 \times 65{,}4^2 \times 4{,}17 \times 10^8 \times 139{,}7}{6^{2/3} \times 55 \times 0{,}0625 \times 0{,}68}\right)^{1/4} = 270\ \text{Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

$$\Delta T_i = \frac{1/400}{1/400 + 0{,}0517/(0{,}0625 \times 270)} 95 = 43\ ^\circ\text{F} \qquad T_w = 175 + 43 = 218\ ^\circ\text{F}$$

Este resultado concuerda con el valor supuesto de 215 °F (101,7 "C), de forma que no hace falta realizar más cálculos. El coeficiente h es de 270 Btu/pie²-h-°F (1533 W/m²-°C).

En general, y para igualdad de condiciones, el coeficiente para la condensación en película sobre un tubo horizontal es considerablemente mayor que sobre un tubo vertical, exceptuando que los tubos sean muy cortos o haya muchos tubos horizontales en cada bloque. Los tubos verticales son preferibles cuando el condensado ha de enfriarse considerablemente por debajo de su temperatura de condensación. Las mezclas de vapores y gases no condensables generalmente se enfrían y condensan *en el interior* de tubos verticales, de forma que el gas inerte es barrido de forma continua fuera de la superficie de transmisión de calor por la corriente de entrada.

Condensación de vapores sobrecalentados. Si el vapor que llega a un condensador está sobrecalentado hay que transmitir el calor sensible de sobrecalentamiento y el calor latente de condensación a través de la superficie de refrigeración. Para el vapor de agua, debido al bajo calor específico del vapor sobrecalentado y el elevado calor latente de condensación, el calor de sobrecalentamiento es generalmente pequeño en comparación con el calor latente. Así, por ejemplo, un sobrecalentamiento de 100 °F representa solamente unos 50 Btu/lb en comparación con, aproximadamente 1000 Btu/lb, para el calor latente. En la condensación de vapores orgánicos, tales como fracciones de petróleo, el sobrecalentamiento puede ser importante en comparación con el calor latente. Cuando el calor de sobrecalentamiento es considerable, se puede calcular a partir de los grados de sobrecalentamiento y el calor específico del vapor y sumarlo al calor latente, o bien, si se dispone de tablas adecuadas, el calor total transmitido por kilogramo de vapor se puede calcular restando la entalpía del condensado a la entalpía del vapor recalentado.

El efecto de sobrecalentamiento sobre la velocidad de transmisión de calor depende de que la temperatura de la superficie del tubo sea mayor o menor que la temperatura de condensación del vapor. Si la temperatura del tubo es menor que la temperatura de condensación, el tubo se moja con condensado lo mismo que en la condensación de vapor saturado, y la temperatura del límite exterior de la capa de condensado es igual a la temperatura de saturación del vapor a la presión existente en el aparato. La situación se complica por la presencia de una resistencia térmica entre la masa global del vapor sobrecalentado y el límite exterior de la película de condensado, y también por la existencia de una caída de temperatura a través de la resistencia igual a los grados de sobrecalentamiento del vapor. Sin embargo, en la práctica, el efecto neto de estas complicaciones es pequeño y es satisfactorio suponer que: la cantidad total de calor, correspondiente a los calores de sobrecalentamiento y de condensación, se transmite a través de la película de condensado; la caída de temperatura es la correspondiente a la película de condensado y el coeficiente es el coeficiente medio para la condensación de vapores que se obtiene de la Figura 13.2. El procedimiento se resume en la ecuación

$$q = hA(T_h - T_w) \tag{13.19}$$

siendo q = calor total transmitido, incluyendo calor latente y de sobrecalentamiento

A = área de la superficie de transmisión de calor que está en contacto con el vapor
h = coeficiente de transmisión de calor de la Figura 13.2
T_h = temperatura de saturación del vapor
T_w = temperatura de la pared del tubo

Cuando el vapor está muy sobrecalentado y la temperatura del fluido frío a la salida es próxima a la de condensación, la temperatura de la pared del tubo puede ser mayor que la temperatura de saturación del vapor, de forma que no se produce condensación y la pared del tubo está seca. La pared del tubo permanece seca hasta que se reduce el sobrecalentamiento a un valor para el cual dicha pared está a una temperatura inferior a la de condensación del vapor y comienza la condensación. El aparato se puede considerar formado por dos secciones, una de supresión del sobrecalentamiento y otra de condensación, que se consideran separadamente en los cálculos. La parte de eliminación del sobrecalentamiento es en realidad un enfriador de gases, a la cual se aplica la temperatura media logarítmica, y cuyo coeficiente de transmisión de calor es el correspondiente al enfriamiento de un gas permanente. La seccion de condensación se trata por los métodos que se han descrito anteriormente.

Debido al pequeño valor del coeficiente del lado del gas, el coeficiente global de la sección de eliminación del sobrecalentamiento es también pequeño y el área de la superficie de transmisión de calor de esta sección es grande en comparación con la cantidad de calor transmitido. Esta situación resulta inconveniente y debe de evitarse en la práctica. El sobrecalentamiento puede eliminarse de una forma más económica inyectando directamente líquido en el vapor recalentado, y obtener así coeficientes elevados desde vapores condensantes.

Efecto de los gases no condensables sobre la velocidad de condensación. La presencia de incluso pequeñas cantidades de un gas no condensable en un vapor condensante reduce seriamente la velocidad de condensación. La presión parcial del vapor que condensa sobre la superficie del condensado tiene que ser menor que en la fase gaseosa, con el fin de proporcionar una fuerza impulsora para la transferencia de materia a través de la película gaseosa. Esta menor presión parcial implica una más baja temperatura de condensación, lo que da lugar a una disminución de la fuerza impulsora para la transmisión de calor. También existe una diferencia de temperatura a través de la película gaseosa y se transmite algo de calor hacia la superficie del condensado por conducción-convección. Esto, cuando la cantidad de no condensables es pequeña, tiene poca importancia ya que el calor de condensación liberado en la superficie del condensado transporta prácticamente todo el calor desde la fase gaseosa hasta el condensado. Sin embargo, cuando el gas está notablemente desprovisto de vapor condensable, el calor transmitido a través de la película. gaseosa por conducción-convección puede representar una parte significativa del calor total.

En la Figura 13.3 se representan los perfiles de temperatura y de presión parcial en un condensador de este tipo. La temperatura de condensación no es constante como en el caso de condensación de un vapor puro, sino que disminuye

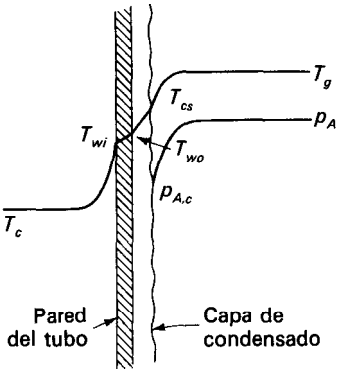


Figura 13.3. Perfiles de temperatura y presión parcial en un condensador con gases no condensables. p_A, presión parcial del vapor condensable en la masa global de la fase gaseosa; $p_{A,c}$, en la superficie de la capa de condensado; T_g, temperatura de la masa global de la fase gaseosa; T_{cs}, en la superficie del condensado; T_{wi}, en la pared interior del tubo; T_{wo}, en la pared exterior del tubo; T_c, del refrigerante.

según la composición de la mezcla gas-vapor y, por consiguiente, su temperatura de rocío varía al proseguir la condensación. Los métodos rigurosos de resolver el problema general se basan en igualar el flujo de calor hacia la superficie de condensado en cualquier punto, al flujo de calor lejos de la superficie. Esto implica resoluciones por tanteo para las temperaturas puntuales de la superficie del condensado y, a partir de ellas, estimar los valores puntuales de la densidad de flujo de calor U AT. Los valores de $1/(U$ AT) para cada punto se representan frente al calor transmitido en dicho punto y el área de la superficie del condensador se obtiene por integración numérica[3].

En la Figura 15.7 de la página 458 se representa un condensador para mezclas de vapores y gases no condensables.

TRANSMISION DE CALOR A LIQUIDOS EN EBULLICION

La transmisión de calor a líquidos en ebullición es una etapa necesaria en las operaciones básicas de evaporación y destilación, y también en otras clases de procesos generales, tales como generación de vapor de agua, tratamiento de petróleo y control de temperatura de las reacciones químicas. El líquido que hierve puede estar contenido en un recipiente provisto de una superficie de calentamiento formada por tubos o placas, horizontales o verticales, que suministran el calor necesario para la ebullición del líquido. El líquido puede también fluir a través de tubos calientes y recibir calor, por convección natural o forzada, a través de las paredes de los tubos. Una importante aplicación de la ebullición en tubos es la concentración de soluciones mediante evaporación de agua, que se estudia en el Capítulo 16.

Cuando la ebullición se produce mediante una superficie caliente sumergida la temperatura de la masa del líquido es la misma que la temperatura de ebullición del líquido a la presión existente en el aparato. Las burbujas de vapor se generan en la superficie de calentamiento, ascienden a través de la masa de líquido y se rompen sobre la superficie del mismo. El vapor se acumula en el espacio existente sobre el líquido y, a medida que se va formando, abandona el aparato. Este tipo de ebullición se denomina ***ebullición de líquido saturado*** debido

a que el vapor que se forma está en equilibrio con el líquido a su temperatura de ebullición.

Cuando un líquido hierve con circulación natural en el interior de un tubo vertical, por el fondo del tubo entra líquido relativamente frío y se calienta a medida que asciende a baja velocidad. La temperatura del líquido aumenta hasta la temperatura de ebullición a la presión existente en una altura dada del tubo. La vaporización comienza y la velocidad ascendente de la mezcla de las dos fases líquido-vapor aumenta enormemente. La caída de presión que resulta da lugar a que la temperatura de ebullición disminuya a medida que la mezcla asciende por el tubo y la vaporización continua. El líquido y el vapor emergen de la parte superior de los tubos a una velocidad muy alta.

Con circulación forzada a través de tubos horizontales o verticales, el líquido puede también entrar a una temperatura relativamente baja y calentarse hasta su temperatura de ebullición, transformándose en vapor cerca del extremo de descarga del tubo. A veces se coloca una válvula de control del flujo en la línea de descarga del tubo, de forma que el líquido puede calentarse en el tubo hasta una temperatura considerablemente superior a su punto de ebullición correspondiente a la presión reinante aguas abajo. En estas condiciones no hay ebullición en el tubo: el líquido se calienta como tal hasta una temperatura elevada y después se convierte rápidamente en vapor al atravesar la válvula. Los evaporadores de convección natural y forzada reciben el nombre de *calandrias* y se tratan con detalle en el Capítulo 15.

En algunos equipos con circulación forzada la temperatura de la masa del líquido es inferior a su temperatura de ebullición, mientras que la temperatura de la superficie de calefacción es considerablemente mayor. En la superficie de calefacción se forman burbujas que al desprenderse de la superficie son absorbidas por la masa de líquido. Este tipo de ebullición recibe el nombre de *ebullición subenfriada.*

Ebullición de liquido saturado. Consideremos un alambre horizontal sumergido en un recipiente que contiene un líquido en ebullición. Supongamos que se mide flujo de calor por unidad de área, q/A, y la diferencia entre la temperatura de la superficie del alambre y la del líquido hirviente, AT. Se comienza con una caída de temperatura muy pequeña, que se va incrementando por etapas midiendo q/A y AT para cada etapa, hasta alcanzar valores muy grandes de AT. Mediante una representación en coordenadas logarítmicas de q/A frente a AT se obtiene una curva del tipo que se indica en la Figura 13.4. Esta curva se puede dividir en cuatro tramos. El primero de ellos, correspondiente a pequeñas caídas de temperatura, viene dado por la recta AB de pendiente 1,25 y cuya ecuación es

$$\frac{q}{A} = a\,\Delta T^{1,25} \tag{13.20}$$

siendo a una constante. El segundo tramo, línea BC, también es recto pero su pendiente es mayor que la de la línea AB. La pendiente de la línea BC depende del experimento concreto, y generalmente está comprendida entre 3 y 4. El

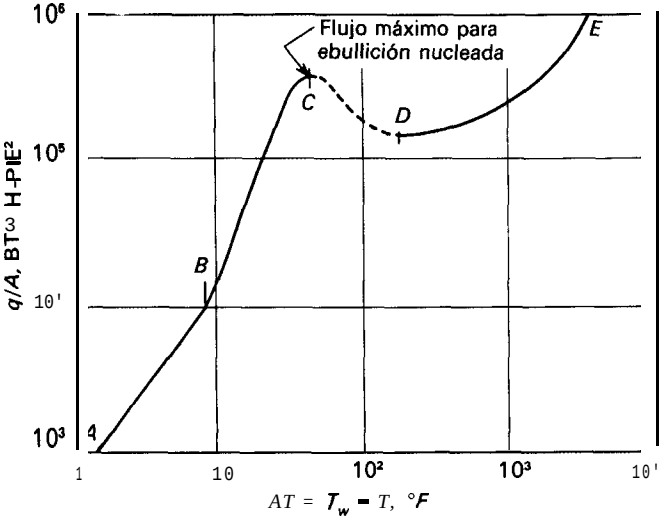


Figura 13.4. Flujo de calor frente a caída de temperatura para la ebullición de agua a 212 °F sobre un alambre calentado eléctricamente; AB, convección natural; ***BC,*** ebullición nucleada; ***CD,*** ebullición de transición; ***DE,*** ebullición de película. ***(Según McAdams et al.*** [13].)

segundo tramo termina en un punto con flujo de calor máximo, que es el punto C de la Figura 13.4. La caída de temperatura correspondiente al punto C se llama ***crítica de temperatura,*** y el flujo en el punto C recibe el nombre de ***flujo de pico.***

En el tercer tramo, línea ***CD,*** el flujo disminuye a medida que aumenta la caída de temperatura para alcanzar un mínimo en el punto ***D,*** que se llama ***punto de Leidenfrost.*** En el último tramo, línea ***DE,*** la densidad de flujo aumenta nuevamente con AT y, para grandes caídas de temperatura, sobrepasa el máximo alcanzado en el punto C.

Teniendo en cuenta que, por definición $h = (q/A)/\Delta T$, la gráfica de la Figura 13.4 se convierte fácilmente en una gráfica de h frente a AT. Esta curva se representa en la Figura 13.5 en la cual se puede observar fácilmente que el coficiente pasa por un valor máximo y otro mínimo, que no coinciden, sin embargo, con los mismos incrementos de temperatura correspondientes a flujo máximo y mínimo de la Figura 13.4. El coeficiente máximo se presenta generalmente para una caída de temperatura ligeramente superior a el flujo de pico, y el coeficiente mínimo ocurre para una caída de temperatura mucho mayor que la del punto de Leindenfrost. En el primer tramo de la línea de la Figura 13.4 el coeficiente es proporcional a $\Delta T^{0,25}$, mientras que en el segundo está comprendido entre ΔT^2 y ΔT^3.

Cada uno de los cuatro tramos de la curva de la Figura 13.5 corresponde a un determinado mecanismo de ebullición. En la primera parte, para bajas caídas de temperatura, el mecanismo es el correspondiente a la transmisión de calor a un líquido por convección natural, y la variación de h con AT concuerda con la

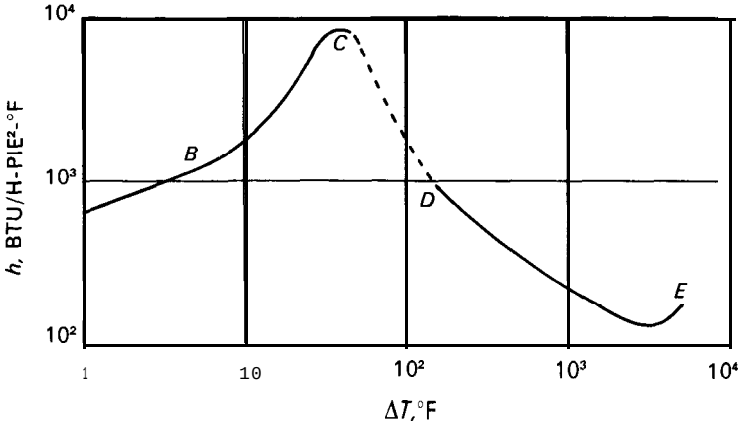


Figura 13.5. Coeficientes de transmisión de calor frente a *AT* para la ebullición de agua a 1 atm.

Ecuación (12.77). Las burbujas se forman sobre la superficie de calentamiento, se desprenden de ella, ascienden hasta la superficie del líquido y pasan al espacio de vapor. Sin embargo, el número de burbujas que se forman es pequeño y apenas distorsionan las corrientes normales de la convección libre.

Para caídas de temperaturas más altas, comprendidas entre 5 y 25 °C para el caso que se reresenta en la Figura 13.5, la velocidad de formación de burbujas es grande, de forma que la corriente ascendente de ellas a través del líquido aumenta la velocidad de las corrientes de circulación y el coeficiente de transmisión de calor es mayor que para la convección natural no distorsionada. La velocidad de formación de burbujas aumenta con ***AT*** y el coeficiente crece rápidamente.

La acción que ocurre para caídas de temperatura inferiores a la caída crítica de temperatura recibe el nombre de ***ebullición nucleada,*** que hace referencia a la formación de diminutas burbujas, o núcleos de vaporización, sobre la superficie. Durante la ebullición nucleada las burbujas ocupan una pequeña porción de la superficie de calefacción al mismo tiempo, de forma que la mayor parte de la superficie está en contacto directo con el líquido. Las burbujas se generan en centros activos localizados, generalmente pequeños hoyos o arañazos sobre la superficie de calentamiento. Al aumentar la caída de temperatura se activan más centros, mejorando la agitación del líquido y aumentando el flujo de calor y el coeficiente de transmisión de calor.

Sin embargo, eventualmente puede haber tantas burbujas que tienden a coalescer sobre la superficie de calefacción para formar una capa de vapor aislante. Esta capa tiene una superficie altamente inestable, desde la cual se forman diminutas «explosiones» que proyectan chorros de vapor hacia fuera del elemento de calefacción dentro de la masa global de líquido. Este tipo de acción recibe el nombre de ***ebullición de transición.*** En esta región, al aumentar la caída de temperatura aumenta el espesor de la película de vapor y disminuye el número de explosiones que se producen en un tiempo determinado. Tanto el flujo de

calor como el coeficiente de transmisión de calor disminuyen al aumentar la caída de temperatura.

Cerca del punto de Leidenfrost se produce un cambio distinto del mecanismo. La superficie caliente se cubre con una película estática de vapor a través de la cual se transmite el calor por conducción (para muy altas caídas de temperatura) y por radiación. Las explosiones al azar, características de la ebullición de transición, desaparecen y son sustituidas por una lenta y ordenada formación de burbujas en la interfase situada ente el líquido y la película de vapor caliente. Estas burbujas se desprenden por sí solas de la interfase y ascienden a través del líquido. Sin embargo, la agitación del líquido no es importante; toda la resistencia a la transmisión de calor reside en la capa de vapor que recubre el elemento de calefacción. Al aumentar la caída de temperatura aumenta el flujo de calor, lentamente al principio y rápidamente después, a medida que se hace importante la transmisión de calor por radiación. La acción de ebullición en esta región se conoce como ***ebullición de película.***

Generalmente no es deseable la ebullición de película en el equipo comercial debido a que la velocidad de transmisión de calor es baja para una caída de temperatura tan grande que no se utiliza eficazmente. Los aparatos de transmisión de calor deberán diseñarse y operarse de tal forma que la caída de temperatura en la película de líquido en ebullición sea menor que la caída de temperatura crítica, aun cuando con líquidos criogénicos esto no siempre es posible.

La eficacia de la ebullición nucleada depende principalmente de la facilidad con la que se forman y liberan por sí mismas las burbujas en la superficie de calentamiento. La capa de líquido próxima a la superficie caliente se recalienta debido al contacto con la pared del calentador. El líquido sobrecalentado tiende a formar espontáneamente vapor y de esta forma suprimir el sobrecalentamiento. Esta tendencia del líquido a sufrir una vaporización súbita o «flash» es lo que proporciona el ímpetu característico de la ebullición. Desde el punto de vista físico, el «flash» solamente se puede producir mediante la formación de pequeñas burbujas en la inerfase líquido-vapor. Sin embargo, no es fácil formar una pequeña burbuja en un líquido recalentado, debido a que, a una determinada temperatura, la presión de vapor en una burbuja muy pequeña es menor que en una burbuja grande o en una superficie plana del líquido. Una burbuja muy pequeña puede existir en equilibrio con líquido sobrecalentado, y cuanto menor sea la burbuja mayor será el sobrecalentamiento de equilibrio y menor la tendencia a la producción de flash. Tomando especiales precauciones para eliminar toda presencia de gases u otras impurezas en el líquido y prevenir choques, es posible sobrecalentar agua varios cientos de grados centígrados sin formación de burbujas.

Otra dificultad se presenta cuando la burbuja, una vez formada, no abandona rápidamente la superficie. El factor que controla la velocidad de desprendimiento de las burbujas es la tensión interfacíal entre el líquido y la superficie de calentamiento. Si la tensión interfacial es grande la burbuja tiende a extenderse sobre la superficie y recubrir el área de transmisión de calor, tal como se indica en la Figura 13.6*c*, en vez de abandonarla y dejar sitio para otras burbujas. Si la tensión interfacial es pequeña la burbuja se desprenderá fácilmente, según se

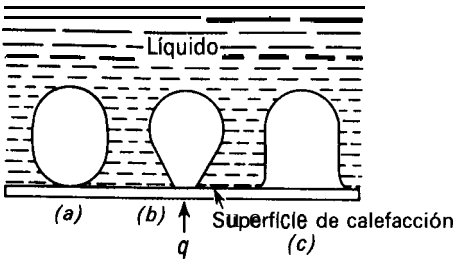


Figura 13.6. Efecto de la tensión interfacial sobre la formación de las burbujas. (*Jakob y Fritz*[9].)

deduce de la Figura 13.6*a*. En la Figura 13.6*b* se presenta un ejemplo de tensión interfacial intermedia.

La elevada velocidad de transmisión de calor que se obtiene en la ebullición nucleada se debe principalmente a la turbulencia que se genera en el líquido debido a la acción dinámica de las burbujas[5].

El coeficiente correspondiente a la ebullición nucleada depende de numerosas variables, tales como naturaleza del líquido, tipo y condición de la superficie de calentamiento, composición y pureza del líquido, presencia o ausencia de agitación, así como temperatura y presión. Pequeños cambios de algunas variables originan una variación considerable del coeficiente. La reproductibilidad de experimentos es mala y, si bien se dispone de correlaciones generales en este campo, son poco precisas.

El efecto de algunas de estas variables se puede predecir cualitativamente teniendo en cuenta los mecanismos de la ebullición. Una superficie rugosa proporciona centros para la nucleación que no existen en una superficie pulimentada y, por consiguiente, las superficies rugosas dan generalmente coeficientes superiores a las lisas. Sin embargo, este efecto se debe con frecuencia al hecho de que el área total de la superficie de un tubo rugoso es mayor que la de un tubo liso de la misma área proyectada. Una capa muy delgada de costra puede incrementar el coeficiente de ebullición del líquido, aunque el coeficiente global disminuye debido a que se adiciona una resistencia que provoca una disminución del coeficiente global mayor de lo que aumenta el coeficiente de ebullición del líquido. La adsorción de aire, gases u otros contaminantes sobre la superficie de calentamiento facilita generalmente la formación o el desprendimiento de las burbujas. Una superficie recién limpia puede dar un coeficiente mayor o menor que la misma superficie una vez que se estabiliza después de un período previo de operación. Este efecto está relacionado con un cambio en el estado de la superficie de calentamiento. La agitación provoca un aumento del coeficiente debido a que aumenta la velocidad del líquido en la superficie, lo cual ayuda a barrer hacia fuera las burbujas.

Flujo máximo y caída critica de temperatura. El flujo máximo $(q/A)_{máx}$ depende algo del líquido que hierve y del tipo de la superficie de calefacción, pero es principalmente sensible a la presión. Alcanza un máximo para una presión absoluta del orden de un tercio de la presión crítica termodinámica p_c y decrece hacia cero para presiones muy bajas y para presiones próximas a la presión

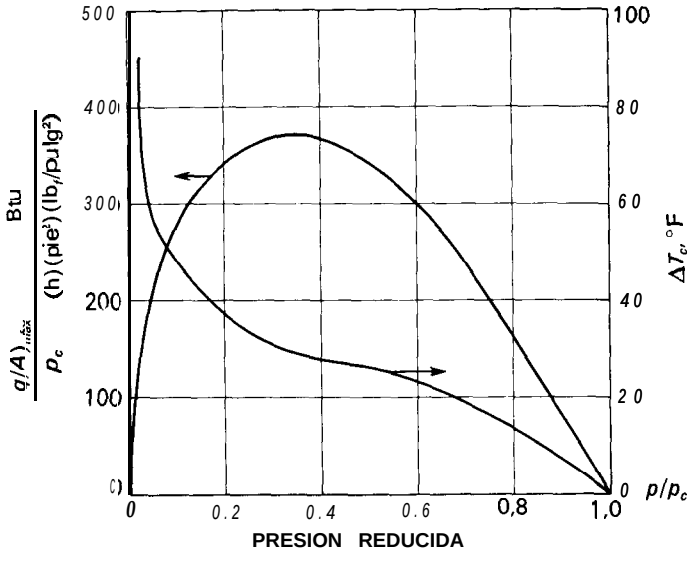


Figura 13.7. Flujo de calor de ebullición máximo y ΔT crítica como funciones de la presión reducida. *(Tomada, con autorización, de 3. Gebhart, «Heat Transfer», 2." ed., p. 424,* 1971, *McGraw-Hill Book Company.)*

crítica[6a]. Si el flujo máximo se divide por la presión crítica de la sustancia que hierve, se obtiene la curva de la Figura 13.7, que es aproximadamente la misma para muchas sustancias puras y mezclas. La correspondiente caída crítica de temperatura (no confundir con «temperatura crítica») también varía con la presión, desde valores altos para bajas presiones hasta valores muy pequeños cerca de la presión crítica. Para presiones y temperaturas superiores a los valores críticos no hay diferencia, por supuesto, entre las fases de líquido y vapor, de forma que la «vaporización» carece de sentido. A la presión atmoférica la caída crítica de temperatura para el agua generalmente está comprendida entre 70 y 90 °F (39 y 50 °C); para los líquidos orgánicos ordinarios con frecuencia está comprendida entre 40 y 50 °F (22 y 28 °C).

En el equipo real, la caída crítica de temperatura puede superarse si no se toman precauciones. Si el manantial de calor es otro fluido, tal como vapor de agua condensante o un líquido caliente, la única penalización por exceder la caída crítica de temperatura es una disminución del flujo hasta un nivel comprendido entre la de pico y la del punto de Leidenfrost. Sin embargo, si el calor se comunica por medio de una resistencia eléctrica, el sobrepasar la caída crítica de temperatura puede quemar el sistema de calefacción, ya que el líquido en ebullición no puede absorber con suficiente rapidez el calor para una gran caída de temperatura y el sistema de calefacción alcanza inmediatamente una temperatura muy alta.

El flujo de pico para la caída de temperatura crítica es grande. Para agua está en el intervalo de 115 000 a 400 000 Btu/pie^2-h (363 a 1260 kW/m^2) dependiendo

de la pureza del agua, de la presión, así como del tipo y estado de la superficie de calefacción. Para líquidos orgánicos el flujo de pico está comprendido en el intervalo de 40000 a 130000 Btu/pie^2-h (126 a 410 kW/m^2). Estos límites son aplicables para ebullición a la presión atmosférica.

Se han propuesto muchas correlaciones para estimar el flujo de pico a partir de las propiedades del fluido, tomando como base distintos modelos de los fenómenos físicos. En uno de los estudios se ha supuesto que cerca de la caída crítica de temperatura las corrientes de burbujas características de la ebullición nucleada son progresivamente reemplazadas por chorros de vapor que salen de la superficie de transmisión de calor y que, por supuesto, han de ir acompañados por corrientes de líquido que fluyen hacia la superficie. Para el valor de pico del flujo de calor, los flujos en contracorriente del vapor y el líquido alcanzan una condición límite, el proceso se hace inestable y los chorros de vapor se colapsan para formar una lámina continua de vapor. El fenómeno es análogo al de inundación de una torre de relleno que se ha descrito en el Capítulo 22[18]. Utilizando este modelo, Zuber [17] dedujo la siguiente ecuación dimensionalmente coherente con el flujo máximo de calor $(q/A)_{máx}$:

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{máx} = \frac{\pi\lambda}{24}[\sigma g_c g(\rho_L - \rho_V)]^{1/4}\rho_V^{1/2}\left(1 + \frac{\rho_V}{\rho_L}\right)^{1/2} \tag{13.21}$$

donde σ es la tensión interfacial entre el líquido y el vapor, ρ_L y ρ_V son las densidades del líquido y del vapor, y los demás símbolos tienen el significado habitual. Al aumentar la presión del sistema aumenta ρ_V sin afectar mucho a los demás términos de la Ecuación (13.21) y, en consecuencia, aumenta el flujo máximo de calor. Si la presión aumenta suficientemente, el calor latente de vaporización tiende hacia cero, de forma que finalmente tiene lugar una disminución en el flujo de pico, tal como se muestra en la Figura 13.7.

Flujo de calor mínimo y ebullición de película. En la ebullición de película se forman ondulaciones de una longitud de onda característica en la interfase comprendida entre el líquido y el vapor. Estas ondulaciones crecen para formar burbujas que abandonan la interfase a intervalos de tiempo regularmente espaciados. El diámetro de las burbujas es aproximadamente igual a la mitad de la longitud de onda de las ondulaciones. Considerando la dinámica de este proceso se llega a la siguiente ecuación para el flujo de calor mínimo necesario para la ebullición de película estable en una lámina horizontal[6a]

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{min} = \frac{\pi\lambda\rho_V}{24}\left[\frac{\sigma g_c g(\rho_L - \rho_V)}{(\rho_L + \rho_V)^2}\right]^{1/4} \tag{13.22}$$

donde $(q/A)_{min}$ es el flujo mínimo de calor.

La ebullición de película es un proceso más regular que la ebullición nucleada o la ebullición de transición y ha sido sometida a un amplio análisis teórico. Puesto que la velocidad de transmisión de calor está regida exclusivamente por la película de vapor, la naturaleza de la superficie de calentamiento no ejerce

ninguna influencia sobre la ebullición de película. La siguiente ecuación es aplicable, con una considerable exactitud, para la ebullición de película sobre un tubo horizontal sumergido, en un amplio intervalo de condiciones[2]

$$h_o\left[\frac{\lambda_c \mu_V \Delta T}{k_V^3 \rho_V(\rho_L - \rho_V)\lambda' g}\right]^{1/4} = 0{,}59 + 0{,}069\ \frac{\lambda_c}{D_o} \qquad (13.23)$$

siendo h_o = coeficiente de transmisión de calor
μ_V = viscosidad del vapor
AT = caída de temperatura a través de la película de vapor
k_V = conductividad calorífica del vapor
ρ_L, ρ_V = densidades del líquido y el vapor, respectivamente
D_o = diámetro exterior del tubo caliente

En la Ecuación (13.23), λ' es la diferencia media de entalpía entre el líquido y el vapor recalentado y viene dada por

$$\lambda' = \lambda\left(1 + \frac{0{,}34 c_p \Delta T}{\lambda}\right)^2 \qquad (13.24)$$

siendo λ el calor latente de vaporización, y c_p el calor específico del vapor a presión constante.

El término λ_c de la Ecuación (13.23) es la longitud de onda, en metros, de la menor onda que puede crecer en amplitud sobre una interfase horizontal plana y está relacionada con las propiedades del fluido mediante la ecuación

$$\lambda_c = 2\pi\left[\frac{\sigma g_c}{g(\rho_L - \rho_V)}\right]^{1/2} \qquad (13.25)$$

siendo σ la tensión interfacial entre el líquido y el vapor. La Ecuación (13.23) no incluye el efecto de la transmisión de calor por radiación.

También se han desarrollado ecuaciones para la ebullición de película en tubos verticales sumergidos[8], pero tienen una validez menos general que la Ecuación (13.23). El desprendimiento del vapor desde una superficie horizontal y el análisis teórico resulta por esta razón más difícil.

Ejemplo 13.2. Sobre un tubo horizontal sumergido, de 1,25 pulg (32 mm) de diámetro exterior, hierve Freón-ll (CCl_3F) a la presión atmosférica. La temperatura normal de ebullición del Freón-ll es 78,4 °F (23,8 °C) y la temperatura de la pared del tubo está a 300 °F (148,9 °C). Las propiedades' del Freón-1 1 son:

$$\rho_L = 91{,}3\ \text{lb/pie}^3\ (1462\ \text{kg/m}^3) \quad \lambda = 78{,}3\ \text{Btu/lb}(182\ \text{J/g}) \quad \mu_V = 0{,}013\ \text{cP}$$
$$\sigma = 1\ 9\ \text{dina/cm}\ c_p = 0{,}145\ \text{Btu/lb-°F}\ (0{,}607\ \text{J/g-°C})$$

La conductividad calorífica viene dada por la ecuación k_V = 0,00413 + 1,14 x x $10^{-5}T$, donde k_V está en Btu/pies-h-°F y T está en °F. Calcúlese el coeficiente de transmisión de calor h_o y el flujo de calor q/A.

SOLUCIÓN

Puesto que la diferencia de temperatura entre la pared y el liquido es tan grande, se utilizará la Ecuación (13.23) para ebullición de película. Los valores que se necesitan para sustituir son

$$\mu_V = 0{,}013 \times 2{,}42 = 0{,}0314 \text{ lb/pies-h} \qquad \Delta T = 300 - 74{,}8 = 225{,}2 \text{ °F}$$

La temperatura media de la película de vapor es (300 + 74,8)/2 = 187,4 °F

$$k_V = 0{,}00413 + (1{,}14 \times 10^{-5} \times 187{,}4) = 0{,}00627 \text{ Btu/pies-h-°F}$$

$$\rho_L = 91{,}3 \text{ lb/pie}^3 \qquad \text{mol.wt.} = 137{,}5 \qquad D_o = \frac{1{,}25}{12} = 0{,}104 \text{ pies}$$

Para la temperatura media de película

$$\rho_V = \frac{137{,}5 \times 492}{359(187{,}4 + 460)} = 0{,}291 \text{ lb/pie}^3$$

A la temperatura de ebullición

$$\sigma = 19 \frac{2{,}248 \times 10^{-6}}{0.0328} = 0{,}0013 \text{ lb}_f\text{/pies}$$

A partir de la Ecuación (13.24)

$$\lambda' = 78{,}3\left(1 + \frac{0{,}34 \times 0{,}145 \times 225{,}2}{78{,}3}\right)^2 = 102{,}1 \text{ Btu/lb}$$

A partir de la Ecuación (13.25), tomando g_c/g como 1,0 lb/lb_f,

$$\lambda_c = 2\pi\left(\frac{0{,}0013}{91{,}3 - 0{,}291}\right)^{1/2} = 0{,}0238 \text{ pies}$$

Sustituyendo en la Ecuación (13.23) se obtiene

$$h_o\left[\frac{0{,}0238 \times 0{,}0314 \times 225{,}2}{0{,}00627^3 \times 0{,}291(91{,}3 - 0{,}291) \times 102{,}1 \times 4{,}17 \times 10^9}\right]^{1/4} = 0{,}59 + \frac{0{,}069 \times 0{,}0238}{0{,}104}$$

de donde h_o = 21,7 Btu/pie²-h-°F (123 W/m²-°C). Por tanto, q/A = 21,7 x 225,2 = = 4887 Btu/pie²-h(15 400 W/m²).

Ebullición subenfriada. Aumento del flujo de pico. La ebullición subenfriada puede ponerse de manifiesto haciendo ascender un líquido libre de gas a través del espacio anular comprendido entre un tubo exterior y un elemento interior de calefacción y observando el efecto que sobre el líquido ejerce, un aumento gradual del flujo de calor y de la temperatura del elemento de calefacción. Se observa que cuando la temperatura del elemento supera un determinado valor que depende de las condiciones del experimento, se forman burbujas como en la

ebullición nucleada, y después condensan en la superficie adyacente de líquido más frío. En estas condiciones una pequeña variación de la caída de temperatura da lugar a un enorme aumento del flujo de calor. Se han publicado[6a] flujos superiores a 50 x 10^6 Btu/pie^2-h (157 x 10^6 W/m^2). La ebullición subendriada es importante en el equipo de transmisión de calor que debe de concentrar una gran capacidad en un pequeño espacio.

Otros métodos para obtener elevados flujos que superen al flujo normal de pico comprenden el uso de recubrimientos porosos sobre la superficie de calefacción [1], tubos con aletas de diferentes diseños [16] y, para líquidos de baja conductividad eléctrica, la aplicación de campos eléctricos de alto voltaje".

SIMBOLOS

A Area, pie^2 o m^2; A_o, exterior del tubo
a Constante en la Ecuación (13.20)
c_p Calor específico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C
D diámetro, pies o m; D_o, diámetro exterior del tubo
g Aceleración de la gravedad, pies/h^2 o m/h^2
g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 4,17 x 10^8 pies-lb/lb$_f$-h^2
h Coeficiente individual de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h_o, para el exterior del tubo; h_x, valor local
k Conductividad calorífica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C; k_V, del vapor; k_f, de la película de condensado
L Longitud, pies o m; L_t, longitud total del tubo
$\dot{m}$ Velocidad de flujo másica, lb/h o kg/h; $\dot{m}_T$, velocidad de flujo del condensado total desde un bloque de tubos
N Número de tubos en un haz vertical
N_{Re} Número de Reynolds de la película de condensado, $4\Gamma/\mu_f$, adimensional
p Presión, lb$_f$/pulg^2, o atm; p_c, presión crítica
q Velocidad de transmisión de calor. Btu/h o J/s; q_T, velocidad total de transmisión de calor en el tubo de un condensador
T Temperatura, °F o °C; T_f, temperatura media de la película de condensado; T_h, temperatura de saturación del vapor; T_w, temperatura de la pared o de la superficie
U Coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; U_o, basado en el área exterior

Letras griegas

β Angulo con la vertical
Γ Carga de condensado, lb/pies-h o kg/m-h; Γ_b, en el fondo de un tubo vertical; Γ', por pie de tubo horizontal; Γ'_s, valor medio en el tubo inferior de un bloque vertical
A T Caída de temperatura, °F o "C; AT,, a través de la película de condensado, $T_h - T_w$; AT,, caída crítica de temperatura
δ Espesor de película de condensado, pies o m
λ Calor de vaporización, Btu/lb o J/g; λ', diferencia media de entalpía entre el líquido en ebullición y el vapor sobrecalentado, definida por la Ecuación (13.24)
λ_c Longitud de onda de la más pequeña ondulación que puede crecer sobre una superficie plana horizontal, pies o m Ecuación (13.25)

μ Viscosidad absoluta, lb/pies-h o P; μ_V del vapor; μ_f, de la película de condensado
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_L, del líquido; ρ_V, del vapor; ρ_f, de la película de condensado
σ Tensión interfacial entre el líquido y el vapor, lb$_f$/pies o N/m
ψ_f Parámetro de condensación $(k_f^3\rho_f^2 g/\mu_f^2)^{1/3}$, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C

PROBLEMAS

13.1. Un tubo de cobre de $1\frac{1}{4}$ pulg 14 BWG y 10 pies de longitud se utiliza para condensar alcohol n-propílico a la presión atmosférica. El agua de refrigeración que circula por el interior del tubo mantiene la superficie metálica a una temperatura esencialmente constante de 25 "C. (a) ¿Qué flujo de vapor, en libras por hora, condensará si el tubo es vertical? (b) ¿Cuánto condensará si el tubo es horizontal?

13.2. Se utiliza un condensador vertical para condensar 1500 kg/h de alcohol etílico que entra a la presión atmosférica. Por el interior de los tubos circula agua de refrigeración con una temperatura media de 30°C. Los tubos son de 25 mm de diámetro exterior y 21 mm de diámetro interior. El coeficiente del lado del agua es 3000 W/m^2-°C. Se pueden despreciar los factores de ensuciamiento y la resistencia de la pared del tubo. Si los tubos disponibles tienen 3 m de longitud, ¿cuántos tubos se necesitarán? Datos:

Temperatura de ebullición del alcohol:	T_h = 78,4 °C
Calor de vaporización:	λ = 856 J/g
Densidad del líquido	ρ_f = 769 kg/m^3

13.3. Un condensador horizontal de carcasa y tubos se utiliza para condensar vapor de amoníaco saturado a 145 lb$_f$/pulg^2 abs (T_h = 82 "F). El condensador tiene siete tubos de acero (de 2 pulg de diámetro exterior y 1,8 pulg de interior), con una longitud de 12 pies, y a través de ellos circula agua de refrigeración. Los tubos están dispuestos hexagonalmente con una separación entre centros de $2\frac{1}{2}$ pulg. El calor latente del amoniaco en estas condiciones puede tomarse como 500 Btu/lb. El agua de refrigeración entra a 70 "F. Determínese la capacidad del condensador para las condiciones dadas.

13.4. En un estudio sobre transmisión de calor desde vapor de agua condensante hacia agua de refrigeración, en un condensador de un solo tubo, se han obtenido resultados tanto para tubos limpios como sucios. Para cada tubo se determinó el coeficiente global U con varias velocidades de agua. Los resultados experimentales se han representado por las siguientes ecuaciones empíricas:

$$\frac{1}{U_o} = \begin{cases} 0{,}00092 + \dfrac{1}{268\,\bar{V}^{0,8}} & \text{tubo sucio} \\ 0{,}00040 + \dfrac{1}{268\,\bar{V}^{0,8}} & \text{tubo limpio} \end{cases}$$

donde U_o = coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F
$\bar{V}$ = velocidad del agua, pies/s

Los tubos eran de 0,902 pulg de diámetro interior y 1000 pulg de diámetro exterior, construidos con una aleación metálica de k = 63 Btu/pies-h-°F. A partir de estos datos, calcúlese (a) el coeficiente de película del vapor de agua (basado en el área del lado del vapor de agua), (b) el coeficiente de película del agua cuando la velocidad del agua es de

1 pie/s (basado en el área del lado del agua), (c) el valor de h_{do} para la costra del tubo sucio suponiendo que el tubo limpio estaba exento de depósito.

13.5. Un tubo de cobre de 25 mm de diámetro exterior ha de utilizarse para hervir agua a la presión atmosférica. (a) Estímese la máxima densidad de flujo de calor que se puede obtener al aumentar la temperatura de la superficie del cobre. (b) Si la temperatura de la superficie del cobre es de 210 °C, calcúlese el coeficiente de ebullición de película y el flujo de calor. La tensión interfacial del agua para temperaturas superiores a 80 °C viene dada por

$$\sigma = 78{,}38(1 - 0{,}0025T)$$

donde σ = tensión interfacial, dina/cm
T = temperatura, °C

13.6. Vapor de agua, conteniendo 2 por 100 de aire, se condensa a la presión atmosférica en el interior de tubos de 1 pulg en un condensador refrigerado con agua. Los tubos verticales son de 8 pies de largo; el coeficiente y la temperatura del agua de refrigeración son 500 Btu/pie^2-h-°F y 90 °F, respectivamente. Calcúlese la velocidad de condensación que cabría esperar si no estuviese presente el aire, y utilícese este valor para estimar el número de Reynolds del vapor para el interior del tubo. Si se condensase el 95 por 100 del vapor de agua, ¿cuál sería el número de Reynolds para el exterior del tubo? Calcúlese la temperatura de condensación de equilibrio del vapor que sale, y justifíquese por qué la temperatura real en la interfase vapor-líquido en el condensador sería inferior a este valor.

13.7. ¿Qué coeficiente de transmisión de calor cabría esperar para la convección natural hacia agua 212 °F y 1 atm, por el exterior de una tubería horizontal de 1 pulg con una temperatura de la superficie de 213 °F? Compárese con la Figura 13.5 y coméntese la diferencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. **BERGLES, A. E.,** y CHYU, **M.-C.:** *AIChE Symp. Series,* **77**(208):73 (1981).
2. **BREEN, B. P.,** y **WESTWATER, J. W.:** *Chem. Eng. Prog.,* **58**(7):67 (1962).
3. COLBURN, A. P., y **HOUGEN,** *0.* **A.:** *Ind. Eng. Chem., 26:* 1178 (1934).
4. DREW, T. B.; NAGLE, W. M, y SMITH, **W. Q.:** *Trans. AIChE,* **31**:605 (1935).
5. FORSTER, H. **K.,** y ZUBER, *N.: AIChE J.,* **1**:531 (1955).
6. GEBHART, B.: «Heat Transfer», 2." ed., McGraw-Hill, New York, 1971: *(a) pp. 424-426, (b)* p. *446.*
7. HOSLER, E. R., y WESTWATER, J. W.: *ARS J.,* **32**:553 (1962).
8. HSU, Y. Y., y WESTWATER, J. W.: *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.,* **56**(30):15 (1960).
9. JAKOB, M., y **FRITZ,** W.: *VDI-Forschungsh,* **2**:434 (1931).
10. KERN, D. Q.: «Process Heat Transfer», McGraw-Hill, New York, 1950; *(a)* pp. 256 y ss., (b) pp. 313 y SS.
11. MARKELS, M., Jr., y DURFEE, R. L.: *AIChE J.,* **10: 106 (1964).**
12. MCADAMS, W. H.: «Heat Transmission», 3." ed., McGraw-Hill, New York, 1954; *(a)* pp. 330 y ss., *(b)* pp. 351 y ss.
13. MCADAMS, W. H.; ADDOMS, J. N.; RINALDO, P. M., y DAY, R. S.: *Chem. Eng. Prog.,* **44**:639 (1948).
14. NUSSELT, W.: *VDZZ.,* **60**:541, **569 (1916).**
15. WELCH, J. F., y WESTWATER, J. W.: *Proc. Int. Heat Transfer Conf. Lond., 1961-1962,* p. 302 (1963).
16. **YILMAZ, S.,** y **WESTWATER, J. W.:** *AIChE Symp. Series,* **77**(208):74 **(1981).**
17. ZUBER, *N.: Trans. ASME,* **80**:711 **(1958).**
18. ZUBER, N.; WESTWATER, J. W., y TRIBUS, M.: *Proc. Int. Heat Transfer Conf. Lond. 1961-1962,* p. 230 (1963).

CAPITULO

CATORCE

TRANSMISION DE CALOR POR RADIACION

La radiación, que puede considerarse como energía que fluye a través del espacio con la velocidad de la luz, se puede originar de varias formas. Algunas sustancias emiten radiación cuando se tratan por agentes externos, tales como bombardeo de electrones, descarga eléctrica, o radiación de longitudes de onda determinadas. La radiación debida a estos efectos es de poca importancia en ingeniería química y no se considerará aquí. Todas las sustancias a temperaturas superiores al cero absoluto emiten una radiación que es independiente de los agentes externos. La radiación que resulta exclusivamente de la temperatura se llama radiación térmica, y todo el tratamiento que sigue está restringido a la radiación de este tipo.

Hechos fundamentales relacionados con la radiación. La radiación se mueve a través del espacio siguiendo líneas rectas, o rayos, y solamente las sustancias que están a la vista del cuerpo radiante pueden interceptar la radiación procedente de él. La fracción reflejada de la radiación que incide sobre un cuerpo se llama reflectancia o coeficiente de reflexión, y se representa por p. La fracción que es absorbida se llama ***coeficiente de*** *absorcion*, o absorbancia y se representa por α. La fracción transmitida se llama ***transmitancia*** y se representa por τ. La suma de estas fracciones tiene que ser igual a la unidad, o sea

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \tag{14.1}$$

La radiación como tal no es calor, y cuando por absorción se transforma en calor ya no es radiación. Sin embargo, en la práctica la radiación reflejada o transmitida incide generalmente sobre otros cuerpos absorbentes y se convierte eventualmente en calor, tal vez después de muchas reflexiones sucesivas.

El valor máximo posible del coeficiente de absorción es la unidad, y se alcanza solamente cuando el cuerpo absorbe toda la radiación que incide sobre él y no refleja ni transmite nada de radiación. Un cuerpo que absorbe toda la radiación incidente recibe el nombre de ***cuerpo negro.***

El tema complejo de la transmisión de calor por radiación ha sido muy estudiado en los últimos años y se trata en numerosos libros [5, 8]. En el tratamien-

to que sigue, que tiene un carácter introductorio, se abordan los siguientes temas: emisión de radiación, absorción por sólidos opacos, radiación entre superficies, radiación hacia y desde materiales semitransparentes y finalmente, transmisión de calor combinada por conducción-convección y radiación.

EMISION DE RADIACION

La radiación emitida por cualquier masa de sustancia es independiente de que sea emitida por otro material que esté a la vista de, o en contacto con, la masa. La energía *neta* ganada o perdida por un cuerpo es la diferencia entre la energía emitida por el cuerpo y la absorbida por el mismo debido a la radiación procedente de otros cuerpos. Con independencia de la radiación, el flujo de calor puede tener también lugar por conducción y convección.

Cuando cuerpos a diferentes temperaturas se colocan unos a la vista de otros en el interior de un recinto, los cuerpos más calientes pierden energía debido a la emisión más rápida de radiación que la recepción de energía debido a la absorción de radiación procedente de cuerpos más fríos, y la temperatura de los cuerpos más calientes disminuye. Simultáneamente, los cuerpos más fríos absorben energía procedente de los más calientes con una velocidad mayor de la que emiten energía y la temperatura de los cuerpos más fríos aumenta. El proceso llega a equilibrio cuando todos los cuerpos alcanzan la misma temperatura, lo mismo que ocurre en la transmisión de calor por conducción y convección. La conversión de radiación en calor debido a la absorción y el alcance del equilibrio de temperatura a través de la transferencia neta de radiación justifica la práctica habitual de la denominación de «calor» de radiación.

Longitud de onda de la radiación. Las radiaciones electromagnéticas conocidas cubren un enorme intervalo de longitudes de onda, desde rayos cósmicos con longitudes de onda del orden de 10^{-11} cm hasta las ondas de radiodifusión de onda larga que tienen longitudes de 1000 m o más.

La radiación de una única longitud de onda se llama *monocromática.* Un rayo real de radiación consta de muchos rayos monocromáticos. Aunque la radiación de cualquier longitud de onda comprendida entre cero e infinito es, en principio, convertible en calor mediante absorción por la materia, la porción del espectro electromagnético que tiene importancia en el flujo de calor cae en el intervalo de longitudes de onda comprendido entre 0,5 y 50 micrones. La luz visible cubre un intervalo de longitud de onda de aproximadamente 0,38 a 0,78 micrones, y la radiación térmica, a las temperaturas industriales ordinarias, posee longitudes de onda del espectro infrarrojo, que comprende las ondas inmediatas más largas que las más cortas ondas visibles. Para temperaturas superiores a aproximadamente 500 °C comienza a ser importante el calor de radiación en el espectro visible, y los términos de «calor rojo» y «calor blanco» hacen referencia a este hecho. Cuanto mayor es la temperatura del cuerpo radiante menor es la longitud de onda predominante en la radiación térmica que emite.

Para una determinada temperatura, la velocidad de radiación térmica varía

con el estado de agregación de la sustancia. Los gases monoatómicos y diatómicos como oxígeno, argón y nitrógeno, irradian débilmente aun a temperaturas elevadas. En las condiciones industriales habituales, estos gases no emiten ni absorben cantidades apreciables de radiación. Los gases poliatómicos, tales como vapor de agua, dióxido de carbono, amoníaco, dióxido de azufre e hidrocarburos, emiten y absorben una radiación apreciable a las temperaturas de trabajo de los hornos, aunque lo hacen solamente en ciertas bandas de longitud de onda. Los sólidos y líquidos emiten radiación en todo el espectro.

Poder emisor. La energía monocromática emitida por una superficie radiante depende de la temperatura de la superficie y de la longitud de onda de la radiación. A temperatura constante, se puede representar una curva de la velocidad de emisión de energía en función de la longitud de onda. En la Figura 14.1 se presentan curvas de este tipo. Cada una de las curvas aumenta bruscamente hasta un valor máximo y después desciende asintóticamente hasta una emisión cero para grandes longitudes de onda. La unidad eligida para la medida de la radiación monocromática está basada en el hecho de que, desde una pequeña área de una superficie radiante, la energía emitida es «esparcida» en todas las direcciones a través de una semiesfera centrada en el área de radiación. La radiación monocromática emitida de esta forma desde la unidad de área en la unidad de tiempo, dividida por la longitud de onda, recibe el nombre de ***poder radiante monocromático*** W_λ. Las ordenadas de la Figura 14.1 son valores de W_λ.

Para todo el espectro de radiación desde una superficie, el poder radiante total W es la suma de todas las radiaciones monocromáticas que salen de la superficie, 0 sea

$$w = \int_0^\infty W_\lambda \, d\lambda \tag{14.2}$$

Gráficamente, W es todo el área debajo de la curva de la Figura 14.1 para longitudes de onda desde cero hasta infinito. Físicamente, el poder radiante total es la radiación total de todas las longitudes de onda emitidas por unidad de área y unidad de tiempo en todas las direcciones a través de una semiesfera centrada en el área.

Radiación de cuerpo negro; emisividad. Tal como se indicará más adelante [Ec. (14.10)], un cuerpo negro posee el máximo poder emisor alcanzable para cualquier temperatura dada y constituye la referencia para todos los radiadores. La relación entre el poder emisor total W de un cuerpo y el de un cuerpo negro W_b a la misma temperatura es, por definición, la ***emisividad*** ε del cuerpo. Por tanto,

$$\varepsilon \equiv \frac{W}{W_b} \tag{14.3}$$

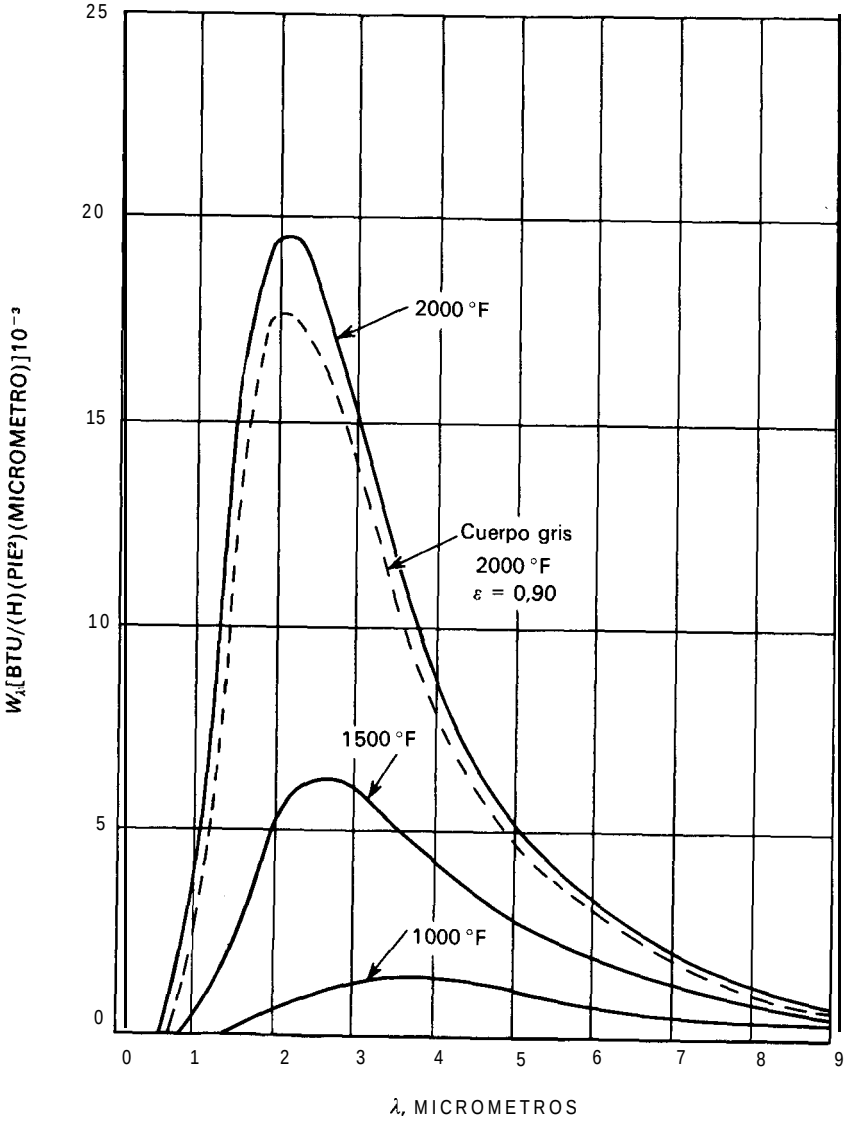


Figura 14.1. Distribución de energía en los espectros de cuerpos negros y cuerpos grises.

La ***emisividad monocromática*** ε_λ es la relación entre el poder emisor monocromático y el del cuerpo negro a la misma longitud de onda,

$$\varepsilon_\lambda \equiv \frac{W_\lambda}{W_{b,\lambda}} \tag{14.4}$$

Si la emisividad monocromática de un cuerpo es la misma para todas las longitudes de onda, el cuerpo recibe el nombre de ***cuerpo gris.***

Emisividades de sólidos. En las referencias bibliográficas[6, 7] se pueden encontrar tabuladas emisividades de sólidos. La emisividad generalmente aumenta con la temperatura. Las emisividades de metales pulimentados son bajas, estando comprendidas en el intervalo 0,03 a 0,088. Para la mayor parte de los metales oxidados varían entre 0,6 y 0,85; las de no metales como materiales refractarios, papel, tablas y materiales de construcción, están comprendidas entre 0,65 y 0,95, mientras que las de pinturas, excepto la pintura de aluminio, varían entre 0,80 y 0.96.

Origen práctico de la radiación de cuerpo negro. Ninguna sustancia real se comporta como un cuerpo negro, aunque algunos materiales, tales como ciertas calidades de negro de humo, se aproximan mucho. Un equivalente experimental de un cuerpo negro lo constituye una cavidad isotérmica provista de un pequeño orificio. Si se visiona la pared interior de la cavidad a través de la mirilla el efecto es el mismo que si se visionase un cuerpo negro. La radiación emitida por el interior de las paredes o admitida desde el exterior a través de la mirilla es completamente absorbida después de sucesivas reflexiones y el coeficiente -de absorción de la superficie interior tiende a la unidad.

Leyes de la radiación del cuerpo negro. Una relación básica para la radiación del cuerpo negro es la ley de Stefan-Boltzmann, según la cual el poder emisor total de un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta,

$$W_b = \sigma T^4 \tag{14.5}$$

donde σ es una constante universal que depende solamente de las unidades utilizadas para medir T y W_b. La ley de Stefan-Boltzmann es una consecuencia de las leyes de la termodinámica y del electromagnetismo.

La distribución de energía en el espectro de un cuerpo negro se conoce con toda exactitud. Viene dada por la ley de Planck

$$W_{b,\lambda} = \frac{2\pi \mathbf{h} c^2 \lambda^{-5}}{e^{\mathbf{h}c/\mathbf{k}\lambda T} - 1} \tag{14.6}$$

donde $W_{b,\lambda}$ = poder emisor monocromático del cuerpo negro
$\mathbf{h}$ = constante de Planck
c = velocidad de la luz
λ = longitud de onda de la radiación
$\mathbf{k}$ = constante de Boltzmann
T = temperatura absoluta

La Ecuación (14.6) puede escribirse así

$$W_{b,\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} \tag{14.7}$$

donde C_1 y C_2 son constantes. Las unidades y magnitudes de las variables y constantes que intervienen en las Ecuaciones (14.5) y (14.6) se presentan en la lista de símbolos del final del capítulo.

En la Figura 14.1 se presentan gráficas de $W_{b,\lambda}$ frente a λ de acuerdo con la Ecuación (14.6). Las líneas de trazo continuo corresponden a radiación de cuerpos negros para temperaturas de 1000, 1500 y 2000 °F y la línea de puntos corresponde al poder radiante monocromático de un cuerpo gris de emisividad 0,9 a *200* "F.

Se puede demostrar que la ley de Planck es consistente con la ley de Stefan-Boltzmann sustituyendo $W_{b,\lambda}$ de la Ecuación (14.6) en la Ecuación (14.2) e integrando.

Para cualquier temperatura dada, el máximo poder radiante monocromático se obtiene para una longitud de onda detinida que se representa por $\lambda_{máx}$. La ley del desplazamiento de Wien establece que $\lambda_{máx}$ es inversamente proporcional a la temperatura absoluta; es decir

$$T\lambda_{máx} = C \qquad (14.8)$$

El valor de la constante C es 2890 cuando $\lambda_{máx}$ está en micrometros y *Ten* grados Kelvin, o bien 5200 cuando T está en grados Rankine.

La ley de Wien puede deducirse también a partir de la ley de Planck [Ec. (14.6)] diferenciando con respecto a 1, igualando la derivada a cero y despejando $\lambda_{máx}$.

ABSORCION DE RADIACION POR SOLIDOS OPACOS

Cuando sobre un cuerpo sólido incide radiación, una fracción definida ρ puede ser reflejada y la fracción restante $1 - \rho$ penetra en el sólido, bien para ser transmitida o bien para ser absorbida. La mayor parte de los sólidos (con la excepción de vidrios, ciertos plásticos, cuarzo y algunos minerales) absorben radiación de todas las longitudes de onda tan fácilmente que, excepto para láminas delgadas, la transmisividad τ es cero, y toda la radiación no reflejada se absorbe completamente en una delgada capa superficial del sólido. Por consiguiente, la absorción de radiación por un sólido opaco es un fenómeno de superticie y no de volumen, de tal forma que el interior del sólido carece de interés en la absorción de radiación. El calor generado por la absorción puede fluir a través de la masa de un sólido opaco exclusivamente por conducción.

Reflectancia y absortancia de sólidos opacos. Pueto que la transmitancia de un sólido opaco es cero, la suma de la *rejlectividad* y la absortancia es la unidad, de tal forma que los factores que afectan a la reflectancia afectan a la *absortividad* en sentido contrario. En general, la reflectancia de un sólido opaco depende de la temperatura y del carácter de la superticie, el material de que esta hecha, la longitud de onda de la radiación incidente y del ángulo de incidencia. Los principales tipos de reflexión que se presentan son dos: especular y difusa. La

primera de ellas es característica de las superficies lisas tales como metales pulimentados; la segunda se presenta en la reflexión desde superficies rugosas, deslustradas o mate. En la reflexión especular el ángulo reflejado forma un ángulo definido con la superficie y el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. La reflectancia desde estas superficies se aproxima a la unidad y la absortancia tiende hacia cero. Las superficies mate o deslustradas reflejan difusamente en todas las direcciones, no existe un ángulo de reflexión definido y la absortancia puede aproximarse a la unidad. Las superficies rugosas, en las que la escala de rugosidad es grande en comparación con la longitud de onda de la radiación incidente, reflejarán difusamente aun cuando la radiación procedente de las unidades individuales de rugosidad sea especular. Las reflectancias procedentes de superficies rugosas pueden ser grandes o pequeñas dependiendo de las características de reflexión del material en sí. La mayor parte de las superficies de interés para el ingeniero químico producen reflexión difusa y en el tratamiento de casos prácticos generalmente se puede hacer la suposición simplificante de que tanto la reflectancia como la absortancia son independientes del ángulo de incidencia. Esta suposición es equivalente a la ley ***del*** coseno, según la cual, para una superficie que difunde perfectamente, la intensidad (o el brillo en el caso de luz visible) de la radiación que abandona la superficie, es independiente del ángulo con el que se observa la superficie. Esto se cumple con independencia de que la radiación sea emitida por la superficie, dando ***radiación difusa,*** o reflejada por ella, dando ***reflexión difusa.***

La reflectancia puede variar con la longitud de onda de la radiación incidente, y la absortancia de todo el rayo es entonces una media ponderada de las absortancias monocromáticas y depende de todo el espectro de la radiación incidente.

La ***absortancia*** de un cuerpo gris, análogamente a la emisividad, es la misma para todas las longitudes de onda. Si la supertice del cuerpo gris produce radiación o reflexión difusa, su absortancia monocromática es también independiente del ángulo de incidencia del rayo radiante. La absortancia total es igual a la absortancia monocromática y es también independiente del ángulo de incidencia.

Ley de Kirchhoff. La ley de Kirchhoff es una importante generalización relacionada con el poder radiante o emisor de una sustancia y establece que, para la temperatura de equilibrio, la relación entre el poder radiante total de un cuerpo y la absortancia, o coeficiente de absorción de dicho cuerpo, depende solamente de la temperatura del mismo. Así, consideremos dos cuerpos cualesquiera que están en equilibrio térmico con unos alrededores comunes. La ley de Kirchhoff establece que

$$\frac{W_1}{\alpha_1} = \frac{W_2}{\alpha_2} \tag{14.9}$$

donde W_1, W_2 = poderes radiantes totales de los dos cuerpos
α_1, α_2 = coeficientes de absorción de los dos cuerpos

Esta ley es aplicable tanto para radiación monocromática como total.

Si el primer cuerpo de la Ecuación (14.9) es un cuerpo negro, $\alpha_1 = 1$, y

$$W_1 = W_b = \frac{W_2}{\alpha_2} \tag{14.10}$$

donde W_b representa el poder radiante total de un cuerpo negro. Por tanto,

$$\alpha_2 = \frac{W_2}{W_b} \tag{14.11}$$

Pero, por definición, la emisividad del segundo cuerpo ε_2 es

$$\varepsilon_2 = \frac{W_2}{W_b} = \alpha_2 \tag{14.12}$$

Por consiguiente, cuando un cuerpo está en equilibrio térmico con sus alrededores, su emisividad y su coeficiente de absorción o absortancia son iguales. Esta relación corresponde a otra forma de enunciar la ley de Kirchhoff. En general, excepto para cuerpos negros o grises, la emisividad y el coeficiente de absorción no son iguales si el cuerpo no está en equilibrio térmico con sus alrededores.

El coeficiente de absorción y la emisividad, monocromáticos o totales, de un cuerpo negro son ambos iguales a la unidad. La ley del coseno es también aplicable a un cuerpo negro toda vez que la reflectancia es cero para todas las longitudes de onda y todos los ángulos de incidencia.

La ley de Kirchhoff es aplicable tanto a volúmenes como superficies. Puesto que la absorción por un sólido opaco está realmente restringida a una delgada capa superficial, la radiación emitida desde la superficie del cuerpo se origina en esta misma capa superficial. Las sustancias radiantes absorben su propia radiación y la radiación emitida por el material en el interior del sólido también se absorbe en el interior y no llega a la superficie.

Puesto que la distribución de energía en la radiación incidente depende de la temperatura y del carácter de la superficie que la genera, el coeficiente de absorción de la superficie receptora dependerá también de estas propiedades de la superficie generante. Por tanto, no es siempre aplicable a la radiación de no equilibrio. Sin embargo, si la superficie receptora es gris, una fracción constante de la radiación incidente, con independencia de la longitud de onda, es absorbida por la superficie receptora, y la ley de Kirchhoff es aplicable tanto si las dos superficies están a la misma temperatura 0 no.

Desafortunadamente la mayor parte de las superficies industriales no son grises y sus coeficientes de absorción varían fuertemente con la naturaleza de la radiación incidente. La Figura 14.2 muestra cómo el coeficiente de absorción de diferentes sólidos varía con la longitud de onda pico de la radiación incidente y, por tanto, con la temperatura de la fuente emisora[4a]. Algunos sólidos, tales como pizarra, son casi verdaderamente grises y sus coeficientes de absorción permanecen aproximadamente constantes. Para superficies metálicas pulimentadas el

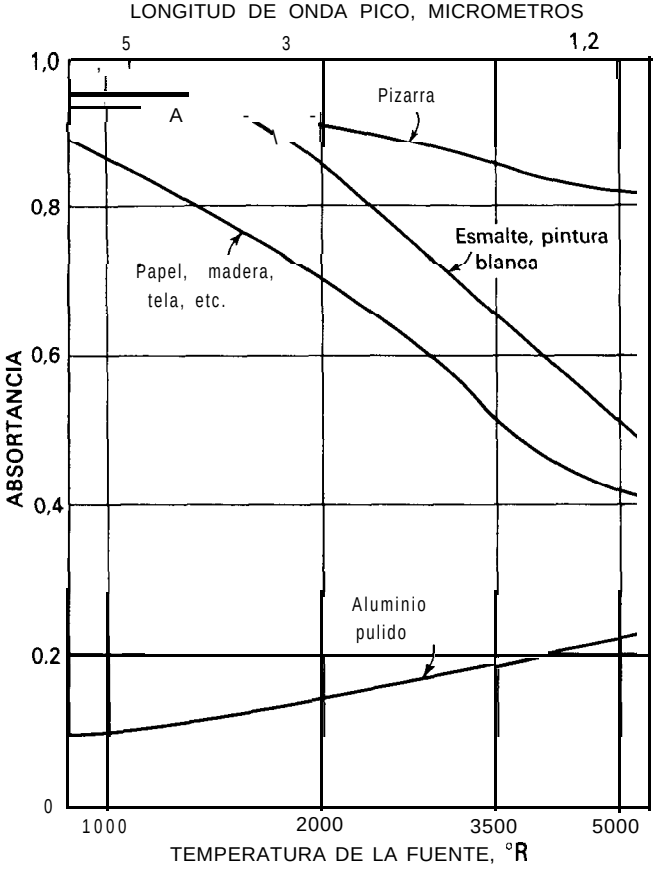


Figura 14.2. Coeficientes de absorción para diferentes sólidos frente a la temperatura de la fuente emisora y la longitud de onda pico de la radiación incidente. (Tomada, con *autorización, de H. C. Hottel, p. 62 en W. H. McAdams, «Heat Transmission». McGraw-Hill Book Company,* 1954.)

coeficiente de absorción α_2 aumenta con la temperatura absoluta de la fuente emisora T_1 y también con la de la superficie T_2, de acuerdo con la ecuación

$$\alpha_2 = k_1 \sqrt{T_1 T_2} \tag{14.13}$$

donde k_1 es una constante. Sin embargo, para la mayor parte de las superficies el coeficiente de absorción sigue una curva como la indicada para papel, madera, tela, etc. Tales superficies presentan coeficientes de absorción elevados para grandes longitudes de onda procedentes de fuentes radiantes a temperaturas inferiores a aproximadamente 1000 °F; a medida que la temperatura de la fuente supera este valor, el coeficiente absorción disminuye, a veces muy marcadamente. Para algunos materiales el coeficiente de absorción aumenta de nuevo cuando la temperatura de la fuente es muy elevada.

RADIACION ENTRE SUPERFICIES

La radiación total desde una unidad de área de un cuerpo opaco de área A_1, emisividad ε_1 y temperatura absoluta T_1 es

$$\frac{q}{A_1} = \sigma \varepsilon_1 T_1^4 \tag{14.14}$$

Sin embargo, las sustancias no emiten radiación en un espacio que está a la temperatura del cero absoluto. Aun en la radiación hacia el cielo de una noche clara, la energía radiada es parcialmente absorbida por el vapor de agua y el dióxido de carbono de la atmósfera, y una parte de esta energía absorbida es devuelta por radiación hacia la superficie. En la situación habitual la energía emitida por un cuerpo es interceptada por otras sustancias que están a la vista del cuerpo, que también son radiadoras, y su radiación incide sobre el cuerpo para ser después absorbida o reflejada. Por ejemplo, una línea de vapor de agua que pasa por una habitación está rodeada por las paredes, el suelo y el techo de la habitación que a su vez radian hacia la tubería y aunque la tubería pierde más energía de la que absorbe desde los alrededores, la pérdida neta por radiación es menor que la calculada mediante la Ecuación (14.14).

En hornos y otros equipos que operan a temperaturas elevadas y donde la radiación es especialmente importante, el objetivo normalmente consiste en obtener una velocidad controlada de intercambio neto de calor entre una o más superficies calientes, llamadas fuentes y una o más superficies frías, llamadas *sumideros.* En muchos casos la superficie caliente es una llama, pero también es frecuente el intercambio de energía entre superficies y una llama puede considerarse como una forma especial de una superficie translúcida. El tratamiento que sigue está limitado a la transmisión de energía radiante entre superficies opacas en ausencia de cualquier medio absorbente entre ellas.

El tipo de radiación más sencillo entre dos superficies es cuando cada superficie solamente puede ver a la otra, por ejemplo, cuando las superficies son planos paralelos muy grandes, tal como se muestra en al Figura 14.3*a*, y cuando ambas superficies son negras. La energía emitida por el primer plano es σT_1^4. Toda la radiación procedente de cada una de las superficies incide sobre la otra superficie y es totalmente absorbida, de forma que la pérdida neta de energía por el primer plano y la ganancia neta de energía por el segundo (suponiendo que $T_1 > T_2$) *es* $\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4$, *o* sea $\sigma(T_1^4 - T_2^4)$.

Los problemas reales de ingeniería difieren de esta situación sencilla en los siguientes aspectos: (1) Una de las superficies de interés ve otras superficies. De hecho, un elemento de superficie de una superficie cóncava ve una parte de su propia superficie. (2) Ninguna superficie real es exactamente negra y con frecuencia es preciso tener en cuenta las emisividades de las superficies.

Angulo de visión. La interceptación de la radiación procedente de un elemento de área de una superficie por otra superficie de tamaño finito puede visualizarse, cualitativamente, en función del ángulo de visión que es el ángulo sólido subten-

dido por la superficie finita en el elemento radiante. El ángulo sólido subtendido por una semiesfera es 2π esteradianes. Este es el ángulo máximo de visión que puede ser subtendido para cualquier elemento de área por una superficie plana que está a la vista del elemento. Recuérdese que el poder radiante total de un elemento de área se ha definido para tener en cuenta este hecho. Si el ángulo de visión es inferior a 2π esteradianes, solamente una fracción de la radiación procedente del elemento de área será interceptada por la superficie receptora y el resto será absorbida por otras superficies que están a la vista del restante ángulo

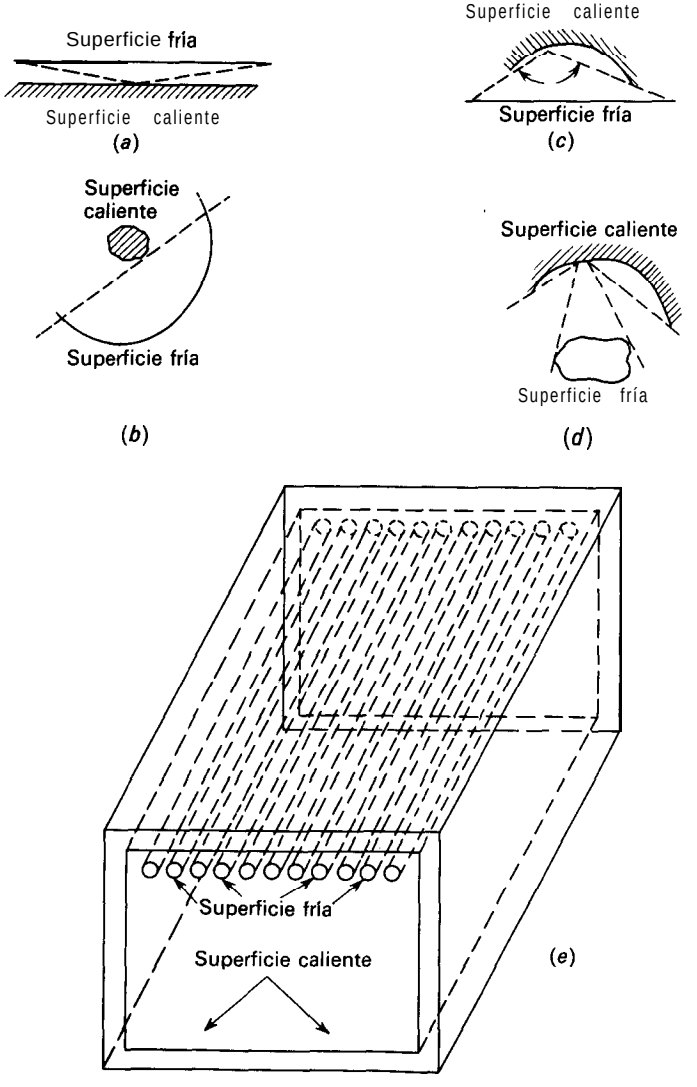


Figura 14.3. Angulo de visión en el flujo radiante de calor.

sólido. Algo del ángulo semiesférico de visión de un elemento de una superficie cóncava es subtendido por la misma superficie de procedencia.

En la Figura 14.3 se muestran algunas superficies radiantes típicas. La superficie 14.3*a* muestra como, en dos grandes planos paralelos, un elemento de área de cualquiera de los planos es subtendido por el otro por un ángulo de 2π esteradianes. La radiación no puede escapar de ninguno de los planos sin ser interceptada por el otro. Un punto situado sobre el cuerpo caliente de la Figura 14.36 solamente ve la superficie fría, y el ángulo de visión es nuevamente 2π esteradianes. Sin embargo, elementos de la superficie fría ven, en su mayor parte, otras porciones de la superficie fría y el ángulo de visión para la superficie fría es pequeño. Este efecto de autoabsorción también se muestra en la Figura 14.3*c*, donde el ángulo de visión de un elemento de la superficie caliente subtendido por la superficie fría es relativamente pequeño. En la Figura 14.3*d* la superficie fría subtiende un pequeño ángulo de la superficie caliente y la mayor parte de la radiación procedente de la superficie caliente pasa hacia algún fondo indeterminado. La Figura 14.3*e* presenta un horno de mufla sencillo en el que la radiación procedente del suelo caliente, que es la fuente, es parcialmente interceptada por la fila de tubos que cruzan la parte superior del horno, que constituye el sumidero y también parcialmente por el refractario de las paredes y del techo detrás de los tubos. En estos sistemas se supone que el refractario absorbe y emite energía con la misma velocidad de forma que el efecto energético neto en el refractario es cero. El refractario del techo absorbe la energía que pasa entre los tubos y la vuelve de nuevo a radiar sobre los tubos.

Si se localiza la atención sobre la energía neta recibida por la superficie fría, se pueden intercambiar las palabras «caliente» y «fría» en la Figura 14.3, siendo cualitativamente válidas las mismas conclusiones.

Efecto del cuadrado **de la distancia.** La energía procedente de una pequeña superficie que es interceptada por otra grande, solamente depende del ángulo de visión. Es independiente de la distancia entre las superficies. La energía recibida por *unidad* de *área* de la superficie receptora es, sin embargo, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las superficies tal como se demuestra a continuación.

La velocidad de energía recibida por unidad de área de la superficie receptora recibe el nombre de intensidad de la radiación I. Para la radiación difusa se puede utilizar la ley del coseno para obtener como varía la intensidad de radiación con la distancia y la orientación de la superficie receptora con respecto a la emisora. Considérese el elemento de superficie emisora dA_1 que se representa en la Figura 14.4, situado en el centro de una superficie semiesférica A_2 con un radio r. El elemento anslar de la superficie receptora dA_2 tiene un área $2\pi r^2 \operatorname{sen} \phi \, d\phi$, siendo ϕ el ángulo formado por la normal a dA_1 con el radio que une dA_1 y dA_2. La intensidad en el punto situado inmediatamente encima de dA_1 se representa Por dI_0, y por dI en cualquier otro punto por encima de A,. De acuerdo con la ley del coseno para la radiación difusa,

$$dI = dI_0 \cos \phi \tag{14.15}$$

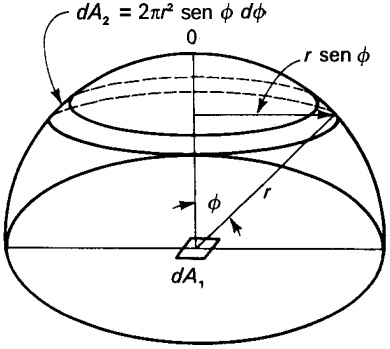


Figura 14.4. Radiación difusa hacia una superficie hemisférica.

La relación entre el poder emisor W_1 de la superficie emisora y la intensidad se obtiene en la forma que se indica a continuación. La velocidad de recepción de energía dq_{dA_2} por el elemento de área dA_2, de acuerdo con la Ecuación (14.15), es

$$dq_{dA_2} = dI \; dA_2 = dI_0 \cos \phi \; dA_2 \tag{14.16}$$

Puesto que $dA_2 = 2\pi r^2 \text{ sen } \phi \, d\phi$,

$$dq_{dA_2} = dI_0 2\pi r^2 \text{ sen } \phi \cos \phi \, d\phi \tag{14.17}$$

La velocidad de emisión desde el área dA_1 ha de ser igual a la velocidad con la que la energía es recibida por el área A_2, ya que toda la radiación procedente de dA_1 choca sobre alguna parte de A_2. La velocidad de recepción por A_2 se obtiene integrando dq_{dA_2} sobre el área A_2. Por tanto,

$$W_1 \; dA_1 = \int_{A_2} dq_{dA_2} = \int_0^{\pi/2} 2\pi \; dI_0 r^2 \; \text{sen}\, \phi \cos \phi \, d\phi = \pi \; dI_0 r^2 \tag{14.18}$$

Por consiguiente

$$dI_0 = \frac{W_1}{\pi r^2} \, dA_1 \tag{14.19}$$

Sustituyendo de la Ecuación (14.15)

$$dI = \frac{W_1}{\pi r^2} \, dA_1 \cos \phi \tag{14.20}$$

Cálculo cuantitativo de la radiación entre superficies negras. Las anteriores consideraciones pueden tratarse cuantitativamente planteando una ecuación diferencial para la radiación neta entre dos áreas elementales e integrando la ecuación para tipos definidos de la disposición de las superficies. Los dos elementos planos de áreas dA_1 y dA_2 de la Figura 14.5 están separados por una distancia r y están

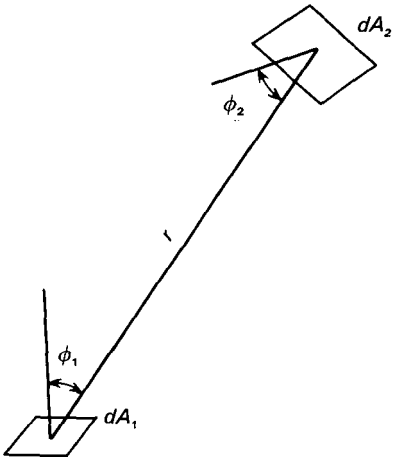


Figura 14.5. Areas diferenciales para radiación.

colocados con una orientación arbitraria entre ellos que permite conectarlos mediante una línea recta. En otras palabras, el elemento dA_1 tiene que ver al elemento dA_2, y algo de la radiación procedente de dA_1 tiene que incidir sobre dA_2. Los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 son los ángulos formados por la línea de unión y las normales a dA_1 y dA_2, respectivamente.

Puesto que la línea que une los elementos de área no es normal a dA_2, como en el caso de la Figura 14.4, la velocidad de recepción de energía por el elemento dA_2 de radiación procedente de dA_1 *es*

$$dq_{dA_1 \to dA_2} = dI_1 \cos \phi_2 \, dA_2 \tag{14.21}$$

donde dI_1 es la intensidad de la radiación procedente de dA_1 en el área dA_2. Puesto que el elemento dA_1 es negro, de acuerdo con las Ecuación (14.20) y (14.21),

$$dq_{dA_1 \to dA_2} = \frac{W_1}{\pi r^2} dA_1 \cos \phi_1 \cos \phi_2 \, dA_2 = \frac{\sigma T_1^4}{\pi r^2} \cos \phi_1 \cos \phi_2 \, dA_1 \, dA_2 \tag{14.22}$$

Análogamente, para la radiación procedente de dA_2 que incide sobre dA_1

$$dq_{dA_2 \to dA_1} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi r^2} \cos \phi_1 \cos \phi_2 \, dA_1 \, dA_2 \tag{14.23}$$

La velocidad neta de transferencia de calor dq_{12} entre los dos elementos de área se obtiene a partir de la diferencia entre las velocidades dadas por las Ecuaciones (14.22) y (14.23),

$$dq_{12} = \sigma \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2 \, dA_1 \, dA_2}{\pi r^2} (T_1^4 - T_2^4) \tag{14.24}$$

La integración de la Ecuación (14.24) para una combinación dada de superficies finitas conduce generalmente a una integración múltiple basada en la geometría de los planos y su posición relativa. La ecuación que resulta para cualquiera de estas situaciones puede expresarse en la forma

$$q_{12} = \sigma AF(T_1^4 - T_2^4) \tag{14.25}$$

donde q_{12} = radiación neta entre las dos superficies
A = área de cualquiera de las dos superficies, arbitrariamente elegida
F = factor geométrico adimensional

El factor F recibe el nombre de factor de visión o factor de ángulo y depende de la geometría de las dos superficies, la relación espacial entre ellas y de la superficie elegida para A.

Si para A se elige la superficie A_1, la Ecuación (14.25) puede escribirse así

$$q_{12} = \sigma A_1 F_{12}(T_1^4 - T_2^4) \tag{14.26}$$

y si se elige la superficie A_2,

$$q_{12} = \sigma A_2 F_{21}(T_1^4 - T_2^4) \tag{14.27}$$

Comparando las Ecuaciones (14.26) y (14.27) se obtiene

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \tag{14.28}$$

El factor F_{12} puede considerarse como la fracción de radiación que partiendo de A_1 es interceptada por A_2. Si la superficie A_1 solamente puede ver la superficie A_2, el factor de visión es la unidad. Si la superficie A_1 ve otras superficies y todo el ángulo hemisférico de visión es llenado por dichas superficies,

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + \cdots = 1{,}0 \tag{14.29}$$

El factor F_{11} cubre la parte del ángulo de visión subtendido por otras partes del cuerpo A_1. Si la superficie A_1 no puede ver ninguna parte de sí misma, F_{11} es cero. La radiación neta correspondiente al factor F_{11} es, por supuesto, cero.

En algunas situaciones el factor de visión puede calcularse de una forma sencilla. Por ejemplo, considérese un pequeño cuerpo negro de área A_2 que no tiene concavidades y que está rodeado por una gran superficie negra de área A_1. El factor F_{21} es la unidad puesto que el área A_2 no puede ver más que el área A_1. El factor F_{12}, de acuerdo con la Ecuación (14.28), es

$$F_{12} = \frac{F_{21}A_2}{A_1} = \frac{A_2}{A_1} \tag{14.30}$$

Según la Ecuación (14.29),

$$F_{11} = 1 \qquad F_{12} = 1 - \frac{A_2}{A_1} \tag{14.31}$$

Como un segundo ejemplo considérese una larga conducción de sección triangular, con sus tres paredes a diferente temperatura. Las paredes no necesitan ser planas pero no han de tener concavidades; es decir, ninguna de las paredes ha de ver parte alguna de sí misma. En estas condiciones los factores de visión vienen dados por[4b]

$$\begin{aligned} F_{12} &= \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} \\ F_{13} &= \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} \\ F_{23} &= \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} \end{aligned} \tag{14.32}$$

El factor F ha sido determinado por Hottel[2] para diversos casos especiales de importancia. La Figura 14.6 muestra el factor F para planos paralelos iguales directamente opuestos. La línea 1 es para discos, la línea 2 para cuadrados, la línea 3 para rectángulos de igual relación de longitud a anchura 2: 1, y la línea 4 es para rectángulos largos y estrechos. En todos los casos el factor F es una función

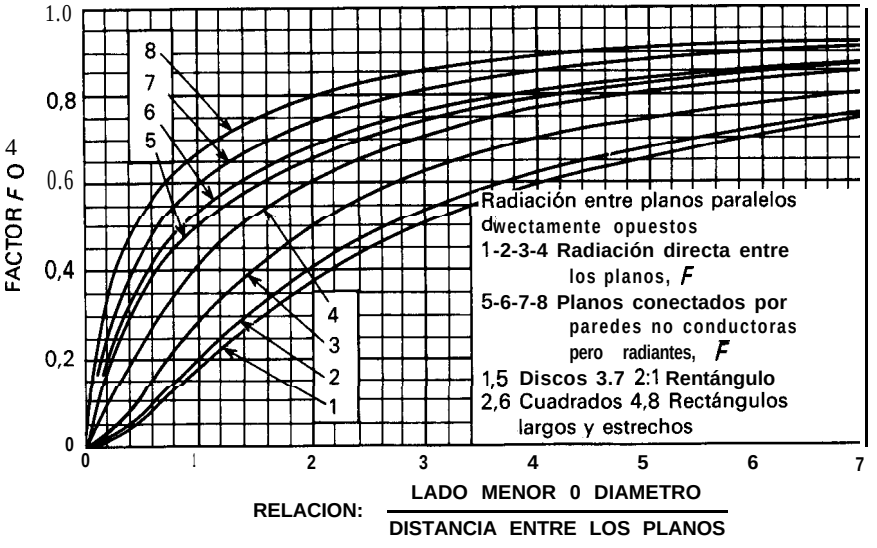


Figura 14.6. Factor de visión y factor de intercambio para radiación entre discos paralelos opuestos, rectángulos y cuadrados.

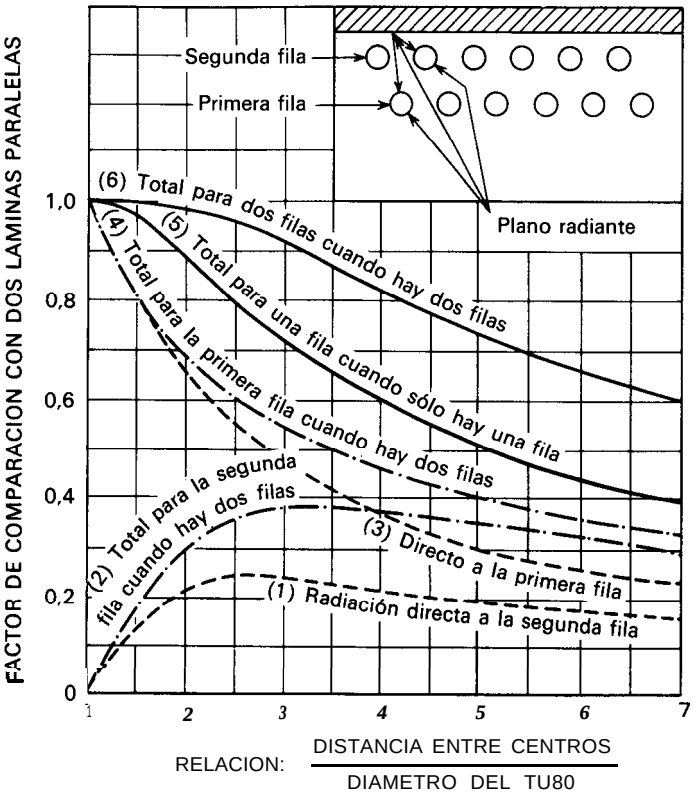


Figura 14.7. Factor de visión y factor de intercambio entre un plano paralelo y filas de tubos.

de la relación entre el lado o diámetro de los planos y la distancia entre ellos. La Figura 14.7 presenta factores para radiación hacia bloques de tubos respaldados por una capa de refractario que absorbe energía procedente de los rayos que pasan entre los tubos y vuelven a radiar la energía absorbida hacia los tubos. El factor que se presenta en la Figura 14.7 es la radiación absorbida por los tubos calculada como una fracción de la que es absorbida por un plano paralelo de área igual al del refractario que los respalda.

Influencia de superficies refractarias. Cuando la fuente y el sumidero están conectadas por paredes refractarias en la forma que se muestra en la Figura 14.3*e*, el factor F puede sustituirse por un factor análogo, llamado *factor de intercambio* $\bar{F}$, y las Ecuaciones (14.26) y (14.27) expresarse así

$$q_{12} = \sigma A_1 \bar{F}_{12}(T_1^4 - T_2^4) = \sigma A_2 \bar{F}_{21}(T_1^4 - T_2^4) \qquad (14.33)$$

El factor de intercambio $\bar{F}$ se ha determinado exactamente para algunas situaciones sencillas [3]. Las líneas 5 a 8 de la Figura 14.6 corresponden a valores de $\bar{F}$ para

planos paralelos directamente opuestos conectados por paredes refractarias. La línea 5 es para discos, la línea 6 para cuadrados, la línea 7 para rectángulos 2:1 y la línea 8 para rectángulos largos y estrechos.

La ecuación aproximada para $\bar{F}$ en función de F *es*

$$\bar{F}_{12} = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 \quad 2A_1 F_{12}} \tag{14.34}$$

La Ecuación (14.34) se aplica cuando hay solamente una fuente y un sumidero y ninguna de las áreas A_1 y A_2 pueden verse a sí mismas. Está basada en la suposición de que la temperatura de la superficie refractaria es constante. Esto último es una suposición simplificante puesto que la temperatura local del refractario generalmente varía entre la de la fuente y la del sumidero.

Superficies no negras. El tratamiento de la radiación entre superficies no negras, para el caso general de que el coeficiente de absorción y la emisividad sean desiguales y dependan de la longitud de onda y del ángulo de incidencia es, evidentemente complicado. Sin embargo, existen diversos casos especiales importantes que pueden tratarse de una forma sencilla.

Un ejemplo sencillo es un pequeño cuerpo no negro rodeado por una superficie negra. Sean las áreas de las superficies interior y circundante A_1 *y* A_2 respectivamente, y T_1 y T_2 sus temperaturas. La radiación procedente de la superficie A_2 que incide sobre la superficie A_1 *es* $\sigma A_2 F_{21} T_1^4$. De ella, la fracción α_1, el coeficiente de absorción de la superficie A_1 para la radiación procedente de la superficie A_2, es absorbida por la superficie A_1. El resto es reflejada hacia los alrededores negros y completamente reabsorbida por el área A_2. La superficie A_1 emite radiación en cantidad $\sigma A_1 \varepsilon_1 T_1^4$, siendo ε_1 la emisividad de la superficie A_1. Toda esta radiación es absorbida por la superficie A_2 y no retorna nada a la otra por reflexión. La emisividad ε_1 y el coeficiente de absorción α_1 no son en general iguales debido a que las dos superficies no están a la misma temperatura. La pérdida neta de energía por la superficie A_1 *es*

$$q_{12} = \sigma \varepsilon_1 A_1 T_1^4 - \sigma A_2 F_{21} \alpha_1 T_2^4 \tag{14.35}$$

Pero según la Ecuación (14.28) $A_2 F_{21} = A_1$, y la Ecuación (14.39, después de eliminar $A_2 F_{21}$, se transforma en

$$q_{12} = \sigma A_1 (\varepsilon_1 T_1^4 - \alpha_1 T_2^4) \tag{14.36}$$

Si la superficie A, *es* gris, $\varepsilon_1 = \alpha_1$ y

$$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \tag{14.37}$$

En general, para superficies grises las Ecuaciones (14.26) y (14.27) pueden escribirse así

$$q_{12} = \sigma A_1 \mathscr{F}_{21}(T_1^4 - T_2^4) = \sigma A_2 \mathscr{F}_{21}(T_1^4 - T_2^4) \qquad (14.38)$$

donde $\mathscr{F}_{12}$ y $\mathscr{F}_{21}$ son los ***factores globales de intercambio*** y son funciones de ε_1 Y ε_2.

Dos grandes planos paralelos. En casos sencillos el factor $\mathscr{F}$ puede calcularse directamente. Considérense dos grandes planos paralelos grises a las temperaturas absolutas T_1 y T_2 tal como se indica en la Figura 14.8, con emisividades ε_1 y ε_2, respectivamente. La energía radiada desde una unidad de área de la superficie 1 es igual a $\sigma T_1^4 \varepsilon_1$. Parte de esta energía es absorbida por la superficie 2 y parte es reflejada. La cantidad absorbida, tal como se muestra en la Figura 14.8*a*, es igual a $\sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2$. Parte del rayo reflejado es reabsorbido por la superficie 1 y parte se vuelve a reflejar hacia la superficie 2. De este rayo que se vuelve a reflejar, una cantidad $\sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)$ es absorbida. Las sucesivas reflexiones y absorciones conducen a la siguiente ecuación para la cantidad total de radiación originada en la superficie 1 que es absorbida por la superficie 2:

$$q_{1\to 2} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 [1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + (1 - \varepsilon_1)^2 (1 - \varepsilon_2)^2 + \cdots]$$

Algo de la energía que se origina en la superficie 2, tal como se muestra en la Figura 14.8*b*, es reflejada por la superficie 1 y retorna a la superficie 2 donde parte de ella es absorbida. La cantidad de esta energía, por unidad de área, es

$$q_{2\to 2} = -\sigma T_2^4 [\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2 (1 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2^2 (1 - \varepsilon_1)^2 (1 - \varepsilon_2) - \cdots]$$

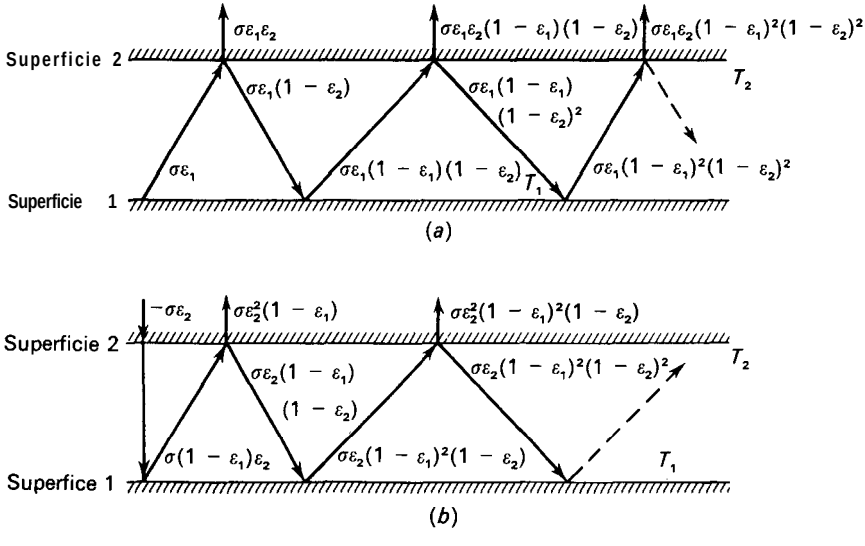


Figura 14.8. Evaluación del factor global de intercambio para grandes planos paralelos grises: (a) energía generada en la superficie 1 que es absorbida por unidad de área de la superficie 2; (b) energía generada en la superficie 2 que es reabsorbida por la superficie 2.

La cantidad total de energía absorbida por unidad de área de la superficie 2 es, por tanto

$$q_{12} = q_{1\to 2} + q_{2\to 2}$$
$$= \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 [1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + (1 - \varepsilon_1)^2(1 - \varepsilon_2)^2 + \cdots]$$
$$- \sigma T_2^4 \{\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1)[1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + \cdots]\}$$

Sea

$$x = (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)$$

Entonces

$$q_{12} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 + x + x^2 + \cdots) - \sigma T_2^4 [\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1)(1 + x + x^2 + \cdots)]$$

Pero

$$1 + x + x^2 + \cdots = \frac{1}{1 - x}$$

Por tanto

$$q_{12} = \sigma T_1^4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{1}{1 - x} - \sigma T_2^4 \left[\varepsilon_2 - \varepsilon_2^2(1 - \varepsilon_1)\frac{1}{1 - x}\right]$$

Sustituyendo x y simplificando se obtiene

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(1/\varepsilon_1) + (1/\varepsilon_2) - 1}$$

Una comparación con la Ecuación (14.38) pone de manifiesto que

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{(1/\varepsilon_1) + (1/\varepsilon_2) - 1} \tag{14.39}$$

Una superficie gris completamente rodeada por otra. Sea A_1 el área del cuerpo interior y A_2 la de la envoltura. El factor global de intercambio para este caso viene dado por

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{(1/\varepsilon_1) + (A_1/A_2)[(1/\varepsilon_2) - 1]} \tag{14.40}$$

La Ecuación (14.40) es exactamente aplicable a esferas o cilindros concéntricos, pero puede utilizarse sin gran error para otras formas. El caso de un cuerpo gris

rodeado por uno negro puede tratarse como un caso especial de la Ecuación (14.40) tomando $\varepsilon_2 = 1{,}0$. En estas condiciones $\mathscr{F}_{12} = \varepsilon_1$.

Para superficies grises en general puede utilizarse la siguiente ecuación aproximada para calcular el factor global de intercambio

$$\mathscr{F}_{12} = \frac{1}{(1/\bar{F}_{12}) + [(1/\varepsilon_1) - 1] + (A_1/A_2)[(1/\varepsilon_2) - 1]} \tag{14.41}$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de la fuente y el sumidero, respectivamente. En ausencia de refractario se utiliza F en vez de $\bar{F}$.

Gebhart'" describe un método directo para calcular $\mathscr{F}$ en envolturas de superficies grises cuando están presentes más de dos superficies radiantes. En la bibliografía[4c] se tratan problemas con superficies no grises.

RADIACION EN MATERIALES SEMITRANSPARENTES

Muchas sustancias de importancia industrial son en cierta medida transparentes al paso de la energía radiante. Sólidos tales como vidrio y algunos plásticos, delgadas capas de líquido, así como muchos gases y vapores son materiales semitransparentes. Su transmitancia y absortancia dependen de la longitud del camino o trayectoria de la radiación y de la longitud del rayo.

Atenuación; longitud de absorción. Tal como se indica más adelante, un material puede tener coeficientes de absorción muy diferentes para la radiación de diferentes longitudes de onda. Para clasificar cuantitativamente un material determinado en orden a su capacidad para absorber o transmitir radiación de longitud de onda λ es necesario definir una ***longitud de absorción (o longitud del camino óptico)*** L_λ en el material. Esta longitud es la distancia de penetración dentro del material para la cual la radiación incidente se ha amortiguado en una determinada proporción; es decir, que la intensidad de la radiación se ha reducido hasta una fracción dada de la intensidad del rayo incidente. La fracción generalmente utilizada es $1/e$, siendo e la base de los logaritmos naturales.

En la Figura 14.9 se muestra la atenuación de un rayo incidente de intensidad monocromática $I_{0,\lambda}$. A una distancia x de la superficie receptora la intensidad se ha reducido a I_λ. Se supone que la atenuación por unidad de longitud dI_λ/dx para cualquier valor dado de x es proporcional a la intensidad I_λ en dicha localización,

$$\frac{dI_\lambda}{dx} = \mu_\lambda I_\lambda \tag{14.42}$$

donde μ_λ ***es*** el ***coeficiente de absorción*** para la radiación de longitud de onda λ. Separando variables en la Ecuación (14.42) e integrando con la condición límite de que $I_\lambda = I_{\lambda,0}$ para x = 0 se obtiene

$$\frac{I_\lambda}{I_{0,\lambda}} = e^{-\mu_\lambda x} \tag{14.43}$$

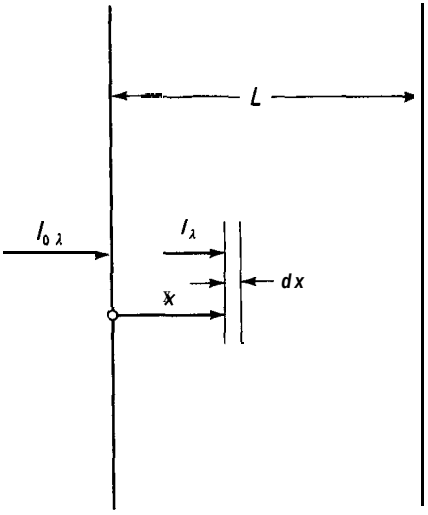


Figura 14.9. Atenuación de un rayo en un material absorbente en el caso de gases absorbentes.

La longitud de absorción L_λ es el valor de x para el que la atenuación es $1/e$. Haciendo el primer miembro de la Ecuación (14.43) igual a e^{-1} y tomando x igual a L_λ se obtiene

$$L_\lambda = \frac{1}{\mu_\lambda} \tag{14.44}$$

La longitud de absorción es, por tanto, el inverso del coeficiente de absorción.

Si el espesor total L del material es muchas veces mayor que L_λ, *se* dice que el material es opaco a la radiación de dicha longitud de onda. Por el contrario, si L es inferior a unos pocos múltiplos de L_λ se dice que el material es transparente o semitransparente. La longitud de absorción L_λ varía, no solamente con la longitud de onda de la radiación incidente, sino que puede variar también con la temperatura y la densidad del material absorbente. Esto se cumple especialmente en el caso de gases absorbentes.

Radiación hacia capas de líquidos o sólidos. En capas moderadamente gruesas todos los sólidos y líquidos son opacos y absorben toda la radiación que penetra en ellos. Sin embargo, en capas delgadas la mayor parte de los sólidos y algunos sólidos absorben solamente una fracción de la radiación incidente y transmiten el resto, dependiendo del espesor de la capa y de la longitud de onda de la radiación. En la Figura 14.10 se muestra la variación de la absortancia de delgadas capas de agua con el espesor y la longitud de onda. Capas muy delgadas (0,01 mm de espesor) transmiten la mayor parte de la radiación de onda comprendidas entre 1 y 8 μm, excepto para picos de absorción a 3 y 6 μm. Sin

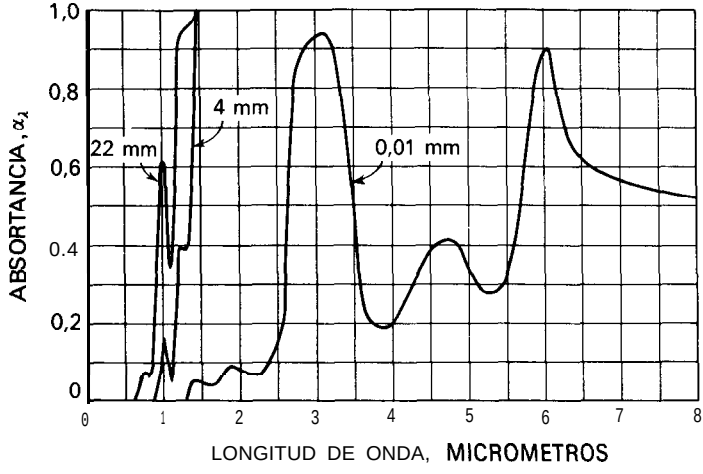


Figura 14.10. Distribución espectral de la absortancia de capas delgadas de **agua. (Con *autorización de H. Grober, S. Erk y U. Grigull, «Fundamentals of Heat Transfer», 3." ed. p. 442, Copyright* 1961, *McGraw-Hill Book Company.)***

embargo, las capas de unos pocos milímetros de espesor son transparentes a la luz visible (0,30 a 0,70 μm) pero en cambio absorben virtualmente toda la energía radiante con longitudes de onda superiores a 1,5 μm. Por tanto, para transmisión de calor se puede considerar que tales capas de agua tienen una absortancia de 1,0.

Las capas de sólidos, tales como delgadas películas de plástico, se comportan de una forma similar, pero los picos de absorción están generalmente menos bien definidos. El vidrio ordinario también es transparente a la radiación de cortas longitudes de onda y opaco a la de longitudes de ondas más grandes. Esta es la **causa** del ***efecto invernadero,*** según el cual el interior de un recipiente confinado por paredes de vidrio está más caliente que los alrededores cuando se expone a la luz del sol. La radiación procedente de la superficie solar, que está aproximadamente 10 000 °R, está formada fundamentalmente por ondas cortas que pasan fácilmente a través del vidrio; la radiación procedente del interior del recinto, desde superficies a unos 80 °F (27 "C), es de longitud de onda más grande y no puede atravesar el vidrio. La temperatura interior aumenta hasta que las pérdidas por convección desde el recipiente igualan a la entrada de energía radiante.

Radiación en gases absorbentes. Los gases mono y diatómicos, tales **como** hidrógeno, oxígeno, helio, argón y nitrógeno, son virtualmente transparentes a la radiación infrarroja. Las moléculas poliatómicas más complejas, incluyendo vapor de **agua,** dióxido de carbono y vapores orgánicos, absorben bastante fácilmente la radiación, sobre todo de longitudes de onda específica. La fracción de la radiación incidente absorbida por una determinada cantidad de gas o vapor depende de la longitud del camino de radiación y del número de moléculas que la radiación encuentra a su paso, es decir, de la densidad del gas o vapor. Por tanto,

la absortancia de un determinado gas varía grandemente con su presión parcial y débilmente con la temperatura.

Cuando un gas absorbente se calienta, radia hacia los alrededores a las mismas longitudes de onda para las que está favorecida la absorción. La emisividad del gas es también función de la temperatura y la presión. Debido al efecto de la longitud del camino, la emisividad y la absortancia de gases se definen arbitrariamente en función de una geometría específica.

Considérese una semiesfera de gas radiante de radio *L*, con un elemento de

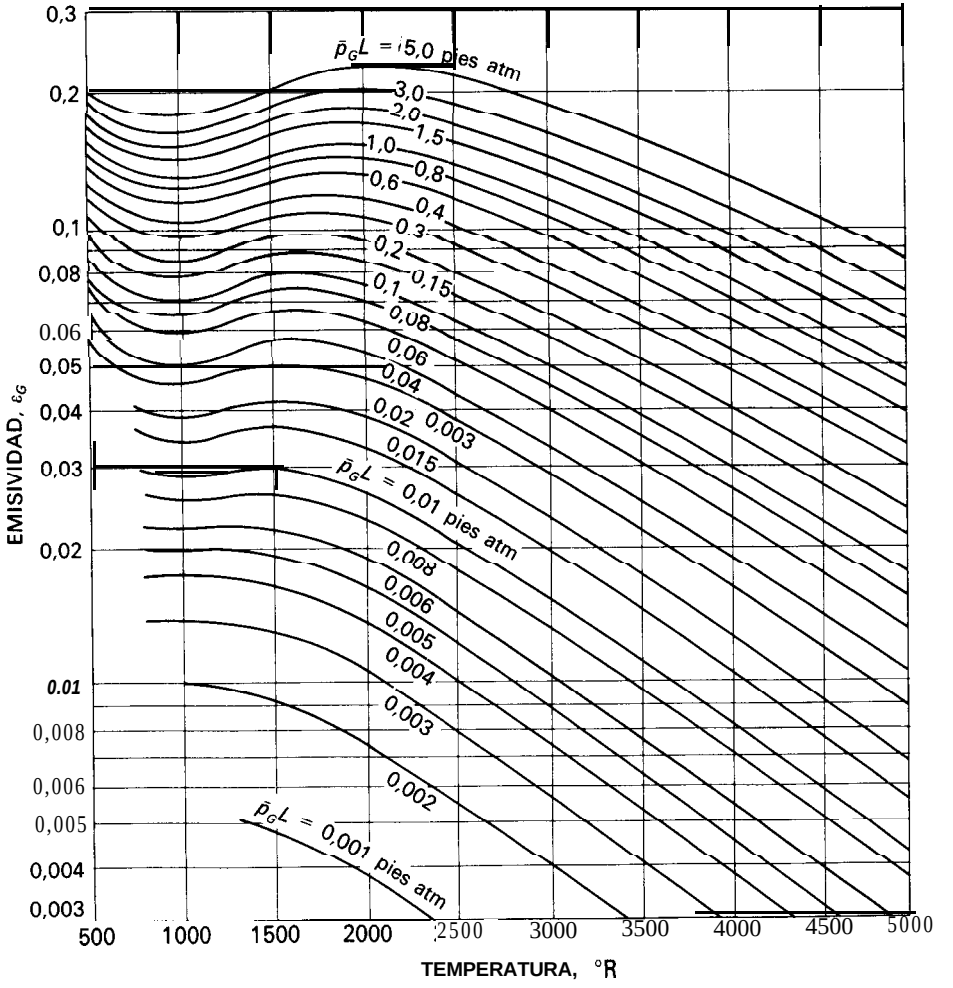


Figura **14.11.** Emisividad del dióxido de carbono para una presión total de 1 atm. *(Tomada, con autorización, de W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3." ed., Copyright* 1954, *McGraw-Hill Book Company.)*

superficie receptora dA_2 localizado en el centro de la semiesfera. La velocidad de transferencia de energía dq_{12} desde el gas hacia el elemento de área es, por tanto

$$\frac{dq_{12}}{dA_2} = \sigma T_G^4 \varepsilon_G \tag{14.45}$$

donde T_G = temperatura absoluta del gas
ε_G = emisividad del gas (por definición)

La emisividad ε_G es, por tanto, la relación entre la velocidad de transferencia de energía desde el gas hasta el elemento de superficie y la velocidad de transferencia desde una superficie semiesférica negra de radio L y temperatura T_G hacia el mismo elemento de superficie. La Figura 14.11 muestra cómo varía ε_G para el dióxido de carbono con el radio L y la presión parcial $\bar{p}_G$. La Figura 14.11 es aplicable para una presión total p de 1 atm. La Figura 14.12 muestra el factor de corrección C_c para obtener ε_G a otras presiones totales.

Cuando la temperatura del gas T_G y la temperatura de la superficie T_2 son iguales, la absortancia del gas α_G, de acuerdo con la ley de Kirchhoff, es igual a la emisividad ε_G. Cuando estas temperaturas difieren, α_G y ε_G no son iguales; sin embargo, se puede utilizar la Figura 14.11 para obtener la absortancia del gas a una presión total de 1 atm evaluando α_G como la emisividad a T_2 y a $\bar{p}_G L(T_2/T_G)$, en vez de a $\bar{p}_G L$, y multiplicando el resultado por $(T_G/T_2)^{0,65}$. Para presiones totales diferentes de 1 atm se aplica nuevamente la Figura 14.12.

Se dispone de gráficas análogas a las de las Figuras 14.11 y 14.12 para el vapor de agua[4d]. Cuando el dióxido de carbono y el vapor de agua están ambos presentes, la radiación total es algo menor que la calculada separadamente a partir de los dos gases, debido a que cada gas es algo opaco a la radiación del otro. Se han publicado gráficas de corrección[4d] para tener en cuenta esta interacción.

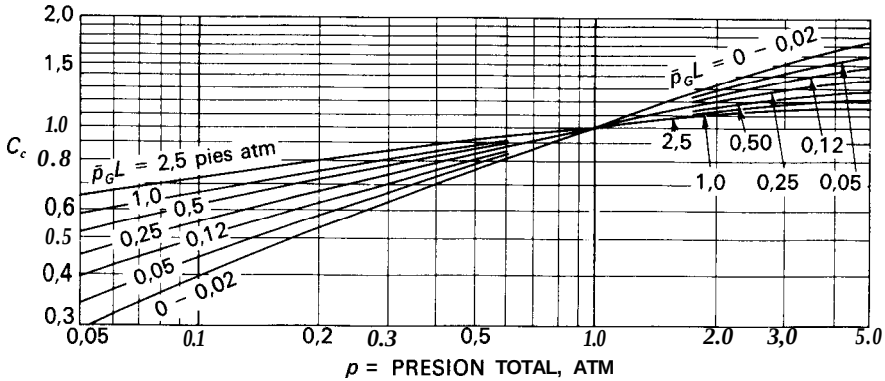


Figura 14.12. Factor de corrección C_c para convertir la emisividad del CO, a 1 atm de presión total en emisividad a p atm. ***(Tomada, con autorización, de W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.ª ed., Copyright 1954, McGraw-Hill Book Company.)***

Efecto de la geometría sobre la radiación de gases. La velocidad de transferencia desde un gas radiante hacia la superficie de una evoltura depende de la geometría del sistema y de la presión parcial del gas, $\bar{p}_G$. En general, la emisividad de una cantidad dada de gas ha de evaluarse utilizando una longitud media del rayo L, *que es una característica de la geometría particular de cada caso. La longitud* L ha sido calculada para varios casos especiales. Se puede demostrar que, para bajos valores del productos $\bar{p}_G L$, la longitud L es igual a $4V/A$, siendo V el volumen del gas radiante y A el área de la superficie total de la envoltura. Para valores medios de $\bar{p}_G L$ la longitud media del rayo es de 0,85 a 0,90 veces la correspondiente a $\bar{p}_G L = 0$. En la Tabla 14.1 se presentan valores de L para algunas geometrías. En la bibliografía[4d] se pueden encontrar otros casos, incluyendo radiación hacia solamente una parte de la envoltura.

Tabla 14.1. Longitudes medias de rayo para radiación de gases hacia toda la superficie de una envoltura†

Forma de la envoltura	Longitud media del rayo, L	
	Cuando $\bar{p}_G L = 0$	Para valores medios de $\bar{p}_G L$
Esfera de diámetro D	$0{,}667D$	$0{,}60D$
Cilindro infinito de diámetro D	D	$0{,}90D$
Cilindro circular recto de altura = diámetro = D	$0{,}667D$	$0{,}600$
Cubo de lado D	$0{,}667D$	$0{,}57D$ (CO_2)
Planos paralelos infinitos separados una distancia D	$2D$	$1{,}7D$ (H_2O) $1{,}54D$ (CO_2)

† Tomada, con autorización, de W. H. McAdams, *Heat Transmission, 3.ª* ed., p. 88, 1954, McGraw-Hill Book Company.

TRANSMISION DE CALOR COMBINADA POR CONDUCCION-CONVECCION Y RADIACION

La pérdida total de calor desde un cuerpo caliente hacia sus alrededores con frecuencia comprende pérdidas por conducción-convección y por radiación. Por ejemplo, un radiador de vapor de agua o una tubería caliente situada en el interior de una habitación pierden calor en cantidades aproximadamente iguales por los dos mecanismos. Puesto que los dos tipos de transmisión de calor ocurren en paralelo, la pérdida total, considerando unos alrededores negros, es

$$\frac{q_T}{A} = \frac{q_c}{A} + \frac{q_r}{A} = h_c(T_w - T) + \sigma\varepsilon_w(T_w^4 - T^4) \qquad (14.46)$$

donde q_T/A = flujo total de calor
q_c/A = flujo de calor por conducción-convección

q_r/A = flujo de calor por radiación
h_c = Coeficiente convectivo de transmisión de calor
ε_w = emisividad de la superficie
T_w = temperatura de la superficie
T = temperatura de los alrededores

La Ecuación (14.46) se escribe a veces así

$$\frac{q_T}{A} = (h_c + h_r)(T_w - T) \tag{14.47}$$

donde h_r *es* un ***coeficiente de transmisión de calor por radiación,*** definido por

$$h_r \equiv \frac{q_r}{A(T_w - T)} \tag{14.48}$$

Este coeficiente depende fuertemente del valor absoluto de T_w y ello se extiende a la diferencia de temperaturas $T_w - T$. Sin embargo, cuando la diferencia de temperaturas es pequeña, el valor de h_r puede calcularse de forma aproximada a partir de una ecuación sencilla utilizando solamente una temperatura. El término de la cuarta potencia de la Ecuación (14.46) puede expresarse así

$$\frac{q_r}{A} = \sigma\varepsilon_w(T_w^4 - T^4) = \sigma\varepsilon_w(T_w^2 + T^2)(T_w + T)(T_w - T) \tag{14.49}$$

Si $T_w - T$ es muy pequeño, T puede sustituirse por T_w en todos los términos menos uno de la Ecuación (14.49) para dar

$$\frac{qr}{A} \approx \sigma\varepsilon_w(2T_w^2)(2T_w)(T_w - T) = \sigma\varepsilon_w(4T_w^3)(T_w - T) \tag{14.50}$$

A partir de la definición de h_r, Ecuación (14.48),

$$h, \approx 4\sigma\varepsilon_w T_w^3 \tag{14.51}$$

Si la diferencia de temperatura $T_w - T$ es superior a unos pocos grados, pero inferior al 20 por 100 de la temperatura absoluta T_w, se puede utilizar la media aritmética de T_w y T para mejorar la exactitud de la Ecuación (14.51).

Las Ecuaciones (14.46) y (14.51) son aplicables a una pequeña área completamente rodeada por una superficie mucho mayor, de tal forma que solamente la emisividad de la superficie pequeña influye sobre el flujo de calor. Para superficies de áreas aproximadamente iguales, el término ε_w deberá de sustituirse por $1/[(1/\varepsilon_1) + (1/\varepsilon_2) - 1]$, tal como indica la Ecuación (14.40).

Radiación en la ebullición de película. En la ebullición de película sobre una superficie muy caliente la mayor parte de la transmisión de calor tiene lugar por

radiación desde la superficie hacia el líquido. La Ecuación (14.46) es aplicable a esta situación puesto que el líquido circundante, tal como se ha visto anteriormente, tiene un coeficiente de absorción unidad. Cuando la radiación es activa, la película de vapor que recubre el elemento de calefacción tiene un espesor mayor que en ausencia de radiación y el coeficiente de transmisión de calor por convección es menor. Para la ebullición de película en una superficie de un tubo horizontal sumergido, la Ecuación (13.23) predice el coeficiente de transmisión de calor por convección h_o en ausencia de radiación. Cuando hay radiación el coeficiente convectivo cambia a h_c, que se obtiene por tanteo a partir de la ecuación' [b]

$$h_c = h_o\left(\frac{h_o}{h_c + h_r}\right)^{1/3} \tag{14.52}$$

donde h_o se obtiene a partir de la Ecuación (13.23) y h_r a partir de la Ecuación (14.48) o (14.51). Sustituyendo h_c y h_r en la Ecuación (14.47) se obtiene la velocidad total de transmisión de calor para la ebullición del líquido.

Ejemplo 14.1. En la ebullición de película del Freón-1 1, como en el Ejemplo 13.2, la emisividad del tubo de calefacción puede tomarse como 0,85. Si la película de vapor es transparente a la radiación y el líquido hirviente es opaco, calcúlese (a) el coeficiente de radiación h_r; (b) el coeficiente convectivo en presencia de radiación h_c; y (c) flujo total de calor, q_T/A.

SOLUCIÓN

(a) Para este caso $T_1 = 300 + 460 = 760$ °R, y $T_2 = 74{,}8 + 460 = 534{,}8$ °R. Suponiendo que el tubo es gris y que el líquido circundante es negro, la Ecuación (14.40) indica que $\mathcal{F}_{1\,2} = \varepsilon_w = 0{,}85$. Sustituyendo en la Ecuación (14.37) se obtiene

$$\frac{q}{A} = 0{,}1713 \times 0{,}85(7{,}60^4 - 5{,}348^4) = 367 \text{ Btu/pie}^2\text{-h } (1158 \text{ W/m}^2)$$

A partir de la Ecuación (14.48)

$$h_r = \frac{367}{760 - 534{,}8} = 1{,}63 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

(b) A partir de la Ecuación (14.52), puesto que $h_o = 21{,}7$ Btu/pie^2-h-°F,

$$h_c = 21{,}7\left(\frac{21{,}7}{h_c + 1{,}63}\right)^{1/3}$$

Por tanto se obtiene $h_c = 21{,}2$ Btu/pie^2-h-°F (120 W/m^2-°C).

(c) A partir de la Ecuación (14.47),

$$\frac{q_T}{A} = (21{,}2 + 1{,}63)(760 - 534{,}8) = 5141 \text{ Btu/pie}^2\text{-h } (16220 \text{ W/m}^2)$$

SIMBOLOS

A Area, pie^2 o m^2; A_1, de la superficie 1; A_2, de la superficie 2

c Constante en la Ecuación (14.8), 5200 μm-°R o 2890 μm-K; C_c, factor de corrección para la radiación en gases a presiones diferentes de 1 atm; C_1, constante en la Ecuación (14.7), 3,742 $\times 10^{-16}$ W-m^2; C_2, constante en la Ecuación (14.7), 1,439 cm-K

c Velocidad de la luz, 9,836 x 10^8 pies/s o 2,998 x 10^8 m/s

D Diámetro, lado del cubo, o distancia entre planos, pies o m

F Factor de visión o factor de ángulo, adimensional; F_{11}, F_{12}, F_{13}, para la radiación desde la superficie 1 hacia las superficies 1, 2 y 3, respectivamente; F_{21}, F_{23}, desde la superficie 2 hacia las superficies 1 y 3, respectivamente

$\bar{F}$ Factor de intercambio para sistemas con superficies refractarias, adimensional; $\bar{F}_{12}$, desde la superlice 1 hacia la superficie 2; $\bar{F}_{21}$, desde la superficie 2 hacia la superficie 1

$\mathscr{F}$ Factor global de intercambio, adimensional; $\mathscr{F}_{12}$, desde la superficie 1 hacia la superficie 2; $\mathscr{F}_{21}$, desde la superficie 2 hacia la superficie 1

h Constante de Planck, 6,626 x 10^{-34}J-s

h Coeficiente individual de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h_c, para convección en presencia de radiación; h_r, para radiación; h_o, para ebullición de líquidos en ausencia de radiación

I Intensidad de radiación, Btu/pie^2-h o W/m^2; I_o, en un punto sobre la normal a la superficie radiante; I_1, en la superficie 2 de radiación procedente de la superficie 1

I_λ Intensidad monocromática en un material absorbente, Btu/pie^2-h o W/m^2; $I_{o,\lambda}$, en la superficie del material

k Constante de Boltzmann, 1,380 x 10^{-23} J/K

k_1 Constante en la Ecuación (14.13)

L Radio de la semiesfera o longitud media del rayo en el gas radiante, pies o m

L_λ Longitud de absorción, pies o m

P Presión, atm; $\bar{p}_G$, presión parcial del gas radiante

q Velocidad de flujo de calor, Btu/h o W; q_T, total; q_c, por conducción-convección; q_r, por radiación; q_{12}, intercambio neto entre las superficies 1 y 2; $q_{1\to 2}$, radiación procedente de la superficie 1 que es absorbida por la superficie 2; $q_{2\to 2}$, radiación generada en la superficie 2 que retorna a la superficie 2 y es absorbida

r Radio de la semiesfera o longitud del segmento que conecta elementos de área de superficies radiantes, pies o m

T Temperatura, °R o K; T_G, del gas radiante; T_w, de la pared o superficie; T_1, de la superficie 1; T_2, de la superficie 2

V Volumen de gas radiante, pie^3 o m^3

W Poder radiante total, Btu/pie^2-h o W/m^2; W_b, del cuerpo negro; W_1, la superficie 1; W_2, de la superficie 2

W_λ Poder radiante monocromático, Btu/pie^2-h-μm o W/m^2-μm; $W_{b,\lambda}$, del cuerpo negro

x Distancia desde la superficie del material absorbente, pies o m

Letras griegas

α Absortancia o coeficiente de absorción, adimensional; α_G, del gas; α_1, de la superficie 1; α_2, de la superficie 2; α_λ, para la longitud de onda λ

ε Emisividad adimensional; ε_G, del gas; ε_w, de la pared; ε_1, de la superficie 1; ε_2, de la superficie 2

ε_λ Emisividad monocromática, adimensional

λ Longitud de onda, μm; $\lambda_{máx}$, longitud de onda para la cual $W_{b,\lambda}$ es máximo

μ_λ Coeficiente de absorción, pie^{-1} o m^{-1}

ρ Reflectancia adimensional
σ Constante de Stefan-Boltzmann, $0{,}1713 \times 10^{-8}$ Btu/pie^2-h-°R^4 o $5{,}672 \times 10^{-8}$ W/m^2-K^{-4}
τ Transmitancia adimensional
ϕ Angulo formado con la normal a la superficie; ϕ_1, para la superficie 1; ϕ_2, para la superficie 2

PROBLEMAS

14.1. Determínese la transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies *A y B*, expresada en Btu por hora y por pie cuadrado de área de *B*, si las temperaturas de *A y B* son 900 y 400 °F, respectivamente, y las emisividades de *A* y *B* son 0,90 y 0,25. Ambas superficies son grises. (a) Las superficies *A* y *B* son planos paralelos infinitos separados entre sí 10 pies. (b) La superficie *A* es una envoltura esférica de 10 pies de diámetro, y la superficie *B* es una envoltura similar, concéntrica con *A*, y de 1 pie de diámetro. (c) Las superficies *A* y *B* son cuadrados planos y paralelos de 5 x 5 pies, uno situado exactamente encima del otro a una distancia de 5 pies. (d) Las superficies *A* y *B* son tubos cilíndricos concéntricos con diámetros de 9 y 10 pulg (e) La superficie *A* es un plano infinito y la superficie *B* es una tila infinita de tubos de 4 pulg de diámetro exterior con una separación entre los ejes de 8 pulg. (*f*) Lo mismo que en (e) excepto que a 8 pulg por encima de las líneas centrales de los tubos hay otro plano infínito que tiene una emisividad de 0,90 y que no transmite nada de la energía que incide sobre él. (*g*) Lo mismo que en (*f*) excepto que la superficie *B* es una doble tila de tubos de 4 pulg de diámetro exterior situados sobre centros equilaterales de 8 pulg.

14.2. Una cámara para curado térmico de grandes láminas de aluminio, pintadas de negro por ambos lados, opera pasando las láminas verticalmente entre dos chapas de acero separadas entre sí 150 mm. Una de las chapas está a 300 °C y la otra, expuesta a la atmósfera, está a 25 "C. ¿Cuál es la temperatura de la lámina pintada, y cuál es el calor transmitido entre las paredes cuando se ha alcanzado el equilibrio? Despréciense los efectos de convección. Emisividad del acero = 0,56; emisividad de las láminas pintadas = = 1,0.

14.3. La azotea negra y plana de un edilicio tiene una emisividad de 0,9 y un coeficiente de absorción para la radiación solar de 0,8. El sol incide a mediodía con una intensidad de 300 Btu/pie^2-h. (a) Si la temperatura del aire y de los alrededores es de 80 °F, si la velocidad del viento es despreciable, y si el calor no penetra en la azotea, ¿cuál es la temperatura de equilibrio de la azotea? Para la velocidad de transmisión de calor por conducción-convección utilícese la ecuación $q/A = 0{,}38\,(\Delta T)^{1{,}25}$, donde AT es la caída de temperatura entre la azotea y el aire en grados Fahrenheit. (b) ¿Qué fracción del calor procedente de la azotea se pierde por radiación?

14.4. La azotea del Problema 14.3 se recubre con una pintura de aluminio, que tiene una emisividad de 0,9 y un coeficiente de absorción para la radiación solar de 0,5. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio de la azotea pintada?

14.5. Una tubería de acero de 3 pulg, Norma 40, conduce vapor de agua a una presión manométrica de 90 lb$_f$/pulg^2. La tubería está a 80°F. La emisividad de la pared de la tubería es 0,70. ¿Cuántas libras de vapor de agua condensarán por hora? ¿Qué porcentaje de la pérdida de calor tiene lugar por conducción-convección?

14.6. Un sistema de calefacción radiante se ha instalado en el enyesado del techo de una habitación de 15 pies de largo, 15 pies de ancho y 8 pies de altura. La temperatura del suelo se mantiene a 75 "F. Supóngase que no fluye calor a través de las paredes que están pintadas con un material reflectante. La temperatura del aire que pasa a través de la

habitación se mantiene a 75 "F. Si el suministro de calor que es preciso comunicar al suelo es de 4000 Btu/h, calcúlese la temperatura que ha de tener la superficie del techo. ¿Cuánto calor es transmitido al aire, en Btu por hora? Emisividad del enyesado del techo = 0,93; absortancia del suelo = 0,63. El coeficiente convectivo de transmisión de calor entre el techo y el aire está dado por la ecuación $h_c = 0{,}20\,(\Delta T)^{1/4}$ Btu/pie^2-h-°F.

14.7. En una noche clara, cuando la temperatura efectiva de cuerpo negro del espacio es 70 °C, el aire está a 15 °C y contiene vapor de agua con una presión parcial igual a la del agua líquida, o hielo a 0 "C. Una película muy delgada de agua, inicialmente a 15 °C, se coloca en una bandeja muy poco profunda y bien aislada, situada en un lugar resguardado del viento y totalmente a la vista del cielo. Si $h_c = 2{,}6$ W/m^2-°C, dígase si se formará hielo o no, justificando la conclusión mediante los cálculos necesarios.

14.8. De un cambiador de calor sale aire a aproximadamente 300°C y 1,5 atm, cuya temperatura es medida con un termopar situado dentro de una caña termométrica de 1/2 pulg de diámetro, perpendicular al flujo de aire. Si la velocidad del gas es de 20 pies/s y la temperatura de la pared de la tubería es 270 °C, ¿qué error en la medida de la temperatura origina la radiación? (Despréciese la conducción a lo largo del eje de la caña termostática.)

14.9. En una casa no aislada hay un espacio de 3,5 pulg entre la pared de yeso y la costanera de madera. Cuando la pared interior está a 65 °F y la exterior a 15 °C, ¿cuál es la pérdida de calor, en Btu/pie^2-h, por radiación y convección natural? ¿En qué porcentaje se reduciría la pérdida de calor recubriendo la pared interior con papel de aluminio? ¿Sería preferible colocar el panel de aluminio a igual distancia entre las dos paredes. (Las correlaciones para convección natural en superficies verticales conducen a un coeficiente de película de 0,68 Btu/pie^2-h-°F para cada pared.)

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. GEBHART, B.: «Heat Transfer», 2.8 ed., McGraw-Hill, New York, 1971; (a) pp. 150 y ss., (h) p. 421.
2. HOTTEL, H. C.: *Mech. Eng.*, 52:699 (1930).
3. HOTTEL, H. C.: «Notes on Radiant Heat Transmission», rev. ed., Department of Chemical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1951.
4. HOTTEL, H. C.: en McAdams, W. H., «Heat Transmission», 3." ed., McGraw-Hill, New York, *1954;* (a) p. 62, (b) pp. 66 y ss., (c) pp. 77 y ss., (d) p. 86.
5. HOTTEL, H. C., y SAROFIM. A. F.: «Radiative Transfer», McGraw-Hill, New York, 1967.
6. MCADAMS, W. H.: «Heat Transmission», 3." ed., pp. 472 y ss., McGraw-Hill, New York, 1954.
7. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., p. 10-46, McGraw-Hill, New York, 1973.
8. SPARROW, E. M., y CESS, R. D.: «Radiation Heat Transfer», Brooks/Cole, Belmont, Calif. 1966.

CAPITULO

QUINCE

EQUIPO PARA INTERCAMBIO DE CALOR

En los procesos industriales el calor se transmite por diferentes mecanismos, incluyendo conducción en calentadores de resistencia eléctrica; conducción-convección en cambiadores de calor, calderas y condensadores; radiación en hornos y secaderos de calor radiante; y métodos especiales tales como calentamiento dieléctrico. Con frecuencia el equipo opera en estado estacionario, pero existen también numerosos procesos cíclicos, como es el caso de hornos regenerativos y tanques agitados.

En este capítulo se estudian los tipos de equipo que presentan más interés para el ingeniero de procesos: cambiadores de calor tubulares y de placas; calderas y calandrias; dispositivos de transmisión de calor mecánicamente asistidos, así como reactores químicos tubulares. En el Capítulo 16 se describen los evaporadores. En los libros de texto y manuales', [12, 15, 17] se puede encontrar información acerca de los distintos tipos de equipos para intercambio de calor.

Diseño general del equipo para transmisión de calor. Tanto el diseño como el ensayo del equipo práctico de intercambio de calor se basan en los principios generales expuestos en los Capítulos ll a 14. En primer lugar se plantean balances de materia y energía, a partir de los cuales se calcula el área que se requiere para la transmisión de calor. Las magnitudes que es preciso calcular son el coeficiente global de transmisión de calor, el incremento medio de temperaturas y, en el caso de equipos que operan por ciclos, la duración de cada ciclo. En sistemas sencillos estas magnitudes se pueden evaluar fácilmente y con una exactitud considerable, pero en las unidades complejas la evaluación puede resultar difícil y estar sometida a una considerable incertidumbre. El diseño final es casi siempre un compromiso, basado en el criterio de ingeniería, que trata de conseguir la mejor operación global teniendo en cuenta los requerimientos del servicio.

Algunas veces el diseño está condicionado por consideraciones que tienen poco que ver con la transmisión de calor, como puede ser el espacio disponible para la instalación del equipo o la caída de presión tolerable en las corrientes de los fluidos. Los cambiadores tubulares se diseñan de acuerdo con diversas nor-

mas y códigos, tales como las Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association (TEMA)[23] y el ASME-API Unlired Pressure Vessel Code[1].

La primera parte de este capitulo estudia los cambiadores de calor tubulares en los que no hay cambio de fase; en la segunda se consideran aquellos sistemas en los que se produce ebullición o condensación; y en la tercera se considera la transmisión de calor en cambiadores de superficie ampliada, tanques agitados y reactores tubulares.

CAMBIADORES DE CALOR

Los cambiadores de calor son tan importantes y tan ampliamente utilizados en los procesos industriales que su diseño se encuentra muy desarrollado. Las normas recogidas y aceptadas en el TEMA comprenden con todo detalle tanto materiales, como métodos de construcción, técnicas de diseño y dimensiones de los cambiadores[23]. En las secciones siguientes se describen los tipos más importantes de cambiadores y se consideran los aspectos fundamentales de su ingeniería, diseño y operación.

Cambiadores de paso simple l-l. El cambiador de calor sencillo de tubos concéntricos que se muestra en la Figura ll.3 resulta inadecuado cuando se trata de caudales que no pueden hacerse por un número de tubos reducidos. En cambio si se utilizan varios cambiadores de calor en paralelo, el material requerido para los tubos exteriores resultaría tan grande que la construcción de carcasa y tubos que se muestra en la Figura 15.1, donde una sola carcasa comprende muchos tubos, resultaría económica. Este cambiador, donde hay un paso del lado de la carcasa y un paso del lado de los tubos, recibe el nombre de cambiador l-l.

En un cambiador de calor los coeficientes de transmisión de calor del lado de la carcasa y del lado de los tubos son de importancia comparable, y es preciso que ambos sean elevados si quiere obtenerse un coeficiente global satisfactorio. La velocidad y el régimen turbulento del fluido que circula por la carcasa tienen tanta importancia como las del líquido que circula por los tubos. Para favorecer el flujo cruzado y aumentar la velocidad media del fluido en la carcasa, se instalan placas deflectoras. En la construcción que se muestra en la Figura 15.1, las placas deflectoras *A* son discos circulares de chapa metálica seccionada en un lateral. Normalmente esta sección es un segmento circular de altura igual a la cuarta parte del diámetro interior de la carcasa. Tales placas reciben el nombre de ***placas deflectoras del*** 25 ***por*** 100. Las placas también están perforadas para recibir los tubos. Para minimizar las fugas, la luz entre placas, carcasa y tubos ha de ser muy pequeña. Las placas están soportadas por una o más varillas-guía C que se fijan entre las placas tubulares ***D*** y ***D′*** mediante tornillos de presión. Con el fin de lijar las placas deflectoras en su sitio, se introducen en la varilla C pequeños trozos de tubo ***E.*** Para el montaje de un cambiador de este tipo es preciso colocar primero las placas tubulares, las varillas de soporte, los espaciadores y las placas deflectoras, e instalar después los tubos.

El prensaestopas del extremo derecho de la Figura 15.1 permite la expansión. Esta construcción sólo resulta adecuada para carcasas pequeñas.

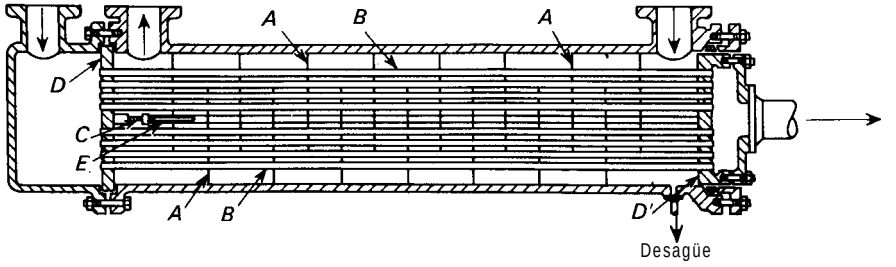


Figura 15.1. Cambiador de calor en contracorriente de paso simple l-l: *A*, placas deflectoras; *B*, tubos; C, varillas-guía; *D*, *D'*, placas tubulares; *E*, tubos espaciadores.

Tubos y placas tubulares. Según se ha visto en el Capítulo 8, los tubos se fabrican en materiales metálicos más usuales con un diámetro exterior determinado y un espesor de pared definido de acuerdo con el número BWG. En el Apéndice 7 se dan tablas de las dimensiones de tubos normalizados. Las longitudes normalizadas de los tubos para la construcción de cambiadores de calor son 8, 12, 16 y 20 pies. Los tubos se disponen en una ordenación triangular o cuadrada. Excepto cuando el lado de la carcasa tiene una gran tendencia a ensuciarse, se utiliza la disposición triangular debido a que se puede conseguir una mayor superficie de transmisión de calor que en la disposición cuadrada para una carcasa de un diámetro dado. Los tubos en disposición triangular no se pueden limpiar pasando un cepillo entre las hileras de tubos debido a que no existe espacio para la limpieza, en tanto que la disposición cuadrada permite la limpieza del exterior de los tubos. Por otra parte, la disposición cuadrada conduce a una menor caída de presión en el lado de la carcasa que en la disposición triangular.

Las normas TEMA especifican una distancia mínima entre los centros de los tubos de 1,25 veces el diámetro exterior de éstos para disposición triangular, y una anchura mínima para la limpieza de 1/4 pulg para la disposición cuadrada.

Carcasa y placas deflectoras. Los diámetros de las carcasas están normalizados. Para carcasas de hasta 23 pulg los diámetros se fijan de acuerdo con las normas ASTM para tuberías, y para tamaños de 25 pulg y superiores el diámetro interior se especifica hasta el valor entero más próximo en pulgadas. Estas carcasas se construyen mediante cilindrado de láminas. También está especificado el espesor mínimo de pared. La distancia entre placas (centro a centro) recibe el nombre de ***espaciado de placas,*** y no deberá ser inferior a un quinto del diámetro de la carcasa ni superior al diámetro interno de la misma.

Los tubos generalmente se unen a las placas tubulares acanalando circunferencialmente los orificios y acampanando dentro de los mismos los tubos mediante un mandril cónico rotatorio que deforma los tubos más allá del límite de elasticidad, de tal forma que el metal se introduce en las acanaladuras. Para cambiadores que operan a alta presión los tubos se sueldan después a la placa tubular.

Cambiadores de calor l-2 de flujo paralelo-contracorriente. El cambiador de calor l-l posee limitaciones. Con la construcción de paso múltiple se pueden utilizar velocidades más elevadas, tubos más cortos, y resolver más fácilmente el problema de la expansión. La construcción de paso múltiple disminuye la sección transversal libre para el fluido y aumenta su velocidad, dando lugar al correspondiente aumento del coeficiente de transmisión de calor. Las desventajas son: (1) el cambiador es ligeramente más complicado, y (2) aumentan las pérdidas por rozamiento a través del equipo debido a las mayores velocidades y al aumento de las pérdidas en la entrada y la salida. Por ejemplo, la velocidad media en los tubos en un cambiador de cuatro pasos es cuatro veces mayor que en un cambiador de paso simple que tenga el mismo número y tamaño de tubos operando con la misma velocidad de flujo del líquido. El coeficiente del lado de los tubos de un cambiador de calor de cuatro pasos es aproximadamente $4^{0,8} = 3{,}03$ veces el del cambiador de paso sencillo, o aun mayor si la velocidad en la unidad de un solo paso es suficientemente baja para dar lugar a flujo laminar. La caída de presión por unidad de longitud es $4^{1,8}$ veces mayor, y la longitud aumenta cuatro veces; en consecuencia, la pérdida total por rozamiento es $4^{2,8} = 48{,}5$ veces la de la unidad de un solo paso, sin incluir las pérdidas adicionales de expansión y contracción. El diseño más económico corresponde a una velocidad en los tubos tal que el aumento del coste de bombeo es compensado favorablemente por la disminución en el coste del aparato. Una velocidad demasiado baja ahorra potencia de bombeo pero conduce a un cambiador demasiado grande (y, por tanto, muy costoso). Una velocidad excesivamente elevada da lugar a una disminución del coste inicial del cambiador que no compensa el aumento del coste de potencia.

En los cambiadores de paso múltiple se utiliza un número par de pasos en el lado de los tubos. En el lado de la carcasa puede haber un solo paso o paso múltiple. Una construcción frecuente es la de cambiadores l-2 de flujo paralelo-contracorriente, donde el líquido del lado de la carcasa fluye en un paso y el líquido del lado de los tubos lo hace en dos pasos. En la Figura 15.2 se muestra un cambiador de este tipo. En los cambiadores de paso múltiple se utilizan con

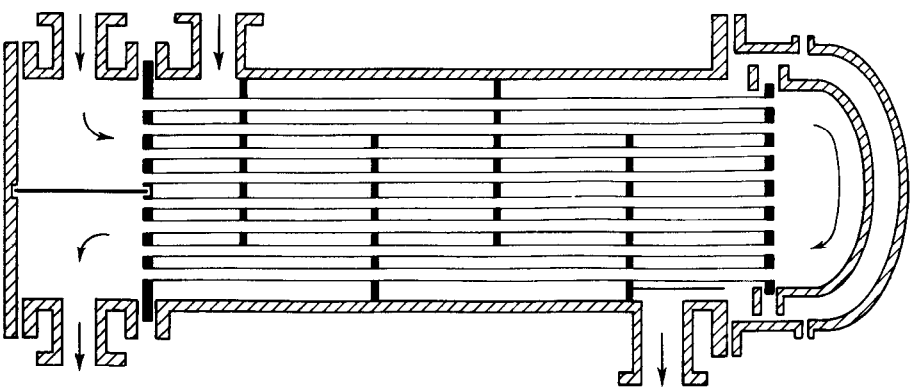


Figura 15.2. Cambiador l-2 de flujo paralelo-contracorriente.

frecuencia cabezales flotantes, en cuyo caso no hacen falta la comba de la carcasa del condensador de la Figura ll .1 ni el prensaestopas que se muestra en la Figura 15.1. El líquido del lado de los tubos entra y sale por el mismo cabezal, que está dividido por una placa para separar las corrientes de entrada y salida del lado de los tubos.

Cambiador 2-4. El cambiador l-2 posee una limitación importante. Puesto que el flujo es en paralelo, el cambiador no permite que la temperatura de uno de los fluidos a la salida sea próxima a la temperatura del otro fluido a la entrada. Otra forma de enunciar la misma limitación consiste en afirmar que la recuperación de calor en un cambiador 1-2 es necesariamente mala.

Se puede obtener una mejor recuperación incorporando una placa longitudinal para conseguir dos pasos en la carcasa. Un cambiador 2-2 de este tipo opera de forma similar a un cambiador de calor de tubos concéntricos, pero debido al coste de la placa del lado de la carcasa, los cambiadores 2-2 no son muy utilizados. Mucho más frecuente es el cambiador 2-4, que tiene dos pasos del lado de la carcasa y cuatro pasos del lado de los tubos. Este tipo de cambiadores también conducen a mayores velocidades y a un coeficiente global de transmisión de calor mayor que el de un cambiador de calor l-2 con dos pasos del lado de los tubos que opera con las mismas velocidades de flujo. En la Figura 15.3 se muestra un ejemplo de cambiador 2-4.

Modelos de temperatura en cambiadores de paso múltiple. En la Figura 15.4*a* se muestran las curvas temperatura-longitud para un cambiador 1-2, utilizando los siguientes simbolos para la temperatura:

Temperatura de entrada del fluido caliente T_{ha}
Temperatura de salida del fluido caliente T_{hb}
Temperatura de entrada del fluido frío T_{ca}
Temperatura de salida del fluido frío T_{cb}
Temperatura intermedia del fluido frío T_{ci}

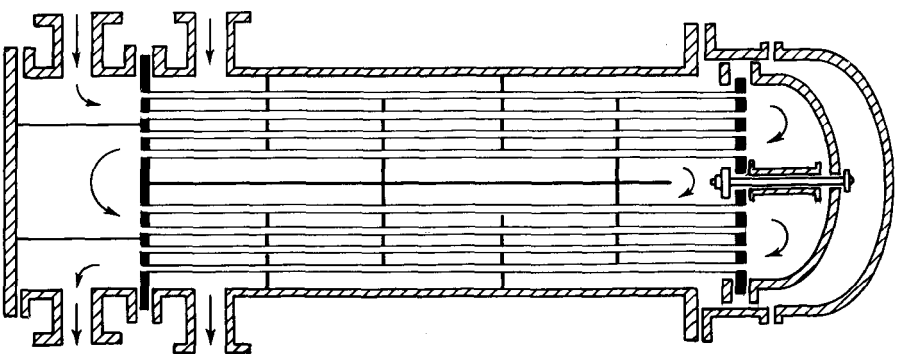


Figura 15.3. Cambiador 2-4.

La curva $T_{ha} - T_{hb}$ se aplica al fluido del lado de la carcasa, que se supone que es el fluido caliente. La curva $T_{ca} - T_{ci}$ corresponde al primer paso del líquido del lado de los tubos, y la curva $T_{ci} - T_{cb}$ al segundo paso del líquido del lado de los tubos. En la Figura 15.4*a* las curvas $T_{ha} - T_{hb}$ y $T_{ca} - T_{ci}$, tomadas conjuntamente, son las de un cambiador de calor de flujo en paralelo, y las curvas $T_{ha} - T_{hb}$ y $T_{ci} - T_{cb}$, tomadas conjuntamente, corresponden a un cambiador de flujo en contracorriente. En la Figura 15.4*b* se muestran las curvas para un cambiador 2-4. Las líneas de puntos se refieren al fluido del lado de la carcasa y las líneas de trazo continuo al fluido del lado de los tubos. De nuevo se supone que el fluido más caliente circula por la carcasa. El paso más caliente del fluido del lado de la carcasa está en contacto térmico con los dos pasos más calientes del lado de los tubos, y el paso más frío del lado de la carcasa con los dos pasos más fríos del lado de los tubos. El cambiador en su conjunto se aproxima más a una verdadera unidad en contracorriente que en el caso de un cambiador l-2.

Coeficientes de transmisión de calor en un cambiador de carcasa y tubo. El coeficiente de transmisión de calor h_i para el fluido del lado de los tubos en un cambiador de carcasa y tubos puede calcularse a partir de las Ecuaciones (12.31) o (12.32). El coeficiente para el lado de la carcasa h_o no se puede calcular debido a que el sentido del flujo es parcialmente paralelo a los tubos y parcialmente perpendicular a los mismos, y además debido a que el área de la sección transver-

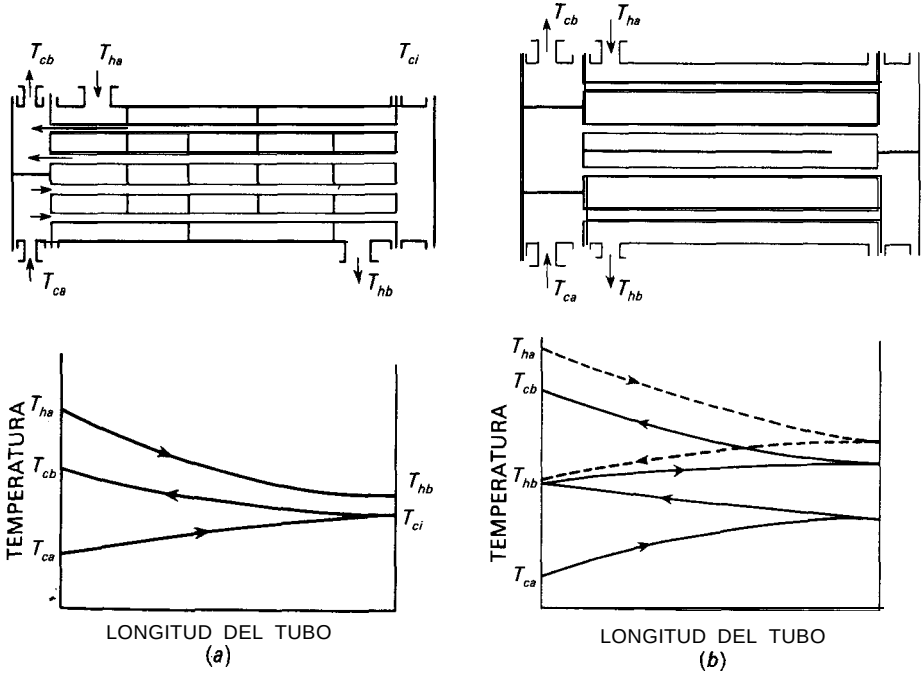


Figura 15.4. Curvas temperatura-longitud: **(a) cambiador 1-2; (b) cambiador 2-4.**

sal de la corriente y la velocidad de flujo de masa de la corriente varían a medida que el fluido cruza la bancada de tubos a través de la carcasa. Por otra parte, las fugas entre la carcasa y las placas y entre las placas y los tubos provoca algo de cortocircuito del líquido del lado de la carcasa y reduce la eficacia del cambiador. Una ecuación aproximada, pero generalmente útil, para predecir coeficientes del lado de la carcasa es la ecuación ***de Donohue***[3] (15.4) que está basada en una velocidad media ponderada G_e del fluido que circula paralelamente a los tubos y la que fluye a través de los tubos. La velocidad másica G_b paralela a los tubos es el flujo de masa dividido por el área libre para el flujo en la ventana de la placa deflectora S_b. (La ventana de la placa deflectora es la porción de la sección transversal de la carcasa que no está ocupada por la placa deflectora.) Este área es igual al área total de la ventana de la placa deflectora menos el área ocupada por los tubos, o sea

$$S_b = f_b \frac{\pi D_s^2}{4} - N_b \frac{\pi D_o^2}{4} \tag{15.1}$$

donde f_b = fracción del área de la sección transversal de la carcasa ocupada por la ventana de la placa deflectora (habitualmente 0,1955)
D_s = diámetro interior de la carcasa
N_b = número de tubos en la ventana de la placa deflectora
D_o = diámetro exterior de los tubos

En el flujo cruzado la velocidad másica pasa por un mínimo local cada vez que el fluido atraviesa una hilera de tubos. Para fines de correlación, la velocidad másica G_c para flujo cruzado está basada en el área S_c para flujo transversal entre los tubos de la hilera en la línea central del cambiador. En un cambiador grande S_c puede estimarse a partir de la ecuación

$$S_c = \boldsymbol{PD}, \left(1 - \frac{D_o}{p}\right) \tag{15.2}$$

donde p = distancia entre centros de tubos
$\boldsymbol{P}$ = separación entre placas

Las velocidades másicas resultan entonces

$$G_b = \frac{m}{S_b} \quad \text{y} \quad G_c = \frac{m}{S_c} \tag{15.3}$$

La ecuación de Donohue es

$$\frac{h_o D_o}{k} = 0{,}2\left(\frac{D_o G_e}{\mu}\right)^{0,6}\left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{0,3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} \tag{15.4}$$

donde $G_e = \sqrt{G_b G_c}$. Esta ecuación tiende a dar valores bajos para h_o, especialmente para bajos números de Reynolds. Se dispone de métodos más elaborados de estimación de coeficientes del lado de la carcasa[17b]. En la forma del factor j la Ecuación (15.4) se transforma en

$$\frac{h_o}{c_p G_e}\left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu_w}{\mu}\right)^{0,14} = j_0 = 0,2\left(\frac{D_o G_e}{\mu}\right)^{-0,4} \tag{15.5}$$

Una vez que se conocen los coeficientes individuales, el área total que se requiere se obtiene en la forma habitual a partir del coeficiente global utilizando una ecuación similar a la Ecuación (11.14). Tal como se indica en la próxima sección, con frecuencia es preciso corregir la LMTD para tener en cuenta los efectos del flujo cruzado.

Ejemplo 15.1. Un cambiador tubular, de 35 pulg (889 mm) de diámetro interior, contiene 828 tubos de $\frac{3}{4}$ pulg (19 mm) de diámetro exterior, 12 pulg (3,66 mm) de longitud, en disposición cuadrada de 1 pulg (25 mm). Las placas deflectoras utilizadas son del 25 por 100 normalizadas y están separadas entre sí una distancia de 12 pulg (305 mm). Benceno líquido a una temperatura media global de 60 °F (15,6 °C) ha de calentarse en el lado de la carcasa del cambiador con una velocidad de flujo de 100 000 lb/h (45 360 kg/h). Si las superficies exteriores de los tubos están a 140 °F (60 °C), estímese el coeficiente individual de transmisión de calor de benceno.

SOLUCIÓN

El coeficiente del lado de la carcasa se obtiene a partir de la ecuación de Donohue (15.4). Las áreas de las secciones transversales para el flujo se calculan a partir de las Ecuaciones (15.1) y (15.2). Los datos que se requieren son

$$D_o = \frac{0,75}{12} = 0,0625 \text{ pies} \qquad D_s = \frac{35}{12} = 2,9167 \text{ pies}$$

$$p = \frac{1}{12} = 0,0833 \text{ pies} \qquad P = 1 \text{ pie}$$

A partir de la Ecuación (15.2), el área para el flujo cruzado es

$$S_c = 2,9167 \times 1\left(1 - \frac{0,0625}{0,0833}\right) = 0,7292 \text{ pie}^2$$

El número de tubos en la ventana de la placa deflectora es aproximadamente igual al área fraccional de la ventana multiplicada por el número total de tubos. Para una placa deflectora del 25 por 100, $f = 0,1955$. Por tanto,

$$N_b = 0,1955 \times 828 = 161,8, \text{ o sea, } 161 \text{ tubos}$$

El área para el flujo en la ventana de la placa deflectora, a partir de la Ecuación (15.1), es, por tanto,

$$S_b = 0,1955\frac{\pi \times 2,9167^2}{4} - 161\frac{\pi \times 0,0625^2}{4} = 0,8123 \text{ pie}^2$$

A partir de la Ecuación (15.3), las velocidades másicas son

$$G_c = \frac{100\ 000}{0{,}7292} = 137\ 137 \text{ lb/pie}^2\text{-h} \qquad G_b = \frac{100\ 000}{0{,}8123} = 123\ 107 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

$$G_e = \sqrt{G_b G_c} = \sqrt{137\ 137 \times 123\ 107} = 129933 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

Los datos adicionales que se requieren para su sustitución en la Ecuación (15.4) son

$$\mu \text{ a } 60\ ^\circ\text{F} = 0{,}70 \text{ cP} \qquad \mu \text{ a } 140\ ^\circ\text{F} = 0{,}38 \text{ cP} \qquad \text{(Ap. 10)}$$

$$c_p = 0{,}41 \text{ Btu/lb-}^\circ\text{F} \qquad \text{(Ap. 16)} \qquad k = 0{,}092 \text{ Btu/pies-h-}^\circ\text{F} \qquad \text{(Ap. 13)}$$

A partir de la Ecuación (15.4)

$$\frac{h_o D_o}{k} = 0{,}2\left(\frac{0{,}0625 \times 129\,933}{0{,}70 \times 2{,}42}\right)^{0{,}6}\left(\frac{0{,}41 \times 0{,}70 \times 2{,}42}{0{,}092}\right)^{0{,}33}\left(\frac{0{,}70}{0{,}38}\right)^{0{,}14} = 68{,}59$$

Por tanto

$$h_o = \frac{68{,}59 \times 0{,}092}{0{,}0625} = 101 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-}^\circ\text{F } (573 \text{ W/m}^2\text{-}^\circ\text{C})$$

Corrección de la LMTD para flujo cruzado. Si un fluido circula perpendicularmente a una bancada de tubos donde se calienta o enfría, la LMTD, dada por la Ecuación (11.15), se aplica solamente si la temperatura de uno de los fluidos es constante. Si la temperatura de ambos fluidos varía, las condiciones de temperatura no corresponden a las de flujo paralelo ni contracorriente sino a las de flujo cruzado. En un cambiador l-2 o 2-4 el flujo es parcialmente en paralelo, parcialmente en contracorriente y parcialmente cruzado.

Cuando hay tipos de flujo diferentes de los de paralelo o contracorriente, es costumbre definir un factor de corrección F_G, determinado de tal forma que cuando se multiplica por la LMTD para el flujo en contracorriente, el producto corresponde a la verdadera caída media de temperatura. Las Figuras 15.5*a* y *b* muestran el factor F_G para cambiadores l-2 y 2-4, respectivamente, deducido de las suposiciones de que el coeficiente global de transmisión de calor es constante y de que todos los elementos de una determinada corriente de fluido tienen la misma historia térmica al pasar a través del cambiador [17a]. Cada línea curva de las figuras corresponde a un valor constante de la relación adimensional Z, definida por

$$Z = \frac{T_{ha} - T_{hb}}{T_{cb} - T_{ca}} \tag{15.6}$$

y las abscisas son valores de la relación adimensional η_H, definida por

$$\eta_H = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{ca}} \tag{15.7}$$

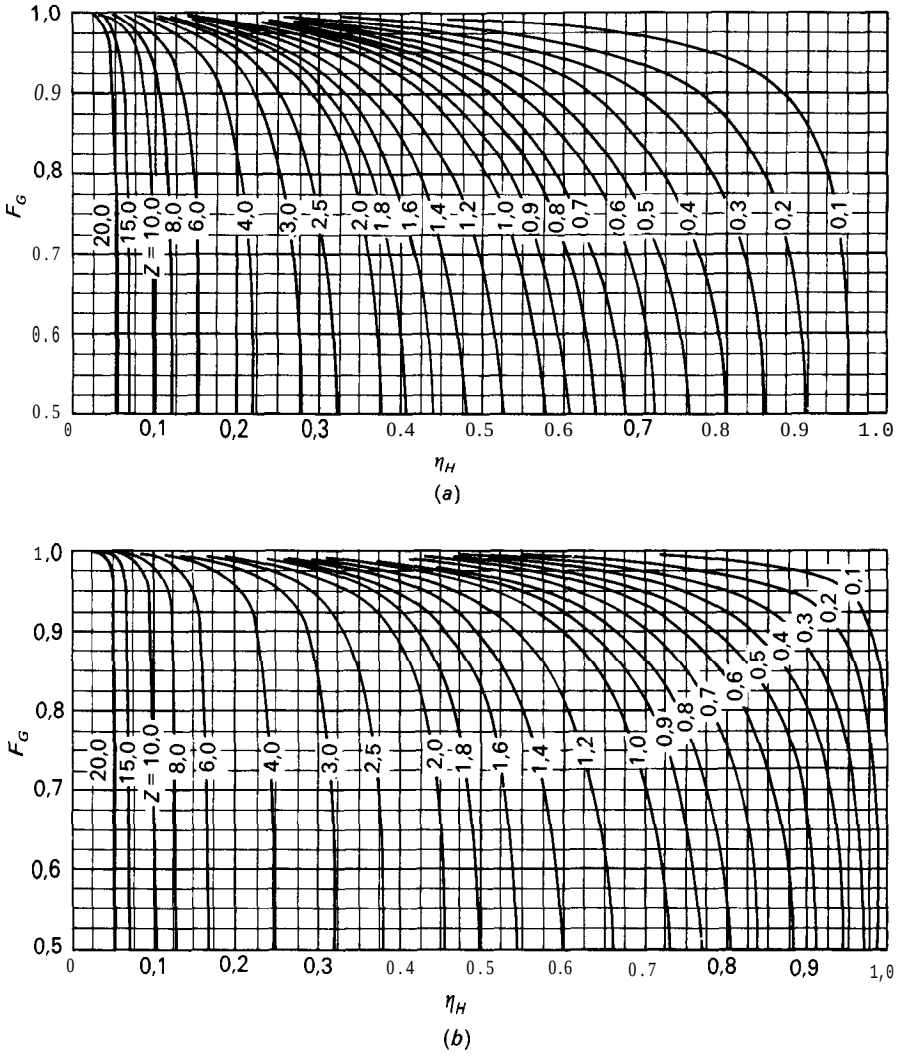


Figura 15.5. Corrección de la LMTD: (a) cambiadores 1-2; (b) cambiadores 2-4. [Tomadas de R. A. Bowman, A. C. Mueller, y W. M. Nagle, Trans. ASME, 62:283 (1940). Por cortesía de American Society of Mechanical Engineers.]

El factor Z es la relación entre la caída de temperatura del fluido caliente y el aumento de temperatura del fluido frío. El factor η_H es la *eficacia de calentamiento,* que es la relación entre el aumento real de temperatura del fluido frío y el máximo aumento de temperatura que sería posible obtener si el acercamiento en el extremo caliente fuese cero (basado en el flujo en contracorriente). A partir de valores numéricos de η_H y Z se lee el factor F_G en la Figura 15.5, interpolando entre líneas de Z constante si fuese necesario, y se multiplica por la LMTD para

flujo en contracorriente con el fin de obtener la verdadera caída media de temperatura.

El factor F_G es siempre menor que la unidad. La caída media de temperatura, y por tanto la capacidad del cambiador, es menor que la de un cambiador en contracorriente con la misma LMTD. Cuando F_G es menor de aproximadamente 0,8, el cambiador deberá diseñar de nuevo con más pasos o mayores diferencias de temperatura; en caso contrario, la superficie de transmisión de calor se utiliza ineficazmente y existe el peligro de que pequeños cambios de las condiciones puedan dar lugar a que el cambiador sea inoperante. Cuando F_G es menor de 0,75, su valor disminuye rápidamente al aumentar η_H, de forma que la operación es sensible a pequeños cambios. En esta región también resultan importantes las desviaciones de las suposiciones básicas sobre las que se basan las gráficas, especialmente la correspondiente a una historia térmica uniforme para todos los elementos del fluido. La existencia de fugas en las placas deflectoras puede invalidar parcialmente esta suposición.

Se han utilizado otras combinaciones de pasos por la carcasa y por los tubos pero los tipos l-2 y 2-4 son los más frecuentes.

Ejemplo 15.2. En el cambiador l-2 que se representa en la Figura 15.4*a* los valores de las temperaturas son T_{ca} = 70 °F (21,1 "C); T_{cb} = 130 °F (54,5 "C); T_{ha} = 240 °F (115,6 "C): T_{hb} = 120 °F (48,9 "C). ¿Cuál es la caída media de temperatura correcta para este cambiador?

SOLUCIÓN

El factor de corrección F_G se obtiene a partir de la Figura 15.5*a*. Para este caso, a partir de las Ecuaciones (15.6) y (15.7),

$$\eta_H = \frac{130 - 70}{240 - 70} = 0353' \qquad z = \frac{240 - 120}{130 - 70} = 2{,}00$$

A partir de la Figura 15.5*a*, F_G = 0,735. Las caídas de temperatura son:

A la entrada de la carcasa: $\Delta T = 240 - 130 = 110$ °F

A la salida de la carcasa: $\Delta T = 120 - 70 = 50$ °F

$$\overline{\Delta T}_L = \frac{110 - 50}{\ln (110/50)} = 76 \text{ °F}$$

El $\overline{\Delta T}$ medio correcto es = 0,735 x 76 = 56 °F (31,1 "C). Debido al bajo valor de F_G, para este servicio no resulta adecuado un cambiador l-2.

Ejemplo 15.3. ¿Cuál es la diferencia media de temperatura correcta en un cambiador 2-4 que operase con las mismas temperaturas de entrada y salida que en el cambiador del Ejemplo 15.2?

SOLUCIÓN

Para un cambiador 2-4 cuando η_H = 0,353 y Z = 2,00, el factor de corrección, a partir de la Figura 15.5*b*, es F_G = 0,945. El valor de $\Delta\overline{T}_L$ es el mismo que en el Ejemplo 15.2. El valor medio corregido de AT es = 0,945 x 76 = 72 °F (40 "C).

Cambiadores de tipo placa. Para la transmisión de calor entre fluidos a presiones bajas y moderadas, inferiores a unos 20 atm, los cambiadores de tipo placa son competitivos con los de carcasa y tubos, especialmente cuando se requieren materiales resistentes a la corrosión. Las placas metálicas, generalmente con superficies acanaladas, se disponen sobre un bastidor; el fluido caliente pasa entre parejas alternativas de placas intercambiando calor con el fluido frío en los espacios adyacentes. Las placas están separadas entre sí unos 5 mm. Pueden separarse fácilmente para su limpieza, así como aumentar la superficie simplemente adicionando más placas. Contrariamente al caso de cambiadores de carcasa y tubos, los cambiadores de placas pueden utilizarse para servicios múltiples; por ejemplo, a través de diferentes partes del cambiador pueden circular diferentes fluidos y mantenerse separados unos de otros. La máxima temperatura de operación es del orden de 300 °F, y las máximas superficies de transmisión de calor son de unos 5000 pie'. Los cambiadores de placas son relativamente eficaces con fluidos viscosos, para viscosidades de hasta 300 P.

En la bibliografía [11] se describen otros cambiadores de calor especiales y ***compactos,*** que incluyen grandes superficies de transmisión de calor en un volumen pequeño.

CONDENSADORES

Los dispositivos especiales de transmisión de calor utilizados para licuar vapores eliminando su calor latente de condensación reciben el nombre de ***condensadores.*** El calor latente se retira absorbiéndolo por un líquido más frío denominado ***refrigerante.*** Puesto que evidentemente la temperatura del refrigerante aumenta en un condensador, la unidad también actúa como un calentador, pero funcionalmente es la acción más importante de condensación, y el nombre refleja este hecho. Los condensadores se dividen en dos clases. En la primera de ellas, correspondiente a los condensadores de carcasa y tubos, el vapor condensante y el refrigerante están separados por una superficie tubular de transmisión de calor. En la segunda clase, correspondiente a los condensadores de contacto, las corrientes de vapor y de refrigerante, que ambas son generalmente agua, se mezclan físicamente y abandonan el condensador formando una sola corriente.

Condensadores de carcasa y tubos. El condensador que se muestra en la Figura 11.1 es una unidad de un solo paso, puesto que toda la corriente de fluido frío que entra circula en paralelo a través de todos los tubos. Este tipo de flujo presenta serias limitaciones en condensadores grandes. El número de tubos es tan grande que en el flujo de un solo paso la velocidad a través de los tubos resulta demasiado pequeña para obtener un adecuado coeficiente de transmisión de calor, de forma que la unidad tiene que ser muy grande y, por tanto, antieconómica. Por otra parte, como consecuencia del bajo coeficiente, se necesitan grandes tubos cuando el fluido ha de calentarse en un intervalo razonablemente grande de temperatura, y en la práctica no se pueden utilizar tubos tan grandes.

Con el fin de obtener velocidades más grandes, mayores coeficientes de trans-

misión de calor y tubos más cortos, el principio de paso mútiple utilizado en cambiadores de calor se puede utilizar también para el fluido refrigerante en un condensador. En la Figura 15.6 se muestra un ejemplo de un condensador de dos pasos.

Previsión para la expansión térmica. Debido a las diferencias de temperatura que existen en los condensadores, pueden generarse esfuerzos de expansión suficientemente grandes como para doblar los tubos o arrancarlos de las placas tubulares. El método más frecuente para evitar deterioros por efecto de la expansión utiliza la construcción de un cabezal flotante, en la que una de las placas tubulares (y, por tanto, uno de los extremos de los tubos) es estructuralmente independiente de la carcasa. Este fundamento se utiliza en el condensador de la Figura 15.6. La figura muestra cómo se pueden expansionar y contraer los tubos independientemente de la carcasa. A la entrada del vapor se coloca una placa perforada con el fin de evitar que las gotas de líquido, que eventualmente puede arrastrar el vapor, choquen contra los tubos.

Condensadores deshumidificantes. En la Figura 15.7 se presenta un condensador para mezclas de vapores y gases no condensables. Tiene una disposición vertical, en vez de horizontal, como ocurre en la mayoría de los condensadores para vapores que no contienen gases no condensables; además, el vapor condensa en el interior de los tubos en vez de en el exterior, y el refrigerante circula a través de la carcasa y no de los tubos. Esto proporciona un eficaz barrido de la mezcla de gas y vapor a través de los tubos y evita la formación de bolsas estancadas de gas inerte que podrían recubrir la superficie de transmisión de calor. El cabezal inferior está modificado para separar el condensado del vapor y del gas no condensados.

Condensadores de contacto. En la Figura 15.8 se muestra un condensador de contacto. Los condensadores de contacto son mucho más pequeños y baratos

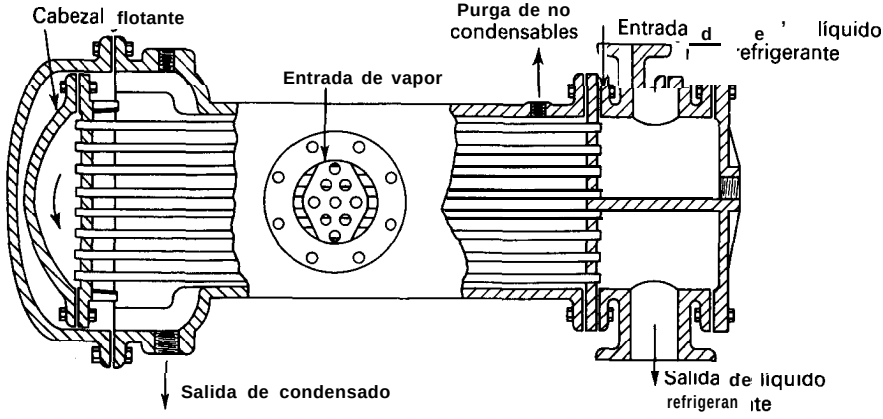


Figura 15.6. Condensador de dos pasos con cabezal flotante.

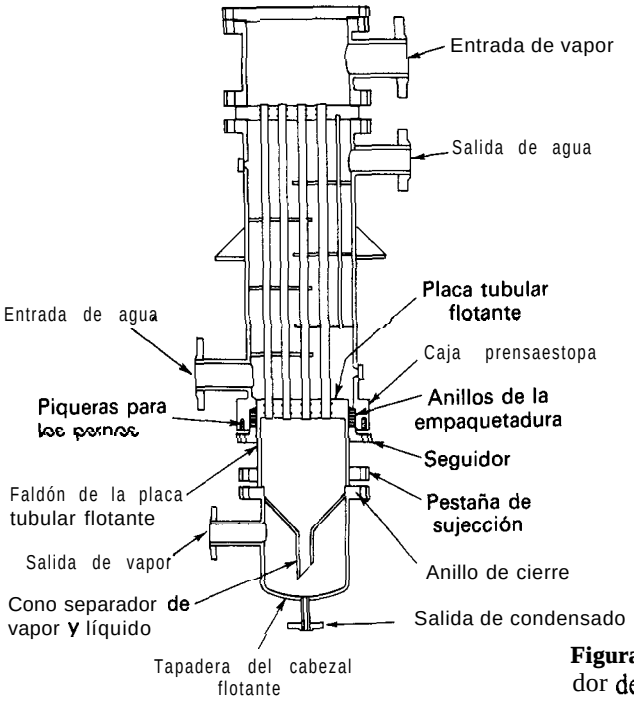


Figura 15.7. Condensador-enfriador deshumidificante.

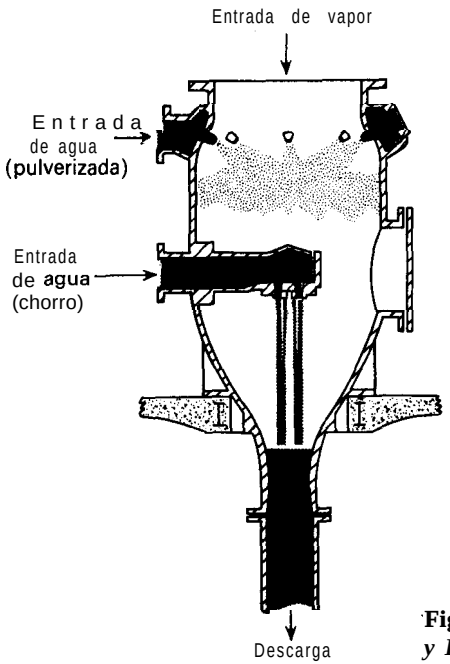


Figura 15.8. Condensador de contacto. *(Schutte y Koerting Div., Ametek.)*

que los condensadores de superficie. En el dibujo de la Figura 15.8, una parte del agua de refrigeración se pulveriza en la corriente de vapor cerca de la entrada de éste, y el resto se dirige hacia la boquilla de descarga con el fin de completar la condensación. Cuando un condensador de carcasa y tubos opera a vacío el condensado generalmente se extrae por bombeo, aunque puede retirarse también por medio de una rama barométrica, que consiste en un tubo vertical, del orden de unos 34 pies (10 m) de longitud, con un cierre hidráulico en el fondo, consistente en un tanque receptor de condensado. Durante la operación el nivel de líquido en la rama se ajusta por sí mismo de forma automática, de tal forma que la diferencia de carga entre los niveles en la rama y en el tanque corresponde a la diferencia de presión entre la atmósfera y el espacio de vapor del condensador. Por tanto, el líquido desciende por la rama a medida que condensa sin que se rompa el vacío. En un condensador de contacto directo la recuperación de presión que tiene lugar aguas abajo de la boquilla del venturi es suficiente para que no sea necesaria una rama barométrica.

EBULLIDORES Y CALANDRIAS

En las plantas de proceso continuo los líquidos se vaporizan en ebullidores tipo tanque que contienen una masa de líquido hirviente, o en calandrias de tubos verticales a través de los cuales asciende el líquido y el vapor. Tal como se describe en el Capítulo 16, a veces el líquido puede calentarse bajo presión hasta una temperatura muy superior a su temperatura normal de ebullición y después se somete a destilación súbita (vaporización parcial) reduciendo la presión en un punto exterior al equipo de transmisión de calor.

Ebullidores tipo caldera. Un ebullidor tipo caldera, *o calderín* como se denomina cuando está conectado a una columna de destilación, se muestra en la Figura 15.9. Una carcasa horizontal contiene una bancada de tubos relativamente pequeña, con dos pasos del lado de los tubos, un cabezal flotante y una placa tubular. La bancada de tubos está sumergida en una masa de líquido hirviente, cuyo nivel se mantiene por medio de la altura de un vertedero. La alimentación se introduce en la masa de líquido por el fondo, mientras que el vapor sale por la parte superior de la carcasa. El líquido no vaporizado rebosa por el vertedero y es retirado por el fondo de la carcasa. El fluido de calefacción generalmente vapor de agua, entra en los tubos en la forma que se muestra en la figura, y el vapor condensado se retira a través de una trampa. Las boquillas auxiliares que se muestran en la Figura 15.9 son para inspección, vaciado o incorporación de elementos sensores.

Calandrias. Las unidades verticales de carcasa y tubos, conocidas como calandrias o ebullidores de circulación natural, son generalmente los vaporizadores más económicos para las operaciones de destilación y evaporación. En la Figura 15.10 se muestra una disposición típica. El líquido procedente de un evaporador, o de una columna de destilación, entra por el fondo de la unidad y es

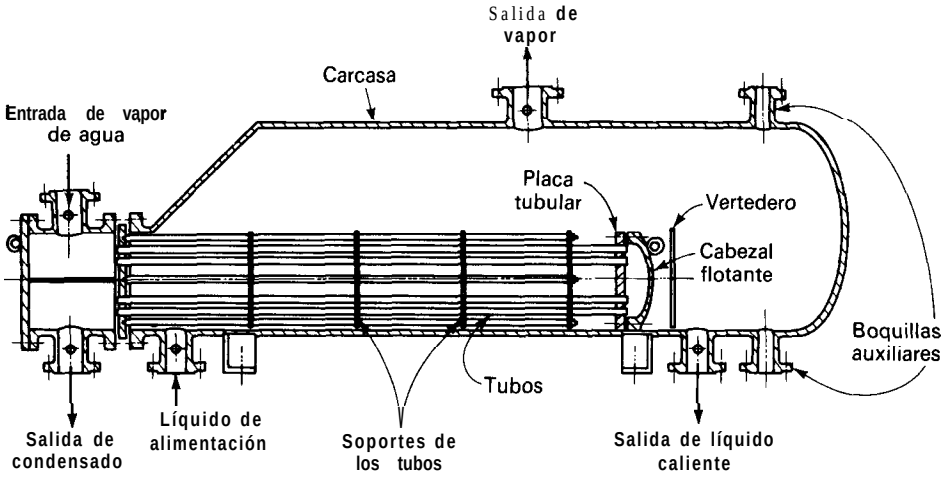


Figura 15.9. Ebullidor tipo caldera.

vaporizado parcialmente en los tubos calentados; la disminución de densidad da lugar a que la mezcla de vapor y líquido ascienda y arrastre una alimentación adicional de líquido. El liquido y el vapor salen a alta velocidad por la parte superior de los tubos y, una vez separados, se recircula el liquido.

Las configuraciones y características térmicas de las calandrias industriales están comprendidas en un intervalo relativamente estrecho. Los tubos son normalmente bien de 1 pulg de diámetro, y a veces hasta 2 pulg. Su longitud es de 8 a 12 pies, raramente mayor; en la operación a vacio se utilizan a veces tubos cortos de 4 a 6 pies.

Las velocidades de transmisión de calor dependen de las propiedades del

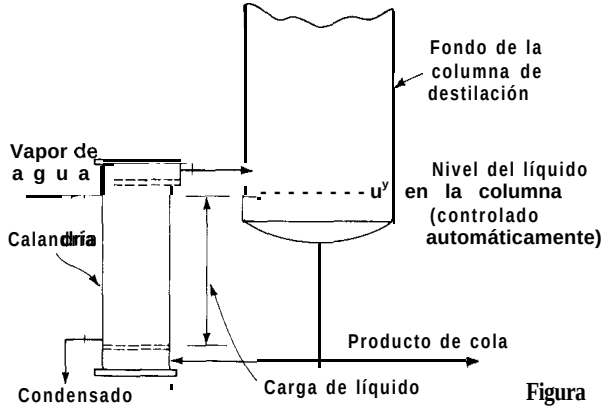


Figura 15.10. Ebullidor de calandria.

Tabla 15.1. Coeficientes globales típicos de ebullidores de calandria

Servicio	Coeficiente global U	
	Btu-pie'-h-"F	W/m^2-°C
Productos orgánicos pesados	100-160	570-900
Hidrocarburos ligeros	160-220	900-1250
Agua y disoluciones acuosas	220-350	1250-2000

líquido que se vaporiza, especialmente su temperatura reducida?, y de su tendencia a ensuciar la superficie de transmisión de calor[4, 8]. En la Tabla 15.1 se dan coeficientes globales típicos para calandrias calentadas con vapor de agua. Son relativamente insensibles a variaciones del diámetro o de la longitud de los tubos. Cuando la presión de operación es de 1 atmósfera absoluta o superior, los coeficientes son también insensibles a variaciones de la «carga impulsora» del líquido que se indica en la Figura 15.10. Esta carga se define como la distancia desde el fondo de la placa tubular hasta el nivel del líquido en la columna. Para estas condiciones de presión el nivel del líquido se mantiene cerca del nivel de la placa tubular superior con el fin de asegurar que la superficie de transmisión de calor esté completamente mojada y para conseguir velocidades de circulación relativamente elevadas.

Sin embargo, cuando se opera a vacío, el funcionamiento del ebullidor es sensible a variaciones de la carga impulsora del líquido, especialmente en el caso de destilación de mezclas multicomponentes. El nivel óptimo de líquido para la operación a vacío es el intermedio entre las placas tubulares, con aproximadamente un 50 por 100 de vaporización del líquido por paso [10].

Para las aplicaciones habituales con vapor de agua saturado del lado de la carcasa, las densidades de flujo de calor pueden estimarse a partir de la Figura 15.11, que está basada en tubos de acero inoxidable 14 BWG de 1 pulg y 8 pies de longitud. Las curvas corresponden a líquidos puros; si se utilizan mezclas, la temperatura reducida deberá ser la del componente que tenga el menor valor de T_r. La carta no deberá utilizarse para presiones inferiores a 0,3 atm ni efectuar extrapolaciones en las curvas.

EQUIPO CON SUPERFICIE AMPLIADA

Cuando el coeficiente de transmisión de calor de uno de los fluidos es mucho menor que el otro, se presentan difíciles problemas de transmisión de calor. Un caso típico es el calentamiento de un gas tal como aire con vapor de agua condensante. El coeficiente de transmisión de calor para el vapor de agua es

† La temperatura reducida del líquido es la relación de la temperatura actual y la crítrica, ambas en grados Kelvin o Rankine.

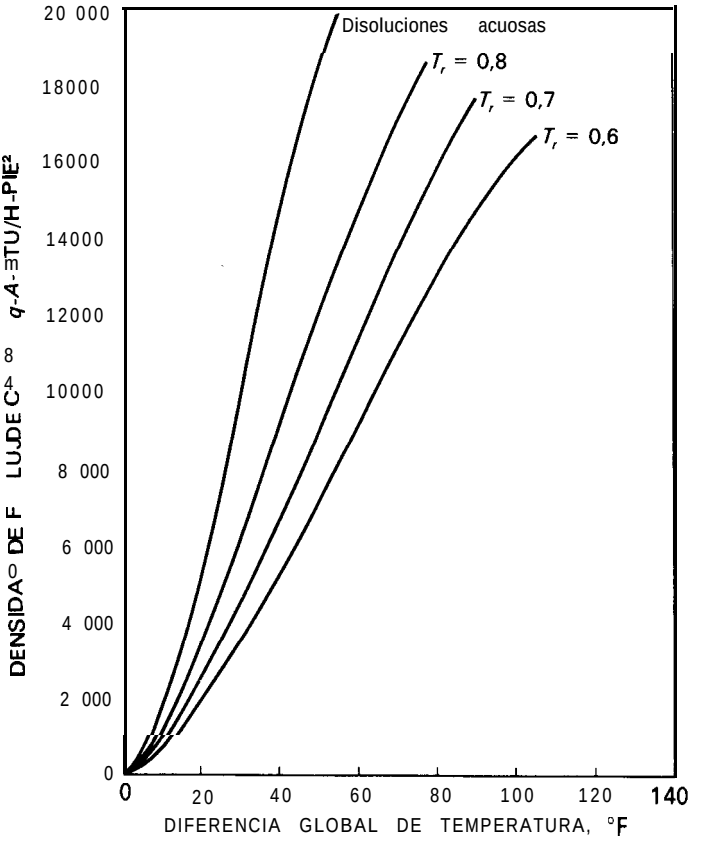


Figura 15.11. Densidad de flujo de calor de calandrias de circulación natural. (Según *Frank y Prickett*[4].)

típicamente de 100 a 200 veces el de la corriente de aire; en consecuencia, el coeficiente global es esencialmente igual al coeficiente individual para el aire, la capacidad de una unidad de área de la superficie de calefacción será baja, y para obtener una capacidad razonable se requerirá una gran longitud de los tubos. Otras variantes del mismo problema se encuentran en el calentamiento o enfriamiento de líquidos viscosos o en el tratamiento de una corriente de fluido con baja velocidad de flujo, debido a la baja velocidad de transmisión de calor para flujo laminar.

Con el fin de aprovechar el espacio y reducir el coste del equipo, en estos casos se utilizan cietos tipos de superficies del intercambio de calor, llamadas ***superficies ampliadas,*** en las que el área exterior de los tubos se amplía por medio de aletas, clavos, discos y otros accesorios, de forma que el área exterior en contaco con el fluido puede ser mucho mayor que el área interior. La corriente del fluido que tiene el menor coeficiente se pone en contacto con la superficie ampliada, y fluye por el exterior de los tubos, mientras que el otro fluido, que

tiene coeficiente elevado, circula por el interior de los tubos. El efecto cuantitativo de ampliar la superficie exterior puede apreciarse a partir del coeficiente global, expresado en la forma que se indica a continuación, donde se ha despreciado la resistencia de la pared del tubo

$$U_i = \frac{1}{(1/h_i) + (A_i/A_o h_o)} \tag{15.8}$$

La Ecuación (15.8) indica que si h_o es pequeño y h_i es grande, el valor de U_i será pequeño; pero si el área A_o se hace mucho más grande que A_i, la resistencia $A_i/A_o h_o$ se hace pequeña y U_i aumenta al hacerlo h_o, dando lugar al correspondiente aumento de la capacidad por unidad de longitud del tubo o por unidad de área interior del tubo.

Tipos de superficies ampliadas. Existen dos tipos de superficies ampliadas, de las que se muestran ejemplos en la Figura 15.12. Las aletas longitudinales se utilizan cuando la dirección de flujo es paralela al eje del tubo, mientras que cuando la dirección de flujo del fluido es perpendicular al tubo se utilizan aletas transversales. También se utilizan superficies ampliadas formadas por clavos, pernos, púas, etcétera, y los tubos pueden en este caso utilizarse con cualquier dirección de flujo. Es muy importante en todos los casos que las aletas formen un sólido contacto con el tubo, tanto por razones de estructura mecánica como para asegurar un buen contacto término entre la base de la aleta y la pared.

Eficacia de una aleta. El área exterior de un tubo con aletas consta de dos partes: el área de las aletas y el área del tubo desnudo no recubierto por las aletas. Una unidad de área de la superficie de las aletas no es tan eficaz como una unidad de área del tubo desnudo, debido a la resistencia adicional que provoca la conducción de calor a través de la aleta. Consideremos una sola aleta longitudinal adosada al tubo, tal como se muestra en la Figura 15.13, y supóngase que el calor fluye hacia el tubo desde el fluido que rodea a la aleta. Sea T la temperatura del fluido y T_w la de la parte del tubo desnudo. La temperatura en la base de la aleta será también T_w. La caída de temperatura disponible para la transmisión de calor hacia el tubo desnudo es $T - T_w$, o AT,. Consideremos el calor transmitido

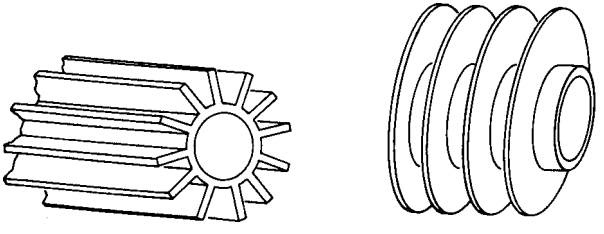


Figura 15.12. Tipos de superficies ampliadas: (a) aleta longitudinal; (b) aleta transversal.

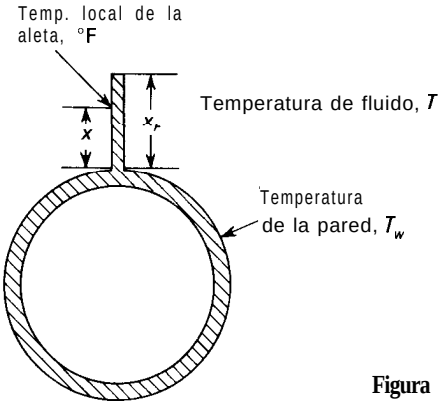


Figura 15.13. Tubo con una sola aleta longitudinal.

hacia el extremo de la aleta, o sea el punto más alejado de la pared del tubo. Este calor, con el fin de alcanzar la pared del tubo, tiene que fluir por conducción a través de toda la longitud de la aleta desde la cima hasta la base. Otras cantidades de calor que llegan a puntos de la aleta comprendidos entre la cima y la base tienen que fluir a través de una parte de la longitud de la aleta. Por tanto, se requiere un gradiente de temperatura a lo largo de la aleta, cuya cima está más caliente que la base. Si T_F es la temperatura de la aleta a una distancia x desde la base, la caída de temperatura disponible para la transmisión de calor desde el fluido hasta la aleta en dicho punto será $T - T_F$. Puesto que $T_F > T_w$, $T - T_F < T - T_w$ = **AT,** y la eficacia de una unidad de área alejada de la base de la aleta es menor que la de una unidad de área del tubo desnudo. La diferencia entre $T - T_F$ y **AT,** es cero en la base de la aleta y máxima en la cima. Si se representa por *AT,* el valor medio de $T - T_F$ basado en todo el área de la aleta, la eficacia de la aleta se define como la relación entre ΔT_F y **AT,** y se representa por η_F. Por supuesto que la eficacia puede expresarse como un porcentaje. Una eficacia unidad (o del 100 por 100) indica que una unidad de área de aleta es tan eficaz como una unidad de área de tubo desnudo, en lo que respecta a la caída de temperatura.

Cálculos de cambiadores de superficie ampliada. Tomemos como base una unidad de área de tubo. Sea A_F el área de las aletas y A_b el área del tubo desnudo. Sea, además, h_o el coeficiente de transmisión de calor del fluido que rodea a las aletas y al tubo, y supóngase que h_o tiene el mismo valor tanto para las aletas como para el tubo. Se puede tomar un coeficiente global, basado en todo el área interior A_i,

$$U_i = \frac{1}{\{(A_i)/[h_o(\eta_F A_F + A_b)]\} + (x_w D_i/k_m \bar{D}_L) + (1/h_i)} \qquad (15.9)$$

Para utilizar la Ecuación (15.9) es necesario conocer los valores de la eficacia de la aleta η_F así como los coeficientes individuales h_i y h_o. El coeficiente h_i se

calcula por el método habitual, mientras que el cálculo del coeficiente h_o se tratará después.

La eficacia de las aletas η_F puede calcularse matemáticamente, haciendo algunas suposiciones razonables, para distintos tipos de aletas'. Por ejemplo, la eficacia de aletas longitudinales viene dada en la Figura 15.14, en la que η_F se representa como una función del producto $a_F x_F$, donde x_F es la altura de la aleta desde la base hasta la cima y a_F se define por la ecuación

$$a_F = \sqrt{\frac{h_o L_p / S}{k_m}} \tag{15.10}$$

donde h_o = coeficiente del tubo exterior
k_m = conductividad térmica del metal de la aleta
L_p = perímetro de la aleta
S = área de la sección transversal de la aleta

El producto $a_F x_F$ es adimensional.

Se dispone de la eficacia de aletas para otros tipos de superficies ampliadas'. La Figura 15.14 indica que la eficacia de las aletas es prácticamente la unidad cuando $a_F x_F < 0{,}5$. Las superficies ampliadas no son eficaces ni resultan necesarias cuando el coeficiente h_o es elevado. Por otra parte, las aletas provocan un aumento de la caída de presión.

El coeficiente h_o no puede obtenerse con exactitud utilizando las ecuaciones habituales para los coeficientes de transmisión de calor en tubos desnudos. Las aletas modifican las características de flujo del fluido, y el coeficiente para una superficie ampliada es diferente del correspondiente a un tubo liso. Los coeficientes individuales para superficies ampliadas se pueden determinar experimentalmente y correlacionarse para cada tipo de superficie; tales correlaciones son proporcionadas por los fabricantes de los tubos. En la Figura 15.15 se muestra una correlación típica para tubos con aletas longitudinales. La variable D_e es el diámetro equivalente, definido en la forma habitual de cuatro veces el radio hidráulico, que, a su vez, es la sección transversal del espacio del lado de las aletas dividida por el perímetro mojado total de las aletas y el tubo, tal como se calcula en el Ejemplo 15.4.

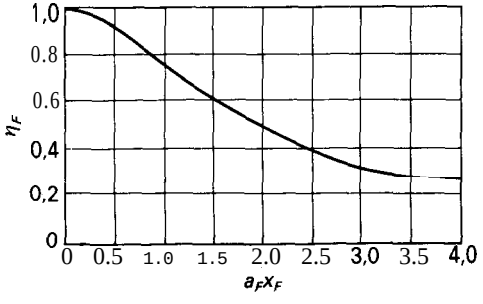


Figura 15.14. Eficacia de aletas longitudinales.

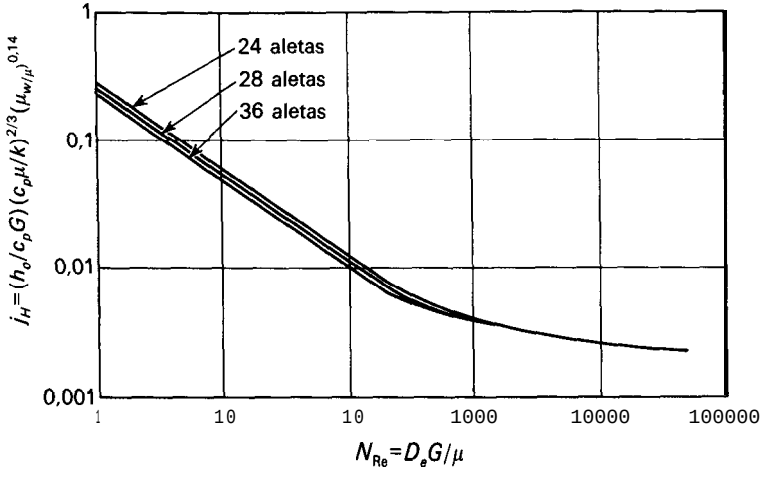


Figura 15.15. Coeficientes de transmisión de calor en tubos con aletas longitudinales; tubo IPS de $1\frac{1}{2}$ pies con aletas de $\frac{1}{2}$ por 0,035 pies dentro de una carcasa IPS de 3 pies *(Brown Fintube Co.)*

Ejemplo 15.4. En la carcasa de un cambiador de superficie ampliada se calienta aire. La tubería interior es $2\frac{1}{2}$ pulg, IPS Norma 40, y está provista de 28 aletas longitudinales de $\frac{1}{2}$ pulg de altura y 0,035 pulg de espesor. La carcasa es un tubo de 3 pulg de acero, Norma 40. El área exterior expuesta del tubo interior (es decir, no cubierta por las aletas) es de 0,416 pie^2 por pie lineal; el área total de las aletas y el tubo es de 2,830 $pie^2/pies$. El vapor de agua que condensa a 250 °F dentro del tubo interior tiene un coeficiente de película de 1500 $Btu/pie^2\text{-}h\text{-}°F$. La conductividad térmica del acero es 26 Btu/pies-h-°F. El espesor de la pared del tubo interior es 0,145 pies. Si la velocidad másica del aire es 5000 $lb/h\text{-}pie^2$ y la temperatura media del aire es 130 °C, ¿cuál es el coeficiente global de transmisión de calor basado en el área del tubo interior? Despréciense los factores de ensuciamiento.

SOLUCIÓN

El coeficiente de película del aire se obtiene a partir de la Figura 15.15. Para utilizar esta correlación es preciso calcular precisamente el número de Reynolds del aire, tal como se hace a continuación. La viscosidad del aire a 130 °F es 0,046 lb/pies-h (Ap. 9). El diámetro equivalente del espacio de la carcasa es

$$\text{Diámetro interior de la carcasa (Ap. 6)} = \frac{3,068}{12} = 0,2557 \text{ pies}$$

$$\text{Diámetro exterior del tubo interior (Ap. 6)} = \frac{1,900}{12} = 0,1583 \text{ pies}$$

El área de la sección transversal del espacio de la carcasa es

$$\frac{\pi(0,2557^2 - 0,1583^2)}{4} - \frac{28 \times 0,5 \times 0,035}{144} = 0,0282 \text{ pie}^2$$

El perímetro del aire en el espacio es

$$\pi 0{,}2557 + 2{,}830 = 3{,}633 \text{ pies}$$

El radio hidráulico es

$$r_H = \frac{0{,}0282}{3{,}633} = 0{,}00776 \text{ pies}$$

El diámetro equivalente es

$$D_e = 4 \times 0{,}00776 = 0{,}0310 \text{ pies}$$

Por tanto, el número de Reynolds es

$$N_{Re} = \frac{0{,}0310 \times 5000}{0{,}046} = 3\ 37 \times 10^3$$

A partir de la Figura 15.15, el factor de transmisión de calor es

$$j_H = \frac{h_o}{c_p G}\left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{-0{,}14} = 0{,}0031$$

Las magnitudes que se requieren para calcular h_o son

$$c_p = 0{,}25 \text{ Btu/lb-°F} \qquad \text{(Ap. 15)}$$

$$k = 0{,}0162 \text{ Btu/pies-h-°F} \qquad \text{(Ap. 12)}$$

Al calcular μ_w se consideran despreciables la resistencia de la pared y la de la película del vapor de agua, de forma que $T_w = 250$ °F y $\mu_w = 0{,}0528$ lb/pies-h:

$$\phi_v = \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}14} = \left(\frac{0{,}046}{0{,}0528}\right)^{0{,}14} = 0{,}981$$

$$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{0{,}25 \times 0{,}046}{0{,}0162} = 0{,}710$$

$$h_o = \frac{0{,}003}{1} \times \frac{0{,}25 \times 5000 \times 0{,}981}{0{,}710^{2/3}} = 4{,}78 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

Para aletas rectangulares, ignorando la contribución de los extremos de las aletas al perímetro, $L_p = 2L$, y $S = Ly_F$, donde y_F es el espesor de la aleta y L es la longitud de la aleta. Por tanto, a partir de la Ecuación (15.10),

$$a_F x_F = x_F\sqrt{\frac{h_o(2L/Ly_F)}{k_m}} = x_F\sqrt{\frac{2h_o}{k_m y_F}} = \frac{0{,}5}{12}\sqrt{\frac{2 \times 4{,}78}{26(0{,}035/12)}} = 0{,}467$$

A partir de la Figura 15.14, $\eta_F = 0{,}93$.

El coeficiente global se obtiene a partir de la Ecuación (15.9). Los valores adicionales que se requieren son

$$D_i = \frac{1{,}610}{12} = 0{,}1342 \text{ pies (Ap. 6)}$$

$$\overline{D_L} = \frac{0{,}1583 - 0{,}1342}{\ln (0{,}1583/0{,}1342)} = 0{,}1454 \text{ pies}$$

$$A_i = \pi 0{,}1342 \times 1{,}0 = 0{,}422 \text{ pie}^2\text{/pie lineal}$$

$$A_F + A_b = 2{,}830 \text{ pie}^2\text{/pie lineal}$$

$$A_F = 2{,}830 - 0{,}416 = 2{,}414 \text{ pie}^2\text{/pie lineal}$$

$$x_w = \frac{1{,}900 - 1{,}610}{2 \times 2} = 0{,}0121 \text{ pies}$$

$$U_i = \frac{1}{\dfrac{0{,}422}{4{,}78(0{,}93 \times 2{,}414 + 0{,}416)} + \dfrac{0{,}0121 \times 0{,}1342}{26 \times 0{,}1454} + \dfrac{1}{1500}}$$

$$= 29{,}2 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F } (166 \text{ W/m}^2\text{-°C})$$

El coeficiente global, cuando se basa en la pequeña área interna del tubo interior, puede ser mucho mayor que el coeficiente de película del aire basado en el área de la superficie ampliada.

Cambiadores refrigerados por aire. A medida que el agua de refrigeración se hace más escasa y los controles de contaminación más exigentes, aumenta el uso de cambiadores de calor enfriados con aire. Consisten en bancadas de tubos horizontales con aletas, típicamente de 1 pulg de diámetro y 8 a 30 pies de longitud, a través de los cuales circula aire impulsado por un gran ventilador. Los fluidos calientes que circulan por los tubos, a temperaturas desde 200 hasta 800 °F o más, se pueden enfriar hasta unos 40 °F por encima de la temperatura del aire. Las superficies de transmisión de calor, tomadas sobre la base exterior de los tubos, varían entre 500 y 5000 pie^2; las aletas multiplican este valor por un factor de 7 a 20. El aire circula entre los tubos con velocidades de 10 a 20 pies/s. Tanto la caída de presión como el consumo de energía son bajos, pero a veces para reducir el ruido del ventilador hasta un nivel aceptable, la velocidad del ventilador resulta inferior a la correspondiente al consumo mínimo de potencia. En el caso de condensadores enfriados por aire, los tubos generalmente están inclinados. En la bibliografía [6, 13] se pueden encontrar procedimientos detallados de diseño.

TRANSMISION DE CALOR EN TANQUES AGITADOS

Las superficies de transmisión de calor, que pueden estar en forma de encamisados para calentamiento o enfriamiento, o bien serpentines tubulares sumergidos

en el líquido, se utilizan con frecuencia en los tanques agitados descritos en el Capítulo 9.

Coeficientes de transmisión de calor. En un tanque agitado, como el que se presenta en el Capítulo 9, $D_a^2 n\rho/\mu$ es un número de Reynolds que resulta útil para correlacionar los datos de consumo de energía. Este mismo grupo resulta satisfactorio como variable de correlación para la transmisión de calor hacia encamisados o serpentinas en un tanque agitado. Las ecuaciones que se presentan a continuación son típicas de las que se pueden encontrar con este fin.

Para el calentamiento o enfriamiento de líquidos en un tanque cilíndrico con placas deflectoras y equipado con un serpentín helicoidal y un agitador de turbina,

$$\frac{h_c D_c}{k} = 0{,}17\left(\frac{D_a^2 n\rho}{\mu}\right)^{0{,}67}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)^{0{,}37}\left(\frac{D_a}{D_t}\right)^{0{,}1}\left(\frac{D_c}{D_t}\right)^{0{,}5}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{b} \qquad (15.11)$$

donde h_c es el coeficiente individual de transmisión de calor entre la superficie del serpentín y el líquido. El exponente b de la relación de viscosidades es mayor para líquidos ligeros que para aceites viscosos[16], pero se ha sugerido que un valor de 0,24 es consistente con la siguiente ecuación para el coeficiente del encamisado.

Para transmisión de calor hacia o desde el encamisado de un tanque con placas deflectoras, se aplica la siguiente ecuación cuando se utiliza una turbina de palas inclinadas hacia abajo [2]:

$$\frac{h_j D_t}{k} = 0{,}44\left(\frac{D_a^2 n\rho}{\mu}\right)^{2/3}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}24} \qquad (15.12)$$

donde h_j es el coeficiente entre el líquido y la superficie interior del encamisado del tanque.

Si el agitador es una turbina normal de palas rectas, el coeficiente de la Ecuación (15.12) adquiere el valor 0,76[22]. Esto indica que el coeficiente de transmisión de calor es mayor que para una turbina de palas inclinadas que gira con la misma velocidad del rodete; sin embargo, la turbina normal da lugar a un consumo de potencia mucho mayor (véase la Tabla 9.2).

Cuando el líquido es muy viscoso se utiliza un agitador de áncora, que se desplaza con bajas velocidades y muy pequeña separación sobre toda la superficie de transmisión de calor. Los datos para agitadores de áncora se correlacionan bien con la ecuación[24b]

$$\frac{h_j D_t}{k} = K\left(\frac{D_a^2 n\rho}{\mu}\right)^{a}\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0{,}18} \qquad (15.13)$$

donde $K = 1{,}0$, $a = \frac{1}{2}$ para $10 < N_{Re} < 300$; donde $K = 0{,}36$, $a = \frac{2}{3}$ para $300 < N_{Re} < 40000$.

Las ecuaciones de este tipo generalmente no son aplicables a situaciones significativamente diferentes de aquéllas para las cuales han sido deducidas. En la literatura[24a] se encuentran ecuaciones para diferentes tipos de agitadores y disposiciones de la superficie de transmisión de calor.

Cuando un líquido se calienta en un tanque agitado mediante un vapor que condensa en el encamisado, la resistencia controlante es generalmente la del líquido del tanque. Sin embargo, cuando un líquido que se calienta o se enfría pasa a través de la camisa sin cambio de fase, puede ser controlante la resistencia del lado de la camisa. Con un sencillo encamisado abierto, la velocidad del líquido es tan baja que la transmisión de calor es predominantemente por convección natural. La mezcla provocada por la convección natural también da lugar a que la temperatura media en el encamisado se acerque a la de salida, de forma que deberá utilizarse la diferencia de temperatura a la salida en vez de la media logarítmica. Para grandes tanques se puede insertar en el encamisado una gran placa deflectora en espiral con el fin de obtener una mayor velocidad del líquido y prevenir la retromezcla.

Calentamiento o enfriamiento no estacionario en tanques agitados. Consideremos un tanque perfectamente agitado que contiene m lb o kg de un líquido de calor específico c_p. Está provisto de una superficie de transmisión de calor de área A, calentada mediante un medio de temperatura constante tal como vapor de agua que condensa a la temperatura T_s. Si la temperatura inicial del líquido es T_a, su temperatura T_b al cabo de un tiempo cualquiera t_T puede obtenerse en la forma que se indica a continuación. La relación básica para la transmisión de calor en estado no estacionario es

Velocidad de acumulación de energía = entrada de energía − salida de energía

Para una carga de líquido que no entra ni sale del tanque y tampoco reacciona químicamente, la entrada de energía es igual al calor transmitido a través del área A, y no existe salida de energía. El término de acumulación es igual a la velocidad de variación de la entalpía del líquido contenido en el tanque:

$$mc_p \frac{dT}{dt} = UA(T_s - T) \tag{15.14}$$

Si U es constante (que generalmente es una suposición razonable), la Ecuación (15.14) se puede integrar entre los límites $t = 0$, $T = T_a$ y $t = t_T$, $T = T_b$, para obtener

$$\ln \frac{T_s - T_a}{T_s - T_b} = \frac{UAt_T}{mc_p} \tag{15.15}$$

La Ecuación (15.15) se utiliza con frecuencia para determinar coeficientes globales a partir del tiempo que se requiere para calentar una masa conocida de líquido.

Si el medio de transmisión de calor no está a temperatura constante pero es un líquido (tal como agua de refrigeración) de calor específico c_{pc} que entra a la temperatura T_{ca} y fluye con una velocidad constante ti,, la ecuación correspondiente para la temperatura del líquido es

$$\ln \frac{T_a - T_{ca}}{T_b - T_{ca}} = \frac{\dot{m}_c c_{pc}}{mc_p} \frac{K_1 - 1}{K_1} t_T \tag{15.16}$$

donde

$$K_1 = \exp \frac{UA}{\dot{m}_c c_{pc}} \tag{15.17}$$

En la bibliografía[12a] existen ecuaciones para otras situaciones de transmisión de calor en régimen no estacionario.

CAMBIADORES DE CALOR DE RASQUETAS

En los tanques con agitadores de áncora se incorporan a veces rasquetas adosadas a las ramas del áncora con el fin de prevenir la degradación del líquido que está en contacto con la superficie caliente. Esto resulta especialmente útil con productos alimenticios y otros materiales sensibles al calor. Las rasquetas provocan un modesto incremento del coeficiente de transmisión de calor cuando se utilizan líquidos newtonianos, pero con líquidos no newtonianos el coeficiente puede aumentar hasta 5 veces.

Los tanques con agitadores de áncora casi siempre operan en discontinuo, mientras que en procesos continuos la transmisión de calor hacia o desde líquidos viscosos se lleva a cabo frecuentemente en cambiadores de calor de rasquetas. Estos son típicamente cambiadores de tubos concéntricos, con un tubo central bastante largo, de 4 a 14 pulg de diámetro, con una camisa para vapor de agua o un líquido de refrigeración. La superficie interior del tubo central es rascada por una o más placas longitudinales instaladas sobre un eje rotatorio.

El líquido viscoso circula a baja velocidad a través del tubo central. Las porciones de este líquido adyacente a la superficie de transmisión de calor están esencialmente estancadas, excepto cuando son perturbadas por el paso de la pala rascadora. El calor se transmite hacia el fluido viscoso por conducción en estado no estacionario. Si el tiempo entre las perturbaciones es corto, como ocurre habitualmente, el calor penetra solamente una pequeña distancia hacia el interior del líquido estancado, y el proceso es totalmente análogo a la transmisión de calor en estado no estacionario en un sólido semiinfinito.

Coeficientes de transmisión de calor en cambiadores de rasqueta[7]. Supóngase que la temperatura global del líquido en una localización a lo largo del cambiador es T, y que la temperatura de la superficie de transmisión de calor es T_w. Supóngase además que $T_w > T$. Consideremos un pequeño elemento de área de la superficie de transmisión de calor sobre la que acaba de pasar la placa. El líquido que previamente estaba sobre este elemento de superficie ha sido removi-

do por la placa y reemplazado por otro líquido a la temperatura T. El calor fluye desde la superficie hacia el líquido durante el intervalo de tiempo t_T, que es el tiempo que transcurre hasta que la siguiente placa rascadora pasa sobre el elemento de superficie, retira el líquido y vuelve a depositar nuevo líquido sobre la superticie.

De acuerdo con la Ecuación (10.29), la cantidad total de calor Q_T transferido durante el intervalo de tiempo t_T viene dada por

$$\frac{Q_T}{A} = 2k(T_w - T)\sqrt{\frac{t_T}{\pi\alpha}} \tag{10.29}$$

donde k = conductividad calorífica del líquido
cz = difusivídad térmica del líquido
A = área de la superficie de transmisión de calor

El coeficiente de transmisión de calor promediado para cada intervalo de tiempo es, por definición,

$$h_i \equiv \frac{Q_T}{t_T A(T_w - T)} \tag{15.18}$$

Sustituyendo de la Ecuación (10.29) en la Ecuación (15.18), teniendo en cuenta que $\alpha = k/\rho c_p$, se obtiene

$$h_i = 2\sqrt{\frac{k\rho c_p}{\pi t_T}} \tag{15.19}$$

El intervalo de tiempo entre el paso de las sucesivas placas sobre un determinado elemento de área es

$$t_T = \frac{1}{nB} \tag{15.20}$$

donde n = velocidad del agitador, r/h
B = número de placas que tiene el eje

Combinando las Ecuaciones (15.15) y (15.20) se obtiene para el coeficiente de transmisión de calor

$$h_i = 2\sqrt{\frac{k\rho c_p nB}{\pi}} \tag{15.21}$$

La Ecuación (15.21) indica que el coeficiente de transmisión de calor sobre una rasqueta depende de las propiedades térmicas del líquido así como de la velocidad del agitador, y que, por otra parte, es independiente de la viscosidad del líquido y de su velocidad de paso a través del cambiador. En realidad, aunque

la Ecuación (15.21) constituye una buena aproximación en muchos casos, se trata, sin duda, de una gran simplificación. El líquido en la superficie de transmisión de calor no está tan bien mezclado con la masa global del líquido como se ha supuesto, especialmente cuando se trata de líquidos viscosos, sino que se vuelve a depositar parcialmente detrás de las palas rascadoras. Por consiguiente, el coeficiente para un líquido viscoso es menor que el que predice la Ecuación (15.21) y está algo afectado por variaciones de la viscosidad del líquido. Por otra parte, es función de la velocidad del líquido en la dirección longitudinal, así como del diámetro y de la longitud del cambiador. Una ecuación empírica para el coeficiente de transmisión de calor que incorpora estas variables es[21]

$$\frac{h_j D_a}{k} = 4{,}9\left(\frac{D_a \bar{V} \rho}{\mu}\right)^{0{,}57}\left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{0{,}47}\left(\frac{D_a n}{\bar{V}}\right)^{0{,}17}\left(\frac{D_a}{L}\right)^{0{,}37} \qquad (15.22)$$

donde $\bar{V}$ = velocidad media global longitudinal
L = longitud del cambiador
D_a = diámetro del rascador (igual al diámetro interior de la carcasa)

La Ecuación (15.22) es aplicable para una pequeña unidad que opera a alta velocidad y que se conoce con el nombre de Votator. En la Referencia 19 se dan datos para transmisión de calor con flujo laminar para cambiadores grandes con bajas velocidades. En el Capítulo 16 se tratan dispositivos de rasquetas para la evaporación de líquidos viscosos.

TRANSMISION DE CALOR EN LECHOS DE RELLENO

Muchas reacciones catalíticas se realizan en reactores multitubulares que son semejantes a cambiadores de carcasa y tubos. Las partículas del catalizador sólido rellenan los tubos y los gases reaccionantes entran y salen a través de los cabezales situados en los extremos del reactor. Para una reacción exotérmica, el calor de reacción se retira por medio de la circulación de un refrigerante o un líquido que hierve del lado de la carcasa. Para una reacción endotérmica, la energía que se requiere para la reacción se transfiere desde un fluido caliente en la carcasa hacia las partículas del catalizador situadas en los tubos. Generalmente el coeficiente de transmisión de calor limitante es el del lado del tubo y, con frecuencia, tanto el tamaño de los tubos como la velocidad de flujo de masa se seleccionan para asegurar una temperatura de reacción prácticamente constante, o bien para prevenir que la máxima temperatura del catalizador alcance su valor de seguridad. En el tratamiento que sigue se utiliza como ejemplo una reacción exotérmica debido a que es el caso más habitual y a que un coeficiente global demasiado bajo puede conducir a un aumento incontrolable de la temperatura del reactor o a una reacción «desbocada».

Perfiles de temperatura y velocidad. El perfil radial de temperatura para una reacción exotérmica en un tubo relleno tiene la forma que se muestra en la Figu-

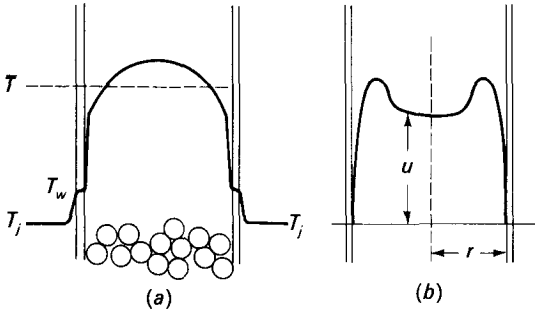


Figura 15.16. Perfiles de temperatura y velocidad en un reactor con un tubo relleno.

ra 15.16*a*. Hay un gradiente brusco cerca de la pared interior y un perfil prácticamente parabólico en el resto del lecho catalítico. El perfil de velocidad (Figura 15.16*b*) presenta un pico cerca de la pared por el menor empaquetamiento de las partículas en esta región que en el resto del tubo. En el caso de un tubo vacío con flujo turbulento y una reacción homogénea, los perfiles de temperatura y velocidad serían tales que casi todo el gradiente estaría cerca de la pared.

Coeficientes de transmisión de calor. Para un tratamiento sencillo unidimensional del caso de un tubo relleno, el coeficiente de transmisión de calor está basado en una temperatura media radial del gas, donde $\bar{T}$ es la temperatura que resultaría de la mezcla de todo el gas circulando a través del tubo a una determinada distancia a lo largo de éste:

$$dQ = U\,dA(\bar{T} - T_j) \tag{15.23}$$

donde $dA = \pi D_i\,dL$, y

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o D_o/D_i} + \frac{x_w}{k_m}$$

En este tratamiento sencillo se supone que las temperaturas del gas y del sólido son las mismas, si bien, para el caso de una reacción exotérmica, las partículas del catalizador estarán más calientes que el gas que las rodea. La diferencia entre las temperaturas del sólido y el gas puede calcularse utilizando las correlaciones del Capítulo 21; esta diferencia es generalmente de sólo unos pocos grados en comparación con una fuerza impulsora típica $(\bar{T} - T_j)$ de 20 a 30 °C.

Puesto que la velocidad real del gas entre las partículas es varias veces superior a la velocidad superficial del gas, la presencia de partículas sólidas da lugar a un coeficiente interior mucho mayor que para un tubo vacío con la misma velocidad de flujo. Para aire en tubos rellenos con esferas los coeficientes son de 5 a 10 veces los correspondientes a un tubo vacío. Los coeficientes aumentan con la potencia aproximadamente 0,6 de la velocidad de flujo y disminuyen más con el tamaño del tubo que en el caso de tubos vacíos.

Los coeficientes para un tubo relleno son más altos cuando la relación D_p/D_i

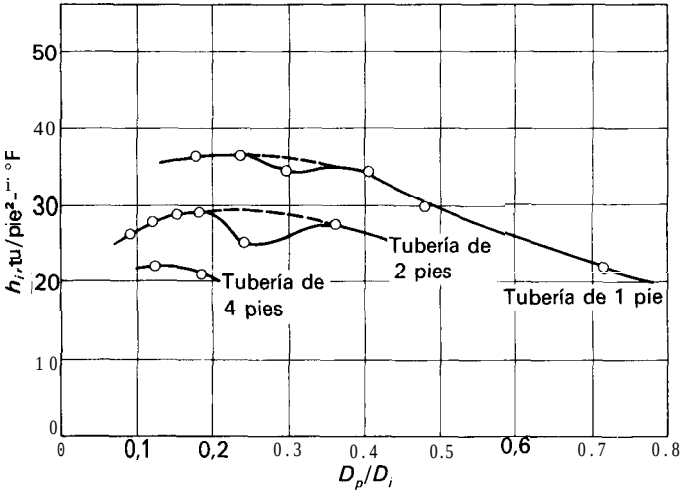


Figura 15.17. Coeficientes de transmisión de calor para tubos rellenos con esferas de aluminio. Flujo de aire, 3000 lb/pie²-h.

es del orden de 0,15 a 0,2, tal como muestran los resultados de la Figura 15.17. Para partículas muy pequeñas, la mezcla turbulenta en el lecho disminuye y hay una gran resistencia a la transmisión de calor en la región central que conduce a un perfil de temperatura análogo al del flujo laminar. Para partículas muy grandes existe una mezcla rápida y casi no hay gradiente en el centro del tubo, con una amplia región cerca de la pared que tiene una elevada fracción de huecos; la mayor parte de la resistencia a la transmisión de calor reside en este caso en dicha región. La depresión de las curvas para $D_p/D_i \approx 0{,}3$ se ha atribuido a un aumento en la fracción de huecos [18].

Para predecir la velocidad de transmisión de calor para diferentes tamaños de partículas y tubos, velocidad del flujo de gas, y propiedades del gas, el coeficiente h_i se escinde en dos partes para tener en cuenta la resistencia en la región muy próxima a la pared y la resistencia del resto del lecho de relleno:

$$\frac{1}{h_i} = \frac{1}{h_{\text{lecho}}} + \frac{1}{h_w} \tag{15.24}$$

El coeficiente del lecho se obtiene a partir de una conductividad térmica efectiva k_e. La siguiente ecuación es aplicable cuando el perfil de temperatura en el lecho es parabólico:

$$k_{\text{lecho}} = \frac{4k_e}{r} \tag{15.25}$$

La conductividad efectiva del lecho tiene un término estático o de flujo cero, que generalmente es del orden de $5k_g$ cuando las partículas son un material

inorgánico poroso tal como alúmina, gel de sílice o un catalizador impregnado. La contribución del flujo turbulento a la conductividad es proporcional a la velocidad de flujo de masa y al diámetro de la partícula, y el factor 0,1 en la siguiente ecuación está de acuerdo con la teoría para difusión turbulenta en lechos de relleno [14]:

$$\frac{k_e}{k_g} \approx 5 + 0{,}1 N_{\mathrm{Re},p} N_{\mathrm{Pr}} \tag{15.26}$$

Obsérvese que el diámetro de la partícula se utiliza para el cálculo del número de Reynolds en la Ecuación (15.26), y las propiedades del gas solamente se utilizan en el cálculo del número de Prandtl. El coeficiente del lecho se obtiene utilizando la Ecuación (15.26) y la conductividad del gas para hallar k_e, y después la Ecuación (15.25) conduce al valor de h_{lecho}

El coeficiente h_w puede estimarse a partir de la siguiente ecuación empírica, que se ha determinado restando la resistencia calculada del lecho de la resistencia global medida [18]:

$$N_{\mathrm{Nu},w} \equiv \frac{h_w D_p}{k_g} = 1{,}6 (N_{\mathrm{Re},p})^{0,51} (N_{\mathrm{Pr}})^{1/3} \tag{15.27}$$

La Ecuación (15.27), en combinación con las ecuaciones para h_{lecho}, conduce a una predicción razonablemente exacta de las curvas de la Figura 15.17, pero no representa los bajos coeficientes para $D_p/D_i \approx 0{,}3$. Para tubos rellenos que operan a 200 °C o temperaturas superiores, la radiación entre las partículas y desde las partículas hacia la pared resulta significativa, de forma que los coeficientes globales predichos deberán corregirse para tener en cuenta este efecto".

SIMBOLOS

- A Area, pie^2 o m^2; A_F, de la aleta; A_b, del tubo desnudo; A_o, exterior del tubo
- a Exponente en la Ecuación (15.13)
- a_F Factor de aleta [Ec. (15.10)]
- B Número de placas rascadoras
- b Exponente en la Ecuación (15.11)
- c_p Calor específico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_{pc}, del líquido de refrigeración
- D Diámetro, pies o m; D_a, del rodete o del rascador; D_c, diámetro exterior del tubo del serpentín; D_e, diámetro equivalente de una conducción no circular; D_i, diámetro del tubo interior; D_o, del exterior del tubo; D_p, de la partícula; D_s, diámetro interior de la carcasa del cambiador; D_t, del tanque agitado; $\bar{D}_L$, diámetros medio logarítmicos interior y exterior del tubo
- F_G Factor de corrección para la diferencia media de temperatura en cambiadores de flujo cruzado o paso múltiple, adimensional

f_b Fracción del área de la sección transversal de la carcasa ocupada por la ventana de la placa

G Velocidad másica, lb/pie^2-h o kg/m^2-s; G_b, en la ventana de la placa deflectora; G,, en el flujo cruzado; G_e, valor efectivo en un cambiador, $\sqrt{G_b G_c}$

h Coeficiente individual de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h_o, para el exterior del serpentín; h_i, para el interior del tubo; h_j, para la pared interior del encamisado; h_o, para el exterior del tubo; h_w, de la película gaseosa próxima a la pared del tubo; h_{lecho}, del lecho de relleno

j_H Factor j, adimensional; j_o, para la transmisión de calor del lado de la carcasa

K Coeficiente en la Ecuación (15.13); K_1, en la Ecuación (15.16)

k Conductividad térmica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C; k_o, valor efectivo para el lecho de relleno; k_g, del gas; k_m, de la pared del tubo

L Longitud de la aleta o del cambiador, pies o m; L_o, perímetro de la aleta

m Masa de líquido, lb o kg

$\dot{m}$ Velocidad de flujo, lb/h o kg/h; ti,, del fluido de refrigeración

N_b Número de tubos en la ventana de la placa deflectora

N_{Pr} Número de Prandtl, $c_p\mu/k$

N_{Re} Número de Reynolds, DG/μ o $D_a^2 n\rho/\mu$; $N_{Re,\,p}$, para un lecho de relleno, $D_p G/\mu$

n Velocidad del rodete o del rascador, r/s o r/h

P Ancho de la placa, pies o m

p Distancia entre los centros de los tubos, pies o m

Q Cantidad de calor, Btu o J; Q_T, cantidad total transferida durante el intervalo de tiempo t_T

q Velocidad de transmisión de calor, Btu/h o W

r Radio interior del tubo, pies o m; r_H, radio hidráulico

S Area de la sección transversal, pie^2 o m^2; S_b, área para el flujo en la ventana de la placa; S_c, área para el flujo cruzado en la carcasa del cambiador

T Temperatura, °F o °C; T_F, para la distancia x desde la base de la aleta; T_a, valor inicial; T_b, valor final; T_{ca}, a la entrada del fluido frío; T_{cb}, a la salida del fluido frío; T_{ci}, temperatura intermedia del fluido frío; T_{ha}, a la entrada del fluido caliente; T_{hb}, a la salida del fluido caliente; T_j, en el encamisado; T_r, temperatura reducida; T_s, temperatura del fluido de calefacción con temperatura constante; T_w, de la superficie o parte desnuda del tubo con aletas; $\bar{T}$, valor medio en un lecho de relleno

t Tiempo, s o h; t_T, intervalo de tiempo

U Coefidiente global de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; U_i, basado en el área interior

v Velocidad del fluido, pies/s o m/s

$\bar{V}$ Velocidad media del fluido en la dirección longitudinal, pies/s o m/s.

x_F Altura de la aleta, pies o m; x_w, espesor de la pared del tubo

y_F Espesor de la aleta, pies o m

Z Relación de los intervalos de temperatura en cambiadores de paso múltiple o de flujo cruzado, adimensional [Ec. (15.6)].

Letras griegas

α Difusividad térmica, pie^2/h o m^2/h

A T Diferencia de temperatura, °F o "C; ΔT_o, entre el fluido y el tubo con aletas; AT, valor medio global corregido; ΔT_F, diferencia media entre el fluido y las aletas; ΔT_L, valor medio logarítmico

η_F Eficacia de aleta, $\Delta T_F/\Delta T_o$

η_H Eficacia de calentamiento, adimensional [Ec. (15.7)]
μ Viscosidad absoluta, lb/pies-h o cP; μ_w, para la temperatura de la pared o superficie
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3
ϕ_v Relación $(\mu/\mu_w)^{0,14}$

PROBLEMAS

15.1. Un cambiador de calor de dos pasos de tubos verticales se utiliza para calentar un gasoil. Como medio de calefacción se utiliza vapor de agua saturado a 50 lb_f/pie^2 manométricas. Los tubos son de acero de 1 pulg de diámetro exterior y 16 BWG. El gasoil entra a 60 °F y sale a 150 °F. La relación viscosidad-temperatura es exponencial. La viscosidad a 60 °F es 5,0 cP y a 150 °F es 1,8 cP. La densidad relativa del gasoil (37° API) es 0,840 a 60 °F. El flujo de gasoil es de 120 barriles/h (1 barril = 42 galones). Supóngase que el vapor de agua condensa en película. La conductividad calorífica del gasoil es 0,078 Btu/pies-h-°F, y el calor específico es 0,480 Btu/lb-°F. La velocidad del gasoil en los tubos será aproximadamente de 3 pies/s. Calcúlese la longitud que han de tener los tubos del cambiador.

15.2. Cromando la superficie exterior de los tubos del Problema 15.1 y añadiendo mercaptano al vapor de agua, la condensación se produce en gotas y el coeficiente del vapor condensante resulta ser 14 000 Btu/pie²-h-°F. ¿Cuánto gasoil podrá calentar dicho cambiador desde 60 hasta 150 °F en estas nuevas condiciones del lado del vapor de agua?

15.3. En dirección perpendicular a una bancada de tubos, que tiene 10 tubos y 10 espacios de anchura y 10 hileras de profundidad, circula aire con una velocidad de 2,4 m^3/s (medido a 0 °C y 1 atm). La longitud de cada tubo es de 3 m. Los tubos están situados en disposición triangular, con una distancia entre centros de los tubos de 75 mm. Se desea calentar el aire desde 20 hasta 40 °C a la presión atmosférica. ¿Qué presión del vapor de agua debe utilizarse? Los tubos están formados por tubería de acero de 25 mm de diámetro exterior.

15.4. Se desean calentar 300000 lb/h de un crudo de petróleo desde 70 hasta 136 °F mediante intercambio de calor con un producto de cola de una unidad de destilación. El producto, a razón de 257 000 lb/h, ha de enfriarse desde 295 hasta 225 °F. Se dispone de un cambiador tubular de tubos de acero dentro de una carcasa de 23 $\frac{1}{4}$ pulg de diámetro, con un paso del lado de la carcasa y dos pasos del lado de los tubos. Tiene 324 tubos de $\frac{3}{4}$ pulg de diámetro exterior, 14 BWG, y 12 pies de longitud, en disposición cuadrada de 1 pulg, soportados por placas con un corte de 25 por 100, separadas a intervalos de 9 pulg. ¿Será adecuado el cambiador?, es decir, ¿cuál es el factor de ensuciamiento permisible? Las propiedades medias se dan en la Tabla 15.2.

15.5. Un crudo de petróleo que tiene las propiedades que se indican en la Tabla 15.3 ha de calentarse en un calentador horizontal de paso múltiple con vapor de agua de una presión manométrica de 50 lb_f/pie^2. Los tubos son de acero de $\frac{3}{4}$ pulg de diámetro exterior, 16 BWG, y su longitud máxima es de 15 pies. El crudo entra a 100 °F y sale a 180 °F, entrando en los tubos con una velocidad de 3 pies/s. La velocidad de flujo total es de 150 gal/min. Supóngase que hay una mezcla completa del crudo después de cada paso. ¿Cuántos pasos se requieren?

15.6. Compárense los coeficientes predichos por la ecuación de Donohue [Ec. (15.4)] con los que se obtienen a partir de la Ecuación (12.70) para flujo perpendicular a un solo cilindro. ¿Puede justificarse la diferencia considerando las velocidades másicas media y máxima en el lado de la carcasa del cambiador?

Tabla 15.2. Datos para el Problema 15.4

	Producto, exterior de los tubos	Crudo, interior de los tubos
c_p, Btu/lb-°F	0,525	0,475
μ, cP	5,2	2,9
ρ, lb/pie^3	54,1	51,5
k, Btu/pies-h-°F	0,069	0,0789

Tabla 15.3. Datos para el Problema 15.5

Temp., °F	Conductividad calorífica, Btu-pies-h-°F	Viscosidad cinemática, 10^5 pie^2/s	Densidad lb/pie^3	Calor específico, Btu/lb-°F
100	0,0739	36,6	55,25	0,455
120	0,0737	21,8	54,81	0,466
140	0,0733	14,4	54,37	0,477
160	0,0728	10,2	53,92	0,487
180	0,0724	7,52	53,48	0,498
200	0,0719	5,70	53,03	0,508
220	0,07 ll	4,52	52,58	0,519
240	0,0706	3,67	52.13	0,530
260	0,0702	3,07		0,540

15.7. Una corriente de aceite ha de calentarse desde 100 hasta 300 °F utilizando una segunda corriente de igual velocidad de flujo a 400 "F. (a) Si los aceites tienen la misma viscosidad para una determinada temperatura, ¿deberá introducirse el aceite caliente por el lado de la carcasa o por el lado de los tubos del cambiador? (b) ¿Sería su respuesta la misma si el aceite más frío estuviese a una presión mucho mayor que el aceite caliente?

15.8. Un cambiador de carcasa y tubos se utiliza para enfriar una corriente acuosa desde 200 hasta 90 °F empleando agua de refrigeración a 70 °F. *Si* la velocidad de flujo del agua de refrigeración es el doble que la de la corriente de proceso, ¿se obtendría un coeficiente global más elevado circulando el agua de refrigeración por los tubos, o por la carcasa?

15.9. Se ha de diseñar una calandria de circulación natural calentada con vapor de agua para ebullir 8000 lb/h de clorobenceno a la presión atmosférica. *(a)* ¿Qué superficie de calefacción aproximada se requerirá? (b) ¿Qué superficie se requeriría si la presión media en la calandria fuese de 0,4 atm absolutas? La temperatura normal de ebullición del clorobenceno es 132,0 °C y su temperatura crítica es 359,2 "C.

15.10. Estireno líquido, a 60 °C, ha de calentarse en un tanque de 6 pies de diámetro provisto de un encamisado para vapor de agua y equipado con una turbina de seis palas normales. *(a)* Calcúlese el coeficiente de película para la pared interior, h_j, si la velocidad del agitador es de 160 rpm. (b) Si se utilizase una turbina con palas abatidas a la que se le comunica la misma potencia ¿cuál sería el coeficiente en comparación con el de la turbina normal?

15.11. Un tanque de 2 m de diámetro, provisto de un agitador de turbina, contiene 6200 kg de una disolución acuosa diluida. El agitador tiene $\frac{2}{3}$ m de diámetro y gira a 140 rpm. El tanque está provisto de una camisa en la que condensa vapor de agua a

110 °C y el área de transmisión de calor es de 14 m^2. Las paredes del tanque son de acero con un espesor de 10 mm. Si la disolución está a 40 °C y el coeficiente de transmisión de calor del vapor de agua condensante es de 10 kW/m^2-°C, ¿cuál es la velocidad de transmisión de calor entre el vapor de agua y el líquido?

15.12. Para las condiciones del Problema 15.11, ¿cuánto tiempo se necesitará para calentar el contenido del tanque (a) desde 20 hasta 60 "C, (b) desde 60 hasta 100 "C?

15.13. Compárense las Ecuaciones (15.21) y (15.22) con respecto al efecto de las siguientes variables sobre el coeficiente de transmisión de calor que predicen: (a) conductividad calorífica, (b) calor específico, (c) densidad del líquido, (d) velocidad del agitador, (e) diámetro del agitador, (f) velocidad longitudinal del fluido.

15.14. Para su utilización en una planta piloto se hace circular aire a través de un tubo de 2 pies equipado con una cinta calefactora eléctrica arrollada a su superficie exterior. ¿Por qué factor se multiplicaría el coeficiente global de transmisión de calor si el tubo se llenase con partículas de aluminio de $\frac{1}{2}$ pulg? El número de Reynolds basado en el tubo vacío es 12 000.

15.15. Una reacción exotérmica en fase gaseosa se realiza en un reactor multitubular con el catalizador en el interior de tubos de 1 pulg y agua hirviendo en el encamisado. La temperatura de la alimentación y la del encamisado son 240 "C. La temperatura del reactor aumenta hasta 250 °C a una corta distancia de la entrada y después disminuye gradualmente hasta 241 °C a la salida del reactor. La resistencia a la transmisión de calor es aproximadamente igual en el lecho y en la película de la pared. Si el diámetro del tubo aumentase hasta 1,5 pulg utilizando el mismo catalizador, ¿cuál habria de ser la temperatura del encamisado para mantener la temperatura del reactor en 250 "C? Dibújense los perfiles de temperatura para los dos casos. ¿Qué presión del vapor de agua se generaría en los dos casos?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. American Society of Mechanical Engineers: «Rules for Construction of Unfired Pressure Vessels», New York, 1983.
2. CUMMINGS, G. H., y WEST, A. S.: *Ind. Chem.*, **42**:2303 (1950).
3. DONOHUE, D. A.: *Ind. Eng. Chem.*, **41**:2499 (1949).
4. FRANK, O., y PRICKETT, R. D.: *Chem. Eng.*, **80**(20):107 (1973).
5. GARDNER, K. A.: *Truns. ASME*, **67**:621 (1945).
6. GIANOLIO, E., y CUTI, F.: *Heat Trans. Eng.*, **3**(1):38 (1981).
7. HARRIOTT, P.: *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **29**:137 (1959).
8. HUGHMARK, G. A.: *Chem. Eng. Prog.*, **60**(7):59 (1964).
9. JAKOB, M.: «Heat Transfer», vol. 2, Wiley, New York, 1957.
10. JOHNSON, D. L., y YUKAWA, Y.: *Chem. Eng. Prog.*, **75**(7):47 (1979).
11. KAYS, W. M., y LONDON, A. L.: «Compact Heat Exchangers», 2." ed., McGraw-Hill, New York, 1964.
12. KERN, D. Q.: «Process Heat Transfer», McGraw-Hill, New York; (a) pp. 626-637.
13. LERNER, J. E.: *Hydrocarbon Proc.*, **51**(2):93 (1972).
14. LI, C. H., y FINLAYSON, B. A.: *Chem. Eng. Sci.*, **32**:1055 (1977).
15. MCADAMS, W. H.: «Heat Transmission», 3." ed., McGraw-Hill, New York, 1954.
16. OLDSHUE, J. Y., y GRETTON, A. T.: *Chem. Eng. Prog.*, **50**:615 (1954).
17. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., McGraw-Hill, New York, 1973; (a) p. 10-22; (*b*) pp. Il-3 y ss.
18. PETERS, P.: M. S. Thesis, Cornell Univ., Ithaca, N.Y., 1982.
19. RAMDAS, V.; UHL, V. W.; OSBORNE, M. W., y ORTT, J. R.: *Heat Trans. Eng.*, **1**(4):38 (1980).

20. SCHOTTE, W.: *AIChE J.*, 6:63 (1960).
21. SKELLAND, A. H. P.: *Chem. Eng. Sci.*, 7:166 (1958).
22. STREK, F., y MASIUK, S.: *Intl. Chem. Eng.*, 7:693 (1967).
23. Tubular Exchangers Manufacturers Association: «Standards of the TEMA», 6." ed. New York, 1978.
24. UHL, V. W., y GRAY, J. B.: «Mixing», vol. 1, Academic, New York, 1966; (a) página 284; (b) páginas 298-303.

CAPITULO

DIECISEIS

EVAPORACION

En el Capítulo 13 se ha tratado de una forma general la transmisión de calor a un líquido en ebullición. Un caso especial ocurre con tanta frecuencia que se considera como una operación individual, que se denomina ***evaporación y*** que es el tema de este capítulo.

El objetivo de la evaporación es concentrar una disolución consistente en un soluto no volátil y un disolvente volátil. En la mayor parte de las evaporaciones el disolvente es agua. La evaporación se realiza vaporizando una parte del disolvente para producir una disolución concentrada. La evaporación difiere del secado en que el residuo es un líquido -a veces altamente viscoso- en vez de un sólido; difiere de la destilación en que el vapor es generalmente un solo componente y, aun cuando el vapor sea una mezcla, en la evaporación no se intenta separar el vapor en fracciones; difiere de la cristalización en que su interés reside en concentrar una disolución y no en formar y obtener cristales. En ciertas situaciones, por ejemplo, en la evaporación de salmuera para producir sal común, la separación entre evaporación y cristalización dista mucho de ser nítida. La evaporación produce a veces una suspensión de cristales en unas aguas madres saturadas. En este libro tales procesos se consideran en el Capítulo 28, que está dedicado a cristalización.

Normalmente, en evaporación el producto valioso es el líquido concentrado mientras que el vapor se condensa y se desecha. Sin embargo, en algún caso concreto puede ocurrir lo contrario. El agua salubre se evapora con frecuencia para obtener un producto exento de sólido para la alimentación de calderas, para procesos con requerimientos especiales o para el consumo humano. Esta técnica se conoce con frecuencia con el nombre de ***destilación de agua,*** pero se trata en realidad de evaporación. Se han desarrollado procesos de evaporación a gran escala utilizándose para la recuperación de agua potable a partir de agua de mar. En este caso el agua condensada es el producto deseado. Solamente se recupera una fracción del agua contenida en la alimentación, mientras que el resto se devuelve al mar.

Características del líquido. La solución práctica a un problema de evaporación está produndamente afectada por el carácter del líquido que se concentra. Preci-

samente es la gran variedad de características de dichos líquidos (que demanda criterio y experiencia en el diseño y operación de evaporadores) lo que amplía esta operación desde una sencilla transmisión de calor hasta un arte separado. A continuación se comentan algunas de las propiedades más importantes de los líquidos que se evaporan.

Concentración. Aunque la disolución que entra como alimentación de un evaporador puede ser suficientemente diluida teniendo muchas de las propiedades físicas del agua, a medida que aumenta la concentración la disolución adquiere cada vez un carácter más individualista. La densidad y la viscosidad aumentan con el contenido de sólido hasta que la disolución o bien se transforma en saturada o resulta inadecuada para una transmisión de calor adecuada. La ebullición continuada de una disolución saturada da lugar a la formación de cristales, que es preciso separar pues de lo contrario obstruyen los tubos. La temperatura de ebullición de la disolución puede también aumentar considerablemente al aumentar el contenido de sólido, de forma que la temperatura de ebullición de una disolución concentrada puede ser mucho mayor que la del agua a la misma presión.

Formación de espuma. Algunos materiales, especialmente sustancias orgánicas, forman espuma durante la vaporización. Una espuma estable acompaña al vapor que sale del evaporador dando lugar a un importante arrastre. En casos extremos toda la masa de líquido puede salir con el vapor y perderse.

Sensibilidad a la temperatura. Muchos productos químicos finos, productos farmacéuticos y alimentos se dañan cuando se calientan a temperaturas moderadas durante tiempos relativamente cortos. En la concentración de estos materiales se necesitan técnicas especiales para reducir tanto la temperatura del líquido como el tiempo de calentamiento.

Formación de costras. Algunas disoluciones depositan costras sobre las superficies de calefacción. En estos casos el coeficiente global disminuye progresivamente hasta que llega un momento en que es preciso interrumpir la operación y limpiar los tubos. Cuando las costras son duras e insolubles, la limpieza resulta difícil y costosa.

Materiales de construcción. Siempre que es posible, los evaporadores se construyen con algún tipo de acero. Sin embargo, muchas disoluciones atacan a los metales férreos y se produce contaminación. En estos casos se utilizan materiales especiales tales como cobre, níquel, acero inoxidable, grafito y plomo. Puesto que estos materiales son caros, resulta especialmente deseable obtener elevadas velocidades de transmisión de calor con el fin de minimizar el coste del equipo.

El diseñador de un evaporador ha de tener en cuenta muchas otras características del líquido. Algunas de ellas son el calor específico, el calor de concentración, la temperatura de congelación, la liberación de gas durante la ebullición, la toxicidad, los peligros de explosión, la radiactividad y la necesidad de operación

estéril. Debido a la gran variedad de propiedades de las disoluciones, se han desarrollado diferentes tipos de evaporadores. La elección para el caso de un problema específico depende esencialmente de las características del líquido.

Operación de simple y múltiple efecto. La mayoría de los evaporadores se calientan con vapor de agua que condensa sobre tubos metálicos. Generalmente el vapor es de baja presión, inferior a 3 atm absolutas, y con frecuencia el líquido que hierve se encuentra a un vacío moderado, de hasta 0,05 atm absolutas. Al reducir la temperatura de ebullición del líquido aumenta la diferencia de temperatura entre el vapor condensante y el líquido de ebullición y, por tanto, aumenta la velocidad de transmisión de calor en el evaporador.

Cuando se utiliza un solo evaporador, el vapor procedente del líquido en ebullición se condensa y desecha. Este método recibe el nombre de evaporación ***de simple efecto, y*** aunque es sencillo, utiliza ineficazmente el vapor. Para evaporar 1 kg de agua de la disolución se requieren de 1 a 1,3 kg de vapor de agua. Si el vapor procedente de uno de los evaporadores se introduce como alimentación en el elemento calefactor de un segundo evaporador, y el vapor procedente de éste se envía al condensador, la operación recibe el nombre de doble efecto. El calor del vapor de agua original es reutilizado en el segundo efecto, y la evaporación obtenida por unidad de masa del vapor de agua de alimentación al primer efecto es aproximadamente el doble. El método general para aumentar la evaporación por kilogramo de vapor de agua utilizando una serie de evaporadores entre el suministro de vapor vivo y el condensador recibe el nombre de ***euuporación en múltiple efecto.***

TIPOS DE EVAPORADORES

Los principales tipos de evaporadores tubulares calentados con vapor de agua actualmente utilizados son:

1. Evaporadores de tubos largos verticales.
   (a) Flujo ascendente (película ascendente).
   (b) Flujo descendente (película descentente).
   (c) Circulación forzada.
2. Evaporadores de película agitada.

Evaporadores con un paso a través y con circulación. Los evaporadores pueden operar bien como unidades con un paso a través o con circulación. En la operación con un paso a través, el líquido de alimentación pasa una sola vez a través de los tubos, desprende el vapor y sale de la unidad como disolución concentrada. Toda la evaporación tiene lugar en un solo paso. La relación de evaporación a alimentación está limitada en una unidad de un solo paso, por tanto, estos evaporadores se adaptan bien a la operación en múltiple efecto, donde la concentración total puede conseguirse en varios efectos. Los evaporadores de película agitada operan siempre con un solo paso a través; los evaporado-

res de película ascendente y de película descendente pueden también operar en esta forma.

Los evaporadores con un solo paso a través son especialmente útiles para materiales sensibles al calor. Operando a vacío elevado se puede mantener baja la temperatura del líquido. Con un solo paso rápido a través de los tubos la disolución concentrada está a la temperatura de evaporación, pero solamente durante un corto período de tiempo, y puede enfriarse muy rápidamente en cuanto sale del evaporador.

En los evaporadores con circulación se mantiene una masa líquido dentro del equipo. La alimentación que entra se mezcla con la mása de líquido y después pasa a través de los tubos. El líquido no evaporado descarga de los tubos y retorna al equipo, de forma que en cada paso solamente ocurre una parte de la evaporación total. Todos los evaporadores de circulación forzada operan en esta forma; los evaporadores de película ascendente son generalmente unidades de circulación.

La disolución concentrada procedente de un evaporador con circulación se retira de la masa de líquido. Por tanto, ésta ha de tener la máxima concentración. Puesto que el líquido que entra en los tubos puede contener varias partes de disolución concentrada por cada parte de alimentación, su concentración, densidad, viscosidad y temperatura de ebullición son próximas al valor máximo. En consecuencia, el coeficiente de transmisión de calor tiende a ser bajo.

Los evaporadores de circulación no son muy adecuados para concentrar líquidos sensibles al calor. Con un vacío razonablemente bueno la temperatura de la masa de líquido puede no ser destructiva, pero el líquido está repetidamente expuesto al contacto con los tubos calientes; por consiguiente, algo de líquido puede calentarse a una temperatura excesivamente elevada. Aunque el tiempo de residencia del líquido en la zona de calentamiento puede ser corto, parte del líquido está retenido en el evaporador un tiempo considerable, y el calentamiento prolongado de aun una pequeña parte de un material sensible al calor, tal como un producto alimenticio, puede estropear todo el producto.

Sin embargo, los evaporadores de circulación pueden operar en un elevado intervalo de concentración entre la alimentación y la disolución concentrada utilizando una sola unidad, adaptándose bien a la evaporación en un solo efecto. Pueden operar indistintamente con circulación natural, con flujo a través de los tubos inducido por la diferencia de densidad, o con circulación forzada, promoviendo el flujo mediante una bomba.

Evaporadores de tubos largos con flujo ascendente. En la Figura 16.1 se representa un evaporador de tubos largos típico, con flujo ascendente del líquido. Las partes esenciales son (1) un cambiador de calor tubular con vapor de agua en el lado de la carcasa, y el líquido que se desea concentrar en el interior de los tubos, (2) un separador o espacio de vapor para separar el líquido arrastrado por el vapor, y (3) cuando opera como una unidad de circulación, una recirculación para el líquido desde el separador hasta el fondo del cambiador. Existen entradas para el líquido de alimentación y el vapor de agua, y salidas para el vapor, la

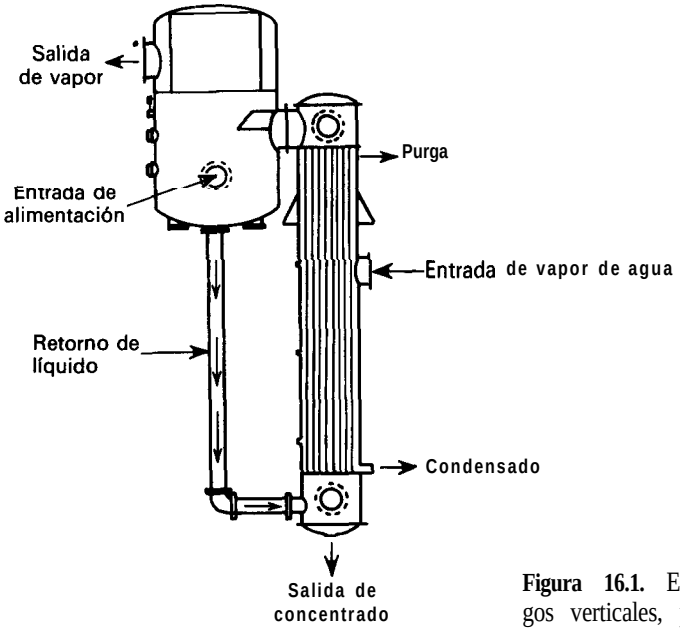


Figura 16.1. Evaporador de tubos largos verticales, película ascendente.

disolución concentrada, el vapor condensado y los gases no condensables procedentes del vapor de agua.

Los tubos son típicamente de 1 a 2 pulg de diámetro y 12 a 32 pies de longitud. El líquido y el vapor ascienden por el interior de los tubos como consecuencia de la acción de ebullición, y el líquido separado retorna al fondo de los tubos por gravedad. La alimentación diluida, con frecuencia a una temperatura próxima al ambiente, entra en el sistema y se mezcla con el líquido que retorna del separador. La mezcla entra por el fondo de los tubos, sobre la parte exterior de los cuales condensa vapor de agua. Durante una corta distancia la alimentación que entra en los tubos asciende como líquido recibiendo calor desde el vapor de agua. Después se forman burbujas en el líquido al comenzar la ebullición, aumentando la velocidad lineal y la velocidad de transmisión de calor. Cerca de la parte superior de los tubos las burbujas crecen rápidamente. En esta zona las burbujas de vapor alternan con masas de líquido que ascienden rápidamente a través de los tubos y salen a gran velocidad por la parte superior.

La mezcla de vapor y líquido que sale de los tubos entra en el separador. El diámetro del separador es mayor que el del cambiador, de tal forma que la velocidad del vapor disminuye rápidamente. Como una ayuda adicional para la eliminación de las gotitas de líquido, el vapor choca y pasa sobre un conjunto de placas deflectoras después de salir del separador. El evaporador que se muestra en la Figura 16.1 solamente puede operar como una unidad de circulación.

Los evaporadores de tubos largos verticales son especialmente eficaces para concentrar líquidos que tienden a formar espuma. La espuma se rompe cuando la mezcla de líquido y vapor de alta velocidad choca contra las placas deflectoras.

Evaporadores de película descendente[7, 8]. La concentración de materiales altamente sensibles al calor, tales como el zumo de naranja, requieren un tiempo mínimo de exposición a una superficie caliente. Esto puede conseguirse con evaporadores de película descendente de un solo paso, en los que el líquido entra por la parte superior, desciende por el interior de los tubos calentados con vapor de agua, y sale por el fondo. Los tubos son grandes, de 2 a 10 pulg de diámetro. El vapor procedente del líquido generalmente es arrastrado hacia abajo con el líquido y sale por el fondo de la unidad. Aparentemente estos evaporadores parecen largos cambiadores tubulares verticales con un separador de líquido y vapor en el fondo y un distribuidor de líquido en la parte superior.

El principal problema de un evaporador de película descendente es la distribución uniforme del líquido formando una película interior en los tubos. Esto se consigue mediante una serie de placas metálicas perforadas situadas sobre una placa tubular cuidadosamente nivelada, por medio de inserciones en los extremos de los tubos que generen un flujo uniforme en cada tubo, o mediante distribuidores tipo «araña» con brazos radiales que distribuyen con velocidad constante la alimentación sobre la superficie interior de cada tubo. Otra forma consiste en utilizar una boquilla individual de pulverización dentro de cada tubo.

Cuando se puede utilizar recirculación sin dañar al líquido, la distribución del líquido en los tubos se facilita mediante una moderada recirculación del líquido hacia la parte superior de los tubos. Esto da lugar a un mayor flujo de líquido a través de los tubos de lo que es posible en la operación con un solo paso.

Para una buena transmisión de calor el número de Reynolds $4\Gamma/\mu$ de la película descendente ha de ser superior a 2000 en todos los puntos del tubo[4]. Durante la evaporación se reduce continuamente la cantidad de líquido al circular desde la cima hasta el fondo del tubo, de forma que la concentración que se puede alcanzar en un solo paso es limitada.

Los evaporadores de película descendente, sin recirculación y con cortos tiempos de residencia, tratan productos sensibles que no pueden concentrarse de otra forma y se adaptan bien a la concentración de líquidos viscosos.

Evaporadores de circulación forzada. En un evaporador de circulación natural[3] el líquido entra en los tubos con una velocidad de 1 a 4 pies/s. La velocidad final aumenta rápidamente al formarse vapor en los tubos, de forma que generalmente las velocidades de transmisión de calor son satisfactorias. Sin embargo, con líquidos viscosos el coeficiente global en una unidad de circulación natural puede ser demasiado bajo desde el punto de vista económico. Coeficientes más elevados se obtienen en evaporadores de circulación forzada, un ejemplo de los cuales se muestra en la Figura 16.2. En este caso una bomba centrífuga impulsa el líquido a través de los tubos entrando con velocidad de 6 a 18 pies/s. Los tubos están sometidos a una carga estática suficiente para asegurar que no se produce ebullición en los mismos; el líquido comienza a sobrecalentarse a medida que se reduce la carga hidrostática con el flujo desde el calentador hasta el espacio de vapor, y se genera una mezcla de vapor y líquido a la salida del cambiador, justamente antes de entrar en el cuerpo del evaporador. La mezcla de vapor y líquido choca contra una placa deflectora en el espacio de vapor. El líquido

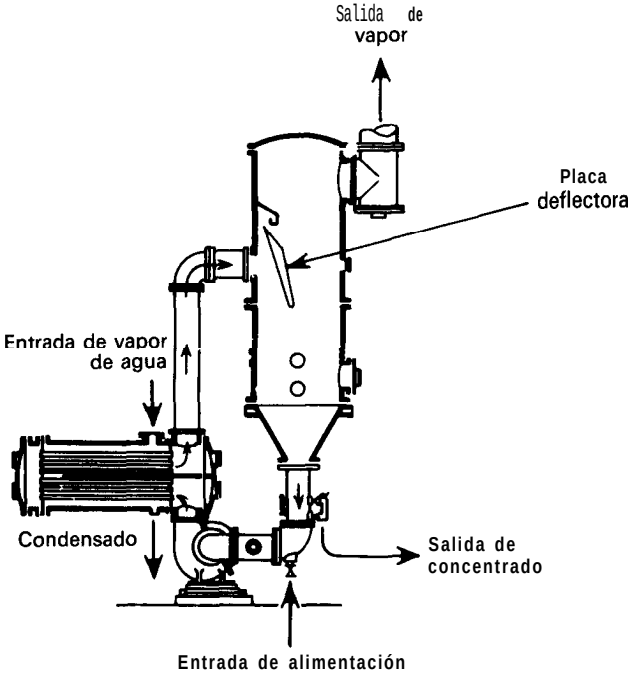


Figura 16.2. Evaporador de circulación forzada con elemento de calefacción separado de dos pasos horizontales.

retorna a la entrada de la bomba, donde se mezcla con la alimentación fresca; el vapor sale por la parte superior del cuerpo del evaporador hacia el condensador, o bien pasa al siguiente efecto. La parte de líquido que abandona el separador se retira de forma continua como concentrado.

En el diseño que se muestra en la Figura 16.2 el cambiador tiene tubos horizontales y es de dos pasos, tanto del lado de los tubos como del de la carcasa. En otros diseños se utilizan cambiadores verticales de un solo paso. En ambos casos los coeficientes de transmisión de calor son elevados, especialmente con líquidos poco viscosos, pero la gran mejora con respecto a la evaporación de circulación natural se produce con líquidos viscosos. En el caso de líquidos poco viscosos la mejora que se obtiene con circulación forzada no compensa los costes adicionales de bombeo con respecto a la circulación natural, pero en cambio sí compensa con líquidos viscosos, especialmente cuando hay que utilizar como materiales de construcción metales costosos. Un ejemplo es la sosa cáustica donde el equipo es de níquel. En el caso de evaporadores de múltiple efecto que dan lugar a un concentrado final viscoso, los primeros efectos pueden ser unidades de circulación natural, mientras que los demás, que operan con líquidos viscosos, son unidades de circulación forzada. Debido a las altas velocidades con las que opera un evaporador de circulación forzada, el tiempo de residencia del líquido en los tubos es corto (del orden de 1 a 3 s) de forma que se pueden

concentrar líquidos moderadamente sensibles al calor. También son efectivos para concentrar disoluciones salinas o que tienden a formar espumas.

Evaporador de película agitada. La principal resistencia a la transmisión de calor desde el vapor de agua que condensa hasta el líquido que hierve en un evaporador reside del lado del líquido. Por tanto, cualquier método para disminuir esta resistencia produce un considerable aumento del coeficiente global de transmisión de calor. En evaporadores de tubos largos, especialmente con circulación forzada, la velocidad del líquido a través de los tubos es elevada. El flujo del líquido es altamente turbulento y la velocidad de transmisión de calor es elevada. Otra forma de aumentar la turbulencia es mediante agitación mecánica de la película de líquido, tal como se muestra en el evaporador de la Figura 16.3, que es un evaporador de película descendente modificado, con un solo tubo encamisado que contiene un agitador interno. La alimentación entra por la parte superior de la sección encamisada y se dispersa en forma de una película altamente turbulenta mediante las placas verticales del agitador. El concentrado sale por la parte inferior de la sección encamisada, mientras que el vapor asciende desde la zona de vaporización hasta un separador no encamisado cuyo diámetro es algo mayor que el tubo de evaporación. En el separador las palas del agitador proyectan hacia fuera el líquido arrastrado que choca contra unas placas verticales estacionarias. Las gotas coalescen sobre estas placas y retornan a la sección de vaporación. El vapor exento de líquido sale a través de los orificios situados en la parte superior de la unidad.

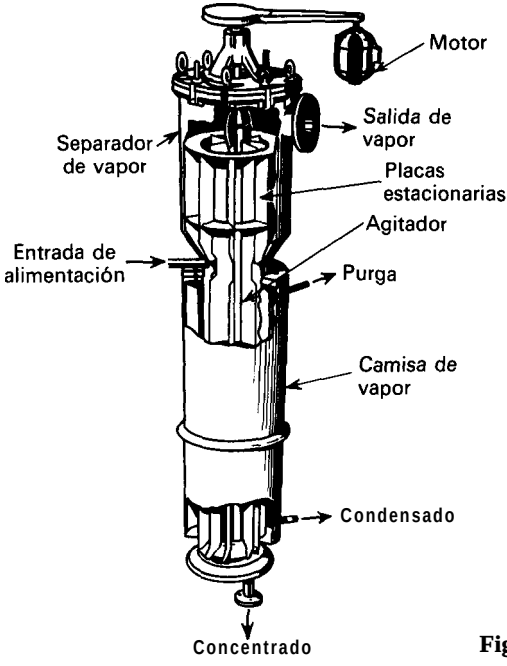


Figura 16.3. Agitador de película agitada.

La principal ventaja de un evaporador de película agitada es su capacidad para conseguir elevadas velocidades de transmisión de calor con líquidos viscosos. El producto puede tener una viscosidad tan elevada como 1000 P a la temperatura de evaporación. Para líquidos moderadamente viscosos el coeficiente de transmisión de calor puede estimarse a partir de la Ecuación (15.21). Como en otros evaporadores, el coeficiente global disminuye a medida que aumenta la viscosidad, pero en este diseño la disminución es suave. Con materiales altamente viscosos el coeficiente es considerablemente mayor que en los evaporadores de circulación forzada y mucho mayor que en las unidades de circulación natural. El evaporador de película agitada es particularmente eficaz con materiales viscosos sensibles al calor tales como gelatina, látex de caucho, antibióticos y zumos de frutas. Sus desventajas son el elevado coste, las partes internas móviles que pueden requerir un importante mantenimiento, así como la baja capacidad de cada unidad que es muy inferior a la de los evaporadores multitubulares.

FUNCIONAMIENTO DE LOS EVAPORADORES TUBULARES

Las principales características de funcionamiento de un evaporador tubular calentado con vapor de agua son la capacidad y la economía. La capacidad se define como el número de libras de agua evaporada por hora. La economía es el número de libras vaporizadas por libra de vapor vivo que entra en la unidad. En un evaporador de simple efecto la economía es siempre algo menor que la unidad, pero en los evaporadores de múltiple efecto puede se considerablemente mayor. También es importante el consumo de vapor, en libras por hora, que es igual a la capacidad dividida por la economía.

Capacidad de un evaporador

La velocidad de transmisión de calor q a través de la superficie de calefacción de un evaporador, de acuerdo con la definición del coeficiente global de transmisión de calor dada por la Ecuación (11.9), es igual al producto de tres factores: el área A de la superficie de transmisión de calor, el coeficiente global de transmisión de calor U, y la caída global de temperatura AT, o sea

$$q = UAAT \tag{16.1}$$

Si la alimentación que entra en el evaporador está a la temperatura de ebullición correspondiente a la presión existente en el espacio de vapor, todo el calor transmitido a través de la superficie de calefacción es utilizado en la evaporación y la capacidad es proporcional a q. Si la alimentación está fría, el calor que se requiere para calentarla hasta su temperatura de ebullición puede ser bastante grande y, consecuentemente, se reduce la capacidad para un valor dado de q, toda vez que el calor utilizado para calentar la alimentación no está disponible para la evaporación. Por el contrario, si la alimentación está a una temperatura superior a la de ebullición en el espacio de vapor, una parte de la alimentación se

evapora expontáneamente mediante equilibrio adiabático con la presión del espacio de vapor y la capacidad es superior a la correspondiente a ***q.*** Este proceso recibe el nombre de ***evaporación de flash.***

La caída real de temperatura a través de la superficie de calefacción depende de la disolución que se evapora, de la diferencia de presión entre la cámara de vapor y el espacio de vapor situado encima del líquido en ebullición, así como de la altura de líquido sobre la superficie de calefacción. En algunos evaporadores la velocidad del líquido en los tubos también influye sobre la caída de temperatura debido a que la pérdida por fricción en los tubos aumenta la presión efectiva del líquido. Cuando la disolución tiene las características del agua pura, su temperatura de ebullición puede obtenerse a partir de las tablas del vapor de agua conocida la presión. Sin embargo, en los evaporadores reales la temperatura de ebullición de una disolución está afectada por dos factores: el ascenso del punto de ebullición y la carga del líquido.

Elevación del punto de ebullición y regla de Dühring. La presión de vapor de la mayor parte de las disoluciones acuosas es menor que la del agua a la misma temperatura. Por tanto, para una presión dada, la temperatura de ebullición de las disoluciones es mayor que la del agua pura. El aumento del punto de ebullición sobre el del agua se conoce con el nombre de ***elevación del punto de ebullición*** de la disolución. Es pequeño para disoluciones diluidas y para disoluciones de coloides orgánicos pero puede alcanzar un valor de hasta 150 °F para disoluciones concentradas de sales inorgánicas. La elevación del punto de ebullición tiene que restarse de la caída de temperatura que se predice a partir de las tablas del vapor de agua.

Para disoluciones concentradas la elevación del punto de ebullición se obtiene mejor a partir de una regla empírica conocida como ***regla de Diihring,*** según la cual la temperatura de ebullición de una determinada disolución es una función lineal de la temperatura de ebullición del agua pura a la misma presión. Por tanto, si se representa la temperatura de ebullición de la disolución frente a la del agua a la misma presión se obtiene una línea recta. Para diferentes concentraciones resultan diferentes rectas. Para todo el intervalo de presiones la regla no es exacta, pero para un intervalo moderado las líneas son aproximadamente rectas aunque no necesariamente paralelas. La Figura 16.4 es un conjunto de líneas de Dühring para disoluciones de hidróxido sódico en agua[6]. La utilización de esta figura se puede ilustrar mediante un ejemplo. Si la presión sobre una disolución de hidróxido sódico al 25 por 100 es tal que el agua hierve a 180 °F, leyendo sobre el eje x para 180 °F en la línea de la disolución del 25 por 100, se encuentra horizontalmente en el eje *y* que la temperatura de ebullición de la disolución a esta presión es 200 “F. La elevación del punto de ebullición de la disolución para esta presión es, por tanto, 20 “F.

Efecto de la carga de líquido y de la fricción sobre la caída de temperatura. Si la profundidad de líquido en un evaporador es apreciable, el punto de ebullición correspondiente a la presión en el espacio de vapor es el punto de ebullición solamente de las capas superficiales del líquido. Una gota de líquido situada a

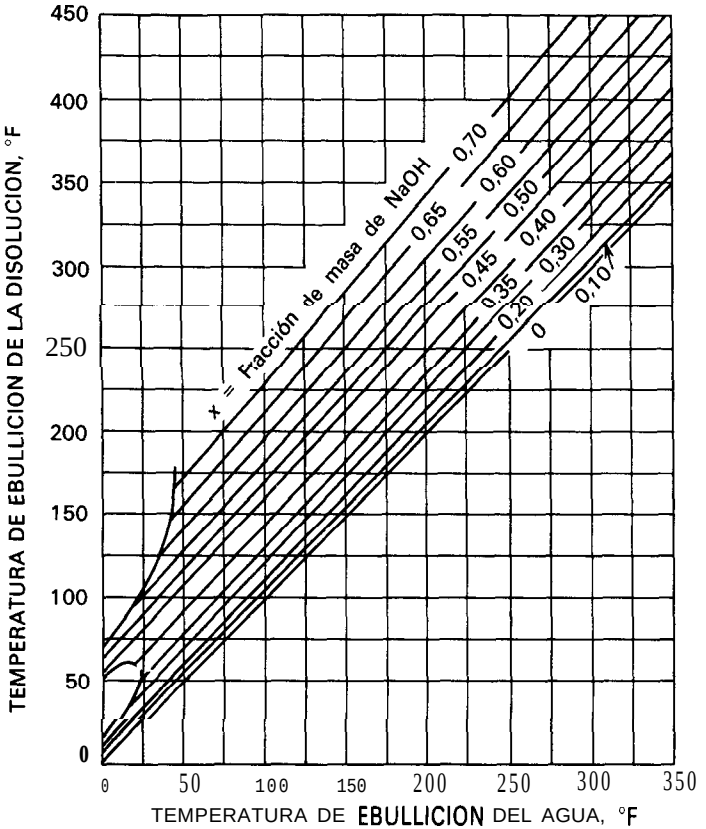


Figura 16.4. Líneas de Dühring para el sistema hidróxido sódico-agua. (*Según McCabe*[6].)

una distancia de Z pies por debajo de la superficie está sometida a la presión del espacio de vapor más una carga de Z pies de líquido y, por consiguiente, tiene un punto de ebullición más elevado. Además, cuando la velocidad del líquido es grande, las pérdidas por fricción en los tubos aumentan todavía más la presión media del líquido. Por tanto, en un evaporador real el punto medio de ebullición del líquido en los tubos es superior al punto de ebullición correspondiente a la presión existente en el espacio de vapor. Este aumento del punto de ebullición disminuye la caída media de temperatura entre el vapor de agua condensante y el líquido y reduce la capacidad. La reducción no puede estimarse cuantitativamente con precisión, pero el efecto cualitativo de la carga de líquido, especialmente con elevadas alturas de líquido y grandes velocidades, no puede ignorarse.

La Figura 16.5 relaciona las temperaturas en un evaporador con la distancia a lo largo del tubo, medida desde el fondo. El diagrama corresponde a un evaporador de tubos largos verticales con flujo ascendente del líquido. El vapor de agua entra en el evaporador por la parte superior de la camisa de vapor que rodea a los tubos y circula hacia abajo. El vapor de agua que entra puede estar

ligeramente sobrecalentado a la temperatura T_h. El sobrecalentamiento desaparece rápidamente y el valor desciende hasta la temperatura de saturación T_s. En la mayor parte de la superficie de calentamiento esta temperatura permanece invariable. Antes de que el condensado abandone el espacio del vapor de agua puede enfriarse ligeramente hasta la temperatura T_c.

En la Figura 16.5 se muestra la historia de temperatura de la disolución en los tubos representada por las líneas *abc* y *ab'c*. La primera corresponde a bajas velocidades, del orden de 3 pies/s, y la última a velocidades elevadas, superiores a 10 pies/s, estando ambas velocidades basadas sobre el flujo que entra por la parte inferior de los tubos[2]. Se supone que la alimentación entra en el evaporador a aproximadamente la temperatura de ebullición del líquido para la presión del espacio de vapor, y se representa por ***T***. Por tanto, el líquido que entra en el tubo está a la temperatura T, tanto si el flujo es de un solo paso como de circulación. A velocidades elevadas, el fluido permanece prácticamente líquido hasta el final del tubo y en las últimas pulgadas del mismo se escinde en una mezcla de líquido y vapor. La máxima temperatura del líquido corresponde al punto b' de la Figura 16.5, casi a la salida del tubo.

Para bajas velocidades, la escisión del líquido se produce cerca del centro del tubo y alcanza la máxima temperatura en el punto ***b*** de la Figura 16.5. El punto ***b*** divide el tubo en dos secciones, una sección sin ebullición por debajo del punto ***b*** y una sección con ebullición por encima de este punto.

Tanto para altas como para bajas velocidades el vapor y el líquido concentrado alcanzan el equilibrio para la presión existente en el espacio de vapor. Si el líquido tiene una elevación apreciable del punto de ebullición, la temperatura ***T*** es mayor que T', el punto de ebullición del agua pura a la presión del espacio de vapor. La diferencia entre ***T*** y T' es la elevación del punto de ebullición (BPE).

La caída de temperatura, corregida para la elevación del punto de ebullición, es $T_s - T$. La verdadera caída de temperatura, corregida para tener en cuenta la elevación del punto de ebullición y la carga estática, está representada por la

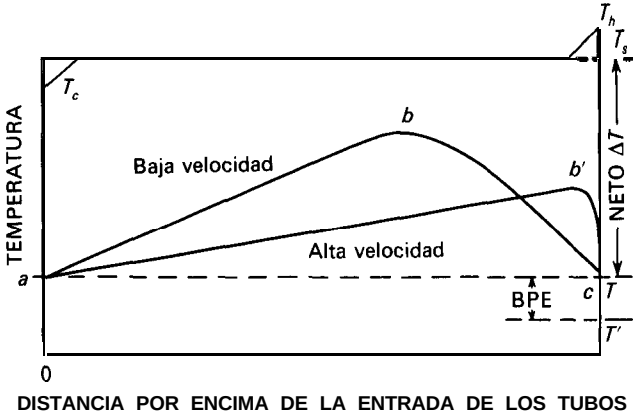


Figura 16.5. Historia de la temperatura del líquido en los tubos y caídas de temperatura en un evaporador de tubos largos verticales.

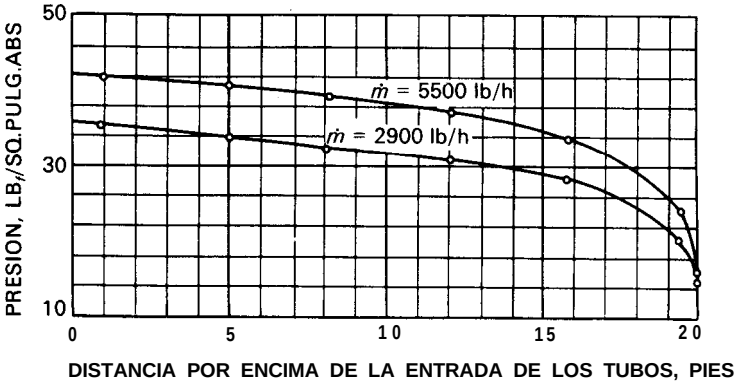


Figura 16.6. Historia de la presión del líquido en los tubos de un evaporador vertical. ***(Tomado, con autorización de los autores y editores, de W. H. Adams, «Heat Transmission», 3." ed., p. 403,*** 1954, ***McGraw-Hill Book Company.)***

separación media entre T_s y la temperatura variable del líquido. Aunque se dispone de algunas correlaciones' para determinar la verdadera caída de temperatura a partir de las condiciones de operación, generalmente su valor no está disponible para el diseñador y se utiliza la caída neta de temperatura, corregida solamente para la elevación del punto de ebullición.

La historia del fluido en el tubo se representa en la Figura 16.6, en la que se representa la presión frente a la distancia desde el fondo del tubo. La velocidad es tal que la ebullición comienza dentro del tubo. La caída total de presión en el tubo, despreciando los cambios de energía cinética, es la suma de la carga estática y la pérdida por fricción. La mezcla de vapor y agua en la sección de ebullición tiene una velocidad elevada, y la pérdida de fricción en esta sección es grande. Tal como muestran las curvas de la Figura 16.6, la presión varía suavemente en la sección donde no hay ebullición, donde la velocidad es baja, y rápidamente en la sección de ebullición, donde la velocidad es elevada.

Coeficientes de transmisión de calor. Tal como muestra la Ecuación (16.1), la densidad de flujo de calor y la capacidad del evaporador están afectadas tanto por la caída de temperatura como por el coeficiente global de transmisión de calor. La caída de temperatura está fijada por las propiedades del vapor de agua y del líquido que hierve y, excepto por lo que respecta a la carga hidrostática, no depende de la construcción del evaporador. Por otra parte, el coeficiente global está fuertemente influenciado por el diseño y la forma de operación del evaporador.

Tal como se ha visto en el Capítulo 11, Ecuación (11.35), la resistencia global a la transmisión de calor entre el vapor de agua y el líquido en ebullición es la suma de cinco resistencias individuales: la resistencia de la película de vapor; las dos resistencias de las costras, interior y exterior de los tubos; la resistencia de la pared del tubo; y la resistencia del líquido en ebullición. El coeficiente global es el inverso de la resistencia total. En la mayoría de los evaporadores el factor de

ensuciamiento del vapor de agua condensante y la resistencia de la pared del tubo son muy pequeños, y generalmente pueden despreciarse en el cálculo de evaporadores. En un evaporador de película agitada la pared del tubo es bastante gruesa, de forma que su resistencia puede ser una parte importante de la resistencia total.

Coeficientes de la película de vapor. El coeficiente de la película del vapor de agua es elevado, aun para la condensación en película. A veces se adicionan promotores al vapor de agua para provocar la condensación en gotas y aumentar todavía más el coeficiente. Puesto que la presencia de gases no condensables reduce sustancialmente el coeficiente de película del vapor, es preciso tomar precauciones para purgar los no condensables de la caja de vapor y prevenir la entrada de aire cuando el vapor de agua está a una presión inferior a la atmosférica.

Coeficientes del lado del líquido. El coeficiente del lado del líquido depende en gran medida de la velocidad del líquido sobre la superficie de calefacción. En la mayoría de los evaporadores, y especialmente en los que tratan materiales viscosos, la resistencia del lado del líquido controla la velocidad global de transmisión de calor hacia el líquido en ebullición. En los evaporadores de circulación natural el coeficiente del lado del líquido para disoluciones acuosas diluidas, tal como se indica en el Capítulo 15, está comprendido entre 200 y 600 $Btu/pie^2\text{-}h\text{-}°F$. La densidad de flujo de calor puede estimarse de forma conservadora, a partir de la Figura 15.11, para disoluciones que no generen ensuciamiento.

La circulación forzada conduce a coeficientes elevados del lado del líquido aun cuando la ebullición dentro de los tubos es suprimida por la elevada carga estática. El coeficiente del lado del líquido en un evaporador de circulación forzada puede estimarse a partir de la Ecuación (12.31) para la transmisión de calor hacia un líquido que no hierve, sí la constante 0,023 se cambia por 0,028 [1].

La formación de costras sobre los tubos de un evaporador añade una resistencia térmica equivalente a un factor de ensuciamiento.

Coeficientes globales. Debido a la dificultad de medir los elevados coeficientes de película individuales en un evaporador, los resultados experimentales generalmente se expresan en función de coeficientes globales, que están basados en la caída neta de temperatura corregida para tener en cuenta la elevación del punto de ebullición. Los coeficientes globales están, por supuesto, influenciados por los mismos factores que los coeficientes individuales; pero, sí una resistencia (tal como la de película del líquido) es controlante, variaciones importantes de las demás resistencias apenas tendrían efecto sobre el coeficiente global.

En la Tabla 16.1 se presentan coeficientes globales típicos para diferentes tipos de evaporadores. Estos coeficientes se aplican a condiciones en las que ordinariamente operan los distintos evaporadores. Una pequeña acumulación de costras reduce el coeficiente a una pequeña fracción de los valores para tubos limpios. Un evaporador de película agitada produce un coeficiente aparentemente bajo con un líquido de una viscosidad de 100 P pero este coeficiente es

Tabla 16.1. Coeficientes globales típicos de evaporadores

Tipo	Coeficiente global U	
	Btu/pie^2-h-°F	W/m^2-°C
Evaporadores de tubos verticales largos:		
Circulación natural	200-600	1000-3000
Circulación forzada	400-1000	2000-5000
Evaporador de película agitada, líquido newtoniano, viscosidad:		
1 cP	400	2000
1 P	300	2000
100 P	120	600

mucho mayor que el que podría obtenerse con cualquier otro tipo de evaporador que tratase un material tan viscoso.

En los evaporadores de circulación natural el coeficiente global es sensible a la caída de temperatura y a la temperatura de ebullición de la disolución. Con líquidos de baja viscosidad los coeficientes de transmisión de calor son elevados, del orden de 1000 a 2000 Btu/pie^2-h-°F para agua. En los manuales normales[5, 9a] se pueden encontrar datos representativos.

Economía de un evaporador

El principal factor que influye sobre la economía de un evaporador es el número de efectos. Mediante un diseño adecuado, la entalpía de vaporización del vapor de agua que entra en el primer efecto puede utilizarse una o más veces dependiendo del número de efectos. La economía también está influenciada por la temperatura de la alimentación. Si la temperatura es inferior a la de ebullición en el primer efecto, para el calentamiento de la carga se utiliza una parte de la entalpía de vaporización del vapor de agua y solamente una parte queda disponible para la ocupación. Si la alimentación está a una temperatura superior a la de ebullición, la vaporización súbita que se produce contribuye a generar una evaporación adicional a la producida por la condensación del vapor de agua. Desde el punto de vista cuantitativo la economía de un evaporador es totalmente una cuestión de balances de entalpía.

Balances de entalpía en un evaporador de simple efecto. En un evaporador de simple efecto el calor latente de condensación del vapor de agua es transmitido a través de una superficie de calefacción para vaporizar agua de una disolución a ebullición. Se necesitan dos balances de entalpía, uno para el vapor de agua y otro para el lado de la disolución o vapor.

La Figura 16.7 muestra esquemáticamente un evaporador de tubos verticales de simple efecto. La velocidad de flujo del vapor de agua y del condensado es ti,,

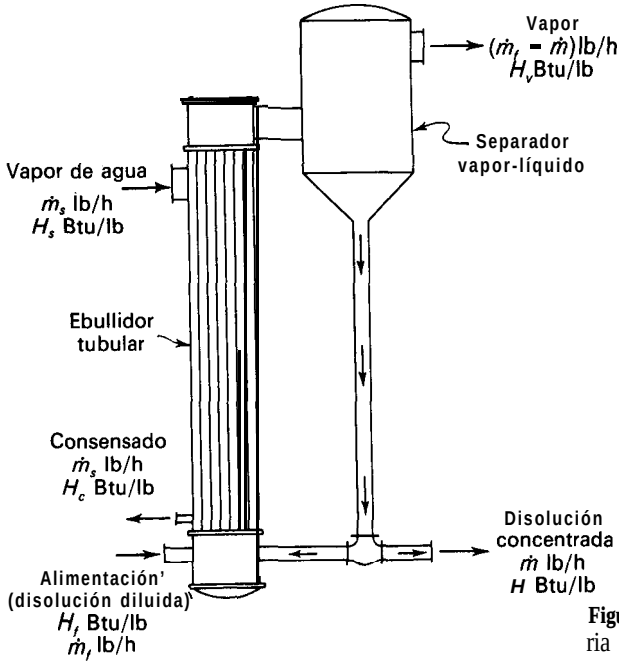


Figura 16.7. Balances de materia y energía en un evaporador.

la del líquido de alimentación es $\dot{m}_f$, y la del líquido concentrado es ti. La velocidad de flujo de vapor hacia el condensador, suponiendo que no precipitan sólidos del líquido, es $\dot{m}_f - \dot{m}$. Por otra parte, sea T_s la temperatura de condensación del vapor de agua, T la temperatura de ebullición del líquido en el evaporador, y T_f la temperatura de la alimentación.

Se supone que no hay fugas o arrastre, y que no es preciso tener en cuenta las pérdidas de calor en el evaporador. La corriente de vapor de agua que entra a la cámara de condensación puede estar sobrecalentada, y el condensado generalmente abandona la cámara de condensación algo subenfriado por debajo de su temperatura de ebullición. Sin embargo, tanto el sobrecalentamiento del vapor de agua como el subenfriamiento del condensado son pequeños y resulta aceptable despreciarlos al aplicar un balance de entalpía. Los pequeños errores que se cometen al despreciarlos se compensan aproximadamente al no tener en cuenta las pérdidas de calor desde el evaporador.

Con estas suposiciones la diferencia entre la entalpía del vapor de agua y la del condensado es simplemente λ_s, el calor latente de condensación del vapor de agua. El balance de entalpía para el lado del vapor de agua es

$$q_s = \dot{m}_s(H_s - H_c) = \dot{m}_s\lambda_s \tag{16.2}$$

donde q_s = velocidad de transmisión de calor a través de la superficie de calefacción desde el vapor de agua
H_v = entalpía específica del vapor de agua

H_c = entalpía específica del condensado
λ_s = calor latente de condensación del vapor de agua
$\dot{m}_s$ = velocidad de flujo del vapor de agua

El balance de entalpía para el lado de la disolución es

$$q = (\dot{m} - \dot{m}_f)H_v - \dot{m}_f H_f + \dot{m}H \tag{16.3}$$

donde q = velocidad de transmisión de calor desde la superficie de calefacción hacia el líquido
H_v = entalpía específica del vapor
H_f = entalpía específica de la disolución diluida
H = entalpía específica de la disolución concentrada

En ausencia de pérdidas de calor, el calor transmitido desde el vapor de agua hacia los tubos es igual al transmitido desde los tubos hacia la disolución y, por tanto, $q_s = q$. Así, igualando las Ecuaciones (16.2) y (16.3),

$$q = \dot{m}_s\lambda_s = (\dot{m}_f - \dot{m})H_v - \dot{m}_f H_f + \dot{m}H \tag{16.4}$$

Las entalpías del lado de la disolución H_v, H_f y H dependen de las características de la disolución que se concentra. La mayor parte de las disoluciones cuando se concentran o se diluyen a temperatura constante no producen un gran efecto térmico. Esto se cumple para disoluciones orgánicas, así como para disoluciones moderadamente concentradas de la mayor parte de las sustancias inorgánicas. Así, el azúcar, la sal común y las disoluciones de fábricas de papel no poseen calores de dilución o de mezcla apreciables. Por otra parte, el ácido sulfúrico, el hidróxido sódico y el cloruro cálcico, especialmente en disoluciones concentradas, desarrollan una cantidad de calor considerable cuando se diluyen y, por tanto, poseen importantes calores de dilución. Además del calor latente de vaporización, cuando las disoluciones de estas sustancias se concentran hasta densidades elevadas se requiere una cantidad equivalente de calor.

Balance de entalpía con calor de dilución despreciable. Para disoluciones cuyos calores de dilución son despreciables, los balances de entalpía para un evaporador de simple efecto pueden calcularse a partir de los calores específicos y las temperaturas de las disoluciones. La velocidad de transmisión de calor q del lado de la disolución incluye el calor transmitido hacia la disolución diluida q_f necesario para variar su temperatura desde T_f hasta la temperatura de ebullición T, así como el calor necesario para realizar la vaporización, q_v. Es decir,

$$4 = q_f + 4" \tag{16.5}$$

Si el calor específico de la disolución diluida se supone constante para el intervalo de temperatura comprendido entre T_f y T,

$$q_f = \dot{m}_f c_{pf}(T - T_f) \tag{16.6}$$

Por otra parte,

$$q_v = (\dot{m}_f - \dot{m})\lambda_v \tag{16.7}$$

donde c_{pf} = calor específico de la disolución diluida
λ_v = calor latente de vaporización desde la disolución concentrada

Si la elevación del punto de ebullición de la disolución concentrada es despreciable, $\lambda_v = \lambda$, que es el calor latente de vaporización del agua a la presión del espacio de vapor. Cuando la elevación del punto de ebullición es considerable, el vapor que abandona la disolución está sobrecalentado en una cantidad, en grados, igual a la elevación del punto de ebullición, y λ_v difiere ligeramente de λ. Sin embargo, en la práctica casi siempre resulta suficientemente exacto utilizar λ, que puede obtenerse directamente a partir de las tablas del vapor de agua (véase el Ap. B).

Sustituyendo de las Ecuaciones (16.6) y (16.7) en la Ecuación (16.5) se obtiene la ecuación final para el balance de entalpia en un evaporador de simple efecto cuando el calor de dilución es despreciable:

$$q = \dot{m}_f c_{pf}(T - T_f) + (\dot{m}_f - \dot{m})\lambda \tag{16.8}$$

Si la temperatura T_f de la disolución diluida es superior a T, el término $c_{pf}\dot{m}_f (T - T_f)$ es negativo y corresponde a la aportación neta de entalpía al evaporador por la disolución diluida. Esto representa la ***evaporación flash***. Si la temperatura T_f de la disolución diluida de la alimentación que entra en el evaporador es inferior a T, el término $\dot{m}_f c_{pf}(T - T_f)$ es positivo y, para una determinada evaporación, se requerirá un vapor de agua adicional para aportar esta entalpía. El término $\dot{m}_f c_{pf}(T - T_f)$ es, por tanto, la carga de calentamiento. Expresada en palabras, la Ecuación (16.8) establece que el valor procedente del vapor de agua condensante se utiliza (1) en vaporizar agua desde la disolución, y (2) en calentar la alimentación hasta la temperatura de ebullición; si la alimentación entra a una temperatura superior a la de ebullición en el evaporador, una parte de la evaporación procede de flash.

Balance de entalpía con calor de dilución apreciable; diagrama entalpía-concentración. Si el calor de dilución de la disolución que se concentra es demasiado grande para ser despreciado, la entalpía no es una función lineal de la concentración a temperatura constante. La fuente más satisfactoria para obtener valores de H_f y H para su utilización en la Ecuación (16.4) es un diagrama entalpía-concentración en el que la entalpía, en Btu por libra o julio por gramo de disolución, se representa frente a la concentración, en fracción de masa o porcentaje en peso de disolución[6]. Las isotermas del diagrama muestran la entalpía como una función de la concentración a temperatura constante.

La Figura 16.8 es un diagrama de entalpía-concentración para disoluciones de hidróxido sódico en agua. Las concentraciones están en fracción en masa de hidróxido sódico, las temperaturas en grados Fahrenheit y las entalpías en Btu

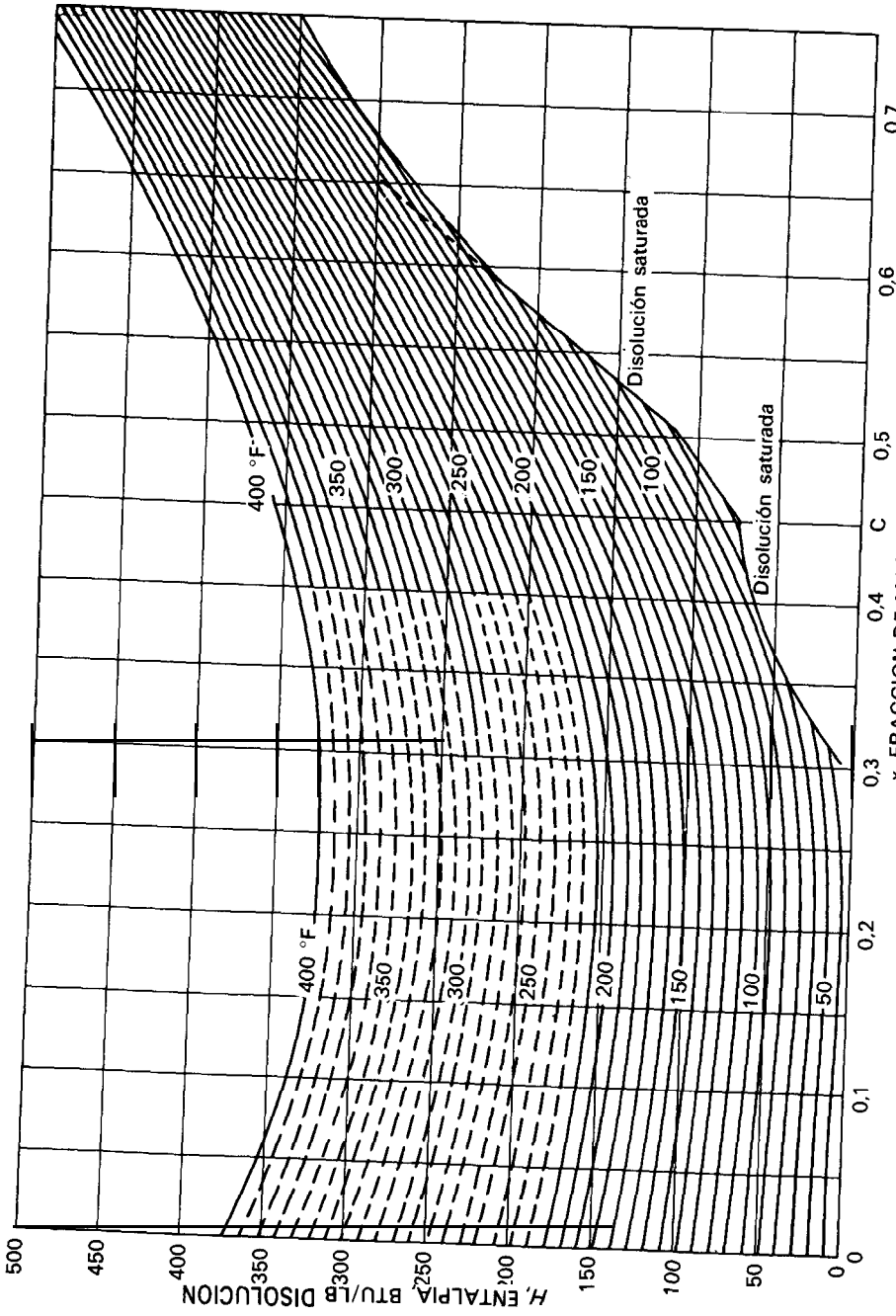


Figura 16.8. Diagrama entalpía-concentración para el sistema hidróxido sódico-agua. (*Según McCabe.*[6])

por libra de disolución. La entalpía del agua está para la misma temperatura de referencia que en el caso de las tablas del vapor de agua, es decir, agua líquida a 32 °F (0 °C), de forma que las entalpías de la figura se pueden utilizar con las de las tablas del vapor de agua cuando en los cálculos intervienen agua líquida o vapor de agua. Con el fin de obtener los datos para sustituir en la Ecuación (16.4) se toman los valores de H_f y H de la Figura 16.8, y la entalpía H_v del vapor que sale del evaporador se obtiene a partir de las tablas del valor de agua.

Las líneas curvas límite sobre las que terminan las isotermas de la Figura 16.8 representan condiciones de temperatura y concentración para las que se forman fases sólidas, que son distintos hidratos sólidos de hidróxido sódico. Las entalpías de todas las disoluciones de una sola fase están situadas por encima de esta línea límite. El diagrama entalpía-concentración puede ampliarse también para incluir fases sólidas.

Las isotermas de un diagrama entalpía-concentración para un sistema sin calor de dilución son líneas rectas. La curvatura de las líneas de la Figura 16.8 proporcionan una medida cualitativa del efecto del calor de dilución sobre la entalpía de disoluciones de hidróxido sódico y agua. Los diagramas entalpía-concentración pueden construirse, por supuesto, para disoluciones con calores de dilución despreciables, pero resultan innecesarios a la vista de la sencillez de los métodos del calor específico a que se ha hecho referencia anteriormente.

Cálculo **de un simple efecto.** En el Ejemplo 16.1 se presenta la utilización de balances de materia, balances de entalpía y la ecuación de capacidad (16.1) en el diseño de evaporadores de simple efecto.

Ejemplo 16.1. Un evaporador de simple efecto ha de concentrar 20000 lb/h (9070 kg/h) de una disolución de hidróxido sódico al 20 por 100 hasta un 50 por 100 de sólidos. La presión manométrica del vapor de agua será 20 $lb_f/pulg^2$ (1,37 atm) y la presión absoluta en el espacio de vapor 100 mm Hg (1,93 $lb_f/pulg^2$). El coeficiente global se estima que será 250 $Btu/pie^2\text{-}h\text{-}°F$ (1400 $W/m^2\text{-}°C$). La temperatura de la alimentación es 100 °F (37,8 °C). Calcúlese la cantidad de vapor de agua consumido, la economía y la superficie de calefacción que se requiere.

SOLUCIÓN

La cantidad de agua evaporada se obtiene a partir de un balance de materia. La alimentación contiene 80/20 = 4 lb de agua por lb de sólido; la disolución concentrada contiene 50/50 = 1 lb de agua por lb de sólido. La cantidad evaporada es 4 − 1 = = 3 lb de agua por Ib de sólido, o sea

$$3 \times 20\,000 \times 0{,}20 = 12\,000 \text{ lb/h}$$

La velocidad de flujo de disolución concentrada $\dot{m}$ es 20000 − 12 000 = 8000 lb/h (3630 kg/h).

Consumo de vapor de agua. Puesto que con disoluciones concentradas de hidróxido sódico el calor de dilución no es despreciable, la velocidad de transmisión de calor se obtiene a partir de la Ecuación (16.4) y la Figura 16.8. La temperatura de vaporización de la disolución de 50 por 100 a una presión de 100 mm Hg se obtiene como sigue.

Temperatura de ebullición del agua a 100 mm Hg = 124 °F (Ap. 8)

Temperatura de ebullición de la disolución = 197 °F (Fig. 16.4)

Elevación del punto de ebullición = 197 − 124 = 73 °F

Las entalpías de la alimentación y de la disolución concentrada se obtienen a partir de la Figura 16.8:

Alimentación, 20 % de sólidos, 100 "F: H_f = 55 Btu/lb
Disolución concentrada, 50 % de sólidos, 197 "F: H = 221 Btu/lb

La entalpía del vapor que abandona el evaporador se obtiene a patir de las tablas del vapor de agua. La entalpía del vapor de agua sobrecalentado a 197 °F y 1,93 $lb_f/pulg^2$ es 1149 Btu/lb, que es H_v en la Ecuación (16.4).

El calor de vaporización del vapor de agua λ_s a una presión manométrica de 20 $lb_f/pulg^2$, de acuerdo con el Apéndice 8, es 939 Btu/lb.

La velocidad de transmisión de calor y el consumo de vapor de agua pueden obtenerse ahora a partir de la Ecuación (16.4):

$$q = (20\,000 - 8000)(1149) + 8000 \times 221 - 20000 \times 55 = 14\,456\,000 \text{ Btu/h}$$

$$\dot{m}_s = \frac{14\,456\,000}{939} = 15\,400 \text{ lb/h } (6990 \text{ kg/h})$$

Economía. La economía es 12 000/15 400 = 0,78.

Superficie de calefacción. La temperatura de condensación del vapor de agua es 259 "F. El área de calefacción requerida es

$$A = \frac{14456000}{250(259 - 197)} = 930 \text{ pie}^2 (86{,}4 \text{ m}^2)$$

Si la entalpía del vapor H_v estuviese basada en el vapor saturado a la presión del espacio de vapor en vez del vapor sobrecalentado, la velocidad de transmisión de calor sería 14 036 000 Btu/h (4115,7 kW) y el área de calefacción sería 906 pie^2 (84,2 m^2). Por tanto, la aproximación introduce un error de solamente un 3 por 100.

Evaporadores de múltiple efecto. La Figura 16.9 muestra tres evaporadores de tubos largos con circulación natural conectados entre si para formar un sistema de triple efecto. Las conexiones están hechas de tal forma que el vapor procedente de un efecto sirve como medio de calefacción para el efecto siguiente. Un eyector y un condensador establecen un vacio en el tercer efecto de la serie y retiran los no condensables del sistema. El primer efecto de un evaporador de efecto múltiple es aquél en el que se introduce el vapor vivo y en el que la presión en el espacio de vapor es la más elevada. El último efecto es el que tiene la presión mínima en el espacio de vapor. De esta forma, la diferencia de presión entre el vapor vivo y el condensador se divide a lo largo de dos o más efectos en un sistema de múltiple efecto. La presión en cada efecto es menor que la del efecto

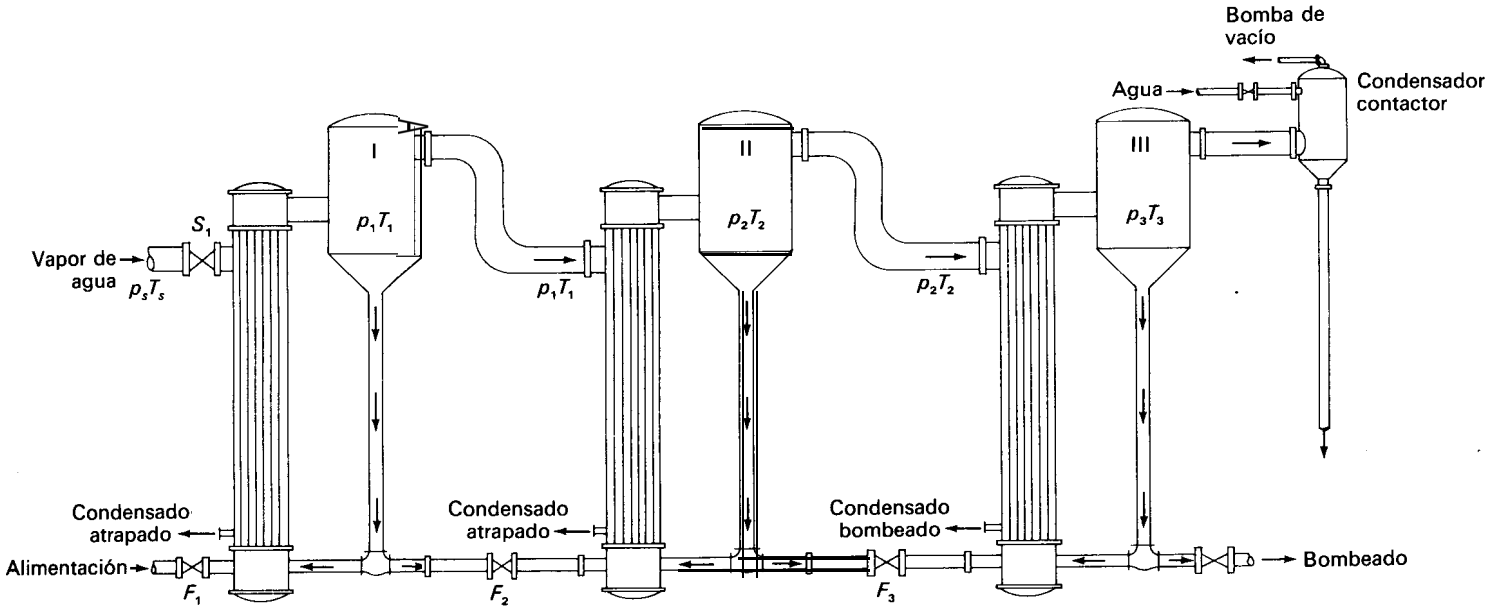


Figura 16.9. Evaporador de triple efecto: I, II, III, efectos primero, segundo y tercero; F_1, F_2, F_3, válvulas de control de la alimentación o disolución; S_1, válvula del vapor de agua; p_1, p_2, p_3, presiones; T_s, T_1, T_2, T_3, temperaturas.

del cual recibe el vapor de agua y superior a la del efecto al cual suministra vapor. Cada efecto, por sí solo, actúa como un evaporador de un solo efecto, y cada uno de ellos tiene una caída de temperatura a través de su superficie de calefacción correspondiente a la caída de presión en dicho efecto. Todo lo que se ha dicho acerca de un evaporador de un solo efecto es aplicable a cada uno de los efectos de un sistema de efecto múltiple. El acoplamiento de una serie de cuerpos del evaporador en un sistema de múltiple efecto es una cuestión de tuberías de interconexión y no de la estructura de las unidades individuales. La numeración de los efectos es independiente del orden en el que las disoluciones entren como alimentación de los mismos. En la Figura 16.9 la alimentación diluida entra en el primer efecto, donde se concentra parcialmente, pasa al segundo efecto para una concentración adicional y, por último, en el tercer efecto alcanza la concentración final. La disolución concentrada se extrae del tercer efecto mediante una bomba.

En la operación en estado estacionario las velocidades de flujo y las velocidades de evaporación son tales que tanto el disolvente como el soluto no se acumulan ni disminuyen en cada efecto. La concentración, temperatura y velocidad de flujo de la alimentación están fijadas, las presiones en la entrada del vapor vivo y el condensador están establecidas, y todos los niveles de las disoluciones se mantienen en cada efecto. Por tanto, todas las concentraciones internas, velocidades de flujo, presiones y temperaturas se mantienen automáticamente constantes por sí mismas durante la operación del proceso. La concentración de la disolución concentrada solamente se puede modificar cambiando la velocidad de flujo de la alimentación. Si la disolución concentrada es demasiado diluida, se reduce la velocidad de alimentación al primer efecto y, contrariamente, se aumenta si es demasiado concentrada. La concentración en el último efecto y de la disolución concentrada que descarga del mismo alcanzará eventualmente un nuevo estado estacionario para el nivel deseado.

La superficie de calefacción del primer efecto transmitirá por hora una cantidad de calor dado por la ecuación

$$q_1 = A_1 U_1 \Delta T_1 \tag{16.9}$$

Si la parte de este calor que va a calentar la alimentación hasta el punto de ebullición se desprecia por el momento, resulta que todo este calor ha de aparecer como calor latente en el vapor que sale del primer efecto. La temperatura del condensado que sale del segundo efecto es muy próxima a la temperatura T_1 de los valores procedentes del líquido que hierve en este efecto. Por tanto, en la operación en estado estacionario prácticamente todo el calor consumido en crear vapor en el primer efecto será cedido cuando este mismo vapor condense en el segundo efecto. Sin embargo, el calor transmitido en el segundo efecto viene dado por la ecuación

$$q_2 = A_2 U_2 \Delta T_2 \tag{16.10}$$

Tal como se ha indicado, q_1 y q_2 son prácticamente iguales, de forma que,

$$A_1 U_1 \Delta T_1 = A_2 U_2 \Delta T_2 \tag{16.11}$$

Este mismo razonamiento puede ampliarse, de forma que, aproximadamente,

$$A_1 U_1 AT, = A_2 U_2 AT, = A_3 U_3 \Delta T_3 \tag{16.12}$$

Ha de tenerse en cuenta que las Ecuaciones (16.11) y (16.12) son solamente aproximadas y que es preciso corregir mediante la adición de términos que, sin embargo, son relativamente pequeños en comparación con los términos que intervienen en las anteriores expresiones.

En la práctica ordinaria las áreas de calefacción de todos los efectos de un evaporador de múltiple efecto son iguales, lo cual conduce a una economía constructiva. Por tanto, a partir de la Ecuación (16.12), puesto que $q_1 = q_2 = q_3$, se tiene que

$$U_1 AT, = U_2 AT, = U_3 \Delta T_3 = \frac{q}{A} \tag{16.13}$$

A partir de aquí se deduce que las caídas de temperatura en un evaporador de múltiple efecto son, de forma aproximada, inversamente proporcionales a los coeficientes de transmisión de calor.

Ejemplo 16.2. Un evaporador de triple efecto concentra un liquido que no presenta una elevación apreciable del punto de ebullición. La temperatura del vapor de agua que entra en el primer efecto es 227 °F (108,3 "C); la temperatura de ebullición de la disolución en el último efecto es 125 °F (51,7 "C). Los coeficientes globales, en Btu/pie²-h-°F, son 500 en el primer efecto, 400 en el segundo y 200 en el tercero (2800, 2200 y 1100 W/m²-°C). ¿Cuáles serán las temperaturas de ebullición de las disoluciones en los efectos primero y segundo?

SOLUCIÓN

La caída total de temperatura es 227 - 125 = 102 °F. Tal como muestra la Ecuación (16.13), las caídas de temperatura en los distintos efectos serán, de forma aproximada, inversamente proporcionales a los coeficientes. Así, por ejemplo

$$AT, = 102 \frac{1/500}{1/500 + 1/400 + 1/200} = 21{,}5\ °F\ (11{,}9\ "C)$$

De igual forma AT, = 26,8 °F (14,9 "C) y ΔT_3 = 53,7 °F (29,8 "C). En consecuencia, la temperatura de ebullición en el primer efecto será 205,5 °F (96,4 "C), y la del segundo efecto 178,7 °F (81,5 "C).

Métodos de alimentación. El método habitual de alimentar un evaporador de múltiple efecto consiste en introducir mediante una bomba la disolución diluida en el primer efecto y hacerla circular después a través de los demás efectos, tal como se muestra en la Figura 16.10*a*. Este método recibe el nombre de *alimentación directa*. La concentración de la disolución aumenta desde el primer efecto hasta el último. Este modelo de flujo del líquido es el más sencillo. Requiere una bomba para introducir la alimentación en el primer efecto, ya que con frecuencia

este efecto está a una presión superior a la atmosférica, y una bomba para extraer la disolución concentrada del último efecto. Sin embargo, el paso de un efecto a otro se realiza sin bombas puesto que el flujo es en el sentido de presiones decrecientes, y todo lo que se requiere son válvulas de control en las líneas de unión.

Otro método común es el de *alimentación inversa,* en el que la alimentación diluida se introduce en el último efecto y se bombea después a través de los sucesivos efectos hasta el primero, tal como muestra la Figura 16.10*b*. Este método requiere una bomba entre cada pareja de efectos, además de la bomba de disolución concentrada, ya que el flujo tiene lugar en el sentido de presiones crecientes. La alimentación inversa conduce con frecuencia a una mayor capacidad que la alimentación directa cuando la disolución es viscosa, pero puede producir una menor economía que la alimentación directa cuando la alimentación está fría.

A veces se utilizan otros modelos de alimentación. En la *alimentación mixta* la disolución diluida entra en un efecto intermedio, circula con alimentación directa

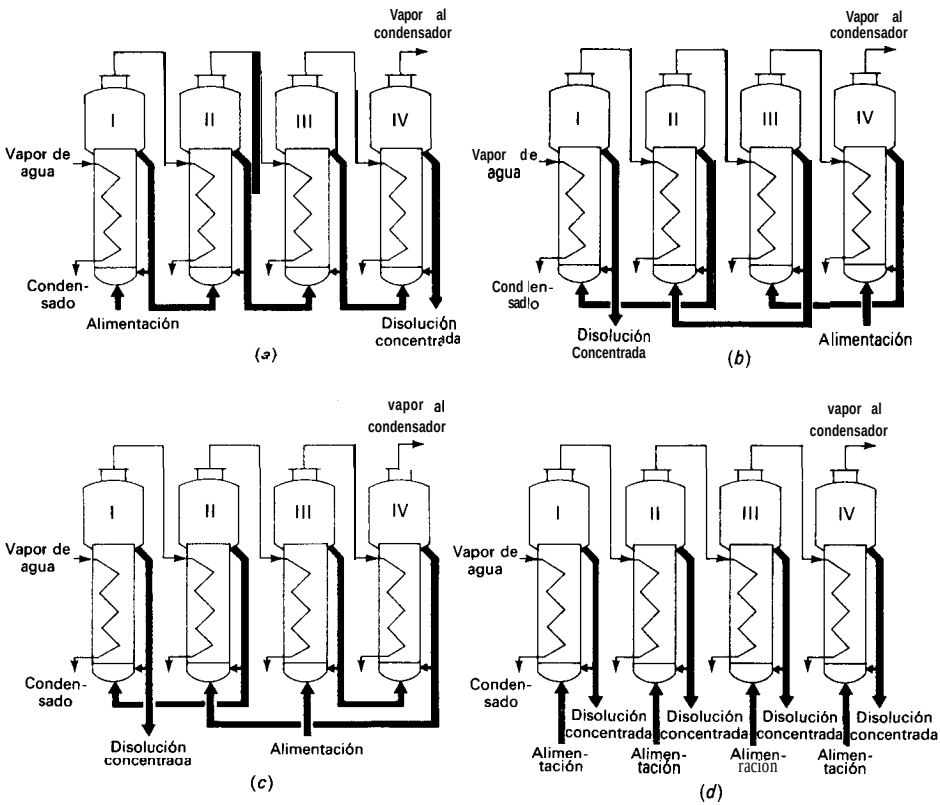


Figura 16.10. Modelos de flujo del líquido en evaporados de múltiple efecto: (a) alimentación directa; (b) alimentación inversa; (c) alimentación mixta; (*d*) alimentación paralela. -Corrientes de disolución; -corrientes de vapor de agua y vapor condensado.

hasta el extremo de la serie, y después se bombea hacia atrás a los primeros efectos para conseguir la concentración final, tal como muestra la Figura 16.10*c*. Esta forma de operar elimina algunas de las bombas que se requieren en la alimentación inversa y permite realizar la evaporación final a temperatura más elevada. En los evaporadores con cristalización, donde se retira una suspensión de cristales y aguas madres, la alimentación se introduce directamente en cada efecto para dar lugar a lo que se llama ***alimentación paralela,*** tal como se representa en la Figura 16.10*d*. En la alimentación paralela no hay transporte de líquido entre los efectos.

Capacidad y economía de evaporadores de múltiple efecto. El aumento de economía mediante la evaporación en múltiple efecto se consigue a costa de una capacidad reducida. Es claro que aumentando varias veces la superficie de calefacción aumentará la capacidad de evaporación, pero éste no es el caso. La capacidad total de un evaporador de múltiple efecto generalmente no es superior a la de uno de simple efecto que tiene igual superficie de calefacción en cada uno de los efectos y opera con las mismas condiciones extremas, pero cuando hay un apreciable aumento del punto de ebullición dicha capacidad con frecuencia es considerablemente menor. Cuando la elevación del punto de ebullición es despreciable el AT efectivo global es igual a la suma de los AT de cada efecto, y la cantidad de agua evaporada ***por unidad de área de superficie*** en un evaporador de N efectos es aproximadamente igual a $(1/N)$ de la de un evaporador de simple efecto. Esto puede demostrarse de acuerdo con el análisis que sigue.

Si se desprecian la carga de calentamiento y el calor de dilución, la capacidad de un evaporador es directamente proporcional a la velocidad de transmisión de calor. El calor transmitido en los tres efectos de la Figura 16.9 viene dado por las ecuaciones

$$q_1 = U_1 A_1 \Delta T_1 \qquad q_2 = U_2 A_2 \Delta T_2 \qquad q_3 = U_3 A_3 \Delta T_3 \tag{16.14}$$

La capacidad total es proporcional a la velocidad total de transmisión de calor q_T, que se obtiene a partir de las ecuaciones

$$q_T = 41 + 92 + 93 = U_1 A_1 \text{ AT}, + U_2 A_2 \Delta T_2 + U_3 A_3 \Delta T_3 \tag{16.15}$$

Supóngase que el área de la superficie de cada efecto es A pie^2 y que el coeficiente global U es el mismo en cada efecto

$$q_T = UA(\Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3) = UA \text{ AT} \tag{16.16}$$

Considérese ahora que un evaporador de un solo efecto, de área A, está operando con la misma caída de temperatura. Si el coeficiente global es el mismo en cada efecto del evaporador de triple efecto, la velocidad de transmisión de calor en el de simple efecto será

$$q_T = UAAT$$

que es exactamente la misma ecuación que la de un evaporador de múltiple efecto. Sea cual fuere el número de efectos, si los coeficientes globales son los mismos, la capacidad no será superior a la de un simple efecto que tenga igual área que cada efecto de una unidad múltiple. La elevación del punto de ebullición tiende a que la capacidad de un evaporador de múltiple efecto sea menor que la del correspondiente a uno de efecto simple. Sin embargo, se modificarán los coeficientes globales de un evaporador de múltiple efecto. Por ejemplo, en una unidad de simple efecto que produce NaOH del 50 por 100, el coeficiente global U para este líquido viscoso será pequeño. En una unidad de triple efecto el coeficiente en el efecto final sería el mismo que en este efecto simple, pero en los demás efectos, donde la concentración de NaOH es mucho menor del 50 por 100, los coeficientes serían mayores. Por tanto, el coeficiente medio para el evaporador de triple efecto sería mayor que el del triple efecto. En algunos casos este hecho supera al efecto de la elevación del punto de ebullición y, en la práctica, la capacidad de una unidad de múltiple efecto es mayor que la de un solo efecto.

Efecto de la carga de líquido y de la elevación del punto de ebullición. La carga de líquido y la elevación del punto de ebullición influyen sobre la capacidad de un evaporador de múltiple efecto todavía más que en el caso de un solo efecto. La reducción de capacidad originada por la carga de líquido, lo mismo que antes, puede estimarse cuantitativamente. Como se recordará, la carga de liquido reduce la caída de temperatura disponible en el evaporador. La elevación del punto de ebullición también reduce la caída de temperatura disponible en cada efecto en la forma que se expone a continuación.

Consideremos un evaporador que está concentrando una disolución con una gran elevación del punto de ebullición. El vapor procedente de esta disolución a ebullición está a la temperatura de la disolución y, por tanto, está sobrecalentado en una cantidad igual a la elevación del punto de ebullición. Tal como se ha visto en el Capítulo 13, páginas 399 y 400, el vapor de agua sobrecalentado es prácticamente equivalente al vapor saturado a la misma presión cuando se utiliza como medio de calefacción. Por tanto, la caída de temperatura en cada efecto se calcula a partir de la temperatura del vapor saturado a la presión de la cámara de condensación y no a partir de la temperatura de ebullición del líquido en el efecto precedente. Esto quiere decir que de la caída total de temperatura disponible se pierde la elevación del punto de ebullición en cada efecto. Esta pérdida se produce en cada uno de los efectos de un evaporador de múltiple efecto, de forma que la pérdida de capacidad que resula es con frecuencia importante.

En la Figura 16. ll se muestra la influencia de estas pérdidas en la caída de temperatura para un evaporador de múltiple efecto. Los tres diagramas de esta figura representan las caídas de temperatura en un evaporador de simple, doble y triple efecto. Las condiciones extremas son las mismas en los tres casos; es decir, la presión del vapor de agua en el primer efecto y la temperatura de saturación del vapor que sale del último efecto son idénticas en los tres evaporadores. Cada efecto contiene un líquido con elevación del punto de ebullición. La altura total de cada columna representa el intervalo de temperatura desde la del vapor vivo hasta la de saturación del vapor procedente del último efecto.

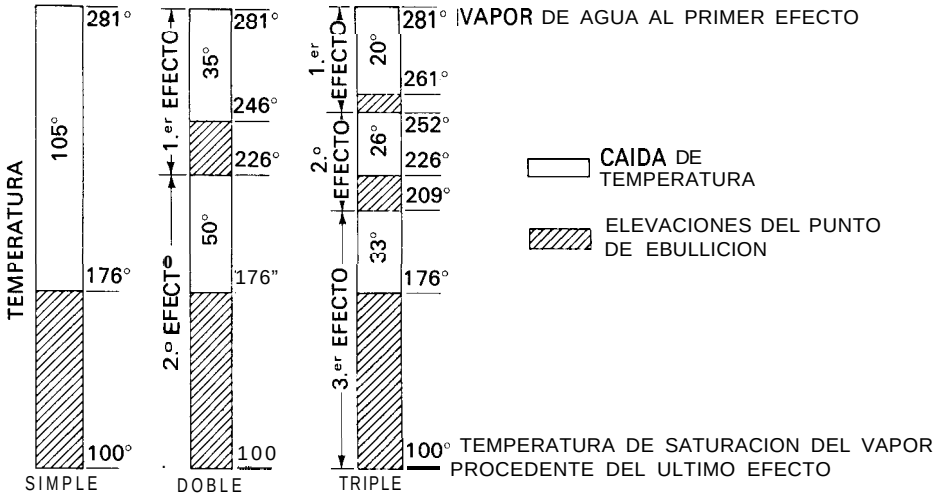


Figura 16.11. Efecto de la elevación de la temperatura de ebullición sobre la capacidad de evaporadores.

Consideremos un evaporador de simple efecto. De la caída total de temperatura de 181°, la parte rayada representa las pérdidas de caída de temperatura debidas a la elevación del punto de ebullición. El resto de la caída de temperatura, 105°, que es la fuerza impulsora real para la transmisión de calor, está representada por la parte no rayada. El diagrama para el evaporador de doble efecto muestra dos partes rayadas debido a que hay una elevación del punto de ebullición en cada uno de los dos efectos, y la parte no rayada, que totaliza 85°, es menor que el diagrama de un solo efecto. En el evaporador de triple efecto hay tres partes rayadas correspondientes a la caída de temperatura en cada uno de los tres efectos, y la caída neta total de temperatura disponible, 79°, es consecuentemente menor.

La Figura 16.11 muestra que en los casos extremos de un gran número de efectos o elevaciones del punto de ebullición muy grandes, la suma de las elevaciones del punto de ebullición en un evaporador propuesto podrían ser mayores que la caída total de temperatura disponible. La operación en estas condiciones es imposible. En este caso sería preciso revisar las condiciones de operación del evaporador para reducir el número de efectos o aumentar la caída total de temperatura.

La economía de un evaporador de efecto múltiple no está influenciada por las elevaciones del punto de ebullición si se desprecian factores menores, tales como la temperatura de la alimentación y variaciones de los calores de vaporización. Un kilogramo de vapor de agua que condensa en el primer efecto genera aproximadamente un kilogramo de vapor, que a su vez condensa en el segundo efecto generando un kilogramo de vapor, y así sucesivamente. La ***economía*** de un evaporador de múltiple efecto depende de consideraciones del balance de calor y no de la velocidad de transmisión de calor. La ***capacidad,*** por el contrario, se

reduce a causa de la elevación del punto de ebullición. La capacidad de un evaporador de doble efecto que concentra una disolución con elevación del punto de ebullición es generalmente menor que la mitad de la capacidad de dos efectos simples que operan con la misma caída global de temperatura. La capacidad de un triple efecto también es generalmente menor de un tercio que tres efectos simples con las mismas temperaturas extremas.

Número óptimo de efectos. El coste de cada efecto, por unidad de superficie, es una función de su área total[9b] y disminuye con el área, tendiendo a un valor asintótico para grandes instalaciones. Por tanto, la inversión necesaria para la adquisición de un evaporador de N efectos es aproximadamente N veces la de un evaporador de simple efecto de la misma capacidad. El número óptimo de efectos se obtiene a partir de un balance económico teniendo en cuenta el ahorro de vapor de agua que se obtiene con la operación de múltiple efecto y la inversión adicional que se requiere.

Cálculo de un múltiple efecto. En el diseño de un evaporador de múltiple efecto los resultados generalmente deseados son la cantidad de vapor de agua consumido, el área de la superficie de calentamiento que se requiere, las temperaturas aproximadas en los distintos efectos y la cantidad de vapor que abandona el último efecto. Lo mismo que en un evaporador de simple efecto, estos valores se obtienen a partir de balances de materia, balances de entalpía y la ecuación de capacidad (16.1). Sin embargo, en un evaporador de múltiple efecto se utiliza un método de tanteo en vez de una solución algebraica directa.

Consideremos, por ejemplo, un evaporador de triple efecto. Se pueden escribir siete ecuaciones: un balance de entalpía para cada efecto, una ecuación de capacidad para cada efecto y la evaporación total, que es conocida, o bien la diferencia entre los flujos de las disoluciones concentrada y diluida. Si se supone que la superficie de calentamiento en cada efecto es la misma, hay siete incógnitas en estas ecuaciones: (1) el flujo de vapor vivo que entra en el primer efecto, (2) a (4) la velocidad de flujo desde cada efecto, (5) la temperatura de ebullición en el primer efecto, (6) la temperatura de ebullición en el segundo efecto, y (7) la superficie de calefacción por efecto. Es posible obtener las siete incógnitas a partir de estas ecuaciones, pero el método resulta tedioso. Otro método de cálculo es el siguiente:

1. Se suponen temperaturas de ebullición en el primer y segundo efectos.
2. A partir de balances de entalpía se obtienen las velocidades de flujo de vapor de agua y de disolución de un efecto a otro.
3. Se calcula la superficie de calefacción que se requiere en cada efecto a partir de las ecuaciones de capacidad.
4. Si las áreas de calefacción así encontradas no son aproximadamente iguales, se estiman nuevos valores para las temperaturas de ebullición y se repiten las partes 2 y 3 hasta que las superficies de calefacción sean iguales.

En la práctica estos cálculos se realizan con un ordenador digital.

Ejemplo 16.3. Un evaporador de triple efecto de circulación forzada ha de alimentarse con 60 000 lb/h (27 215 kg/h) de una disolución de sosa cáustica al 10 por 100 a una temperatura de 180 °F (82,2 QC). La disolución concentrada contendrá un 50 por 100 de NaOH. Se utilizará vapor de agua saturado a 50 $lb_f/pulg^2$ (3,43 atm abs) absolutas, y la temperatura del vapor procedente del tercer efecto será de 100 °F (37,8 "C). El orden de los efectos es II, III, 1. Pueden despreciarse la radiación y el subenfriamiento del condensado. Los coeficientes globales corregidos para tener en cuenta la elevación del punto de ebullición se dan en la Tabla 16.2. Calcúlese (a) la superficie de calefacción que se requiere en cada efecto, suponiendo que son iguales en todos ellos, (b) el consumo de vapor y (c) la economía de vapor.

SOLUCIÓN

La velocidad total de evaporación puede calcularse a partir de un balance global de materia, suponiendo que los sólidos pasan sin pérdidas a través del evaporador (Tabla 16.3).

La Figura 16.12 presenta un diagrama de flujo de este evaporador. Los efectos primero, segundo y tercero se representan por I, II y III, respectivamente. Para los balances de materia y calor, tómese

$\dot{m}_s$ = flujo de vapor de agua

T_1, T_2, T_3 = temperaturas de ebullición en I, II y III

q_1, q_2, q_3 = velocidades de transmisión de calor en I, II y III

C_1, C_2, C_3 = concentraciones como fracciones en peso de sólidos disueltos en las disoluciones I, II y III

T_1', T_2', T_3' = temperatura de condensación del vapor procedente de I, II y III

Tabla 16.2 .

	Coeficiente global	
Efecto	Btu/pie²-h-°F	W/m²-°C
1	700	3970
II	1000	5680
III	800	4540

Tabla 16.3

	Velocidad de flujo, lb/h		
Material	Total	Sólido	Agua
Disolución de alimentación	60000	6000	54000
Disolución concentrada	12000	6000	6000
Agua evaporada	48000		48000

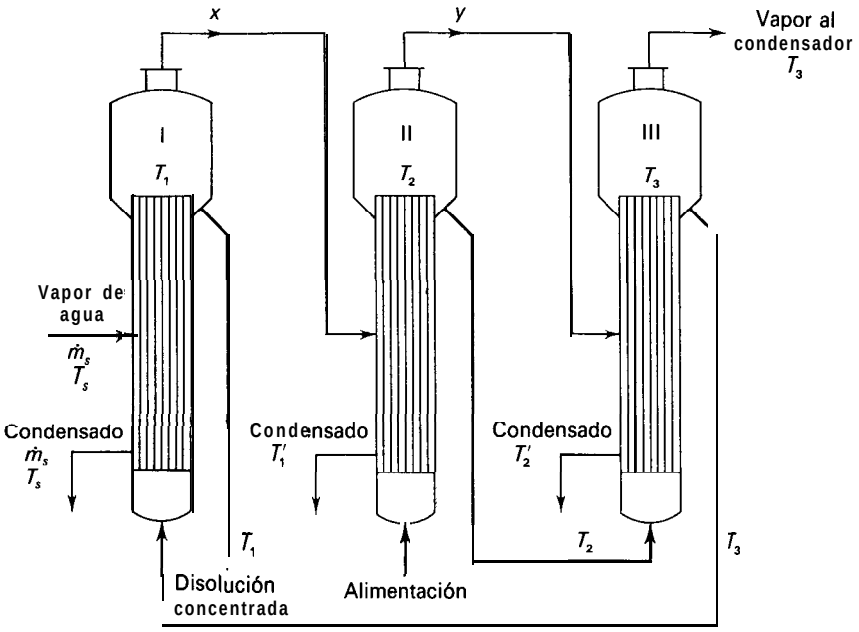


Figura 16.12. Diagrama de flujo para el Ejemplo 16.3.

Para estimar las concentraciones y, por tanto, las elevaciones del punto de ebullición, supóngase primeramente, iguales velocidades de evaporación en cada efecto, o sea 48 000/3 = 16 000 lb/h. Las concentraciones intermedias son entonces

$$C_2 = \frac{6000}{60000 - 16000} = 0{,}136 \qquad C_3 = \frac{6000}{60000 - 32000} = 0{,}214$$

Las elevaciones estimadas, a partir de la Figura 16.4, del punto de ebullición son

Efecto	I	II	III
Elevación del p.e., °F	76	7	13

Como guía en un primer intento de distribuir la caída de temperatura a través de los tres efectos, resultan valiosos los siguientes criterios. Tal como se ha visto en la página 505, la caída de temperatura en cada efecto es inversamente proporcional al coeficiente global de transmisión de calor. Por otra parte, un efecto que tiene una carga extra requiere una mayor proporción de la caída total de temperatura que los demás efectos. En este problema la temperatura del vapor de agua, de acuerdo con el Apéndice B, es 281 °F. La caída total de temperatura es 281 − 100 = 181 °F, pero la caída neta de temperatura es solamente 181 (76 + 7 + 13) = 85 °F. Esta es la caída disponible para la distribución. La caída de temperatura en el segundo efecto será menor debido al elevado coeficiente y a la que la alimentación está caliente; la caída de temperatura en el primer efecto será ligeramente mayor que en el tercer efecto debido

a la diferencia de los coeficientes. A partir de estas consideraciones la primera suposición es

$$\text{AT}, = 33\ ^\circ\text{F} \qquad \Delta T_2 = 23\ ^\circ\text{F} \qquad \Delta T_3 = 29\ ^\circ\text{F}$$

La temperatura de la disolución en I (igual a la temperatura del vapor sobrecalentado procedente de ella) es

$$T_1 = 281 - 33 = 248\ ^\circ\text{F}$$

La temperatura de saturación de este vapor es $T_1' = 248 - 76 = 172$ °F. De la misma forma.

$$T_2 = 172 - 23 = 149\ ^\circ\text{F} \qquad T_2' = 149 - 7 = 142\ ^\circ\text{F}$$
$$T_3 = 142 - 29 = 113\ ^\circ\text{F} \qquad T_3' = 113 - 13 = 100\ ^\circ\text{F}$$

Tabla 16.4. Temperaturas, entalpias y velocidades de flujo para el Ejemplo 16.3

Corriente	Temp., °F	Temperatura de saturación, °F	Concentración, fracción en peso	Entalpia, Btu/lb	Velocidad de flujo, lb/h
Vapor de agua	281	281		1174	m_s
Alimentación a I	113		0,214	67	$12\,000 + x$
Vapor de I	248	172		1171	x
Condensado de 1	281			249	m_s
Líquido de I	248		0,50	250	12 000
Alimentación a II	180		0,10	135	60 000
Vapor de II	149	142		1126	y
Líquido de II	149		0,136	102	$60\,000 - y$
Condensado de II	172			140	x
Vapor de III	113	100		1111	48000-x-y
Condensado de III	142			110	Y

Las entalpías de las distintas corrientes pueden estimarse ahora a partir de la Figura 16.8 para las disoluciones y del Apéndice 8 para el vapor de agua saturado. La entalpía del vapor sobrecalentado puede estimarse a partir del vapor de agua, o bien corrigiendo la entalpía de saturación suponiendo un calor específico para el vapor de 0,47 Btu/lb-°F. El «vapor» procedente de un efecto constituye el vapor de agua del efecto siguiente. Pueden aplicarse ahora balances de entalpía para calcular la superficie requerida. Sea x la verdadera velocidad de evaporación en 1, y en II, y 48 000 - (x + y) en III. En la Tabla 16.4 se dan las temperaturas, entalpías y velocidades de flujo.

Los balances de entalpía son:

Para II:

$$1171x + (60\ 000)(135) = 1126y + 102(60\,000 - y) + 140x$$
$$x - 0{,}993y = -46\ 000$$

Para III:

$$1126y + (102)(60\,000 \quad y) = 1111(48\,000 \quad x \quad y) + (12000 + x)67 + 110y$$

$$x + 1{,}940y = 46000$$

Por otra parte,

$$x - 0{,}993y = -1920$$

$$2{,}933y = 47920$$

$$y = 16\,340 \text{ lb/h}$$

$$x = 14\,300 \text{ lb/h}$$

La velocidad de evaporación en III es

$$48000 - 14300 - 16340 = 17\,360 \text{ lb/h}$$

Cargas de calor:

$$q_1 = (14\,300)(1171) + (250)(12\,000) - (67)(12\,000 + 14300) = 17983000 \text{ Btu/h}$$

$$q_2 = (14\,300)(1171 - 140) = 14743000 \text{ Btu/h}$$

$$q_3 = (16\,340)(1126 - 110) = 16601000 \text{ Btu/h}$$

Por tanto, las áreas son

$$A, = \frac{17\,983\,000}{700 \text{ x } 33} = 778 \text{ pie}^2$$

$$A_2 = \frac{17\,743\,000}{100 \text{ x } 23} = 640 \text{ pie}^2$$

$$A^3 = \frac{16601000}{29 \text{ x } 800} = 720 \text{ pie}^2$$

$$\text{Area media} = 712 \text{ pie}^2$$

Puesto que las superficies no son iguales, como es necesario, las concentraciones, caídas de temperatura y entalpías se corrigen convenientemente y se recalculan las velocidades de evaporación, las cargas de calor y las superficies de la transmisión de calor hasta que éstas sean suficientemente próximas entre sí. Los resultados de estos cálculos se presentan en la Tabla 16.5.

Las respuestas al problema son:

(a) Area de cada efecto

$$719 \text{ pie}^2 (675 \text{ m}^2)$$

(b) Consumo de vapor de agua

$$m_s = \frac{17920000}{1174 - 249} = 19\,370 \text{ lb/h } (8786 \text{ kg/h})$$

Tabla 16.5. Temperaturas, entalpías y velocidades de flujo para el Ejemplo 16.3

Corriente	Temp., °F	Temperatura de saturación, °F	Concentración, fracción en peso	Entalpía, Btu/lb	Velocidad de flujo, lb/h
Vapor de agua	281	281		1174	m_s
Alimentación a I	113		0,228	. 68	12 000 + x
Vapor de 1	245	170		1170	x
Condensado de I	281			249	m_s
Líquido de 1	246		0,50	249	12 000
Alimentación a II	180		0,10	135	60000
Vapor de II	149	142		1126	Y
Líquido de II	149		0,137	101	60000-y
Condensado de II	170			138	x
Vapor de III	114	100		1111	48000-x-y
Condensado de III	142			110	Y

(c) Economía

$$\frac{48\ 000}{19\ 370} = 2{,}48$$

RECOMPRESION DEL VAPOR

La energía del vapor formado en la ebullición de una disolución puede utilizarse para vaporizar más agua siempre que exista una caída de temperatura en la dirección deseada para la transmisión de calor. En un evaporador de múltiple efecto esta caída de temperatura se crea debido a una progresiva disminución del punto de ebullición de la disolución en una serie de evaporadores que operan con presiones absolutas que van disminuyendo. La deseada fuerza impulsora se puede obtener también aumentando la presión (y, por consiguiente, la temperatura de condensación) del vapor formado, utilizando una recompresión mecánica o térmica [1]. El vapor comprimido se condensa después en la calandria del evaporador del que procede.

Recompresión mecánica. En la Figura 16.13 se ilustra el fundamento de la recompresión mecánica del vapor. La alimentación fría se precalienta hasta una temperatura próxima a la de ebullición mediante intercambio de calor con la disolución concentrada y se bombea a través de un calentador como en el caso de un evaporador convencional de convección forzada. Sin embargo, el vapor formado no se condensa directamente sino que se comprime hasta una presión algo más elevada por medio de un compresor centrífugo o de desplazamiento positivo, transformándose así en vapor vivo que entra como alimentación en el calentador. Puesto que la temperatura de saturación del vapor comprimido es superior a la de ebullición de la alimentación, el calor fluye desde el vapor hacia la disolución generando más vapor. Se requiere una pequeña reposición de vapor de agua. La

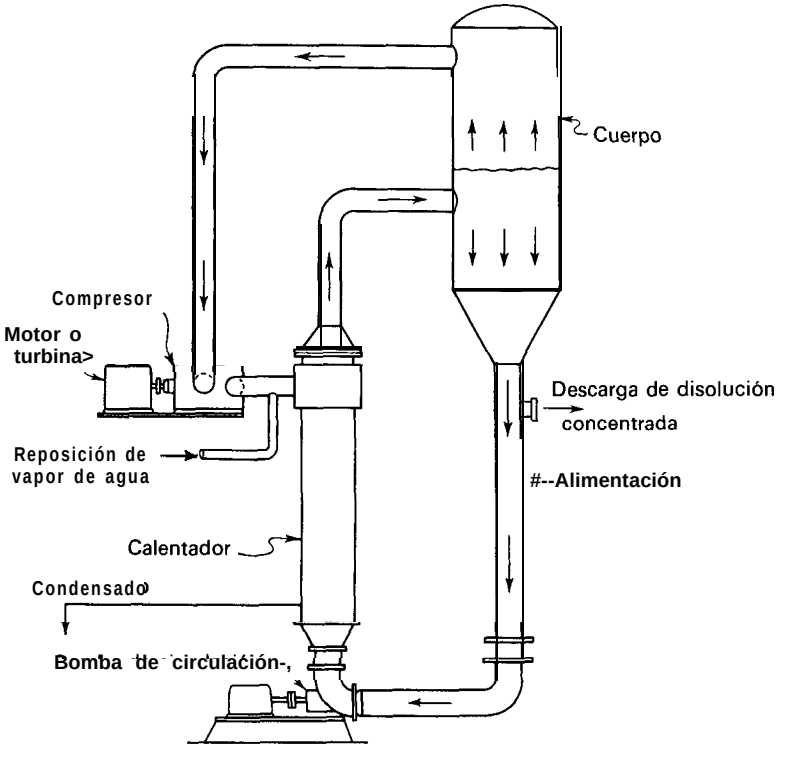


Figura 16.13. Recompresión mecánica aplicada a un evaporador de circulación forzada.

caída de temperatura óptima para un sistema típico es del orden de 10 "F. La utilización de energía en un sistema de este tipo es muy buena: la economía, basada en el vapor de agua equivalente a la energía que se requiere para accionar el compresor es la correspondiente a un evaporador de 10 a 15 efectos. Las aplicaciones más importantes de la evaporación con recompresión mecánica son la concentración de disoluciones radiactivas muy diluidas y la producción de agua destilada.

Recompresión térmica. En un sistema de recompresión térmica el vapor se recomprime utilizando vapor de alta presión en un eyector. Esto da lugar a más vapor del que se requiere para la ebullición de la disolución, de forma que el exceso de vapor se purga o se condensa. La relación entre el vapor de agua motriz y el vapor procedente de la disolución depende de la presión de evaporación; para muchas operaciones a baja temperatura, con vapor de agua de 8 a 10 atm de presión, la relación entre el vapor de agua que se requiere y la masa de agua evaporada es del orden de 0,5.

Puesto que los chorros de vapor pueden tratar grandes volúmenes de vapor de baja densidad, la recompresión térmica resulta más adecuada que la recompresión mecánica para la evaporación a vacío. Los eyectores son más baratos y

de más fácil mantenimiento que los compresores y las soplantes. Las principales desventajas de la recompresión térmica son la baja eficacia mecánica y la falta de flexibilidad del sistema frente a variaciones de las condiciones de operación.

SIMBOLOS

- A Area de la superficie de transmisión de calor, pie^2 o m^2; A_1, A_2, A_3, en los efectos 1, II, III
- C Concentración, fracción en peso de sólidos disueltos; C_1, C_2, C_3, en los efectos 1, II, III
- c_p Calor específico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_{pf}, de la alimentación
- H Entalpía de la disolución concentrada, Btu/lb o J/g; H_c, del condensado; H_f, de la alimentación; H_s, del vapor de agua saturado; H_v, del vapor o del vapor de agua sobrecalentado
- $\dot{m}$ Velocidad de flujo de masa, lb/h o kg/h; de la disolución que sale de un evaporador de simple efecto; ti,, de la alimentación; $\dot{m}_s$, del vapor de agua y del condensado
- N Número de efectos de un evaporador
- p Presión, lb_f/pie^2 o atm; p_s, del vapor de agua; p_1, p_2, p_3, en los espacios de vapor de los efectos 1, II, III
- q Velocidad de transmisión de calor, Btu/h o W; q_f, hacia la disolución diluida; q_s, desde el vapor de agua; q_T, velocidad total; q_v, para vaporización; q_1, q_2, q_3, en los efectos 1, II, III
- T Temperatura, °F o °C; temperatura de ebullición en un evaporador de simple efecto y de la disolución que sale; T_c, temperatura del condensado; T_f, de la alimentación; T_h, del vapor que entra; T_s, del vapor saturado; T', temperatura de ebullición del agua a la presión del espacio de vapor; T'_1, T'_2, T'_3, en los efectos 1, II, III; T_1, T_2, T_3, temperaturas de ebullición, y del líquido que sale, en los efectos 1, II, III.
- U Coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie²-h-°F o W/m²-°C; U_1, U_2, U_3, en los efectos 1, II, III
- x Velocidad de evaporación en el efecto 1, lb/h, Ejemplo 16.3
- Y Velocidad de evaporación en el efecto II, lb/h, Ejemplo 16.3
- Z Distancia por debajo de la superficie del líquido, pies o m

Letras griegas

- Γ Carga de líquido sobre el tubo, lb/h por pie de perímetro o kg/h por metro de perímetro
- AT Caída de temperatura, °F o °C; caída total de temperatura corregida, todos los efectos: T_1, T_2, T_3, caída de temperatura en los efectos 1, II, III
- λ Calor latente, Btu/lb o J/g; λ_s, calor latente de condensación del vapor de agua; λ_v, de vaporización de la disolución concentrada
- μ Viscosidad absoluta, lb/pies-h o cP

PROBLEMAS

16.1. Una disolución de coloides orgánicos ha de concentrarse desde un 20 hasta un 65 por 100 en sólidos en un evaporador de tubos verticales. La disolución tiene una elevación despreciable del punto de ebullición, y el calor específico de la alimentación es

0,93. Se dispone de vapor de agua saturado a 0,7 atm abs y la presión en el condensador es de 100 mm Hg abs. La alimentación entra a 60 °F. El coeficiente global de transmisión de calor es 1700 W/m^2-°C. El evaporador ha de evaporar 20000 kg de agua por hora. ¿Cuántos metros cuadrados de superficie son necesarios y cuál será el consumo de vapor de agua por hora?

16.2. Un evaporador de circulación forzada ha de diseñarse para concentrar una disolución de sosa cáustica desde un 50 hasta un 70 por 100. La producción necesaria es de 50 toneladas de NaOH (sobre la base de 100 por 100) cada 24 horas. Se dispone de vapor de agua a 50 $lb_f/pulg^2$ manométricas con una calidad o título del 95 por 100, y la temperatura del condensador será de 100 °F. La alimentación entra a 100 °F. El condensado abandona el elemento de calefacción a una temperatura de 20 °F por debajo de la temperatura de condensación del vapor. Se estima que las pérdidas de calor serán el 3,5 por 100 de la diferencia de entalpía entre el vapor y el condensado. La disolución concentrada sale a la temperatura de ebullición del líquido en el espacio del vapor. El coeficiente global, basado en el área exterior, es de esperar que sea 350 Btu/pie^2-h-°F. La elevación del punto de ebullición de la disolución del 70 por 100 es de 130 °F. Calcúlese (*a*) el consumo de vapor en libras por hora y (b) el número de tubos que se requieren si la especificación es 18 pies por 7/8 pulg 16 BWG.

16.3. Una disolución de coloides orgánicos en agua ha de concentrarse desde un 10 hasta un 50 por 100 en sólidos en un evaporador de simple efecto. Se dispone de vapor de agua a la presión manométrica de 1,03 atm (120,5 °C). En el espacio de vapor se mantendrá una presión de 102 mm Hg, lo que corresponde a una temperatura de ebullición del agua de 51,7 °C. La velocidad de alimentación al evaporador es de 25000 kg/h. El coeficiente global de transmisión de calor puede tomarse como 2800 W/m^2-°C. La disolución tiene una elevación despreciable del punto de ebullición y también del calor de dilución. Calcúlese el consumo de vapor, la economía, así como la superficie de calefacción que se requiere si la temperatura de la alimentación es (a) 51,7 °C, (b) 21,1 °C, (c) 93,3 °C. El calor específico de la disolución de alimentación es 3,77 J/g-°C y el calor latente de vaporización de la disolución puede considerarse igual al del agua. Pueden despreciarse las pérdidas por radiación.

16.4. Se utilizan tubos verticales de 4 pulg de diámetro y 20 pies de longitud para concentrar una disolución acuosa diluida en un evaporador de película descendente con un solo paso. La velocidad de flujo por el tubo es 5400 lb/h y la viscosidad de la disolución a la temperatura inicial de ebullición es 2,5 cP. (a) ¿Cuál sería el tiempo medio de residencia del líquido en el tubo si no hubiese evaporación? ***(b)*** ¿Qué fracción de agua se evaporaría si el AT global fuese 150 °F y el coeficiente de transmisión de calor 700 Btu/pie^2-h-°F? (c) Si la misma fracción de evaporación se obtuviese en un evaporador de flujo ascendente del mismo tamaño, ¿cuál sería el tiempo medio de residencia? (Supóngase que el fluido en el tubo está formado por dos tercios de líquido y un tercio e vapor.)

16.5. Un evaporador de triple efecto de tubos largos ha de utilizarse para concentrar 35 000 gal/h de una disolución del 17 por 100 de sólidos disueltos hasta el 38 por 100 de sólidos disueltos. La alimentación entra a 60 °F y pasa a través de tres calentadores de carcasa y tubos, a, ***b*** y c, en serie, y después a través de los tres efectos dispuestos en el orden II, III, I. El calentador *a* se calienta con vapor tomado de la línea de vapor entre el primer efecto y el condensador, el calentador *(b)* se calienta con vapor procedente de la linea entre los efectos segundo y tercero, y el calentador c se calienta con vapor procedente de la línea entre el primer y el segundo efecto. En cada calentador el acercamiento final de temperatura es de 10 °F. Otros datos se presentan en la Tabla 16.6.

Vapor de agua a I, 230 °F, seco y saturado.
Vacío en III, 28 pulg, con referencia a una presión barométrica de 30 pulg.

Elevaciones del punto de ebullición, 1 °F en II, 5 °F en III, 15 °F en 1.
Coeficientes, en Btu/pie²-h-°F, corregidos para la elevación del punto de ebullición, 450 en 1, 700 en II, 500 en III.
Todos los efectos tienen iguales áreas de la superficie de calefacción.

Tabla 16.6

Concentración sólidos %	Dens. rel.	Calor específico Btu/lb-°F
10	1,02	0,98
20	1,05	0,94
30	1,10	0,87
35	1,16	0,82
40	1,25	0,75

Calcúlese (*a*) el vapor de agua que se requiere, en libras por hora, (b) la superficie de calefacción de cada efecto, (c) la economía en libras por libra de vapor de agua.

16.6. Se proyecta concentrar 30 000 kg/h de una disolución que contiene un 3 por 100 de sólidos hasta una concentración del 48 por 100 de sólidos. Una unidad de un evaporador de un solo efecto adecuado para este fin cuesta 400000 $, sin incluir bombas y otros accesorios comunes a cualquier número de efectos. Los costes fijos son del 30 por 100 por año y el coste del vapor de agua es de 20 $ por cada 1000 kg. Supóngase una evaporación de 0,90*N* kg por kilogramo de vapor de agua, siendo N el número de efectos. El evaporador funcionará 24 h/día y 300 d/año. Los costes de la mano de obra son independientes del número de efectos. ¿Cuántos efectos deberán utilizarse?

16.7. La capacidad de un evaporador de quintuple efecto ha descendido considerablemente por debajo de su valor normal. Una comparación entre la actual distribución de presión en el sistema y la de operación normal se presenta en la Tabla 16.7. La cámara de condensación de cada efecto se purga hacia el espacio de vapor de dicho efecto. La alimentación es directa y entra en el primer efecto a 240 "F. (a) ¿Cuáles son las posibles causas de la baja capacidad, y dónde están localizadas dichas causas?

Tabla 16.7. Distribución de presión para el Problema 16.7

	Normal		Anormal	
	Presión $lb_f/pulg^2$	Temp. °F	Presión $lb_f/pulg^2$	Temp. °F
Vapor de agua	45,4	275	45,4	275
Espacio de vapor				
I	24,5	239	27,3	245
II	15,9	216	19,3	226
III	8,9	188	6,6	174
IV	4,4	157	3,5	148
V	1,4	113	1,4	113

16.8. Un evaporador estándar de triple efecto de tubos verticales, cada uno de cuyos efectos tiene una superficie de calefacción de 140 m², se utiliza para concentrar desde un

5 por 100 de sólidos hasta un 4 por 100 de sólidos, una disolución que tiene una elevación despreciable del punto de ebullición. Se utiliza alimentación directa. Se dispone de vapor de agua a 120 °C y el vacío en el último efecto corresponde a una temperatura de ebullición de 40 "C. Los coeficientes globales, en W/m^2-°C, son 2950 en I, 2670 en II y 1360 en III, todos los calores específicos pueden tomarse como 4,2 J/g-°C y la radiación es despreciable. El condensado sale a la temperatura de condensación. La alimentación entra a 90 "C. Calcúlese (a) los kilogramos de disolución del 5 por 100 que se pueden concentrar por hora, (b) el consumo de vapor de agua en kilogramos por hora.

16.9. Un evaporador de triple efecto ha de utilizarse para producir una disolución de NaOH del 50 por 100 a partir de una alimentación del 25 por 100 de NaOH. Se dispone de vapor de agua a 320 °F y el vapor procedente de la última etapa condensa a 120 "F. Se utiliza alimentación inversa. (a) Si se eliminan cantidades iguales de agua en cada efecto, ¿cuál será la concentración en los efectos intermedios, la elevación del punto de ebullición en cada efecto y las diferencias netas de temperatura disponibles para la transmisión de calor? (b) Con las mismas temperaturas extremas y más de tres efectos, ¿cuál sería el número máximo de efectos que podría utilizarse?

16.10. Un evaporador con recompresión del vapor ha de concentrar una disolución acuosa muy diluida. La velocidad de alimentación será 30000 lb/h y la de evaporación 20000 lb/h. El evaporador operará a la presión atmosférica, comprimiendo mecánicamente el vapor en la forma que se muestra en la Figura 16.13, excepto que se utiliza una calandria de circulación natural. Si el coste del vapor de agua es de 7 $ por 1000 lb, el de la electricidad es de 2,4 centavos por kilovatio-hora y el de la superficie de transmisión de calor es de 50 $ por pie cuadrado, calcúlese la presión óptima a la que debe comprimirse el vapor. El rendimiento global del compresor es del 70 por 100. Supóngase que los demás costes son independientes de la presión del vapor comprimido. ¿A cuántos efectos equivaldrá este evaporador?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BEAGLE, M. J.: *Chem. Eng. Prog.*, **58**(10):79 *(1962).*
2. BOARTS, R. M.; BADGER, W. L., y MEISENBURG, S. J.: *Trans. AIChE*, **33**:363 (1937).
3. FOUST, A. S.; BAKER, E. M., y BADGER, W. L.: *Trans. AIChE*, **35**:45 (1939).
4. LINDSEY, E.: *Chem. Eng.* **60**(4):227 (1953).
5. MCADAMS, W. H.: «Heat Transmission» 3." ed., MacGraw-Hill, New York, 1954; pp. 398 y ss.
6. MCADAMS, W. H.: *Trans. AIChE*, **31**:129 (1935).
7. MOORE, J. G., y HESLER, W. E.: *Chem. Eng. Prog.,* **59**(2):87 *(1963).*
8. SINEK, J. R., y YOUNG, E. H.: *Chem. Eng. Prog.,* **58**(12):74 (1962).
9. STANDIFORD, F. C.; en PERRI, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., McGraw-Hill, New York, 1973; *(a) pp.* ll-27 y ss, (b) p. 11-37.

SECCION

CUATRO

TRANSFERENCIA DE MATERIA Y SUS APLICACIONES

Un grupo de operaciones para la separación de componentes de mezclas está basado en la transferencia de materia desde una fase homogénea a otra. Contrariamente a las separaciones puramente mecánicas, estos métodos utilizan diferencias en la presión de vapor o la solubilidad, en vez del tamaño o la densidad de las partículas. La fuerza impulsora para la transferencia es una diferencia de concentración o un gradiente de concentración, de la misma forma que una diferencia de temperatura o un gradiente de temperatura constituye la fuerza impulsora para la transmisión de calor. Estos métodos, agrupados bajo la denominación de ***operaciones de transferencia de materia,*** incluyen técnicas tales como destilación, absorción de gases, deshumiditicación, extracción líquido-líquido, lixiviación, cristalización, así como muchas otras que no se tratan en este libro.

El objeto de la ***destilación*** es separar, mediante vaporización, una mezcla líquida de sustancias miscibles y volátiles en los componentes individuales o, en algunos casos, en grupos de componentes. La separación de una mezcla de alcohol y agua en sus componentes; de aire líquido en nitrógeno, oxígeno y argón; y un crudo de petróleo en gasolina, queroseno, fuel oil y aceites lubricantes, son ejemplos de destilación.

En la ***absorción de gases,*** un vapor soluble se absorbe, de su mezcla con un gas inerte, en un líquido en el que el gas soluto es más o menos soluble. Un ejemplo típico es la absorción de amoníaco contenido en una mezcla con aire, mediante tratamiento con agua líquida. El soluto se recupera posteriormente del líquido por destilación y el líquido absorbente puede desecharse o bien ser reutilizado. Cuando el soluto se transfiere desde el disolvente líquido hacia la fase gaseosa, la operación recibe el nombre de *desorción* ***o stripping.*** En ***adsorción se*** separa un

soluto de un líquido o de un gas mediante contacto con un sólido adsorbente suya superficie tiene una especial afinidad para el soluto. En *deshumidificación* un líquido puro se separa por condensación de un gas inerte o portador. Con frecuencia el gas portador es insoluble en el líquido. Ejemplos de deshumidificación son la separación del vapor de agua del aire mediante condensación sobre una superficie fría y la condensación de un vapor orgánico, tal como tetracloruro de carbono, de una corriente de nitrógeno. En las operaciones de humidificación, el sentido de la transferencia es desde la fase líquida hacia la gaseosa. En el ***secado*** de sólidos, un líquido, generalmente agua, se separa por medio de un gas seco y caliente (generalmente aire) de forma que la operación está acompañada de la humidificación de la fase gaseosa. En la ***extracción*** *líquido-líquido*, a veces llamada ***extracción con disolvente,*** una mezcla de dos componentes se trata con un disolvente que disuelva preferentemente a uno o más de los componentes de la mezcla. La mezcla así tratada recibe el nombre de *refinado*, y la fase rica en disolventes se llama ***extracto.*** El componente que se transfiere desde el refinado hacia el extracto es el ***soluto,*** mientras que el componente que predomina en el refinado es el ***diluyente.*** El disolvente presente en el extracto que sale del extractor, generalmente se recupera y reutiliza.

En la extracción de sólidos, ***o lixiviación,*** el material soluble se disuelve de su mezcla con un sólido inerte mediante un disolvente líquido. El material disuelto, o soluto, se recupera después por cristalización o evaporación.

La cristalización se utiliza para obtener materiales en forma de cristales uniformes y atractivos de buena pureza. Como la formación de cristales consiste en la separación de un soluto de una disolución o de una fase fundida, dejando las impurezas en la fase líquida, se trata de una operación de separación. Sin embargo, las teorías y los modelos modernos de la cristalización industrial a partir de disoluciones, se basan en los procesos que ocurren en la interfase cristal-disolución y en las características de las partículas sólidas; por esta razón, la operación se trata en la Sección 5, conjuntamente con otras operaciones con partículas sólidas.

El tratamiento cuantitativo de la transferencia de materia se basa en balances de materia y energía, equilibrios y velocidades de transferencia de materia y calor. Aquí se consideran algunos conceptos que tienen una aplicación general. Los temas más especializados se tratan en los capítulos siguientes.

TERMINOLOGIA Y SIMBOLOS

Convencionalmente, las dos corrientes que intervienen en una operación se designan como la fase ***L y*** la fase *V*. También es costumbre seleccionar la corriente de mayor densidad como la fase ***L y*** la de menor densidad como la fase *V*. Una excepción puede presentarse en extracción líquido-líquido, donde el refinado se toma siempre como la fase ***L*** y el extracto como la fase *V*, aun cuando puede ocurrir que el refinado sea menos denso que el extracto. En secado, la fase ***L es*** la corriente formada por el sólido y el líquido incorporado al mismo. La Tabla A muestra cómo se designan las corrientes en las distintas operaciones.

Tabla A. Terminología para corrientes en operaciones de transferencia de materia

Operación	Fase V	Fase L
Destilación	Vapor	Líquido
Absorción, deshumidificación	Gas	Líquido
Adsorción	Gas o líquido	Sólido
Extracción líquido-líquido	Extracto	Refinado
Lixiviación	Líquido	Sólido
Cristalización	Aguas madres	Cristales
Secado	Gas (generalmente aire)	Sólido seco

Nota sobre concentraciones. Estrictamente hablando, concentración quiere decir masa por unidad de volumen. La masa puede estar expresada en libras o kilogramos, y el volumen en pies cúbicos o metros cúbicos. Para expresar la masa se usa también con frecuencia la libra mol o el kilogramo mol. Es conveniente ampliar el uso de la palabra «concentración» para incluir fracciones de masa o de moles. La relación entre ambas concentraciones para un componente i es

$$c_i = \rho x_i$$

donde x_i = fracción de masa o molar del componente i
ρ = densidad de masa o molar de la mezcla
c_i = concentración correspondiente del componente i

La fracción molar es la relación entre los moles de un componente y el número total de moles de la mezcla, con una definición análoga para la fracción de masa. Por definición, la suma de las fracciones molares o de masa de una mezcla es la unidad. Si hay r componentes, se pueden seleccionar de forma independiente r 1 fracciones molares, toda vez que la fracción molar del componente restante es igual a la unidad menos la suma de las demás fracciones molares.

Se necesitan símbolos generales para las velocidades de flujo y las concentraciones. En todas las operaciones se utilizan V y L para las velocidades de flujo de las fases V y L, respectivamente. Se utilizan A, B, C, etc., para referirse a los componentes individuales. Si solamente se transfiere un componente entre las fases, dicho componente se representa por A. Se utiliza x para la concentración de un componente en la fase L e y para su concentración en la fase V. Por tanto, y_A es la concentración del componente A en la fase V y x_B es la del componente B en la fase L. Cuando solamente están presentes dos componentes en una fase, la concentración del componente A se representa por x o y y la del componente B por $1 - x$ ó $1 - y$, de forma que los subíndices A y B resultan innecesarios.

Magnitudes extremas. Puesto que en las operaciones de transferencia de materia en estado estacionario hay dos corrientes, cada una de las cuales entra y sale, existen cuatro magnitudes extremas o terminales. Para identificarlas se utiliza el

Tabla B. Magnitudes extremas para flujo en contracorriente

Corriente	Velocidad de flujo	Concentración del componente *A*
Fase *L* a la entrada	L_a	x_{Aa}
Fase *L* a la salida	L_b	x_{Ab}
Fase *V* a la entrada	V_b	y_{Ab}
Fase *V* a la salida	V_a	y_{Aa}

subíndice *a* para referirse al extremo del proceso por el que entra la fase ***L y*** el subíndice ***b*** para el extremo por el que sale dicha fase. Por tanto, para el flujo ***en contracorriente,*** las magnitudes extremas son las que se presentan en la Tabla B. Si en una corriente solamente hay dos componentes, se puede suprimir el subíndice *A* de los términos de concentración.

PROCESOS DIFUSIONALES Y ETAPAS DE EQUILIBRIO

Los problemas de transferencia de materia se pueden resolver por dos métodos esencialmente diferentes: uno que utiliza el concepto de etapas de equilibrio, y otro basado en la velocidad de los procesos de difusión. La selección del método depende del tipo de equipo en el que se realiza la operación. La destilación, la lixiviación y, a veces, la extracción líquido-líquido se realizan en equipos tales como baterías de mezcladores-sedimentadores, baterías de difusión o torres de platos, que contienen una serie de unidades de proceso discretas; los problemas en estas situaciones se resuelven generalmente mediante el cálculo de etapas de equilibrio. La absorción de gases y otras operaciones que se llevan a cabo en torres de relleno o equipos similares, generalmente se tratan utilizando el concepto de un proceso difusional. Sin embargo, todos los cálculos de transferencia de materia requieren el conocimiento de las relaciones de equilibrio entre fases.

Equilibrio entre fases

Si dos fases llegan al equilibrio se alcanza un límite en la transferencia de materia, de forma que dicha transferencia se anula. Para que un proceso se realice con una velocidad de producción razonable, es necesario evitar la proximidad del equilibrio, ya que la velocidad de transferencia en cualquier punto es proporcional a la fuerza impulsora que viene dada por el alojamiento del equilibrio en dicho punto. Por tanto, para evaluar fuerzas impulsoras el conocimiento del equilibrio entre fases adquiere una importancia fundamental. En transferencia de materia son importantes diferentes tipos de equilibrio entre fases. En todos los casos intervienen dos fases y se pueden encontrar todas las combinaciones excepto dos fases gaseosas o sólidas. Considerando las fases en su conjunto, los efectos del área superficial o de la curvatura de las superficies son despreciables y las variables controlantes son las propiedades intensivas temperatura, presión y concentracio-

nes. Los datos de equilibrio pueden encontrarse en forma tabulada, gráfica o mediante ecuaciones. En la mayor parte de las ecuaciones que se consideran en este libro, las pertinentes relaciones de equilibrio se presentan en forma gráfica.

Clasificación de los equilibrios. Para clasificar los equilibrios y establecer el número de variables independientes o grados de libertad disponibles en una situación concreta, resulta de interés la regla de las fases,

$$\mathscr{F} = \mathscr{C} - \mathscr{P} + 2$$

donde $\mathscr{F}$ = número de grados de libertad
$\mathscr{C}$ = número de componentes
$\mathscr{P}$ = número de fases

A continuación, se analizan los equilibrios utilizados en transferencia de materia en función de la regla de las fases. Generalmente, hay dos fases, de forma que $\mathscr{F} = \mathscr{C}$.

El número de grados de libertad o varianza $\mathscr{F}$, es el número de variables intensivas independientes -temperatura, presión y concentraciones- que se pueden fijar para definir el estado de equilibrio del sistema. Si se fija un número de variables inferior a $\mathscr{F}$, existe un número infinito de estados que cumplen las suposiciones, y si se selecciona arbitrariamente un número excesivo de variables, el sistema estará superespeciftcado. Cuando solamente hay dos fases, como es el caso habitual, $\mathscr{F} = \mathscr{C}$, en sistemas de dos componentes $\mathscr{F} = 2$. Si se fija la presión, solamente una variable -la concentración de la fase líquida, por ejemplo- puede cambiar independientemente; la temperatura y la composición de la fase gaseosa (si las dos fases son líquido y gas) quedarán determinadas. Para tales sistemas, los datos de equilibrio se presentan en diagramas temperatura-composición aplicables a presión constante, o bien representando y_e, la concentración de la fase V, frente a x_e, la concentración de la fase L. Tales representaciones gráficas reciben el nombre de *curvas de equilibrio.* Si hay más de dos componentes, las relaciones de equilibrio no pueden representarse mediante una sola curva.

Destilación. Supóngase que hay dos componentes, de forma que $\mathscr{C} = 2$ y $\mathscr{F} = 2$. Los dos componentes se encuentran en ambas fases. Existen cuatro variables: presión, temperatura y las concentraciones del componente A en las fases líquida y vapor (las concentraciones del componente B son iguales a la unidad menos las dos componente A). Si se tija la presión solamente una variable, por ejemplo, la concentración de la fase líquida, se puede modificar independientemente, mientras que la temperatura y la composición de la fase de vapor quedarán determinadas.

Absorción de gases. Supóngase que solamente se transfiere un componente entre las fases. Hay tres componentes, de tal forma que $\mathscr{F} = 3$. Se desprecia la solubilidad del gas inerte en la fase líquida, así como la presencia en el gas de vapor procedente del líquido. En este caso, hay tres variables: presión, temperatu-

ra y las concentraciones del componente A en el liquido y en el gas. Puede fijarse la temperatura y elegir una concentración como la restante variable independiente. La otra concentración está entonces determinada y se puede representar una curva de equilibrio y_e vs. x,. Todos los puntos situados sobre la curva corresponden a la misma temperatura y presión. Los datos de equilibrio para diferentes temperaturas pueden presentarse también en forma de gráficas de solubilidad, en las que la presión parcial del soluto en la fase gaseosa se representa como ordenada.

Adsorción. Como en la absorción de gases, hay tres componentes cuando solamente se transfiere uno de los componentes y dos fases; por tanto, $\mathscr{F} = 3$. Normalmente, se fijan la temperatura y la presión, así como la concentración del componente A en el líquido o gas. La concentración de A sobre el adsorbente, en equilibrio con la fase fluida, está entonces determinada por la relación de equilibrio. Las representaciones gráficas del equilibrio, con frecuencia en forma adimensional, se construyen para temperaturas constantes especificadas y reciben el nombre de *isotermas* (véase la Fig. 24.3).

Deshumidificación. La solubilidad del gas portador puede despreciarse. Hay dos componentes, el gas portador y el líquido volátil, de forma que $\mathscr{C} = \mathscr{P} = 2$ y $\mathscr{F} = 2$. Una de las fases, la líquida, es pura y las variables son temperatura, presión y la concentración del vapor en la fase V. Si la presión se mantiene constante, pueden variarse bien la temperatura o la concentración de la fase vapor, y el valor de las demás variables queda determinada, de forma que una representación gráfica de la temperatura frente a la concentración da lugar a una relación de equilibrio. En la Figura 23.1 se representa el equilibrio entre agua y aire húmedo a 1 atm.

Extracción líquido-liquido. El número mínimo de componentes es 3, de forma que $\mathscr{F} = 3$. Todos los tres componentes pueden estar presentes en ambas fases. Las variables son temperatura, presión y cuatro concentraciones. La temperatura o la presión pueden tomarse constantes y elegir dos o más concentraciones como variables independientes. Generalmente, la presión permanece constante y entonces la temperatura varía algo. Las relaciones entre las variables se presentan mediante diferentes métodos gráficos, de los que son ejemplos las Figuras 19.10 a 19.13.

Lixiviación. En lixiviación se encuentran dos situaciones. En la primera de ellas se dispone de disolvente en cantidad más que suficiente para disolver todo el soluto, y en el equilibrio todo el soluto se encuentra en disolución. Existen, por tanto, dos fases, la sólida y la disolución. El número de componentes es 3 y $\mathscr{F} = 3$. Las variables son temperatura, presión y concentración de soluto en la disolución. Todas ellas son variables independientes.

En el segundo caso, la cantidad de disolvente disponible es insuficiente para disolver todo el soluto y el exceso de soluto permanece como una fase sólida en equilibrio con el líquido. Por tanto, $\mathscr{P} = 3$, de forma que $\mathscr{F} = 2$. Las variables

son temperatura, presión y concentración de la disolución saturada. Si la presión está fijada, la concentración depende de la temperatura. La relación viene dada por la curva de solubilidad.

Secado. En el secado de un material formado por agua y un sólido húmedo, puede estar presente o no agua líquida libre. Si está, hay tres fases -vapor, sólido y líquido-, y tres componente, de forma que $\mathscr{F} = 2$. A presión constante existe una única relación entre temperatura y concentración de agua en el vapor, lo mismo que en los contactos aire-agua.

El agua en sólidos higroscópicos o en materiales naturales, tales como lana o cuero, puede estar retenida por el sólido y no estar presente agua líquida. Hay dos fases y tres componentes, de forma que $\mathscr{F} = 3$. Las variables son temperatura, presión y concentraciones de agua en las fases sólida y vapor. Si la temperatura y la presión están íijadas, pueden representarse estas dos concentraciones como una curva de equilibrio. En la Figura 25.3 se muestran curvas típicas para 1 atm y 25 "C.

CAPITULO

DIECISIETE

OPERACIONES DE ETAPAS DE EQUILIBRIO

Uno de los tipos de dispositivos en transferencia de materia consiste en el acoplamiento de unidades o etapas, conectadas entre sí de forma que los materiales que se someten a procesamiento pasan sucesivamente a través de cada etapa. Las dos corrientes circulan en contracorriente a través del equipo; en cada etapa, se ponen en contacto, se mezclan y se separan. Estos sistemas de múltiple etapa reciben el nombre de ***cascadas.*** Para que exista transferencia de materia es preciso que las corrientes que entran en cada etapa no estén en equilibrio, ya que es la separación de las condiciones de equilibrio lo que proporciona la fuerza impulsora para la transferencia. Las corrientes que salen no están generalmente en equilibrio, pero sí mucho más próximas al mismo de lo que lo estaban las corrientes de entrada. La proximidad del acercamiento al equilibrio depende de la eficacia de la mezcla y de la transferencia de materia entre fases. Para simplificar el diseño de una cascada, con frecuencia, se supone que las corrientes que salen de las etapas están en equilibrio, lo que por definición, conduce al concepto de etapa ***ideal.*** Posteriormente se aplica un factor de corrección o de eficacia para tener en cuenta la separación con respecto al equilibrio.

Con el fin de ilustrar el concepto de una cascada de etapas de equilibrio, se describen seguidamente dos dispositivos típicos de múltiple etapa en contracorriente. En capítulos posteriores se consideran otros equipos para transferencia de materia.

Equipo típico de destilación. En la Figura 17.1 se muestra una planta para destilación continua. El calderín *A* se alimenta de forma continua con una mezcla líquida que se desea destilar. El líquido se convierte parcialmente en vapor mediante calor transmitido desde la superficie de calefacción ***B.*** El vapor formado en el calderín es más rico en el componente más volátil que el iíquido no vaporizado, pero excepto que los dos componentes tengan volatilidades muy diferentes, el vapor contendrá cantidades sustanciales de ambos componentes, de forma que si se condensa, el condensado distará mucho de ser un componente puro. Para aumentar la concentración del componente más volátil en el vapor, la corriente de vapor procedente del calderín se pone a su vez en contacto con la corriente de líquido hirviente que desciende por la columna o torre C. Este

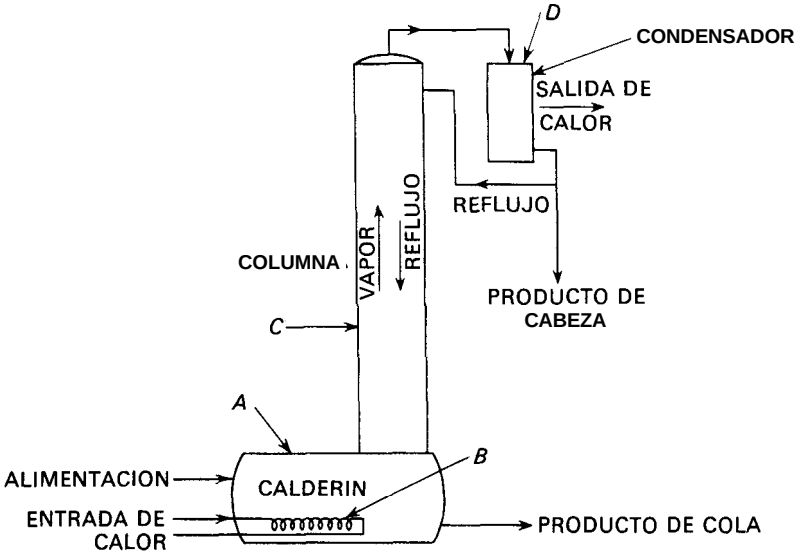


Figura 17.1. Calderín con columna de fraccionamiento: *A*, calderín; *B*, superficie de calefacción; *C*, columna; *D*, condensador.

líquido ha de ser más rico en el componente más volátil de forma que se produzca transferencia de materia del componente más volátil desde el líquido hacia el vapor en cada una de las etapas de la columna. El líquido puede obtenerse simplemente condensando el vapor de cabeza y retornando algo de líquido a la parte superior de la columna. Este líquido que retorna recibe el nombre de ***reflujo.*** El empleo de reflujo aumenta la pureza del producto de cabeza, pero no sin algún coste adicional, ya que el vapor generado en el calderín tiene que proporcionar tanto el producto de cabeza como el reflujo, y el coste de esta energía representa una gran parte del coste total de la separación por destilación.

El reflujo que entra por la parte superior de la columna con frecuencia está a la temperatura de ebullición, pero si está frío, se calienta casi inmediatamente hasta su temperatura de ebullición al ponerse en contacto con el vapor. En el resto de la columna el líquido y el vapor están a sus temperaturas de ebullición y condensación, respectivamente, y las temperaturas aumentan a medida que se desciende en la columna debido al aumento de concentración del componente menos volátil y, en algunos casos, a causa del aumento de presión.

El enriquecimiento del vapor se produce en cada etapa debido a que el vapor procedente de una etapa tiene una menor concentración en el componente más volátil que la del vapor que estuviese en equilibrio con el líquido que entra en dicha etapa. Por ejemplo, considerando la etapa superior, el vapor que llega a esta etapa es menos rico que el producto de cabeza y el reflujo, que tiene la misma composición que el producto, tiene una ***composición del vapor en equilibrio*** que es todavía más rica que el producto. Por tanto, el vapor que pasa a través de

la etapa superior se enriquecerá en el componente más volátil a expensas del líquido de reflujo. Esto empobrece al reflujo en el componente más volátil, pero si las velocidades de flujo están correctamente ajustadas, el líquido que desciende hacia la segunda etapa será capaz de enriquecer también al vapor que llega a la misma. Por consiguiente, en todas las etapas de la columna algo de componente más volátil se difunde desde la fase líquida hacia la de vapor, con una correspondiente difusión del componente menos volátil desde el vapor hacia el líquido. El calor de vaporización del componente más volátil es suministrado por el calor de condensación del menos volátil y la velocidad de flujo ascendente de vapor en la columna es aproximadamente constante.

El enriquecimiento de la corriente de vapor al atravesar la columna en contacto con el reflujo recibe el nombre de *rectificación.* No importa dónde se origine el reflujo con tal de que su concentración en el componente más volátil sea suficientemente grande para obtener el producto deseado. La fuente habitual del reflujo es el condensado que sale del condensador ***D.*** Parte del condensado se retira como producto mientras que el resto se devuelve a la parte superior de la columna. A veces el reflujo se genera mediante condensación parcial del vapor de cabeza; en este caso el reflujo tiene una composición diferente de la del vapor que sale como producto de cabeza. Siempre que no se forme un azeótropo, el vapor que llega al condensador puede tener una pureza tan grande como se desee utilizando una torre suficientemente alta y un reflujo elevado.

Del calderín se retira el líquido que contiene la mayor parte del componente menos volátil, debido a que, salvo que se forme un azeótropo, poca cantidad de este componente sale con el producto de cabeza. El líquido procedente del calderín, que recibe el nombre de ***producto de*** cola o simplemente *cola*, no es, sin embargo, un producto prácticamente puro debido a que en el equipo de la Figura 17.1 no existe un dispositivo para la rectificación de esta corriente. En el Capítulo 18 se describe un método para obtener un producto de cola prácticamente puro por rectificación.

La columna que se representa en la Figura 17.1 contiene con frecuencia varios platos perforados colocados uno encima de otro. Una cascada de este tipo recibe el nombre de ***columna de platos perforados.*** En la Figura 17.2 se representa un plato perforado. Consiste en una criba horizontal *A* equipada con un tubo descendente *C*, cuya parte superior actúa como un vertedero, y numerosos orificios *B*, todos ellos del mismo tamaño, con un diámetro comprendido entre 1/4 y 1/2 de pulgada. El tubo de descenso ***D*** procedente del plato superior desemboca muy cerca del plato *A*. Esta construcción conduce al siguiente flujo de vapor y líquido. El líquido desciende de un plato a otro de la columna pasando a través de los tubos de descenso ***D y*** C así como a través de los platos. El vertedero mantiene una altura mínima del líquido sobre el plato, que casi es independiente de la velocidad de flujo del líquido. El vapor asciende de un plato a otro a través de las perforaciones. Excepto para velocidades muy bajas de vapor, notablemente inferiores al intervalo normal de operación, la velocidad del vapor a través de las perforaciones es suficiente para prevenir el «goteo» del líquido a través de los orificios. El vapor se dispersa por los orificios en un gran número de burbujas muy pequeñas que ascienden poniéndose en íntimo contacto con la masa de

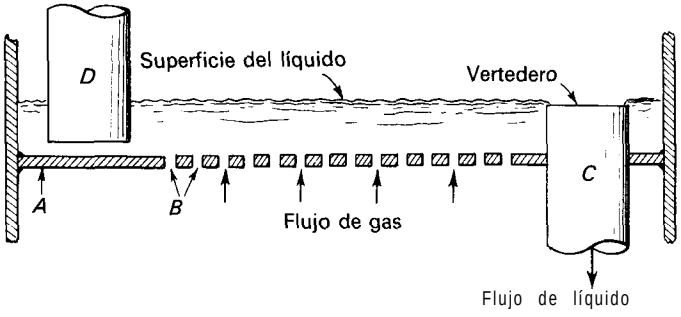


Figura 17.2. Plato perforado: *A*, criba o plato; *B*, perforaciones; *C*, tubo de descenso al plato inferior; *D*, tubo de descenso desde el plato superior.

líquido situado sobre el plato. Debido a la acción de las burbujas de vapor, el líquido se encuentra en ebullición, formando una masa espumosa. Encima de la espuma y por debajo del plato superior se forma una niebla procedente de las burbujas que coalescen. La mayor parte de esta niebla sedimenta y se incorpora al líquido, pero algo de ella es arrastrada por el vapor y transporta hacia el plato superior. Las columnas de platos perforados son representativos de toda una clase de equipo denominado ***columnas de platos.***

Equipo típico de lixiviación. En lixiviación, un material soluble se disuelve a partir de su mezcla con un inerte sólido por medio de un líquido disolvente. En la Figura 17.3 se muestra esquemáticamente un diagrama de flujo en una planta típica de lixiviación. Consiste en una serie de unidades, en cada una de las cuales el sólido procedente de la etapa anterior se mezcla con el líquido procedente de la unidad siguiente y la mezcla se deja sedimentar. El sólido se pasa entonces a la unidad siguiente y el líquido a la unidad anterior. A medida que el líquido fluye

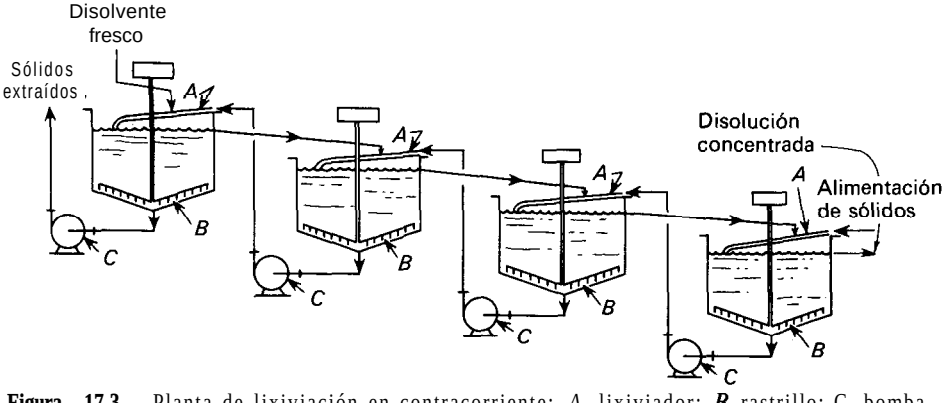


Figura 17.3. Planta de lixiviación en contracorriente: *A*, lixiviador; *B*, rastrillo; C, bomba de lodos.

de una unidad a otra se va enriqueciendo en el soluto, mientras que el sólido al fluir entre las unidades se va empobreciendo en el soluto. El sólido descargado desde un extremo del sistema está agotado mientras que la disolución que sale por el otro extremo está concentrada en el soluto. La eficacia de la extracción depende de la cantidad de disolvente y del número de unidades. En principio, el soluto no extraído puede reducirse hasta cualquier cantidad deseada si se utiliza una cantidad suficiente de disolvente y de número de unidades.

Para las unidades individuales de un sistema de lixiviación en contracorriente puede elegirse cualquier tipo adecuado de mezclador y sedimentador. En el sistema que se muestra en la Figura 17.3 la mezcla se produce en los lixiviadores *A* y en la parte superior de los tanques, los rastrillos *B* desplazan los sólidos hacia la descarga y las bombas de lodos C trasladan la suspensión de un tanque a otro.

FUNDAMENTOS DE LOS PROCESOS POR ETAPAS

En la torre de platos perforados y en la planta de lixiviación en contracorriente que se muestran en las Figuras 17.1 y 17.3, la cascada consiste en una serie de unidades o etapas conectadas entre sí. El estudio del dispositivo como un todo se realiza mejor localizando la atención sobre las corrientes que pasan entre las etapas individuales. Una unidad individual de una cascada recibe dos corrientes, una fase *V* y una fase *L,* procedentes de dos unidades adyacentes, se ponen en contacto y se descargan las fases *L* y *V*, respectivamente, hacia las mismas unidades adyacentes. El hecho de que las unidades de contacto puedan disponerse unas encima de otras, como en la columna de platos perforados o lateralmente, como en una planta de lixiviación, es importante mecánicamente y puede afectar algo a los detalles de operación de las etapas individuales. Sin embargo, para cualquier tipo de disposición se utilizan las mismas ecuaciones de los balances de materia.

Terminología para plantas de contacto por etapas. Las unidades individuales de contacto de una cascada se numeran sucesivamente desde un extremo hasta otro. En este libro las etapas se numeran en el sentido de flujo de la fase *L* y la última etapa corresponde a la descarga de la fase *L.* Una etapa general del sistema es la etapa ***enésima,*** que corresponde al número n contando desde la entrada de la fase *L.* La etapa inmediatamente anterior a ía etapa n en la secuencia es la etapa $n - 1$ y la inmediatamente siguiente es la etapa $n + 1$. Utilizando como ejemplo una columna de platos, en la Figura 17.4 se indica cómo se numeran las etapas de la cascada. El número total de etapas es N, que a su vez es la última etapa de la planta.

Para designar las corrientes y concentraciones pertenecientes a una etapa, todas las corrientes procedentes de dicha etapa llevan como subíndice el número de la unidad. Así, para un sistema de dos componentes, y_{n+1} es la fracción molar del componente *A* en la fase *V* que sale de la etapa $n + 1$, y L_n es el flujo molar de la fase *L* que sale de la etapa n. Las corrientes que entran y salen de la cascada y las que entran y salen de la etapa n de una torre de platos se señalan en la

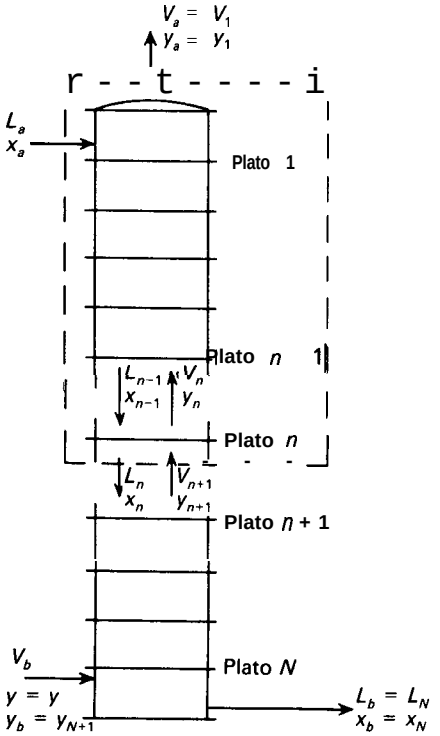


Figura 17.4. Diagrama del balance de materia para una columna de platos.

Figura 17.4. Las magnitudes V_a, L_b, y_a, y x_b de la Tabla B, página 524, son iguales a V_1, L_N, y_1 y x_N, respectivamente. Esto puede observarse tomando como referencia la Figura 17.4.

Balances de materia. Considérese la porción de la cascada que comprende las etapas 1 a n, tal como se representa mediante la línea de trazos en la Figura 17.4. La entrada total de material a esta sección es $L_a + V_{n+1}$ mol/h y la salida total es $L_n + V_a$ mol/h. Puesto que, para flujo estacionario no hay acumulación ni vaciamiento, la entrada y la salida son iguales,

$$L_a + V_{n+1} = L_n + V_a \tag{17.1}$$

La Ecuación (17.1) corresponde a un balance de materia total. Se puede escribir otro balance igualando la entrada y salida del componente A. Puesto que el número de moles de este componente en una corriente es igual al producto del caudal molar por la fracción molar de A en la corriente, la entrada de componente A en la sección de estudio, para un sistema de dos componentes, es $L_a x_a + V_{n+1} y_{n+1}$ mol/h, la salida es $L_n x_n + V_a y_a$ mol/h, y

$$L_a x_a + V_{n+1} y_{n+1} = L_n x_n + V_a y_a \tag{17.2}$$

También puede escribirse un balance de materia para el componente *B*, pero tal ecuación no es independiente de las Ecuaciones (17.1) y (17.2), puesto que si se resta la Ecuación (17.2) de la Ecuación (17.1) el resultado es la ecuación del balance de materia para el componente *B*. Las Ecuaciones (17.1) y (17.2) contienen toda la información que se puede obtener a partir de balances de materia aplicados a la sección elegida.

Balances globales para toda la cascada se obtienen en la misma forma:

Balance de materia total: $$L_a + V_b = L_b + V_a \tag{17.3}$$

Balance de componente *A*: $$L_a x_a + V_b y_b = L_b x_b + V_a y_a \tag{17.4}$$

Balances de entalpía. En muchos procesos de etapas de equilibrio el balance general de energía se puede simplificar despreciando las energías mecánicas potencial y cinética. Si, además, el proceso es adiabático y transcurre sin intercambio de trabajo, se puede aplicar un sencillo balance de entalpía. Por tanto, en un sistema de dos componentes, para las primeras n etapas,

$$L_a H_{L,a} + V_{n+1} H_{V,n+1} = L_n H_{L,n} + V_a H_{V,a} \tag{17.5}$$

donde H_L y H_V son las entalpías por mol de la fase L y la fase V, respectivamente. Para toda la cascada

$$L_a H_{L,a} + V_b H_{V,b} = L_b H_{L,b} + V_a H_{V,a} \tag{17.6}$$

Métodos gráficos para sistemas de dos componentes. Para sistemas que sólo contienen dos componentes es posible resolver gráficamente muchos problemas de transfeencia de materia. Los métodos se basan en balances de materia y relaciones de equilibrio. Algunos métodos más complejos requieren también balances de entalpía. Estos métodos más complejos se tratarán en el Capítulo 18. Los fundamentos de los métodos gráficos sencillos se tratan a continuación y sus aplicaciones detalladas a operaciones específicas se consideran en capítulos posteriores.

Diagrama de la línea de operación. Para un sistema binario, las composiciones de las dos fases de una cascada pueden representarse en una gráfica donde x es la abscisa e y la ordenada. Tal como indica la Ecuación (17.2), el balance de materia en un punto intermedio de la columna incluye x_n, la concentración de la fase L que *sale* de la etapa n, *e* y_{n+1}, la concentración de la fase V que *entra* en dicha etapa. Para mostrar más claramente la relación, la Ecuación (17.2) puede escribirse así

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V_{n+1}} \tag{17.7}$$

La Ecuación (17.7) es la ecuación de la línea de operación para la columna; si se representan los puntos x_n e y_{n+1} para todas las etapas, la línea que pasa por

todos estos puntos recibe el nombre de ***linea de operación.*** Obsérvese que si L_n y V_{n+1} son constantes a través de la columna, la ecuación es la de una línea recta de pendiente L/V y ordenada en el origen $y_a - (L/V)x_a$, de forma que la línea puede situarse fácilmente. Para este caso la línea de operación puede trazarse también como una recta que une las composiciones extremas (x,, y,) y (x,, y_b). Para ver que esto se cumple basta prolongar la línea de trazos de la Figura 17.4 hasta incluir el plato N y considerar que la corriente V_b procedente de la etapa del fondo es equivalente a una corriente procedente de una hipotética etapa $N + 1$, de forma que y_b corresponde a y_{N+1} y x_b a x_N. Análogamente, la corriente L_a en el tope de la columna puede considerarse que proviene de una hipotética etapa cero, de forma que el punto (x,, y,) o (x,, y,) corresponde al verdadero extremo superior de la línea de operación.

Cuando los caudales molares no son constantes en la columna, la línea de operación no es recta en una representación gráfica sencilla. Las composiciones extremas pueden todavía utilizarse para localizar los extremos de la línea y se aplican los cálculos del balance de materia sobre secciones de la columna con el fin de determinar unos cuantos puntos intermedios. Con frecuencia solamente se necesitan uno o dos puntos debido a que generalmente la línea de operación sólo presenta una ligera curvatura.

La posición de la línea de operación con relación a la línea de equilibrio determina el sentido de la transferencia de materia así como cuantas etapas se requieren para una separación dada. Los datos de equilibrio se obtienen por experimentación o a partir de cálculos termodinámicos, y la línea de equilibrio es simplemente una representación gráfica de los valores de x_e e y_e en equilibrio. Para el caso de rectificación en una columna de destilación, la línea de operación tiene que estar situada por debajo de la línea de equilibrio, tal como se representa en la Figura 17.5*a*. De esta forma, el vapor procedente de un plato es menor concentrado en el componente más volátil que el vapor en equilibrio con el líquido que abandona el plato y por consiguiente el vapor al pasar a través del líquido se enriquecerá en el componente más volátil. Las pendientes relativas de las líneas no son importantes siempre y cuando las líneas no se toquen; la línea de operación podría ser menos pendiente que la línea de equilibrio y todavía se produciría un enriquecimiento progresivo del vapor. La fuerza impulsora para la transferencia de materia es la diferencia ($y_e - y_{n+1}$), tal como muestra la Figura 17.5*a*.

Cuando un componente ha de transferirse desde la fase ***V*** hacia la fase ***L,*** como en la absorción de un material soluble desde un gas inerte, la línea de operación tiene que estar situada por encima de la línea de equilibrio. La fuerza impulsora para la transferencia de materia es ahora (y_{n+1} y_e), es decir, la diferencia entre la composición real del vapor y la composición del vapor en equilibrio con el líquido para la correspondiente posición en la columna. En el diseño de absorbedores de gases generalmente se selecciona el flujo de líquido para que la línea de operación tenga mayor pendiente que la línea de equilibrio, lo que da lugar a una fueza impulsora moderadamente grande en el fondo de la columna y permite realizar la separación deseada con relativamente pocas etapas.

Al absorber un componente del gas en un disolvente no volátil, el caudal total

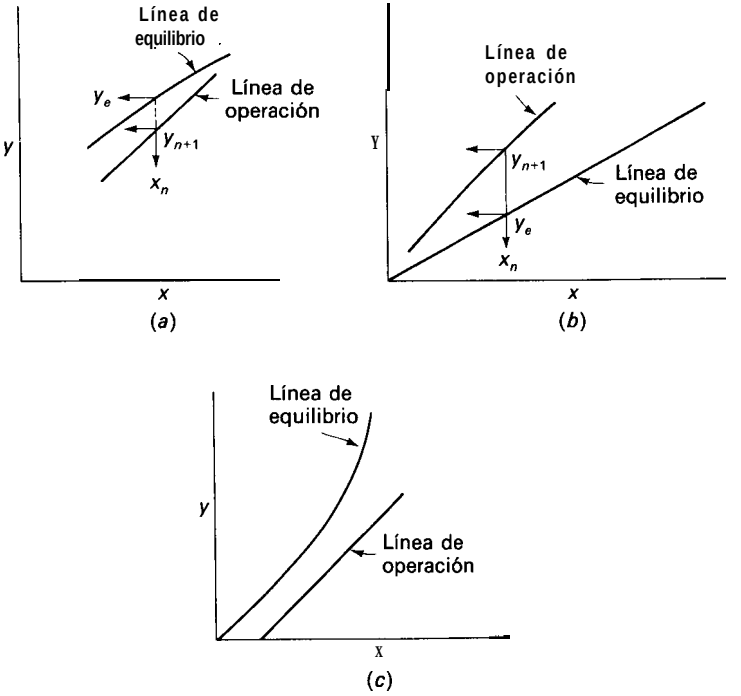


Figura 17.5. Líneas de operación y equilibrio: (a) para destilación; (b) para absorción de gases, (c) para desorción.

de gas disminuye mientras que aumenta el caudal total de líquido a medida que las dos fases circulan a través de la columna. Por consiguiente, la línea de operación es generalmente curva, aunque la variación porcentual de la pendiente, L/V, no es tan grande como la variación individual de L o de V, puesto que tanto L como V son mayores en el fondo de la columna y menores en la parte superior. Más adelante, en el Ejemplo 17.1, se presenta un método para calcular puntos intermedios de la línea de operación.

La operación contraria a la absorción de gases recibe el nombre de desorción 0 stripping, una operación que se realiza para recuperar un soluto valioso contenido en la disolución de absorción y regenerar a su vez la disolución. En este caso la línea de operación ha de estar situada por debajo de la línea de equilibrio, tal como muestra la Figura 17.5*c*. Habitualmente se modifican la temperatura o la presión para hacer que la línea de equilibrio tenga mayor pendiente que en el proceso de absorción.

Etapas ideales de contacto. La etapa ideal es un modelo con el que puede compararse una etapa real. En una etapa ideal, la fase V que abandona la etapa está en equilibrio con la fase L que sale de dicha etapa. Por ejemplo, si el plato n de la Figura 17.4 es una etapa ideal, las concentraciones x_n e y_n son las coordenadas de un punto situado sobre la curva de y_e frente a x_e correspondiente al

equilibrio entre las fases. En una columna de platos las etapas ideales también se denominan ***platos perfectos.***

Determinación del número de etapas ideales. Un problema importante consiste en determinar el número de etapas ideales que se requieren en una cascada real para cubrir un deseado intervalo de concentración desde x_a hasta x_b, o su equivalente desde y_a hasta y_b. Si este número se puede determinar y se dispone de información acerca de la eficacia de las etapas, se puede calcular el número de etapas reales. Este es el método habitualmente utilizado para el diseño de cascadas.

Un método sencillo para determinar el número de etapas ideales cuando solamente hay dos componentes en cada fase consiste en una construcción gráfica utilizando el diagrama de la línea de operación. La Figura 17.6 muestra la línea de operación y la curva de equilibrio para un absorbedor de gases típico. Los extremos de la línea de operación son el punto ***a,*** de coordenadas (x,, y_a), y el punto ***b,*** de coordenadas (x,, y_b). Para determinar el número de etapas ideales es preciso alcanzar una variación de la concentración de la fase gaseosa desde y_b hasta y_a y una variación de la concentración de la fase líquida desde x_a hasta x_b.

La concentración de la fase gaseosa que sale de la etapa superior, que es la etapa 1, es y_a o bien y_1. Si la etapa es ideal, el líquido que sale está en equilibrio con el vapor que también sale, de forma que el punto (x,, y_1) está situado sobre la curva de equilibrio. Este hecho tija el punto ***m,*** que se encuentra desplazándose horizontalmente desde el punto ***a*** hasta la curva de equilibrio. La abscisa del punto ***m*** es x_1. Se utiliza ahora la línea de operación, que pasa a través de todos los puntos que tienen coordenadas del tipo (x,, y_{n+1}) y, puesto que se conoce x_1, se obtiene y_2 desplazándose verticalmente desde el punto ***m*** hasta la linea de operación en el punto *n*, cuyas coordenadas son (x_1, y_2). El escalón o triángulo definido por los puntos ***a, m y n*** representa una etapa ideal, que es la primera de esta columna. La segunda etapa se localiza gráficamente sobre el diagrama

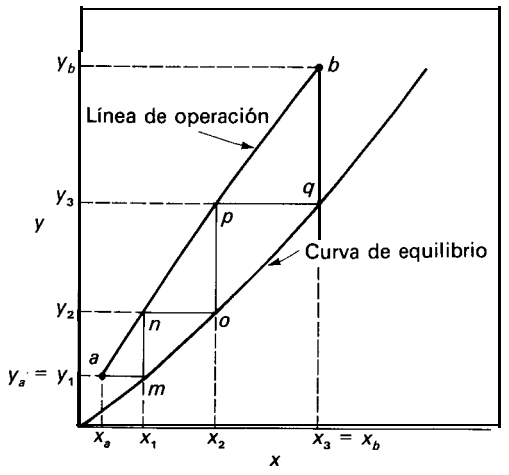


Figura 17.6. Diagrama de la línea de operación para un absorbedor de gases.

repitiendo la misma construcción, pasando horizontalmente hasta el punto o de la línea de equilibrio, de coordenadas (x_2, y_2), y verticalmente hasta la línea de operación en el punto p, de coordenadas (x_2, y_3). La tercera etapa se obtiene repitiendo de nuevo la construcción para trazar el triángulo pqb. Para la situación que se muestra en la Figura 17.6, la tercera etapa es la última, puesto que la concentración del gas que sale de dicha etapa es y_b y la del líquido es x_b, que son las concentraciones extremas deseadas. Por tanto, para esta separación se requieren tres etapas ideales.

Se puede utilizar la misma construcción para determinar el número de etapas ideales que se requieren en una cascada cualquiera, independientemente de que se utilice para absorción de gases, rectificación, lixiviación o extracción líquido-líquido. La construcción gráfica etapa a etapa utilizando alternativamente las líneas de operación y equilibrio para obtener el número de etapas ideales fue aplicado inicialmente para el diseño de columnas de rectificación y se conoce con el nombre de ***método de McCabe-Thiele***[3]. La construcción puede iniciarse por cualquiera de los extremos de la columna y, en general, el último escalón no coincidirá exactamente con las concentraciones extremas como ocurre en el caso de la Figura 17.6. En este caso se puede asignar una fracción de etapa o bien redondear hasta el número entero más próximo.

Ejemplo 17.1. Utilizando una columna de platos, se ha de absorber acetona desde una mezcla con aire en un aceite de absorción no volátil. El gas que entra contiene 30 moles por 100 de acetona mientras que el líquido absorbente a la entrada está exento de acetona. Ha de absorberse el 97 por 100 de la acetona contenida en el aire y la disolución concentrada que saldrá por el fondo de la torre contendrá 10 moles por 100 de acetona. La relación de equilibrio es $y_e = 1{,}9x_e$. Represéntese gráficamente la línea de operación y determínese el número de etapas ideales.

SOLUCIÓN

Tómese como base 100 moles del gas que entra y represéntese por V_b. La acetona que entra es, por tanto, 0,3 x 100 = 30 mol y el aire que entra es 100 − 30 = 70 mol. Para una absorción del 97 por 100, la acetona que sale es 0,03 x 30 = 0,9 mol e y_a = = 0,9/70,9 = 0,0127; la acetona absorbida es 30 − 0,9 = 29,1 mol. Para 10 por 100 de acetona en la disolución que sale, no existiendo acetona en el aceite que entra, $0{,}1L_b$ = 29,1, y L_b = 291 mol. Por tanto, L_a = 291 − 29,1 = 261,9 mol.

Para encontrar un punto intermedio de la linea de operación, se aplica un balance de acetona a la parte superior de la torre, suponiendo un valor particular de yV, los moles de acetona que salen con el gas. Para una salida de 10 moles en el gas,

$$y = \frac{10}{10 + 70} = 0{,}125$$

Los moles de acetona perdidos por el gas en esta sección son 10 − 0,9, o sea 9,1 y han de ser iguales a los moles ganados por el líquido. Por tanto, cuando y = 0,125,

$$x = \frac{9{,}1}{261{,}9 + 9{,}1} = 0{,}0336$$

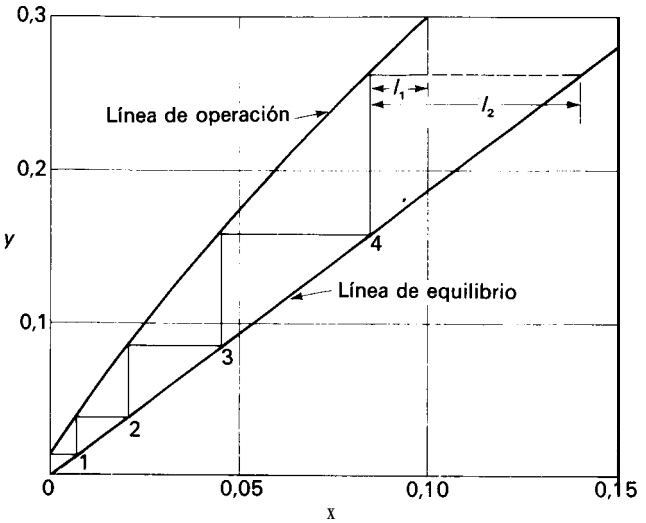


Figura 17.7. Diagrama para el Ejemplo 17.1.

Cálculos similares para $yV = 20$ conducen a $y = 20/90 = 0{,}222$ y $x = 19{,}1/(261{,}9 + 19{,}1) = 0{,}068$.

En la Figura 17.7 se representa la línea de operación. Obsérvese que es sólo ligeramente curva, aun cuando el flujo de gas casi varía en un 30 por 100.

El número de etapas ideales es 4 y una fracción. Tomando como base la variación que se requiere en x con relación al cambio que se produciría en todo un escalón, la fracción es l_1/l_2, o sea 0,27. Una construcción similar tomando como base las variaciones de y conduce a una fracción de 0,33. Estos valores difieren debido a que las líneas de equilibrio y operación no son paralelas. La respuesta deberá darse como 4,3 etapas.

Método del factor de absorción para calcular el número de etapas ideales. Cuando las líneas de operación y equilibrio son ambas rectas para un determinado intervalo de concentraciones desde x_a hasta x_b, el número de etapas ideales se puede calcular analíticamente y la construcción gráfica no es necesaria. A continuación se deducen las fórmulas a utilizar con este fin.

Sea la ecuación de la línea de equilibrio

$$y_e = mx, + B \tag{17.8}$$

donde, por definición, m y B son constantes. Si la etapa n es ideal,

$$y_n = mx_n + B \tag{17.9}$$

Para el caso de etapas ideales y L/V constante, sustituyendo x_n en la Ecuación (17.7), se obtiene

$$Y_{n+1} = \frac{L(y_n - B)}{mV} + y_a - \frac{Lx_a}{V} \tag{17.10}$$

Es conveniente definir el factor de absorción mediante la ecuación

$$A \equiv \frac{L}{m\bar{V}} \tag{17.11}$$

El factor de absorción en la relación entre la pendiente de la línea de operación y la línea de equilibrio y, cuando ambas líneas son rectas, es una constante. La Ecuación (17.10) puede escribirse así

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= A(y_n - B) + y_a - Amx, \\ &= Ay, - A(mx_a + B) + y_a \end{aligned} \tag{17.12}$$

El valor de $mx, + B$, de acuerdo con la Ecuación (17.8), es la concentración del vapor en equilibrio con la fase L que entra y cuya concentración es x_a, tal como puede observarse en la Figura 17.8. El símbolo y^* se utiliza para indicar la concentración de la fase V en equilibrio con una fase L especificada. Por tanto,

$$y_a^* = mx, + B \tag{17.13}$$

y la Ecuación (17.12) se transforma en

$$y_{n+1} = Ay_n - Ay_a^* + y_a \tag{17.14}$$

La Ecuación (17.14) puede utilizarse para calcular, etapa a etapa, el valor de y_{n+1} para cada una de las etapas, comenzando por la etapa 1. El método puede seguirse con ayuda de la Figura 17.8.

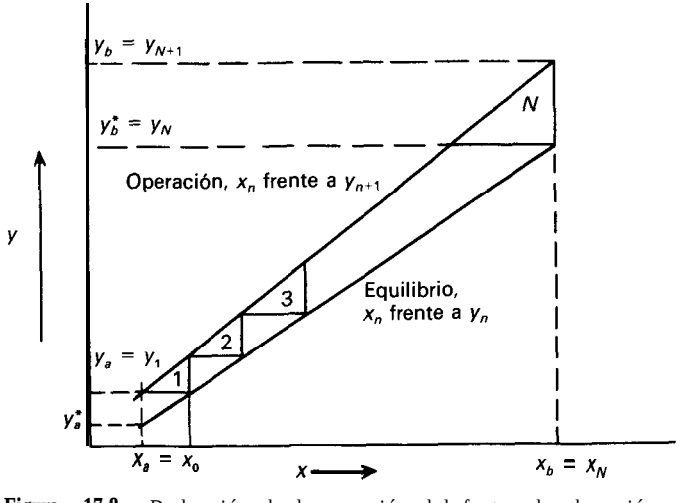


Figura 17.8. Deducción de la ecuación del factor de absorción.

Para la etapa 1, utilizando $n = 1$ en la Ecuación (17.14) y teniendo en cuenta que $y_1 = y_a$, se obtiene

$$y_2 = Ay_a - Ay_a^* + y_a = y_a(1 + A) - Ay_a^*$$

Para la etapa 2, utilizando $n = 2$ en la Ecuación (17.14) y eliminando y_2, resulta

$$\begin{aligned} y_3 &= Ay_2 - Ay_a^* + y_a = A[\, y_a(1 + A) - Ay_a^*] - Ay_a^* + y_a \\ &= y_a(1 + A + A^2) - y_a^*(A + A^2) \end{aligned}$$

Estas ecuaciones pueden generalizarse para la etapa enésima, obteniendo

$$y_{n+1} = y_a(1 + A + A^2 + \cdots + A^n) - y_a^*(A + A^2 + \cdots + A^n) \qquad (17.15)$$

Para toda la cascada $n = N$, el número total de etapas, y

$$y_{n+1} = y_{N+1} = y_b$$

Por tanto,

$$y_b = y_a(1 + A + A^2 + \cdots + A^N) - y_a^*(A + A^2 + \cdots + A^N) \qquad (17.16)$$

Las sumas de los paréntesis de la Ecuación (17.16) son dos sumas de series geométricas. La suma de una serie de este tipo es

$$s_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

donde s_n = suma de los n primeros términos de la serie
a_1 = primer término
r = relación constante de cada término al término anterior

La Ecuación (17.16) puede entonces escribirse así

$$y_b = y_a \frac{1 - A^{N+1}}{1 - A} - y_a^* A \frac{1 - A^N}{1 - A} \qquad (17.17)$$

La Ecuación (17.17) es una forma de la ecuación de Kremser[2]. Puede utilizarse como tal o en la forma de una carta que relaciona N, A y las concentraciones extremas[1, 4]. También puede expresarse en una forma más sencilla utilizando el método que se presenta a continuación.

Para la etapa N, la Ecuación (17.14) es

$$y_b = Ay_N - Ay_a^* + y_a \qquad (17.18)$$

A partir de la Figura 17.8 puede apreciarse que $y_N = y_b^*$, y la Ecuación (17.18) puede escribirse en esta forma

$$y_a = y_b - A(y_b^* - y_a^*) \tag{17.19}$$

Agrupando los términos de la Ecuación (17.17) que contienen A^{N+1}, se obtiene

$$A^{N+1}(y_a - y_a^*) = A(y_b - y_a^*) + (y_a - y_b) \tag{17.20}$$

Sustituyendo $y_a - y_b$ de la Ecuación (17.19) en la Ecuación (17.20), resulta

$$A^N(y_a - y_a^*) = y_b - y_a^* - y_b^* + y_a^* = y_b - y_b^* \tag{17.21}$$

Tomando logaritmos en la Ecuación (17.21) y despejando N se obtiene

$$N = \frac{\log [(y_b - y_b^*)/(y_a - y_a^*)]}{\log A} \tag{17.22}$$

y, a partir de la Ecuación (17.19),

$$\frac{y_b - y_a}{y_b^* - YB} = A \tag{17.23}$$

La Ecuación (17.22) puede escribirse así

$$N = \frac{\log [(y_b \quad y_b^*)/(y_a \quad y_a^*)]}{\log [(y_b - y_a)/(y_b^* - y_a^*)]} \tag{17.24}$$

En la Figura 17.9 se muestran las distintas diferencias de concentración de la Ecuación (17.24).

Cuando las líneas de equilibrio y operación son rectas y paralelas, A *es* la unidad y las Ecuaciones (17.22) y (17.24) son indeterminadas. En este caso el número de escalones es igual al cambio global de concentración dividido por la fuerza impulsora, que es constante. Por tanto,

$$N = \frac{y_b - y_a}{y_a - y_a^*} = \frac{y_b - y_a}{y_b - y_b^*} \tag{17.25}$$

Si la pendiente de la línea de operación es inferior a la de la línea de equilibrio, A es menor que 1,0, pero las Ecuaciones (17.22) y (17.24) todavía pueden utilizarse invirtiendo ambos términos para dar

$$N = \frac{\log [(y_a - y_a^*)/(y_b - y_b^*)]}{\log (1/A)} \tag{17.26}$$

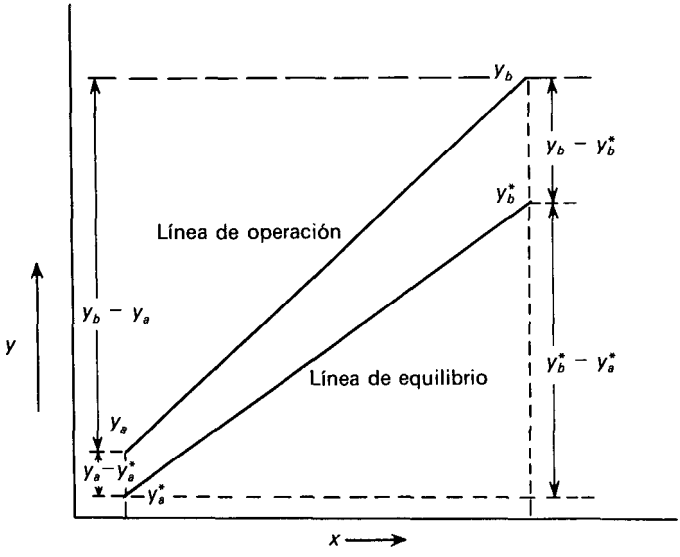


Figura 17.9, Diferencias de concentración en la Ecuación (17.24).

o bien
$$N = \frac{\log [(y_a - y_a^*)/(\text{Yb} - y_b^*)]}{\log [(y_b^* \quad y_a^*)/(y_b - y_a)]} \tag{17.27}$$

En el diseño de un absorbedor generalmente se selecciona el flujo de líquido para que la línea de operación sea más pendiente que la línea de equilibrio o bien para que A sea mayor que la unidad. Valores de A menores que 1,0 pueden presentarse cuando se trata con dos o más componentes absorbibles. Si el valor de A es ligeramente superior a 1,0 para el soluto principal, un segundo componente con una solubilidad mucho menor (mayor valor de m) tendrá un valor de A notablemente inferior a l,O. Si la corriente gaseosa y la disolución son diluidas, se pueden utilizar las ecuaciones precedentes de forma independiente a cada componente.

Forma de la Ecuación (17.24) para la fase *L.* La elección de *y* como coordenada de concentración en vez de x es arbitraria. Es la variable convencional en los cálculos de absorción de gases. También puede utilizarse para los cálculos de desorción o strípping, pero en la práctica es más frecuente utilizar ecuaciones en x, que son

$$N = \frac{\log [(x_a - x_a^*)/(x_b \quad x_b^*)]}{\log [(x_a - x_b)/(x_a^* - x_b^*)]}$$
$$= \frac{\log [(x_a - x_a^*)/(x_b - x_b^*)]}{\log \text{ s}} \tag{17.28}$$

donde x^* = concentración de equilibrio correspondiente a y
S = ***factor de stripping***

donde S está definido por

$$S \equiv \frac{1}{A} = \frac{mV}{L} \tag{17.29}$$

El factor de stripping es la relación entre la pendiente de la línea de equilibrio y la de la línea de operación, y las condiciones se seleccionan habitualmente de forma que S sea mayor que la unidad. En la Figura 17.10 se muestran las diferencias de concentración de la Ecuación (17.28).

En las deducciones no se ha supuesto que la línea de equilibrio pase por el origen de coordenadas. Sólo es necesario que la linea sea recta en el intervalo en el que los escalones que representan etapas de equilibrio tocan a la línea, tal como se muestra mediante la línea AB en la Figura 17.10. Por tanto, una línea de equilibrio que comienza en el origen pero se hace curva para concentraciones más elevadas se ajusta a veces a una recta con el fin de permitir utilizar la ecuación de Kremser.

Las distintas formas de la ecuación de Kremser se han deducido utilizando concentraciones en fracciones molares que es la elección habitual para destilación y absorción. Para algunas operaciones, incluyendo extracción y lixiviación, las

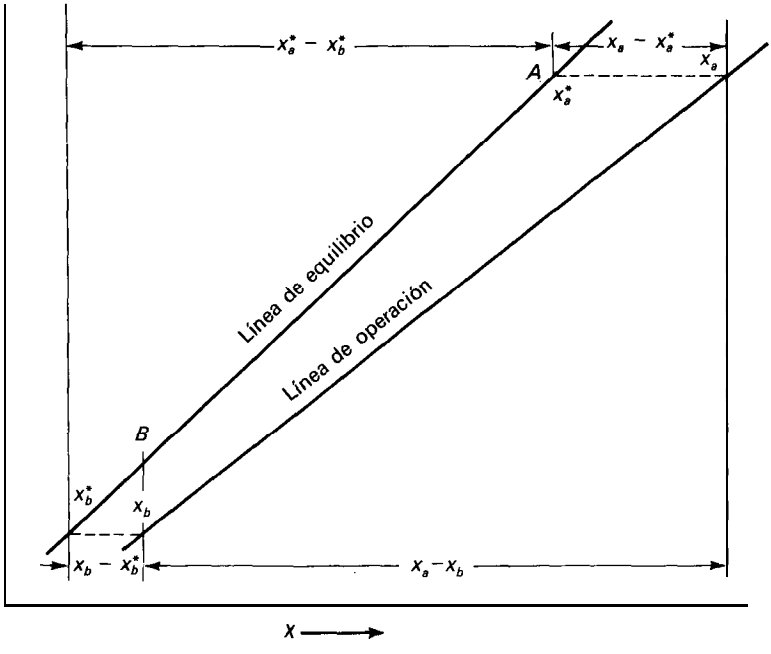


Figura 17.10. Diferencias de concentración en la Ecuación (17.28).

concentraciones pueden expresarse utilizando relaciones de masa o de moles, definidas como la cantidad de componente que difunde dividida por la cantidad de componentes inertes que no difunden. Si esta elección de unidades conduce a líneas de operación y equilibrio rectas, se pueden utilizar las mismas ecuaciones de Kremser para hallar el número de etapas ideales.

En el diseño de una planta, N se calcula a partir de las concentraciones extremas propuestas y un valor seleccionado de A o de S. Para absorción se utiliza la Ecuación (17.22) o la (17.24) y para stripping la Ecuación (17.28). Para estimar el efecto de un cambio en las condiciones de operación de una planta existente, se utiliza la Ecuación (17.21) o bien la siguiente ecuación en coordenadas x

$$S^N = \frac{x_a - x_a^*}{x_b - x_b^*} \tag{17.30}$$

Ejemplo 17.2. Se desorbe amoníaco a partir de una disolución acuosa diluida por contacto en contracorriente con aire en una columna que contiene siete platos perforados. La relación de equilibrio es $y_e = 0{,}8x_e$ y cuando el flujo molar de aire es 1,5 veces el de la disolución, se separa el 90 por 100 del amoníaco. (a) ¿Cuántos platos ideales ha de tener la columna y cuál es la eficacia de las etapas? (b) ¿Qué porcentaje de separación se obtendría si el flujo del aire aumentase hasta 2,0 veces el de la disolución?

SOLUCIÓN

(a) El factor de stripping es

$$S = \frac{mV}{L} = 0{,}8 \text{ x } 1{,}5 = 1{,}2$$

Todas las concentraciones pueden expresarse en función de x_a, la fracción molar de NH, en la disolución que entra:

$$x_b = 0{,}1x_a \qquad x_b^* = 0, \text{ puesto que } y_b = 0$$

A partir de un balance de amoníaco, $V\Delta y = Vy_a = L$ Ax = $L(0{,}9x_a)$. Por tanto

$$y_a = \frac{L}{V}(0{,}9\text{x},) = \frac{0{,}9}{1{,}5}\, x_a = 0{,}6x_a$$

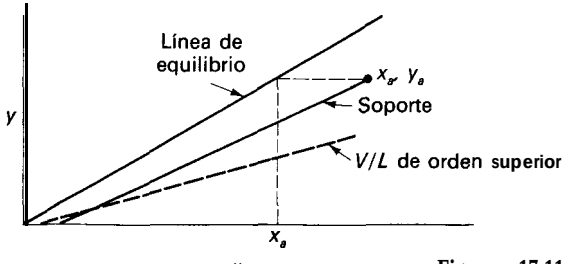


Figura 17.11. Diagrama para el Ejemplo 17.2.

Por otra parte,

$$x_a^* = \frac{y_a}{m} = \frac{0{,}6x_a}{0.8} = 0{,}75x_a$$

A partir de la Ecuación (17.28), utilizando logaritmos naturales,

$$N = \frac{\log\,[x_a - 0{,}75x_a)/(0{,}1x_a - 0)]}{\log S}$$

$$= \frac{\log\,(0{,}25x_a/0{,}1x_a)}{\log\,1{,}2} = 5\,02$$

La separación corresponde a 5,02 etapas ideales, de forma que la eficacia de las etapas es 5,02/7 = 72 por 100.

(b) Si V/L se aumenta hasta 2,0 y el número de etapas ideales N no varía, S = 0,8 x 2,0 = 1,6. Por tanto

$$\log \frac{x_a - x_a^*}{x_b} = 5{,}02 \quad \log 1{,}6 = 2{,}36$$

$$\frac{x_a - x_a^*}{x_b} = 10{,}58$$

Sea f = fracción de amoníaco separado, de forma que $x_b = (1 - f)x_a$. Mediante un balance de materia

$$y_a = \frac{L}{V}(x_a - x_b)$$

$$= \frac{1}{2}[x_a - (1 - f)x_a] = \frac{fx_a}{2}$$

$$x_a^* = \frac{y_a}{m} = \frac{0{,}5fx_a}{0{,}8} = 0{,}625fx_a$$

Por tanto $x_a - x_a^* = (1 - 0{,}625f)x_a$

También $x_a - x_a^* = 10{,}58x, = 10{,}58(1 - f)x_a$

de donde f = 0,962 o 96,2 por 100 se separa.

En la Figura 17.11 se representan las condiciones para el caso original y para el nuevo caso.

Cálculo de etapas de equilibrio para sistemas multicomponentes

Para sistemas que contienen más de dos o tres componentes los procedimientos gráficos resultan, en general, de poco valor y el número de etapas ideales que se requieren para un problema determinado ha de encontrarse mediante cálculo numérico. Esto requiere el conocimiento y aplicación de las relaciones de equili-

brio, de balances de materia [Ecs. (17.1) y (17.2)] y (a veces) balances de entalpía [Ecs. (17.5) y (17.6)]. Los cálculos se comienzan en algún punto de la cascada donde las condiciones son conocidas. Con algunas suposiciones, las condiciones de las etapas siguientes que satisfacen los requerimientos de equilibrio y los balances de materia y energía se obtienen analíticamente, en general mediante iteración. Los cálculos se continúan, etapa a etapa, hasta que se alcanzan las condiciones extremas deseadas, o bien, como ocurre frecuentemente, se llega a la evidencia de que no pueden alcanzarse. Si ocurre esto, se modifican las suposiciones iniciales y se repite todo el cálculo hasta la resolución del problema. El gran número de cálculos repetitivos que intervienen se realizan con un calculador digital.

Para los cálculos preliminares en sistemas multicomponentes se dispone de ciertos métodos aproximados que reducen grandemente el trabajo, pero el cálculo riguroso de cascadas es una aplicación importante de las técnicas de ordenador. (Véase el Cap. 20.)

SIMBOLOS

A Factor de absorción, L/mV, adimensional
a_1 Primer término de la progresión geométrica
B Constante en la Ecuación (17.8)
f Fracción de amoníaco absorbido (Ej. 17.2)
H Entalpía específica, Btu/lb o J/g; H_L, de la fase L; $H_{L,a}$, a la entrada; $H_{L,b}$, a la salida; $H_{L,n}$, de la fase L que sale de la etapa n; $H_{,}$, de la fase V; $H_{V,a}$, a la salida; $H_{V,b}$, a la entrada; $H_{V,n+1}$, de la fase V que sale de la etapa $n + 1$
L Caudal molar de la fase L, lb mol/h o kg mol/h; L_N, procedente de la etapa final de la cascada; $L_{,}$, a la entrada; L_b, a la salida; L_n, procedente de la etapa n
m Pendiente de la curva de equilibrio, dy_e/dx_e
N Número total de etapas ideales
n Número de serie de la etapa ideal, contando desde la entrada de la fase L
q Caudal de calor, Btu/h o W
r Relación entre los términos sucesivos de la progresión geométrica
S Factor de stripping, mV/L, adimensional
s_n Suma de los n primeros términos de la progresión geométrica
V Caudal molar de la fase V, lb mol/h o kg mol/h; V_a, a la salida; V_b, a la entrada; V_{n+1}, procedente de la etapa $n + 1$; V_1, que sale de la primera etapa de la cascada
x Fracción molar en la fase L; utilizada para el componente A cuando solamente están presentes dos componentes; x_N, en la fase L procedente de la etapa final de la cascada; x_a, a la entrada; x_b, a la salida; x_e, en equilibrio; x_n, fracción molar en la fase L procedente de la etapa n; x_n^*, fracción molar en la fase L en equilibrio con una corriente especificada de la fase V; x_a^*, en equilibrio con y_a; x_b^*, en equilibrio con y_b; x_0, en la fase L que entra en la primera etapa de la cascada
y Fracción molar en la fase V; utilizada para el componente A cuando solamente están presentes dos componentes; y_{N+1}, en la fase V que entra en la etapa N de la cascada; y,, a la salida; y_b, a la entrada; y_e, en equilibrio; y_n, en la fase V procedente de la etapa n; y^*, fracción molar en la fase V en equilibrio con una corriente especificada de la fase L; y_a^*, en equilibrio con x,; y_b^*, en equilibrio con x_b

PROBLEMAS

17.1. Calcúlese el número de etapas ideales para el sistema descrito en el Ejemplo 17.1, si las condiciones se modifican en la siguiente forma:

Acetona en el gas que entra, 20 moles por 100.
Acetona en el aceite que entra, 20 moles por 100.
Acetona en el líquido de cola, 12 moles por 100.
Acetona absorbida, 95 por 100.

17.2. ¿Cuáles son los efectos sobre las concentraciones de las corrientes gaseosa y líquida de salida, correspondientes a los siguientes cambios en las condiciones de operación de la columna del Ejemplo 17.2? (a) Una caída en la temperatura de operación que modifica la realización de equilibrio para ser $y_e = 0{,}6x_e$. No se modifican con respecto al diseño original: N, L/V, y_b y x_a. (b) Una reducción en la relación L/V desde 1,5 hasta 1,2. No se modifican con respecto al diseño original: temperatura, N, y_b y x,. (c) Un aumento en el número de etapas ideales desde 5,02 hasta 7. No se modifican con respecto al diseño original: temperatura, L/V, y_b, y x_a.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BROWN, G. G.; SOUDERS, M. JR., y NYLAND, H. V.: *Int. Eng. Chem.*, *24522 (1932).*
2. KREMSER, A.: *Natl. Petr. News*, **22**(21):42 (mayo 21, 1930).
3. MCCABE, W. L., y THIELE, E. W.: ***Ind. Eng. Chem.***, 17:605 (1925).
4. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., p. 15-20, McGraw-Hill, New York, 1973.

CAPITULO

DIECIOCHO

DESTILACION

En la práctica, la destilación puede llevarse a cabo según dos métodos principales. El primer método se basa en la producción de vapor mediante la ebullición de la mezcla líquida que se desea separar y condensación de los vapores sin permitir que el líquido retorne al calderín. Es decir, no hay reflujo. El segundo método se basa en el retorno de una parte del condensado a la columna, en unas condiciones tales que el líquido que retorna se pone en íntimo contacto con los vapores que ascienden hacia el condensador. Cualquiera de los dos métodos puede realizarse de forma continua o por cargas. La primera sección de este capítulo trata de los procesos de destilación continua en estado estacionario, incluyendo vaporización parcial en una sola etapa sin reflujo (destilación de flash) y destilación continua con reflujo (rectificación). La destilación por cargas es un proceso de destilación en estado no estacionario que sólo se trata brevemente, debido a que no se utiliza tan ampliamente como la destilación continua y a que los cálculos son más complicados. La última sección está dedicada al diseño y operación de columnas de destilación de platos perforados.

Destilación flash

La destilación flash consiste en la vaporización de una fracción definida del líquido, en una forma tal que el vapor que se forma está en equilibrio con el líquido residual, la separación del vapor y el líquido, y posterior condensación del vapor. La Figura 18.1 muestra los elementos de un planta de destilación flash. La alimentación se hace circular, por medio de la boma *a*, a través del calentador ***b,*** y se reduce la presión en la válvula c. Una íntima mezcla de vapor y líquido entra en el separador *d,* en el que permanece suficiente tiempo para que se separen las corrientes de líquido y vapor. Debido al gran contacto existente entre el líquido y el vapor antes de su separación, las corrientes que salen de ambos están en equilibrio. El vapor sale a través de la línea e y el líquido a través de la línea g.

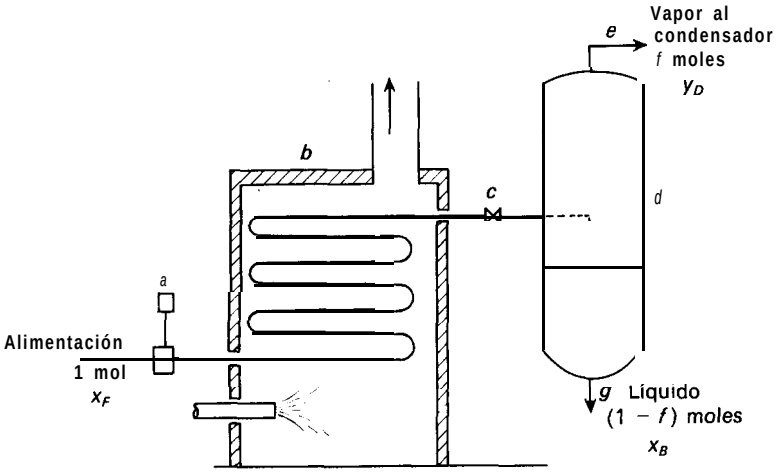


Figura 18.1. Planta para destilación flash.

Destilación flash† de mezclas binarias. Consideremos 1 mol de una mezcla de dos componentes que entra como alimentación del equipo que se representa en la Figura 18.1. Sea la concentración de la alimentación x_F, expresada como fracción molar del componente más volátil. Sea f la fracción de moles de la alimentación que se vaporiza y retira continuamente como vapor. Por tanto, $1 - f$ es la fracción de moles de la alimentación que sale de forma continua como líquido. Sean y_D y x_B las concentraciones del vapor y el líquido, respectivamente. A partir de un balance para el componente más volátil, basado en 1 mol de alimentación, toda la cantidad de este componente que entra con la alimentación tiene que salir con las dos corrientes,

$$x_F = fy_D + (1 - f)x_B \tag{18.1}$$

En la Ecuación (18.1) hay las dos incógnitas x_B e y,. Para resolver la ecuación es preciso disponer de una relación entre las incógnitas. Tal relación viene dada por la curva de equilibrio, en la que y_D y x_B son las coordenadas de un punto de esta curva. Si x_B e y_D se sustituyen por x e y, respectivamente, la Ecuación (18.1) puede escribirse así

$$y = -\frac{1 - f}{f}x + \frac{x_F}{f} \tag{18.2}$$

† La destilación flash se utiliza a gran escala en el refino del petróleo, donde las fracciones de petróleo se calientan en calderas tubulares y el fluido caliente se somete a una destilación flash para obtener un vapor de cabeza y un líquido residual, conteniendo ambas corrientes muchos componentes.

La fracción f no está fijada directamente sino que depende de la entalpía del líquido caliente que entra y de las entalpías del líquido y el vapor que salen de la cámara de flash. Para una condición dada de la alimentación, la fracción f puede aumentar operando a una presión menor.

La Ecuación (18.2) es la ecuación de una recta de pendiente $-(1-f)/f$ y que puede representarse sobre el diagrama de equilibrio. Las coordenadas de la intersección de esta recta y la línea de equilibrio son $x = x_B$ e $y = y_D$. La intersección de esta línea del balance de materia y la línea diagonal x = y resulta conveniente para ser utilizada como un punto de dicha línea. Tomando $x = x_F$ en la Ecuación (18.2), se obtiene

$$y = -\frac{1-f}{f} x_F + \frac{x_F}{f}$$

de donde $y = x_F = x$. La línea del balance de materia corta a la diagonal en $x = x_F$ para todos los valores de f.

Ejemplo 18.1. Una mezcla de 50 moles por 100 de benceno y 50 moles por 100 de tolueno se somete a destilación flash operando con una presión en el separador de 1 atm. En las Figuras 18.2 y 18.3 se representan la curva del equilibrio liquido-vapor y el

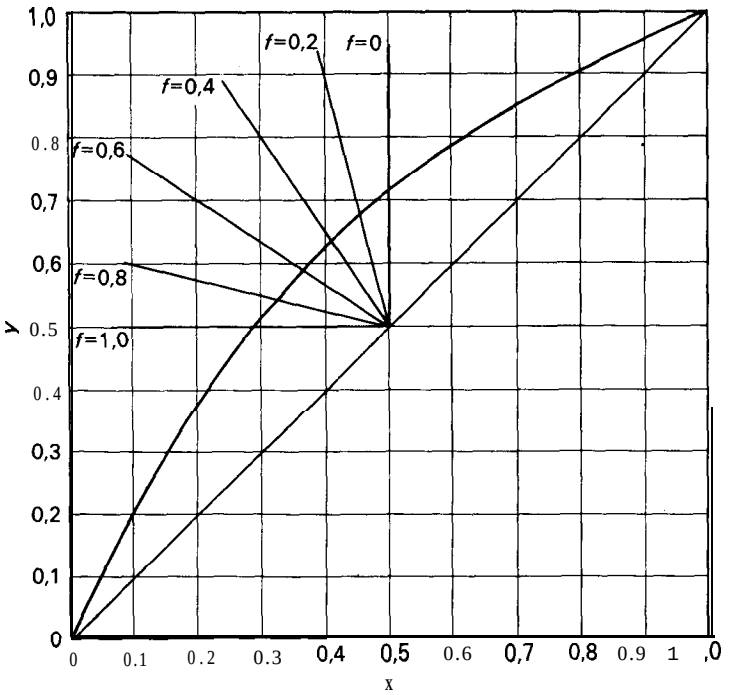


Figura 18.2. Curva de equilibrio del sistema benceno-tolueno. Construcción gráfica para el Ejemplo 18.1,

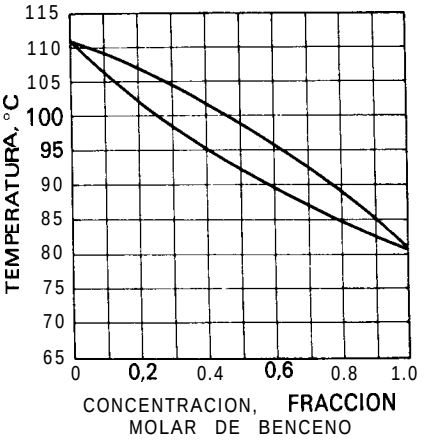


Figura 18.3. Diagrama de puntos de ebullición para el sistema benceno-tolueno a 1 atm.

diagrama del punto de ebullición. Represéntense las siguientes magnitudes en función de f, la fracción de vaporización: (a) la temperatura en el separador, (b) la composición del líquido que sale del separador y (c) la composición del vapor que sale del separador.

SOLUCIÓN

Para cada uno de los distintos valores de f se calculan los correspondientes valores de $-[(1/f) - 1]$. Utilizando estos valores como pendientes se traza una serie de rectas que pasan a través del punto (x_F) de la curva de equilibrio de la Figura 18.2. Estas líneas cortan a la curva de equilibrio en los valores correspondientes a x_B e y_D. La temperatura de cada vaporización se obtiene entonces a partir de la Figura 18.3. Los resultados se presentan en la Tabla 18.1 y se representan en la Figura 18.4. Los límites correspondientes a 0 y 100 por 100 de vaporización son los ***puntos de burbuja y de rocío,*** respectivamente.

Tabla 18.1. Datos para el Ejemplo 18.1

Fracción vaporizada f	Pendiente $-\frac{1-f}{f}$	Concentración, fracción molar de C_6H_6		
		Líquido x_B	Vapor y_D	Temperatura, °C
0	∞	0,50	0,71	92,2
0,2	- 4	0,455	0,67	93,7
0,4	−1,5	0,41	0,63	95,0
0,6	−0,67	0,365	0,585	96,5
0,8	−0,25	0,325	0,54	97,7
1,0	0	0,29	0,50	99,0

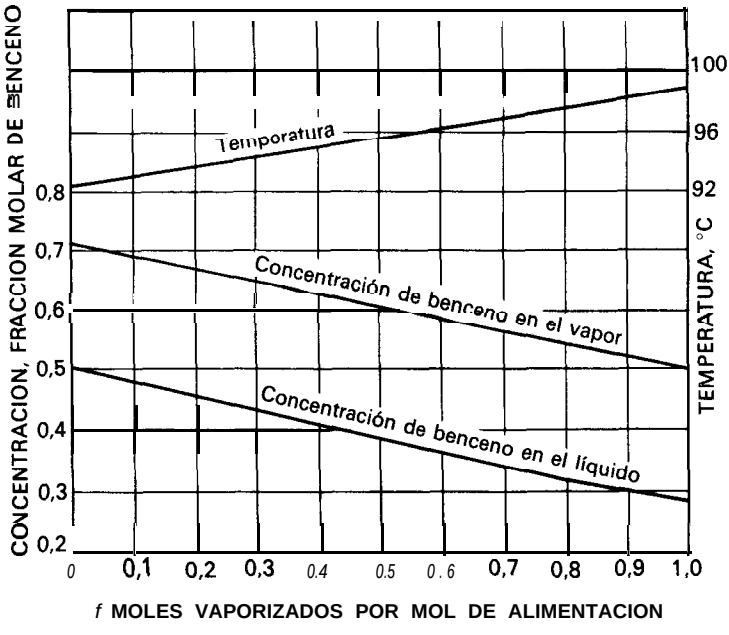


Figura 18.4. Resultados del Ejemplo 18.1.

Destilación continua con reflujo (rectificación)

La destilación flash se utiliza esencialmente para la separación de componentes que tienen temperaturas de ebullición muy diferentes. No es eficaz en la separación de componentes de volatilidad comparable, puesto que tanto el vapor condensado como el liquido residual distan mucho de ser componentes puros. Utilizando muchas destilaciones sucesivas se pueden obtener pequeñas cantidades de componentes practicamente puros, pero este método es muy poco eficaz para las destilaciones industriales cuando se desean separaciones en componentes casi puros. Los métodos modernos, tanto en el laboratorio como en la industria, utilizan el fundamento de la rectificación que se describe en esta sección.

Rectificación en un plato ideal. Considérese un solo plato de una columna o cascada de platos ideales. Supóngase que los platos están numerados de cabeza a cola y que el plato que se considera es el número n desde la cabeza. Se representa esquemáticamente en la Figura 18.5. Por tanto, el plato inmediatamente superior a este plato es el plato $n - 1$ y el inmediatamente inferior es el plato $n + 1$. Los subíndices representan en todos los casos el punto de origen de la magnitud correspondiente.

En el plato n entran dos corrientes y salen otras dos. Una corriente de liquido, L_{n-1} mol/h, procedente del planto $n - 1$ y una corriente de vapor V_{n+1} mol/h, procedente del planto $n + 1$, se ponen en intimo contacto. Una corriente de vapor, V_n mol/h, asciende hacia el plato $n - 1$, y una corriente de líquido,

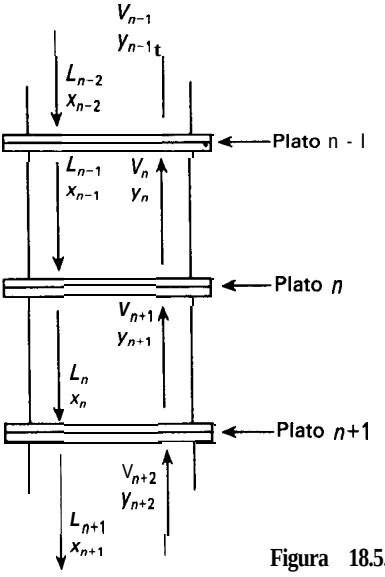


Figura 18.5. Diagrama del balance de materia para el plato n.

L_n mol/h, desciende hacia el plato $n + 1$. Puesto que las corrientes de vapor son la fase V, sus concentraciones se representan por y, y como las corrientes de líquido son la fase L, sus concentraciones se representan por x. Por tanto, las corrientes que entran y salen del plato n son

Vapor que sale del plato, y_n
Líquido que sale del plato, x_n
Vapor que entra en el plato, y_{n+1}
Líquido que sale del plato, x_{n-1}

En la Figura 18.6 se representa el diagrama del punto de ebullición para la mezcla. Las cuatro concentraciones anteriormente citadas se representan también en esta figura. Según la definición de un plato ideal, el vapor y el líquido que salen del plato n están en equilibrio, de forma que x_n e y_n representan concentraciones de equilibrio. Esto se representa en la Figura 18.6. Puesto que las concentraciones en ambas fases aumentan con la altura de la columna, x_{n-1} es mayor que x_n, e y_n es mayor que y_{n+1}. Las corrientes que abandonan el plato están en equilibrio pero las que entran no lo están, tal como puede observarse en la Figura 18.6. Cuando el vapor procedente del plato $n + 1$ y el líquido procedente del plato $n - 1$ se ponen en íntimo contacto, sus concentraciones tienden a desplazarse hacia el equilibrio, tal como se representa por las flechas de la Figura 18.6. Algo del componente más volátil A se vaporiza desde el líquido, disminuyendo la conentración del líquido desde x_{n-1} hasta x_n, y algo del componente menos volátil B se condensa desde el vapor, aumentando la concentración del vapor desde y_{n+1} hasta y,. Puesto que las corrientes de líquido están a sus puntos de burbuja y las corrientes de vapor a sus puntos de rocío, el calor necesario para

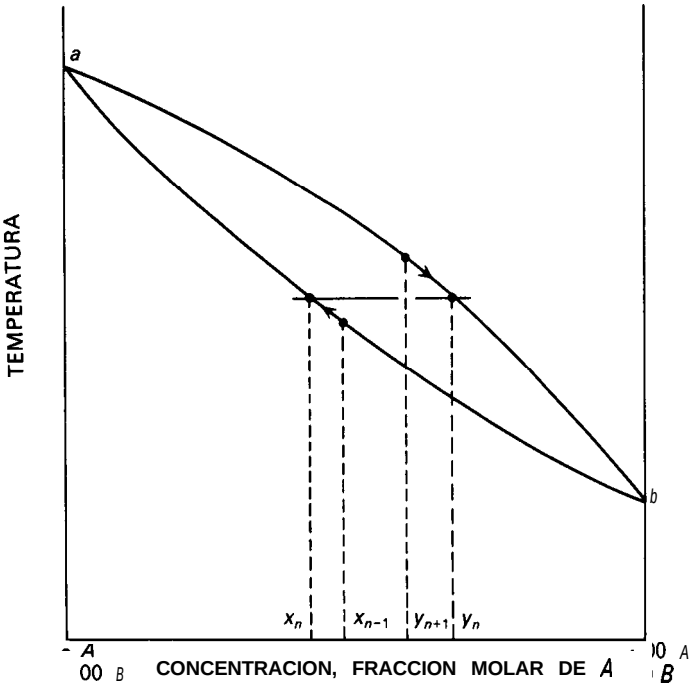


Figura 18.6. Diagrama de puntos de ebullición, mostrando la rectificación en un plato ideal.

vaporizar el componente *A* ha de ser suministrado por el calor desprendido en la condensación del componente *B.* Cada plato de la cascada actúa como un aparato de intercambio de calor en el que el componente *A* se transfiere hacia la corriente de vapor y el componente *B* hacia la corriente de líquido. Por otra parte, puesto que la concentración de *A,* tanto en el líquido como en el vapor, aumenta con la altura de la columna, la temperatura disminuye y la temperatura del plato n es mayor que la del plato $n - 1$ y menor que la del plato $n + 1$.

Combinación de rectificación y agotamiento. La planta descrita en las páginas 529 a 532, donde la alimentación que entra en la unidad lo hace en el calderín, no puede obtener un producto de cola prácticamente puro debido a que el líquido del calderín no está sometido a rectificación. Esta limitación se elimina introduciendo la alimentación en un plato de la parte central de la columna. Así el líquido de alimentación desciende por la columna hacia el calderín y está sometido a rectificación por el vapor que asciende desde el calderín. Puesto que el líquido que llega al calderín está agotado en el componente *A,* el producto de cola es el componente *B* casi puro.

En la Figuura 18.7 se representa una columna típica de fraccionamiento continuo equipada con los accesorios necesarios y que contiene secciones de rectificación y agotamiento. La columna *A* se alimenta cerca de su parte central

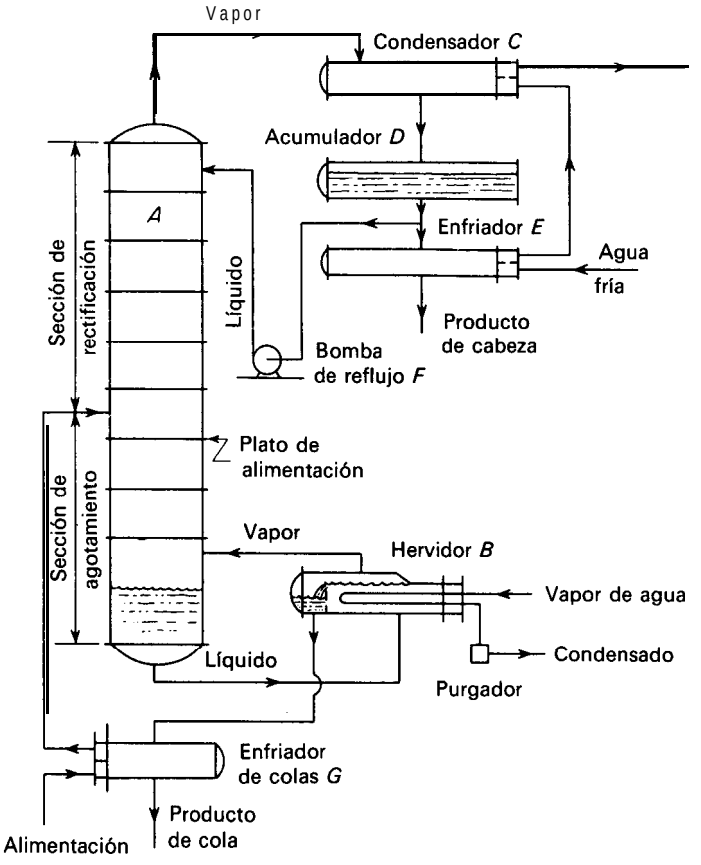


Figura 18.7. Columna de fraccionamiento continuo con secciones de rectificación y agotamiento.

con un determinado flujo de alimentación con una concentración definida. Supóngase que la alimentación es un líquido a su temperatura de ebullición. La acción de la columna no depende de esta suposición y más adelante se considerarán otras condiciones de la alimentación. El plato en el que se introduce la alimentación recibe el nombre de *plato de alimentación.* Todos los platos por encima del plato de alimentación constituyen la sección de rectificación, mientras que todos los platos por debajo de la alimentación, *incluyendo también el plato de alimentación,* constituyen la sección de agotamiento. La alimentación desciende por la sección de agotamiento hasta el fondo de la columna, donde se mantiene un definido nivel del líquido. El líquido fluye por gravedad hasta el calderín *B,* que es un vaporizador calentado con vapor de agua que genera vapor y lo devuelve al fondo de la columna. El vapor asciende por toda la columna. En un extremo del calderín hay un vertedero. El producto de cola se retira por el vertedero del calderín y pasa a través del enfriador G. Este enfriador tam-

bién precalienta la alimentación mediante intercambio de calor con las colas calientes.

Los vapores que ascienden a través de la sección de rectificación se condensan totalmente en el condensador *C*, y el condensado se recoge en el acumulador *D*, en el que se mantiene un nivel definido. La bomba de reflujo *F* toma el líquido del acumulador y lo descarga en el plato superior de la torre. Esta corriente de líquido recibe el nombre de *reflujo*. Constituye el líquido que desciende por la sección de rectificación que se requiere para interaccionar con el vapor que asciende. Sin el reflujo no habría rectificación en esta sección de la columna y la concentración del producto de cabeza no sería mayor que la del vapor que asciende del plato de alimentación. El condensado que no es tomado por la bomba de reflujo se enfría en el cambiador de calor *E*, llamado ***enfriador de producto, y*** se retira como producto de cabeza. Si no se forman azeótropos, los productos de cabeza y cola pueden obtenerse con cualquier pureza deseada si hay suficientes platos y se utiliza un reflujo adecuado.

La planta que se representa en la Figura 18.7 con frecuencia se simplifica para pequeñas instalaciones. En lugar del calderín puede instalarse un serpentín de calefacción en el fondo de la columna y generar vapor desde la masa de líquido. Con frecuencia el condensador se sitúa encima de la parte superior de la columna y se suprimen el acumulador y la bomba de reflujo. En este caso el reflujo retorna por gravedad al plato superior. Una válvula especial, llamada ***divisor de reflujo,*** puede utilizarse para controlar el flujo de retorno del reflujo. El resto del condensado constituye el producto de cabeza.

CARACTERISTICAS DE DISEÑO Y OPERACIONES DE COLUMNAS DE PLATOS

Factores importantes en el diseño y operación de columnas de platos son el número de platos que se requieren para obtener una determinada separación, el diámetro de la columna, el espaciado entre los platos, la elección del tipo de plato y los detalles constructivos de los platos.

En consonancia con los principios generales, el análisis de las columnas de platos se basa en balances de materia, balances de energía y equilibrios entre fases.

Balances globales de materia para sistemas de dos componentes. La Figura 18.8 es un diagrama del balance de materia para una planta típica de destilación continua. La columna se alimenta con F mol/h de concentración x_F y genera D mol/h del producto de cabeza de concentración x_D y B mol/h de producto de cola de concentración x_B. Se pueden escribir dos balances globales de materia independientes

Balance total de materia: $$F = D + B \tag{18.3}$$

Balance del componente *A*: $$Fx_F = Dx, + Bx_B \tag{18.4}$$

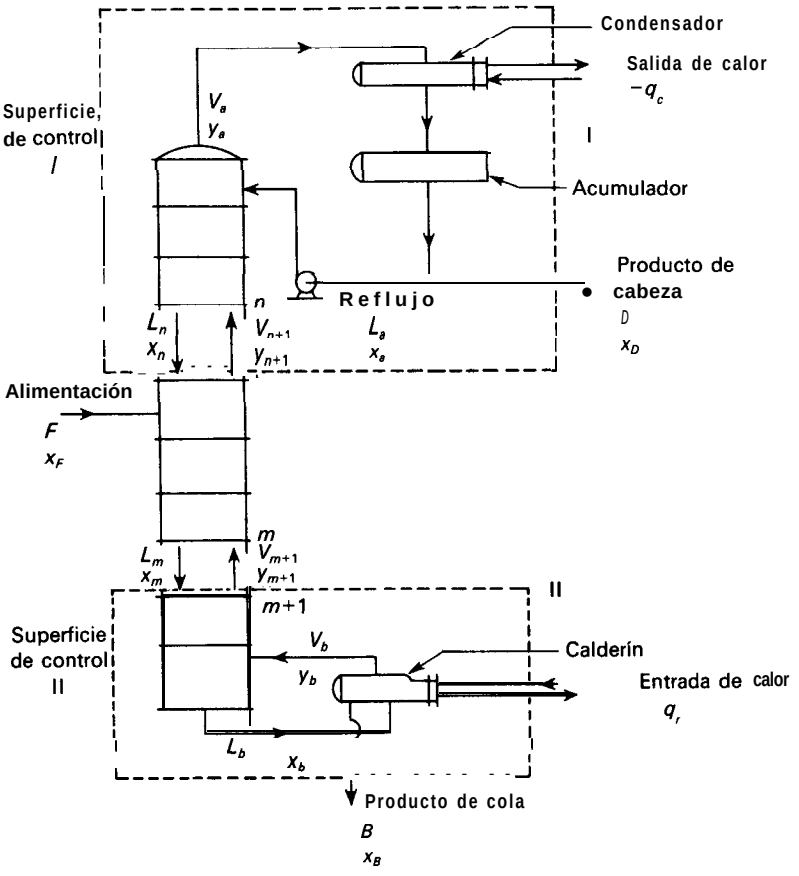


Figura 18.8. Diagrama de balances de materia para una columna de fraccionamiento continuo.

Eliminando B de estas ecuaciones se obtiene

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \tag{18.5}$$

Eliminando D resulta

$$\frac{B}{F} = \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} \tag{18.6}$$

Las Ecuaciones (18.5) y (18.6) son aplicables para todos los valores de los flujos de vapor y líquido en el interior de la columna.

Caudales molares. La magnitud D es la diferencia entre los caudales molares de las corrientes que entran y salen por la parte superior de la columna. Un balance de materia alrededor del condensador y del acumulador de la Figura 18.8 conduce a

$$D = V_a - L_a \tag{18.7}$$

La diferencia entre los caudales molares del vapor y del líquido en cualquier parte de la sección superior de la columna es también igual a D, tal como se deduce considerando la parte de la planta encerrada por la superficie de control I de la Figura 18.8. Esta superficie incluye el condensador y todos los platos por encima de $n + 1$. Un balance total de materia alrededor de esta superficie de control conduce a

$$D = V_{n+1} - L_n \tag{18.8}$$

Por tanto, D es el caudal molar de materia que asciende en la sección superior de la columna. Con independencia de cambios en V y L, su diferencia es constante e igual a D.

Balances similares para el componente A dan lugar a las ecuaciones

$$Dx_D = V_a y_a - L_a x_a = V_{n+1} y_{n+1} - L_n x_n \tag{18.9}$$

El producto Dx, es el caudal neto del componente A que asciende en la sección superior de la columna, que es también constante a través de esta parte del equipo.

En la sección inferior de la columna las velocidades de flujo neto son también constantes pero su sentido es descendente. El flujo neto total de materia es igual a B y el del componente A es Bx_B. Se aplican las siguiente ecuaciones:

$$B = L_b - V_b = L_m - V_{m+1} \tag{18.10}$$

$$Bx_B = L_b x_b - V_b y_b = L_m x_m - V_{m+1} y_{m+1} \tag{18.11}$$

Se utiliza m en vez de n para representar un plato general de la sección de agotamiento.

Línea de operación. Puesto que hay dos secciones en la columna, hay también dos líneas de operación, una para la sección de enriquecimiento y otra para la sección de agotamiento. Consideremos primeramente la sección de enriquecimiento. Tal como se ha visto en el Capítulo 17 [Ec. (17.7)], la línea de operación para esta sección es

$$y_{n+1} = \frac{L''}{V_{n+1}} x_n + \frac{V_a y_a + L_a x_a}{V_{n+1}} \tag{18.12}$$

Sustituyendo el valor de $V_a y_a - L_a x_a$ de la Ecuación (18.9) se obtiene

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{D x_D}{V_{n+1}} \tag{18.13}$$

La pendiente de la línea definida por la Ecuación (18.13), como es habitual, es la relación entre el flujo de la corriente de líquido y el de la corriente de vapor. Para un posterior análisis es conveniente eliminar V_{n+1} de la Ecuación (18.13) mediante la Ecuación (18.8), dando

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{L_n + D} x_n + \frac{D x_D}{L_n + D} \tag{18.14}$$

Para la sección de la columna por debajo del plato de alimentación, aplicando un balance de materia a la superficie de control II de la Figura 18.8, se obtiene

$$V_{m+1} y_{m+1} = L_m x_m - B x_B \tag{18.15}$$

que puede escribirse en esta forma

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{V_{m+1}} x_m - \frac{B x_B}{V_{m+1}} \tag{18.16}$$

que es la línea de operación para la sección de agotamiento. Nuevamente la pendiente es la relación entre el flujo de líquido y el flujo de vapor. Eliminando V_{m+1} de la Ecuación (18.16) por medio de la Ecuación (18.10) se obtiene

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{L_m - B} x_m - \frac{B x_B}{L_m - B} \tag{18.17}$$

Análisis de columnas de fraccionamiento por el método de McCabe-Thiele

Cuando las lineas de operación correspondientes a las Ecuaciones (18.14) y (18.17) se representan juntamente con la curva de equilibrio en el diagrama x-y, se puede utilizar la construcción de escalones de McCabe-Thiele para calcular el número de platos *ideales* que se requieren para alcanzar una diferencia de concentración definida, bien en la sección de enriquecimiento o en la de agotamiento[6]. Sin embargo, a partir de la inspección de las Ecuaciones (18.14) y (18.17), puede observarse que, excepto que L_n y L_m sean constantes, las líneas de operación son curvas y solamente se pueden representar si se conoce la variación de estas corrientes internas con la concentración. En el caso general se necesitan balances de entalpía para determinar la posición de una línea de operación curva, y más adelante en este capítulo se describe un método para realizar esto.

Caudal molar constante. Para la mayor parte de las destilaciones los flujos molares de vapor y de líquido son practicamente constantes en cada una de las secciones de la columna y las líneas de operación son casi rectas. Este resultado proviene de que los calores molares de vaporización son aproximadamente iguales, de forma que cada mol del componente menos volátil que condensa a medida que el valor asciende por la columna, proporciona la energía que se requiere para vaporizar 1 mol del componente más volátil. Por ejemplo, los calores molares de vaporización del tolueno y del benceno son 7960 y 7360 cal/mol, respectivamente, de forma que 0,92 mol de tolueno corresponden a 1,0 mol de benceno?. Los cambios de entalpía de las corrientes de líquido y vapor y las pérdidas de calor de la columna con frecuencia requieren solamente un poco más de vapor del que se forma en el fondo de la misma de forma que la relación molar entre el flujo de vapor en el fondo de una sección de la columna y en la parte superior de la misma es muy aproximadamente igual a l,O. Por tanto, en el diseño de columnas se utiliza generalmente el concepto de ***caudal molar constante,*** lo cual implica sencillamente que se pueden suprimir los subíndices n, $n+1$, $n-1$, m, $m+1$, y $m-1$ de L y V en las Ecuaciones (18.8) a (18.17). En este modelo simplificado, las ecuaciones de los balances de materia son lineales y las líneas de operación son rectas. Una línea de operación puede representarse si se conocen dos puntos de la misma. Por tanto, el método de McCabe-Thiele no requiere el empleo de balances de entalpía.

Relación de reflujo. El análisis de las columnas de fraccionamiento se facilita utilizando el concepto de ***relación de reflujo,*** del que se emplean dos modalidades. Una de ellas es la relación entre el reflujo y el vapor. Ambas relaciones se refieren a corrientes de la sección de enriquecimiento.

$$R_D = \frac{L}{D} = \frac{V - D}{D} \quad \text{y} \quad R_V = \frac{L}{V} = \frac{L}{L + D} \tag{18.18}$$

En este libro solamente se utilizará R_D.

Si el numerador y el denominador de los términos del segundo miembro de la Ecuación (18.14) se dividen por D, para el caso de flujo molar constante, se obtiene

$$y_{n+1} = \frac{R_D}{R_D + 1} x_n + \frac{x_D}{R_D + 1} \tag{18.19}$$

La Ecuación (18.19) es la ecuación de la línea de operación de la sección de rectificación, cuya ordenada en el origen es $x_D/(R_D + 1)$. La concentración x_D

† Para benceno-tolueno y muchas otras parejas análogas de hidrocarburos, el calor de vaporización por unidad de masa es mayor para el componente más volátil, pero la relación todavía es próxima a 1,0 y las líneas de operación basadas en la fracción de **masa** sería casi recta. Sin embargo, para sistemas tales como etanol-agua los calores de vaporización son aproximadamente iguales por mol pero muy diferentes por unidad de masa, de forma que la utilización de unidades molares resulta ventajosa para los cálculos de destilación.

está fijada por las condiciones de diseño, mientras que la relación de reflujo R_D es una variable de operación que se puede controlar ajustando la escisión entre el reflujo y el producto de cabeza o bien modificando la cantidad de vapor que se forma en el calderín para un caudal dado del producto de cabeza. Se puede obtener un punto del extremo superior de la línea de operación tomando x_n igual a x_D en la Ecuación (18.19):

$$y_{n+1} = \frac{R_D}{R_D + 1} x_D + \frac{x_D}{R_D + 1} = \frac{x_D(R_D + 1)}{R_D + 1} \qquad (18.20)$$

o bien

$$y_{n+1} = x_D$$

La línea de operación para la sección de enriquecimiento corta pues a la diagonal en el punto (x,, x_D). Esto se cumple lo mismo para un condensador total o parcial. (Los condensadores parciales se consideran en la próxima sección.)

Condensador y plato superior. La construcción de McCabe-Thiele para el plato superior depende de la acción del condensador. La Figura 18.9 muestra los diagramas de los balances de materia para el plato superior y el condensador. La concentración del vapor procedente del plato superior es y_1 y la del reflujo que entra en el plato superior es x_c. De acuerdo con las propiedades generales de las líneas de operación, el límite superior de la línea está en el punto (x_c, y_1).

El dispositivo más sencillo para obtener reflujo y producto líquido y uno de los más frecuentemente utilizados, es el condensador total que se representa en la Figura 18.9*b*, que condensa todo el vapor procedente de la columna y proporciona tanto el producto como el reflujo. Cuando se utiliza un solo condensador total de este tipo, las concentraciones del vapor que procede del plato superior y la del reflujo que va a dicho plato son iguales y pueden ambas representarse por x_D. El extremo de la línea de operación es el punto (x,, x,), que es la intersección de la línea de operación con la diagonal. El triángulo *abc* de la Figura 18.10*a* representa el plato superior.

Cuando se utiliza un condensador parcial *o desflegmador* el líquido de reflujo no tiene la misma composición que el producto de cabeza; es decir, x_c/x_D. A veces

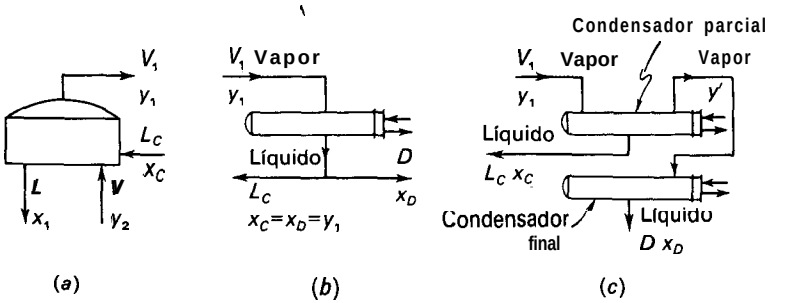


Figura 18.9. Diagramas de los balances de materia para el plato superior y el condensador; (*a*) plato superior; (b) condensador total; (c) condensadores parcial y final.

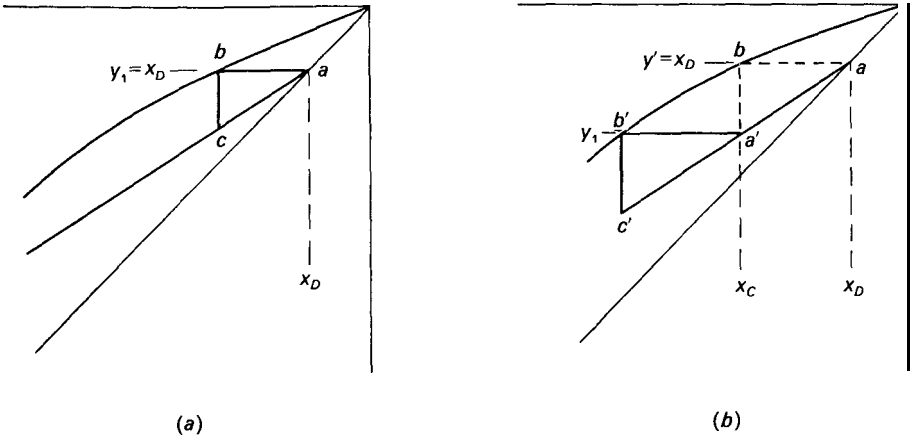


Figura 18.10. Construcción gráfica para el plato superior: (a) utilizando un condensador total; (b) utilizando un condensador parcial y otro total.

se utilizan dos condensadores en serie, primero un condensador parcial para generar el reflujo y después un condensador total para obtener el producto liquido. Un dispositivo de este tipo se presenta en la Figura 18.9*c*. El vapor que sale del condensador parcial tiene una composición y', que es la misma que x_D. En estas condiciones es aplicable el diagrama de la Figura 18.10*b*. La línea de operación pasa por el punto (x,, x_D) de la diagonal, pero, por lo que a la columna se refiere, la línea de operación termina en el punto a', que tiene de coordenadas (x_c, y_1). El triángulo a'b'c' de la Figura 18.106 representa el plato superior de la columna. Puesto que el vapor que sale de un condensador parcial está normalmente en equilibrio con el líquido condensado, la composición del vapor y' es el valor de la ordenada de la curva de equilibrio donde la abscisa es x_c, tal como muestra la Figura 18.10*b*. El condensador parcial, representado por el triángulo de trazos *aba'* de la Figura 18.106, es por tanto equivalente a una etapa teórica adicional del aparato de destilación.

Con frecuencia se supone que el condensador retira solamente calor latente y que el condensado es líquido en su punto de burbuja. En este caso el reflujo L *es* igual a L_c, el reflujo procedente del condensador, y $V = V_1$. Si el reflujo se enfría por debajo de su punto de burbuja, una parte del vapor procedente del plato 1 tiene que condensar para calentar el reflujo, de forma que $V_1 < V$ y $L > L_c$. En el tratamiento precedente se ha supuesto que el reflujo está a la temperatura de burbuja.

Plato de cola y calderín. La acción en la cola de la columna es análoga a la de la cabeza. Por tanto, la Ecuación (18.17) escrita para flujo molar constante, se transforma en

$$y_{m+1} = \frac{\bar{L}}{\bar{L} - B} x_m - \frac{Bx_B}{\bar{L} - B} \qquad (18.21)$$

Si x_m se toma igual a x_B en la Ecuación (18.21), y_{m+1} es igual a x_B, de forma que la línea de operación para la sección de agotamiento cruza a la diagonal en el punto (x_B, x_B). Esto se cumple con independencia del tipo de calderín utilizado siempre que haya un solo producto de cola. La línea de operación inferior deberá entonces construirse utilizando el punto (x,, x_B) y la pendiente $\bar{L}/(\bar{L} - B)$, pero en la siguiente sección se describe un método más conveniente al tratar los platos de alimentación.

El diagrama de los balances de materia para el plato inferior y el calderín se representa en la Figura 18.11. El punto inferior de la línea de operación para la columna en sí es el punto correspondiente al plato de cola (x,, y,), donde x_b e y, son las concentraciones del líquido que sale del plato inferior y del vapor procedente del calderín. Sin embargo, tal como se ha visto anteriormente, la línea de operación puede prolongarse hasta cortar a la diagonal en el punto (x_B, x_B).

En el tipo corriente de calderín que se representa en las Figuras 18.7 y 18.11, el vapor que sale del calderín está en equilibrio con el líquido que sale como producto de cola. Por tanto, x_B e y_r son las coordenadas de un punto situado sobre la curva de equilibrio y el calderín actúa como una etapa ideal. En la Figura 18.12 se muestra la construcción gráfica para el calderín (triángulo *cde*) y para el plato de cola (triángulo *abc*). Un calderín de este tipo recibe el nombre de ***caldera parcial.*** En la Figura 15.9 se muestra con detalle su construcción.

Plato de alimentación. En el plato donde se introduce la alimentación pueden variar el flujo del líquido o el del vapor, o el de ambos, dependiendo de la condición térmica de la alimentación. La Figura 18.13 muestran esquemáticamente las corrientes de vapor y líquido que entran y salen del plato de alimentación, para diferentes condiciones de la alimentación. En la Figura 18.13*a* se supone que la alimentación está fría y que toda la corriente de alimentación se suma al líquido que desciende por la columna. Además condensa algo de vapor para calentar la alimentación hasta el punto de burbuja; esto da lugar a que el flujo de líquido sea aún mayor en la sección de agotamiento y a que disminuya el flujo de vapor en la sección de enriquecimiento.

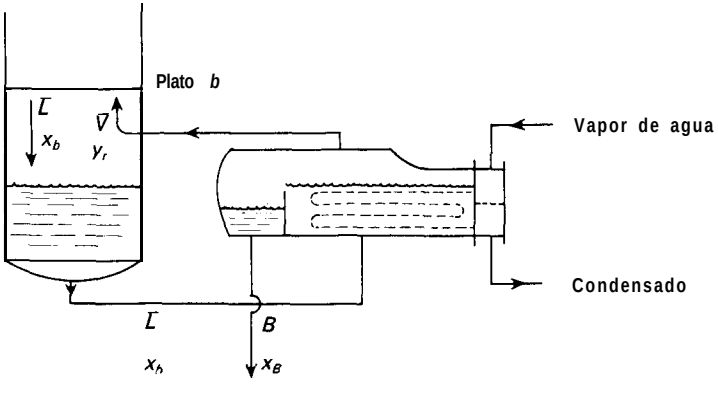


Figura 18.11. Diagrama de los balances de materia para el plato inferior y el calderín.

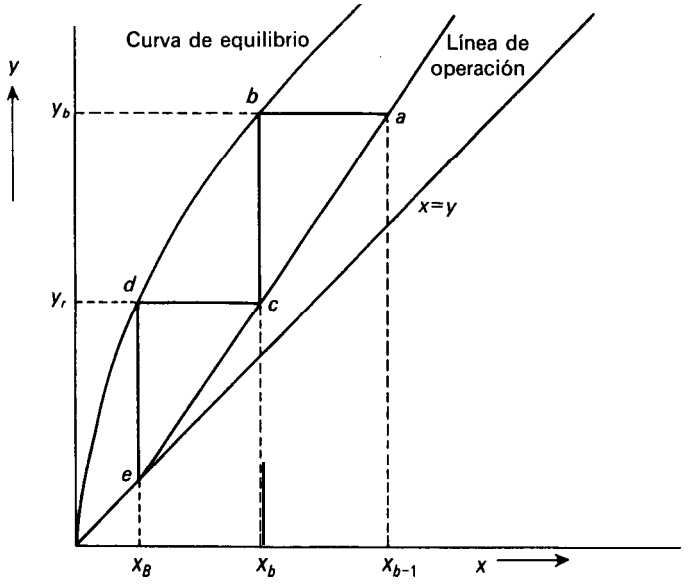


Figura 18.12. Construcción gráfica para el plato inferior y el calderín: triángulo *cde*, calderín; triángulo *abc*, plato inferior.

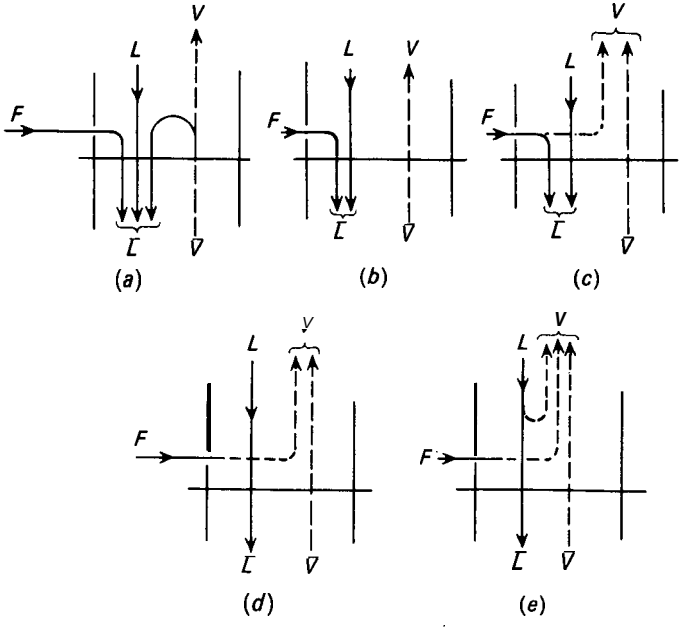


Figura 18.13. Flujo a través del plato de alimentación para diferentes condiciones de la alimentación: (a) alimentación como líquido frío; (*b*) alimentación como líquido saturado; (*c*) alimentación parcialmente vaporizada; (*d*) alimentación como vapor saturado; (e) alimentación como vapor sobrecalentado.

En la Figura 18.13*b* se supone que la alimentación está en su punto de burbuja. No se requiere condensación para calentar la alimentación, de forma que $V = \bar{V}$ y $\bar{L} = F + L$. Si la alimentación está parcialmente en forma de vapor, como indica la Figura 18.13*c*, la porción de líquido de la alimentación forma parte de $\bar{L}$ y el vapor forma parte de V. Si la alimentación es vapor saturado, como muestra la Figura 18.13*d*, todo el vapor forma parte de V, de forma que $L = \bar{L}$ y $V = F + \bar{V}$. Finalmente, si la alimentación es vapor sobrecalentado, como en la Figura 18.13*e*, parte del líquido procedente de la sección de enriquecimiento se vaporiza con el fin de enfriar la alimentación hasta el estado de vapor saturado. Por tanto, el vapor de la sección de rectificación consta de (1) el vapor procedente de la sección de agotamiento, (2) la alimentación y (3) los moles adicionales vaporizados en el enfriamiento de la alimentación. El flujo de líquido que pasa a la sección de agotamiento es menor que en la sección de enriquecimiento en una cantidad igual a la del vapor que se ha formado.

Los cinco tipos de alimentación pueden caracterizarse utilizando un único factor, representado por q y definido como los moles de líquido que fluyen en la sección de agotamiento como consecuencia de la introducción de cada mol de alimentación. Por tanto, q tiene los siguientes límites numéricos para las distintas condiciones:

Alimentación fría, $q > 1$
Alimentación en el punto de burbuja (líquido saturado), $q = 1$
Alimentación parcialmente como vapor, $0 < q < 1$
Alimentación en el punto de rocío (vapor saturado), $q = 0$
Alimentación como vapor sobrecalentado, $q < 0$

Si la alimentación es una mezcla de líquido y vapor, q es la fracción de líquido. Tal alimentación puede producirse por una operación de equilibrio de flash, de forma que $q = 1 - f$, siendo f la fracción de la corriente original vaporizada en el flash.

El vapor de q para alimentación como líquido frío se obtiene a partir de la ecuación

$$q = 1 + \frac{c_{pL}(T_b - T_F)}{\lambda} \tag{18.22}$$

Para vapor sobrecalentado la ecuación es

$$q = -\frac{c_{pV}(T_F - F_d)}{\lambda} \tag{18.23}$$

donde c_{pL}, c_{pV} = calores específicos del líquido y el vapor, respectivamente
T_F = temperatura de la alimentación
T_b, T_d = Temperaturas del punto de burbuja y del punto de rocío de la alimentación, respectivamente
λ = calor latente de vaporización

Línea de alimentación. El valor de q obtenido a partir de la Ecuación (18.22) o (18.23) puede utilizarse con los balances de materia para hallar el lugar de todos los puntos de intersección de las líneas de operación. La ecuación para esta línea de intersección puede obtenerse como se indica a continuación.

La contribución de la corriente de alimentación al flujo interno de líquido es qF, de forma que el caudal de reflujo en la sección de agotamiento es

$$\bar{L} = L + qF \quad y \quad \bar{L} - L = qF \tag{18.24}$$

Análogamente, la contribución de la corriente de alimentación al flujo interno de vapor es $F(1 - q)$, y por tanto el flujo total de vapor en la sección de rectificación es

$$V = \bar{V} + (1 - q)F \quad y \quad V - \bar{V} = (1 - q)F \tag{18.25}$$

Para flujo molar constante, las ecuaciones de los balances de materia para las dos secciones son

$$Vy_n = Lx_{n+1} + Dx, \tag{18.26}$$

$$\bar{V}y_m = \bar{L}x_{m+1} - Bx, \tag{18.27}$$

Para localizar el punto de intersección de las líneas de operación, sea $y_n = y_m$ y $x_{n+1} = x_{m+1}$, y al restar la Ecuación (18.27) de la Ecuación (18.26):

$$y(V - \bar{V}) = (L - \bar{L})x + Dx, + Bx, \tag{18.28}$$

A partir de la Ecuación (18.4), los dos últimos términos de la Ecuación (18.28) pueden sustituirse por Fx_F. Por otra parte, sustituyendo $L - \bar{L}$ de la Ecuación (18.24) y $V - \bar{V}$ de la Ecuación (18.25) y simplificando se llega a

$$y = -\frac{p}{1 - q}x + \frac{x_F}{1 - q} \tag{18.29}$$

La Ecuación (18.29) representa una línea recta, que recibe el nombre de línea ***de alimentación,*** sobre la que están situadas todas las intersecciones de las líneas de operación. La posición de la línea depende solamente de x_F y de q. La pendiente de la línea de alimentación es $-q/(1 - q)$ y, según puede demostrarse sustituyendo x por y en la Ecuación (18.29) y simplificando, la línea corta a la diagonal en $x = x_F$.

Construcción de lineas de operación. El método más sencillo para representar las líneas de operación es (1) localizar la línea de alimentación; (2) calcular la ordenada en el origen $x_D/(R_D + 1)$ de la línea de enriquecimiento y representar la línea que pasa por la ordenada en el origen y el punto (x_F, x_D); (3) trazar la línea de agotamiento que pasa por el punto (x_F, x_B) y la intersección de la línea de

rectificación con la línea de alimentación. Las líneas de operación de la Figura 18.14 muestran el resultado de este procedimiento.

En la Figura 18.14 se representan las líneas de operación para diferentes tipos de alimentación, con la suposición de que x_F, x_B, x_D, L y D son constantes. Se representan las diferentes líneas de alimentación. Si la alimentación es un líquido frío, la línea de alimentación se dirige hacia arriba y la derecha; si la alimentación es un líquido saturado, la línea es vertical; si la alimentación es una mezcla de vapor y líquido, la línea se dirige hacia arriba y la izquierda, siendo la pendiente el valor negativo de la relación entre el líquido y el vapor; si la alimentación es un vapor saturado, la línea es horizontal; y, finalmente, si la alimentación es un vapor sobrecalentado, la línea se dirige hacia abajo y la izquierda.

Localización del plato de alimentación. Una vez representadas las líneas de operación, el número de platos ideales se obtiene empleando la construcción de escalones, tal como se muestra en la Figura 18.15. La construcción puede comenzarse indistintamente por el fondo de la línea de agotamiento o por la cima de la línea de rectificación. En lo que sigue se supone que la construcción comienza por la cima y que, además, se utiliza un condensador total. Al acercarse a la intersección de las líneas de operación, hay que decidir cuándo los escalones deben

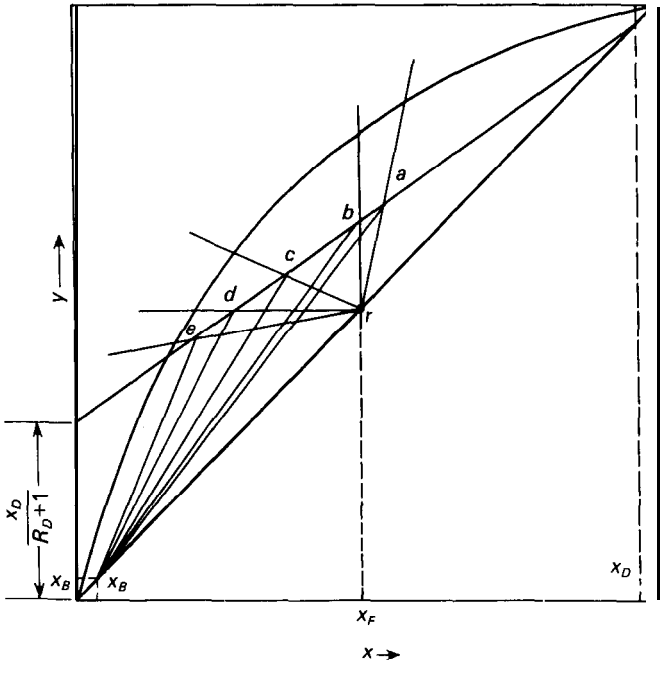


Figura 18.14. Efecto de la condición de la alimentación sobre la línea de alimentación: ***ra,*** alimentación como líquido frío; ***rb,*** alimentación como líquido saturado; ***rc,*** alimentación parcialmente vaporizada; ***rd,*** alimentación como vapor saturado; ***re,*** alimentación como vapor sobrecalentado.

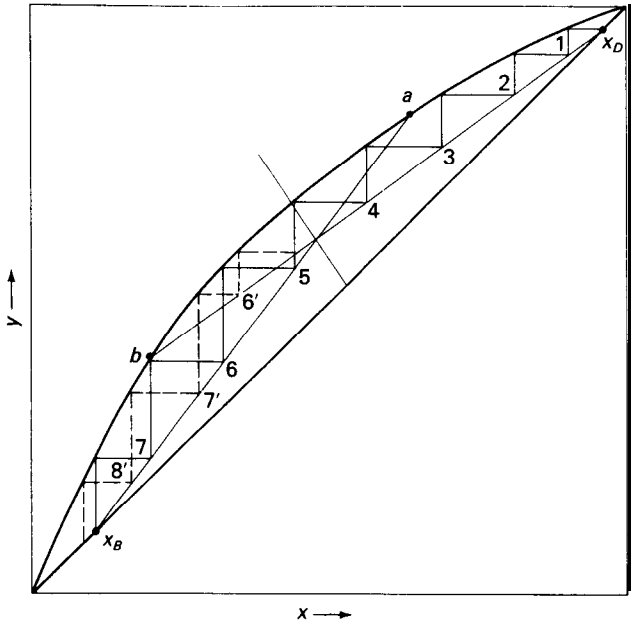


Figura 18.15. Localización del plato óptimo de alimentación: ——, con alimentación en el plato 5; ----, con alimentación en el plato 7.

pasar de la línea de enriquecimiento a la línea de agotamiento. El cambio deberá realizarse de tal forma que se obtenga el máximo enriquecimiento por plato con el fin de que el número total de platos de la columna sea mínimo. Una inspección de la Figura 18.15 pone de manifiesto que este criterio se cumple si el paso se realiza inmediatamente después de alcanzar un valor de x que es inferior a la coordenada x de la intersección de las dos líneas de operación. El plato de alimentación está siempre representado por el triángulo que tiene un vértice en la línea de rectificación y otro en la de agotamiento. Para la posición óptima, el triángulo que representa el plato de alimentación está a caballo de la intersección de las líneas de operación.

El paso de una línea de operación a otra, y por tanto la localización del plato de alimentación, puede hacerse en cualquier localización entre los puntos *a* y *b* de la Figura 18.15, pero si el plato de alimentación está localizado en cualquier otro punto distinto del óptimo se precisa un número de platos innecesariamente más grande. Por ejemplo, si en la Figura 18.15 el plato de alimentación es el número 7, los escalones más pequeños representados por la línea de trazos da lugar a un requerimiento de ocho platos ideales más el calderín, mientras que si la alimentación se introduce en el plato número 5 basta con siete platos y el calderín. Téngase en cuenta que, aun cuando el plato de alimentación sea el óptimo, la composición de mismo sólo coincidirá por casualidad con la composición de la alimentación.

Al analizar el funcionamiento de una columna real, el paso de una línea de

operación a otra ha de realizarse en un plato real de alimentación. Debido a los cambios de composición de la alimentación y a las incertidumbres en la eficacia de los platos, las columnas grandes operan con frecuencia introduciendo la alimentación unos pocos platos por encima o por debajo de la localización óptima. Si se prevén grandes cambios en la composición de la alimentación se pueden proveer varias localizaciones alternativas para la entrada de la alimentación.

Necesidades de calefacción y refrigeración. La pérdida de calor en una gran columna aislada es relativamente pequeña, de forma que la columna es en sí, esencialmente adiabática. Los efectos térmicos de toda la unidad están restringidos al condensador y al calderín. Si el calor latente molar es λ y la variación total de calor sensible en las corrientes de líquido es pequeña, el calor comunicado en el calderín q_r es $\bar{V}\lambda$, bien en Btu por hora o watios. Cuando la alimentación es un líquido a la temperatura de burbuja $(q = 1)$, el calor comunicado en el calderín es igual al retirado en el condensador, pero esto no se cumple para otros valores de q (véase la página 585).

Si como medio de calefacción se utiliza vapor de agua saturado, la cantidad de éste que se requiere en el calderín es

$$\dot{m}_s = \frac{\bar{V}\lambda}{\lambda_s} \qquad (18.30)$$

donde $\dot{m}_s$ = consumo de vapor de agua
$\bar{V}$ = vapor generado en el calderín
λ_s = calor latente del vapor de agua
1 = calor latente molar de la mezcla

Si se utiliza agua como medio de refrigeración en el condensador y el condensado no está subenfriado, el requerimiento de agua de refrigeración es

$$m_c = \frac{V\lambda}{T_2 - T_1} = \frac{V\lambda}{T_2 \quad T_1} \qquad (18.31)$$

donde $\dot{m}_c$ = consumo de agua
$T_2 - T_1$ = aumento de temperatura del agua de refrigeración

Ejemplo 18.2. Una columna de fraccionamiento continuo ha de diseñarse para separar 30 000 lb/h de una mezcla del 40 por 100 de benceno y 60 por 100 de tolueno en un producto de cabeza que contiene 97 por 100 de benceno y un producto de cola del 98 por 100 de tolueno. Estos porcentajes están expresados en peso. Se utilizará una relación de reflujo de 3,5 moles por mol de producto. Los calores latentes molares del benceno y del tolueno son 7360 y 7960 cal/mol-g, respectivamente. El benceno y el tolueno forman un sistema ideal con una volatilidad relativa del orden de 2,5; la curva de equilibrio se muestra en la Figura 18.16. La alimentación tiene una temperatura de ebullición de 95 °C a la presión de 1 atm. (a) Calcúlense los flujos molares de los productos de cabeza y cola por hora. (*b*) Determínese el número de platos ideales y las

posiciones del plato de alimentación (*i*) si la alimentación es un liquido a su temperatura de ebullición; (*ii*) si la alimentación es un liquido a 20 °C (calor especifico = 0,44); (*iii*) si la alimentación es una mezcla de dos tercios de vapor y un tercio de líquido. (c) Si para calefacción se utiliza vapor de agua a la presión manométrica de 20 $lb_f/pulg^2$, ¿qué cantidad de vapor se requiere por hora para cada uno de los tres casos anteriores, despreciando las pérdidas de calor y suponiendo que el reflujo es un liquido saturado? (d) Si el agua de refrigeración entra en el condensador a 80 °F (26,7 °C) y sale a 150 °F (65,5 °C), ¿qué cantidad de agua será necesaria, en galones por minuto?

SOLUCIÓN

(a) El peso molecular del benceno es 78 y el del tolueno 92. Las concentraciones de la alimentación, el producto de cabeza y el producto de cola, en fracción molar de benceno, son

$$x_F = \frac{\frac{40}{78}}{\frac{40}{78} + \frac{60}{92}} = 0,440 \qquad x_D = \frac{\frac{97}{78}}{\frac{97}{78} + \frac{3}{92}} = 0,974$$

$$x_B = \frac{\frac{2}{78}}{\frac{2}{78} + \frac{98}{92}} = 0,0235$$

El peso molecular medio de la alimentación es

$$\frac{100}{\frac{40}{78} + \frac{60}{92}} = 858$$

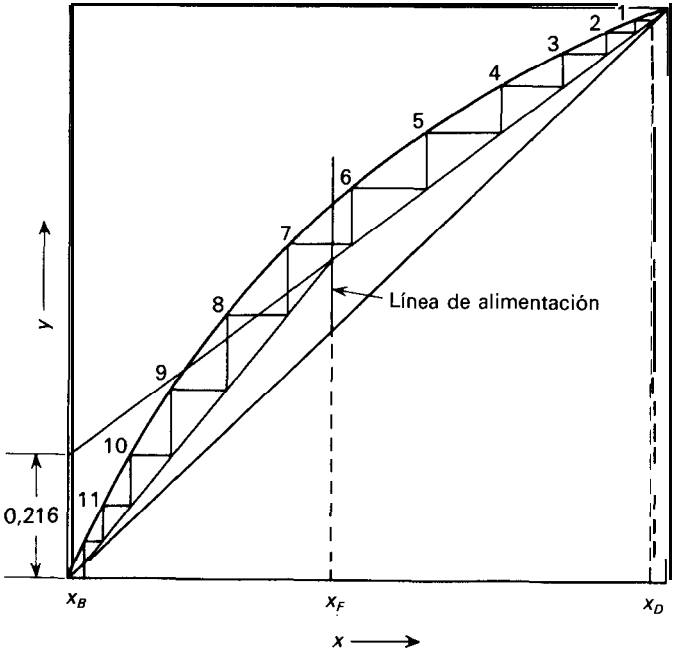


Figura 18.16. Ejemplo 18.2, parte (b) (*i*).

El calor medio de vaporización de la alimentación es

$$\lambda = 0{,}44(7360) + 0{,}56(7960) = 7696 \text{ cal/g mol}$$

El flujo de alimentación F es $30\,000/85{,}8 = 350$ lb-mol/h. A partir de un balance global de benceno, utilizando la Ecuación (18.5).

$$D = 350\,\frac{0{,}440 - 0{,}0235}{0{,}974 - 0{,}0235} = 153{,}4 \text{ lb mol/h } (1{,}931 \times 10^{-2} \text{ kg mol/s})$$

$$B = 350 - 153{,}4 = 196{,}6 \text{ lb mol/h } (2{,}475 \times 10^{-2} \text{ kg mol/s})$$

(*i*) El primer paso consiste en representar el diagrama de equilibrio y sobre él trazar verticales por x_D, x_F y x_B, prolongándolas hasta la diagonal del diagrama, tal como se representa en la Figura 18.16.

El segundo paso consiste en trazar la línea de alimentación. En este caso $f = 0$ y la línea de alimentación es vertical y es una continuación de la línea x = x_F.

El tercer paso es representar las líneas de operación. La intersección de la línea de rectificación con el eje y, de acuerdo con la Ecuación (18.19), es $0{,}974/(3{,}5 + 1) = 0{,}216$. A partir de la intersección de esta línea de operación con la línea de alimentación se traza la línea de agotamiento.

El tercer paso es trazar los escalones rectangulares entre las dos líneas de operación y la curva de equilibrio. Al trazar los escalones el paso de la línea de rectificación a la de agotamiento se produce en el escalón número siete. Continuando el trazado de escalones se encuentra que, incluido el calderín, se necesitan 11 platos ideales y que la alimentación deberá introducirse en el séptimo plato contando desde la parte superior†.

(*ii*) El calor latente de vaporización de la alimentación λ es $7696 \times 1{,}8/85{,}8 = 161{,}5$ Btu/lb. Sustituyendo en la Ecuación (18.22) se obtiene

$$q = 1 + \frac{0{,}44(95 - 20)(1{,}8)}{161{,}5} = 1\ 37$$

A partir de la Ecuación (18.29) la pendiente de la línea de alimentación es $-1{,}37/(1 - 1{,}37) = 3{,}70$. Al trazar los escalones para este caso, tal como se muestra en la Figura 18.17, se encuentra que se requiere un calderín y 10 platos ideales y que la alimentación deberá introducirse en el quinto plato.

(iii) A partir de la definición de q se sigue que para este caso $q = 1/3$ y la pendiente de la línea de alimentación es $-0{,}5$. La solución se presenta en la Figura 18.18, donde se encuentra un calderín y 12 platos, entrando la alimentación en el séptimo plato.

(c) El flujo de vapor V en la sección de rectificación, que ha de condensar en el

† Para cumplir literalmente las condiciones del problema, el último escalón, que representa al calderín, debiera de alcanzar exactamente la concentración x_B. Esto se cumple muy aproximadamente en la Figura 18.16. Sin embargo, habitualmente x_B no corresponde a un número entero de etapas. Una elección arbitraria de las variables x_D, x_F, x_B y R_D no es necesariamente consistente con un número entero de escalones. Mediante un ligero ajuste de una de las cuatro variables se puede obtener un número entero, pero teniendo en cuenta que antes de establecer el número de etapas reales es preciso aplicar la eficacia de las etapas, no existen razones suficientes para realizar este ajuste.

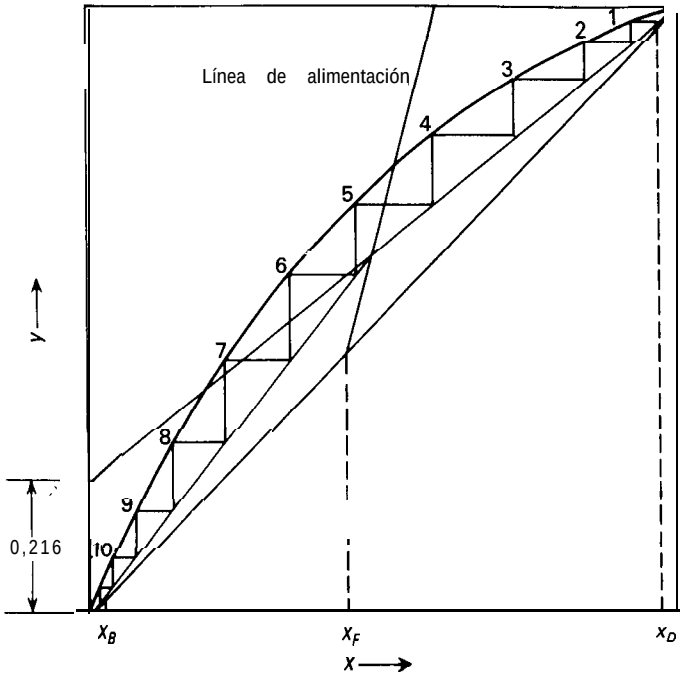


Figura 18.17. Ejemplo 18.2, parte (b) (*ii*).

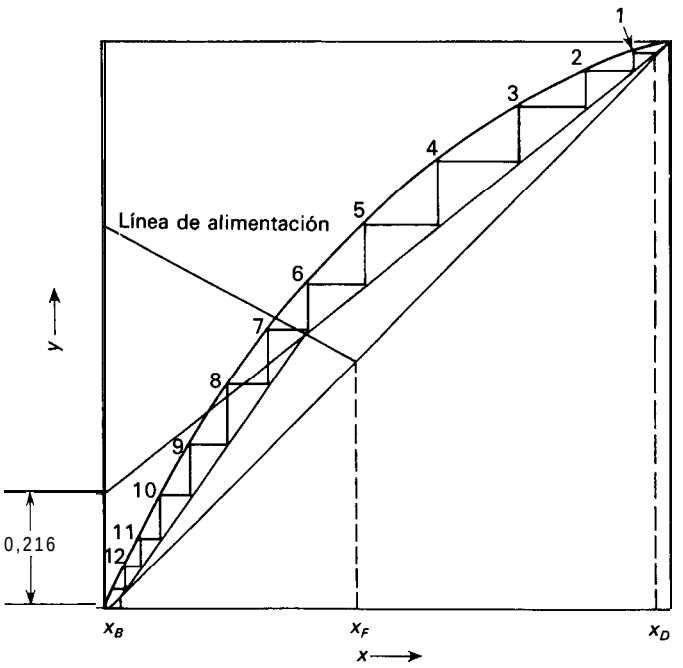


Figura 18.18. Ejemplo 18.2, parte (*b*) *(iii).*

condensador, es 4,5 moles por mol de producto de cabeza, o bien 4,5 x 153,4 = 690 mol/h. A partir de la Ecuación (18.25),

$$\bar{V} = 690 - 350(1 - q)$$

Utilizando el calor de vaporización del tolueno en vez del benceno con el fin de obtener un diseño ligeramente conservador, λ = 7960 cal/mol-g x 1,8 = 14 328 Btu/lb-mol. El calor cedido por 1 lb de vapor de agua a la presión manométrica de 20 $lb_f/pulg^2$, según el Apéndice 8, es 939 Btu. Según la Ecuación (18.30), el consumo de vapor de agua es

$$\dot{m}_s = \frac{14328}{939}\bar{V} = \frac{14328}{939}[690 - 350(1 - q)] \text{ lb/h}$$

Los resultados se presentan en la Tabla 18.2.

(d) El agua de refrigeración que se requiere, que es la misma en todos los casos, de acuerdo con la Ecuación (18.31), es

$$\dot{m}_c = \frac{14\ 328 \times 690}{150 - 80} = 141\ 230 \text{ lb/h } (17{,}9 \text{ kg/s})$$

El consumo de agua es 141 230/(60 x 8,33) = 283 gal/min.

El empleo de alimentación fría, caso (*ii*), requiere el menor número de platos, pero esto no sería una buena razón para suprimir el calentamiento de la alimentación puesto que conlleva un mayor consumo de vapor de agua en el calderín. Por otra parte, la vaporización parcial de la alimentación, caso *(iii),* puede no resultar ventajosa desde el punto de vista del coste energético, puesto que la energía para calentar la alimentación no se ha incluído en los cálculos anteriores.

Tabla 18.2. Solución al Ejemplo 18.2, parte (c)

Caso	q	Consumo de vapor $\dot{m}_s$, lb/h	Nhmero de platos ideales
(*i*)	1,0	10 530	11
(*ii*)	1,37	12 500	10
(iii)	0,333	6970	12

Número mínimo de platos. Puesto que la pendiente de la línea de rectificación es $R_D/(R_D + 1)$, la pendiente aumenta con la relación de reflujo hasta que, para R_D infinito, $V = L$ y la pendiente es igual a 1. Las líneas de operación coinciden entonces ambas con la diagonal. Esta condición recibe el nombre de reflujo total. Para reflujo total el número de platos es mínimo, pero tanto la alimentación como los productos de cabeza y cola son cero para cualquier tamaño finito del equipo. El reflujo total representa un caso límite en la operación de columnas de fraccionamiento. El número mínimo de platos que se requiere para una separación dada puede encontrarse construyendo escalones en un diagrama x-y entre

las composiciones x_D y x_B, utilizando la línea de 45" como línea de operación para ambas secciones de la columna. Puesto que no hay alimentación en la columna cuando opera a reflujo total, no existe discontinuidad entre las secciones superior e inferior.

Para el caso especial de mezclas ideales, se dispone de un método sencillo para calcular el valor de $N_{mín}$ a partir de las concentraciones extremas x_B y x_D. Se basa en la volatilidad relativa de los dos componentes α_{AB}, que se define en función de las concentraciones de equilibrio

$$\alpha_{AB} = \frac{y_{Ae}/x_{Ae}}{y_{Be}/x_{Be}} \tag{18.32}$$

Una mezcla ideal sigue la ley de Raoult y la volatilidad relativa es la relación entre las presiones de vapor,

$$p_A = P'_A x_A \qquad y_A = \frac{p_A}{P}$$

$$p_B = P'_B x_B \qquad y_B = \frac{p_B}{P}$$

$$\alpha_{AB} = \frac{y_A/x_A}{y_B/x_B} = \frac{P'_A/P}{P'_B/P} = \frac{P'_A}{P'_B} \tag{18.33}$$

La relación P'_A/P'_B no varía mucho para los intervalos de temperaturas que se encuentran en una columna típica, de forma que la volatilidad relativa se toma como constante en la deducción que se hace a continuación.

Para una mezcla binaria y_A/y_B y x_A/x_B pueden sustituirse por $y_A/(1 - y_A)$ y $x_A/(1 - x_A)$, de forma que para el plato $n + 1$ la Ecuación (18.32) puede escribirse así

$$\frac{y_{n+1}}{1 - y_{n+1}} = \alpha_{AB} \frac{x_{n+1}}{1 - x_{n+1}} \tag{18.34}$$

Puesto que para reflujo total $D = 0$ y $l/V = 1$, $y_{n+1} = x_n$. Según la Ecuación (18.13) y puesto que la línea de operación es la diagonal,

$$\frac{x_n}{1 - y_n} = \alpha_{AB} \frac{x_{n+1}}{1 - x_{n+1}} \tag{18.35}$$

En la parte superior de la columna, si se utiliza un condensador total, $y_1 = x_D$, de forma que la Ecuación (18.34) se transforma en

$$\frac{x_D}{1 - x_D} = \alpha_{AB} \frac{x_1}{1 - x_1} \tag{18.36}$$

Escribiendo la Ecuación (18.35) para una sucesión de n platos se obtiene

$$\frac{x_1}{1 - x_1} = \alpha_{AB} \frac{x_2}{1 - x_2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (18.37)$$
$$\frac{x_{n-1}}{1 - x_{n-1}} = \alpha_{AB} \frac{x_n}{1 - x_n}$$

Si la Ecuación (18.36) y todas las ecuaciones de la serie de las Ecuaciones (18.37) se multiplican entre sí y se eliminan los términos intermedios,

$$\frac{x_D}{1 - x_D} = (\alpha_{AB})^n \frac{x_n}{1 - x_n} \qquad (18.38)$$

Para alcanzar la composición de salida de las colas de la columna hacen falta N_{min} platos y un calderín, y la Ecuación (18.38) se transforma en

$$\frac{x_D}{1 - x_D} = (\alpha_{AB})^{N_{\text{min}}+1} \frac{x_B}{1 - x_B}$$

Despejando N_{min} se obtiene

$$\mathbf{N}_{\text{mín}} = \frac{\log [x_D(1 - x_B)/x_B(1 - x_D)]}{\log \alpha_{AB}} - 1 \qquad (18.39)$$

La Ecuación (18.39) ***es*** la ***ecuación de Fenske.*** Si la variación del valor de α_{AB} desde la cola de la columna hasta la cabeza es moderada, se recomienda para α_{AB} la medida geométrica de los valores extremos.

Reflujo mínimo. Para un reflujo inferior al total, el número de platos que se requieren para una separación dada es mayor que para reflujo total, y aumenta de forma continua a medida que disminuye la relación de reflujo. A medida que la relación disminuye, el número de platos se hace muy grande y, para un valor mínimo definido, llamado ***relación de reflujo mínima,*** el número de platos se hace infinito. Todas las columnas reales que producen una cantidad finita de los productos deseados de cabeza y cola han de operar con una relación de reflujo comprendida entre el valor mínimo, para el que el número de platos es infinito, e infinito, para el que el número de platos es mínimo. Si L_a/D es la relación de reflujo utilizada y $(L_a/D)_{\text{mín}}$ es la relación de reflujo mínima,

$$\left(\frac{L_a}{D}\right)_{\text{min}} < \frac{L_a}{D} < \infty \qquad (18.40)$$

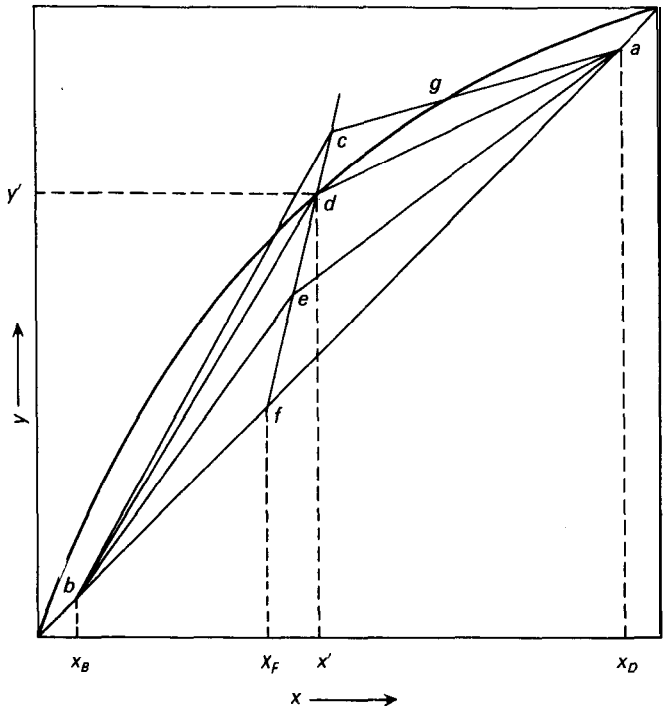


Figura 18.19. Relación de reflujo mínima.

La relación de reflujo mínima puede obtenerse siguiendo el desplazamiento de las líneas de operación a medida que se va reduciendo el reflujo. En la Figura 18.19 ambas líneas coinciden con la diagonal *afb* para reflujo total. Para una operación real las líneas *ae* y ***eb*** representan líneas de operación típicas. A medida que se va reduciendo el reflujo, la intersección de las líneas de operación se va desplazando a lo largo de la línea de alimentación hacia la curva de equilibrio, el área del diagrama disponible para el trazado de los escalones se estrecha y el número de escalones aumenta. Cuando una cualquiera, o ambas líneas de operación, toca a la curva de equilibrio, el número de escalones necesarios para traspasar el punto de contacto se hace infinito. La relación de reflujo correspondiente a esta situación es, por definición, la relación de reflujo mínima.

Para el tipo normal de curva de equilibrio, que es cóncava hacia abajo en toda su longitud, el punto de contacto, para el reflujo mínimo, de las líneas de operación y equilibrio se produce en la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio, tal como se muestra mediante las líneas *ad* ***y db*** de la Figura 18.19. Una posterior disminución del reflujo lleva la intersección de las líneas de operación fuera de la curva de equilibrio, tal como se observa por las líneas *agc* y ***cb.*** Por consiguiente, aun con un número infinito de platos no se puede traspasar el punto g y la relación de reflujo para esta condición es inferior al valor mínimo.

La pendiente de la líneas de operación *ad* de la Figura 18.19 es tal que la línea pasa a través de los puntos (x', y') y (x,, x_D), donde x' e y' son las coordenadas de la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio. Sea la relación de reflujo mínima $R_{,,}$. Por tanto,

$$\frac{R_{Dm}}{R_{Dm} + 1} = \frac{x_D - y'}{x_D - x'}$$

o bien

$$R_{Dm} = \frac{x_D - y'}{y' - x'} \qquad (18.41)$$

La Ecuación (18.41) no puede aplicarse a todos los sistemas. Así, si la curva de equilibrio tiene una concavidad hacia arriba, como ocurre, por ejemplo, en el sistema etanol y agua que se representa en la Figura 18.20, es evidente que la línea de rectificación toca antes a la curva de equilibrio entre las abscisas x_F y x_D y la línea *ac* corresponde al reflujo mínimo. La línea de operación *ab* corresponde a un reflujo inferior al mínimo, aun cuando no corta a la línea de alimentación por debajo del punto (x', y'). En esta situación la relación de reflujo mínima ha de calcularse a partir de la pendiente de la línea de operación *ac* que es tangente a la curva de equilibrio.

Zona invariante. Para la relación de reflujo mínima se forma un ángulo agudo en la intersección de una línea de operación y la curva de equilibrio, tal como

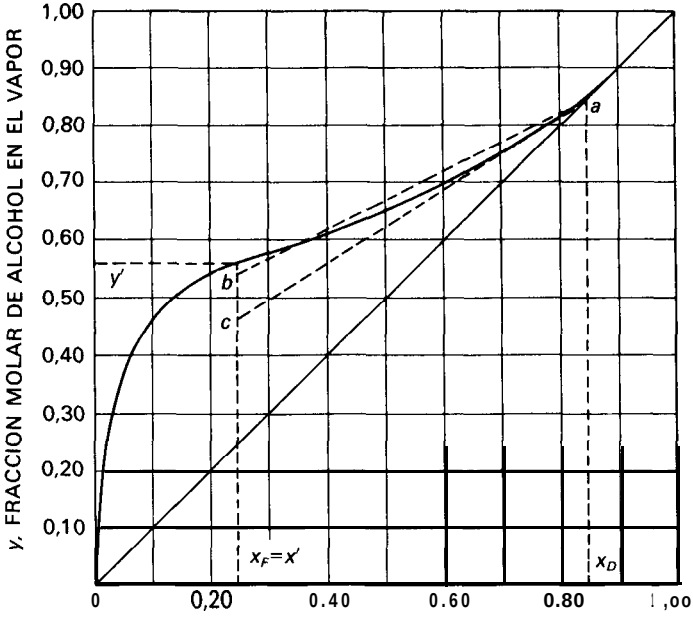


Figura 18.20. Diagrama de equilibrio para el sistema etanol-agua.

muestra el punto *d* de la Figura 18.19 o el punto de tangencia de la Figura 18.20. En cada ángulo se puede trazar un número infinito de escalones, que corresponde a un número infinito de platos ideales, en los que no hay variaciones de concentración del líquido ni del vapor al pasar de un plato a otro, de forma que $x_{n-1} = x_n$ e $y_{n+1} = y_n$. Para describir estas series infinitas de platos se utiliza el término de ***zona invariante.***

En la Figura 18.19 puede apreciarse que con una curva de equilibrio normal, la intersección de la línea *q* con la curva de equilibrio, para la relación de reflujo mínima, da las concentraciones del líquido y vapor en el plato de alimentación (con un número infinito de platos a ambos lados de dichos platos). Se forma así una zona invariante en el fondo de la zona de rectificación y otra en la cima de la sección de agotamiento. Las dos zonas difieren solamente en que en una de ellas la relación de líquido a vapor es L/V mientras que en la otra es $\bar{L}/\bar{V}$.

Relación de reflujo óptima. Al aumentar la relación de reflujo desde el valor mínimo, el número de platos disminuye, rapidamente al principio y después cada vez más lentamente, hasta que, para reflujo total el número de platos es mínimo. Veremos después que el área de la sección transversal de la columna es, en general, de forma aproximada proporcional a la velocidad de flujo del valor. A medida que aumenta la relación de reflujo, aumentan ambos L y V para una producción dada y se alcanza un punto en el que el aumento del diámetro de la columna es más rápido que la disminución del número de platos. El coste de la unidad es aproximadamente proporcional al área total de los platos o bien al producto del número de platos por el área de la sección transversal de la columna, de forma que los costes de adquisición primeramente disminuyen y después aumentan con la relación de reflujo, tal como se muestra mediante la línea *abc* en la Figura 18.21.

El reflujo se proporciona comunicando calor en el calderín y retirándolo en el condensador. Los costes de calefacción y refrigeración aumentan con el reflujo, tal como muestra la curva ***de*** la Figura 18.21. El coste total de operación varia con la suma de los costes del inmovilizado y los costes de calefacción y refrigeración, tal como muestra la curva *fgh*. La curva *fgh* tiene un mínimo para una

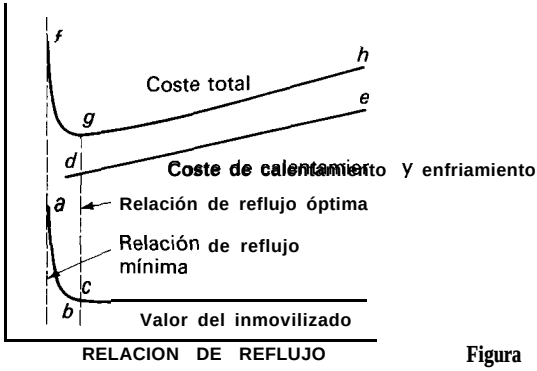


Figura 18.21. Relación de reflujo óptima.

relación de reflujo definida que no es mucho mayor que el reflujo mínimo. Este es el punto de operación más económico y el correspondiente reflujo recibe el nombre de ***relación de reflujo óptima,*** que generalmente está comprendida entre 1,05 y 1,3 veces la relación del reflujo mínima. En la práctica la mayoría de las plantas operan con relaciones de reflujo superiores a la óptima. El coste total no es muy sensible a la relación de reflujo en este intervalo y se obtiene una mayor flexibilidad de operación si se utiliza un reflujo superior al óptimo.

Ejemplo 18.3. ¿Cuál es (a) la relación de reflujo mínima y (b) el número mínimo de platos ideales para los casos (b) (*i*), (b) (*ii*), y (b) (iii) del Ejemplo 18.2?

SOLUCIÓN

(a) Para la relación de reflujo mínima se utiliza la Ecuación (18.41). Aquí x_D = = 0,974 (véase la Tabla 18.3).

Tabla 18.3

Caso	x'	y'	R_{Dm}
(*b*)(*i*)	0,440	0,658	1,45
(*b*)(*ii*)	0,521	0,730	1,17
(*b*)(*iii*)	***0,300***	0,513	2.16

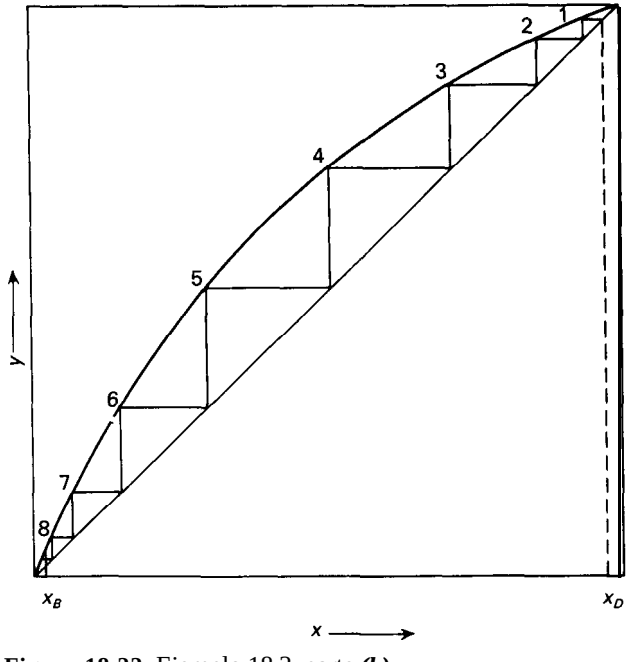


Figura 18.22. Ejemplo 18.3, parte ***(b).***

(b) Para el número mínimo de platos, la relación de reflujo es infinita, las líneas de operación coinciden con la diagonal, y no existe diferencia entre los tres casos. La representación gráfica se presenta en la Figura 18.22. Se necesita un calderín y ocho platos ideales.

Productos prácticamente puros. Cuando bien el producto de cola o el de cabeza son prácticamente puros, no se puede utilizar un solo diagrama para cubrir todo el intervalo de concentraciones puesto que los escalones cerca de $x = 0$ y $x = 1$ son muy pequeños. Esta situación puede tratarse por uno cualquiera de tres métodos. En el primero de ellos, se preparan diagramas auxiliares para los extremos del intervalo de concentración, a gran escala, de forma que los escalones individuales sean suficientemente grandes para su trazado. Las líneas de operación y equilibrio se trazan sobre la gráfica auxiliar y se trasladan los escalones a esta gráfica desde el diagrama principal.

El segundo método para ampliar los extremos del diagrama es representar las líneas de operación y equilibrio en coordenadas logarítmicas'. La línea de operación, si es recta en coordenadas rectangulares, no lo es en coordenadas logarítmicas, pero el cálculo de las coordenadas de unos cuantos puntos mediante las ecuaciones de los balances de materia permite representar la curva. Los escalones están deformados en un diagrama de este tipo, pero el número de escalones no está afectado por un cambio de coordenadas rectangulares a coordenadas logarítmicas.

El tercer método, para el tratamiento de productos practicamente puros, está basado en que cerca de x = 1 se cumple la ley de Raoult y cerca de x = 0 es aplicable la ley de Henry. Por tanto, para ambos extremos de la curva de y_e frente a x„ las líneas de operación y equilibrio son rectas, de forma que se puede utilizar la Ecuación (17.27), no siendo necesaria la construcción gráfica. La misma ecuación se puede utilizar para cualquier intervalo de concentración en el que las líneas de operación y equilibrio sean rectas o muy aproximadamente rectas.

Ejemplo 18.4. Una mezcla de 2 moles por 100 de etanol y 98 moles por 100 de agua ha de agotarse en una columna de platos para obtener un producto de cola que no contenga más de 0,01 mol por 100 de etanol. Como fuente de vapor se utilizará vapor de agua que se introducirá a través de un serpentin abierto introducido en el líquido del plato inferior. La alimentación está a su temperatura de ebullición. El flujo de vapor de agua será de 0,2 moles por mol de alimentación. Para disoluciones diluidas de etanol y agua, la línea de equilibrio es recta y viene dada por la ecuación $y_e = 9{,}0x_e$. ¿Cuántos platos ideales se requieren?

SOLUCIÓN

Puesto que las líneas de operación y equilibrio son rectas, se puede utilizar la Ecuación (17.27) en vez de una construcción gráfica. El diagrama de los balances de materia se muestra en la Figura 18.23. No se necesita calderín puesto que el vapor de agua entra como vapor. Por otra parte, el flujo de líquido en la torre es igual a la alimentación que entra en la columna. De acuerdo con las condiciones del problema,

$$F = \bar{L} = 1 \qquad \bar{V} = 0{,}2 \qquad y_b = 0 \qquad x_a = 0{,}02$$

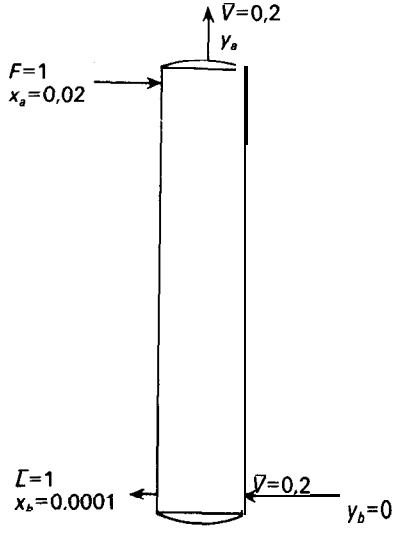


Figura 18.23. Diagrama de los balances de materia para el Ejemplo 18.4.

$$x_b = 0{,}0001 \qquad m = 9{,}0 \quad y_a^* = 9{,}0 \times 0{,}02 = 0{,}18$$
$$y_b^* = 9{,}0 \times 0{,}0001 = 0{,}0009$$

Para utilizar la Ecuación (17.27) se necesita y_a, la concentración del vapor que sale de la columna, y que se obtiene a partir de un balance global de etanol

$$\bar{V}(y_a - y_b) = \bar{L}(x_a - x_b) \qquad 0{,}2(y_a - 0) = 1(0{,}02 - 0{,}0001)$$

de donde resulta $y_a = 0{,}0995$. Sustituyendo en la Ecuación (17.27) se obtiene

$$N = \frac{\log\ [(0{,}0995 - 0{,}18)/(0 - 0{,}0009)]}{\log\ [(0{,}0009 - 0{,}18)/(0 - 0{,}0095)]}$$
$$= \frac{\log 98{,}4}{\log 1{,}8} = 7{,}6 \text{ platos ideales}$$

Balances de entalpía para columnas de fraccionamiento

Las variaciones reales de las corrientes V y L en una columna de destilación dependen de las entalpías de las mezclas del vapor y del líquido. Las limitaciones impuestas por las limitaciones de flujo molar constante pueden suprimirse utilizando balances de entalpía conjuntamente con balances de materia y equilibrio entre las frases. Los datos de entalpía pueden estar disponibles a partir de un diagrama entalpía-concentración como el de la Figura 18.24. Puesto que las

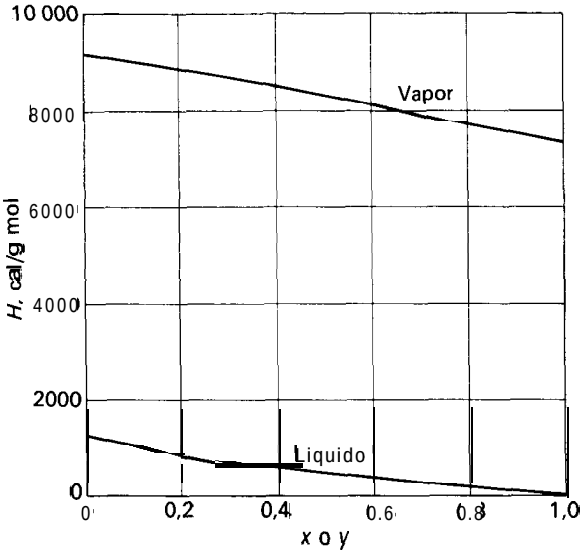


Figura 18.24. Diagrama entalpía-concentración para benceno-tolueno a 1 atm.

disoluciones de benceno y tolueno son ideales, este diagrama se ha construido utilizando valores medios de los calores específicos y los calores de vaporización. En el Ejemplo 18.5 se presentan algunas muestras del cálculo. Con el fin de simplificar los cálculos, se ha tomado como temperatura de referencia 80 °C, que es la temperatura de ebullición del benceno.

Los valores de la entalpía de la Figura 18.24 son para mezclas líquidas a la temperatura de burbuja y para mezclas de vapor a la temperatura de rocío, ambas de 1,0 atm. Por tanto, cada punto de la línea corresponde a una temperatura diferente comprendida entre 110,6 y 80 °C, pero la temperatura para $x = 0{,}5$ no es la misma que para $y = 0{,}5$, tal como puede apreciarse por la diferencia entre los puntos de burbuja y rocío de la Figura 18.3. La ligera curvatura de las gráficas entalpía-concentración se debe a la variación no lineal del punto de burbuja y el punto de rocío con la fracción molar de benceno.

Consideremos un balance global de entalpía para el sistema que se representa en la Figura 18.8. Además de las magnitudes que se muestran en la figura, sean H_F, H_D y H_B las entalpías específicas de la alimentación, producto de cabeza, y producto de cola, respectivamente, todas ellas en unidades de energía por mol. El balance de entalpía para todo el sistema es

$$FH_F + q_r = DH_D + BH_B + q_c \tag{18.42}$$

Cuando la alimentación es un líquido a la temperatura de ebullición, H_F está comprendida entre H_D y H_B, y los términos FH_F y $(DH_D + BH_B)$ aproximadamente se compensan y anulan, haciendo que el calor suministrado en el calderín q_r sea aproximadamente igual al retirado en el condensador q_c

Para unas corrientes dadas de la alimentación y los productos, solamente uno de los efectos caloríficos, q_r o q_c, es objeto de elección independiente por el diseñador u operador. En el diseño de una columna, q_c generalmente se selecciona para corresponder a la relación de reflujo y a los moles de vapor de cabeza deseados. Entonces q_r puede calcularse a partir de la Ecuación (18.42). Sin embargo, al operar una columna, q_r se varía para modificar el caudal de vapor y la relación de reflujo, y las variaciones de q_c se siguen automáticamente.

Balances de entalpía en las secciones de rectificación y agotamiento. Con referencia a la Figura 18.8, sea $H_{y,\,n+1}$ la entalpía específica del vapor que asciende desde el plato $n + 1$ y $H_{x,\,n}$ la entalpía específica del líquido que sale del plato n. El balance de entalpía para la sección comprendida dentro de la superficie de control 1 es

$$V_{n+1}H_{y,\,n+1} = L_nH_{x,\,n} + DH_D + q_c \tag{18.43}$$

Una forma alternativa se obtiene eliminando q_c por medio de la relación

$$q_c = V_aH_{Y.\,a} - R\,H\,, - DH_D \tag{18.44}$$

$$V_{n+1}H_{y,\,n+1} = L_nH_{x,\,n} + V_aH_{y,\,a} - RH_D \tag{18.45}$$

La Ecuación (18.45) podría también deducirse aplicando un balance a la parte superior de la columna sin incluir el condensador. Téngase en cuenta que se admite que el reflujo ha de estar a la misma temperatura que el destilado, de forma que $H_R = H_D$.

Al utilizar la Ecuación (18.45) se conocen los términos $V_aH_{y,\,a}$ y RH,, mientras que L_n y V_{n+}, han de determinarse. Si se elige un valor de x_n, se obtiene $H_{x,\,n}$ a partir de un diagrama entalpía-concentración o bien se calcula a partir del calor específico medio y el punto de burbuja. El valor de $H_{y,\,n\,+\,1}$ depende de $y_{n\,+\,1}$, que no se conoce mientras no se trace la línea de operación en el diagrama de McCabe-Thiele o bien se especifiquen valores de $V_{n\,+\,1}$ y L_n para la ecuación de la línea de operación.

La obtención de un valor exacto de $V_{n\,+\,1}$ requiere una resolución por tanteo utilizando la Ecuación (18.45), el diagrama entalpía-concentración, y las siguientes ecuaciones para los balances individual y global de materia:

$$Y_{n+1} = \frac{L_nx_n}{V_{n+1}} \frac{Dx_D}{V_{n+1}} \tag{18.46}$$

$$V_{n+1} = L_n + D \tag{18.47}$$

Sin embargo, se puede obtener un valor satisfactorio de V_{n+1} generalmente en el primer tanteo utilizando los flujos en la parte superior de la columna L_a y V_a para calcular $y_{n+\,1}$ a partir de x_n en la Ecuación (18.46) (esto corresponde a utilizar una línea de operación recta basada en flujo molar constante). Después se

evalúa $H_{y,n+1}$ a partir de y_{n+1} y se obtiene V_{n+1} de la Ecuación (18.45) después de sustituir L_n por $(V_{n+1} - D)$.

Solamente se requieren unos pocos valores de V_{n+1} y L_n para establecer una línea de operación ligeramente curva. Los valores de V_{n+1} y L_n, para un cálculo plato a plato, se pueden obtener utilizando los correspondientes valores del plato anterior, V_n y L_{n-1}, en el cálculo de y_{n+1} a partir de la Ecuación (18.46).

En la sección de agotamiento de la columna, las velocidades de flujo en un plato intermedio m se calculan utilizando un balance de entalpía para la superficie de control II de la Figura 18.8:

$$V_{m+1}H_{y,n+1} = L_mH_{x,m} + q_r - BH_B \tag{18.48}$$

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{V_{m+1}} x_m - \frac{Bx_B}{V_{m+1}} \tag{18.49}$$

$$L_m = V_{m+1} + B \tag{18.50}$$

Siguiendo el mismo método que antes, se elige un valor de x_m y se calcula y_{m+1} a partir de la Ecuación (18.49), utilizando L_b y V_b como valores aproximados de L_m y V_{m+1}. Se calcula entonces V_{m+1} a partir de la Ecuación (18.48) utilizando las entalpías específicas $H_{x,m}$ y $H_{y,m+1}$ y sustituyendo $(V_{m+1} + B)$ por L_m.

Ejemplo 18.5. Una mezcla de 50 moles por 100 de benceno y tolueno ha de separarse, por destilación a la presión atmosférica, en productos de una pureza del 98 por 100 utilizando una relación de reflujo 1,2 veces el valor mínimo. La alimentación es un líquido a la temperatura de ebullición. Utilícense balances de entalpía (Tabla 18.4) para calcular los flujos de vapor y líquido en las partes superior, media e inferior de la columna y compárense estos valores con los basados en el flujo molar constante. Estímese la diferencia del número de platos teóricos para los dos métodos.

SOLUCIÓN

$$x_F = 0{,}50 \quad x_D = 0{,}98 \quad x_B = 0{,}02$$

A partir de la Ecuación (18.5)

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} = \frac{0{,}5 - 0{,}02}{0{,}98 - 0{,}02} = 0{,}50$$

Tabla 18.4. Datos para el Ejemplo 18.5

Componente	Entalpía de vaporización, cal/g mol	Calor específico a presión constante, cal/g mol-°C		Temperatura de ebullición, °C
		Líquido	Vapor	
Benceno	7360	33	23	80,1
Tolueno	7960	40	33	110,6

Base: $F = 100$ mol $D = 50$ mol $B = 50$ mol

A partir de la Ecuación (18.4)

$$R_{Dm} = \frac{x_D - y'}{y' - x'} \quad \text{basado en } \frac{L}{V} = \text{cte}$$

Para esta alimentación, $q = 1{,}0$ y $x' = x_F = 0{,}50$
A partir de la curva de equilibrio, $y' = 0{,}72$, y

$$R_{Dm} = \frac{0{,}98 - 0{,}72}{0{,}72 \quad 0{,}50} = 1{,}18$$

$$R_D = 1{,}2(1{,}18) = 1.42$$

$$R = 1{,}42(50) = 71 \text{ mol}$$

En la parte superior de la columna

$$V_1 = R + D = 71 + 50 = 121 \text{ mol}$$

Balance de entalpía. Se elige 80 °C como temperatura de referencia de entalpia, de forma que la entalpía del reflujo y del producto a 80 °C es cero. Para el vapor de benceno la entalpía es el calor de vaporización más el calor sensible del vapor

$$H_y = 7360 + 23\ (T - 80) \text{cal/mol}$$

Para el vapor de tolueno, la entalpía de vaporización a 80 °C se calcula a partir del valor a la temperatura de ebullición:

$$\Delta H_v = \Delta H_{v,b} + (C_{p,l} - C_{p,v})(T_b - T)$$

Para el tolueno a 80 °C, $H_v = 7960 + (40 \quad 33)(30{,}6) = 8174$ cal/mol. Para el tolueno a T °C, $H_y = 8174 + 33(T - 80)$.

A partir de la Ecuación (18.45) con $H_D = 0$ y $V_a = V_1$

$$V_{n+1}H_{y,n+1} = L_nH_{x,n} + V_1H_{y,1}$$

Para evaluar $H_{y,1}$ se supone que la temperatura en el plato superior es del orden de 80 "C. Puesto que $y_1 = x_0 = 0{,}98$,

$$H_y = 0{,}98(7360) + 0{,}02(8174) = 7376 \text{ cal/mol}$$

En la Figura 18.3 se encuentra que, para $x_n = 0{,}5$, $T_b = 92$ °C. Por tanto

$$H_{x,n} = [(0{,}5 \times 33) + (0{,}5 \times 40)](92 - 80)$$
$$= 438 \text{ cal/mol}$$

Para estimar y_{n+1} se utiliza la línea de operación para flujo molar constante (línea de trazos en la Fig. 18.25):

$$y_{n+1} \approx 0{,}70 \qquad T_d \approx 93\ ^\circ\text{C} \text{ a partir de la Figura 18.3}$$

$$H_{y,n+1} = 0{,}7[7360 + (23 \times 13)] + 0{,}3[8174 + (33 \times 13)]$$
$$= 7942 \text{ cal/mol}$$

Puesto que $L_n = V_{n+1} - D$, a partir de la Ecuación (18.45)

$$V_{n+1}(7942) = (V_{n+1} - 50)(438) + 121(7376)$$

$$V_{n+1} = \frac{870\ 596}{7504} = 116{,}0 \text{ mol} \qquad L_n = 66{,}0 \text{ mol}$$

A partir de la Ecuación (18.46)

$$y_{n+1} = \frac{66}{116}(0{,}50) + \frac{50(0{,}98)}{116} = 0{,}707$$

que es suficientemente próximo a 0,70.

Un cálculo similar para $x_n = 0{,}70$ conduce a

$$V_{n+1} = 118 \quad L_n = 68 \quad y_{n+1} = 0{,}818$$

La línea de operación, que se representa en la Figura 18.25 mediante una línea continua, es casi recta pero está situada por encima de la línea de operación basada en flujo molar constante (línea de trazos).

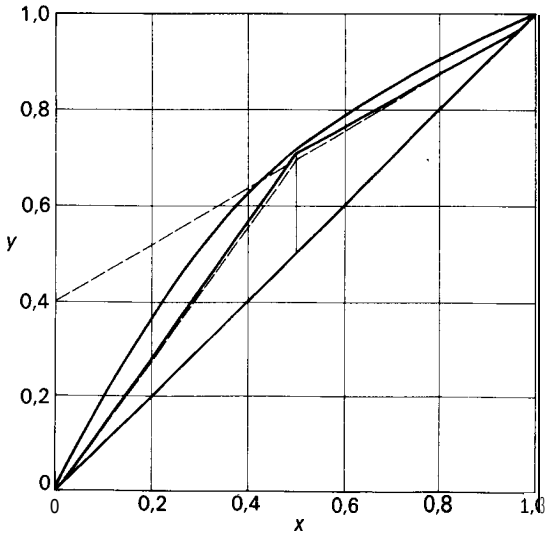


Figura 18.25. Diagrama de McCabe-Thiele para el Ejemplo 18.5. Destilación de benceno-tolueno: ----, basado en flujo molar constante; ——, basado en el balance de entalpía.

Para obtener el flujo de vapor en el calderín, se aplica un balance global para calcular q_r:

$$FH_F + q_r = DH_D + BH_B + q_c$$

Para la alimentación a 92 °C,

$$H_F = [(0{,}5 \times 33) + (0{,}5 \times 40)](92 - 80)$$
$$= 438 \text{ cal/mol}$$

Para unas colas a ll 1 °C,

$$H_B = [(0{,}02 \times 33) + (0{,}98 \times 40)](11 - 80)$$
$$= 1236 \text{ cal/mol}$$

$$q_c = 121 \times 7376 = 892496 \text{ cal}$$

$$q_r = (50 \times 0) + (50 \times 1236) + 892496 - (100 \times 438)$$
$$= 910496 \text{ cal}$$

Se aplica entonces un balance de entalpía alrededor del calderín:

$$q_r + L_b H_{x,b} = V_b H_{y,b} + BH_b$$

El vapor procedente del calderín contiene un 5 por 100 de benceno a ll 1 °C, y

$$H_{y,b} = 0{,}05[7360 + (23 \times 31)] + 0{,}95[8174 + (33 \times 31)]$$
$$= 9141 \text{ cal/mol}$$

El líquido que va al calderín contiene del orden del 4 por 100 de benceno a 110 °C, y

$$H_{x,b} = 0{,}04(33 \times 30) + 0{,}96(40 \times 30) = 1192 \text{ cal/mol}$$

Puesto que $L_b = V_b + 50$, y $H_{y,b} - H_{x,b} = 9141 - 1192 = 7949$ cal/mol,

$$V_b = \frac{910496 + 50(1192) - 50(1236)}{7949} = 114{,}3$$

$$L_b = 114{,}3 + 50 = 164{,}3$$

El mismo valor, aproximadamente, para V_b se obtiene a partir de q_r y el calor de vaporización del tolueno:

$$V_b \approx \frac{q_r}{\Delta H_v} = \frac{910\ 496}{7960} = 114{,}4$$

Se utiliza la Ecuación (18.48) para obtener un valor intermedio de V_{m+1}:

$$V_{m+1} H_{y,m+1} = L_m H_{x,m} + q_r - BH_B$$

Para $x_m = 0{,}4$ $y_{m+1} = 0{,}55$ (a partir de la línea de operación en la Fig. 18.25); también

$$T_m = 95°C \qquad T_{m+1} = 97°C$$

$$H_{y,\,m+1} = 0{,}55[7360 + 23(97 - 80)] + 0{,}45[8174 + 33(17)] = 8194 \text{ cal/mol}$$

$$H_{x,\,m} = [(0{,}4 \times 33) + (0{,}6 \times 40)](95 - 80)$$

$$= 558 \text{ cal/mol}$$

$$L_m = V_{m+1} + 50$$

A partir de la Ecuación (18.48)

$$8194V_{m+1} = 558(V_{m+1} + 50) + 910496 - (1236 \times 50)$$

$$V_{m+1} = 114{,}8 \text{ mol}$$

$$L_m = 164{,}8 \text{ mol}$$

Obsérvese que en este caso casi no hay variación de L y *Ven* la sección de agotamiento, en contraste con el 7 por 100 de disminución de L en la sección de rectificación. La linea de operación inferior puede trazarse como una recta hasta la intersección de la línea de operación superior con la línea q.

Contando las etapas se encuentra que se requieren unas 27 etapas ideales para esta separación, en comparación con las 21 basadas en la suposición de flujo molar constante. La diferencia sería menor si se utilizase una mayor relación de reflujo. Los cálculos se han basado en 1,2 veces al valor nominal de R_{min}, pero corresponde realmente a aproximadamente 1,1 veces el valor mínimo de la relación de reflujo, como puede observarse en la Figura 18.25.

En el Ejemplo 18.5 el flujo molar de líquido disminuye en un 7 por 100 al pasar desde la parte superior hasta el plato de alimentación debido principalmente al mayor calor molar de vaporización del tolueno. Los términos correspondientes a la variación de calor sensible de las corrientes de líquido y vapor aproximadamente se compensan, puesto que el líquido tiene un calor específico mayor pero una velocidad de flujo menor que el vapor. En la sección de agotamiento de la columna casi no hay variación en el flujo de líquido, aunque la composición del vapor todavía varía más que en la sección de rectificación. El caudal de líquido en la sección de agotamiento casi siempre es mayor que el caudal de vapor, y en el Ejemplo 18.5 el producto de caudal molar por el calor específico del líquido es 1,73 veces la del vapor. Solamente una parte de la energía necesaria para calentar el líquido, desde la temperatura del plato de alimentación hasta la temperatura del calderín, procede del enfriamiento del vapor y el resto procede de la condensación de vapor en la columna. La diferencia entre el calor de condensación del tolueno y el calor de vaporización del benceno se utiliza para proporcionar la energía extra que se requiere para calentar el líquido, de forma que solamente hay un ligero incremento en el flujo de vapor desde el calderín hasta el plato de alimentación.

Cambios similares en L y V se observan también en otras mezclas ideales. El componente más volátil tiene un menor calor molar de vaporización, puesto que

el calor de vaporización es aproximadamente proporcional a la temperatura normal de ebullición (regla de Trouton). La variación de V será mayor en la parte superior de la columna, donde L es menor que V, y puede ser casi cero en la sección inferior, donde $L/V > 1{,}0$. El porcentaje de variación de (L/V) será menor que la variación de L o V, pero un ligero desplazamiento hacia arriba de las líneas de operación puede ser importante cuando se opera cerca de la relación de reflujo mínima, como en el caso del Ejemplo 18.5. Para la operación con una relación de reflujo dos veces o más superior al valor mínimo, el efecto de la curvatura de la línea de operación será muy pequeña.

La pendiente de la línea de operación recta es L/V para esta sección de la columna, pero la pendiente local de una línea de operación curva no es igual al valor local de L/V. Comenzando con la ecuación para la sección de rectificación, Ecuación (18.46), se pueden obtener las siguientes ecuaciones sustituyendo primeramente L_n y después V_{n+1} por $V_{n+1} - D$ y $L_n + D$:

$$V_{n+1}y_{n+1} = (V_{n+1} - D)x_n + Dx_D$$

o bien

$$V_{n+1}(y_{n+1} - x_n) = D(x_D - x_n) \tag{18.51}$$

$$(L_n + D)y_{n+1} = L_n x_n + Dx_D$$

o bien

$$L_n(y_{n+1} - x_n) = D(x_D - y_{n+1}) \tag{18.52}$$

Dividiendo la Ecuación (18.52) por la Ecuación (18.51),

$$\frac{L_n}{V_{n+1}} = \frac{x_D - y_{n+1}}{x_D - x_n} \tag{18.53}$$

Por tanto, (L_n/V_{n+1}) es la pendiente de la cuerda que une los puntos (x_D, x_D) e (y_{n+1}, x_n). Una deducción similar para la sección de agotamiento conduce a

$$\frac{L_m}{V_{m+1}} = \frac{y_{m+1} - x_B}{x_m - x_B} \tag{18.54}$$

DESTILACION DISCONTINUA

En algunas plantas pequeñas se recuperan productos volátiles a partir de una disolución líquida por destilación discontinua. La mezcla se carga en un calderín y se le comunica calor por medio de un serpetín o a través de la pared del recipiente hasta que el líquido alcanza la temperatura de ebullición y se vaporiza después una parte de la carga. En el método más sencillo de operación, los vapores pasan directamente desde el calderín hasta el condensador, tal como se muestra en la Figura 18.26. El vapor que en un determinado momento sale del calderín está en equilibrio con el líquido existente en el calderín, pero como el vapor es más rico en el componente más volátil, las composiciones del líquido y el vapor no son constantes.

Para hallar cómo las composiciones varían con el tiempo, considérese lo que ocurre sí n_0 moles se cargan en un destilador discontinuo. Sean n los moles que

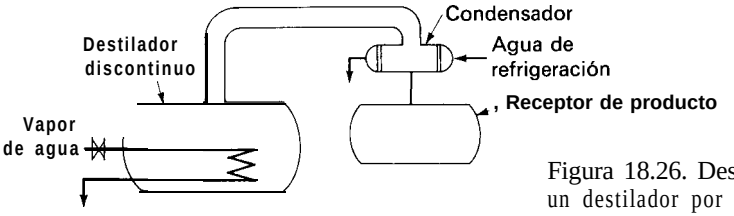


Figura 18.26. Destilación simple en un destilador por cargas.

quedan en el calderín en un determinado momento e y y x las composiciones del vapor y el líquido. Los moles totales del componente A, n_A, que quedan en el calderín serán

$$n_A = xn \tag{18.55}$$

Si se vaporiza una cantidad de líquido dn, la variación de moles del componente A es dn, o dn_A. Diferenciando la Ecuación (18.55) se obtiene

$$dn_A = d(xn) = n\,dx + x\,dn \tag{18.56}$$

Por tanto

$$n\,dx + x\,dn = y\,dn$$

Reordenando,

$$\frac{dn}{n} = \frac{dx}{Y - X} \tag{18.57}$$

La Ecuación (18.57) se integra entre los límites x_0 y x_1, las concentraciones inicial y final,

$$\int_{n_0}^{n_1} \frac{dn}{n} = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{y - x} = \ln \frac{n_1}{n_0} \tag{18.58}$$

La Ecuación (18.58) se conoce como ecuación de Rayleigh. La función $dx/(y - x)$ puede integrarse numérica o gráficamente utilizando datos de equilibrio tabulados o una curva de equilibrio.

Una alternativa sencilla a la ecuación de Rayleigh puede deducirse para una mezcla ideal, tomando como base la volatilidad relativa. Aunque la temperatura en el calderín aumenta durante una destilación discontinua, la volatilidad relativa, que es una relación de presiones de vapor, no varía mucho y se puede utilizar un valor medio. A partir de la Ecuación (18.32),

$$\frac{y_A}{Y_B} = \alpha_{AB} \frac{x_A}{X_B} \tag{18.59}$$

Si la mezcla tiene n_A moles de A y n_B moles de B, la relación n_A/n_B es igual a x_A/x_B. Cuando se vaporizan dn moles, la variación de A es $y_A\,dn$, o bien dn_A, y la

variación de B es $y_B\, dn$, o bien dn_v. Sustituyendo estos valores en la Ecuación (18.59) se obtiene

$$\frac{dn_A/dn}{dn_B/dn} = \frac{n_A}{dn_B} = \alpha_{AB}\frac{n_A}{n_B}$$

o bien

$$\frac{dn_A}{n_A} = \alpha_{AB}\frac{dn_B}{n_B} \qquad (18.60)$$

Integrando entre límites,

$$\ln \frac{n_A}{n_{0A}} = \alpha_{AB} \ln \frac{n_B}{n_{0B}} \qquad (18.61)$$

o bien

$$\frac{n_B}{n_{0B}} = \left(\frac{n_A}{n_{0A}}\right)^{1/\alpha_{AB}} \qquad (18.62)$$

La Ecuación (18.62) puede representarse como una línea recta en coordenadas logarítmicas para ayudar a seguir el curso de una destilación discontinua, o bien, puede utilizarse directamente si se especifica la recuperación de uno de los componentes.

Ejemplo 18.6. Una carga de pentano crudo contiene 15 moles por 100 de n-butano y 85 por 100 de n-pentano. Si se utiliza una destilación discontinua sencilla a la presión atmosférica para separar el 90 por 100 del butano, ¿Cuánto pentano se separará? ¿Cuál será la composición del liquido que queda?

SOLUCIÓN

El líquido final es pentano prácticamente puro y su temperatura de ebullición es 36 °C. La presión de vapor del butano a esta temperatura es 3,4 atm, con una volatilidad relativa de 3,4. Para las condiciones iniciales la temperatura de ebullición es de unos 27 °C y la volatilidad relativa es 3,6. Por tanto, se utiliza para α_{AB} un valor medio de 3,5.

Base: 1 mol de alimentación

$$n_{0A} = 0{,}15 \text{ (butano)} \quad n_A = 0{,}015 \quad n_{0B} = 0{,}85 \text{ (pentano)}$$

A partir de la Ecuación (18.62)

$$\frac{n_B}{0{,}85} = 0{,}1^{1/3{,}5} = 0{,}518 \quad n_B = 0{,}518(0{,}85) = 0{,}440$$

$$n = 0{,}44 + 0{,}015 = 0{,}455 \quad x_A = \frac{0{,}015}{0{,}455} = 0{,}033$$

Destilación discontinua con reflujo. La destilación discontinua con un destilador sencillo no conduce a una buena separación, salvo que la volatilidad relativa sea muy grande. En muchos casos se utiliza una columna de rectificación con reflujo para mejorar la eficacia de un destilador discontinuo. Si la columna no es

demasiado grande, se puede instalar sobre la parte superior del calderín, tal como muestra la Figura 17.1, o bien puede acoplarse independientemente por medio de tuberías de conexión para las corrientes de líquido y vapor.

La operación de un calderín discontinuo con columna puede analizarse utilizando un diagrama de McCabe-Thiele, con la misma ecuación de la línea de operación que se ha utilizado para la sección de rectificación de una columna discontinua:

$$Y_{n+1} = \frac{R_D}{R_{D+1}} x_n + \frac{x_D}{R_D + 1} \qquad (18.19)$$

El sistema puede operarse para mantener constante la composición de cabeza, aumentando la relación de reflujo a medida que varía la composición de líquido en el calderín. El diagrama de McCabe-Thiele para este caso tendrá líneas de operación de diferente pendiente situadas de tal forma que se requiera el mismo número de etapas ideales para pasar desde x_D hasta x_B en todo momento. En la Figura 18.27 se muestra un diagrama típico para un sistema de cinco etapas ideales, incluido el calderín. La línea de operación más alta es para las condiciones iniciales, cuando la concentración en el calderín inferior es todavía la misma que la composición de la carga. (La concentración x_B es ligeramente inferior a x_F debido a la retención de líquido en los platos.) La línea de operación más baja y los escalones de trazos corresponden a unas condiciones cuando se ha retirado como producto de cabeza aproximadamente un tercio de la carga.

Para determinar la relación de reflujo que se requiere para un x_D constante y un x_B dado es preciso realizar un cálculo por tanteo, puesto que el último escalón trazado sobre la línea de operación supuesta ha de coincidir exactamente con x_B. Sin embargo, una vez que la relación de reflujo inicial se ha seleccionado, el valor de x_B para la última etapa de destilación se puede obtener suponiendo un valor

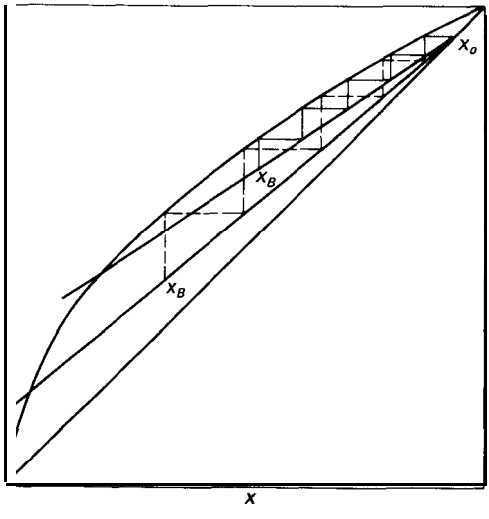


Figura 18.27. Diagramas de McCabe-Thiele para una destilación discontinua. Línea de operación más alta y lineas continuas: condiciones iniciales; línea de operación más baja y líneas discontinuas: después de retirar un tercio de la carga.

de R_D, construyendo la línea de operación y trazando el número correcto de escalones para terminar en x_B. Aplicando un balance de materia, Ecuaciones (18.5) y (18.6), se pueden calcular la cantidad de producto y de carga que queda en el calderín.

Un método alternativo de operación de un sistema de destilación discontinuo consiste en fijar la relación de reflujo y dejar variar con el tiempo la pureza del producto de cabeza, parando la destilación cuando la cantidad de producto alcanza un determinado valor. Para calcular el funcionamiento del sistema, se trazan líneas de operación de pendiente constante, comenzando con distintos valores de x_D y trazando los escalones correspondiente al número de etapas para determinar x_B. Se calcula entonces el número total de moles que quedan en el calderín integrando la Ecuación (18.58), donde x_D es igual a y y x es igual a x_B.

DISEÑO DE COLUMNAS DE PLATOS

Para pasar de platos ideales a platos reales es preciso aplicar una corrección para tener en cuenta la eficacia de los platos. Antes de que el diseño esté completo es preciso tomar otras importantes decisiones, algunas de tanta importancia como lijar el número de platos. Un error en estas decisiones da lugar a un mal fraccionamiento, menor capacidad de la deseada, baja flexibilidad de operación y, con grandes errores, una columna que no puede operar. La corrección de tales errores una vez que la planta se ha construído puede ser muy costosa. Puesto que muchas de las variables que influyen sobre la eficacia de los platos dependen del diseño de los platos individuales, se consideran en primer lugar los fundamentos del diseño de platos.

La variedad de las columnas de rectificación y sus aplicaciones es enorme. Las mayores unidades se encuentran generalmente en la industria del petróleo, pero también existen columnas grandes y plantas de destilación muy complicadas en el fraccionamiento de disolventes, en la separación del aire líquido y en los procesos químicos en general. Los diámetros de las torres pueden variar desde 1 pie (0,3 m) hasta más de 30 pies (9 m) y el número de platos puede oscilar desde unos pocos hasta varias decenas. El espaciado entre platos puede variar desde seis pulgadas, o menos, hasta varios pies. Inicialmente la columnas más utilizadas fueron las de platos con campanas de barboteo, mientras que en la actualidad la mayor parte de las columnas contienen platos perforados o platos de válvula. Muchos tipos de distribuidores de líquido están especificados. Las columnas pueden operar a altas o bajas presiones y con temperaturas desde gases licuados hasta más de 1600 °F que se alcanzan en la rectificación de vapores de sodio y potasio. Los materiales que se someten a destilación pueden variar grandemente en cuanto a viscosidad, difusividad, naturaleza corrosiva, tendencia a formar espuma y complejidad de composición. Las torres de platos son igualmente útiles en absorción y rectificación, y los fundamentos del diseño de platos se aplican a ambas operaciones.

El diseño de columnas de fraccionamiento, especialmente las grandes unidades y las de aplicaciones no usuales, es preferible que se realice por expertos.

Aunque el número de platos ideales y los requerimientos de calor se pueden calcular con bastante exactitud sin tener mucha experiencia previa, existen otros factores que no se pueden calcular con exactitud y pueden encontrarse varias soluciones igualmente válidas para un mismo problema. Tal como ocurre en la mayor parte de las actividades de la ingeniería, el buen diseño de columnas de fraccionamiento descansa en unos pocos principios, sobre cierto número de correlaciones empíricas (que están en constante revisión), y mucho sobre criterio y experiencia.

El tratamiento que sigue está limitado al tipo habitual de columnas, equipadas con platos perforados, operando a presiones no muy diferentes de la atmosférica y tratando mezclas que tienen propiedades corrientes.

Operación normal de un plato perforado. Un plato perforado está diseñado para poner en intimo contacto una corriente ascendente de vapor con una corriente descendente de líquido. El líquido fluye a través del plato y pasa sobre un vertedero hacia un tubo de descenso que conduce al plato inferior. Por tanto, en cada plato hay modelo de flujo cruzado en vez de flujo en contracorriente, pero la columna en su conjunto todavía puede considerarse que opera con flujo en contracorriente del líquido y el vapor. El hecho de que exista flujo cruzado del líquido sobre el plato es importante al analizar el comportamiento hidráulico de la columna y al predecir la eficacia de los platos.

La Figura 18.28 muestra un plato de una columna de platos perforados en operación normal. Los tubos de descenso son las regiones en forma de segmento comprendidas entre la pared curva de la columna y la cuerda recta del vertedero. Cada tubo de descenso ocupa generalmente de un 10 a un 15 por 100 del área de la columna para burbujeo y contacto. En columnas pequeñas el conducto de descenso puede ser un tubo soldado al plato, proyectándose hacia arriba del plato para formar un vertedero circular. Para columnas muy grandes, pueden

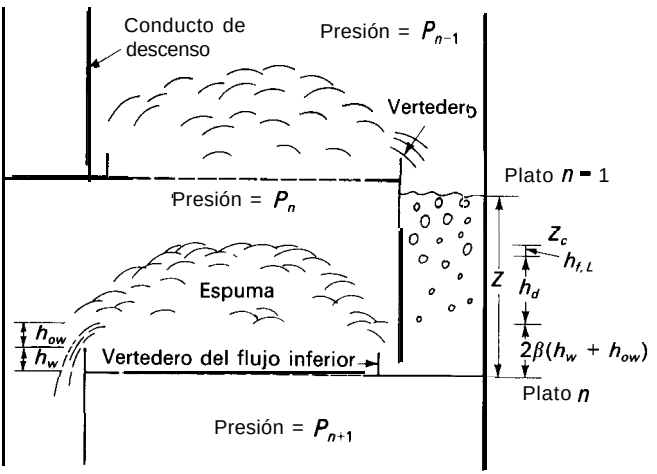


Figura 18.28. Operación normal de un plato perforado.

disponerse conductos adicionales de descenso en la mitad de los platos con el fin de disminuir el recorrido del flujo de líquido. En algunos casos se instala un vertedero a la entrada del plato, tal como se muestra en la Figura 18.28, con el fin de mejorar la distribución del líquido y evitar las-burbujas de vapor procedentes de la entrada del conducto de descenso.

El vapor pasa a través de la región del plato perforado, que ocupa la mayor parte del espacio comprendido entre los conductos de descenso. Los orificios tienen generalmente un tamaño comprendido entre $\frac{3}{16}$ a $\frac{1}{2}$ pulg, situados en disposición triangular. Cerca del vertedero de descarga pueden suprimirse una o dos filas de orificios con el fin de permitir cierta desgasificación del líquido antes de que pase sobre el vertedero. También se pueden suprimir algunos orificios cerca de la entrada del líquido para impedir que entren burbujas en el conducto de descenso. En condiciones normales, la velocidad del vapor es suficientemente elevada para crear una mezcla espumosa de líquido y vapor que tiene una elevada superficie de transferencia de materia. La densidad media de la espuma puede ser tan baja como 0,2 por la densidad del líquido y la altura de la espuma es, por tanto, varias veces el valor correspondiente a la cantidad de líquido realmente existente sobre el plato.

Caída de la presión del vapor. El flujo de vapor a través de las perforaciones y del líquido que circula sobre el plato requiere un diferencia de presión. La caída de presión a través de un plato es generalmente de 50 a 70 mm de **agua,** la caída de presión a través de una columna de 40 platos es, por tanto, de 2 a 3 m de agua. La presión necesaria se desarrolla automáticamente en el calderín, que genera vapor a una presión suficiente para vencer la caída de presión en la columna y en el condensador. La caída total de presión se calcula para determinar la presión y la temperatura en el calderín y la caída de presión por plato debe de comprobarse con el fin de asegurarse de que el plato operará correctamente, sin goteo ni inundación.

La caída de presión a través de un plato puede dividirse en dos partes: la pérdida por fricción en las perforaciones y la caída de presión debida al líquido existente sobre el plato. La caída de presión generalmente se expresa como una carga equivalente en milímetros o pulgadas de líquido,

$$h_t = h_d + h_l \tag{18.63}$$

donde h_t = caída total de presión por plato, mm de líquido
h_d = pérdida por fricción en el plato seco, mm de líquido
h_l = carga equivalente del líquido sobre el plato, mm de líquido

La caída de presión a través de las perforaciones puede predecirse a partir de una modificación de la Ecuación (8.38) para el flujo a través de un orificio:

$$h_d = \left(\frac{u_0^2}{C_0^2}\right)\left(\frac{\rho V}{2g\rho_L}\right) = 51{,}0\left(\frac{u_0^2}{C_0^2}\right)\left(\frac{\rho V}{\rho_L}\right) \tag{18.64}$$

donde u_0 = velocidad del vapor a través de las perforaciones, m/s
ρ_V = densidad del vapor
ρ_L = densidad del líquido
C_0 = coeficiente del orificio

La Ecuación (18.64) da h_d en milímetros de líquido. El coeficiente es

$$\frac{1000 \text{ mm/m}}{2 \text{ x } 9{,}8 \text{ m/s}^2} = 51{,}0$$

Si u_0 se expresa en pies por segundo y h_d en pulgadas, el coeficiente se transforma en

$$\frac{12}{2 \text{ x } 32{,}2} = 0{,}186$$

El coeficiente del orificio C_0 depende de la fracción de área abierta (la relación entre área total de la sección transversal de los orificios y la sección transversal de la columna) y de la relación entre el espesor del plato y el diámetro de la perforación, tal como muestra la Figura 18.29. El aumento de C_0 con el área abierta es similar a la variación de C_0 para un solo orificio a medida que aumenta la relación entre el diámetro del orificio y el diámetro de la tubería. Los

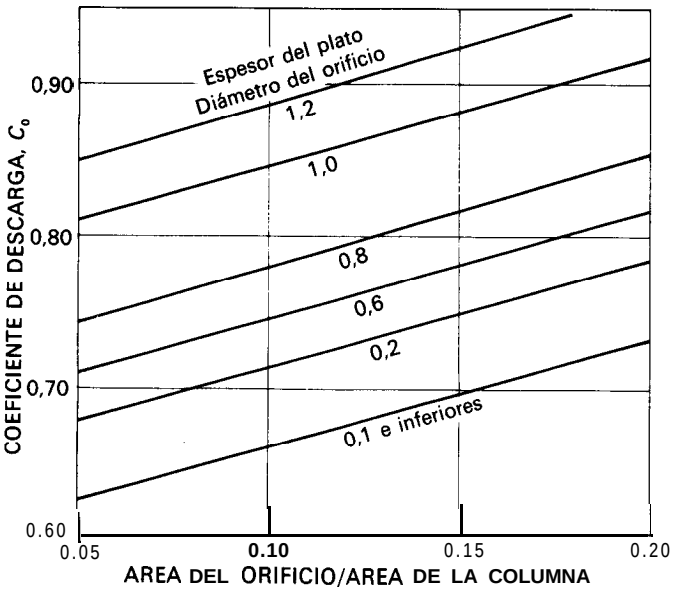


Figura 18.29. Coeficientes de descarga para el flujo de vapor en platos perforados. [*Liebson, Z.; Kelley, R. E., y Bullington, L. A., Petrol. Refiner*, **36**(2):127 *(Febrero,* 1957); **36**(3):288 (1957).]

coeficientes varían con el espesor del plato, pero para la mayor parte de los platos perforados el espesor es solamente 0,1 a 0,3 veces el tamaño de la perforación. Para este espesor y la fracción típica del área abierta de 0,08 a 0,10, el valor de C_0 es de 0,66 a 0,72.

La cantidad de líquido sobre el plato aumenta con la altura del vertedero y con la velocidad de flujo de líquido, pero disminuye ligeramente al aumentar la velocidad de flujo de vapor debido a que esto disminuye la densidad de la espuma. La retención de líquido también depende de las propiedades físicas del líquido y el vapor y solamente se dispone de métodos aproximados para predecir la retención. Un método sencillo para estimar h_l utiliza la altura del vertedero h_w, la altura calculada de líquido claro sobre el vertedero h_{ow} y de un factor empírico de correlación β:

$$h_l = \beta(h_w + h_{ow}) \tag{18.65}$$

La altura sobre el vertedero se calcula a partir de una forma de la ecuación de Francis, que para un vertedero de segmentos rectos es

$$h_{ow} = 43{,}4 \left(\frac{q_L}{L_w}\right)^{2/3} \tag{18.66}$$

donde h_{ow} = altura, mm
q_L = caudal volumétrico de líquido claro, m^3/min
L_w = longitud del vertedero, m

Si q_L/L_w está en galones por minuto y por pulgada, un coeficiente de 0,48 en la Ecuación (18.66) da lugar a h_{ow} en pulgadas.

La altura real de espuma sobre el vertedero es mayor que h_{ow}, puesto que el vapor sólo se ha separado parcialmente del líquido, dando lugar a que el caudal volumétrico en el vertedero sea mayor que el del líquido sólo. Sin embargo, la altura real sobre el vertedero no se necesita para estimar h_l, puesto que el efecto de la densidad de la espuma esta incluido en el factor de corrección β. Para alturas típicas de vertedero de 25 a 50 mm (1 a 2 pulg) y para el intervalo normal de velocidades de vapor, los valores de β son de 0,4 a 0,7. La variación de β con las velocidades de flujo de vapor y líquido es compleja y no existe una correlación generalmente aceptada. Con fines de diseño se utiliza un valor de $\beta = 0{,}6$ en la Ecuación (18.65) y se puede tolerar algo de error toda vez que la mayor parte de la caída de presión para elevados flujos de vapor es debida a las perforaciones.

Cuando h_{ow} es pequeña en comparación de h_w, la Ecuación (18.65) indica que h_l debe ser menor que h_w, lo que da lugar a menos líquido sobre el plato que el que corresponde a la altura del vertedero, que es justamente una situación habitual.

Nivel del conducto de descenso. El nivel de líquido en el conducto de descenso ha de ser considerablemente mayor que sobre el plato debido a la caída de presión a través del plato. Con referencia a la Figura 18.28, téngase en cuenta que la parte

superior del conducto de descenso del plato n está a la misma presión que el plato $n-1$. Por tanto, el nivel equivalente en el conducto de descenso tiene que superar sobre el plato una altura h_t más una pérdida por fricción en el líquido $h_{f,L}$. La altura total de líquido claro Z_c es

$$Z_c = \beta(h_w + h_{ow}) + h_t + h_{f,L} \tag{18.67}$$

Utilizando las Ecuaciones (18.63) y (18.65) para h_t

$$Z_c = 2\beta(h_w + h_{ow}) + h_d + h_{f,L} \tag{18.68}$$

Las contribuciones a Z_c se muestran en la Figura 18.28. Obsérvese que el aumento de h_w o h_{ow} se duplica, puesto que esto aumenta el nivel de líquido sobre el plato y aumenta la caída de presión para el flujo de vapor. El término $h_{f,L}$ es generalmente pequeño, correspondiendo a una o dos cargas de velocidad basadas en la velocidad del líquido debajo del fondo del conducto de descenso.

El nivel real del líquido aireado Z en el conducto de descenso es mayor que Z_c debido a las burbujas arrastradas. Si la fracción media de volumen de líquido es ϕ_d, el nivel es

$$Z = \frac{Z_c}{\phi_d} \tag{18.69}$$

Cuando la altura de líquido aireado se hace tan grande o mayor que el espaciado entre los platos, se impide el flujo sobre el vertedero hacia el plato siguiente y la columna se inunda. Para diseños conservadores, se supone un valor de $\phi_d = 0{,}5$, y el espaciado entre los platos así como las condiciones de operación se eligen de forma que Z sea menor que el espaciado entre los platos.

Límites de operación para platos perforados. Para velocidades bajas del vapor, la caída de presión no es suficientemente grande para evitar que el líquido descienda a través de algunas perforaciones. Esta condición recibe el nombre de goteo y es más fácil que ocurra si hay un ligero gradiente de la carga de líquido a través del plato. Con un gradiente de este tipo, el vapor tiende a fluir a través de la región donde hay menos líquido y, por tanto, menos resistencia al flujo, mientras que el líquido lo hace por el espacio donde la profundidad es mayor. El goteo disminuye la eficacia del plato, ya que algo de líquido pasa al plato siguiente sin contactar con el vapor. El límite inferior de operación podría ampliarse utilizando perforaciones más pequeñas o una menor fracción de área abierta, pero estos cambios aumentan la caída de presión y reducen la máxima velocidad de flujo. Un plato perforado generalmente puede operar en un intervalo de caudales comprendido entre tres y cuatro veces los puntos correspondientes al goteo y la inundación. Si se desea un intervalo mayor, se pueden utilizar otros tipos de platos tales como los de válvula. (Véase la página 609.)

El límite superior de la velocidad en una columna de platos perforados está determinado por el punto de inundación o por la velocidad para la cual el

arrastre se hace excesivo. La inundación ocurre cuando el líquido en el conducto de descenso retrocede al plato contiguo, lo cual está esencialmente determinado por la caída de presión a través del plato y por el espaciado entre los platos. Cerca del punto de inundación la mayor parte de la caída de presión proviene del término h_d de la Ecuación (18.63), de forma que la caída total de presión varía aproximadamente con el cuadrado de la velocidad y con la relación entre las densidades del vapor y el líquido. Una antigua correlación empírica, consistente con los procedentes razonamientos, establece que la máxima velocidad permisible del vapor es proporcional a $\sqrt{(\rho_L - \rho_V)/\rho_V}$. Por tanto,

$$u_c = K'_v \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_V}} \tag{18.70}$$

donde u_c = máxima velocidad permisible basada en el área activa o de burbujeo
K'_v = coeficiente empírico

El coeficiente K'_v se ha evaluado a partir de datos de planta y se ha correlacionado con variables de operación tales como espaciado entre platos y velocidades de flujo. Una reciente correlación que incluye el efecto de la tensión superficial se presenta a continuación [Ec. (18.71)]. Los valores de K_v para utilizar con esta ecuación se muestran en la Figura 18.30. Para líquidos orgánicos es típico un valor de σ = 20 dina/cm y las correlaciones ponen de manifiesto que la velocidad

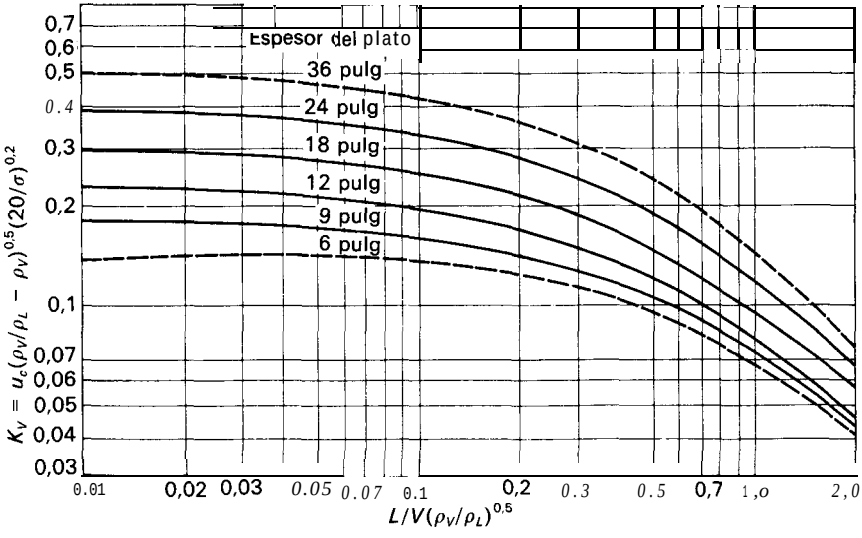


Figura 18.30. Valores de K_v para las columnas de inundación en columnas de platos perforados y platos de barboteo. L/V = relación entre las velocidades de flujo de masa de líquido y el vapor. u está en pies por segundo y σ en dinas por centímetro. [*Fair, J. R., Pet. Chen. Eng.* **33**(10):45 (1961), *por cortesía de* *Petroleum Engineer*.]

de inundación con tales líquidos es del orden de un 20 por 100 inferior que para agua, para la que σ es del orden de 72 dina/cm. La correlación no se recomienda para líquidos de muy baja tensión superficial o para sistemas que forman espuma fácilmente:

$$u_c = K_v \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_V}} \left(\frac{\sigma}{20}\right)^{0,2} \tag{18.71}$$

El término $(\rho_L - \rho_V)$ aparece en las Ecuaciones (18.70) y (18.71) debido a que se considera que el arrastre de las gotas de líquido determina la velocidad límite del vapor y la velocidad de sedimentación de las gotas depende de esta diferencia de densidad. El término $(\rho_L \quad \rho_V)$ es prácticamente igual a ρ_L en la mayor parte de los casos; el efecto de la densidad del vapor se refleja esencialmente en los términos en los que interviene $\sqrt{\rho_V}$, lo que pone de manifiesto que la velocidad de inundación es manifiestamente menor en columnas que operan a presiones elevadas que en las que lo hacen a la presión atmosférica o inferiores.

Eficacia de platos

Para pasar de platos ideales a platos reales es preciso conocer la eficacia de los platos. El tratamiento que sigue es igualmente aplicable a columnas de absorción y rectificación.

Tipos de eficacia de platos. Se pueden utilizar tres tipos de eficacia de platos: (1) eficacia global, que se refiere a toda la columna; (2) eficacia de Murphree, que se aplica a un solo plato; y (3) eficacia local, que se refiere a una localización específica en un solo plato.

La ***eficacia global*** η_o es sencilla de utilizar pero también es la que tiene menos fundamento. Se define como la relación entre el número de platos ideales que se necesitan en toda la columna y el número de platos reales[5]. Por ejemplo, si se especifican 6 platos ideales y la eficacia global es del 60 por 100, el número de platos reales es $6/0,60 = 10$.

La ***eficacia de Murphree***[7] η_M ***se*** define por

$$\eta_M = \frac{y_n - y_{n+1}}{y_n^* - y_{n+1}} \tag{18.72}$$

donde y_n = concentración real del vapor que sale del plato n
y_{n+1} = concentración real del vapor que entra en el plato n
y_n^* = concentración del vapor en equilibrio con el líquido del conducto de descenso que sale del plato n

La eficacia de Murphree es, por tanto, la variación de la composición del vapor al pasar de un plato al siguiente, dividida por la variación que tendría

lugar si el vapor que sale estuviese en equilibrio con el ***liquido que*** sale. El líquido que sale no es generalmente igual que el líquido medio situado sobre el plato y esta distinción es importante al comparar las eficacias local y de Murphree.

La eficacia local η' se define por

$$\eta' = \frac{y'_n - y'_{n+1}}{y'_{en} - y'_{n+1}} \tag{18.73}$$

donde y'_n = concentración del vapor de una localización específica sobre el plato n

y'_{n+1} = concentración del vapor que entra en el plato n en la misma localización

y'_{en} = concentración del vapor en equilibrio con el líquido en la misma localización

Puesto que y'_n no puede ser superior a y'_{en} una eficacia local no puede ser superior a 1,00 0 100 por 100.

La eficacia de Murphree se ha definido utilizando concentraciones del vapor, tal como es habitual. Se puede definir una eficacia similar utilizando concentraciones del líquido, pero ésta se utiliza sólo ocasionalmente para cálculos de desorción *o stripping.*

Relación entre las eficacias de Murphree y ***local.*** En pequeñas columnas, el líquido que está sobre un plato está suficientemente agitado por el vapor que fluye a través de las perforaciones para que no haya diferencias medibles de los gradientes de concentración en el líquido en su flujo a través del plato. La concentración de líquido en el conducto de descenso x_n es la del líquido en todo el plato. La variación de concentración desde x_n hasta x_{n+1} ocurre a la salida del conducto de descenso, puesto que el líquido que abandona el conducto de descenso es violentamente agitado por el líquido del plato $n + 1$. Puesto que la concentración del líquido sobre el plato es constante, la del vapor procedente del plato es también constante y no existen gradientes de concentración en las corrientes de vapor. Una comparación de las Ecuaciones (18.72) y (18.73) indica que $y'_n = y_n$, $y_{n+1} = y'_{n+1}$, e $y_n^* = y'_{en}$. Por tanto, $\eta_M = \eta'$ y las eficacias local y de Murphree son iguales.

En grandes columnas, la mezcla del líquido en la dirección de flujo no es completa y existe gradiente de concentración en el líquido situado sobre el plato. La máxima variación posible es desde una concentración x_{n-1} a la entrada del líquido hasta una concentración x_n a la salida del líquido. Para analizar el efecto de un tal gradiente de concentración, considérese una parte del diagrama de McCabe-Thiele, tal como se muestra en la Figura 18.31. Este diagrama corresponde a una eficacia de Murphree de aproximadamente 0,9, con y_n casi igual a y_n^*. Sin embargo, si no hay mezcla horizontal del líquido, el vapor cerca de la entrada del líquido contactaría con líquido de composición x_{n-1} y sería considerablemente más rico que el vapor que contacta con líquido de concentración x_n cerca de la salida. Para ser consistente con una composición media del vapor y_n, la

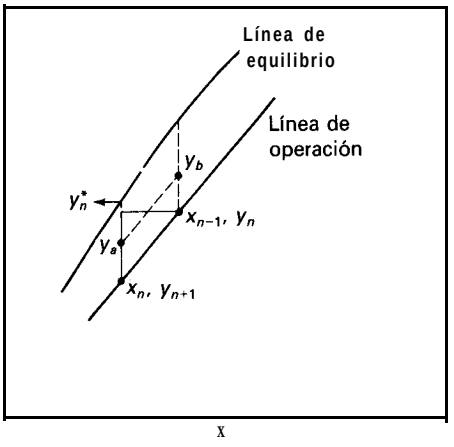


Figura 18.31. Composiciones local y media del vapor para un plato no mezclado.

composición local del vapor ha de estar comprendida entre y_a cerca de la salida del líquido e y_b cerca de la entrada del líquido. La eficacia local es, por consiguiente, menor que la eficacia de Murphree, y η' sería del orden de 0,6 para este ejemplo.

Cuando la eficacia local es elevada, tal como 0,8 o 0,9, la presencia de gradientes de concentración en el líquido produce a veces una concentración media del vapor mayor que y_n^*, y la eficacia de Murphree es, por tanto, mayor del 100 por 100. Un ejemplo de esto se presenta más adelante en la Figura 18.36.

La relación entre η_M y η' depende del grado de mezcla del líquido, con independencia de que el vapor se mezcle o no antes de pasar al plato siguiente. Los cálculos[6] han puesto de manifiesto sólo una pequeña diferencia de eficacia para vapor completamente mezclado o vapor no mezclado, pero el efecto de que no haya mezcla de líquido puede ser bastante grande. La mayor parte de los estudios han supuesto mezcla completa del vapor con el fin de simplificar los cálculos para diferentes grados de mezcla del líquido. Una correlación basada en el flujo de tapón del líquido a través del plato con difusión de remolino en la fase líquida a través del plato con difusión de remolino en la fase líquida fue desarrollada por investigadores de la Universidad de Delaware' que viene dada en la Figura 18.32. La abscisa es $(mV/L)\eta'$ y el parámetro de las gráficas es un número de Peclet para dispersión axial:

$$N_{\mathrm{Pe}} = \frac{Z_l^2}{D_E t_L} \tag{18.74}$$

donde Z_l = longitud del camino de flujo del líquido, m
D_E = difusividad de remolino, $\mathrm{m^2/s}$
t_L = tiempo de residencia del líquido sobre el plato, s

Para la destilación a la presión atmosférica en una columna de 0,3 m (1 pie) de diámetro el número de Peclet es del orden de 10, basado en correlaciones

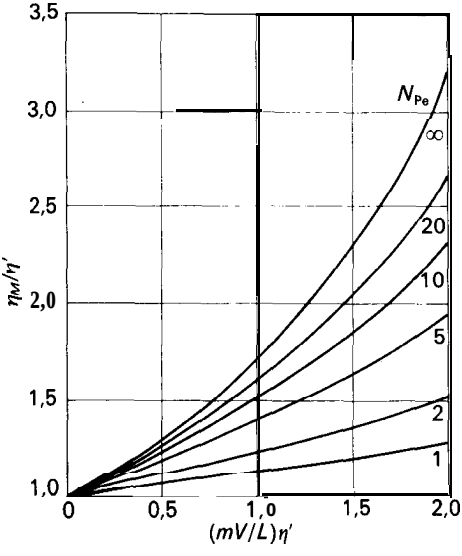


Figura 18.32. Relación entre las eficacias de Murphree y local.

empíricas para dispersión en caperuzas de barboteo y platos perforados', [3]. Esto ocurre en el intervalo donde se producirá un importante aumento de la eficacia como consecuencia de la existencia de gradientes en el plato. Para una columna de 1 m o más de diámetro, sería de esperar que el número de Peclet fuese superior a 20 y la eficacia debería ser casi tan elevada como si no hubiese mezcla en la dirección de flujo. Sin embargo, ensayos en columnas muy grandes conducen a veces a menores eficacias de los platos que en columnas de tamaño medio, debido probablemente a modificación del flujo de tapón. Con una columna grande y conductos de descenso segmentados, el líquido que circula alrededor del borde del área de burbujeo, tal como se muestra en la Figura 18.33, tiene un recorrido de flujo apreciablemente mayor que el líquido que cruza por el centro, y puede resultar una amplia distribución de los tiempos de residencia o aun algo de flujo de retroceso del líquido. Estos efectos se pueden minimizar mediante un especial diseño del plato.

Uso de la eficacia de Murphree. Cuando se conoce la eficacia de Murphree, se puede utilizar fácilmente en el diagrama de McCabe-Thiele. En la Figura 18.34 se

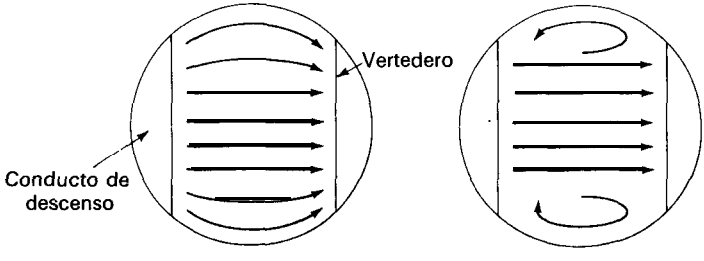


Figura 18.33. Posibles modelos de flujo en una columna grande

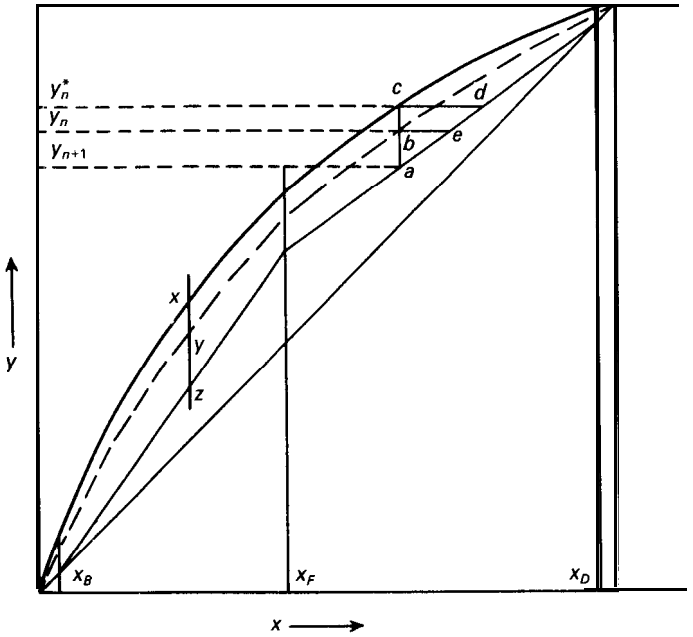


Figura 18.34. Uso de la eficacia de Murphree en el diagrama x-y. La linea de trazos es la curva de equilibrio efectiva y'_e frente a x_e para $\eta_M = 0{,}60$; $ba/ca = yz/xz = 0{,}60$.

muestra el diagrama para un plato real comparado con el de un plato ideal. El triángulo ***acd*** representa el plato ideal y el triángulo ***ube*** el plato real. El plato real en vez de enriquecer el vapor desde y_{n+1} hasta y_n^*, representado por el segmento *ac*, consigue un menor enriquecimiento, $y_n - y_{n+1}$, representado por el segmento ***ab.*** De acuerdo con la definición de η_M, la eficacia de Murphree viene dada por la relación ab/ac. Para aplicar una eficacia de Murphree conocida a toda una columna basta con sustituir simplemente la verdadera curva de equilibrio y_e frente a x_e por una curva de equilibrio efectiva y'_e frente a x'_e, cuyas coordenadas se calculan a partir de la ecuación

$$y'_e = y + \eta_M(y_e - y) \tag{18.75}$$

En la Figura 18.34 se presenta una curva de equilibrio efectiva para $\eta_M = 0{,}60$. Obsérvese que la posición de la curva y'_e frente a x'_e depende tanto de la línea de operación como de la verdadera curva de equilibrio. Una vez representada la curva de equilibrio efectiva, se realiza la habitual construcción de escalones y se determina el número de platos reales. El calderín no está sometido a reducción por efecto de la eficacia de los platos, de forma que en la etapa de la sección de agotamiento se utiliza la verdadera curva de equilibrio.

Relación entre las eficacias de Murphree y global. La eficacia global de una columna no es la misma que la eficacia de Murphree media de los platos

individuales. La relación entre estas eficacias depende de las pendientes relativas de la línea de equilibrio y la línea de operación. Cuando la línea de equilibrio es más pendiente que la línea de operación, lo que es típico de las columnas de agotamiento, la eficacia global es mayor que la eficacia de Murphree si η_M es menor que 1,0. Consideremos una parte de la columna donde la composición del líquido varía desde x_{12} hasta x_{10}, una variación que requiere 1,0 estapa ideal, tal como muestra la Figura 18.35*a*. Si para esta variación se requieren dos platos reales, la eficacia de esta parte de la columna es del 50 por 100. Sin embargo, si se trazan dos escalones parciales suponiendo que $\eta_M = 0{,}50$, tal como se representa por la línea de trazos, el valor predicho para x_{10} es demasiado elevado, ya que el primer escalón avanza hasta la mitad desde x_{12} hasta x_{10} y el segundo escalón provoca un cambio mucho mayor. El valor correcto de η_M es del orden de 0,40, tal como muestran los escalones trazados con una línea continua.

Cuando la línea de equilibrio es menos pendiente que la línea de operación, como habitualmente ocurre cerca de la parte superior de la sección de rectificación, la eficacia global es menor que la eficacia de Murphree, tal como se ilustra en la Figura 18.35*b*. Para este caso se necesitan dos etapas ideales para pasar desde x_1 hasta x_5 y si se requieren cuatro platos reales, la eficacia global es de 0,50. Por tanteo se encuentra que una eficacia de Murphree de 0,6 conduce a un valor correcto de x_5 trazando cuatro escalones parciales.

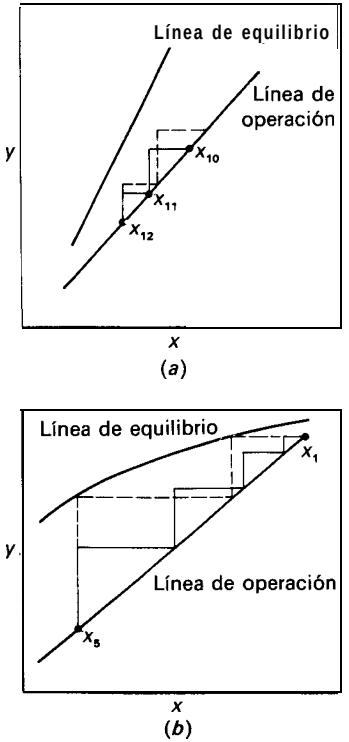


Figura 18-35. Relación entre las eficacias de Murphree y global: (*a*) $\eta_M < \eta_o$; (*b*) $\eta_M > \eta_o$.

Para columnas con ambas secciones de agotamiento y rectificación, el valor global de η_o puede coincidir bastante bien con el valor medio de η_M, puesto que el mayor valor de η_o en la sección de agotamiento, donde $mV/L < 1$. Por esta razón, a veces se ignora en el diseño de una columna la diferencia entre η_o y η_M. Sin embargo, al analizar el funcionamiento de una columna real o una sección de una columna, deberá determinarse el valor correcto de η_M por tanteo en vez de determinar η_o y suponer que $\eta_o = \eta_M$.

Para el caso especial de que las líneas de operación fuesen rectas, se puede aplicar la siguiente ecuación

$$\eta_o = \frac{\log\,[1 + \eta_M(mV/L - 1)]}{\log\,(mV/L)} \tag{18.76}$$

Obsérvese que cuando $mV/L = 1{,}0$ o cuando $\eta_M \approx 1{,}0$, $\eta_M = \eta_o$.

Factores que influyen en la eficacia de los platos. Aunque se han realizado muchos estudios'* [2, 4] sobre eficacia de platos, la estimación de la eticacia se realiza esencialmente de forma empírica. Sin embargo, se dispone de suficientes datos para conocer los principales factores que intervienen y para constituir una base de estimación de las eficacias para tipos convencionales de columnas que operan con mezclas de sustancias comunes.

La condición más importante para obtener eficacias satisfactorias es que los platos operen correctamente. Un íntimo contacto entre el líquido y el vapor es esencial. Toda operación errónea de la columna, tal como excesiva formación de espuma o arrastre, mala distribución del vapor, cortocircuito, goteo, o anegamiento de líquido, disminuye la eficacia de los platos.

La eficacia de platos es una función de la velocidad de transferencia de materia entre el líquido y el vapor. La predicción de coeficientes de transferencia de materia en platos perforados y su relación con la eficacia de platos se trata en el Capítulo 21. En la Figura 18.36 se presentan algunos valores publicados de la eficacia de platos para una columna de 1,2 m. Esta columna tenía siete platos perforados con perforaciones de 12,7 mm y un área abierta de 8,32 por 100, una altura de vertedero de 51 mm y un espaciado entre platos de 0,61 m. Los datos se representan frente a un parámetro de flujo F, que tiende a cubrir aproximadamente el mismo intervalo para diferentes presiones totales, toda vez que la velocidad de inundación varía de forma inversamente proporcional con $\sqrt{\rho_V}$, tal como indica la Ecuación (18.71). El parámetro F, generalmente conocido como «factor F», se define en esta forma

$$F \equiv u\sqrt{\rho_V} \tag{18.77}$$

La eticacia no varía mucho con la velocidad del vapor en el intervalo comprendido entre el punto de goteo y el punto de inundación. Al aumentar el flujo de vapor aumenta también la altura de la espuma creando más área de transferencia, de forma que la masa total transferida asciende aproximadamente como lo hace la velocidad del vapor. Los datos de la Figura 18.36 fueron obtenidos a

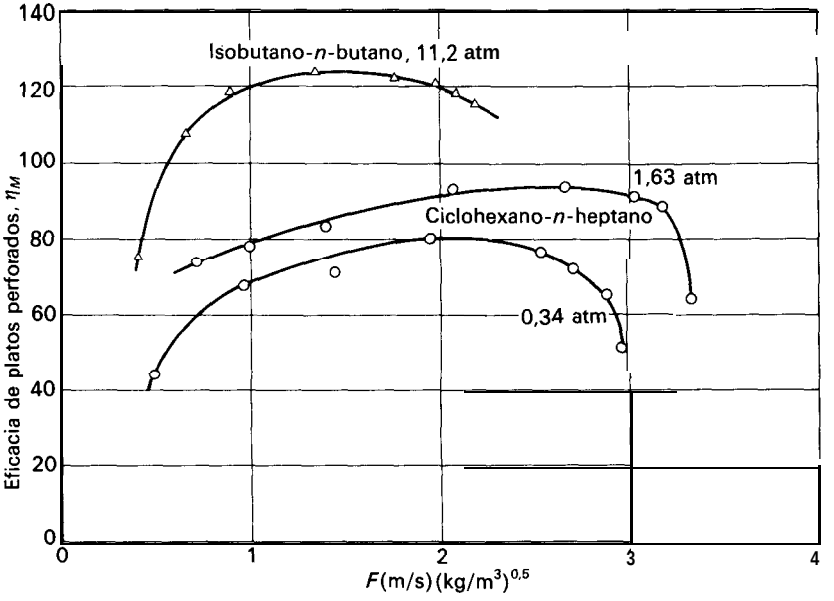


Figura 18.36. Eficacia de platos perforados en una columna de 1,2 m. (Según *Sakata, M., y Yanagi, T. 3d Int. Symp. Dist., p.* 3.2/21, *ICE,* 1979.)

reflujo total, de forma que el aumento de la velocidad del líquido también contribuye a aumentar el área interfacial. La ligera disminución de la eficacia que se produce antes de alcanzar el punto de inundación puede deberse al arrastre.

Los datos para el sistema ciclohexano-n-heptano presentan menor eficacia para la operación a menor presión, lo que se ha confirmado en ensayos con otros sistemas. La variación de la temperatura media con la presión es más significativa que la variación de presión en sí y la menor eficacia se debe probablemente a una combinación de menores coeficientes de difusión, mayor viscosidad del líquido y mayor tensión superficial.

Las eficacias mayores del 100 por 100 para el sistema isobutano-butano ponen de manifiesto el efecto de gradientes de concentración en el líquido; la eficacia para este caso puede estar comprendida en el intervalo de 0,7 a 0,9. Para el sistema ciclohexano-heptano probablemente existe una diferencia algo menor entre η_M y η', ya que el flujo de líquido es menor, de forma que disminuye el número de Peclet y las condiciones sobre el plato se acercan más a mezcla completa.

Platos perforados especiales[10]**.** En algunas columnas equipadas con platos perforados, con flujo en contracorriente, no se utilizan conductos de descenso. El líquido descarga a través de algunas perforaciones en un determinado momento y poco después a través de otras, ascendiendo el vapor a través de las restantes perforaciones. Tales columnas presentan algunas ventajas de coste con respecto a las columnas convencionales y no se ensucian fácilmente, pero ***su relación de giro***

(la relación entre la velocidad mínima permitida para el vapor y la menor velocidad para la que la columna operará satisfactoriamente) es baja, generalmente 2 0 menos.

En una columna de platos de válvula, las aberturas del plato son bastante grandes, típicamente de $1\frac{1}{2}$ pulg (38 mm) para perforaciones circulares y $\frac{1}{2}$ por 6 pulg (12 por 150 mm) para ranuras rectangulares. Las aberturas están cubiertas con tapaderas o «válvulas» que suben y bajan al variar la velocidad del vapor a causa de un área variable para el peso del vapor. Los platos de válvula son más caros que los platos perforados convencionales, pero tienen la ventaja de una elevada relación de giro que puede ser de 10 o más, lo cual permite un gran intervalo de operación de la columna. Los platos perforados con flujo en contracorriente y los platos de válvula casi siempre corresponden a un diseño especial del fabricante.

Rectificación en torres de relleno. Las torres de relleno se utilizan con frecuencia para rectificación, especialmente cuando la separación es relativamente fácil. La mayoría de las torres de rectificación de relleno son pequeñas, de 1 m de diámetro o menos. Los fundamentos de su operación son los mismos que los de las torres de absorción que se tratan en el Capítulo 22. Al igual que en columnas de absorción, su funcionamiento depende grandemente de la eficacia de distribución del líquido sobre el relleno. Detalles sobre el diseño de columnas de relleno pueden encontrarse en Perry «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., 1973, pp. 18-19 a 18-49.

SIMBOLOS

B	Caudal del producto de cola, mol/h, o kg/h
C_0	Coeficiente de descarga, para el flujo a través de perforaciones de platos perforados
c_p	Calor específico a presión constante; c_{pL}, del líquido; c_{pV}, del vapor
D	Caudal del producto de cabeza, mol/h, o kg/h
D_E	Difusividad de remolino, m^2/s
F	Velocidad de alimentación, mol/h, lb/h, o kg/h; también factor para estimar la capacidad de la columna, definido por la Ecuación (18.77)
f	Fracción de la alimentación que es vaporizada
g	Aceleración de la gravedad, $pies/s^2$ o m/s^2
H	Entalpía, energía por mol o por unidad de masa; H_B, del producto de cola; H_D, del producto de cabeza; H_F, de la alimentación; H_R, del reflujo; H_x, del líquido saturado; H_{xm}, del líquido procedente del plato m de la sección de agotamiento de la columna; H_{xn}, del líquido procedente del plato n de la sección de rectificación de la columna; H_y, del vapor saturado; $H_{y(n+1)}$, del vapor procedente del plato $m + 1$ de la sección de agotamiento de la columna; $H_{y(n+1)}$, del vapor procedente del plato $n + 1$ de la sección de rectificación de la columna; H_{y1}, del vapor procedente del plato superior
h	Caída de presión o carga, mm de líquido; h_d, para el plato seco; $h_{f,L}$, pérdida por fricción en el líquido; $h_{,,}$ carga equivalente del líquido sobre el plato; h_{ow}, altura

de líquido claro sobre el vertedero; h_t, caída total por plato; h_w, altura del vertedero

K_r Coeficiente en la Ecuación (18.71); K'_v, en la Ecuación (18.70)

L Caudal del líquido en general o en una columna de rectificación, mol/h, lb/h, o kg/h; L_a, que entra en la parte superior de la columna; L_b, que sale del fondo de la columna; L_c del reflujo procedente del condensador; L_m, procedente del plato m de la sección de agotamiento de la columna; L_n, procedente del plato n de la sección de rectificación de la columna; $\bar{L}$, en la columna de agotamiento

L_w Longitud del vertedero, m

m Número de serie del plato de la sección de agotamiento de la columna, contando desde el plato de alimentación; también pendiente de la curva de equilibrio, dy_e/dx_e

$\dot{m}$ Velocidad de flujo de masa, lb/h o kg/h; $\dot{m}_c$, del agua de refrigeración en el condensador; $\dot{m}_s$, de vapor de agua en el calderín

N Número de platos ideales; $N_{\text{mín}}$, números de platos ideales

N_{Pe} Número de Peclet para dispersión axial, $Z_l^2/D_E t_L$

n Número de serie del plato de la sección de rectificación, contando desde la cima de la columna; también número de moles en el calderín o en la mezcla; n_A, n_B, de los componentes A y B, respectivamente; n_0, moles cargados en el destilador; n_{0A}, n_{0B}, de los componentes A y B respectivamente; n_1, valor final

P Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; P_{n-1}, P_n, P_{n+1}, en el espacio de vapor sobre los platos $n - 1$, n, y $n + 1$, respectivamente; P', presión de vapor; P'_A P'_B de los componentes A y B, respectivamente

P_A, P_B Presión parcial de los componentes A y B, respectivamente, lb_f/pie^2 o N/m^2

q Caudal de calor, Btu/h o W; q_c, calor retirado en el condensador; q_r, calor comunicado en el calderín; también moles de líquido en la sección de agotamiento de la columna por mol de alimentación

q_L Velocidad de flujo volumétrico de líquido en el conducto de descenso, pie^3/s o m^3/s

R Relación de reflujo; $R_D = L/D$; $R_V = L/V$; R_{Dm}, relación de reflujo mínima

T Temperatura, °F o °C; T_F, temperatura de la alimentación; T_b, del punto de burbuja; T_d, del punto de rocío; $T_2 - T_1$, aumento de temperatura del agua de refrigeración

t_L Tiempo de residencia del líquido sobre el plato, s

u Velocidad lineal, pies/s o m/s; u_c, velocidad máxima permisible para el vapor, basada en el área de la sección de burbujeo; u_0, velocidad del vapor a través de las perforaciones en un plato perforado

V Caudal de vapor, en general o en una columna de rectificación, mol/h, lb/h o kg/h; V_a, procedente de la parte superior de la columna; V_b, que entra en el fondo de la columna; V_{m+1}, procecente del plato $m + 1$ en la sección de agotamiento de la columna; V_n, V_{n+1}, procedente del plato n y el plato $n + 1$, respectivamente, en la sección de rectificación de la columna; V_t, que va al condensador procedente del plato superior; $\bar{V}$, en la columna de agotamiento

x Fracción molar o fracción de masa en el líquido; x_A, del componente A; x_{Ae}, en equilibrio con el vapor de concentración y_{Ae}; x_B, en el producto de cola; también del componente B en el líquido; x_{Be}, en equilibrio con el vapor de concentración y_{Be}; x_D, en el producto de cabeza; x_F, en la alimentación; x_a, en el liquido que entra en la columna de una sola sección; x_b, en el líquido que sale de la columna de una sola sección; x_c, en el reflujo procedente del condensador; x_e, en equilibrio con el vapor de composición y_e; x_n, en el líquido procedente del plato m de la sección de agotamiento de la columna; x_{n-1}, x_n, en el líquido procedente de

los platos $n - 1$ y n, respectivamente, de la sección de rectificación de la columna; x', para la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio

Y Fracción molar o de masa en el vapor; y_A, y_B, de los componentes A y B, respectivamente; y,, en el vapor del producto de cabeza; y_a, en el vapor que sale de la columna de una sola sección; y,, en el vapor que entra en la columna de una sola sección; y_r, procedente del calderín; y_e, en equilibrio con el líquido de concentración x_e; y_{m+1}, del vapor procedente del plato $m + 1$ de la sección de agotamiento de la columna; y_n, y_{n+1}, en el vapor procedente de los platos n y $n + 1$, respectivamente, de la sección de rectificación de la columna; y^*, en el vapor en equilibrio con x_a; y_b^*, en equilibrio con x_b; y_n^*, en equilibrio con x_n; y_1, del vapor procedente del plato superior; y', en la intersección de la línea de alimentación con la curva de equilibrio; y'_{en}, en equilibrio con el líquido para una localización específica en el plato n; y'_n, en el vapor que sale de una localización específica del plato n; y'_{n+1}, que entra en el plato n para la misma localización que y'_n

Z Altura de líquido en el conducto de descenso, pies o m; altura real de líquido aireado; Z_c, altura de líquido claro

Z_l Longitud del camino de flujo del líquido, m

Letras griegas

α_{AB} Volatilidad relativa, del componente A con relación al componente B

β Factor de corrección en la Ecuación (18.65)

ΔH_v Entalpía de vaporización, cal/mol; $\Delta H_{v,b}$, a la temperatura de ebullición

η Eficacia; η_M, eficacia de Murphree del plato; η_o, eficacia global de los platos; η', eficacia local del plato

λ Calor latente de vaporización, energía por unidad de masa; λ_s, del vapor de agua

ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_L, del líquido; ρ_V, del vapor

σ Tensión superficial, dina/cm

ϕ_d Fracción de volumen del líquido en la mezcla aireada

PROBLEMAS

18.1. Un líquido que contiene 30 moles por 100 de tolueno, 30 moles por 100 de etilbenceno y 30 moles por 100 de agua, se somete a una destilación continua de flash a la presión total de 0,5 atm. Los datos de presión de vapor para estas sustancias se dan en la Tabla 18.5. Suponiendo que las mezclas de etilbenceno y tolueno siguen la ley de Raoult y que los hidrocarburos son completamente inmiscibles con el agua, calcúlense la temperatura y composiciones de las fases de líquido y vapor *(a)* para el punto de burbuja, (b) para el punto de rocío, (c) para el punto del 50 por 100 (la mitad de la alimentación sale como vapor y la otra mitad como líquido).

18.2. Los datos de equilibrio-temperatura de ebullición para el sistema acetona-metano1 a 760 mm Hg se dan en la Tabla 18.6. Ha de diseñarse una columna para separar una alimentación que contiene 25 moles por 100 de acetona y 75 moles por 100 de metano1 en un producto de cabeza con 78 moles por 100 de acetona y un producto de cola con 1,0 mol por 100 de acetona. La alimentación entra como una mezcla en equilibrio de 30 por 100 de líquido y 70 por 100 de vapor. Se utilizará una relación de reflujo doble del vapor mínimo y la columna operará con un calderín externo. El producto de cola se retira

Tabla 18.5. Presiones de vapor de etilbenceno, tolueno y agua

Temperatura, °C	Presión de vapor, mm Hg		
	Etilbenceno	Tolueno	Agua
50	53,8		92,5
60	78,6	139,5	149,4
70	113,0	202,4	233,7
80	166,0	289,4	355,7
90	223,1	404,6	525,8
100	307,0	557,2	760,0
110	414,1		
110,6		760,0	
120	545,9		

del calderín. El condensado (reflujo y producto de cabeza) sale del condensador a 25 °C, y el reflujo entra en la columna a esta temperatura. Los calores latentes molares para ambos componentes son 7700 cal/mol-g. La eficacia de Murphree de los platos es del 70 por 100. Calcúlese (a) el número de platos que se requieren por encima y por debajo de la alimentación; (b) el calor que se necesita en el calderin, en Btu por libra mol de producto de cabeza; (c) el calor retirado en el condensador, en Btu por libra mol de producto de cabeza.

18.3. Una planta ha destilado una mezcla que contiene 80 moles por 100 de metano1 y 20 por 100 de agua. El producto de cabeza ha de contener 99,99 moles por 100 de metano1 y el producto de cola 0,005 moles por 100. La alimentación está fria y por cada mol de alimentación condensa 0,2 moles de vapor en el plato de alimentación. La relación de reflujo en la parte superior de la columna es 1,35, y el reflujo está a la temperatura de burbuja. Calcúlese (a) el número mínimo de platos; (b) la relación de reflujo minima; (c) el número de platos utilizando un condensador total y un calderin, suponiendo una eficacia media de Murphree del 70 por 100; (d) el número de platos utilizando un calderín y un condensador parcial que opera con el reflujo en equilibrio con el vapor que va al condensador final. Los datos de equilibrio se dan en la Tabla 18.7.

18.4. Una mezcla equimolar de benceno y tolueno ha de separarse en una columna de campanas de barboteo, a razón de 100 lb-mol/h, operando a la presión de 1 atm. El producto de cabeza ha de contener por lo menos 98 moles por 100 de benceno. La alimentación es líquido saturado. Se dispone de una torre de 24 platos. La alimentación puede introducirse en cualquier plato comprendido entre los números once y diecisiete contando desde la parte superior. La máxima capacidad de vaporización del calderín es 120 lb-mol/h. La eficacia de los platos es del 50 por 100. ¿Cuántos moles por hora de producto de cabeza se pueden obtener con esta columna?

18.5. Una disolución acuosa de una componente volátil *A*, que contiene 7,94 moles por 100 de *A*, se precalienta hasta la temperatura de ebullición y se introduce como alimentación por la parte superior de una columna de agotamiento que opera en régimen continuo a la presión atmosférica. El vapor procedente de la parte superior de la columna ha de contener 11,25 moles por 100 de A. No se devuelve reflujo a la columna. Se están considerando dos métodos, ambos con el mismo consumo de calor, que corresponde a una vaporización de 0,562 moles por mol de alimentación. El método 1 utilizará un calderín en

Tabla 18.6. Sistema acetona-metano1

Temperatura, °C	Fracción molar de acetona		Temperatura, °C	Fracción molar de acetona	
	Liquido	Vapor		Líquido	Vapor
64,5	0,00	0,000	56,7	0,50	0,586
63,5	0,05	0,102	56,0	0,60	0,656
62,5	0,10	0,186	55,3	0,70	0,725
60,2	0,20	0,322	55,05†	0,80	0,80
58,65	0,30	0,428	56,1	1,00	1,00
57,55	0,40	0,513			

† Azeotropo.

Tabla 18.7. Datos de equilibrio para metanol-agua

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
y	0,417	0,579	0,669	0,729	0,780	0,825	0,871	0,915	0,959	1,0

el fondo de una columna de platos, generando vapor mediante el empleo de vapor de agua que condensa en el interior de un serpentín sumergido en el liquido del calderín. En el método 2 se suprimen el calderín y el serpentín y se inyecta vapor vivo directamente por debajo del plato inferior. Los datos de equilibrio se dan en la Tabla 18.8. Pueden aplicarse las habituales suposiciones simplificantes. ¿Cuáles son las ventajas de cada método?

18.6. Una columna de rectificación que es equivalente a tres platos teóricos ha de alimentarse continuamente con una mezcla de 0,5 moles por 100 de amoníaco y 99,5 moles por 100 de agua. Antes de entrar en la columna la alimentación se convierte totalmente en vapor saturado y después se introduce entre los platos segundo y tercero desde la cabeza de la columna. Los vapores procedentes del plato superior se condensan totalmente pero no se enfrían. Por cada mol de alimentación se devuelve al plato superior como reflujo 1,3 moles de condensado, mientras que el resto del destilado se retira como producto de cabeza. El líquido procedente del plato inferior pasa a una calderín calentado con serpentines en cuyo interior condensa por debajo del plato inferior, y el producto de cola se retira de forma continua del calderín. La vaporización en el calderín es 0,6 moles por mol de alimentación. Para el intervalo de concentración que interviene en este problema la relación de equilibrio viene dada por la ecuación

$$y = 12{,}6x$$

Calcúlese la fracción molar de amoníaco en (a) el producto de cola que sale del calderín, (b) el producto de cabeza, (c) el líquido de reflujo que sale del plato de alimentación.

18.7. Una torre que contiene seis platos ideales, un calderín y un condensador total, se utiliza para separar parcialmente oxígeno a partir de aire a la presión manométrica de 65 $lb_f/pulg^2$. Se desea operar con una relación de reflujo (reflujo a producto) de 2,5 y producir un producto de cola con 45 por 100 de oxígeno. El aire entra en la columna a la presión manométrica de 65 $lb_f/pulg^2$ y 25 por 100 en peso de vapor. En la Tabla 18.9 se da la entalpía de las mezclas de oxígeno y nitrógeno a esta presión. Calcúlese la composición del producto de cabeza si los vapores se condensan pero no se enfrían.

Tabla **18.8.** Datos de equilibrio en fracción molar de A

x	40035	0,0077	0,0125	0,0177	0,0292	0,0429	0,0590	0,0784
Y	0,0100	0,0200	0,0300	4 0	4 0	0	0,0600	0,0800 0,1000 0,1200

Tabla 18.9. Entalpía de oxígeno-nitrógeno a 65 $lb_f/pulg^2$ manométricas

Temperatura, °C	Líquido		Vapor	
	N_2, peso %	H_x, cal/g mol	N_2, peso %	H_y, cal/g mol
-163	0,0	420	0,0	1840
-165	7,5	418	19,3	1755
-167	17,0	415	35,9	1685
-169	27,5	410	50,0	1625
-171	39,0	398	63,0	1570
-173	52,5	378	75,0	1515
-175	68,5	349	86,0	1465
-177	88,0	300	95,0	1425
-178	100,0	263	100,0	1405

18.8. Se desea obtener un producto de cabeza que contenga 80 moles por 100 de benceno a partir de una mezcla de alimentación que contiene 70 moles por 100 de benceno y 30 moles por 100 de tolueno. Para esta operación se consideran los siguientes métodos, todos ellos operando a la presión atmosférica. Para cada método, calcúlense los moles de producto por 100 moles de alimentación y el número de moles vaporizados por 100 moles de alimentación. (a) Destilación continua de equilibrio. (b) Destilación continua en un destilador equipado con un condensador parcial, donde el 50 por 100 de los vapores que entran se condensan y devuelven al destilador. El condensador parcial está construido de tal forma que el vapor y el líquido que lo abandonan están en equilibrio y la retención es despreciable.

18.9. La operación de una columna de fraccionamiento está circunscrita por dos relaciones de reflujo límite: una correspondiente al uso de un número infinito de platos y otro a reflujo total o relación de reflujo infinita. Considérese una columna de rectificación que se alimenta por el fondo con un flujo constante de un vapor binario de composición constante y supóngase también que la columna tiene un número infinito de platos. (a) ¿Qué ocurre en una columna de este tipo cuando opera a reflujo total? *(b)* Supóngase que se retira de la cabeza de la columna un flujo constante de producto. ¿Qué ocurre a medida que se retira más y más producto en sucesivas etapas, si cada etapa alcanza el estado estacionario entre los cambios?

18.10. Un destilador de laboratorio se carga con 10 litros de una mezcla metanol-agua con una fracción molar 0,7 de metanol. La carga se somete a destilación sin reflujo a la presión de 1 atm hasta que quedan 5 litros en el calderín, es decir, que han destilado 5 litros. La velocidad de entrada de calor es constante con el valor de 1000 cal/s. Los volúmenes parciales molares son: 40,5 cm^3/mol-g para el metano1 y 18 cm^3/mol-g para el agua. Despreciando las variaciones de volumen con la mezcla y utilizando un calor medio

de vaporización de 9500 cal/mol-g, calcúlese (a) el tiempo t_T que se requiere para vaporizar 5 litros; (*b*) la fracción molar de metano1 en el producto que sale del destilador a los tiempos $t_T/2$, $3t_T/4$ y t_T; (c) la composición media del destilado total para el tiempo t_T. Los datos de equilibrio para el sistema metanol-agua se dan en la Tabla 18.7.

18.11. Una mezcla equimolar de *A* y *B,* con una volatilidad relativa de 2,1, ha de separarse en un producto destilado con 98 por 100 de *A* y un producto de cola con un 3 por 100 de *A,* así como un producto líquido intermedio con 80 por 100 de *A y* que representa el 40 por 100 de la alimentación de *A.* (*a*) Dedúzcase la ecuación para la línea de operación en la sección intermedia de la columna y dibújense las tres líneas de operación en el diagrama de McCabe-Thiele. (b) Calcúlense las cantidades de cada producto por 100 moles de alimentación y determínese la relación mínima de reflujo si la alimentación es un líquido a la temperatura de ebullición. (c) ¿Cuánto aumenta la relación de reflujo mínimo como consecuencia de la retirada de la corriente lateral de producto?

18.12. Se utiliza la destilación para preparar productos del 99 por 100 de pureza a partir de una mezcla de n-butano y n-pentano. A continuación se dan las presiones de vapor tomadas del manual de Perry. (a) Represéntese las presiones de vapor de tal forma que permitan una interpolación exacta y determínese la volatilidad relativa media para columnas que operan a 1, 3 y 10 atm. (b) Determínese el número mínimo de platos ideales para la separación a estas tres presiones. ¿Cuál es la principal ventaja de realizar la separación a presiones superiores a la atmosférica?

	Temperatura, °C	
***P*, atm**	***n*-C_4H_{10}**	***n*-C_5H_{12}**
0,526	− 16,3	18,5
1	− 0,5	36,1
2	18,8	58,0
5	50,0	92,4
10	79,5	124,7
20	116,0	164,3

18.13. Una planta produce dos corrientes formadas por mezclas de benceno y tolueno, una con 40 por 100 de benceno y otra con 70 por 100 de benceno. Se dispone de cantidades aproximadamente iguales de ambas corrientes y se propone una columna con dos puntos de alimentación para producir benceno del 98 por 100 y tolueno del 97 por 100 en la forma más eficaz. Sin embargo, mezclando las dos corrientes e introduciéndolas en un sólo punto la operación sería más sencilla. Para el mismo flujo de reflujo, calcúlese el número de etapas ideales que se requieren en los dos casos.

18.14. Tolueno saturado con agua a 40 °C tiene 680 ppm de H_2O y ha de secarse hasta 0,5 ppm de agua mediante destilación fraccionada. La alimentación se introduce en el plato superior de la columna, y el vapor de cabeza se condensa, se enfria hasta 30 °C y se separa en dos capas. La capa acuosa se retira y la capa de tolueno, saturada con agua, se recircula. La volatilidad relativa media del agua con respecto al tolueno es 120. ¿Cuántas etapas teóricas se necesitan si se utilizan 0,2 moles de vapor por mol de alimentación líquida? (Despréciese la variación de L/V en la columna.)

18.15. Una columna de 15 platos perforados se utiliza para preparar metano1 del 99 por 100 a partir de una alimentación que contiene 40 por 100 de metano1 y 60 por 100 de agua (en moles). Los platos tienen un 8 por 100 de área abierta, perforacines de 1/4 pulg,

vertederos de 2 pulg y conductos de descenso segmentados. (a) Si la columna opera a la presión atmosférica, estímese el límite de inundación basado en las condiciones en la parte superior de la columna. ¿Cuál es factor F y la caída de presión por plato cerca del fondo de la columna? ¿Qué sección de la columna se inundaría primero al aumentar la velocidad del vapor?

18.16. Etilbenceno (Te. 136,2 "C) y estireno (Te. 145,2 "C) se separan por destilación continua en una columna que opera a vacio para mantener la temperatura por debajo de 110 °C y evitar la polimerización del estireno. La alimentación consiste en 45 000 lb/h, con 54 por 100 de etilbenceno y 46 por 100 de estireno (porcentajes en peso), y los productos son del 97 por 100 y 0,2 por 100 de etilbenceno. La volatilidad relativa es 1,37, y con una relación de reflujo de 6,15 se necesitan unos 70 platos. La parte superior de la columna opera a 50 mm Hg y 58 "C, y la caída de presión media por plato es de 2,5 mm Hg. (a) Si la columna está diseñada para tener un factor F de 2,8 $(m/s)\,(kg/m^3)^{0,5}$ en la parte superior, ¿qué diámetro de columna se requiere? (b) Si la columna se construye en dos secciones, con un diámetro menor para la sección inferior, ¿qué diámetro deberá utilizarse de forma que F no sea superior a 2,8? (Véase C. J. King, «Separation Processes», McGraw-Hill, New York, 1971, p. 608, para mayor información acerca de este sistema.)

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. AICHE: «Bubble Tray Design Manual», New York, 1958.
2. CHENG, S. L., y TELLER, A. J.: *AlChE J.*, 7:282 (1961).
3. GERSTER, J. A.: *Ind. Eng. Chem.*, 52:645 (1960).
4. JONES, J. B., y PYLE, C.: *Chem. Eng. Prog.*, 51:424 (1955).
5. LEWIS, W. K.: *Ind. Eng. Chem.*, 14:492 (1922).
6. LEWIS, W. K., JR.: *Ind. Eng. Chem.*, 28:399 (1936).
7. MCCABE, W. L., y THIELE, E. W.: *Ind. Eng. Chem.*, 17:605 (1925).
8. MURPHREE, E. V.: *Ind. Eng. Chem.*, 17:747 (1925).
9. ROBINSON, C. S., y GILLILAND, E. R.: «Elements of Fractional Distillation», 4.8 ed., McGraw-Hill, New York, 1950; (*a*) p. 127, (*b*) p. 146, (c) p. 411.
10. SMITH, B. D.: «Design of Equilibrium Stage Processes», pp. 565-567, McGraw-Hill, New York, 1963.

CAPITULO

DIECINUEVE

LIXIVIACION Y EXTRACCION

En este capítulo se estudian los métodos de separación de un constituyente a partir de un sólido o un líquido por medio de un disolvente líquido. Estas técnicas comprenden dos categorías. La primera de ellas, llamada ***lixiviación o extracción sólido-líquido,*** se utiliza para disolver materia soluble a partir de su mezcla con un sólido insoluble. La segunda, llamada ***extracción líquido-líquido, se*** utiliza para separar dos líquidos miscibles utilizando un disolvente que disuelve preferentemente a uno de ellos. Aunque los dos procesos tienen ciertos fundamentos comunes, las diferencias de equipo y también en ciertos aspectos teóricos, justifican un tratamiento por separado.

LIXIVIACION

La lixiviación difiere muy poco del lavado o filtrado de sólidos que se estudia en el Capítulo 30 y el equipo de lixiviación recuerda mucho a la sección de lavado de diferentes filtros. En lixiviación, la cantidad de material soluble separado es con frecuencia mayor que en el lavado de la filtración ordinaria y las propiedades de los sólidos pueden variar considerablemente durante la operación de lixiviación. Una alimentación de sólidos troceados, duros o granulados, pueden desintegrarse para formar una pulpa cuando se retira su contenido de material soluble.

Equipo de lixiviación

Cuando los sólidos forman una masa abierta y permeable a lo largo de toda la operación de lixiviación, el disolvente se puede percolar a través de un lecho no agitado de sólidos. Con materiales impermeables o que se desintegran durante la lixiviación, los sólidos se dispersan en el disolvente y después se separan de él. Ambos métodos pueden realizarse por cargas o en operación continua.

Lixiviación por percolación a través de un lecho estacionario de sólidos. La lixiviación de un lecho estacionario de sólido se realiza en un tanque con un falso

perforado para soportar el sólido y permitir la salida del disolvente. Los sólidos se cargan en el tanque, se rocían con disolvente hasta reducir su contenido de soluto a un valor económicamente mínimo y luego se vacían. En algunos casos la velocidad de disolución es tan rápida que es suficiente un solo paso del disolvente a través del material, pero es más frecuente utilizar flujo en contracorriente del disolvente a través de una batería de tanques. En este método, el disolvente fresco se introduce en el tanque que contiene el sólido ya tratado, fluye a través de varios tanques en serie y finalmente se retira del tanque por el que se carga la alimentación de sólido. Una serie de tanques de este tipo recibe el nombre de ***batería de extracción.*** El sólido contenido en uno cualquiera de los tanques es estacionario hasta que se extrae completamente. Las conexiones de las tuberías se disponen de tal forma que tanto el disolvente fresco como la disolución concentrada se puedan introducir y retirar, respectivamente, de cualquier tanque, lo que permite cargar y descargar a la vez un tanque. Los demás tanques de la batería se mantienen en operación en contracorriente, avanzando los tanques de entrada y descarga a medida que se carga y retira el material. Tal proceso se llama a veces ***proceso Shanks.***

En algunos casos de lixiviación el disolvente es volátil, siendo preciso utilizar recipientes cerrados operados a presión. También se requiere presión para forzar el paso de disolvente a través del lecho en el caso de sólidos poco permeables. Una serie de estos tanques de presión operados con flujo de disolvente en contracorriente recibe el nombre de ***batería de difusión.***

Lixiviación en lecho móvil[4]. En los aparatos que se representan en la Figura 19.1 los sólidos se mueven a través del disolvente con muy poca o ninguna

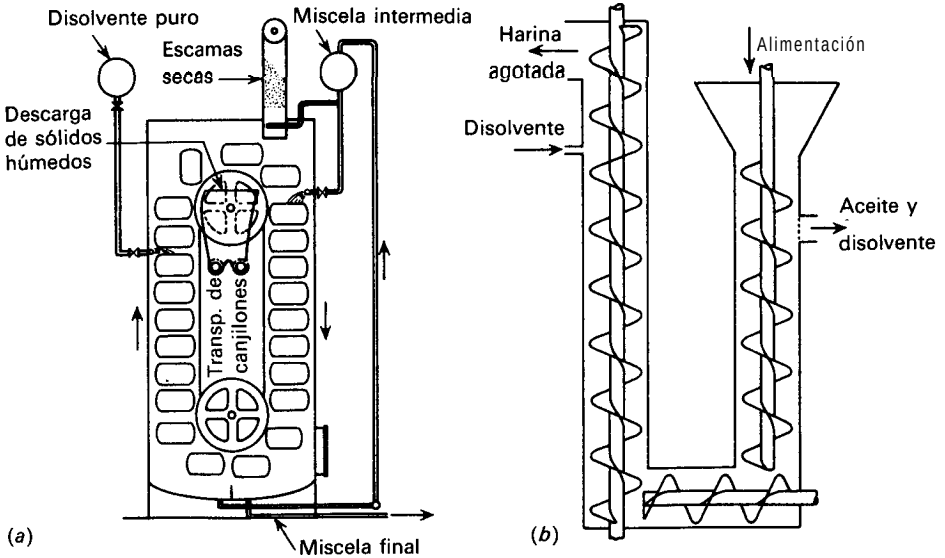


Figura 19.1. Equipo de lixiviación de lecho móvil: (a) extractor de Bollman; (b) extractor de Hildebrandt.

agitación. El extractor de Bollman (Fig. 19.1*a*) contiene un elevador de canjilones en el interior de una carcasa cerrada, con perforaciones en el fondo de los canjilones. Tal como muestra el dibujo, en el extremo superior de la máquina los canjilones se cargan con sólidos troceados, tales como habas de soja y se rocían con una cantidad apropiada de *miscela intermedia* a medida que descienden. La miscela intermedia es una disolución del disolvente que contiene algo de aceite extraído y de pequeñas partículas sólidas. A medida que los sólidos y el disolvente descienden en corrientes paralelas por la parte derecha de la máquina, el disolvente va extrayendo más aceite de las habas. Al mismo tiempo los sólidos finos se separan del disolvente por filtración, de forma que la *miscela total se* puede bombear desde el fondo derecho de la carcasa. A medida que las habas parcialmente extraídas ascienden por la parte izquierda de la máquina, una corriente de disolvente puro percola a través de ellas en contracorriente y después se bombea desde el colector izquierdo hasta el tanque de almacenamiento de la miscela intermedia. Las habas totalmente extraídas se vacían de los canjilones en la parte superior del elevador en una tolva, de donde se retiran mediante un transportador de paletas. La capacidad de unidades típicas es de 50 a 500 toneladas de habas durante 24 horas.

El extractor de Hildebrandt que se representa en la Figura 19.1*b* consiste en un transportador de tornillo en forma de U con una hélice distinta en cada sección. Los sólidos se introducen en una de las ramas de la U y el disolvente fresco por la otra rama para dar lugar a flujo en contracorriente.

Lixiviación de sólidos dispersos. Los sólidos que forman lechos impermeables, bien antes o durante la lixiviación, se tratan dispersándolos mediante agitación mecánica en un tanque o mezclador de flujo. El residuo lixiviado se separa después de la disolución concentrada por sedimentación o filtración.

De esta forma se pueden lixiviar pequeñas cantidades de material por cargas en un tanque agitado, con una salida en el fondo para retirar el residuo sedimentado. La lixiviación continua en contracorriente se obtiene con varios espesadores de gravedad conectados en serie, como se muestra en la Figura 17.3, o bien, cuando el contacto en un espesador no resulta adecuado, colocando un tanque de agitación entre cada pareja de espesadores. Un retinamiento adicional, que se utiliza cuando los sólidos son demasiado finos para sedimentar por gravedad, consiste en separar el residuo de la miscela en un sistema de centrifugación continuo. Se han desarrollado muchos otros dispositivos de lixiviación para fines especiales, tales como la extracción de diferentes aceites de semillas, estando cada diseño específico regido por las propiedades del disolvente y del sólido que se lixivia[4]. El material disuelto, o soluto, se recupera frecuentemente por cristalización 0 por evaporación.

Fundamentos de la lixiviación continua en contracorriente

El método más importante de lixiviación consiste en la utilización de etapas continuas en contracorriente. Aun en una batería de extracción, donde el sólido no se desplaza fisicamente de una etapa a otra, la carga de una celda se trata

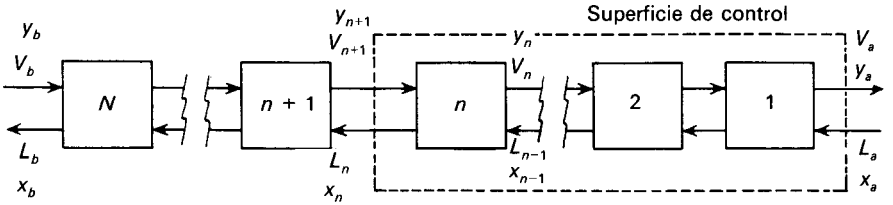


Figura 19.2. Cascada de lixiviación en contracorriente.

por una sucesión de líquidos de concentración constantemente decreciente como si se fuese desplazando de una etapa a otra en un sistema en contracorriente.

Debido a su importancia, aquí solamente se estudiará el método continuo en contracorriente. Por otra parte, puesto que normalmente se utiliza un método por etapas, no se considerará el método de contacto diferencial. Al igual que en otras operaciones de cascadas de etapas, la lixiviación se puede considerar, en primer lugar, desde el punto de vista de etapas ideales y después tener en cuenta la eficacia de las etapas.

Etapas ideales en la lixiviación en contracorriente. La Figura 19.2 presenta un diagrama de balances de materia para una cascada continua en contracorriente. Las etapas se numeran en el sentido del flujo del sólido. La fase V es el líquido sobrenadante que fluye de una etapa a otra en sentido contrario al de flujo del sólido, disolviendo soluto a medida que se desplaza desde la etapa N hasta la etapa 1. La fase $\boldsymbol{L}$ es el sólido que fluye desde la etapa 1 hasta la etapa N. Los sólidos agotados salen de la etapa N y la disolución concentrada es el flujo sobrenadante que sale de la etapa 1.

Se admite que el sólido exento de soluto es insoluble en el disolvente y que la velocidad de flujo de este sólido es constante a través de la cascada. El sólido es poroso y lleva consigo una cantidad de disolución que puede ser o no constante. Sea $\boldsymbol{L}$ el flujo de este líquido retenido y V el flujo de la disolución sobrenadante. Los flujos V y $\boldsymbol{L}$ pueden expresarse en unidades de masa por unidad de tiempo o bien sobre un flujo definido de sólido seco exento de soluto. Por otra parte, de acuerdo con la nomenclatura normalizada, las concentraciones extremas son:

Disolución en el sólido que entra x_a
Disolución en el sólido que sale x_b
Disolvente fresco que entra en el sistema y_b
Disolución concentrada que sale del sistema y_a

Como en absorción y destilación, el funcionamiento cuantitativo de un sistema en contracorriente se puede analizar utilizando una línea de equilibrio y una línea de operación, dependiendo el método a utilizar de que estas líneas sean rectas 0 curvas.

Equilibrio. En lixiviación, siempre que esté presente un cantidad suficiente de disolvente para disolver todo el soluto que entra con el sólido y no exista adsorción del soluto por el sólido, el equilibrio se alcanza cuando el soluto se

disuelve completamente y la concentración de la disolución que se forma es uniforme. Tal condición puede alcanzarse fácilmente o con dificultad, dependiendo de la estructura del sólido. Estos factores se considerarán al tratar la eficacia de las etapas. Ahora se supondrá que se cumplen las condiciones necesarias para que se alcance el equilibrio. Por tanto, la concentración del líquido retenido por el sólido que sale de una etapa cualquiera es la misma que la del líquido sobrenadante que sale de la misma etapa. La relación de equilibrio es simplemente $x_e = y_e$

Línea de operación. La ecuación de la línea de operación se obtiene aplicando balances de materia a la parte de la cascada que contiene las n primeras unidades, tal como se representa por medio de la superficie de control indicada por las líneas de trazos de la Figura 19.2. Estos balances son

Disolución total: $$V_{n+1} + L_a = V_a + L_n \tag{19.1}$$

Soluto: $$V_{n+1}y_{n+1} + L_a x_a = L_n x_n + V_a y_a \tag{19.2}$$

Despejando y_{n+1} se obtiene la ecuación de la línea de operación, que es la misma que se ha deducido anteriormente para el caso general de una cascada de etapas de equilibrio, Ecuación (17.7):

$$y_{n+1} = \left(\frac{L_n}{V_{n+1}}\right)x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V_{n+1}} \tag{19.3}$$

Como es habitual, la línea de operación pasa por los puntos (x,, y,) y (x_b, y_b) y, si las velocidades de flujo son constantes, la pendiente es (L/V).

Flujo inferior constante y variable. Han de considerarse dos casos. Si la densidad y la viscosidad de la disolución varían considerablemente con la concentración de soluto, los sólidos procedentes de las etapas con numeración más baja pueden retener más líquido que en las etapas con numeración más alta. Por tanto, tal como indica la Ecuación (19.3), la pendiente variará de una unidad a otra. Sin embargo, si la masa de disolución retenida por el sólido es independiente de la concentración, L_n es constante y la línea de operación es recta. Esta condición recibe el nombre de *flujo inferior de disolución constante.* Si el flujo inferior es constante, también lo es el flujo superior. Las condiciones del flujo inferior constante y variable requieren una consideración separada.

Número de etapas ideales para flujo inferior constante. Cuando la línea de operación es recta se puede utilizar una construcción de McCabe Thiele para determinar el número de etapas ideales, pero como en lixiviación la línea de equilibrio es siempre recta, se puede utilizar directamente la Ecuación (17.24) para el caso de flujo inferior constante. El uso de esta ecuación resulta especialmente sencillo en este caso ya que $y_a^* = x_a$ e $y_b^* = x_b$.

La Ecuación (17.24) no puede utilizarse para toda la cascada si L_a, la disolu-

ción que entra con los sólidos no extraídos, es diferente de L, el flujo inferior en el interior del sistema. Se han deducido ecuaciones para esta situación [1, 7], pero, aplicando balances de materia, es fácil calcular la primera etapa separadamente y aplicar después la Ecuación (17.24) al resto de las etapas.

Ejemplo 19.1. Se han de desencerar 2 toneladas de papel encerado mediante extracción con queroseno, en un sistema continuo en contracorriente que contiene un cierto número de etapas ideales. El papel encerado contiene 25 por 100 en peso de cera de parafina y 75 por 100 de pulpa de papel. La pulpa extraída se trata en un secadero para evaporar el queroseno. La pulpa, que retiene después de la evaporación la cera extraída, no ha de contener más de 0,2 lb de cera por cada 100 lb de pulpa exenta de queroseno. El queroseno utilizado en la extracción contiene 0,05 lb de cera por cada 100 lb de queroseno exento de cera. Por experimentación se ha encontrado que la pulpa retiene 2,0 lb de queroseno por libra de pulpa exenta de queroseno y de cera al pasar de una celda a otra. El extracto que sale de la batería ha de contener 5 lb de cera por cada 100 lb de queroseno exento de cera. ¿Cuántas etapas se necesitan?

SOLUCIÓN

En la Ecuación (17.24) se pueden utilizar cualesquiera unidades convenientes con tal de que sean consistentes y que además los flujos superior e inferior sean constantes. Por tanto, para expresar las concentraciones se pueden utilizar fracciones molares, fracciones de masa o bien masa de soluto por masa de disolvente. Deberán utilizarse las unidades que den lugar a flujo inferior constante. En este problema, puesto que la relación de queroseno a pulpa es constante, las velocidades de flujo se expresarán en libras de queroseno. Por tanto, todas las concentraciones han de estar en libras de cera por libra de queroseno exento de cera. El papel no extraído no contiene queroseno, de forma que es preciso tratar separadamente la primera celda. Después puede utilizarse la Ecuación (17.24) para calcular las restantes unidades.

Los flujos y concentraciones para esta cascada se muestran en la Figura 19.3. El queroseno que entra con el disolvente fresco se obtiene a partir de un balance global de cera. Tomando como base 100 lb de pulpa exenta de cera y queroseno, y llamando s a las libras de queroseno que entran con el disolvente fresco, el balance de cera conduce a los siguientes resultados en libras:

Cera que entra con la pulpa, 100 x 25/75 = 33,33
Cera que entra con el disolvente, $0{,}0005s$
Entrada total de cera, $33{,}33 + 0{,}0005s$
Cera que sale con la pulpa, 100 x 0,002 = 0,200
Cera que sale con el extracto $(s - 200)\ 0{,}05 = 0{,}05s$ 10
Salida total de cera, $0{,}05s - 9{,}80$

Por tanto, $$33{,}33 + 0{,}0005s = 0{,}05s \quad 9{,}80$$

de donde s = 871 lb. La cantidad de cera en esta disolución es 671 x 0,05 = 33,55. La concentración en el flujo inferior que entra en la segunda unidad es igual al flujo superior procedente de la primera etapa, o sea 0,05 lb de cera por libra de queroseno. La cera en el flujo inferior que pasa a la etapa número 2 es 200 x 0,05 = 10 lb. La cara en el flujo superior que pasa de la segunda celda a la primera, aplicando un balance de materia a la primera unidad es,

$$10 + 33{,}55 - 33{,}33 = 10{,}22 \text{ lb}$$

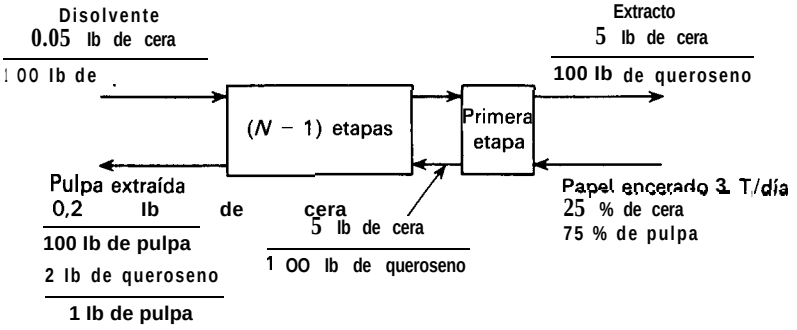


Figura 19.3. Diagrama de los balances de materia para el Ejemplo 19.1.

La concentración de esta corriente es, por tanto, 10,22/871 = 0,0117. Los valores para sustituir en la Ecuación (17.24) son

$$x_a = y_a^* = 0{,}05 \qquad y_a = 0{,}0117$$

$$x_b = y_b^* = \frac{0{,}2}{200} = 0{,}001 \qquad y_b = 0{,}0005$$

Puesto que la primera etapa ya ha sido tenida en cuenta, la Ecuación (17.24) conduce a

$$N - 1 = \frac{\log[(0{,}0005 - 0{,}001)/(0{,}0117 - 0{,}05)]}{\log[(0{,}0005 - 0{,}0117)/(0{,}001 - 0{,}050)]}$$

$$= \frac{\log[(0{,}05 - 0{,}0117)/(0{,}001 - 0{,}0005)]}{\log[(0{,}050 - 0{,}001)/(0{,}0117 - 0{,}0005)]} = 3$$

El número total de etapas ideales es N = 1 + 3 = 4.

Número de etapas ideales para flujo inferior variable. Cuando los flujos inferior y superior varían de una etapa a otra, puede utilizarse para los cálculos una modificación del método gráfico de McCabe-Thiele. Los puntos extremos de la línea de operación se determinan utilizando balances de materia, tal como se ha hecho en el Ejemplo 19.1. Suponiendo que se conoce el flujo inferior L en función de la composición de dicho flujo, se elige un valor intermedio de x_n para fijar $L_n y$ se calcula V_{n+1} a partir de la Ecuación (19.1). La composición del flujo superior y_{n+1} se calcula entonces a partir de la Ecuación (19.2) y se representa el punto (x_n, y_{n+1}) juntamente con las composiciones extremas para obtener la línea de operación curva. Excepto para grandes variaciones de L y V, o para una línea de operación muy próxima a la línea de equilibrio, basta con calcular un solo punto intermedio.

Ejemplo 19.2. Se ha de extraer aceite de una harina con benceno, utilizando un extractor continuo en contracorriente. La unidad ha de tratar 2000 lb (907,2 kg) de

harina (basada en el sólido totalmente agotado) por hora. La harina no tratada contiene 800 lb (362,9 kg) de aceite y 50 Ib (22,7 kg) de benceno. La mezcla de disolvente fresco contiene 20 lb (9,07 kg) de aceite y 1310 lb (594,2 kg) de benceno. Los sólidos agotados han de contener 120 lb (54,4 kg) de aceite no extraído. Experimentos realizados en idénticas condiciones a las de la batería que se proyecta indican que la disolución retenida depende de la concentración de la disolución en la forma que se indica en la Tabla 19.1. Hállese (a) la concentración de la disolución concentrada, o extracto; (b) la concentración de la disolución que sale con los sólidos extraídos; (c) la masa de disolución que sale con la harina extraída; (d) la masa de extracto; (e) el número de etapas que se requieren. Todas las magnitudes están dadas sobre una base horaria.

SOLUCIÓN

Sean x e y las fracciones de masa de aceite en las disoluciones de los flujos inferior y superior.

Para la entrada de disolvente,

$$V_b = 20 + 1310 = 1330 \text{ lb de disolución/h}$$

$$y_b = \frac{20}{1330} = 0{,}015$$

Determínense la cantidad y composición de la disolución en los sólidos agotados, operando por tanteo.

Si $x_b = 0{,}1$, la disolución retenida, a partir de la Tabla 19.1, es 0,505 lb/lb. Por tanto

$$L_b = 0{,}505(2000) = 1010 \text{ lb/h}$$

$$x_b = \frac{120}{1010} = 0{,}119$$

A partir de la Tabla 19.1, la disolución retenida es 0,507 lb/lb.

$$L_b = 0{,}507(2000) = 1014$$

$$x_b = \frac{120}{1014} = 0{,}118 \text{ (suficientemente próximo)}$$

El benceno en el flujo inferior para L_b es 1014 − 120 = 894 lb/lb.

Tabla 19.1. Datos para el Ejemplo 19.2

Concentración, lb de aceite/lb de disolución	Disolución retenida, lb/lb de sólido	Concentración, lb de aceite/lb de disolución	Disolución retenida, lb/lb de sólido
0,0	0,500	0,4	0,550
0,1	0,505	45	0,571
0,2	0,515	0,6	0,595
0,3	0,530	0,7	0,620

Para la entrada del sólido,

$$L_a = 800 + 50 = 850 \text{ lb de disolución/h}$$

$$x_a = \frac{800}{850} = 0{,}941$$

Aceite en el extracto = entrada de aceite − 120 = 20 + 800 − 120 = 700 lb/h. Benceno en el extracto = 1310 + 50 − 894 = 466 lb/h.

$$V_a = 700 + 466 = 1166 \text{ lb/h}$$

$$\text{Ya} = \frac{700}{1166} = 0{,}600$$

Las respuestas a los apartados ***(a)*** a ***(d)*** son

(*a*) $y_a = 0{,}60$
(b) $x_b = 0{,}118$
(c) $L_b = 1014$ lb/h
(d) $V_a = 1166$ lb/h
(e) Para determinar un punto intermedio de la línea de operación se elige $x_n = 0{,}50$.

$$L_n = \text{disolución retenida} = 0{,}571\ (2000) = 1142 \text{ lb/h}$$

A partir de un balance global, Ecuación (19. 1),

$$V_{n+1} = 1166 + 1142 - 850 = 1458 \text{ lb/h}$$

Un balance de aceite conduce a

$$V_{n+1}y_{n+1} = L_n x_n + V_a y_a - L_a x_a$$
$$= 1142(0{,}5) + 1166(0{,}6) \quad 800$$

$$\text{Y}_{n+1} = \frac{471}{1458} = 0{,}323$$

El punto (x_n, y_{n+1}) más los puntos (x,, y,) y (x,, y_b) definen una línea de operación ligeramente curva, tal como se muestra en la Figura 19.4. Se requiere un número de etapas ligeramente superior a cuatro:

$$N = 4$$

Disolución concentrada saturada. Un caso especial de lixiviación se encuentra cuando el soluto tiene una solubilidad limitada y la disolución concentrada alcanza la saturación. Esta situación se puede tratar por los métodos anteriores[6]. La entrada de disolvente a la etapa N será el máximo, que es consistente con un flujo superior saturado procedente de la etapa 1 y todos los líquidos, excepto el que sale empapando al flujo inferior procedente de la etapa 1, no estarán saturados. Si la saturación se alcanza en otras etapas diferentes de la primera, todas

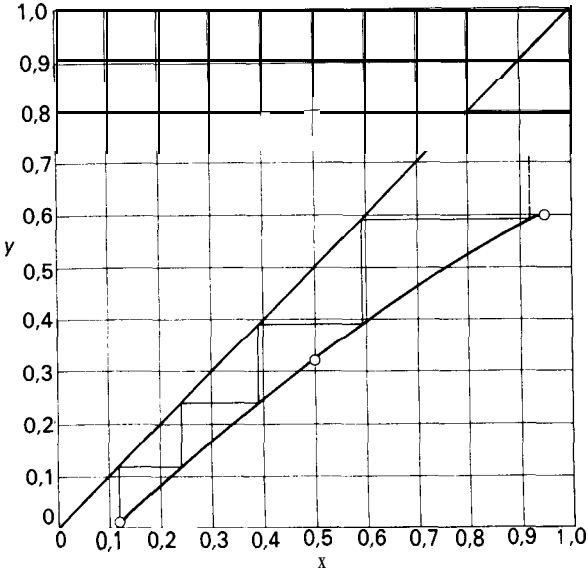


Figura 19.4. Diagrama de McCabe-Thiele para lixiviación (Ejemplo 19.2).

menos una de las etapas «saturadas» son innecesarias y la concentración de soluto en el flujo inferior procedente de la etapa N es superior a la que se requiere.

Eficacia de las etapas. En algunas operaciones de la lixiviación el sólido es totalmente impenetrable e inerte a la acción del disolvente y lleva una película de disolución concentrada sobre su superficie. En tal caso el proceso implica simplemente la igualación de concentraciones en la masa global del extracto y en la película adherida. Este tipo de proceso es rápido y cualquier tiempo razonable de contacto conduce al equilibrio. El proceso de lixiviación en contracorriente que se muestra en la Figura 17.3 es de este tipo y para su cálculo la eficacia de las etapas se toma igual a la unidad.

En otras situaciones el soluto está distribuido en un sólido más o menos permeable. En este caso la velocidad de lixiviación está esencialmente regida por la velocidad de difusión a través del sólido, tal como se considera en el Capítulo 21.

EXTRACCION LIQUIDO-LIQUIDO

Cuando la separación por destilación es ineficaz o muy difícil, la extracción líquido-líquido es una de las alternativas a considerar. Mezclas con temperaturas de ebullición próximas o sustancias que no pueden soportar la temperatura de destilación, aun operando a vacío, con frecuencia se separan de las impurezas por extracción, que utiliza diferencias de estructura química en vez de diferencias de volatilidad. Por ejemplo, en la obtención de la penicilina se recupera del caldo de

fermentación por extracción con un disolvente, tal como acetato de butilo, después de disminuir el pH para obtener un coeficiente de partición favorable. El disolvente se trata después con una disolución tampón de fosfato para extraer la penicilina del disolvente y obtener una disolución acuosa purificada, a partir de la cual se obtiene eventualmente la penicilina por secado. La extracción también se utiliza para recuperar ácido acético de disoluciones diluidas; la destilación sería posible en este caso, pero la etapa de extracción reduce considerablemente la cantidad de agua que es preciso destilar.

Uno de los principales usos de la extracción es separar los productos del petróleo que tienen diferente estructura química pero aproximadamente el mismo intervalo de ebullición. Las fracciones de aceite lubricante (Te. > 300 "C) se tratan con disolventes polares de baja temperatura de ebullición tales como fenol, furfural o metilpirrolidona, para extraer los aromáticos y dejar que el aceite contenga fundamentalmente parafinas y naftenos. Los aromáticos tienen malas características viscosidad-temperatura, pero no pueden separarse por destilación debido a que se solapan los puntos de ebullición. En un proceso similar, los aromáticos se extraen del reformado catalítico utilizando un disolvente polar de alta temperatura de ebullición y después se destila el extracto para dar benceno, tolueno y xilenos puros que se utilizan como productos químicos intermedios. Un excelente disolvente para este fin es el compuesto cíclico $C_4H_8SO_2$ (sulfolano), que tiene una elevada selectividad para aromáticos y una volatilidad muy baja (Te. 290 "C).

Cuando pueden utilizarse indistintamente la destilación y la extracción, generalmente se elige la destilación, a pesar de que se requiere calefacción y refrigeración. En extracción es preciso recuperar el disolvente (generalmente por destilación) para su reutilización y la operación combinada es más compleja y, con frecuencia, más costosa que la destilación sola sin extracción. Sin embargo, la extracción ofrece mayor flexibilidad en la selección de las condiciones de operación, ya que el tipo y cantidad de disolvente, así como la temperatura de operación, se pueden variar a voluntad. En este sentido la extracción se parece más a la absorción de gases que a la destilación. En muchos problemas la elección entre los métodos a utilizar se basará en un estudio comparativo de destilación y extracción.

La extracción puede utilizarse para separar más de dos componentes y en algunas aplicaciones se requiere una mezcla de disolventes en vez de un solo disolvente. Estos métodos más complicados no se tratan en este libro.

Equipo de extracción [9]

En extracción líquido-líquido, lo mismo que en absorción de gases, es preciso poner en buen contacto dos fases para permitir la transferencia de materia y separar después las fases. En absorción y destilación la separación de las fases es fácil y rápida. Sin embargo, en extracción las dos fases tienen densidades comparables, de forma que la energía disponible para mezcla y separación (si se utiliza flujo por gravedad) es pequeña, mucho menor que en el caso de una fase líquida y

otra gaseosa. Con frecuencia las fases son difíciles de mezclar y todavía más difíciles de separar. Las viscosidades de ambas fases también son relativamente elevadas y las velocidades lineales a través de la mayoría del equipo de extracción son bajas. En algunos tipos de extractores, por tanto, la energía de mezcla y separación se comunica mecánicamente.

El equipo de extracción puede operar por cargas o de forma continua. Una cierta cantidad de alimentación puede mezclarse con una cantidad determinada de disolvente en un tanque agitado y después se dejan decantar las fases y se separan. El extracto es la capa de disolvente más el soluto extraído y el refinado es la capa de la que se ha separado el soluto. El extracto puede ser más o menos denso que el refinado, de forma que el extracto unas veces puede salir por la parte superior del equipo y otras por el fondo. Por supuesto que la operación puede repetirse si se precisa más de un contacto, pero cuando las cantidades que intervienen son grandes y se necesitan varios contactos, resulta más económico el flujo continuo. La mayor parte del equipo de extracción es continuo con sucesivas etapas de contacto o bien con contacto diferencial. Tipos representativos son mezcladores-sedimentadores, torres verticales de diferentes tipos que operan con flujo por gravedad, extractores de torre agitada y extractores centrífugos. Las características de diferentes tipos de equipo de extracción se relacionan en la Tabla 19.2.

Tabla 19.2. Características de equipo comercial de extracción

Tipo	Capacidad de líquido de las corrientes combinadas, pie^3/pie^2-h	HTU†, pies	Eficacia del plato 0 etapa, %	Espaciado entre platos 0 etapas, pulg	Aplicaciones típicas
Mezclador-sedimentador			75-100		Procesos Duo-Sol para aceites lubricantes
Columna de pulverización	50-250	10-20			Extracción de sal con amoníaco a partir de sosa cáustica
Columna de relleno	20-150	5-20			Recuperación de fenol
Columna de platos perforados	10-200	l-20	6-24	30-70	Proceso de furfural para aceites lubricantes
Columna de placas	60-105	4-6	5-10	4-6	Recuperación de ácido acético
Torre agitada	50-100	1-2	80-100	12-24	Productos orgánicos y farmacéuticos

† Las HTU se tratan en el Capítulo 22, pág. 731.

Mezcladores-sedimentadores. Para la extracción discontinua el mezclador y el sedimentador pueden ser la misma unidad. Es muy frecuente el uso de un tanque que contiene un agitador de rodete o turbina. Al terminar el ciclo de mezcla, se para el agitador y las capas se dejan decantar por gravedad, retirando después el extracto y refinado que se recogen en recipientes separados, sacándolos a través de una línea inferior de descarga provista de una mirilla de vidrio. Los tiempos de mezcla y sedimentación que se requieren para una extracción determinada solamente se pueden obtener por experimentación; son típicos 5 minutos para mezcla y 10 minutos para decantación, y frecuentes tiempos mucho mayores y menores.

Para flujo continuo el mezclador y el sedimentador han de ser piezas distintas del equipo. El mezclador puede ser un pequeño tanque agitado equipado con líneas de entrada y salida, así como placas deflectoras para evitar la formación de cortocircuitos; también puede ser una bomba centrífuga u otro mezclador de flujo. El decantador con frecuencia es un sencillo decantador continuo por gravedad. Con líquidos que se emulsionan fácilmente y que tienen densidades aproximadamente iguales, puede ser necesario hacer pasar la descarga del mezclador a través de un tamiz o una masa de fibra de vidrio para que puedan coalescer las gotitas de la fase dispersa antes de que sea posible la sedimentación por gravedad. Para separaciones aún más difíciles, se emplean centrífugas tubulares o tipo disco.

Si, como es habitual, se requieren varias etapas de contacto, se utiliza un tren de mezcladores-sedimentadores que opera con flujo en contracorriente, tal como se muestra en la Figura 19.5. El refinado procedente de cada sedimentación constituye la alimentación del siguiente mezclador, en el que se introduce un extracto intermedio o disolvente fresco. El fundamento es el mismo que el de un sistema de lixiviación continua con etapas en contracorriente como el de la Figura 17.3.

Torres de pulverización y de relleno para extracción. Estos extractores de torre operan con contacto diferencial y no por etapas, teniendo lugar la mezcla y

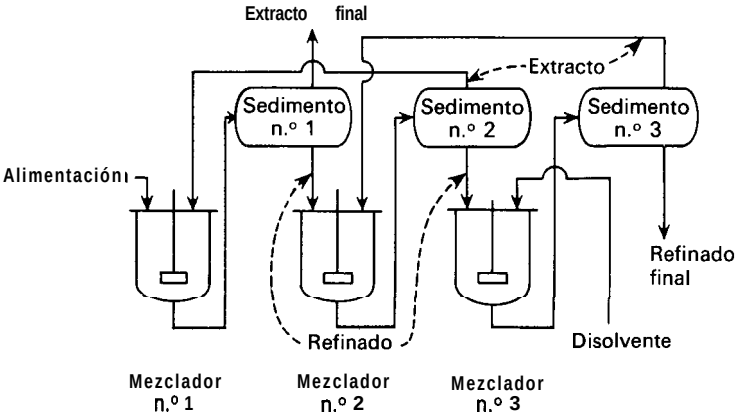


Figura 19.5. Sistema de extracción mezclador-sedimentador.

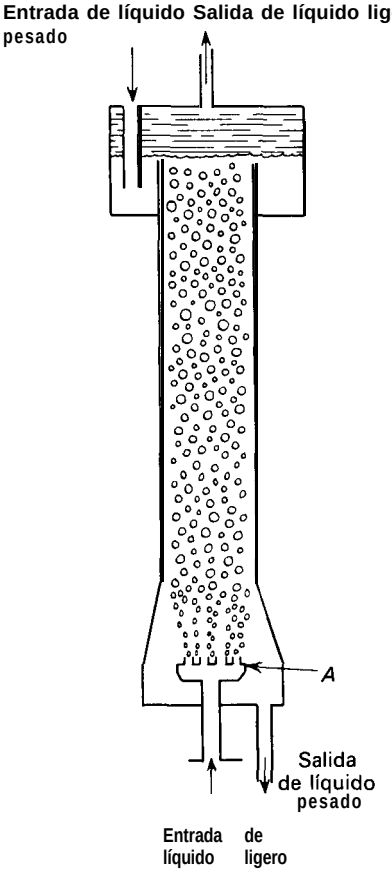


Figura 19.6. Torre de pulverización; *A*, boquilla para distribuir el liquido *ligero*.

sedimentación de forma simultánea y continua. En la torre de pulverización que se muestra en la Figura 19.6, el líquido menos denso se introduce por el fondo y se distribuye en pequeñas gotas por medio de las boquillas A. Las gotas del líquido ligero ascienden a través de la masa de líquido más pesado que desciende por la torre como una corriente continua. Las gotas se recogen en la parte superior y forman la corriente del líquido más ligero que sale por la cima de la torre. El líquido más pesado sale por el fondo de la torre. En la Figura 19.6 la fase ligera es la fase dispersa mientras que la más pesada es la continua. Esta forma de operación puede invertirse, pulverizando la corriente más pesada en la cima de la torre para dispersarla en la fase más ligera; en este caso la fase pesada desciende como fase dispersa a través de una corriente continua del líquido más ligero. La elección de la fase dispersa depende de las velocidad de flujo, viscosidades, así como de las características de mojado de ambas fases, que generalmente se basan en la experiencia. La fase con mayor velocidad de flujo puede dispersarse para obtener una mayor área interfacial, pero, si hay una importante diferencia de viscosidades, puede dispersarse la fase más viscosa con el fin de obtener una

mayor velocidad de sedimentación. Algunos dicen que la fase continua deberá mojar el relleno, pero esto no es necesario para un buen funcionamiento. Cualquiera que sea la fase dispersa, el movimiento de las gotas a través de la columna pone constantemente el líquido de la fase dispersa en contacto fresco con la otra fase para producir una eficacia equivalente a una serie de mezcladores-sedimentadores.

Hay una transferencia continua de materia entre las fases, y la composición de las fases varía a medida que circula por la torre. En cualquier plano horizontal dado no se alcanza, por supuesto, el equilibrio, sino que, contrariamente, la separación del equilibrio es lo que proporciona la fuerza impulsora para la transferencia de materia. La velocidad de transferencia de materia es relativamente baja en comparación con absorción o destilación y una columna alta puede ser equivalente a sólo unas pocas etapas ideales.

En torres reales de pulverización, el contacto entre las gotas y la fase continua con frecuencia es más eficaz en la región donde se forman las gotas. Esto se debería a una mayor velocidad de transferencia de materia en las gotitas recientemente formadas o a la mezcla de retroceso de la fase continua. En cualquier caso, el aumento de la altura no conduce a un aumento proporcional del número de etapas; es mucho más efectivo redispersar las gotas para frecuentes intervalos a lo largo de la torre. Esto puede realizarse llenando la torre con cuerpos de relleno, tales como anillos o monturas. El relleno provoca la coalescencia y regeneración de la gotas y, tal como se muestra en la Tabla 19.2, puede aumentar el número de etapas para una altura dada de columna. Las torres de relleno se aproximan a las torres de pulverización en la sencillez y pueden construirse para resolver cualquier problema de corrosión o presión a un coste razonable. Su principal desventaja es que los sólidos tienden a depositarse sobre el relleno y provocan canalización.

Velocidades de inundación en torres de relleno. Si la velocidad de flujo de la fase dispersa o de la fase continua se mantiene constante y se aumenta gradualmente la velocidad de la otra fase, se alcanza un punto en el que coalesce la fase dispersa, aumenta la retención de dicha fase y finalmente ambas fases salen juntas con la fase continua. El efecto, que es análogo a la correspondiente acción en una torre de absorción, recibe el nombre de inundación. Cuanto mayor es la velocidad de flujo de una fase en la inundación, menor es la velocidad de la otra. Es evidente que una columna deberá operar con velocidades de flujo inferiores al punto de inundación.

Las velocidades de inundación en torres de relleno [6] pueden estimarse a partir de la Figura 19.7. En esta figura la abscisa es el grupo

$$\frac{(\sqrt{\bar{V}_{s,c}} + \sqrt{\bar{V}_{s,d}})^2 \rho_c}{a_v \mu_c}$$

y la ordenada es el grupo

$$\frac{\mu_c}{\Delta\rho}\left(\frac{\sigma}{\rho_c}\right)^{0,2}\left(\frac{a_v}{\varepsilon}\right)^{1,5}$$

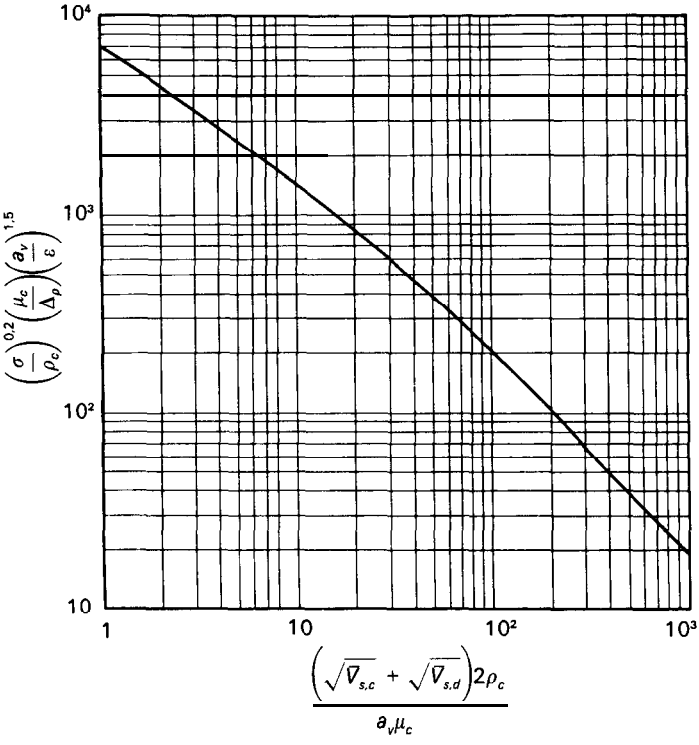


Figura 19.7. Velocidades de inundación en torres de extracción de relleno.

donde $\bar{V}_{s,\,c}, \bar{V}_{s,\,d}$ = velocidades superficiales de las fases continua y dispersa, respectivamente, pies/h
μ_c = viscosidad de la fase continua, lb/pies-h
σ = tensión interfacial entre las fases, dina/cm
ρ_c = densidad de la fase continua, lb/pie^3
Ap = diferencia de densidades entre las fases, lb/pie^3
a_v = superficie específica del relleno, pie^2/pie^3
ε = fracción de huecos, o porosidad, de la sección de relleno

Torres de platos perforados. La redispersión de las gotas de liquido se puede realizar también por medio de platos perforados transversales, análogos a los de destilación que se han descrito en el Capítulo 17. Las perforaciones en una torre de extracción son de $1\frac{1}{2}$ a $4\frac{1}{2}$ mm de diámetro. El espaciado entre los platos varía desde 6 hasta 24 pulg (150 a 600 mm). Generalmente el líquido ligero es la fase dispersa y los conductos de descenso permiten el paso de la fase continua de un plato. a otro. Tal como muestra la Figura 19.8*a*, el líquido ligero se recoge formando una delgada capa debajo de cada plato y se proyecta en forma de chorros en el interior del líquido pesado situado encima. En la Figura 19.8*b* se muestra un diseño modificado, en el que las perforaciones solamente existen en un lado del plato, alternando a la derecha y a la izquierda de un plato a otro.

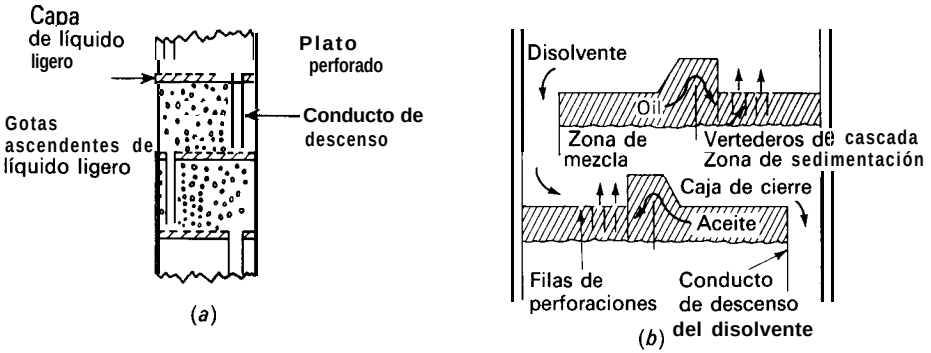


Figura 19.8. Torres de extracción de platos perforados: (a) perforaciones en platos horizontales; (b) plato perforado de vertedero con zonas de mezcla y sedimentación. (*Bushnell y Fiocco* [3].)

Casi toda la extracción tiene lugar en la zona de mezcla situada encima de las perforaciones, con el líquido ligero (aceite) ascendiendo y acumulándose en un espacio debajo del plato superior, fluyendo entonces transversalmente sobre un vertedero hasta la siguiente serie de perforaciones. El líquido pesado que forma la fase continua (disolvente) pasa horizontalmente desde la zona de mezcla hasta la zona de sedimentación, donde las finas gotas de líquido ligero tienen oportunidad de separarse y ascender hacia el plato superior. Con frecuencia este diseño reduce grandemente la cantidad de aceite que es arrastrado hacia abajo por el disolvente y aumenta la eficacia del extractor.

Torres de placas. Estas torres de extracción contienen una serie de placas deflectoras horizontales. El líquido pesado fluye por encima de cada placa y cae a la inferior; el líquido ligero fluye por debajo de cada placa y se proyecta hacia arriba desde el borde a través de la fase pesada. Los dispositivos más frecuentes son los de discos y anillos así como los de placas segmentadas, que van de un lado a otro. En ambos tipos el espaciado entre las placas es de 4 a 6 pulg (100 a 150 mm).

Las torres de placas no contienen pequeñas perforaciones que puedan obstruirse o aumentar de diámetro por la corrosión. Pueden tratar disoluciones que contienen sólidos en suspensión. Una modificación de las torres de discos y anillos están equipadas con rasquetas con el fin de separar los sólidos que se depositan sobre las placas. Puesto que el flujo del liquido es suave y llano, sin cambios bruscos de velocidad y dirección, las torres de placas son muy convenientes para líquidos que se emulsifican fácilmente. Sin embargo, por la misma razón, no son mezcladores eficaces y cada placa equivale solamente a 0,05 a 0,1 etapa ideal [12].

Extractores de torre agitada. Los mezcladores-sedimentadores comunican energía mecánica para la mezcla de dos fases líquidas, pero los extractores de torre descritos hasta ahora no, sino que dependen del flujo por gravedad tanto para la mezcla como para la separación. En algunos extractores de torre se comunica

energía mecánica por medio de turbinas interiores u otros agitadores, instalados sobre un eje central rotatorio. En el contactor de discos rotatorios que se muestra en la Figura 19.94 discos planos dispersan el líquido y lo impelen hacia la pared de la torre, donde anillos estáticos crean zonas de reposo en las que se separan las fases. En otros diseños hay zonas de mezcla separadas por zonas de calma para dar lugar, de hecho, a un sistema de mezcladores-sedimentadores unos encima de otros. En el extractor de York-Scheibel que se representa en la Figura 19.9*b*, las regiones que rodean a los agitadores están rellenas con tela metálica para favorecer la coalescencia y separación de las fases. La mayor parte de la extracción tiene lugar en las secciones de mezcla, aunque también se produce algo en las secciones de calma, de forma que la eficacia de cada unidad de mezclador-sedimentador es a veces superior al 100 por 100. Cada mezclador-sedimentador tiene una altura

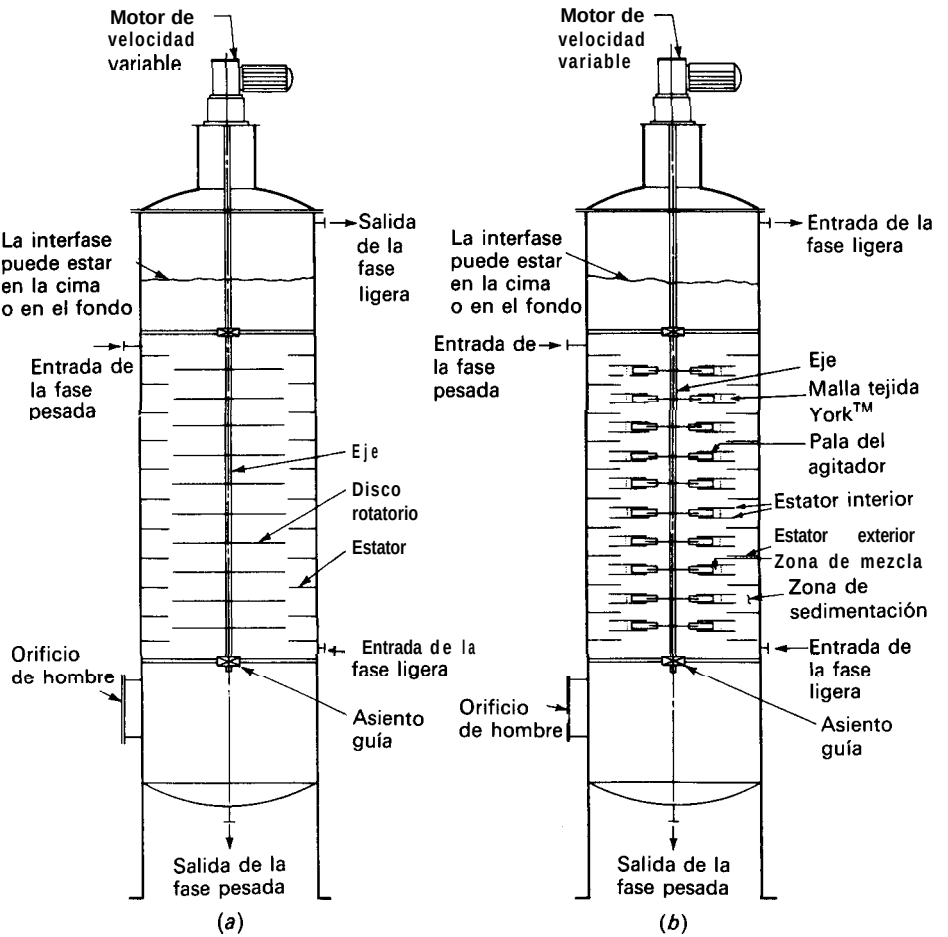


Figura 19.9. Torres de extracción agitadas: (a) unidad de discos rotatorios; (b) extractor de York-Scheibel ***(York Process Equipment Co.)***

típica de 1 a 2 pies, de forma que pueden obtenerse varios contactos teóricos con una altura razonablemente corta de columna. Sin embargo, el problema de mantenimiento de las partes móviles interiores, especialmente con líquidos corrosivos, puede constituir una seria desventaja.

Columnas pulsadas. La agitación puede también comunicarse por medios externos, tal como ocurre en las columnas pulsadas. Una bomba alternativa «pulsa» todo el contenido de la columna a intervalos frecuentes, de forma que un rápido movimiento alternativo de amplitud relativamente pequeña se superpone al flujo ordinario de las fases líquidas. La torre puede ser de relleno ordinario o de platos perforados. En una torre de relleno la pulsación dispersa los líquidos y suprime la canalización, de forma que mejora considerablemente el contacto entre las fases. En las torres de platos perforados, las perforaciones son más pequeñas que en las torres no pulsadas, oscilando entre 1,5 y 3 mm de diámetro, con un área abierta total en cada plato de 6 a 23 por 100 de la sección transversal de la torre. Estas torres se utilizan casi siempre para tratar líquidos radiactivos altamente corrosivos. No utilizan conductos de descenso. En el comportamiento ideal, la pulsación provoca la dispersión del líquido ligero en la fase pesada durante la carrera ascendente y la fase pesada se proyecta en la fase ligera durante la carrera descendente. En estas condiciones la eficacia de las etapas puede ser del 70 por 100. Sin embargo, esto es posible solamente cuando los volúmenes de las dos fases son aproximadamente iguales y cuando casi no hay variación de volumen durante la extracción. En el caso más frecuente las sucesivas dispersiones son menos eficaces y hay retromezcla de una fase en una dirección, con lo cual la eficacia de los platos disminuye en un 30 por 100. En columnas pulsadas, tanto de relleno como de platos perforados, la altura que se requiere para obtener un determinado número de contactos teóricos es con frecuencia menor de la tercera parte que la correspondiente a una columna no pulsada".

Extractores centrífugos. La dispersión y separación de la fase se puede acelerar grandemente por medio de la fuerza centrífuga y es utilizada por varios extractores comerciales. El extractor Podbielniak contiene una cinta perforada situada en el interior de una pesada carcasa metálica, que va arrollada en espiral alrededor de un eje hueco horizontal, a través del cual entran y salen los líquidos. El líquido ligero se bombea hasta la parte exterior de la espiral a una presión comprendida entre 3 y 12 atm para vencer la fuerza centrífuga, mientras que el líquido pesado se introduce por el centro. Los líquidos fluyen en contracorriente a través del paso formado por la cinta y las 'paredes de la carcasa. El líquido pesado se mueve hacia fuera a lo largo de la cara externa de la espiral, mientras que el ligero es forzado por desplazamiento a fluir hacia dentro a lo largo de la cara interna. Se genera un elevado esfuerzo cortante en la interfase líquido-líquido dando lugar a una rápida transferencia de materia. Además, algo de líquido se proyecta a través de las perforaciones de la cinta y aumenta la turbulencia. En una sola máquina se pueden conseguir hasta 20 contactos teóricos, si bien lo más frecuente es de 3 a 10 contactos. Los extractores centrífugos son caros y encuentran una aplicación relativamente limitada. Tienen las ventajas

de producir muchos contactos teóricos en un pequeño espacio y tener tiempos de residencia muy pequeños, del orden de 4. Son muy valiosos para la extracción de productos sensibles tales como vitaminas y antibióticos.

Equipo auxiliar. La fase dispersa de una torre de extracción se deja coalescer en algún punto para formar una capa continua de la que se retira una corriente de producto. La interfase entre esta capa y la fase continua predominante se forma en una sección abierta en la cima o en el fondo de una torre de relleno; en una torre de platos perforados la sección abierta se forma cerca de la parte superior de la torre cuando la fase ligera es la dispersa, mientras que si la fase dispersa es la pesada, la interfase se mantiene cerca del fondo de la torre. Con frecuencia el nivel de la interfase se controla automáticamente de una forma análoga al caso de un decantador continuo por gravedad. En columnas grandes la interfase se mantiene a veces en el nivel deseado por medio de un controlador de nivel que acciona una válvula situada en la línea de descarga del líquido pesado.

En extracción líquido-líquido casi siempre es necesario separar el disolvente del extracto o del refinado, o de ambos. Por tanto, resultan esenciales equipos auxiliares tales como sistemas de destilación, evaporadores, calentadores y condensadores, para su empleo en sistemas de extracción y, con frecuencia, su coste es mucho mayor que el dispositivo de extracción en sí. Tal como se ha mencionado al comienzo de esta sección, si una determinada separación se puede realizar tanto por destilación como por extracción, generalmente resulta más favorable económicamente la destilación. La extracción resuelve problemas que no pueden resolverse exclusivamente por destilación, pero habitualmente no suprime la necesidad de utilizar la destilación o la evaporación en alguna parte del sistema de separación,

Fundamentos de la extracción

Puesto que la mayor parte de los métodos de extracción continua usan contactos en contracorriente entre dos fases, una formada por un líquido más ligero y otra por un líquido más pesado, muchos de los fundamentos de la absorción de gases en contracorriente y de la rectificación se pueden aplicar a la extracción líquido-liquido. Así, cuestiones tales como etapas ideales, eficacia de las etapas, relación mínima entre las dos corrientes y tamaño del equipo tienen la misma importancia en extracción que en destilación.

Equilibrios y composiciones de las fases. Las relaciones de equilibrio en extracción líquido-líquido son generalmente más complicadas que en otras separaciones, debido a que están presentes tres o más componentes y en cada fase hay algo de cada uno de los componentes. Los datos de equilibrio se presentan con frecuencia en un diagrama triangular, como los que se muestran en las Figuras 19.10 y 19.11. El sistema acetona-agua metilisobutilcetona (MIK), Figura 19.10, es un ejemplo de un sistema tipo 1, que presenta miscibilidad parcial del disolvente (MIK) y el diluyente (agua), pero miscibilidad completa del disolvente

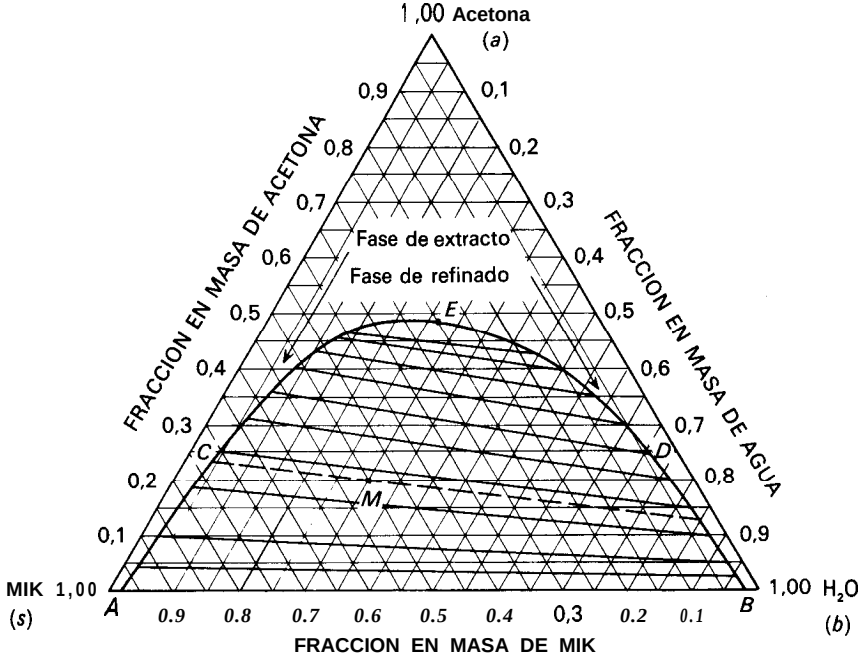


Figura 19.10. Sistema acetona-MIK-agua a 25 °C. (*Othmer, White y Trueger*[8].)

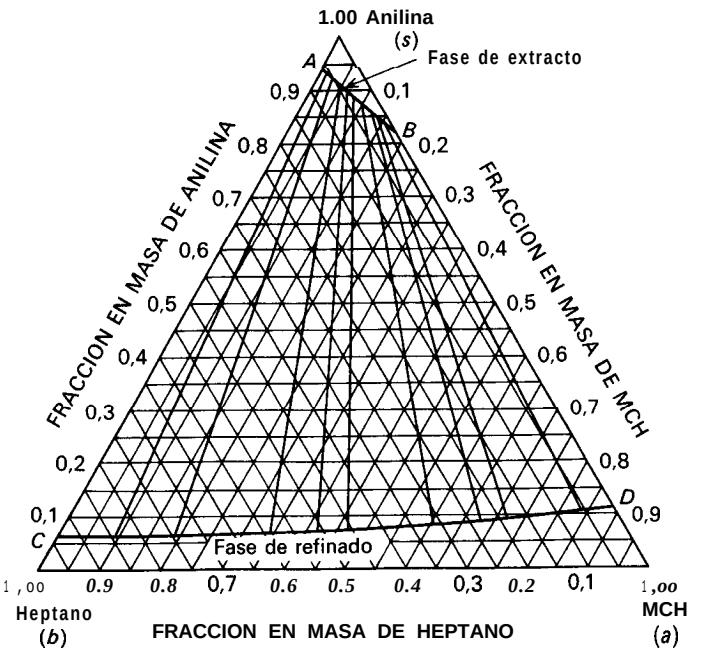


Figura 19.11. Sistema anilina-n-heptano-MCH a 25 "C: *a*, soluto, MCH; *b*, diluyente, n-heptano; s, disolvente, anilina. (*Varteressian y Fenske* [13].)

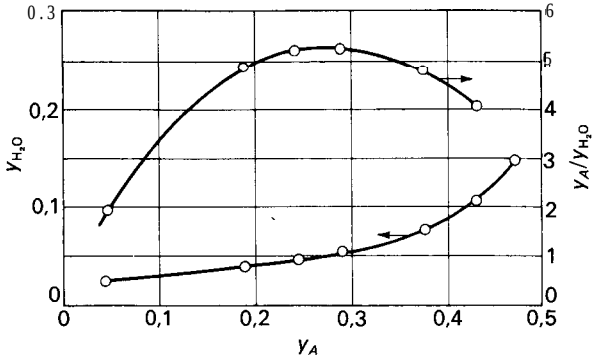


Figura 19.12. Composición de la fase de extracto para el sistema MIK-acetona-H_2O.

y el componente que se desea extraer (acetona). Anilina-*n*-heptano-metilciclohexano (MCH) forman un sistema II (Fig. 19.11), donde el disolvente (anilina) es parcialmente miscible con los otros dos componentes.

Algunas de las características de un proceso de extracción se pueden ilustrar utilizando la Figura 19.10. Cuando se añade disolvente a una mezcla de acetona y agua, la composición de la mezcla que resulta está situada sobre una línea recta que une el punto del disolvente puro y el punto correspondiente a la mezcla original. Cuando se añade suficiente cantidad de disolvente para que todas las composiciones estén situadas debajo de la curva en forma de domo, la mezcla se escinde en dos fases. Los puntos que representan las composiciones de las fases pueden unirse por una recta de reparto que pasa a través del punto representativo de la composición global. Para mayor claridad solamente se representan unas pocas rectas de reparto, y las demás se pueden obtener por interpolación. La línea ACE representa las composiciones de la capa de MIK (extracto) y la línea *BDE* representa las composiciones de la capa de agua (refinado). Al aumentar el contenido global de acetona, las composiciones de las dos fases se acercan entre sí y se hacen iguales en el punto E, que recibe el nombre de *punto crítico.*

Las rectas de reparto de la Figura 19.10 están inclinadas hacia la izquierda y la fase de extracto es más rica en acetona que la fase de refinado. Esto sugiere que la mayor parte de la acetona deberá extraerse desde la fase acuosa utilizando solamente una moderada cantidad de disolvente. Si las rectas de reparto fuesen horizontales o estuviesen inclinadas hacia la derecha, la extracción todavía sería posible, pero sería preciso utilizar más disolvente ya que el extracto final no sería tan rico en acetona.

La relación de producto deseado (acetona) a diluyente (agua) tendría que ser elevada para un proceso práctico de extracción. La solubilidad del agua en el disolvente MIK es solamente del 2 por 100, pero al aumentar la concentración de acetona aumenta también el contenido de agua en la fase de extracto. Los datos de la Figura 19.10 se representan en la Figura 19.12 para mostrar el gradual aumento en el contenido de agua y_{H_2O} con el contenido de acetona y_A. La relación y_A/y_{H_2O} pasa por un máximo para aproximadamente el 27 por 100 en

peso de acetona en la fase de extracto. Se podría obtener una mayor concentración de acetona pero la mayor cantidad de agua en el producto de extracto probablemente haría indeseable la operación en estas condiciones.

Las composiciones que resultan de un solo contacto de extracción se obtienen fácilmente utilizando el diagrama triangular. Por ejemplo, si una mezcla con 40 por 100 de acetona y 60 por 100 de agua se pone en contacto con la misma masa de MIK como disolvente, la mezcla global está representada por el punto M de la Figura 19.10. Se traza ahora una nueva recta de reparto, encontrando que la fase de extracto sería 0,232 de acetona, 0,043 de agua y 0,725 de MIK. La fase de refinado sería 0,132 de acetona, 0,845 de agua y 0,023 de MIK. Un repetido contacto de la fase de refinado con disolvente fresco, un proceso que recibe el nombre de extracción con corrientes cruzadas, permitiría recuperar la mayor parte de la acetona, pero sería menos eficaz que utilizar una cascada en contracorriente debido al gran volumen de disolvente que se requiere.

Uso del método de McCabe-Thiele. La separación que se alcanza con un determinado número de etapas ideales en una cascada en contracorriente puede determinarse utilizando un diagrama triangular y técnicas gráficas especiales, pero una modificación del método de McCabe-Thiele, que es la que se utiliza aquí, resulta sencilla y conduce a resultados satisfactorios en la mayoría de los casos. El método lija la atención en la concentración de soluto en las fases de extracto y de refinado, y el diagrama no muestra la concentración del diluyente en el extracto ni la concentración de disolvente en el refinado Sin embargo, estos componentes menores de ambas fases se tienen en cuenta al determinar el flujo total de extracto y refinado, lo que afecta a la posición de la línea de operación.

Para aplicar el método de McCabe-Thiele a extracción, los datos de equilibrio se representan en un gráfico rectangular, donde la fracción de masa de soluto en el extracto, o fase V, se representa como ordenada, y la fracción de masa de soluto en la fase de refinado se representa como abscisa. Para un sistema de tipo 1, la línea de equilibrio termina para composiciones iguales en el punto crítico. El uso de sólo una concentración para caracterizar una mezcla ternaria puede parecer extraño pero, si las fases que abandonan una etapa están en equilibrio, solamente se requiere una concentración para lijar las composiciones de ambas fases.

La línea de operación para el diagrama de extracción está basada en la Ecuación (19.3), que expresa la relación entre la concentración que sale de la etapa n en la fase L y la que viene de la etapa $n + 1$ en la fase V. Los puntos extremos de la línea de operación (x_a, y_a) y (x_b, y_b) están generalmente determinados por un balance global de materia, teniendo en cuenta los datos del equilibrio ternario. Debido a que disminuye la fase de refinado (L) y aumenta la fase de extracto (V) a medida que pasan a través de la columna, la línea de operación es curva. Para establecer uno o más puntos intermedios de la línea de operación se aplica un balance de materia a una parte de la cascada. El número de etapas ideales se determina entonces trazando escalones en la forma habitual.

Si el número de etapas ideales está especificado, la fracción de soluto extraído y las composiciones finales se determinan por tanteo. Se supone la fracción

extraída o la composición del extracto final y se construye la línea de la curva de equilibrio. Si se requieren muchas etapas, se supone una menor fracción extraída y se repiten los cálculos.

Ejemplo 19.3. Una planta de extracción en contracorriente se utiliza para extraer acetona (A) a partir de su mezcla con agua por medio de metilisobutilcetona (MIK) a una temperatura de 25 "C. La alimentación consta de 40 por 100 de acetona y 60 por 100 de agua. Como líquido de extracción se utiliza igual masa de disolvente puro. ¿Cuántas etapas ideales se requieren para extraer el 99 por 100 de acetona que entra con la alimentación? ¿Cuál es la composición del extracto después de separado el disolvente?

SOLUCIÓN

Se utilizan los datos de la Figura 19.10 para preparar un gráfico de la relación de equilibrio y_A vs. x_A, que es la curva superior de la Figura 19.13. Los puntos extremos de la línea de operación se determinan mediante balances de materia teniendo en cuenta las cantidades de agua en la fase de extracto y de MIK en la fase de refinado.
Base: F = 100 unidades de masa por hora.
Sean

n = velocidad de flujo de masa de H_2O en el extracto
m = velocidad de flujo de masa de MIK en el refinado

Para una recuperación del 99 por 100 de A, el extracto tiene $0{,}99 \times 40 = 39{,}6A$, y el refinado tiene $0{,}4A$. Los flujos totales son

En la cima $L_a = F = 100 = 40A + 60H_2O$
$V_a = 39{,}6A + nH_2O + (100 - m)MIK = 139{,}6 + n - m$

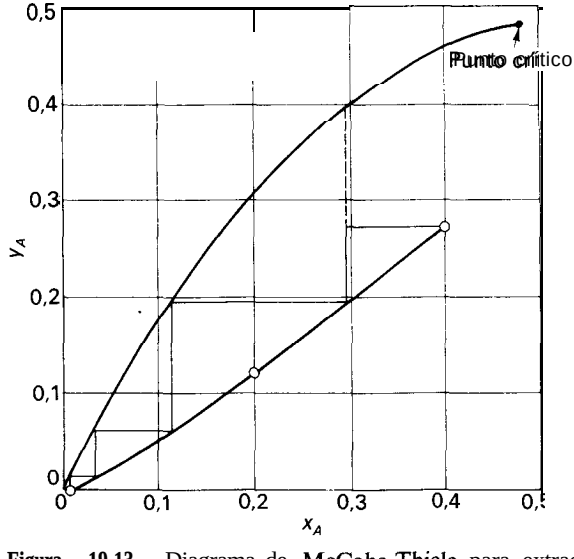


Figura 19.13. Diagrama de McCabe-Thiele para extracción (Ej. 19.3).

En el fondo V_b = 100 MIK

$$L_b = 0{,}4A + (60 - n)H_2O + mMIK = 60{,}4 + m - n$$

Puesto que n y m son pequeños y tienden a anularse en las sumas de V_a y L_a, el flujo total de extracto V_a es del orden de 140, lo que daría lugar a $y_{A,a} \approx 39{,}6/140 = 0{,}283$. El valor $x_{A,b}$ es del orden de $0{,}4/60 = 0{,}0067$. Estas estimaciones se ajustan después de calcular los valores de n y m.

A partir de la Figura 19.10 para $y_A = 0{,}283$, $y_{H_2O} = 0{,}049$

$$n = \frac{0{,}049}{1 - 0{,}049}(39{,}6 + 100 - m)$$

Si m es muy pequeño, $n \approx (0{,}049/0{,}951)(139{,}6) = 7{,}2$.

A partir de la Figura 19.10 para $x_A = 0{,}007$, $x_{MIK} = 0{,}02$

$$m = \frac{0{,}02}{1 - 0{,}02}(0{,}4 + 60 - n)$$

$$m \approx \frac{0{,}02}{0.98}(0{,}4 + 52{,}8) = 1{,}1$$

Valor revisado de $n = (0{,}049/0{,}951)(139{,}6 - 1{,}1) = 7{,}1$

$$V_a = 139{,}6 + 7{,}1 - 1{,}1 = 145{,}6$$

$$y_{A,a} = \frac{39{,}6}{145{,}6} = 0{,}272$$

$$L_b = 60{,}4 + 1{,}1 - 7{,}1 = 54{,}4$$

$$x_{A,b} = \frac{0{,}4}{54.4} = 0{,}0074$$

Se representan los puntos (0,0074, 0) y (0,40, 0,272) para establecer los extremos de la línea de operación.

Para un punto intermedio de la línea de operación se toma $y_A = 0{,}12$ y se calcula V y L. A partir de la Figura 19.10, $y_{H_2O} = 0{,}03$, $y_{MIK} = 0{,}85$. Puesto que la fase de refinado tiene solamente de 2 a 3 por 100 de MIK, supóngase que la cantidad de MIK en el extracto es 100, la misma que la alimentación de disolvente:

$$100 \approx V y_{MIK}$$

$$V \approx \frac{100}{0{,}85} = 117{,}6$$

Mediante un balance global desde la entrada de disolvente (fondo) hasta el punto intermedio,

$$V_b + L = L_b + V$$

$$L \approx 54{,}4 + 117{,}6 - 100 = 72{,}0$$

Un balance de A para la misma sección da x_A:

$$Lx, + V_b y_b = L_b x_b + v y,$$
$$Lx_A \approx 0{,}4 + 117{,}6(0{,}12) - 0$$
$$x_A \approx \frac{14{,}5}{72} = 0{,}201$$

Este valor es probablemente suficientemente exacto, pero se pueden determinar valores corregidos de V, L y x_A. Para $x_A = 0{,}201$, $x_{MIK} \approx 0{,}03$ (Fig. 19.10). Un balance de MIK desde la entrada de disolvente hasta el punto intermedio conduce a

$$V_b + Lx_{MIK} = L_b x_{MIK,b} + Vy_{MIK}$$
$$Vy_{MIK} = 100 + 72(0{,}03) \quad 1{,}1$$

Valor revisado de $V = \frac{101{,}1}{0{,}85} = 118{,}9$

Valor revisado de $L = 54{,}4 + 118{,}9 - 100 = 73{,}3$

Valor revisado de $x_A = \frac{0{,}4 + 118{,}9(0{,}12)}{73.3} = 0{,}200$

Se representa $x_A = 0{,}20$, $y_A = 0{,}12$, que da lugar a una línea de operación ligeramente curva. A partir de la Figura 19.13, N = 3,4 etapas.

Extracción en contracorriente de sistemas de tipo II utilizando reflujo. Lo mismo que en destilación en la extracción en contracorriente se puede utilizar reflujo para mejorar la separación de los componentes de la alimentación. Este método resulta especialmente eficaz para el tratamiento de sistemas tipo II, debido a que con una cascada alimentada por el centro y el uso de reflujo los dos componentes de la alimentación se pueden separar en productos prácticamente puros.

En la Figura 19.14 se presenta un diagrama de flujo para extracción en contracorriente con reflujo. Para resaltar la analogía entre este método y el fraccionamiento se supone que la cascada es una columna de platos. Sin embargo, se puede utilizar cualquier otro tipo de cascada. El método requiere que se separe suficiente disolvente del extracto que sale de la cascada para formar un refinado, parte del cual se retorna a la cascada como reflujo, retirando el resto como producto de la planta. El refinado se retira de la planta como producto de cola y el disolvente fresco se introduce por el fondo de la cascada. No se devuelve nada del refinado de cola como reflujo, ya que el número de etapas que se requieren es el mismo si se recicla o no refinado al fondo de la cascada [11]. La situación no es la misma que en la destilación continua, en la que parte de las colas han de vaporizarse suministrando calor a la columna.

El separador de disolvente, que generalmente es un destilador, se representa en la Figura 19.14. Tal como se muestra también en la Figura 19.14, el disolvente ha de eliminarse de ambos productos con el fin de obtener unos productos exentos de disolvente.

En la Tabla 19.3 se presenta la estrecha analogía entre destilación y extrac-

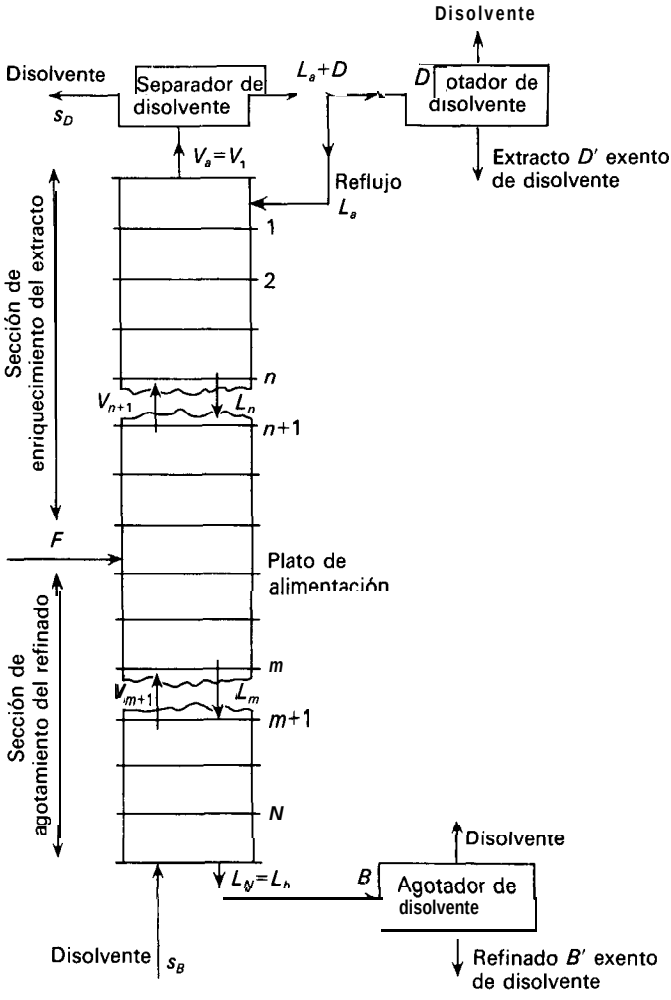


Figura 19.14. Extracción en contracorriente con reflujo.

ción utilizando en ambos casos reflujo. Obsérvese que el disolvente juega en extracción el mismo papel que el calor en destilación.

Relaciones de reflujo límite. Al igual que en destilación, existen dos casos límite en la operación de un extractor en contracorriente con reflujo., Cuando la relación de reflujo R_D se hace muy grande, el número de etapas tiende hacia un valor mínimo y cuando R_D disminuye se alcanza un valor mínimo de la relación de reflujo para el cual el número de etapas se hace infinito. El número mínimo de etapas y la relación de reflujo mínima se obtienen exactamente por los mismos métodos utilizados para determinar sus valores en destilación.

Tabla 19.3. Comparación de extracción y destilación, utilizando en ambos casos reflujo.

Destilación	Extracción
Flujo de vapor en la cascada V	Flujo de extracto en la cascada V
Flujo de líquido en la cascada L	Flujo de refinado en la cascada L
Producto de cabeza D	Producto de extracto D
Producto de cola B	Producto de refinado B
Condensador	Separador de disolvente
Enfriador del producto de cola	Agotador de disolvente del refinado
Calor al calderín q_r	Disolvente a la cascada s_B
Retirada de calor en el condensador q_c	Retirada de disolvente en el separador s_D
Relación de reflujo $R_D = L_a/D$	Relación de reflujo $R_D = L_a/D$
Sección de rectificación	Sección de enriquecimiento del extracto
Sección de agotamiento	Sección de agotamiento del refinado

Ejemplos prácticos de extracción con reflujo. Hay pocos, si es que hay alguno, ejemplos prácticos de reflujo de la forma sencilla que se muestra en la Figura 19.14. Para sistemas tales como anilina-heptano-metilciclohexano (Fig. 19.11), la relación de MCH a heptano en el extracto es sólo moderadamente mayor que en el refinado, de forma que se necesitarían muchas etapas para obtener productos de alta pureza. Además, la baja solubilidad de ambos solutos en anilina requeriría utilizar un gran flujo de disolvente. Sin embargo, en diversos procesos industriales se ha aplicado una modificación del concepto de reflujo. El enriquecimiento del extracto se consigue efectuando un lavado en contracorriente con otro líquido, elegido de tal forma que las pequeñas cantidades de este líquido que se disuelven en el extracto se puedan separar fácilmente. Un ejemplo de este tipo es el proceso Sulfolane para la extracción de aromáticos.

Proceso Sulfolane. En la Figura 19.15 se presenta un diagrama de flujo para el proceso Sulfolane'. La alimentación de hidrocarburos se introduce cerca de la parte central del extractor y el disolvente pesado se introduce como alimentación por la parte superior. En la sección superior casi todos los aromáticos son extraídos del refinado, pero el disolvente en este punto también contiene un pequeño porcentaje de parafinas y naftenos. Los puntos de ebullición se solapan, de forma que la separación de aromáticos puros por destilación de este material no es posible. Por otra parte, el sulfolano y los hidrocarburos forman un sistema de tipo 1 con un punto crítico, de forma que no se pueden obtener aromáticos exentos de parafinas refluyendo una parte del producto de extracto exento de disolvente.

En la sección inferior del extractor, las parafinas de medio y alto punto de ebullición son desplazadas de la fase de extracto por contacto con una fracción de hidrocarburos de bajo punto de ebullición preparada por destilación del extracto. En el sistema hay agua que forma un azeótropo de baja temperatura de ebullición con los hidrocarburos más ligeros, de tal forma que la destilación es en realidad una destilación azeotrópica (véase el Cap. 20). Los vapores procedentes

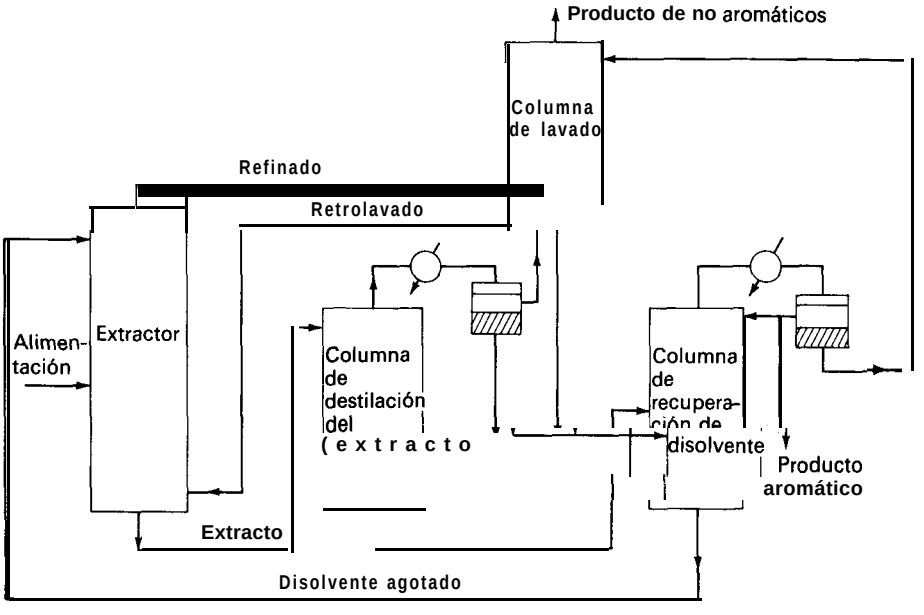


Figura 19.15. Proceso Sulfolane de extracción. (Según *Broughton y Asselin*[2].)

de la columna se condensan, se separan en dos fases y la fase de hidrocarburos se retorna al extractor para lavado. En la sección inferior del extractor existen suficientes etapas para producir una transferencia casi completa de las parafinas medias y pesadas hacia la fase de refinado. El extracto sale saturado con hidrocarburos ligeros, pero estos se separan en la columna de destilación azeotrópica.

El disolvente se recupera en la segunda columna de destilación, que es una columna de destilación a vacío con vapor de agua y que utiliza reflujo de la fase orgánica par obtener aromáticos de alta pureza. La columna final es una columna de extracción de múltiple etapa, en la que se utiliza agua para lavar el disolvente del refinado. Hay un ciclo cerrado de agua para minimizar las pérdidas de disolvente y se puede tolerar una pequeña cantidad de agua en el disolvente de extracción.

La corriente de lavado se llama a veces contrasolvente o reflujo, pero el término «reflujo» debiera de reservarse para corrientes que tienen la misma composición que el producto. La corriente de lavado no tiene por qué ser un material de bajo peso molecular, y en alguna versión del proceso Sulfolane está formada por una fracción parafínica pesada que se puede separar fácilmente tanto del extracto como del refinado.

SIMBOLOS

a_v Superficie específica del relleno, pie^2/pie^3 o m^2/m^3

B Producto de cola, lb o kg de mezcla base por hora; B', producto de cola que sale del agotador

D Producto de cabeza, lb o kg totales o de mezcla base por hora
F Alimentación de la cascada de extracción, lb o kg de mezcla base por hora
H Entalpía, Btu/lb o J/g
L Flujo inferior, o fase de refinado, lb o kg totales o de mezcla base por hora; L_a, que entra en la cascada; L_b, que sale de la cascada; L_m, que sale de la etapa m; L_n, que sale de la etapa n
m Número de etapa de la sección de agotamiento; también velocidad de flujo de masa de MIK en el refinado (Ej. 19.3), lb/h o kg/h
N Número de etapas ideales
n Número de etapa de la sección de rectificación; también velocidad de flujo de masa de agua en el extracto (Ej. 19.3), lb/h o kg/h
q Calor comunicado, Btu/h o J/g; $-q_c$, en el condensador; q_r, en el calderín
R_D Relación de reflujo
s Libras de queroseno en el disolvente (Ej. 19.1); s_B, disolvente añadido al producto de cola, lb/h o kg/h; s_D, disolvente retirado del producto de cola, lb/h o kg/h
V Flujo superior, o fase de extracto, masa o moles de mezcla base por hora; V_a, que sale de la cascada; V_b, que entra en la cascada; V_{m+1}, que sale de la etapa $m + 1$; V_{n+1}, que sale de la etapa $n + 1$
$\bar{V}_s$ Velocidad superficial, pies/h o m/h. $\bar{V}_{s,c}$, de la fase continua; $\bar{V}_{s,d}$, de la fase dispersa.
x Fracción de masa de soluto en el flujo inferior o fase L; x_A, x_{MIK}, fracción de masa de acetona y de MIK, respectivamente, basadas en toda la fase L; x_n, a la entrada; x_e, valor de equilibrio; x_n, que sale de la etapa n
y Fracción de masa de soluto en el flujo superior o fase V; y_n, y_{H_2O}, y_{MIK}, fracción de masa de acetona, de agua y de MIK, respectivamente, basadas en toda la fase V; y_a, a la salida; x_b, a la entrada; y_e, valor de quilibrio; y_{n+1}, que sale de la etapa $n + 1$
y^* Concentración de la disolución de la corriente superior en equilibrio con una disolución especificada de la corriente inferior; y_a^*, en equilibrio con x_a; y_b^*, en equilibrio con x_b

Letras griegas

$\Delta\rho$ Diferencia de densidad entre las fases, lb/pie^3 o kg/m^3
ε Fracción de huecos en la sección de relleno
μ_c Viscosidad de la fase continua, lb/pies-h o kg/m-s
ρ_C Densidad de la fase continua, lb/pie^3 o kg/m^3
σ Tensión interfacial, dina/cm o lb$_f$/pies

PROBLEMAS

19.1. Un mineral de cobre tostado, que contiene cobre como $CuSO_4$, ha de extraerse en un extractor de etapas en contracorriente. Cada hora se ha de tratar una carga consistente en 10 toneladas de ganga, 1,2 toneladas de sulfato de cobre y 0,5 toneladas de agua. La disolución concentrada producida ha de consistir en 90 por 100 de agua y 10 por 100 de $CuSO_4$ en peso. La recuperación de $CuSO_4$ ha de ser del 98 por 100 del contenido en el mineral. Como disolvente fresco se utilizará agua pura. A la salida de cada etapa 1 tonelada de ganga inerte retiene 2 toneladas de agua más sulfato de cobre disuelto en agua. En cada etapa se alcanza el equilibrio. ¿Cuántas etapas se requerirán?

19.2. Una batería de extracción en contracorriente se utiliza para extraer el lodo procedente de la reacción

$$Na_2CO_3 + Ca0 + H_2O \rightarrow CaCO_3 + 2NaOH$$

El $CaCO_3$ lleva consigo 1,5 veces su peso de disolución al fluir de una etapa a otra. Se desea recuperar el 90 por 100 de NaOH. Los productos de la reacción entran en la primera unidad sin exceso de reactantes pero con 0,5 kg de H_2O por kg de $CaCO_3$. (a) ¿Cuánta agua de lavado debe utilizarse por kilogramo de carbonato cálcico? (b) ¿Cuál es la concentración de la disolución que sale de cada unidad, suponiendo que el $CaCO_3$ es completamente insoluble? (c) Utilizando la misma cantidad de agua de lavado, ¿cuántas unidades es preciso añadir para recuperar el 99,5 por 100 del hidróxido sódico?

19.3. En el Problema 19.2 se ha encontrado que el lodo retiene una proporción de disolución que varía con la concentración en la forma que se indica en la Tabla 19.4. Si se ha de producir una disolución del 10 por 100 de NaOH, ¿cuántas etapas deberán utilizarse para recuperar el 95 por 100 del NaOH?

19.4. Se ha de estraer aceite de hígado de bacalao con éter en una batería de extracción en contracorriente. El arrastre de disolución por la masa de hígado triturado se ha encontrado por experimentación que es el que se muestra en la Tabla 19.5. En la batería de extracción la carga por celda es de 100 lb, basada en hígados totalmente agotados. Los hígados no extraídos contienen 0,043 galones de aceite por libra de material agotado. Se desea obtener una recuperación de aceite del 95 por 100. El extracto final ha de contener 0,65 galones de aceite por galón de extracto. La alimentación de aceite que entra en el sistema está exenta de aceite. (a) ¿Cuántos galones de éter se necesitan por carga de hígados? (b) ¿Cuántos extractores se necesitan?

Tabla 19.4

NaOH, peso %	0	5	10	15	20
Kg de disolución/kg de $CaCO_3$	1,50	1,75	2,20	2,70	3,60

Tabla 19.5

Disolución retenida por 1 lb de hígados agotados, galones	Concentración de la disolución, galones de aceite/galón de disolución	Disolución retenida por 1 lb de hígados agotados, galones	Concentración de la disolución, galones de aceite/galón de disolución
0,035	0	0,068	0,4
0,042	0,1	0,081	0,5
0,050	0,2	0,099	0,6
0,058	0,3	0,120	0,68

19.5. En una batería continua de mezcladores-sedimentadores en contracorriente, 100 kg/h de una disolución de acetona agua 40:60 ha de reducirse hasta el 10 por 100 de acetona por extracción con 1,1,2-tricloroetano a 25 °C. (a) Calcúlese el flujo mínimo de disolvente. (b) Para 1,6 veces la relación mínima (flujo de disolvente)/(flujo de alimentación), calcúlese el número de etapas que se requieren. (c) Para las condiciones del apartado (b), calcúlense las velocidades de flujo de masa de todas las corrientes. Los datos se dan en la Tabla 19.6.

Tabla 19.6. Datos de equilibrio

Curva de solubilidad limitante		
$C_2H_3Cl_3$, peso %	Agua, peso %	Acetona, peso %
94,73	0,26	5,01
79,58	0,76	19,66
67,52	1,44	31,04
54,88	2,98	42,14
38,31	6,84	54,85
24,04	15,37	60,59
15,39	26,28	58,33
6,77	41,35	51,88
1,72	61,11	37,17
0,92	74,54	24,54
0,65	87,63	11,72
0,44	99,56	0,00

Rectas de reparto					
Peso % en la capa de agua			Peso % en la capa de tricloroetano		
$C_2H_3Cl_3$	Agua	Acetona	$C_2H_3Cl_3$	Agua	Acetona
0,52	93,52	5,96	90,93	0,32	8,75
0,73	82,23	17,04	73,76	1,10	25,14
1,02	72,06	26,92	59,21	2,27	28,52
1,17	67,95	30,88	53,92	3,11	42,97
1,60	62,67	35,73	47,53	4,26	48,21
2,10	57,oo	40,90	40,00	6,05	53,95
3,75	50,20	46,05	33,70	8,90	57,40
6,52	41,70	51,78	26,26	13,40	60,34

Tabla 19.7. Datos de equilibrio

Capa de extracto				Capa de refinado		
4 %		*B*, %	*C*, %	*A*, %	*B*, %	*C*, %
0	7,0	93,0		0	92,0	8,0
1,0	6,1	92,9		9,0	81,7	9,3
1,8	5,5	92,7		14,9	75,0	10,1
3,7	4,4	91,9		25,3	63,0	11,7
6,2	3,3	90,5		35,0	51,5	13,5
9,2	2,4	88,4		42,0	41,0	17,0
13,0	1,8	85,2		48,1	29,3	22,6
18,3	1,8	79,9		52,0	20,0	28,0
24,5	3,0	72,5		47,1	12,9	40,0
31,2	5,6	63,2	Punto crítico			

19.6. Dos líquidos *A* y *B* que tienen temperaturas de ebullición casi iguales, han de separarse por extracción con un disolvente C. Los datos de la Tabla 19.7 representan el equilibrio entre las dos fases liquidas a 95 °C. Determínese la cantidad mínima de reflujo que debe de ser retornada desde el producto de extracto y desde el producto de refinado para producir un extracto que contenga 83 por 100 de *A* y 17 por 100 de *B* (sobre una base de exento de disolvente) y un producto de refinado que contenga 10 por 100 de *A y 90* por 100 de *B* (exento de disolvente). La alimentación contiene 33 por 100 de *A y 65* por 100 de *B* sobre una base de exento de disolvente y es un refinado saturado. El refinado es el líquido más pesado. Determínese el número de etapas ideales, a ambos lados de la alimentación, que se requieren para producir los mismos productos finales a partir de la misma alimentación, cuando la relación de reflujo de extracto, expresada como libras de reflujo de extracto por libra de producto de extracto (incluyendo el disolvente), es el doble del valor mínimo. Calcúlense las masas de las distintas corrientes por 1000 lb de alimentación, todas ellas sobre la base de exentas de disolvente.

19.7. Un extractor consistente en una torre de pulverización opera a 30 °C dispersando gotas de hidrocarburo en agua. La densidad de la fase de hidrocarburo es 53 lb/pie^3. Si el tamaño medio de las gotas es de 2,0 mm, calcúlese la velocidad terminal de las gotas. Si la velocidad de deslizamiento se supone que es independiente de la retención, y si la velocidad de flujo volumétrico de la fase dispersa se considera que es el doble de la fase continua, ¿para qué velocidad de flujo de la fase dispersa seria la fracción de retención 0,3 (próxima a la inundación)? Para diferentes relaciones de las velocidades de flujo, ¿es la suma de las velocidades de flujo, o bien la suma de sus raíces cuadradas, aproximadamente constante para una retención dada? (Véase la correlación de la Fig. 19.7.)

19.8. Estímese la velocidad de inundación para una columna de extracción rellena con esferas de 0,5 pulg de diámetro y que opera con agua y tolueno a 30 °C. El tolueno es la fase dispersa y tiene una velocidad de flujo doble de la de la fase acuosa.

19.9. Una mezcla que contiene 40 por 100 en peso de acetona y 60 por 100 en peso de agua se pone en contacto con igual cantidad de MIK. (a) ¿Qué fracción de la acetona se puede extraer en un proceso de una sola etapa? (b) ¿Qué fracción de la acetona se extraeria si el disolvente fresco se dividiese en dos partes y se realizasen dos extracciones sucesivas?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BAKER, E. M.: *Trans, AIChE*, **32**:62 (1936).
2. BROUGHTON, D. B., y ASSELIN, *G.* F.: *Proc. Seventh World Petroleum Congress*, vol. *4,* p. *65,* Elsevier, New York, 1967.
3. BUSHNELL, J. D., *y* FROCCO, R. J.: *Hydrocarbon Proc.*, **59**(5): 119 (1980).
4. COFIELD, E. P., Jr.: *Chem. Eng.,* **58**(1):127 (1951).
5. CRAWFORD, J. W., y WILKE, C. R.: *Chem. Eng. Prog.,* **47**:423 (1951).
6. ELGIN, J. *C.: Trans. AIChE*, **32**:451 (1936).
7. GROSBERG, J. A.: *Znd. Eng. Chem.,* **42**:154 (1950).
8. OTHMER, D. F.; WHITE, R. E., y TRUEGER, E.: *Znd. Eng. Chem.,* 331240 (1941).
9. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook,» 5.ª ed., pp. 21-4 a 21-29, McGraw-Hill, New York, 1973.
10. SAGE, G., y WOODFIELD, F. W.: *Chem. Eng. Prog.,* **50**:396 (1954).
11. SKELLAND, A. H. P.: *Znd. Eng. Chem.,* **53**:799 (1961).
12. TREYBAL, R. E.: «Liquid Extraction», 2." ed., McGraw-Hill, New York, 1963.
13. VARTERESSIAN, K. A., y FENSKE, M. R.: *Znd. Eng. Chem.,* **29**:270 (1937).

CAPITULO

VEINTE

INTRODUCCION A LA DESTILACION MULTICOMPONENTE

Los capítulos precedentes tratan de la separación de mezclas binarias en sistemas de etapas por destilación, lixiviación o extracción líquido-líquido, cuyos cálculos de diseño se pueden realizar por técnicas gráficas. En muchas operaciones industriales han de separarse mezclas multicomponentes y se requieren extensos cálculos para determinar la distribución de componentes en los productos así como el número de etapas ideales que se necesitan. La destilación se utiliza mucho más que los otros métodos para la separación de mezclas líquidas complejas, y por esta razón este capítulo está dedicado a una introducción a la destilación de mezclas multicomponentes. Sin embargo, los fundamentos pueden aplicarse a otras separaciones tales como extracción o absorción multicomponente.

Al igual que la destilación de mezclas binarias en etapas de equilibrio, los cálculos de destilación de sistemas multicomponentes utilizan balances de materia y entálpicos, y equilibrios líquido-vapor. Para cada componente se puede escrbir un balance materia aplicado a la columna en su conjunto y a cada etapa individual, pero hay solamente un balance entálpico para la columna o para cada etapa. Los equilibrios entre fases son mucho más complejos que para sistemas binarios, debido al número de componentes y a que los equilibrios dependen de la temperatura, que varía de una etapa a otra.

En la práctica se utilizan fundamentalmente sistemas de cálculos digitales. El gran número de cálculos que es preciso realizar para cuantificar las variables de diseño y operación, así como las numerosos iteraciones que se requieren para conseguir la convergencia de las soluciones a las ecuaciones resultan prácticamente irrealizables por cálculos manuales. Este libro no está dedicado al estudio de ordenadores, pero todos ellos han de utilizar programas basados fundamentalmente en la temática de este libro.

Equilibrio entre fases para la destilación multicomponente. Los equilibrios vapor-líquido para una mezcla están descritos por los coeficientes de distribución, o razones de equilibrio K, siendo K para cada componente la relación entre las fracciones molares de las fases de vapor y líquido en equilibrio:

$$K_i \equiv \frac{y_{ie}}{x_{ie}} \tag{20.1}$$

Si las leyes de Raoult y Dalton son aplicables, se pueden calcular a partir de la presión de vapor y la presión total del sistema:

$$p_i = x_i P_i' \tag{20.2}$$

$$y_i = \frac{p_i}{P} \tag{20.3}$$

$$K_i = \frac{x_i P_i'}{P x_i} = \frac{P_i'}{P} \tag{20.4}$$

La ley es una buena aproximación para mezclas de compuestos similares, tales como las parafinas que se encuentran en fracciones de petróleo de baja temperatura de ebullición o de aromáticos recuperados a partir de la producción de coque. Sin embargo, a presiones elevadas, las razones de equilibrio K no varían exactamente de forma inversamente proporcional con la presión total debido a los efectos de compresibilidad. En los Apéndices 21 y 22 se presentan nomogramas de los valores de K para algunas parafinas y olefinas.

Las razones de equilibrio K dependen fuertemente de la temperatura debido a la variación de la presión de vapor, pero en cambio los valores relativos de K para dos componentes sólo varían moderadamente con la temperatura. La relación entre la constante Q se conoce con el nombre de volatilidad relativa:

$$\alpha_{ij} = \frac{y_i/x_i}{y_j/x_j} = \frac{K_i}{K_j} \tag{20.5}$$

Cuando es aplicable la ley de Raoult,

$$\alpha_{ij} = \frac{P_i'}{P_j'} \tag{20.6}$$

Según se verá más adelante, la volatilidad relativa media de un componente clave en el producto destilado con relación a la de un componente clave en el producto de cola puede utilizarse para estimar el número mínimo de etapas en una destilación multicomponente.

Cálculo del punto de burbuja y del punto de rocío. La determinación de la temperatura de burbuja (temperatura inicial de ebullición de una mezcla líquida) o de la temperatura de rocío (temperatura inicial de condensación) son necesarias para el cálculo de una destilación súbita o para cada una de las etapas de una destilación multicomponente. Las ecuaciones básicas para la temperatura de burbuja son

$$\sum_{i=1}^{N_c} y_i = \sum_{i=1}^{N_c} K_i x_i = 1{,}0 \tag{20.7}$$

y para la temperatura de rocío,

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_i = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{y_i}{K_i} = 1{,}0 \qquad (20.8)$$

donde N_c es el número de componentes.

Para utilizar la Ecuación (20.7) se supone un valor de la temperatura y los valores de K_i se obtienen a partir de tablas publicadas o de datos de presión de vapor conocida la presión total. Si el sumatorio de $K_i x_i$ es superior a 1,0, se elige una temperatura inferior y se repite el cálculo hasta que se cumpla la Ecuación (20.7). Si la temperatura de burbuja se determina exactamente ($\Sigma K_i x_i = 1{,}00$), la composición del vapor en equilibrio con este líquido viene dada directamente por los términos $K_i x_i$. Sin embargo, cuando el sumatorio es próximo a 1,0, la composición del vapor se puede determinar con poco error a partir de la contribución relativa de cada término al sumatorio:

$$y_i = \frac{K_i x_i}{\sum_{i=1}^{N_c} K_i x_i} \qquad (20.9)$$

Un procedimiento similar se utiliza para determinar la temperatura de rocío de una mezcla de vapor así como la composición del líquido en equilibrio con esta mezcla.

Ejemplo 20.1. Hállense las temperaturas de burbuja y de rocío, así como las correspondientes composiciones del vapor y el líquido, para una mezcla de 33 por 100 en moles de n-hexano, 37 por 100 en moles de n-heptano y 30 por 100 en moles de n-heptano a 1,2 atm de presión total.

SOLUCIÓN

Se representan las presiones de vapor de los tres componente en una gráfica semilogarítmica de log P frente a T (Fig. 20.1) o de log P frente a $1/T_{abs}$, donde T_{abs} es la temperatura absoluta en Kelvin.

Temperatura de ***burbuja.*** Se elige $T = 105\ ^\circ C$ para la cual la presión de vapor del heptano, que es el componente intermedio, es 1,2 atm.

Componente	P_i' a 105 °C, atm	$K_i = P_i'/1{,}2$	x_i	$y_i = K_i x_i$
1. Hexano	2,68	2,23	0,33	0,7359
2. Heptano	1,21	1,01	0,37	0,3737
3. Octano	0,554	0,462	0,30	0,1386
				$\Sigma y_i = 1{,}248$

Puesto que Σy_i es demasiado grande, se tantea con una temperatura menor. Puesto que la principal contribución proviene del primer término, se toma una temperatura para la cual K_i es menor en un factor 1/1,24. Se elige $T = 96\ ^\circ C$, para la que $P_i' = 2{,}16$ atm.

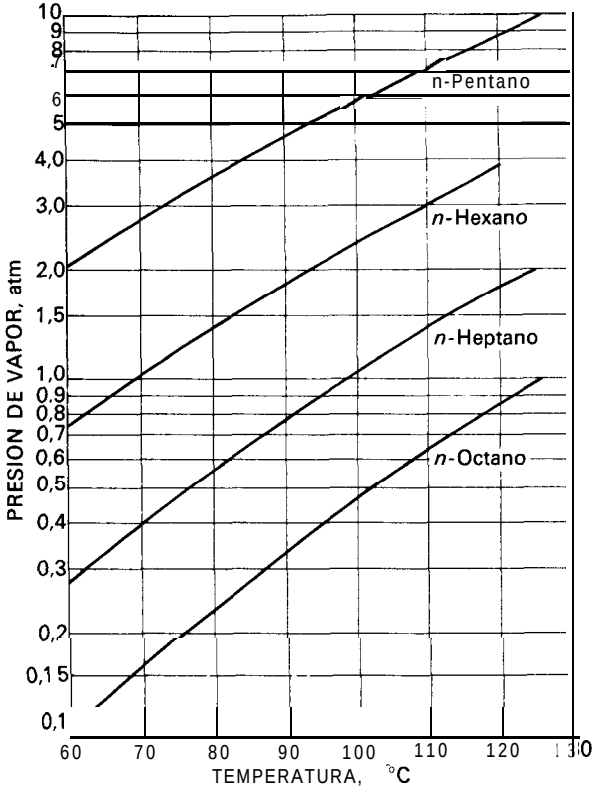


Figura 20.1. Presiones de vapor de n-parafinas para el Ejemplo 20.1.

Componente	P_i' a 96 °C	K_i	x_i	$K_i x_i$	y_i
1	2,16	1,8	0,33	0,5940	0,604
2	0,93	0,775	0,37	0,2868	0,292
3	0,41	0,342	0,30	OJO25	0,104
			$\Sigma y_i =$	0,9833	1,000

Por interpolación se encuentra que la temperatura de burbuja es de 97 "C, que es suficientemente próxima, de forma que las composiciones del vapor se pueden calcular utilizando la Ecuación (20.9). El vapor en equilibrio con el líquido contiene 60,4 por 100 en moles de n-hexano, 29,2, por un mol de n-heptano y 10,4 por 100 de n-octano.

Componente	K_i	y_i	y_i/K_i
1	2,23	0,33	0,1480
2	1,0	0,37	0,37
3	0,458	0,30	0,655
		Σ =	1,173

Puesto que el sumatorio es demasiado alto, se elige una temperatura mayor. Se toma T = 110 °C, para la que K_3 es un 17 por 100 superior.

Componente	P_i'	K_i	y_i	y_i/K_i	x_i
1	3,0	2,5	0,33	0,132	0,130
2	1,38	1,15	0,37	0,3217	0,317
3	0,64	0,533	0,30	0,5625	0,553
				Σ = 1,0162	1,000

Por interpolación se encuentra para la temperatura de rocío 110,5 °C, y la composición del líquido en equilibrio con el vapor se obtiene dividiendo los valores de y_i/K_i por 1,0162.

DESTILACION SUBITA DE MEZCLAS MULTICOMPONENTES

La Ecuación (18.2) se puede escribir para cada componente de una destilación súbita de la siguiente forma:

$$y_{Di} = \frac{x_{Fi}}{f} - \frac{1 - f}{f} x_{Bi} \tag{20.10}$$

Puesto que las corrientes de destilado y cola están en equilibrio, la ecuación anterior puede modificarse para dar

$$\frac{y_{Di}}{x_{Bi}} = K_i = \frac{1}{f}\left(\frac{x_{Fi}}{x_{Bi}} + f - 1\right) \tag{20.11}$$

Despejando x_{Bi} de la Ecuación (20.11) y sumando para los N_c componentes se obtiene

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_{Bi} = 1 = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{x_{Fi}}{f(K_i - 1) + 1} \tag{20.12}$$

Esta ecuación se resuelve por iteración de la misma forma que se ha utilizado la Ecuación (20.8) para el cálculo de la temperatura de rocío, y los valores finales de T y K_i se utilizan para calcular las composiciones de las corrientes de productos.

Ejemplo 20.2. La mezcla del Ejemplo 20.1 se somete a una destilación súbita a 1,2 atm de presión, y se vaporiza el 60 por 100 de la alimentación. (a) Calcúlese la temperatura de destilación súbita y la composición de los productos de líquido y vapor. (*b*) ¿A qué temperatura debe calentarse la alimentación líquida para conseguir una vaporización del 60 por 100 en destilación súbita?

SOLUCIÓN

(a) La temperatura de destilación súbita ha de estar comprendida entre la temperatura de burbuja (97 "C) y la temperatura de rocío (110,5 "C). Se supone T = 105 "C, que es 97 + 0,6(110,5 − 97). A partir de la Figura 20.1, K_1 = 2,68/1,2 = 2,23, K_2 = 1,21/1,2 = 1,01, y K_3 = 0,554/1,2 = 0,462. El valor de f es 0,6. El segundo miembro de la Ecuación (20.12) se transforma en

$$\frac{0,33}{0,6(2,23 - 1) + 1} + \frac{0,37}{0,6(1,01 - 1) + 1} + \frac{0,30}{0,6(0,462 - 1) + 1}$$

$$0,190 + 0,368 + 0,443 = 1,001$$

La temperatura de destilación súbita es 105 "C. La composición del líquido producto es n-hexano, 19,0 por 100 en moles; n-heptano, 36,8 por 100 en moles, y n-octano, 44,2 por 100 en moles.

La composición del vapor producto se calcula a partir de los valores de K y x:

n-hexano, y = 0,190(2,23)	= 0,424
n-heptano, y = 0,368(1,01)	= 0,372
n-octano, y = 0,442(0,462)	= 0,204
	1,000

(b) Para determinar la temperatura de la alimentación antes de ser sometida a destilación súbita, se aplica un balance entálpico utilizando 105 °C como temperatura de referencia. Los calores de vaporización a 105 °C y los calores específicos medios del líquido entre 105 y 200 °C se obtienen a partir de la bibliogratia.

	C_p, cal/mol-°C	AH,, cal/mol
n-hexano	62	6370
n-heptano	70	7510
n-octano	78	8560

Tomando como base el líquido a 105 °C, las entalpias de los productos son

$$H_{vapor} = 0,6[(0,424 \text{ x } 6370) + (0,372 \text{ x } 7510) + (0,204 \text{ x } 8560)]$$

$$H_{\text{vapor}} = 4345 \text{ cal} \qquad H_{\text{líquido}} = 0$$

Para la alimentación.

$$\bar{C}_p = (0,33 \text{ x } 62) + (0,37 \text{ x } 70) + (0,30 \text{ x } 78) = 69,8 \text{ cal/mol-°C}$$

$$69,8(T_0 - 105) = 4345$$

$$T_0 = 167 \text{ °C} = \text{temperatura de precalentamiento}$$

Para un resultado más exacto deberían evaluarse de nuevo los calores específicos del líquido en el intervalo de 105 a 170 "C.

FRACCIONAMIENTO DE MEZCLAS MULTICOMPONENTES

Lo mismo que en el fraccionamiento de mezclas binarias, en el diseño de las cascadas se supone que los pisos son ideales y después se corrige el número de etapas teniendo en cuenta la eficacia de los pisos. Además, también se encuentran las dos condiciones límite de reflujo total y reflujo mínimo.

Los cálculos para plantas de destilación se realizan utilizando dos métodos. En el primero de ellos se supone la separación deseada de los componentes y se calcula el número de pisos por encima y por debajo de la entrada de la alimentación a partir de una relación de reflujo dada. En el segundo método se supone el número de pisos por encima y por debajo de la alimentación, y se calcula la separación de los componentes utilizando flujos del reflujo procedente del condensador y del vapor procedente del calderín. El primer método es el más frecuente en la destilación binaria, mientras que el segundo es preferible en los casos de sistemas multicomponentes, especialmente en los cálculos con ordenador.

En los cálculos finales con ordenador no se supone que el flujo molar es constante ni que las zonas de equilibrio K son independientes de la temperatura, y se introduce también la eficacia de los pisos, pero en las estimaciones preliminares con frecuencia se introducen dichas simplificaciones. Cuando se supone que los coeficientes de actividad son independientes de la temperatura, se utilizan los métodos de grupos, en los que el número de etapas ideales de la cascada es la variable independiente. Los cálculos permiten obtener este número sin necesidad de calcular las temperaturas de los pisos ni las composiciones de las corrientes intermedias entre los pisos. Si los valores de α dependen de la temperatura, no se utilizan estos métodos sencillos y es necesario realizar los cálculos piso a piso. La temperatura y las composiciones del líquido para el piso $n + 1$ se calculan por tanteo a partir de los valores conocidos para el piso n, y los cálculos se realizan de un piso a otro comenzando por la cabeza o por el fondo de la columna.

En lo que resta del capítulo se aplican estos métodos en la siguiente forma: las estimaciones del número minimo de pisos a reflujo infinito, así como el reflujo mínimo para un número infinito de pisos, se realizan por métodos de grupos suponiendo las volatilidades relativas constantes, y están descritas desde el punto de vista de un diseño. Se ha descrito una relación empírica para el cálculo del número de pisos y de la reducción de reflujo de aparición.

Componentes clave. El objetivo de la destilación es la separación de la alimentación en corrientes de productos casi puros. En la destilación binaria la pureza generalmente se define especificando x_D y x_B, las fracciones molares del componente ligero en el destilado y residuo. Tal como indica la Ecuación (18.5), al fijar estas concentraciones quedan íijadas las cantidades de ambos productos por unidad de alimentación. Se elige entonces la relación de reflujo y se calcula el número de etapas teóricas.

En la destilación multicomponente hay tres o más componentes en los productos, y las especificaciones de las concentraciones de un componente en cada

uno de ellos no caracteriza totalmente estos productos. Sin embargo, si se especifican las concentraciones de dos de los tres o tres de los cuatro componentes para los productos de destilado y residuo, generalmente es imposible cumplir exactamente estas especificaciones. Un aumento de la relación de reflujo o del número de pisos aumenta la eficacia de la separación y se alcanza la concentración deseada de un componente en cada producto, pero sería una casualidad que las demás concentraciones coincidiesen con las especificadas de antemano. El diseñador generalmente elige dos componentes cuyas concentraciones o recuperaciones fraccionales en los productos de destilado y residuo constituyen un buen índice de la separación conseguida. Puesto que los componentes clave tienen diferente volatilidad, el más volátil, identificado por el subíndice L, recibe el nombre de ***clave ligero,*** y el menos volátil, identificado por el subíndice H, ***es el clave pesado.***

Una vez elegidos los componentes clave, el diseñador asigna arbitrariamente valores bajos para x_H en el destilado (x_{DH}) y para x_L en el residuo (x_{BL}), lo mismo que se asignan valores pequeños para x_{DB} y x_{BA} en la destilación binaria. La elección de pequeños valores para x_{BL} y x_{DH} quiere decir que la mayor parte del clave ligero sale con el destilado mientras que la mayoría del clave pesado lo hace con el residuo. El destilado puede ser el clave ligero prácticamente puro si los claves son los componentes más volátiles, ya que los componentes más pesados que el clave ligero tenderán a concentrarse en la fase líquida y no ascenderán mucho por encima del piso de alimentación. Con frecuencia hay componentes más ligeros que el clave ligero y éstos se recuperan casi completamente en el destilado. Los componentes más pesados que el clave pesado generalmente se recuperan totalmente en el producto de cola. Las excepciones a estas generalizaciones se encuentran en la destilación de materiales con temperaturas de ebullición muy próximas, como ocurre en las mezclas de isómeros.

Contrariamente al caso binario, la elección de dos claves no determinan los balances de materia, puesto que no todas las demás fracciones molares se pueden calcular exclusivamente por balances de materia y se requieren cálculos de equilibrio para calcular las concentraciones del vapor a la temperatura de rocío que sale del piso superior y del líquido a la temperatura en burbuja que sale del calderín.

Aun cuando dos componentes cualesquiera se pueden tomar como clave, generalmente son adyacentes en el orden de volatilidad. Una elección de este tipo recibe el nombre ***separación*** *nítida.* En las separaciones nítidas los claves son los únicos componentes que aparecen en ambos productos en concentraciones apreciables.

Mínimo número de pisos. La ecuación de Fenske (18.39) es aplicable a dos componentes cualesquiera, ***i y*** *j,* para una planta convencional que opera con una relación de reflujo infinita. En este caso la ecuación adquiere la forma,

$$N_{\min} = \frac{\log \dfrac{x_{Di}/x_{Bi}}{x_{Dj}/x_{Bj}}}{\log \bar{\alpha}_{ij}} - 1 \qquad (20.13)$$

$$\bar{\alpha}_{ij} = \sqrt[3]{\alpha_{Dij}\alpha_{Fij}\alpha_{Bij}} \tag{20.14}$$

Los subíndices D, F y B de la Ecuación (20.14) se refieren a las temperaturas del destilado, del piso de alimentación y del residuo de la columna.

Ejemplo 20.3. Una mezcla con 33 por 100 de n-hexano, 37 por 100 de n-heptano y 30 por 100 de n-octano ha de destilarse para obtener un producto destilado con una fracción molar 0,01 de n-hexano. La columna operará a 1,2 atm con una alimentación vaporizada del 60 por 100. Calcúlense las composiciones del producto y el número de pisos ideales a reflujo infinito.

SOLUCIÓN

El n-hexano es el clave ligero, el n-heptano es el clave pesado, y el n-octano es el no clave pesado, que pasa casi totalmente al residuo. Las composiciones de los productos se obtienen mediante un balance de materia suponiendo que en el destilado la fracción molar de n-hexano es de 0,99 y que no contiene n-octano. Tomando como base 100 mol/h de alimentación.

$$F = D + B = 100$$

Para el hexano,

$$Fx_f = Dx_d + Bx_b$$

$$100 \times 0{,}33 = 0{,}99D + (100 - D)(0{,}01)$$

$$D = \frac{32}{0.98} = 32{,}65 \text{ mol/h}$$

$$B = 100 - D = 67{,}35 \text{ mol/h}$$

La cantidad de hexano en el producto de cabeza es

$$Dx_d = 32{,}65 \times 0{,}99 = 32{,}32 \text{ mol/h}$$

La composición del producto de cola se puede calcular directamente puesto que esta corriente contiene todo el octano, todo el heptano menos $0{,}01D$, o sea, $37 - 0{,}01(32{,}65) = 36{,}67$ mol/h, y 0,68 mol/h de hexano. Las composiciones se dan en la Tabla 20.1

Tabla 20.1

Componente	Alimentación, mol	Destilado Moles	Destilado x	Colas Moles	Colas x	K a 105 °C, 1,2 atm
LK n-hexano	*33*	32,32	0,99	0,68	0,010	2,23
HK n-heptano	*37*	0,33	0,01	36,67	*0,544*	1,01
HNK n-octano	*30*	*0*	*0*	*30*	*0,446*	*0,462*
	100	32,65		67,35		

El mínimo número de pisos se obtiene a partir de la ecuación de Fenske [Ec. (20.13)], utilizando la volatilidad relativa del clave ligero con respecto al clave pesado, que es la relación de las razones de equilibrio K. Los valores de K para la temperatura de destilación súbita se tomaron del Ejemplo 20.2 y se dan en la Tabla 20.1.

$$\alpha_{LK,\,HK} = \frac{2,23}{1,01} = 2,21$$

$$N_{min} = \frac{\log \dfrac{0,99/0,01}{0,01/0,544}}{\log 2,21} - 1 = 10,8 - 1 = 9,8$$

El número mínimo de etapas ideales es 9,8 más un calderín.

Una estimación más exacta de N_{min} se puede obtener utilizando una volatilidad relativa media basada en la cabeza, centro y fondo de la columna. La temperatura en la cabeza es del orden de 75 "C, la temperatura de ebullición del n-hexano a 1,2 atm, y la volatilidad relativa es 2,53 a partir de las presiones de vapor de la Figura 20.1. La temperatura en el fondo es del orden de 115 "C, según un cálculo de la temperatura de burbuja para el producto de cola, dando una volatilidad relativa de 2,15. A partir de la Ecuación (20.14),

$$\alpha_{LK,\,HK} = \sqrt[3]{2,53 \times 2,21 \times 2,15} = 2,29$$

Utilizando log 2,29 en el denominador de la Ecuación (20.13) se obtiene $N_{min} = 9,4$.

Para comprobar la suposición de que no hay octano en el destilado, se puede aplicar la Ecuación (20.13) al heptano y al octano utilizando $\alpha = K_2/K_3 = 1,01/0,462 = 2,19$.

$$N_{min} + 1 = 10,4 = \frac{\log \dfrac{0,01/0,544}{x_{D3}/0,446}}{\log 2,19}$$

$x_{D3} = 2,4 \times 10^{-6}$, que es despreciable.

Relación de reflujo mínima. La relación de reflujo mínima para una destilación multicomponente tiene el mismo significado que para la destilación binaría; para esta relación de reflujo, se llega a conseguir justamente la separación deseada pero se necesita un número infinito de pisos. La relación de reflujo mínima constituye una guía para seleccionar una relación de reflujo razonable para la operación de una columna, y para estimar el número de pisos que se requieren para una separación dada con ciertos valores de la relación de reflujo.

Para un sistema multicomponente, la separación deseada generalmente se refiere a la cantidad de clave ligero recuperado en el destilado y a la cantidad de clave pesado recuperado en el residuo. Por ejemplo, las especificaciones pueden corresponder a un 98 por 100 de recuperación del clave ligero en el destilado y a un 99 por 100 del clave pesado en el residuo. Las fracciones molares reales de los componentes clave en los productos generalmente no están especificadas ya que

dependen de las cantidades de componentes no clave en la alimentación. Pequeños cambios de estos componentes no clave en la alimentación modificarían las composiciones de los productos sin afectar significativamente a la separación básica de los clave ligero y pesado.

Aunque la separación que se alcanza en una columna depende de algún modo de todos los componentes presentes en la alimentación, se puede obtener un valor aproximado de la relación de reflujo mínima tratando la mezcla como pseudobinaria. Tomando solamente los moles de clave ligero y de clave pesado como constituyentes de una nueva alimentación pseudobinaria, las composiciones de los productos se pueden calcular junto con una curva de equilibrio líquido-vapor basada en $\alpha_{LK\text{-}HK}$. Después se puede obtener R_{Dm} utilizando la Ecuación (18.41), tal como se ilustra en la Figura 18.19. Una ecuación alternativa para una alimentación de líquido saturado de la relación mínima de flujo de líquido al flujo de alimentación para una mezcla binaria de A y B:

$$\frac{L_{\min}}{D} = \frac{(Dx_{DA}/Fx_{FA}) - \alpha_{AB}(Dx_{DB}/Fx_{FB})}{\alpha_{AB} - 1} \qquad (20.15)$$

Los términos entre paréntesis de la Ecuación (20.15) son las recuperaciones fraccionales de A y B en el producto de destilado. Para una mezcla multicomponente, estos términos especificarán la recuperación del clave ligero en el destilado y la fracción de clave pesado en la alimentación que se obtiene en el destilado. Obsérvese que el valor mínimo de L depende principalmente de la volatilidad relativa. Cambiando la recuperación del clave ligero desde 0,95 hasta 0,99 o aun 0,999, $L_{\min}/F$ varía solamente de un 4 a un 5 por 100, puesto que el término $\alpha_{AB}(Dx_{DB}/Fx_{FB})$ es generalmente muy pequeño. La composición de la alimentación tiene poco efecto en la Ecuación (20.15), pero cuando x_{FA} es pequeño, D será pequeño y la relación de reflujo R/D será mayor que para una alimentación más rica.

La Ecuación (20.15) constituye una buena aproximación para mezclas multicomponentes si los componentes clave representan al 90 por 100 o más de la alimentación. Generalmente se sobreestima el valor de L que se requiere para estos casos, puesto que los componentes más volátiles que el clave ligero 0 más pesados que el clave pesado son más fáciles de separar que los componentes clave. Para otras mezclas, la distribución de componentes no clave en los productos ha de estimarse en una primera etapa de un cálculo mas riguroso de la relación de reflujo mínima. La composición completa de los productos no puede especificarse de antemano, y la cantidad de componentes no clave en los productos varía con la relación de reflujo, si bien el número de pisos se ajusta para mantener la separación educada de los componentes clave. Para ayudar a estimar las composiciones de los productos para el reflujo mínimo, se han introducido los conceptos de componentes *distribuidos y no distribuidos.*

Componentes distribuidos y no distribuidos. Un componente distribuido se encuentra en ambos productos destilado y cola, mientras que un componente no distribuido se encuentra solamente en uno de los productos. El clave pesaso y el

clave ligero están siempre distribuidos, lo mismo que otros componentes cualesquiera que tengan volatilidades comprendidas entre las de los dos clave. Los componentes más volátiles que el clave ligero se recuperan casi completamente en el destilado, y los menos volátiles que el clave pesado se encuentran casi completamente en las colas. El que tales componentes se llamen distribuidos o no distribuidos depende de la interpretación de la definición. Para una columna real con un número finito de pisos, todos los componentes están teóricamente presentes en ambos productos, si bien algunos están en concentraciones inferiores al límite de detección. Si la fracción molar de un componente pesado no clave en el destilado es 10^{-6} o inferior, el componente puede considerarse no distribuido desde el punto de vista práctico. Sin embargo, con el fin de comenzar un cálculo piso a piso para hallar el número de pisos de la columna, es preciso estimar este vapor pequeño pero finito.

Para el caso de reflujo mínimo, la diferencia entre componentes distribuidos y no distribuidos es más clara, ya que los componentes pesados no clave están generalmente ausentes del destilado y los componentes ligeros no clave no están presentes en el residuo. Las concentraciones de estas especies puede hacerse cero debido a un número infinito de pisos en la columna y a las condiciones que conducen a una progresiva reducción de la concentración en cada piso más allá del piso de alimentación.

Consideremos que se requiere que un componente pesado esté completamente ausente del destilado. Si x_D es cero y se supone flujo molar constante, la ecuación del balance de materia para la parte superior de la columna se transmorma en

$$y_{n+1} = \left(\frac{L}{V}\right)_n x_n \qquad (20.16)$$

Para una etapa ideal, $y_n = Kx_n$, y la relación para las concentraciones del vapor para los sucesivos pisos es

$$\frac{y_n}{y_{n+1}} = \frac{KV}{L} \qquad (20.17)$$

Si K para el componente que se considera es menor que L/V, y_n será menor que y_{n+1}, y si esto se cumple para todos los pisos por encima de la alimentación, un número infinito de pisos hará que y sea cero. Por supuesto que K es una función de la temperatura, pero si K es menor que L/V para la temperatura del piso de alimentación, todavía será menor para los pisos por encima de la alimentación, donde la temperatura es menor, y la disminución de y de un piso a otro será más rápida. Los componentes pesados generalmente estarán no distribuidos si K es más de un 10 por 100 inferior al valor de K el clave pesado, o si la volatilidad relativa basada en el clave pesado es menor que 0,9.

Los componentes ligeros están no distribuidos para el reflujo mínimo si el valor de K es suficientemente grande para los pisos por debajo del piso de alimentación. Si se supone que x_B es cero, la Ecuación (18.16) conduce a

$$y_{m+1} = \frac{\bar{L}}{\bar{V}} x_m \tag{20.18}$$

Por tanto,

$$\frac{y_{m+1}}{y_m} = \frac{\bar{L}}{K\bar{V}} \tag{20.19}$$

Si K es siempre mayor que $\bar{L}/\bar{V}$ en la sección inferior de la columna, y se hará cero, justificándose así la suposición $x_B = 0$. En la práctica, un valor de K o de la volatilidad relativa 10 por 100 superior al del clave ligero casi siempre conduce a un componente no distribuido. Para una alimentación con componentes sólo ligeramente más volátiles que el clave ligero 0 ligeramente menos volátil que el clave pesado, existen técnicas para calcular si tales componentes se distribuyen y para estimar sus concentraciones en los productos[4].

Cálculo de la relación de reflujo mínima. Para la relación de reflujo mínima, hay zonas de infinitud por encima y por debajo del piso de alimentación en las que las composiciones del líquido y del vapor no varían de piso a piso. Estas zonas son similares a las regiones de «corte» que se muestran en la Figura 18.19*d*, pero no se presentan necesariamente para el piso de alimentación como en el caso de la destilación binaria. Si hay componentes no distribuidos en la alimentación, sus concentraciones varían de un piso a otro cerca de la alimentación, y las concentraciones se reducen a cero cuando se alcanza la zona de infinitud. Así, para una alimentación con ambos componentes ligero y pesado no distribuidos, el líquido por encima de la zona de infinitud tendrá todos los componentes excepto los pesados, no distribuidos.

Para la zona de infinitud inferior, todos los componentes excepto los ligeros no distribuidos estarán presentes. Las dos zonas de infinitud estarán a temperaturas diferentes y tendrán diferentes composiciones del líquido y el vapor debido a los componentes no distribuidos. Si los componentes no distribuidos son una pequeña fracción de la alimentación, las temperaturas de las zonas de infinitud serán casi las mismas y el cálculo de la relación de reflujo mínima resulta relativamente sencillo. Cuando estas temperaturas difieren considerablemente, resulta difícil el cálculo exacto del reflujo mínimo debido a que las volatilidades relativas en las zonas son diferentes. El análisis que se presenta a continuación intenta introducir los conceptos básicos para la determinación de la relación de reflujo y la obtención de una ecuación aproximada que sea adecuada. La deducción completa de la ecuación completa de R_{Dm} está fuera del alcance de este libro.

La ecuación del balance de materia para cada componente en la sección superior de la columna [Ec. (18.14)] puede expresarse como y_n/K en vez de x_n, lo que supone un equilibrio perfecto entre el vapor y el líquido,

$$V_{n,i}\, y_{n+1,i} = \frac{L_n y_{ni}}{K_i} + D x_{Di} \tag{20.20}$$

En la zona de infinitud no hay cambio de composición de un piso a otro, de forma que $y_{n+1,i} = y_{ni}$, y se representa por $y_{\infty i}$. El subíndice ∞ representa un número infinito de pisos. La Ecuación (20.20) se transforma entonces en

$$V_\infty\ y_{\infty i} = \frac{L_\infty y_{\infty i}}{K_{\infty i}} + Dx_{Di} \tag{20.21}$$

Reordenando esta ecuación se obtiene

$$y_{\infty i} = \frac{Dx_{Di}}{V_\infty - L_\infty/K_{\infty i}} \tag{20.22}$$

o bien

$$y_{\infty i} = \frac{D}{V_\infty} \frac{x_{Di}}{1 - (L_\infty/V_\infty K_{\infty i})} \tag{20.23}$$

La Ecuación (20.23) se toma para todos los componentes que aparecen en el destilado, y su suma ha de ser igual a 1,0:

$$\sum y_{\infty i} = 1{,}0 = \frac{D}{V_\infty} \sum \frac{x_{Di}}{1 - (L_\infty/V_\infty K_{\infty i})} \tag{20.24}$$

Un tratamiento análogo para la sección inferior de la columna conduce a

$$\bar{V}_\infty\ y_{\infty i} = \frac{\bar{L}_\infty x_{\infty i}}{\bar{K}_{\infty i}} - Bx_{Bi} \tag{20.25}$$

$$y_{\infty i} = -\frac{Bx_{Bi}}{\bar{V}_\infty - \bar{L}_\infty/\bar{K}_{\infty i}} \tag{20.26}$$

$$y_{\infty i} = -\frac{B}{\bar{V}_\infty} \frac{x_{Bi}}{1 - (\bar{L}/\bar{V}_\infty \bar{K}_{\infty i})} \tag{20.27}$$

La Ecuación (20.27) se suma para todos los componentes que aparecen en el producto de cola y se cambian los signos para que el denominador sea positivo:

$$\sum y_{\infty i} = 1{,}0 = \frac{B}{\bar{V}_\infty} \sum \frac{x_{Bi}}{(\bar{L}_\infty/\bar{V}_\infty \bar{K}_{\infty i}) - 1} \tag{20.28}$$

Para determinar la relación de reflujo mínima utilizando la Ecuación (20.24), se supone un valor de R_D, lo que da L/V y D/V. La temperatura para que se cumpla la Ecuación (20.24) con todos los términos positivos se determina por tanteo. Otros conjuntos de valores de K darán una suma igual a 1,0, pero con algunos términos negativos, lo cual carece de sentido físico.

Las velocidades de flujo en la sección inferior de la columna se calculan entonces a partir de las condiciones de la alimentación [$\bar{L} = L + qF$, $\bar{V} = V - (1 - q)F$], determinándose la temperatura que cumple la Ecuación (20.28) con todos los términos positivos. La temperatura en la zona de infinitud inferior será más alta que la que se encuentra para la zona de infinitud superior si hay algunos componentes no distribuidos. Si las temperaturas calculadas son las mismas o están en orden invertido, el valor de R_D es incorrecto y se repiten los cálculos para un valor menor de R_D. La Figura 20.2 muestra cómo se aplicaría este procedimiento a un sistema binario. Para un valor seleccionado de R_D o L/V, se encontraría una temperatura que corresponde a un punto, donde la línea de operación corta a la línea de equilibrio. Para un valor más elevado de R_D, el corte superior ocurre para un menor valor de x o para una mayor temperatura, mientras que el corte inferior ocurre para un mayor valor de x y menor temperatura. Desafortunadamente, no existe un método sencillo para determinar la temperatura de separación, y es preciso realizar cálculos piso a piso en la región comprendida entre estas zonas para hallar el. valor exacto de $R_{,,}$.

Un método aproximado pero suficientemente exacto para determinar R_{Dm} fue desarrollado por Underwood[5]. La volatilidad relativa para cada componente se considera que es la misma en las zonas de infinitud superior e inferior y se supone que el flujo molar es constante. Las ecuaciones para las zonas de infinitud se expresan en función de la volatilidad relativa α_i, donde $\alpha_i = K_i/K_{ref}$, tomando generalmente el clave pesado como componente de referencia. Las dos ecuaciones se combinan con un balance global de materia y la ecuación de características de la alimentación para obtener una ecuación que es preciso resolver por tanteo. La raíz correcta ϕ de esta ecuación está comprendida entre los valores de α para los componentes clave. Otros valores de ϕ cumplen la ecuación pero carecen de significado físico. La ecuación es

$$1 - q = \sum \frac{\alpha_i x_{Fi}}{\alpha_i - \phi} = \sum f_i \qquad (20.29)$$

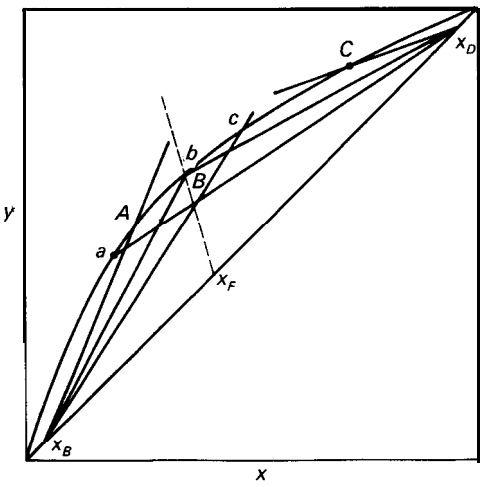


Figura 20.2. Zonas invariantes en un sistema binario.

El valor de ϕ se utiliza entonces para obtener V_{min}/D:

$$\frac{V_{min}}{D} = R_{Dm} + 1 = \sum \frac{\alpha_i x_{Di}}{\alpha_i - \phi} \tag{20.30}$$

Obsérvese que todos los componentes de la alimentación están comprendidos en el sumatorio de la Ecuación (20.29), pero en la Ecuación (20.30) solamente se incluyen los que se encuentran en el destilado. Si en la alimentación hay uno o más componentes comprendidos entre los clave ligero y pesado, existen dos o más valores de ϕ comprendidos entre los valores de α de los clave que cumplirán la Ecuación (20.29). El valor correcto de ϕ debe hallarse entonces resolviendo simultáneamente las Ecuaciones (20.29) y (20.30).

Ejemplo 20.4. Una mezcla con un 4 por 100 de n-pentano, 40 por 100 de n-hexano, 50 por 100 de n-heptano y 6 por 100 de n-octano, ha de destilarse a 1 atm para recuperar en el destilado el 98 por 100 del hexano y el 1 por 100 del heptano. (a) ¿Cuál es la relación de reflujo mínima si la alimentación entra como líquido a la temperatura de ebullición? (b) ¿Cuáles son las temperaturas y composiciones de las zonas de infinitud superior e inferior?

SOLUCIÓN

Las claves son n-hexano y n-heptano, y los otros componentes tienen una diferencia suficiente de volatilidad para estar no distribuidos. A continuación se dan los moles en los productos por 100 moles de alimentación juntamente con el valor de K para 80 °C.

		x_F	Fx_F	Moles en D	x_D	Moles en B	x_B	$K_{80°}$	Kx_F
	n-C_5	0,04	4	4	0,092	0	0	3,62	0,145
LK	n-C_6	0,40	40	39,2	0,897	0,8	0,014	1,39	0,556
HK	n-C_7	0,50	50	0,5	0,011	49,5	0,879	0,56	0,280
	n-C_8	0,06	6	0	0	6	0,107	0,23	0,014
				$D = 43,7$		$B = 56,3$			0,995

(a) La temperatura de burbuja es 80 °C, y a esta temperatura $\alpha_{LK\ HK}$ es 1,39/0,56 = = 2,48. Se utiliza la Ecuación (20.15) para una solución aproximada

$$\frac{L_{min}}{F} = \frac{0,98 - 2,48(0,01)}{2,48 - 1} = 0,645$$

$$\frac{L_{min}}{D} = \frac{L_{min}}{F}\frac{F}{D} = 0,645 \quad \frac{1}{0,43} = 1,48$$

Para utilizar el método de Underwood, los valores de K a 80 °C se convierten en volatilidades relativas y se obtiene por tanteo la raiz de la Ecuación (20.29) que está

comprendida entre 1 y 2,48. Puesto que $q = 1{,}0$, la suma de los términos ha de ser cero.

	α_i	x_{Fi}	f_i, $\phi = 1{,}5$	f_i, $\phi = 1{,}48$
n-C_5	6,46	0,04	0,052	0,052
n-c,	2,48	0,40	1,012	0,992
n-c,	1,0	0,50	− 1,oo	− 1,042
n-C_8	0,41	0,06	− 0,023	-0,023
			0,041	-0,021

Mediante posteriores tanteos o por interpolación, $\phi = 1{,}487$. A partir de la Ecuación (20-30),

$$R_{Dm} + 1 = \sum \frac{\alpha_i x_{Di}}{\alpha_i - 1{,}487}$$

$$R_{Dm} + 1 = \frac{6{,}64(0{,}092)}{6{,}64 - 1{,}487} + \frac{2{,}48(0{,}897)}{2{,}48 - 1{,}487} + \frac{1(0{,}011)}{1 - 1{,}487} = 2{,}336$$

$$= 0{,}119 + 2{,}24 - 0{,}023$$

$$R_{Dm} = 1{,}34$$

Obsérvese que este valor es un 10 por 100 inferior al valor aproximado que se ha obtenido utilizando la Ecuación (20.15).

(b) Para hallar las condiciones en la zona de infinitud superior, se utiliza la Ecuación (20.24) con las siguientes relaciones de flujo:

$$\frac{V}{D} = R_D + 1 = 2{,}34 \qquad \frac{D}{V} = 0{,}427$$

$$\frac{V}{F} = \frac{V}{D}\frac{D}{F} = 2{,}34 \times 0{,}437 = 1{,}02$$

$$\frac{L}{V} = \frac{R_D}{R_D + 1} = \frac{1{,}34}{2{,}34} = 0{,}573$$

$$y_i = \frac{D}{V}\frac{x_{Di}}{1 - L/VK_i}$$

		x_{Di}	$K_{80°}$	y_i	$K_{81°}$	y_i	$K_{81,2°}$	y_i	y_i
	n-C_5	0,092	3,62	0,047	3,72	0,046	3,74	0,046	0,046
LK	n-C_6	0,897	1,39	0,652	1,43	0,639	1,44	0,636	0,637
HK	n-C_7	0,011	0,56	-0,202	0,58	0,389	0,584	0,249	0,317
						1,074		0,931	1,00

Para una temperatura supuesta T = 80 °C, el valor de y calculado para el heptano es negativo, de forma que la temperatura debe ser ligeramente mayor (de forma que $K_i > L/V$). El término para el heptano es muy sensible a la temperatura supuesta, y los valores de K debieran de estar dados con cuatro cifras significativas para hacer el sumatorio igual a l,OO. A partir de los anteriores valores

$$T \text{ zona superior} \approx 81{,}1\ ^\circ\text{C}$$

Las composiciones del vapor en esta zona se corrigen, para que la suma sea correcta, realizando el mayor ajuste posible en el valor del heptano.

La composición y temperatura del vapor en la zona de infinitud inferior se obtienen utilizando la Ecuación (20.28) con las siguientes relaciones de flujo. Para q = 1,0,

$$V = \bar{V} \qquad \bar{L} = L + F$$

$$\frac{B}{\bar{V}} = \frac{B}{F}\frac{F}{\bar{V}} = \frac{0{,}563}{1{,}02} = 0{,}552$$

$$\frac{\bar{L}}{\bar{V}} = \frac{L}{\bar{V}} + \frac{F}{\bar{V}} = 0{,}573 + \frac{1}{1.02} = 1{,}55$$

$$y_i = \frac{B}{\bar{V}}\frac{x_{Bi}}{(\bar{L}/\bar{V}K_i) - 1}$$

		x_{Bi}	K_{83°	y_i	$K_{83,2^\circ}$	y_i	y_i
LK	n-C_6	0,014	1,52	0,392	1,53	0,591	0,662
HK	n-C_7	0,879	0,618	0,322	0,622	0,325	0,326
	n-C_8	0,107	0,258	0,012	0,26	0,012	0,012
				0,726		0,928	1,000

Aquí el término para el hexano varia más rápidamente con la temperatura, y los valores finales de y_i se ajustan consecuentemente

$$T \text{ zona inferior} \approx 83{,}3\ ^\circ\text{C}$$

Las composiciones del liquido en la zona de infinitud se calculan a partir de $x_i = y_i/K_i$.

		Zona inferior	Zona superior
T, °C		83,3	81,1
LK	x	0,433	0,442
	Y	0,662	0,637
HK	x	0,524	0,543
	Y	0,326	0,317
	$\alpha_{LK\text{-}HK}$	2,46	2,47
	y_{LK}/y_{HK}	2,03	2,01

Entre las zonas de infinitud superior e inferior la fracción molar de ambos componentes clave disminuye en la fase de vapor, y disminuye también la relación de clave ligero a clave pesado. Esta región de la columna sirve para separar los componentes ligeros no clave del líquido que desciende y el componente pesado no clave del material que asciende y forma el destilado. La pequeña cantidad de *fracción invertida* que aparece para los componentes clave es un interesante fenómeno que se encuentra con frecuencia en las columnas reales que operan con una relación de reflujo cercana al valor mínimo.

Cálculo de la relación de reflujo necesaria y de los perfiles de concentración. El número de pisos que se necesitan para una separación especificada con una relación de reflujo seleccionada se puede determinar mediante cálculos piso a piso conocido con el nombre de método[3] de Lewis-Matheson. La cantidad de todos los componentes en los productos ha de estar especificada para iniciar el cálculo. A partir de la composición del destilado (que es la misma que la del vapor procedente de la parte superior si se utiliza un condensador total), la temperatura y la composición del líquido del piso superior se pueden determinar calculando la temperatura de rocío:

$$\sum x_i = 1{,}0 = \sum \frac{y_i}{K_i} \qquad (20.8)$$

Las razones de equilibrio K se toman de una tabla de valores o se calculan mediante ecuaciones empíricas para una determinada presión y temperatura. Si las mezclas no son ideales se requieren ecuaciones para calcular los coeficientes de actividad.

A partir de la composición del líquido del piso superior y de la composición del destilado, se utilizan ecuaciones de los balances de materia para hallar la composición del vapor procedente del piso 2

$$y_{2i}V_2 = L_1x_{1i} + Dx_{Di} \qquad (20.31)$$

Se podría considerar flujo molar constante, pero si los cálculos se realizan con un ordenador se puede aplicar un balance entálpico y tener en cuenta también la variación de presión de una etapa a otra. Los cálculos se continúan de esta forma, utilizando alternativamente las relaciones de equilibrio y de los balances de materia, hasta que la composición es próxima a la de la alimentación. Para la sección inferior de la columna se realizan cálculos análogos comenzando con una composición estimada para el residuo. Teniendo en cuenta las diferencias que se obtienen para los componentes individuales, se reajustan las composiciones de los productos y se repiten los cálculos hasta que todos los errores sean inferiores a un valor especificado. En algunos procedimientos se fijan de antemano el número de pisos y el piso de alimentación, y se repiten los cálculos para diferentes relaciones de reflujo hasta que se obtienen las condiciones deseadas en el piso de alimentación.

En la Figura 20.3 se muestran los perfiles de concentración calculados[6] para un despropanizador que opera a 300 psia. Hay 40 etapas contando el calderín y

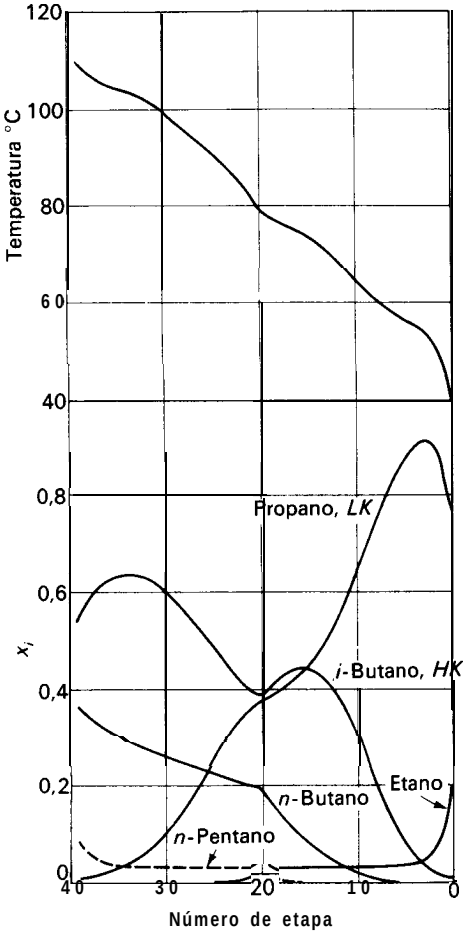


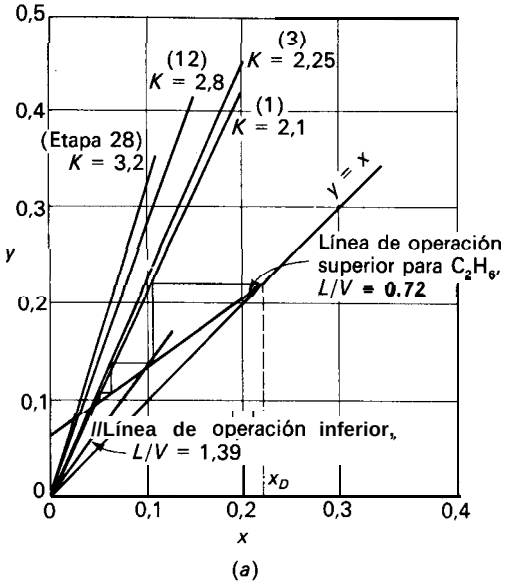
Figura 20.3. Perfiles de temperatura y concentración para un despropanizador.

el condensador, entrando la alimentación como líquido en la etapa 20. La relación de reflujo es 2,62, que corresponde a $1{,}25R_{Dm}$. Los perfiles de concentración son característicos de sistemas con componentes más ligeros y más pesados que los clave. Los máximos que se presentan para el componente ligero y el componente pesado, así como la forma de los demás perfiles, pueden interpretarse mejor examinando las relaciones de equilibrio y de las líneas de operación para los componentes individuales en un diagrama y-x.

En la sección superior de la columna L/V es aproximadamente constante, y la línea de operación para el etano es

$$Y_{n+1} = 0{,}724\ x_n + 0{,}061$$

La relación de equilibrio $y = Kx$ se presenta en la Figura 20.4*a* como una familia de líneas rectas cuya pendiente aumenta con n. Cada una de las rectas se utiliza



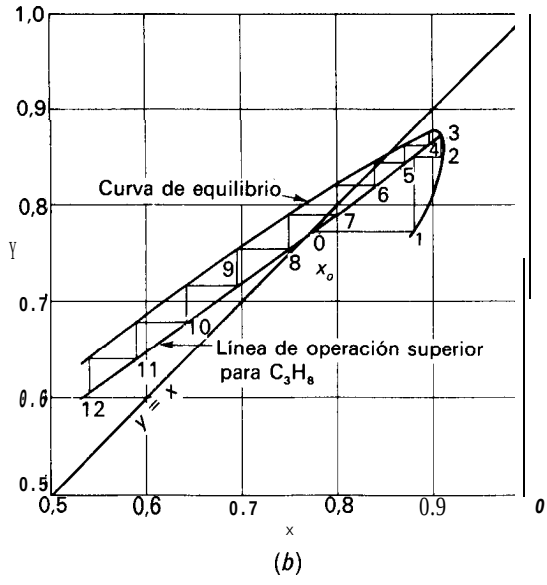


Figura 20.4. Diagrama de la línea de operación para los componentes individuales de un despropanizador: (a) para C_2H_6; (b) para C_3H_8.

solamente una vez para el número de piso apropiado. Partiendo de x_D = 0,222, solamente se requieren unos pocos pisos para reducir x hasta aproximadamente 0,05, que corresponde a un punto corto. El punto de corte se desplaza hacia valores más bajos de x a medida que aumentan la temperatura y K, pero la variación piso a piso es muy pequeña, tal como se muestra en la Figura 20.3. En el piso de alimentación de cálculo se traslada a la línea de operación inferior, la

cual da lugar a una rápida disminución de x y a valores inferiores a 10^{-6} en el fondo de la columna.

En la Figura 20.4*b* se muestra el diagrama y-x para el propano. La línea de equilibrio es la curva que une los puntos de los pisos individuales, cada uno a una temperatura diferente. Desde el piso de alimentación hasta el piso 6, la temperatura es suficientemente alta como para que K sea superior a 1,0, y el vapor es más rico en propano que el líquido. El enriquecimiento piso a piso es casi constante en esta región. Para el piso 5 y superiores, K es menor que 1,0, y el aumento de x e y por etapa se hace menor. En el piso 3 la curva de equilibrio corta a la línea de operación, lo que en el caso de una mezcla binaria daría lugar a que ya no hubiese posterior variación de concentración. Sin embargo, en este sistema multicomponente, una posterior disminución de la temperatura sitúa la línea de equilibrio por debajo de la línea de operación y se pueden trazar más escalones entre las dos líneas, lo que da lugar a un retroceso de x hacia valores más bajos y da un producto con 77 por 100 de propano. Por tanto, los pisos superiores de la columna sirven para enriquecer el destilado en etano, principalmente debido a la reducción de la cantidad de propano.

No se podría llegar al 90 por 100 de propano eliminando estos pocos pisos, puesto que todo el etano termina en el producto de destilado, y el pico de concentración de propano se desplaza unos pocos pisos más cerca de la alimentación. Sería posible tomar un producto de corriente lateral, algunos pisos por debajo de la parte superior de la columna, que sería más rica en propano, pero para obtener productos puros sería mejor enviar el propano crudo a una columna de desetanización.

El perfil de concentración para el clave pasado i-butano parece normal desde la parte superior de la columna hasta el piso 15. En esta región K es menor que 0,7 y la línea de operación está situada por encima de la curva de equilibrio, de forma que x disminuye al ascender en la columna. Desde el piso de alimentación hasta el piso 15 la temperatura es suficientemente alta para hacer $K > 0{,}7$, y la línea de equilibrio se desplaza para dar valores superiores a la línea de operación. Por tanto, la concentración de i-butano aumenta al ascender desde el piso de alimentación. La variación de la temperatura de los pisos en esta región está fuertemente influenciada por la disminución de los componentes no clave n-butano y n-pentano. Sin estos o similares componentes el clave no presentaría un máximo de concentración. Con una cantidad relativamente grande de componentes pesados no clave, el clave pesado no solamente presenta un máximo sino que puede aumentar más rápidamente que el clave ligero y exhibir una fracción invertida en unas pocas etapas.

Las pocas primeras etapas por encima del calderín presentan cambios bruscos de las concentraciones de n-pentano y n-butano, similar a lo que ocurre para el etano cerca de la cima de la columna, y esto da lugar a un máximo de concentración de i-butano en el piso 34. La concentración de n-pentano es prácticamente constante desde el piso 35 hasta el piso de alimentación debido a la presencia de un punto de corte, que varía lentamente a medida que disminuye gradualmente la temperatura. El n-butano no presenta una meseta de este tipo debido a que su volatilidad es del orden de 0,8 la del i-butano, que es el clave pesado.

Número de pisos ideales a partir de la relación de reflujo de operación. Aunque el cálculo preciso del número de pisos en la destilación multicomponente se realiza mejor con un ordenador, se utiliza mucho para las estimaciones preliminares un método empírico sencillo propuesto por Gilliland[2]. La correlación solamente requiere conocer el número mínimo de pies a reflujo total y la relación de reflujo mínima. La correlación se presenta en la Figura 20.5. Un método alternativo desarrollado por Erbar y Maddox [1] resulta especialmente útil cuando la temperatura de la alimentación está comprendida entre la temperatura de burbuja y la de rocío.

Ejemplo 20.5. Estímese el número de pisos ideales que se requieren para la separación especificada en el Ejemplo 20.3 si la relación de reflujo es $1{,}5R_{Dm}$

SOLUCIÓN

Según el Ejemplo 20.3, el número mínimo de etapas ideales es 9,4 más un calderín, o sea 10,4. El valor de R_{Dm} se obtiene por el método de Underwood

		x_F	x_D	K	α
LK	n-Hexano	0,33	0,99	2,23	2,21
HK	n-Heptano	0,37	0,01	1,01	1,o
	n-Octano	0,30	0	0,462	0,457

Para una alimentación líquida, $q = 1$,

$$\sum \left(\frac{\alpha_i x_{Fi}}{\alpha_i - \phi} \right) = 0$$

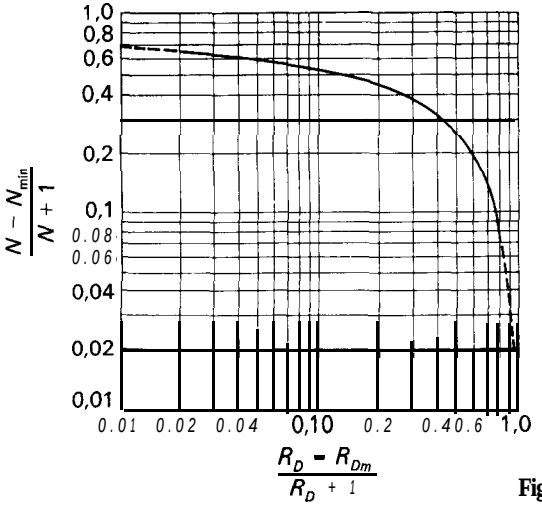


Figura 20.5. Correlación de Gilliland.

Por tanteo, $\phi = 1{,}45$.

$$R_{Dm} + 1 = \sum \frac{\alpha_i x_{Di}}{\alpha_i - \phi} = \frac{2{,}21(0{,}99)}{2{,}21 - 1{,}45} + \frac{1{,}0(0{,}01)}{1 - 1{,}45} = 2{,}86$$

$$R_{Dm} = 1{,}86$$

$$R_D = 1{,}5 \times 1{,}86 = 2{,}79$$

$$\frac{R_D - R_{Dm}}{R_D + 1} = \frac{2{,}79 - 1{,}86}{3{,}79} = 0{,}245$$

A partir de la Figura 20.5,

$$\frac{N - N_{min}}{N + 1} = 0{,}41$$

$$N - 10{,}4 = 0{,}41N + 0{,}41$$

$$N = \frac{10{,}81}{0{,}59} = 18{,}3 \text{ etapas}$$

DESTILACION AZEOTROPICA Y EXTRACTIVA

La separación de componentes que tienen aproximadamente las mismas temperaturas de ebullición es difícil de realizar por destilación simple aun cuando las mezclas sean ideales, y una separación completa puede resultar imposible debido a la formación de azeótropos. Para tales sistemas con frecuencia puede mejorarse la separación añadiendo un tercer componente para modificar la volatilidad relativa de los componentes originales. El componente añadido puede ser un líquido de elevada temperatura de ebullición o «disolvente» que es miscible con ambos componentes clave pero que es químicamente más semejante a uno de ellos. El componente clave que es más similar al disolvente tendrá un menor coeficiente de actividad en la disolución que el otro componente, de forma que mejora la separación. Este proceso recibe el nombre de destilación extractiva y es análoga a la extracción líquido-líquido con una fase adicional de vapor.

Un ejemplo de destilación extractiva es el uso de furfural para permitir la separación de butadieno de una mezcla que contiene butano y butenos. El furfural, que es un disolvente altamente polar, disminuye la actividad del butadieno más que las de los butenos o el butano, y el butadieno se concentra en la corriente rica en furfural que sale del fondo de la columna. El butadieno se separa por destilación del furfural, que se devuelve a la parte superior de la columna de destilación extractiva. Esta columna opera con un reflujo que contiene butano y butenos, pero el flujo total de líquido en la parte superior de la columna será la suma de los flujos del reflujo y del furfural.

La separación de la mezcla original puede también facilitarse añadiendo un disolvente que forme un azeótropo con uno de los componentes clave. Este proceso recibe el nombre de destilación azeotrópica. El azeótropo constituye el

producto de cabeza o de cola que sale de la columna y después se separa el disolvente y el componente clave. Generalmente el material que se adiciona forma un azeótropo de temperatura de ebullición mínima y se retira por cabeza; tales materiales reciben el nombre de «arrastradores». El azeótropo contendrá algo de todos los componentes presentes en la alimentación, pero estarán en una relación muy diferente de la de los componentes clave en la alimentación.

Un ejemplo de destilación azeotrópica es el uso de benceno para permitir la separación completa de etanol y agua, que forma un azeótropo mínimo con 95,6 por 100 en peso de etanol. La mezcla alcohol-agua con aproximadamente 95 por 100 de alcohol se introduce como alimentación en la columna de destilación azeotrópica adicionando una corriente rica en benceno por la parte superior. El producto de cola es alcohol prácticamente puro, mientras que el producto de cabeza es un azeótropo ternario. El vapor de cabeza se condensa y se separa en dos fases. La capa orgánica se devuelve como reflujo mientras que la capa de agua se envía a una columna de recuperación de benceno. Todo el benceno y algo de alcohol se retira con el producto de cabeza y se devuelve a la primera columna, mientras que la corriente de cola se destila en una tercera columna para dar agua pura y algo de azeótropo binario.

SIMBOLOS

B	Velocidad de flujo de producto pesado o de cola, mol/h
C_p	Capacidad calorífica molar, cal/mol-g-°C; $\bar{C}_p$, valor medio
D	Velocidad de flujo de producto ligero o de cabeza, mol/h
F	Flujo de alimentación, mol/h
f	Fracción de alimentación que se vaporiza; f_i, del componente i
H	Entalpia de la corriente, Btu/lb-mol o cal/mol-g
K	Relación de equilibrio, y_e/x_e; K_i, K_j, de los componentes i y j; K_{ref}, del componente de referencia; K_∞, para un número infinito de pisos; $\bar{K}$, sección de agotamiento
L	Velocidad de flujo de líquido, en general o de la sección de rectificación, mol/h; L_{min}, velocidad de flujo mínima [Ec. (20.15)]; L_n, para un número infinito de pisos; $\bar{L}$, en la sección de agotamiento
m	Número de pisos en la sección de agotamiento
N	Número de pisos ideales; N_{min}, número mínimo para reflujo total
N_c	Número de componentes
n	Número de pisos en la sección de rectificación
P	Presión total, lb_f/pie^2 o atm; P', presión de vapor; P'_i, P'_j, de los componentes i y j
P	Presión parcial, lb_f/pie^2 o atm; p_i, del componente i
q	Moles de líquido en la sección de agotamiento por mol de alimentación
R_D	Relación de reflujo, L/D; R_{Dm}, valor mínimo
T	Temperatura, °F o °C; T_{abs}, temperatura absoluta, °R o K; T_0, temperatura de precalentamiento (Ej. 20.2*b*)
V	Velocidad de flujo de vapor, en general o en la sección de rectificación, mol/h; V_{min}, para la relación de reflujo mínima [Ec. (20.30)]; V_{n+1}, procedente del piso $n+1$; V_∞, para un número infinito de pisos; $\bar{V}$, en la sección de agotamiento
x	Fracción molar del componente más volátil en la fase líquida; x_B, en las colas; x_D, en la cabeza; x_{DA}, x_{DB}, de los componentes A y B en cabezas; x_F, en la alimentación; x_H,

del clave pesado; x_L, del clave ligero; x_e, del líquido en equilibrio con vapor de composición y_e; x_i, del componente i; x_{ie}, valor de equilibrio para el componente i; x_j, del componente j; x_m, x_n, en los pisos m y n

Y Fracción molar del componente más volátil en la fase de vapor; y_D, en la cabeza; y_n, del vapor en equilibrio con el líquido de composición x_e; y_i, y_j, de los componentes i y j; y_{ie}, valor de equilibrio para el componente i; y_m, y_n, procedente de los pisos m y n; y_{ni}, del componente i procedente del piso n; $y_{\infty i}$, para un número infinito de pisos

Letras griegas

α Volatilidad relativa, adimensional; α_{AB}, del componente A con relación al componente B en un sistema binario; α_B, α_D, α_F, en colas, cabezas, y alimentación, respectivamente; $\alpha_{LK,\ HK}$, del clave ligero con respecto al clave pesado; α_i, del componente i, definida como K_i/K_{ref}; α_{ij}, del componente i con respecto al componente j; $\bar{\alpha}_{ij}$, valor medio, definido por la Ecuación (20.14)

ΔH, Calor de vaporización, cal/mol

ϕ Raíz de la Ecuación (20.29)

PROBLEMAS

20.1. En la Tabla 20.2 se indica la alimentación de una columna de destilación convencional y las volatilidades relativas. La recuperación del componente 2 en el destilado es del 98 por 100, y el 97,5 por 100 del componente 3 ha de salir con el residuo. Calcúlese el mínimo número de pisos.

20.2. Para las condiciones del Problema 20.1, estímese la relación de reflujo mínima si la alimentación es líquido a la temperatura de burbuja. ¿Cuántos pisos se requerirán para una relación de reflujo 1,2 veces el valor mínimo?

20.3. La alimentación de una columna de destilación, que opera a 250 psia, contiene 10 por 100 de etano, 45 por 100 de propano, 30 por 100 de i-butano, y 15 por 100 de n-butano. Calcúlense la temperatura de burbuja de la alimentación y la fracción vaporizada si la alimentación se calienta 20 °C por encima de la temperatura de burbuja.

20.4. Una mezcla de cinco componentes ha de destilarse para obtener una recuperación del 99 por 100 de los claves ligero y pesado en el destilado y en el residuo (Tabla 20.3). Calcúlense las composiciones para el caso de reflujo infinito. Explíquese cómo se desplazarían estas concentraciones si disminuyese la relación de reflujo, utilizando como guía las composiciones para reflujo mínimo.

20.5. Una mezcla de xilenos y otros aromáticos se separa en una gran columna de fraccionamiento que opera a presión atmosférica. Calcúlese el número mínimo de pisos y la relación de reflujo mínimo para las condiciones de la Tabla 20.4. Utilícese la correlación de Gilliland para estimar la relación de reflujo que permitirá realizar la separación con 100

Tabla 20.2

Componente	x_{Fi}	α_i
1	0,05	2,1
2	0,42	1,7
3	0,46	1,0
4	0,07	0,65

Tabla 20.3

	Componente	x_{Fi}	α_i
	1	0,06	2,6
LK	2	0,40	1,9
	3	0,05	1,5
HK	4	0,42	1,0
	5	0,05	0,6

Tabla 20.4

	Componente	bp, °C	x_{Fi}	α_i	% de recuperación en *D*
	Etilbenceno	136,2	0,054	1,23	
	p-Xileno	138,5	0,221	1,15	
LK	m-Xileno	139,1	0,488	1,13	99,0
HK	o-Xileno	144,4	0,212	l,o	3,8
	n-Propilbenceno	159,3	0,025	0,70	

etapas ideales. Las volatilidades relativas se calculan para 18 psia y 150 °C, las condiciones estimadas cerca del plano de alimentación.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ERBAR, J. H., y MADDOX, R. N.: *Petrol Refiner.*, **40**(50):183 (1961).
2. GILLILAND, E. R.: *Ind. Eng. Chem.*, **32**:110 (1940).
3. LEWIS, W. L., y MATHESON, G. L.: *Ind. Eng. Chem.*, **24**:494 (1932).
4. SHIRAS, R. N.; HANSON, D. *N.*, y GIBSON, C. H.: *Znd. Eng. Chem.*, **42**:871 (1950).
5. UNDERWOOD, A. J. V.: *Chem. Eng. Prog.*, **44**:603 (1948).
6. VORHIS, F. H.: Chevron Research Co., comunicación privada, 1983.

CAPITULO

VEINTIUNO

FUNDAMENTOS DE LA DIFUSION Y DE LA TRANSFERENCIA DE MATERIA ENTRE FASES

La difusión es el movimiento, bajo la influencia de un estimulo físico, de un componente individual a través de una mezcla. La causa más frecuente de la difusión es un gradiente de concentración del componente que difunde. Un gradiente de concentración tiende a mover el componente en una dirección tal que iguale las concentraciones y anule el gradiente. Cuando el gradiente se mantiene mediante el suministro continuo de los componentes de baja y alta concentración, el flujo del componente que se difunde es continuo. Este movimiento es aprovechado en las operaciones de transferencia de materia. Por ejemplo, un cristal de sal en contacto con una corriente de agua o de una disolución diluida, genera un gradiente de concentración en las proximidades de la interfase, difundiéndose la sal a través de las capas de líquido en la dirección perpendicular a la interfase. El flujo de sal hacia fuera de la interfase continúa hasta que el cristal se disuelve. Cuando la sal está intimamente mezclada con un sólido insoluble, el proceso es un ejemplo de lixiviación.

Aunque la causa habitual de la difusión es un gradiente de concentración, la difusión también puede ser originada por un gradiente de presión, por un gradiente de temperatura o por la aplicación de una fuerza externa como en el caso de una centrífuga'. La difusión molecular inducida por un gradiente de presión (no presión parcial) recibe el nombre de ***difusión de presión,*** la inducida por la temperatura ***es*** la ***difusión térmica,*** y la debida a un campo externo es la *difusión* ***forzada.*** Las tres son muy poco frecuentes en ingeniería química, y aquí solamente se considerará la difusión bajo un gradiente de concentración.

La difusión no está restringida a la transferencia molecular a través de capas estacionarias de sólido o fluido. También tiene lugar en fases fluidas debido a la mezcla física o a los remolinos del flujo turbulento, de la misma forma que el calor puede fluir en un fluido por convección. Este hecho recibe el nombre de *difusión* ***en régimen turbulento.*** A veces el proceso de difusión va acompañado de flujo global de la mezcla en una dirección paralela a la dirección de difusión, y con frecuencia está relacionada con el flujo de calor.

Papel de la difusión en la transferencia de materia. En todas las operaciones de transferencia de materia la difusión ocurre por lo menos en una fase, y con

frecuencia en dos fases. En absorción de gases el soluto se difunde a través de la fase gaseosa hacia la interfase y a través de la fase líquida desde la interfase. En destilación el componente menos volátil difunde a través de la fase líquida hacia la interfase y desde ésta hacia el vapor. El componente menos volátil difunde en sentido contrario y pasa a través del vapor hasta el seno del líquido. En lixiviación la difusión del soluto a través de la fase sólida va seguida de la difusión en el seno del líquido. En extracción líquido-líquido el soluto difunde a través de la fase de refinado hacia la interfase y después hacia el interior de la fase extracto. En cristalización el soluto difunde a través de las aguas madres hacia los cristales y se deposita sobre las superficies sólidas. En humidificación no hay difusión a través de la fase líquida debido a que la fase líquida es un componente puro y no existe gradiente de concentración en ella; pero el vapor difunde hacia o desde la interfase gas-líquido hacia fuera o hacia dentro de la fase gaseosa. En el secado, el agua líquida difunde a través del sólido hacia la superficie del mismo, se evapora, y después se difunde como vapor en la fase gaseosa. La zona de evaporación puede estar bien en la superficie del sólido o en el interior del mismo, dependiendo de factores que se estudian en el Capítulo 25. Cuando la zona de evaporación está en el sólido, la difusión tiene lugar en el sólido comprendido entre la zona de evaporación y la superficie, de forma que en el sólido hay difusión de líquido y de vapor.

TEORIA DE LA DIFUSION

En esta sección se considerán relaciones cuantitativas para la difusión. La atención se localiza sobre la difusión en dirección ***perpendicular*** a la interfase y en una localización definida en el equipo. Se supone que transcurre en estado estacionario, de forma que las concentraciones en un determinado punto no varian con el tiempo. La teoría está restringida a mezclas binarias.

Comparación entre la difusión y la transferencia de calor. Existe una analogía entre el flujo de calor y la difusión. En cada caso la causa del flujo es un gradiente. En transmisión de calor la fuerza impulsora es un gradiente de temperatura. En ambos casos la densidad de flujo es directamente proporcional al gradiente. Sin embargo, la analogía no puede extenderse más allá, debido a que el calor no es una sustancia, sino energía en tránsito. Cuando el calor fluye de un punto a otro, no deja un espacio detrás de sí ni requiere un espacio para su nueva localización. La difusión es un flujo físico de materia que transcurre con una velocidad definida. Un componente que se difunde deja detrás de él un espacio y es preciso disponer de un lugar para su nueva localización.

La naturaleza material de la difusión y el flujo que resulta conducen a tres tipos de situaciones:

1. Solamente se transfiere un componente A de la mezcla hacia o desde la interfase, y el flujo total es el correspondiente a A. La absorción de un solo componente desde un gas hacia un líquido es un ejemplo de este tipo.
2. La difusión de un componente A en una mezcla está equilibrada por un

flujo molar igual y de sentido contrario del componente B, de forma que no hay flujo molar neto. Esto ocurre generalmente en destilación, lo cual da lugar a que no haya flujo neto de volumen en la fase gaseosa. Sin embargo, generalmente existe un flujo neto de volumen o de masa en la fase líquida debido a la diferencia de densidades molares.

3. La difusión de A y de B tiene lugar en sentidos contrarios, pero las densidades molares de flujo son diferentes. Esta situación se presenta con frecuencia en la difusión de especies que reaccionan químicamente hacia o desde la superficie de un catalizador, pero las ecuaciones correspondientes no se consideran en este libro.

Magnitudes de difusión. En la teoría de difusión se utilizan cinco conceptos relacionados entre sí:

1. La velocidad u, definida en la forma habitual de longitud/tiempo.
2. La densidad de flujo N a través de un plano, en moles/área-tiempo.
3. La densidad de flujo J con relación a un plano de velocidad nula, en moles/área-tiempo.
4. La concentración c y la densidad molar ρ_M, moles/volumen (también se puede utilizar la fracción molar).
5. El gradiente de concentración dc/db, donde b es la longitud del camino perpendicular al área a través de la cual tiene lugar la difusión.

Cuando se necesitan se utilizan subíndices adecuados. Las ecuaciones se aplican indistintamente en unidades SI, cgs y fps. En algunas aplicaciones pueden utilizarse unidades de masa en vez de molares para las velocidades de flujo y concentraciones.

Velocidades de difusión. Para describir los movimientos de sustancias individuales y de la fase total se requieren distintas velocidades. Puesto que el movimiento absoluto no tiene sentido, cualquier velocidad ha de estar basada en un estado arbitrario de reposo. En este tratamiento, el término «velocidad» sin cualificación se refiere a la velocidad relativa a la interfase entre las fases, que es la que apreciaría un observador que estuviese en reposo con respecto a la interfase.

Las moléculas individuales de un componente cualquiera de la mezcla se mueven al azar. Si se consideran las velocidades instantáneas de componentes, proyectadas en dirección perpendicular a la interfase, y se divide por el número de moléculas de la sustancia, el resultado que se obtiene es la velocidad macroscópica de dicho componente. Para el componente A esta velocidad se representa por u_A.

Velocidad de flujo molar, velocidad y densidad de flujo. Si la densidad de flujo molar total, en moles por unidad de área y unidad de tiempo en dirección perpendicular a un plano estacionario, se representa por N y la velocidad volumétrica media por u_0,

$$N = \rho_M u_0 \tag{21.1}$$

donde ρ_M es la densidad molar de la mezcla.

Para los componentes A y B que cruzan un plano estacionario, las densidades de flujo molares son

$$N_A = c_A u_A \tag{21.2}$$

$$N_B = c_B u_B \tag{21.3}$$

Las difusividades se definen no con respecto a un plano estacionario sino con relación a un plano que se mueve con una velocidad volumétrica media u_0. Por definición, no hay flujo volumétrico neto a través de este plano de referencia, aunque en algunos casos puede haber un flujo neto molar o de masa. La densidad de flujo molar del componente A a través de este plano de referencia es una desndiad de flujo J_A, que es igual a la densidad de flujo de A para un plano estacionario [Ec. (21.2)], menos la densidad de flujo debida al flujo total con una velocidad u_0 y una concentración c_A:

$$J_A = c_A u_A - c_A u_0 = c_A(u_A - u_0) \tag{21.4}$$

$$J_B = c_B u_B - c_B u_0 = c_B(u_B - u_0) \tag{21.5}$$

La densidad de flujo J_A se supone que es proporcional al gradiente de concentración dc_A/db, y a la difusividad del componente A en su mezcla con el componente B, que se representa por D_{AB}. Por tanto,

$$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{db} \tag{21.6}$$

Para el componente B se deduce una ecuación similar:

$$J_B = -D_{BA} \frac{dc_B}{db} \tag{21.7}$$

Las Ecuaciones (21.6) y (21.7) corresponden a la primera ley de Fick de la difusión para una mezcla binaria. Obsérvese que esta ley está basada en tres decisiones:

1. La densidad de flujo está en moles/área-tiempo.
2. La velocidad de difusión es relativa a la velocidad volumétrica media.
3. El potencial impulsor está en términos de concentraciones molares (moles de componente A por unidad de volumen).

Las dimensiones de D_{AB} son longitud al cuadrado por tiempo, y generalmente se expresa en metros cuadrados por segundo o en centímetros cuadrados por segundo.

Relaciones entre difusividades. Las relaciones entre D_{AB} y D_{BA} se pueden establecer fácilmente para el caso de gases ideales, puesto que la densidad molar no depende de la composición:

$$c_A + c_B = \rho_M = \frac{P}{RT} \tag{21.8}$$

Para la difusión de A y B en un gas a temperatura y presión constantes,

$$dc_{,,} + dc, = d\rho_M = 0 \tag{21.9}$$

Eligiendo el plano de referencia para el cual el flujo volumétrico es cero, la suma de las densidades de flujo molares de A y B se pueden tomar como cero, puesto que los volúmenes molares son los mismos:

$$-D_{AB}\frac{dc_A}{db} - D_{BA}\frac{dc_B}{db} = 0 \tag{21.10}$$

Puesto que $dc, = -dc_B$, las difusividades han de ser iguales; es decir,

$$D_{AB} = D_{BA} \tag{21.11}$$

Cuando se trata de líquidos se obtiene el mismo resultado para todas las mezclas de A y B que tienen la misma densidad de masa,

$$c_A M_A + c_B M_B = \rho = \text{cte} \tag{21.12}$$

$$M_A dc_A + M_B dc_B = 0 \tag{21.13}$$

Cuando no hay flujo volumétrico a través del plano de referencia, la suma de los flujos volumétricos debidos a la difusión es cero. El flujo volumétrico es igual al producto del flujo molar por el volumen molar M/ρ, y

$$-D_{AB}\frac{dc_A}{db}\frac{M_A}{\rho} - D_{BA}\frac{dc_B}{db}\frac{M_B}{\rho} = 0 \tag{21.14}$$

Sustituyendo la Ecuación (21.13) en la Ecuación (21.14) se obtiene

$$D_{AB} = D_{BA} \tag{21.15}$$

Se pueden deducir otras ecuaciones para la difusión en líquidos cuando la densidad varía, pero en la mayor parte de las aplicaciones prácticas se admite que las difusividades son iguales que en el caso de mezclas binarias. En las ecuaciones que siguen se utiliza una difusividad volumétrica $D_{,,}$ donde el subíndice v indica que la fuerza impulsora de la difusión está basada en diferencias de concentra-

ción, expresadas en moles por unidad de volumen. Una forma frecuente de la ecuación de difusión expresa la densidad de flujo total relativa a un plano fijo:

$$N_A = c_A u_0 - D_v \frac{dc_A}{db} \tag{21.16}$$

Para gases, con frecuencia, resulta conveniente utilizar fracciones molares en vez de concentraciones molares, y puesto que $c_A = \rho_M y_A$ y $u_0 = N/\rho_M$, la Ecuación (21.16) se transforma en

$$N_A = y_A N - D_v \rho_M \frac{dy_A}{db} \tag{21.17}$$

La Ecuación (21.17) se aplica a veces a líquidos, aunque solamente es aproximada si la densidad molar no es constante.

Interpretación de la ecuación de difusión. La Ecuación (21.16) es la ecuación básica para la transferencia de materia en una fase fluida no turbulenta. Tiene en cuenta la cantidad de componente *A* transportado por el flujo global convectivo del fluido así como la cantidad de *A* que es transferida por difusión molecular. La naturaleza vectorial de las densidades de flujo y de los gradientes de concentración no debe de olvidarse, ya que estas magnitudes se caracterizan no sólo por sus valores sino también por su dirección y sentido. Tal como se han deducido, el sentido positivo de los vectores es el que aumenta *b,* que puede ser hacia fuera o hacia dentro de la interfase. Tal como muestra la Ecuación (21.6), el signo del gradiente es opuesto al sentido de la densidad de flujo, puesto que la difusión transcurre en el sentido de concentraciones decrecientes, lo mismo que el flujo de calor «desciende» por un gradiente de temperatura.

Existen diversos tipos de situaciones a las que es aplicable la Ecuación 21.16. El caso más sencillo corresponde a flujo convectivo nulo e interdifusión equimolar de *A* y *B*, como ocurre en la fase de vapor para destilaciones que tienen flujo molar constante. Un segundo caso frecuente es la difusión de un solo componente de la mezcla, donde el flujo convectivo es debido a la difusión de dicho componente. Ejemplos de este tipo son la evaporación de un líquido con difusión del vapor desde la interfase hacia una corriente gaseosa, y la condensación de un vapor en presencia de un gas no condensable. En muchos casos de absorción de gases también hay difusión de un solo componente, lo que da lugar a un flujo convectivo hacia la interfase. Estos dos tipos de transferencia de materia en gases se tratan en las secciones siguientes para el caso sencillo de transferencia de materia en estado estacionario a través de una capa o película gaseosa de espesor conocido. Los efectos de la difusión no estacionaria y flujo laminar y turbulento se consideran después.

Difusión equimolar. En la difusión equimolar en gases, los flujos netos volumétrico y molar son nulos, y se pueden utilizar las Ecuaciones 21.16 o 21.17 tomando como cero el término convectivo, con lo cual son equivalentes a la

Ecuación 21.6. Utilizando un gradiente de fracción molar, $dc, = \rho_M dy_A$, se integra la Ecuación 21.6 para un espesor de película B_T, suponiendo una densidad de flujo constante J_A:

$$-D_v\rho_M \int_{y_{Ai}}^{y_A} dy_A = J_A \int_0^{B_T} db \tag{21.18}$$

donde y_A = fracción molar de A en el borde exterior de la película
y_{Ai} = fracción molar de A en la interfase o borde interior de la película

Integrando la Ecuación 21.18 y reordenando sus términos se obtiene

$$J_A = \frac{D_v\rho_M}{B_T}(y_{Ai} - y_A) \tag{21.19}$$

o bien

$$J_A = \frac{D_v}{B_T}(c_{Ai} - c_A) \tag{21.20}$$

El gradiente de concentración de A en la película es lineal, y el gradiente de concentración de B tiene la misma magnitud pero sentido contrario, tal como se muestra en la Figura 21.1*a*.

Transferencia de materia de un solo componente (difusión en una sola dirección). Cuando solamente se transfiere un solo componente A, la densidad de flujo molar hacia o desde la interfase, N, es igual a N_A y la Ecuación (21.17) se transforma en

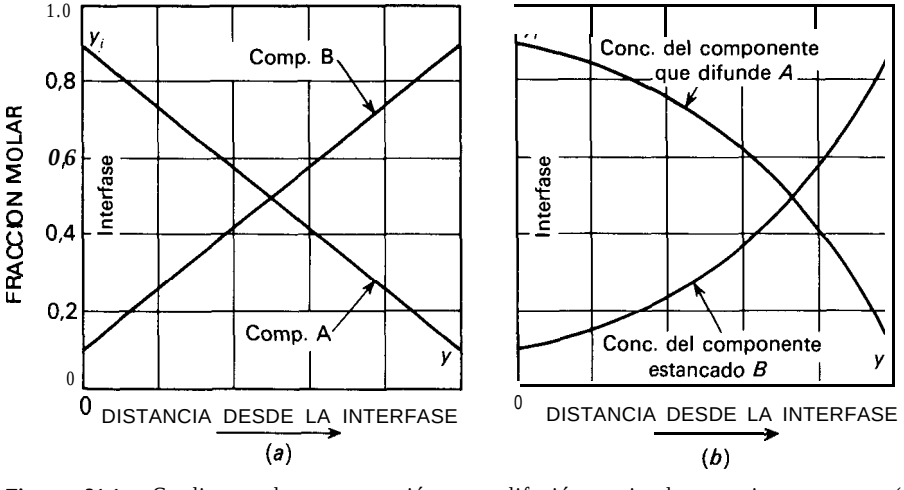


Figura 21.1. Gradientes de concentración para difusión equimolar y unicomponente: (a) los componentes A y B se difunden con la misma velocidad molar, pero en sentido contrario; (*b*) el componente A difunde y el componente B es estacionario con respecto a la interfase.

$$N_A = y_A N_A - D_v \rho_M \frac{dy_A}{db} \tag{21.21}$$

Reordenando e integrando,

$$N_A(1 - y_A) = -D_v \rho_M \frac{dy_A}{db} \tag{21.22}$$

$$\frac{N_A B_T}{D_v \rho_M} = \int_{y_{Ai}}^{y_A} \frac{dy_A}{1 - y_A} = \ln \frac{1 - y_A}{1 - y_{Ai}} \tag{21.23}$$

o bien

$$N_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} \ln \frac{1 - y_A}{1 - y_{Ai}} \tag{21.24}$$

Para densidad de flujo constante, el gradiente no es lineal sino que es más pendiente para valores bajos de y_A, tal como se muestra en la Figura 21.1*b*. La contribución del flujo convectivo a la densidad de flujo, $y_A N$, disminuye al disminuir y_A, de forma que el gradiente se hace más pendiente, reflejando una mayor contribución procedente del término de difusión $-D_v \rho_M dy_A/db$. El ejemplo de la Figura 21.1*b* corresponde a una variación muy grande de concentración a través de la película, tal como debe de ocurrir en la evaporación de un líquido, a temperatura próxima a la de ebullición, en una gran corriente de aire. Si la fracción molar de *A* es mucho más pequeña, tal como en el intervalo de 0 a 0,2, que es típica de la absorción de gases, el gradiente sería aproximadamente lineal. En el límite, cuando y_{Ai} e y_A se hacen muy pequeñas, la Ecuación (21.24) se transforma en la Ecuación (21.19), ya que $\ln(1 - y_A) \approx -y_A$, y

$$-\ln(1 - y_{Ai}) \approx y_{Ai}.$$

Obsérvese que el gradiente de ***B*** se puede obtener directamente a partir del gradiente de A, puesto que $y_A + y_B = 1{,}0$, o bien $c_A + c_B = \rho_M$. ***No*** hay transferencia de ***B*** hacia la interfase a pesar del elevado gradiente de concentración que se muestra en la Figura 21.1*b*. La explicación es que ***B*** tiende a difundirse hacia la región de menor concentración pero la densidad de flujo de difusión es justamente compensada por el flujo convectivo que transporta a ***B*** en sentido contrario.

Ejemplo 21.1. Sabiendo que la difusión del soluto *A* a través de una capa de gas hacia un liquido absorbente se da con $y_A = 0{,}20$ e $y_{Ai} = 0{,}10$, calcúlese la velocidad de transferencia para una sola dirección comparada con la correspondiente a la difusión equimolar. ¿Cuál es el valor de y_A en la distancia intermedia a través de la capa para la difusión en una sola dirección?

SOLUCIÓN

A partir de la Ecuación (21.19),

$$J_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} (0{,}20 - \text{OJO})$$

A partir de la Ecuación (21.24),

$$N_A = \frac{D_v \rho_M}{B_T} \ln \frac{0,9}{0,8} = \frac{D_v \rho_M}{B_T} 0,1178$$

(Los términos de concentración en ambas ecuaciones tienen el signo cambiado con el fin de que la densidad de flujo hacia la interfase sea positiva.)

$$\frac{N_A}{J_A} = \frac{0,1178}{0,10} = 1,18$$

Cuando $b = B_T/2$,

$$\ln \frac{1 - y_A}{0,8} = \frac{B_T}{2} \frac{N_A}{D_v \rho_M} = \frac{0,1178}{2} = 0,0589$$

$$1 - y_A = 0,8485 \qquad y_A = 0,1515$$

La concentración en el punto medio es sólo ligeramente superior a la originada por un posible gradiente lineal ($y_A = 0,150$).

Predicción de difusividades. Lo mejor es disponer de valores experimentales de las difusividades; cuando existe tal información para el sistema deberá utilizarse directamente. Sin embargo, con frecuencia no se dispone de los valores deseados y es preciso estimarlos a partir de correlaciones. A veces se dispone de un valor para un conjunto de condiciones de temperatura y presión, en cuyo caso las correlaciones resultan útiles para predecir, a partir del valor conocido, los valores deseados en otras condiciones.

Difusividades de gases. En el Apéndice 19 se dan valores para algunos gases comunes en aire a 0 °C y 1 atm. Para presiones inferiores a aproximadamente 5 atm puede considerarse que D_v es independiente de la concentración. Las difusividades de gases se pueden predecir con una exactitud considerable a partir de la teoría cinética', [17], si bien las correlaciones teóricas se han modificado teniendo en cuenta la información experimental, lo que da lugar a ecuaciones semi-empíricas[4].

$$D_v = \frac{0,01498 T^{1,81} (1/M_A + 1/M_B)^{0,5}}{P(T_{cA} T_{cB})^{0,1405} (V_{cA}^{0,4} + V_{cB}^{0,4})^2} \qquad (21.25)$$

donde D_v = difusividad, cm^2/s
T = temperatura, K
M_A, M_B = pesos moleculares de los componentes A y B, respectivamente
T_{cA}, T_{cB} = temperaturas críticas de A y B, K.
V_{cA}, V_{cB} = volúmenes críticos de A y B, cm^3/mol-g
P = presión, atm

Ejemplo 21.2. Estímese la difusividad volumétrica D_v para el sistema fluorotricloro-metano-nitrógeno a 100 °C y 10 atm. Las temperaturas críticas y las densidades se dan en la Tabla 21.1.

Tabla 21.1

Componente	T_c, °C	ρ_c, g/cm^3
$CFCl_3$	198	0,552
N_2	− 147	0,311

SOLUCIÓN

Se utilizará la Ecuación (21.25). Los valores que se necesitan para resolverla son

$$T = 373{,}16 \text{ K} \quad T_{cA} = 471{,}16 \text{ K} \quad T_{cB} = 126{,}16 \text{ K}$$

$$M_A = 137{,}5 \quad M_B = 28$$

$$V_{cA} = \frac{137{,}5}{0{,}552} = 249{,}1 \text{ cm}^3/\text{g mol}$$

$$V_{cB} = \frac{28}{0.311} = 90{,}03 \text{ cm}^3/\text{g mol}$$

Sustituyendo en la Ecuación (21.25) se obtiene

$$D_v = \frac{0{,}01498 \times 373{,}16^{1{,}81}(1/137{,}5 + 1/28)^{0{,}5}}{10(471{,}16 \times 126{,}16)^{0{,}1405}(249{,}1^{0{,}4} + 90{,}02^{0{,}4})^2}$$

$$= 1{,}31 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Difusividades de líquidos. La teoría de difusión en líquidos está poco desarrollada y los datos experimentales son menos abundantes que para gases. Las difusividades de líquidos son generalmente de 4 a 5 órdenes de magnitud inferiores a las de gases a la presión atmosférica. La difusión en líquidos ocurre debido al movimiento al azar de las moléculas, pero la distancia media recorrida entre las colisiones es inferior al diámetro molecular, en contraposición con 10 que ocurre en gases, donde el recorrido libre medio es de mayor orden de magnitud que el tamaño de la molécula.

Las difusividades para disoluciones diluidas de líquidos pueden calcularse aproximadamente a partir de la ecuación[21].

$$D_v = 7{,}4 \times 10^{-} \frac{(\psi_B M_B)^{1/2} T}{\mu V_A^{0,6}} \qquad (21.26)$$

donde D_v = difusividad, cm^2/s
T = temperatura absoluta, K
μ = viscosidad de la disolución, cP
V_A = volumen molar del soluto como líquido a su temperatura normal de ebullición, $cm^3/mol\text{-}g$
ψ_B = ***parámetro de asociación*** para el disolvente
M_B = peso molecular del disolvente

Los valores recomendados de ψ_B son 2,6 para agua, 1,9 para metanol, 1,5 para etanol y 1,0 para benceno, heptano, éter y otros disolventes no asociados. Las Ecuaciones (21.26) sólo son válidas para bajas concentraciones y son aplicables a electrólitos.

Para disoluciones acuosas de disoluciones de baja concentración en electrólitos se puede utilizar una ecuación más sencilla[15]:

$$D_v = \frac{13{,}26 \times 10^{-5}}{\mu_B^{1,14} V_A^{0,589}} \tag{21.27}$$

donde μ_B = viscosidad del agua
V_A = volumen molar del soluto a su temperatura normal de ebullición, $cm^3/mol\text{-}g$

Téngase en cuenta que, contrariamente al caso de mezclas gaseosas binarias, el coeficiente de difusión para una disolución diluida de A en B no es el mismo que el correspondiente a una solución diluida de B en A, puesto que μ, M_B y V_A serán diferentes cuando se intercambian el soluto y el disolvente. Para concentraciones intermedias a veces se obtiene un valor de D_v aproximado mediante interpolación entre los valores de las disoluciones diluidas, pero este método conduce a grandes errores para el caso de disoluciones no ideales.

Ejemplo 21.3. Estímese la difusividad de benceno en tolueno y de tolueno en benceno a 110 °C. Las propiedades físicas son

	M	Te, °C	V_A a la Te, cm^3/mol	μ a 110 °C, cP
Benceno	78,11	80,1	96,5	0,24
Tolueno	92,13	110,6	118,3	0,26

SOLUCIÓN

Se utilizará la Ecuación (21.26). Para benceno en tolueno,

$$D_v = \frac{7{,}4 \times 10^{-8}(92{,}13)^{1/2}383}{0{,}26(96{,}5)^{0,6}} = 6{,}74 \times 10^{-5}\ cm^2/s$$

Para tolueno en benceno,

$$D_v = \frac{7{,}4 \times 10^{-8}(78{,}11)^{1/2}383}{0{,}24(118{,}3)^{0{,}6}} = 5{,}95 \times 10^{-5}\ \text{cm}^2/\text{s}$$

Difusión turbulenta. En un régimen turbulento los remolinos al moverse transportan materia desde un punto a otro, lo mismo que transportan cantidad de movimiento y energía. Por analogía con las Ecuaciones (3.18) y (12.45) para el transporte de cantidad de movimiento y calor en régimen turbulento, la ecuación para transferencia de materia es

$$J_{A,t} = -\varepsilon_N \frac{dc}{db} \tag{21.28}$$

donde $J_{A,t}$ = densidad de flujo molar de ***A, con relación a la fase en su conjunto,*** debida a la acción turbulenta
ε_N = difusividad turbulenta o de remolino

La densidad de flujo molar total, con relación a toda la fase, es

$$J_A = -(D_v + \varepsilon_N)\rho_M \frac{dc}{db} \tag{21.29}$$

La difusividad de remolino depende de las propiedades del fluido pero también de la velocidad y de la posición en la corriente. Por tanto, la Ecuación (21.29) no se puede integrar directamente para determinar la densidad de flujo para una diferencia de concentración dada. Esta ecuación se ha utilizado con relaciones teóricas o empíricas para ε_N en estudios fundamentales de transferencia de materia; se han utilizado también ecuaciones similares para transferencia de calor o cantidad de movimiento al desarrollar analogías entre procesos de transferencia. Tales estudios caen fuera del objeto de este libro, pero la Ecuación (21.29) resulta útil para ayudar a comprender la forma de algunas correlaciones empíricas aplicables a la transferencia de materia.

COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE MATERIA Y TEORIA DE PELICULA

En la transferencia de materia en estado estacionario a través de una película estable de fluido se pueden utilizar las Ecuaciones (21.19) o (21.24) para predecir la velocidad de transferencia de materia siempre que se conozca B_T. Sin embargo, ésta no es una situación frecuente debido a que en la mayor parte de las operaciones de transferencia de materia es deseable el flujo turbulento con el fin de aumentar la velocidad de transferencia por unidad de área, o bien favorecer la dispersión de un fluido en otro y crear más área interfacial. Además, la transfe-

rencia de materia hacia una interfase fluida es con frecuencia del tipo de estado no estacionario, variando continuamente los gradientes de concentración y las velocidades de transferencia de materia. A pesar de estas diferencias, en la mayoría de los casos la transferencia de materia se trata utilizando el mismo tipo de ecuaciones con un ***coeficiente de transferencia de materia k.*** Este coeficiente se define como una velocidad de transferencia de materia por unidad de área y por unidad de diferencia de concentración, y generalmente está basado en flujos molares iguales. Las concentraciones se pueden expresar en moles/volumen o en fracciones molares, donde c representa concentración e y y x fracciones molares en las fases de vapor o líquido:

$$k_c = \frac{J_A}{c_{Ai} - c_A} \tag{21.30}$$

o bien

$$k_y = \frac{J_A}{y_{Ai} - y_A} \tag{21.31}$$

Puesto que k_c es una densidad de flujo molar dividida por una diferencia de concentración, tiene unidades de velocidad tales como centímetros por segundo o metros por segundo:

$$k_c = \frac{\text{mol}}{\text{s, cm}^2\text{, mol/cm}^3} = \text{cm/s}$$

Las unidades de k_y o k_x son las mismas que para J_A, moles/área-tiempo, puesto que la fracción molar es adimensional. Es evidente que k_c y k_y están relacionadas con la densidad molar por las siguientes expresiones:

$$k_y = k_c\rho_M = \frac{k_cP}{RT} \tag{21.32}$$

$$k_x = k_c\rho_M = \frac{k_c\rho_{\text{liq}}}{M_{\text{med}}} \tag{21.33}$$

El significado de k_c se pone de manifiesto combinando la Ecuación (21.30) con la Ecuación (21.20) para difusión equimolar en estado estacionario en una película,

$$k_c = \frac{J_A}{c_{Ai} - c_A} = \frac{D_v(c_{Ai} - c_A)}{B_T} \frac{1}{c_{Ai} - c_A} = \frac{D_v}{B_T} \tag{21.34}$$

Por tanto, el coeficiente k_c es igual a la difusividad molecular dividida por el espesor de la película considerada. Cuando se trata de difusión en estado no

estacionario o de difusión en corrientes, todavía se puede utilizar la Ecuación (21.34) para obtener un espesor eficaz de película a partir de valores conocidos de k_c y D_v.

El concepto básico de la ***teoría de película*** es que la resistencia a la difusión puede considerarse equivalente a la de una película estable de un cierto espesor. Ello implica que el coeficiente k_c varía con la primera potencia de D_v, lo cual raramente se cumple, pero esto no le resta valor a la teoría en muchas de sus aplicaciones. La teoría de película se utiliza con frecuencia como una base para problemas complejos de difusión en sistemas multicomponentes o de difusión con reacción química.

Considérese, por ejemplo, la transferencia de materia desde una corriente gaseosa turbulenta hacia la pared de una tubería, con el gradiente de concentración que se muestra en la Figura 21.2. Cerca de la pared hay una capa laminar en la que la transferencia de materia tiene lugar fundamentalmente por difusión molecular y el gradiente de concentración es casi lineal. A medida que aumenta la distancia desde la pared, la turbulencia se hace mayor y la difusión de remolino aumenta, lo que quiere decir que se requiere un menor gradiente para la misma densidad de flujo [(véase la Ec. (21.29)]. El valor de c_A es máximo en el centro de la tubería, pero este valor no se utiliza en los cálculos de transferencia de materia, sino que se toma $c_A - c_{Ai}$ como fuerza impulsora, donde c_A es la concentración que se alcanzaría si la corriente estuviese totalmente mezclada. Esta es una concentración media ponderada para el flujo y es también la concentración que se utiliza en los cálculos de los balances de materia. (Es un valor análogo al utilizado en transmisión de calor, donde se emplea la temperatura media de la corriente para definir h.)

Si el gradiente cerca de la pared es lineal, se puede extrapolar hasta c_A, y la distancia desde la pared hasta este punto es el espesor eficaz de película, B_T. En general, la resistencia a la transferencia de materia reside principalmente en la capa límite laminar, muy próxima a la pared, y B_T es sólo ligeramente superior al espesor de la capa laminar. Sin embargo, al alejarse de la pared, el valor de B_T depende de la difusividad D_v y no de los parámetros de flujo tales como el número de Reynolds. El concepto de espesor eficaz de película resulta útil, pero los valores de B_T no deben confundirse con el espesor real de la capa laminar.

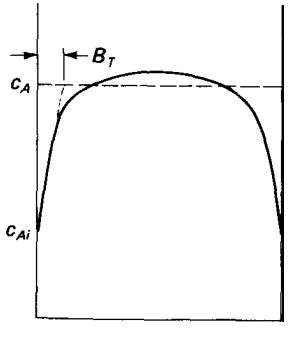


Figura 21.2. Gradiente de concentración para transferencia de materia en una tubería con flujo de gas turbulento.

Efecto de la difusión en una sola dirección. Tal como se ha visto anteriormente, cuando solamente difunde el componente A a través de la película, la velocidad de transferencia de materia para una diferencia de concentración dada es mayor que si el componente B difundiese en sentido contrario. Según las Ecuaciones (21.19) y (21.24), la relación entre las densidades de flujo es

$$\frac{N_A}{J_A} \frac{\ln \dfrac{1 - y_A}{1 - y_{Ai}}}{y_{Ai} - y_A} \tag{21.35}$$

El término $(y_{Ai} - y_A)$ puede escribirse como $(1 - y_A) - (1 - y_{Ai})$, de forma que el segundo miembro de la Ecuación (23.25) es el inverso de la media logarítmica de $(1 - y_A)$ y $(1 - y_{Ai})$, o sea el valor medio de y_B, el componente que no se difunde:

$$\frac{NA}{J_A} = \frac{1}{\overline{(1 - y_A)_L}} = \frac{1}{(y_B)_L} \tag{21.36}$$

Esta relación, deducida para difusión molecular en una película estacionaria, se admite que se cumple razonablemente bien para difusión en estado no estacionario o para una combinación de difusión molecular y de remolino. A veces el coeficiente de transferencia de materia en una sola dirección se representa por k'_c o k'_y, y los coeficientes siguen entonces la misma relación que las densidades de flujo en la Ecuación (21.36):

$$\frac{k'_c}{k_c} = \frac{k'_y}{k_y} = \frac{1}{\overline{(1 - y_A)_L}} \tag{21.37}$$

La velocidad de transferencia de materia unidireccional puede expresarse utilizando cualquiera de los dos tipos de coeficientes:

$$N_A = k'_y(y_{Ai} - Y_A) \tag{21.38}$$

$$N_A = \frac{k_y(y_{Ai} - Y_A)}{\overline{(1 - y_A)_L}} \tag{21.39}$$

Cuando el valor de y_A es 0,10 o inferior, la diferencia entre k_y y k'_y es pequeña y con frecuencia se ignora en los cálculos de diseño. Para transferencia de materia en fase líquida generalmente se omite el término de corrección $\overline{(1 - x_A)_L}$ para la difusión en una sola dirección debido a que la corrección es pequeña en comparación con la incertidumbre en la difusividad y en el coeficiente de transferencia de materia.

Teoría de la capa límite. Aunque existen algunos pocos ejemplos de difusión a través de una película de fluido, la transferencia de materia tiene lugar con

frecuencia en una delgada capa cercana a la superficie donde el flujo es laminar. Si el gradiente de velocidad en la capa límite es lineal y la velocidad es cero en la superficie, se pueden resolver las ecuaciones de flujo y difusión con el fin de obtener el gradiente de concentración y el coeficiente medio de transferencia de materia. El coeficiente depende de la potencia de $2/3$ de la difusividad y disminuye al aumentar la distancia a lo largo de la superficie en la dirección de flujo debido a que un incremento tanto en la distancia como en D_v da lugar a que el gradiente de concentración se extienda más allá de la superficie, lo que origina una disminución del gradiente dc_A/db en la superficie.

Para el flujo sobre una lámina plana o alrededor de un cilindro o una esfera, el perfil de velocidad es lineal cerca de la superficie, pero el gradiente disminuye a medida que la velocidad se acerca a la de la corriente principal en el borde exterior de la capa límite. Los cálculos indican que el coeficiente de transferencia de materia todavía varía con $D_v^{2/3}$ si D_v es pequeña o si el número de Schmidt $(\mu/\rho D_v)$ es igual o superior a 10. Para números de Schmidt del orden de 1, que son típicos para gases, el coeficiente predicho varía con una potencia ligeramente inferior de D_v. Para flujos de capa límite, cualquiera que sea la forma del perfil de velocidad o el valor de las propiedades físicas, la velocidad de transferencia no puede aumentar con la potencia 1,0 de la difusividad, tal como corresponde a la teoría de película. La teoría de capa límite puede utilizarse para estimar k_c en algunas situaciones, pero cuando la capa límite se hace turbulenta o hay separación, no se puede realizar una predicción exacta de k_c, y la teoría sirve fundamentalmente como una guía para el desarrollo de correlaciones empíricas.

TEORIA DE PENETRACION DE TRANSFERENCIA DE MATERIA

La teoría de penetración utiliza la expresión de la velocidad no estacionaria de difusión en una masa relativamente delgada de fluido con concentración constante en la superficie. La variación de concentración con la distancia y el tiempo está regida por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = D_v \frac{\partial^2 c_A}{\partial b^2} \tag{21.40}$$

Las condiciones límite son

$$c_A = \begin{cases} c_{A0} & \text{para } t = 0 \\ c_{Ai} & \text{para } b = 0,\ t > 0 \end{cases}$$

La solución particular de la Ecuación (21.40) es la misma que para conducción en régimen no estacionario en un sólido semiinfinito, Ecuación (10.25).

La densidad de flujo instantáneo para un tiempo t viene dada por la forma análoga de la Ecuación (10.28):

$$J_A = \sqrt{\frac{D_v}{\pi t}} (c_{Ai} - c_A) \tag{21.41}$$

La densidad de flujo media para el intervalo de tiempo entre 0 y t_T es

$$\overline{J_A} = \frac{1}{t_T} \int_0^{t_T} J_A \, dt = \frac{c_{Ai} - c_A}{t_T} \sqrt{\frac{D_v}{\pi}} \int_0^{t_T} \frac{dt}{t^{1/2}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{D_v}{\pi t_T}} (c_{Ai} - c_A) \tag{21.42}$$

Combinando las Ecuaciones (21.30) y (21.42) se obtiene el coeficiente medio de transferencia de materia durante el tiempo t_T:

$$\overline{k_c} = 2\sqrt{\frac{D_v}{\pi t_T}} = 1{,}13\sqrt{\frac{D_v}{t_T}} \tag{21.43}$$

Higbie [16] fue el primero en aplicar esta ecuación para la absorción de un gas en un líquido, demostrando que las moléculas que se difunden no alcanzarán el otro lado de la capa delgada si el tiempo de contacto es corto. El espesor de penetración, definido como la distancia para la cual la concentración varía en un 1 por 100 del valor final, es $3{,}6\sqrt{D_v t_T}$. Para $D_v = 10^{-5}$ cm²/s y $t_T = 10$ s, el espesor de penetración es sólo de 0,036 cm. En los equipos de absorción de gases, las gotas y burbujas tienen con frecuencia tiempos de vida muy cortos debido a la coalescencia y resulta idónea la aplicación de la teoría de penetración.

Una forma alternativa de la teoría de penetración fue desarrollada por Danckwerts[6], quien consideró el caso en el que elementos de fluido situados en la superficie de transferencia son reemplazados al azar por elementos de fluido fresco procedentes de la corriente global. De esta forma resulta una distribución exponencial de edades o tiempos de contacto, y el coeficiente medio de transferencia viene dado por

$$\overline{k_c} = \sqrt{D_v s} \tag{21.44}$$

donde s es la velocidad fracciona1 de renovación superficial, en s^{-1}.

Ambas Ecuaciones (21.43) y (21.44) predican que el coeficiente varia con la potencia $\frac{1}{2}$ de la difusividad y conduce casi al mismo valor para un tiempo medio de contacto dado. Una versión modificada de la teoría de penetración[13], que supone que los remolinos procedentes de un fluido global turbulento penetran hasta distancias al azar de la superficie, conduce a potencias ligeramente más altas para la difusividad, lo que indica que esta teoría debe aplicarse para transferencia de materia hacia la pared de tubos o superficies planas desde una masa de líquido.

Las distintas formas de la teoría de penetración se pueden clasificar como modelos de renovación superficial, que implican bien la formación de una nueva

superficie a intervalos frecuentes de tiempo, o bien el reemplazamiento de elementos de fluido en la superficie por fluido fresco procedente de la masa global. El tiempo t_T, o su inverso, la velocidad media de renovación, son funciones de la velocidad del fluido, de las propiedades del fluido y de la geometría del sistema, y solamente pueden predecirse con exactitud en unos pocos casos. Sin embargo, aun cuando t_T haya de determinarse empíricamente, los modelos de renovación superficial proporcionan una base sólida para la correlación de datos de transferencia de materia en numerosas situaciones, especialmente para la transferencia de materia en gotas y burbujas. La semejanza entre las Ecuaciones (21.43) y (15.19) es un ejemplo de la estrecha analogía entre transferencia de calor y materia. Con frecuencia resulta razonable suponer que t_T es el mismo para ambos procesos y de esta forma estimar velocidades de transmisión de calor a partir de velocidades de transferencia de materia conocidas o viceversa.

MEDIDA EXPERIMENTAL DE COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE MATERIA

A la vista de la complejidad de la transferencia de materia en un equipo dado, las ecuaciones fundamentales para la transferencia de materia raramente son aplicables al equipo en cuestión, y se utilizan métodos empíricos, basados en el análisis dimensional y en analogías semiteóricas, con el fin de obtener ecuaciones válidas. El tratamiento del problema se ha realizado en varias etapas, según se indica a continuación:

1. El coeficiente k se ha estudiado en dispositivos experimentales en los que el área de contacto entre las fases es conocida y en los que no tiene lugar separación de la capa límite. La torre de pared mojada que se muestra en la Figura 21.3, que a veces se utiliza en experimentación, es un diseño de este tipo. Ha permitido obtener una valiosa información sobre transferencia de materia hacia y desde fluidos en régimen turbulento. Una torre de pared mojada es esencialmente un tubo vertical con dispositivos para admitir el líquido en su parte lateral superior y provocar un flujo descendente del mismo a lo largo de la pared interior del tubo por efecto de la gravedad, así como admitir gas por el interior del tubo, fluyendo a través del tubo en contacto con el líquido. En general el gas entra por el fondo de la torre y fluye en contracorriente con el líquido, pero también se puede operar en paralelo. En una torre de pared mojada, el área interfacial es conocida, excepto por lo que respecta a algunas complicaciones debidas a la formación de ondulaciones, y además no hay fricción de forma.
2. La transferencia de materia hacia líquidos con flujo turbulento por el interior de tubos se ha estudiado utilizando tubos de un sólido ligeramente soluble y midiendo la velocidad de disolución del sólido para diferentes velocidades de flujo del líquido. Una técnica alternativa consiste en hacer de una parte del tubo un electrodo y realizar una reducción

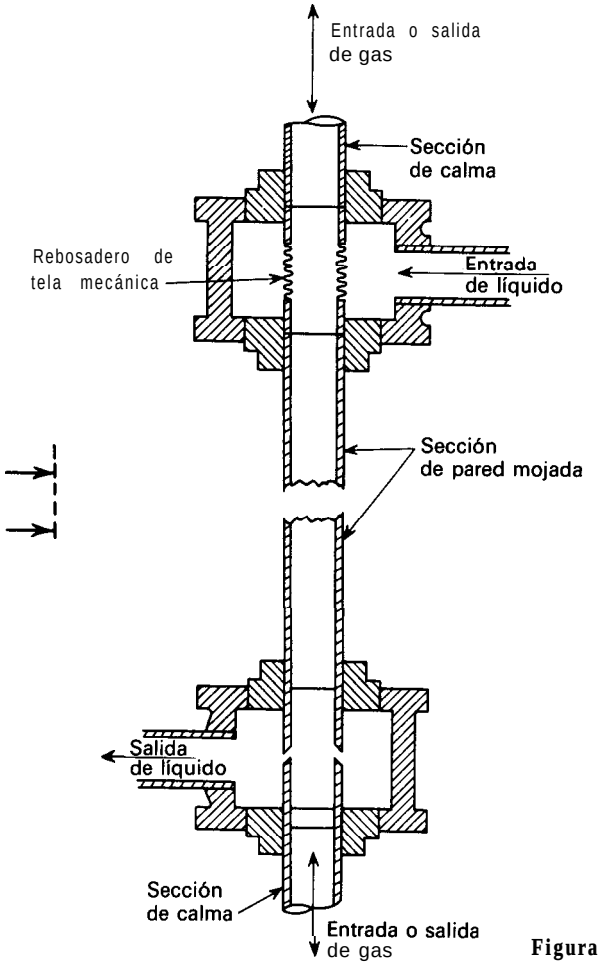


Figura 21.3. Torre de pared mojada.

electroquímica en condiciones para las que la corriente está limitada por la velocidad de transferencia de materia del ion que reacciona en la pared.

3. La transferencia de materia externa, tales como la difusión hacia partículas o en el exterior de tubos y cilindros, requiere correlaciones diferentes de las de transferencia de materia interna, debido a que hay flujo de capa límite sobre parte de la superficie, con frecuente separación de la capa límite. Los coeficientes de transferencia de materia se pueden determinar estudiando la evaporación de líquido desde sólidos porosos mojados. Sin embargo, no resulta fácil asegurar que no hay efecto de resistencia de la transferencia de materia interna. Las complicaciones debidas a la difusión en el sólido se eliminan si éste está formado por una sustancia ligeramente soluble que se disuelve en el líquido, o que sublima si se utiliza flujo de gas. Este método también permite medir coeficientes locales de transferencia de materia en diferentes puntos de la partícula de sólido o del cilindro.

4. Finalmente, se han realizado experimentos de transferencia de materia con equipos industriales tales como torres de relleno, platos perforados, y columnas de burbujas, en los que el área de transferencia de materia varía con las condiciones de operación. Las velocidades de transferencia de materia se convierten primeramente en un coeficiente volumétrico de transferencia de materia ***ka,*** donde a es el área de transferencia por unidad de volumen del equipo. A veces a se determina mediante fotografías, de forma que se pueden desarrollar correlaciones separadas para a y ***k.*** Aunque en la mayoría de los casos están presentes dos fases fluidas, la resistencia de una de las fases se hace generalmente despreciable con lo que se puede determinar ***ka*** para la otra fase. Por ejemplo, en una columna de relleno se pueden determinar los coeficientes de película gaseosa evaporando líquidos puros en una corriente gaseosa ya que no hay resistencia a la difusión en el líquido. De igual forma, la absorción de un gas puro en agua elimina la resistencia de la película gaseosa permitiendo el estudio del coeficiente de película del líquido.

Los experimentos conducentes a la obtención de valores numéricos de ***k o ka*** consisten en medir experimentalmente N_A, A, y_i e y y calcular ***k*** por medio de las Ecuaciones (21.31) o (21.39) o de una forma integrada de las mismas, tal como se expone en el Capítulo 22. Si no se conocen A o a, se utiliza el volumen total del equipo y se calcula ***ka.*** Para planificar los experimentos y para interpretar los resultados en forma de ecuaciones entre grupos adimensionales se utiliza el análisis dimensional. Las analogías entre fricción, transmisión de calor y transferencia de materia constituyen también una fuente de información muy útil.

COEFICIENTES PARA TRANSFERENCIA DE MATERIA A TRAVES DE AREAS CONOCIDAS

En esta sección se presentan correlaciones para transferencia de materia entre fluidos o entre fluidos y sólidos en sistemas en los que se conoce A. En capítulos posteriores se consideran los coeficientes para equipos en los que no se conoce el área de contacto interfacial.

Análisis dimensional. De acuerdo con el mecanismo de transferencia de materia cabe esperar que el coeficiente ***k*** dependa de la difusividad D_v y de las variables que controlan el carácter del flujo del fluido, a saber, la velocidad u, la viscosidad μ, la densidad ρ y una dimensión lineal ***D.*** Puesto que es de esperar que la forma de la interfase influya sobre el proceso, deberá de existir una relación diferente para cada forma. Para cualquier forma dada de la superficie de transferencia de materia se cumple

$$k = f(D_v, D, u, \mu, \rho)$$

El análisis dimensional conduce a

$$\frac{k_c}{u} = \psi_1 \left(\frac{DG}{\mu}, \frac{\mu}{\rho D_v} \right) \tag{21.45}$$

donde $Gb = u\rho$.

La Ecuación (21.45) es análoga a la obtenida por Colburn para transferencia de calor (12.59) y (12.60). Una segunda ecuación adimensional, análoga a la de Nusselt para transmisión de calor, se obtiene multiplicando la Ecuación (21.45) por $(DG/\mu)(\mu/\rho D_v)$,

$$\frac{k_c D}{D_v} = \psi_2 \left(\frac{DG}{\mu}, \frac{\mu}{\rho D_v} \right) \tag{21.46}$$

Los grupos adimensionales de las Ecuaciones (21.45) y (21.46) han recibido nombres y símbolos especiales. El grupo $k_c D/D_v$ recibe el nombre de ***número de Sherwood*** y se representa por N_{Sh}. Este número corresponde al número de Nusselt para transmisión de calor. El grupo $\mu/\rho D_v$ es el número de Schmidt y se representa por N_{Sc}. Se corresponde con el número de Prandtl; valores típicos de este número se presentan en el Apéndice 19. El grupo DG/μ es, por supuesto, una de las formas que puede adoptar el número de Reynolds, N_{Re}.

La Ecuación (21.45) también se agrupa frecuentemente bajo la denominación de factor j, análogo al factor j_H de la Ecuación (12.60). Se define como [5]

$$j_M \equiv \frac{k_c}{u} \left(\frac{\mu}{\rho D_v} \right)^{2/3} \tag{22.47}$$

En general, j_M es una función del N_{Re}. Para la transferencia de materia en fase gaseosa se pueden utilizar otras formas de j_M:

$$j_M = \frac{k_y RT}{Pu} N_{Sc}^{2/3} = \frac{k_y \bar{M}}{G} N_{Sc}^{2/3} \tag{21.48a}$$

$$j_M = \frac{k_g \bar{M} P}{G} N_{Sc}^{2/3} \tag{21.486}$$

En el Capítulo 22 se trata el coeficiente k_y.

Flujo por el interior de tubos. Las correlaciones para la transferencia de materia hacia la pared interior de un tubo deberán ser de la misma forma que para el caso de la transmisión de calor, ya que las ecuaciones básicas para difusión y conducción son semejantes. Si los números de Nusselt y Prandtl en la Ecuación (12.30) se sustituyen por los números de Sherwood y Schmidt, la ecuación se transforma en

$$N_{Sh} = 0{,}023 N_{Re}^{0,8} N_{Sc}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0,14} \tag{21.49}$$

Esta es la ecuación más sencilla que da lugar a un ajuste relativamente bueno de los datos publicados en un amplio intervalo de números de Reynolds y de Schmidt. Dividiendo la Ecuación (21.49) por N_{Re} x N_{Sc} se obtiene el factor j_M, que Chilton y Colburn[5] demostraron que era el mismo que j_H y también igual a $f/2$. Se trata de una correlación alternativa. El término $(\mu/\mu_w^{0,14})$ es generalmente del orden de 1,0 para el caso de transferencia de materia, por lo que se omite,

$$j_M = j_H = \frac{f}{2} = 0{,}023 N_{Re}^{-0,2} \tag{21.50}$$

La analogía representada por esta ecuación es general para transferencia de calor y materia en un mismo equipo.

La ampliación de dicha analogía para incluir la pérdida por fricción solamente es posible para tubos, debido a que en este caso todas las pérdidas se deben a fricción de superficie. La analogía no es aplicable a la fricción total cuando hay fricción de forma debido a la separación del flujo, tal como ocurre en el flujo alrededor de objetos sumergidos.

Se han establecido correlaciones ligeramente más exactas para el flujo en tubos para diferentes intervalos del número de Schmidt. Los datos para la evaporación de varios líquidos en torres de pared mojada (Fig. 21.3) se han correlacionado con exponentes ligeramente más grandes, tanto para el número de Reynolds como para el de Schmidt[9]

$$N_{Sh} = 0{,}023 N_{Re}^{0,81} N_{Sc}^{0,44} \tag{21.51}$$

Los números de Schmidt se variaron desde 0,60 hasta 2,5 y, para este intervalo, la diferencia entre los exponentes 0,44 de la Ecuación (21.51) y 0,33 de la Ecuación (21.49) ha tenido solamente un pequeño efecto sobre el coeficiente. La diferencia de los exponentes puede tener un significado importante, ya que la transferencia hacia una superficie líquida, que puede tener ondas u ondulaciones, será algo diferente de la transferencia hacia una superficie rígida lisa.

Una correlación para transferencia de materia a elevados números de Schmidt (430 a 100000) se ha obtenido midiendo la velocidad de disolución de tubos de ácido benzoico en agua y líquidos viscosos [14]:

$$N_{Sh} = 0{,}0096 N_{Re}^{0,913} N_{Sc}^{0,346} \tag{21.52}$$

La diferencia entre el exponente del número de Schmidt y el valor de un tercio puede no ser significativo, pero el exponente del número de Reynolds es definitivamente mayor que 0,80. Otros estudios de transmisión de calor con grandes números de Prandtl[8] también presentan un exponente del orden de 0,9 para el número de Reynolds. Se dispone de varias ecuaciones empíricas que cubren todo el intervalo de N_{Sc} o de N_{Pr} con buena exactitud".

Ejemplo 21.4. (a) ¿Cuál es el espesor efectivo de la película gaseosa para la evaporación de agua en aire en una columna de pared mojada con un número de Reynolds de

20 000 y una temperatura de 40 "C? (b) Repítase el cálculo para la evaporación de etanol en las mismas condiciones. A 1 atm las difusividades son 0,288 cm^2/s para agua en aire y 0,145 para etanol en aire.

SOLUCIÓN

Para aire a 40 °C,

$$\rho = \frac{29}{22410} \times \frac{273,16}{313,16} = 1,129 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

$$\mu = 0,0186 \text{ cP} \qquad \text{(Ap. 9)}$$

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{1,86 \times 10^{-4}}{1,129 \times 10^{-3}} = 0,165 \text{ cm}^2/\text{s}$$

(a) Para el sistema aire-agua,

$$N_{Sc} = \frac{0,165}{0.288} = 0,573$$

A partir de la Ecuación (21.51),

$$N_{Sh} = 0,023(10\ 000)^{0,81}(0,573)^{0,44} = 31,3$$

En la teoría de película, $k_c = D_v/B_T$, y puesto que $N_{Sh} = k_c D/D_v$,

$$N_{Sh} = \frac{D}{B_T} \quad \text{o} \quad B_T = \frac{2,0}{31,3} = 0,064 \text{ pulg}$$

(b) Para el sistema etanol-aire, $N_{Sc} = 0,165/0,145 = 1,14$

$$N_{Sh} = 0,023(10\ 000)^{0,81}(1,14)^{0,44} = 42,3$$

$$B_T = \frac{2,0}{42.3} = 0,047 \text{ pulg}$$

El espesor B_T se hace más pequeño a medida que disminuye la difusividad debido a que k_c varía con solamente la potencia 0,56 de la difusividad en vez de la potencia 1,0 correspondiente a la teoría de película. Si se utilizase la Ecuación (21.49) los correspondientes valores de B_T serían 0,066 pulg y 0,053 pulg. Estos valores son algo más próximos entre sí debido a que se utiliza $D_v^{2/3}$ en vez de $D_v^{0,56}$.

Flujo perpendicular a cilindros. En la Figura 21.4 se muestra una correlación de j_M frente a N_{Re} para el flujo de aire perpendicular a cilindros aislados. La línea de trazos corresponde a valores de j_H calculados a partir de la Ecuación (12.70), y está basada en datos para líquidos. Los datos para transmisión de calor hacia el aire, tomados de la Figura 12.6, caen ligeramente por debajo de la línea de trazos y están muy próximos a los datos para transferencia de materia. La buena concordancia indica que la analogía entre transferencia de calor y materia se cumple también para flujos externos como para flujos por el interior de tubos.

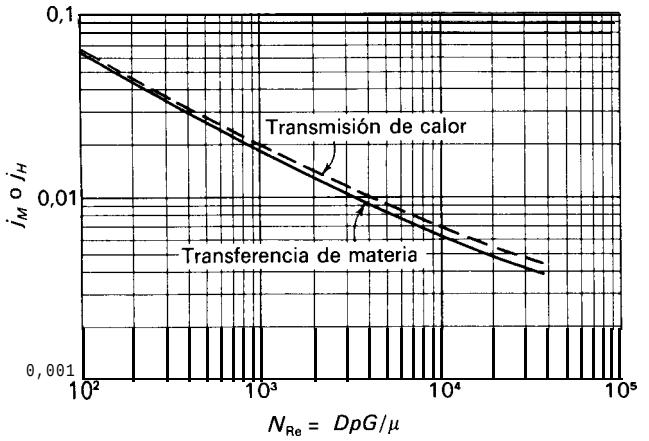


Figura 21.4. Transferencia de calor y materia para flujo sobre cilindros aislados.

Flujo sobre esferas aisladas. En la transferencia de materia en una esfera aislada, el número de Sherwood tiende hacia un valor límite inferior a 2,0 cuando el número de Reynolds tiende hacia cero. Una ecuación sencilla que resulta bastante exacta para números de Reynolds superiores a 1000 es una modificación de la ecuación de **Frössling**[18] [compárese con la **Ec.** (12.71) para N_{Nu}]:

$$N_{Sh} = 2,0 + 0,6N_{Re}^{1/2}N_{Sc}^{1/3} \tag{21.53}$$

Tal como se observa en la Figura 21.5, los datos para números de Reynolds elevados muestran un gradual incremento de la pendiente. El exponente $\frac{1}{2}$ es consistente con la teoría de capa límite, que es aplicable a la parte frontal de la esfera, donde tiene lugar la mayor parte de la transferencia para números de Reynolds moderados. A elevados números de Reynolds, la transferencia de materia en la región turbulenta se hace más importante y aumenta el efecto de la velocidad de flujo.

La correlación de la Figura 21.5 conduce a valores demasiado bajos para el «flujo oscilante», para el que el número de Reynolds es bajo y el número de Peclet N_{Pe} es elevado ($N_{Pe} = N_{Re} \times N_{Sc} = D_p u_0/D_v$). Para este caso la ecuación recomendada es [3]

$$N_{Sh} = (4,0 + 1,21N_{Pe}^{2/3})^{1/2} \tag{21.54}$$

El número de Sherwood limitante de 2,0 corresponde a un espesor eficaz de película de $D_p/2$ cuando el área de transferencia de materia se toma como el área externa de la esfera. Los gradientes de concentración se extienden realmente, en este caso, hasta infinito, pero el área de transferencia de materia también aumenta con la distancia desde la superficie, de forma que el espesor eficaz de película es mucho menor que el estimado a partir del perfil de concentración.

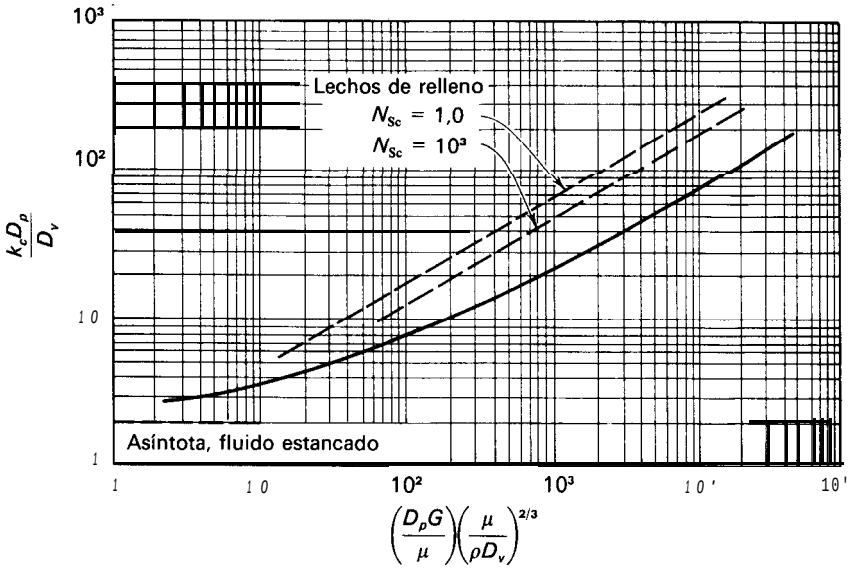


Figura 21.5. Transferencia de calor y materia para el flujo sobre esferas aisladas (línea continua) y en lechos de relleno (líneas de trazos).

TRANSFERENCIA DE MATERIA EN LECHOS DE RELLENO

Se ha realizado un gran número de estudios de transferencia de materia y transmisión de calor desde gases o líquidos hacia partículas en lechos de relleno. Los coeficientes aumentan aproximadamente con la raíz cuadrada de la velocidad másica y con la potencia 2/3 de la difusividad, pero las correlaciones publicadas por distintos autores difieren apreciablemente, en contraste con la estrecha concordancia que se ha encontrado en estudios con esferas aisladas. Una ecuación que representa bastante bien la mayor parte de los datos es [19b]

$$j_M = \frac{k_c}{u_0} N_{Sc}^{2/3} = 1{,}17 \left(\frac{D_p G}{\mu}\right)^{-0{,}415} \tag{21.55}$$

que es equivalente a la ecuación

$$N_{Sh} = 1{,}17 N_{Re}^{0{,}585} N_{Sc}^{1/3} . \tag{21.56}$$

Las Ecuaciones (21.55) y (21.56) se recomiendan para esferas o partículas sólidas con formas aproximadamente esféricas en un lecho con un 40 a 45 por 100 de huecos. Estas ecuaciones para partículas cilíndricas se pueden utilizar sustituyendo el diámetro de la esfera por el del cilindro en los N_{Re} y N_{Sh}. Para

lechos muy porosos o para partículas huecas, tales como anillos, se dispone de otras ecuaciones [10].

Para comparar la transferencia de materia en lechos de relleno con la transferencia en una sola partícula, se han representado en la Figura 21.5 los números de Sherwood, calculados a partir de la Ecuación (21.56) juntamente con la correlación para esferas aisladas. Los coeficientes para lechos de relleno son de 2 a 3 veces mayores que para una esfera aislada para el mismo número de Reynolds. La mayor contribución a esta diferencia se debe a que la velocidad másica en el lecho de relleno es, en este caso, superior. Por conveniencia, el número de Reynolds se basa en la velocidad superficial, pero la velocidad másica media es G/ε, y la velocidad local en algunos puntos del lecho todavía es mayor. Obsérvese que las líneas de trazos de la Figura 21.5 no se han prolongado hasta bajos valores de N_{Re}, ya que no resulta verosímil que los coeficientes para un lecho de relleno llegasen a ser inferiores a los correspondientes a partículas aisladas.

Transferencia de materia en partículas suspendidas. Cuando partículas sólidas se suspenden en un líquido, tal como un tanque agitado, se puede obtener una mínima estimación del coeficiente de transferencia utilizando la velocidad terminal de la partícula para calcular N_{Re} en la Ecuación (21.53). El efecto del tamaño y la densidad de la partícula sobre este coeficiente mínimo k_{cT} se muestra en la Figura 21.6. Para un amplio intervalo de tamaños existe poca variación del coeficiente ya que el aumento de la velocidad terminal y del número de Reynolds

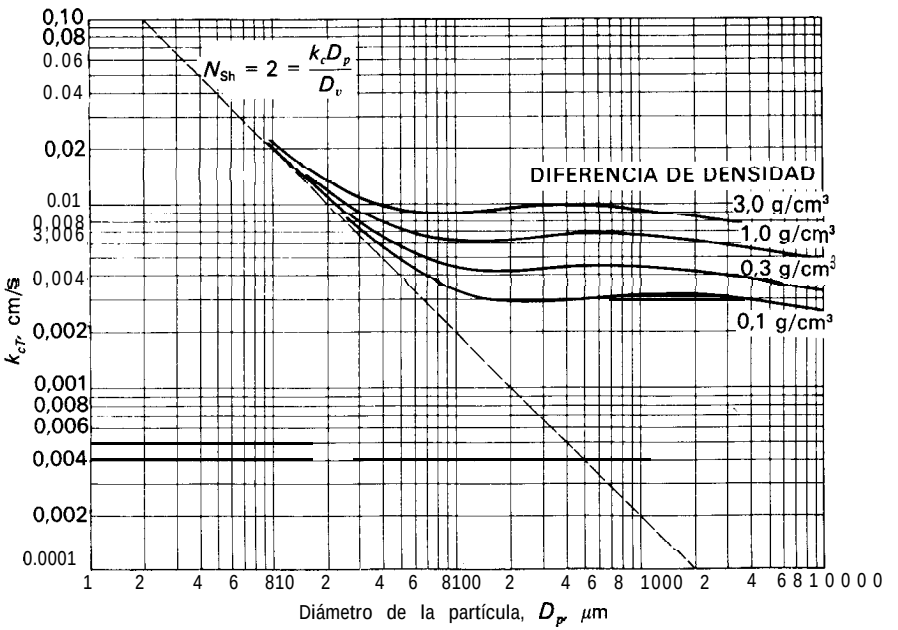


Figura 21.6. Coeficientes de transferencia de materia para partículas suspendidas en agua.

conduce a un número de Sherwood que es aproximadamente proporcional al diámetro de la partícula.

El coeficiente real es mayor que k_{cT} debido a que la frecuente aceleración y desaceleración de las partículas aumentan la velocidad media de deslizamiento. Sin embargo, la relación k_c/k_{cT} está comprendida en un intervalo relativamente estrecho de 1,5 a 8 para un intervalo amplio de tamaño de partículas y de las condiciones de agitación[11]. Una vez que las partículas se encuentran totalmente suspendidas, k_c varía solamente con aproximadamente la potencia 0,1 a 0,15 del poder de disipación por unidad de volumen.

Transferencia de materia en gotas y burbujas. Cuando las gotículas de un líquido descienden a través de un gas, la tensión superficial hace que tiendan a adquirir la forma esférica y los coeficientes de transferencia de materia en la superficie de las gotas con frecuencia es muy próxima a la de esferas sólidas. Sin embargo, el esfuerzo cortante originado por el fluido que se mueve sobre la superficie genera unas corrientes tiroidales de circulación en la gota que disminuyen la resistencia a la transferencia de materia tanto en el interior como en el exterior de la gota. La amplitud del cambio depende de la relación de viscosidades de los fluidos interior y exterior y de la presencia o ausencia de sustancias tales como agentes tensioactivos que se concentran en la interfase [12].

Para una gota de baja viscosidad que desciende a través de un líquido viscoso sin la presencia de un material tensioactivo, la capa límite de velocidad en el fluido exterior casi desaparece. Los elementos de fluido están expuestos a la gota durante cortos espacios de tiempo y la transferencia de materia está regida por la teoría de penetración. Se puede demostrar que el tiempo efectivo de contacto es igual al tiempo que la gota tarda en descender una distancia igual a su propio diámetro; la aplicación de la teoría de penetración conduce a la ecuación

$$k_c = 2\sqrt{\frac{D_v u_0}{\pi D_p}} \tag{21.57}$$

Multiplicando por D_p/D_v se obtiene

$$N_{Sh} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{D_p u_0 \rho}{\mu} \frac{\mu}{\rho D_v} \right)^{1/2}$$

$$= 1{,}13 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/2} \tag{21.58}$$

Comparando la Ecuación (21.58) con la Ecuación (21.53) para una esfera rígida, se observa que la circulación interna puede aumentar k_c por un factor de aproximadamente $1{,}8N_{Sc}^{1/6}$, o 5,7, cuando $N_{Sc} = 10^3$.

Para algunas gotas en caída libre se han encontrado coeficientes en concordancia con la Ecuación (21.57), pero en muchos casos las viscosidades elevadas o impurezas reducen las corrientes de circulación y dan lugar a valores sólo ligeramente superiores a los de esferas rígidas. Por tanto, resulta difícil predecir k_c para

una aplicación práctica, y los cálculos de transferencia de materia generalmente están basados en un coeficiente volumétrico de transferencia de materia $k_c a$ que se estima a partir de ensayos de laboratorio o en planta piloto.

Las mismas incertidumbres se presentan cuando se trata con coeficientes de transferencia de materia desde burbujas de gas que ascienden a través de un líquido. El gas de las burbujas circulará rápidamente debido a la baja viscosidad del gas, pero con frecuencia las impurezas interfieren, dando lugar a coeficientes comprendidos entre los de esferas rígidas y los de burbujas que circulan libremente. Las burbujas de 1 mm de diámetro o inferiores con frecuencia se comportan como esferas rígidas, mientras que las de 2 mm o más lo hacen como burbujas que circulan libremente. Sin embargo, las burbujas superiores a unos pocos milímetros de diámetro adquieren una forma aplanada y pueden oscilar al ascender dificultando las predicciones de transferencia de materia. Al igual que con la transferencia en gotas de líquido, las correlaciones de diseño para sistemas de burbujas generalmente se basan en un coeficiente volumétrico.

Con gotas y burbujas puede ser importante la resistencia a la transferencia de materia en ambas fases. La difusión en el interior de una gota estabilizada (no circulante) es un proceso no estacionario pero, por conveniencia, en la combinación de coeficientes se suele utilizar un coeficiente efectivo interno como en el caso de la transmisión de calor en esferas [véanse las Ecs. (11.38) y (11.40)]:

$$k_{ci} = \frac{10 D_v}{D_p} \tag{21.59}$$

donde k_{ci} = coeficiente efectivo interno de transferencia de materia
D_v = difusividad en el interior de la gota
D_p = diámetro de la gota

TEORIA DE LA DOBLE PELICULA

En muchos procesos de separación la materia ha de difundirse desde una fase hasta otra, y las velocidades de difusión en ambas fases afectan a la velocidad global de transferencia de materia. En la teoría de la doble película, propuesta por Whitman[20] en 1923, se supone que en la interfase hay equilibrio, y se suman las resistencias a la transferencia de materia en las dos fases para obtener una resistencia global, igual que se hace en transmisión de calor. El inverso de la resistencia global es un coeficiente global que es más fácil de utilizar en los cálculos de diseño que los coeficientes individuales.

Lo que da lugar a que la transferencia de materia entre fases sea más compleja que la transmisión de calor es la discontinuidad en la interfase, que se produce como consecuencia de que la concentración o fracción molar del soluto que se difunde es notablemente diferente a ambos lados de la interfase. Por ejemplo, en la destilación de una mezcla binaria, y_A^* es mayor que x_i; los gradientes próximos a la superficie de una burbuja serán como se muestran en la Figura 21.7*a*. Para la

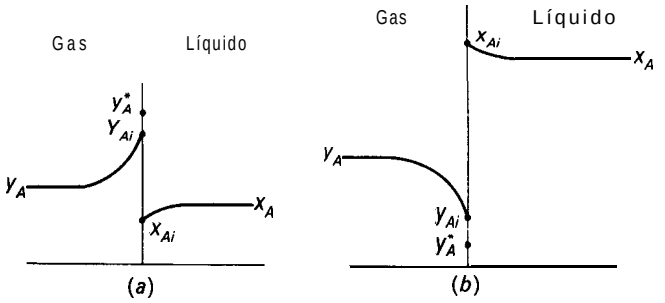


Figura 21.7. Gradientes de concentración cerca de la interfase gas-líquido: (a) destilación; (b) absorción de un gas muy soluble.

absorción de un gas muy soluble, la fracción molar en la interfase del líquido será mayor que en la del gas, tal como se muestra en la Figura 21.7*b*.

Según la teoría de la doble película, la velocidad de transferencia hacia la interfase es igual a la velocidad de transferencia desde la interfase:

$$r = k_x(x_A - x_{Ai}) \tag{21.59}$$

$$r = k_y(y_{Ai} - y_A) \tag{21.60}$$

La velocidad también es igual al producto de un coeficiente global K_y por una fuerza impulsora global $(y_A^* - y_A)$, donde y_A^* es la composición del vapor que estuviese en equilibrio con el líquido global de composición x_A:

$$r = K_y(y_A^* - \text{YA}) \tag{21.61}$$

Para expresar K_y en función de k_y y k_x se reordena la Ecuación (21.61) y el término $(y_A^* - y_A)$ se sustituye por $(y_A^* - y_{Ai}) + (y_{Ai} - \text{y,})$:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{y_A^* - y_A}{r} = \frac{y_A^* - y_{Ai}}{r} + \frac{y_{Ai} - Y_A}{r} \tag{21.62}$$

Se utilizan ahora las Ecuaciones (21.59) y (21.60) para sustituir r en los dos últimos términos de la Ecuación (21.62):

$$\frac{1}{K_y} = \frac{y_A^* - y_{Ai}}{k_x(x_A - x_{Ai})} + \frac{y_{Ai} - y_A}{k_y(y_{Ai} - y_A)} \tag{21.63}$$

En la Figura 21.8 que muestra valores típicos de la composición en la interfase, se pone de manifiesto que la pendiente de la curva de equilibrio viene dada por $(y_A^* - y_{Ai})/(x_A - x_{Ai})$. Esta pendiente se representa por m. La ecuación puede entonces escribirse así

$$\frac{1}{K_y} = \frac{m}{k_x} + \frac{1}{k_y} \tag{21.64}$$

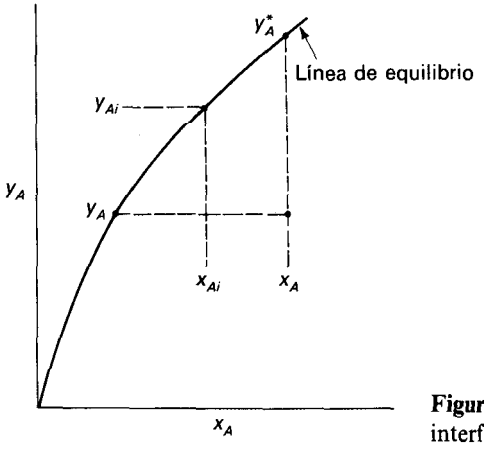


Figura 21.8. Concentraciones globales y de interfase típicas de destilación.

El término $1/K_y$ puede considerarse como una resistencia global a la transferencia de materia, y los términos m/k_x y $1/k_y$ son las resistencias de las películas de líquido y gas. Estas «películas» no tienen por qué ser capas estables de un cierto espesor para que se pueda aplicar la teoría de la doble película. La transferencia de materia en cualquiera de las dos películas puede ser por difusión a través de la capa límite laminar o por difusión en estado no estacionario, como en la teoría de penetración, y el coeficiente global todavía puede obtenerse a partir de la Ecuación (21.64). Para algunos problemas, tales como transferencia a través de una película hacia el seno de una fase en la que es aplicable la teoría de la penetración, el coeficiente asociado a dicha teoría se modifica ligeramente debido a la variante concentración de la interfase, pero el efecto solamente tiene interés académico.

EFICACIA DE LAS ETAPAS

La eficacia de una etapa o plato en una operación de destilación, absorción o extracción es función de las velocidades de transferencia de materia y de los coeficientes de transferencia. Cuando el material se retira de un sólido permeable, como ocurre en las operaciones de lixiviación o secado, las velocidades de transferencia, y a veces las eficacias de las etapas, se pueden estimar a partir de la teoría de difusión.

Eficacia de platos de destilación. La teoría de la doble película se puede aplicar a la transferencia de materia en un plato perforado para ayudar a correlacionar y ampliar los datos de eficacia. Se supone que las burbujas que se forman en las perforaciones ascienden a través de una masa de líquido que está mezclada verticalmente y cuya composición local es x_A. Las burbujas varían de composición a medida que ascienden, y se supone que no hay mezcla de la fase gaseosa en

dirección vertical. Para una unidad de área del plato con una velocidad superficial $\bar{V}_s$, los moles transferidos en una delgada sección dz son

$$\bar{V}_s \rho_M dy_A = K_y a(y_A^* - y_A)dz \tag{21.65}$$

Integrando para una altura Z de líquido aireado se obtiene

$$\int_{yA1}^{yA2} \frac{dy_A}{y_A^* - y_A} \ln \frac{y_A^* - y_{A1}}{y_A^* - y_{A2}} = \frac{K_y a Z}{\bar{V}_s \rho_M} \tag{21.66}$$

o bien

$$\frac{y_A^* - y_{A2}}{y_A^* - y_{A1}} = \exp - \frac{K_y a Z}{\bar{V}_s \rho_M} \tag{21.67}$$

La eficacia local η' viene dado por

$$\eta' = \frac{y_{A2} - y_{A1}}{y_A^* - y_{A1}} \tag{21.68}$$

$$1 - \eta' = \frac{y_A^* - y_{A1} - y_{A2} + y_{A1}}{y_A^* - y_{A1}} \tag{21.69}$$

A partir de la Ecuación (21.67),

$$1 \quad \eta' = \exp - \frac{K_y a Z}{\bar{V}_s \rho_M} = e^{-N_{Oy}} \tag{21.70}$$

El grupo adimensional N_{Oy} recibe el nombre de número de unidades globales de transferencia para la fase gaseosa y su significado se tratará en el Capítulo 22. Para la destilación de líquidos de baja viscosidad, tales como agua, alcohol o benceno, a aproximadamente 100 °C, el valor de N_{Oy} es del orden de 1,5 a 2, y prácticamente independiente de la velocidad del gas para el intervalo normal de operación de la columna. Esto conduce a una eficacia del 78 al 86 por 100, y la eficacia Murphree de los platos será ligeramente distinta, dependiendo del grado de mezcla lateral en el plato y de la cantidad de arrastre.

La importancia relativa de las resistencias del gas y del líquido puede estimarse suponiendo que se cumple la teoría de penetración para ambas fases y con el mismo tiempo de contacto, Puesto que la teoría de penetración [Ec. (21.43)] permite determinar k_c, y k_y y k_x son iguales a $k_c \rho_{My}$ y $k_c \rho_{Mx}$, respectivamente,

$$\frac{k_y}{k_x} = \left(\frac{D_{vy}}{D_{vx}}\right)^{1/2} \frac{\rho_{My}}{\rho_{Mx}} \tag{21.71}$$

Ejemplo 21.5. (a) Utilícese la teoría de penetración para estimar la fracción de la resistencia total correspondiente a la película gaseosa para la destilación de una mezcla benceno-tolueno a 110°C y 1 atm de presión. Las difusividades y densidades son: para el líquido

$$D_{vx} = 6{,}74 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s} \qquad \rho_{Mx} = 8{,}47 \text{ mol/l}$$

Para el vapor,

$$D_{vy} = 0{,}0494 \text{ cm}^2/\text{s} \qquad \rho_{My} = 0{,}0327 \text{ mol/l}$$

(b) ¿Cómo afectaría a la eficacia local y a la participación relativa de las resistencias de la película gaseosa y de la película líquida una reducción de la presión total a su cuarta parte?

SOLUCIÓN

(*a*) Sustituyendo en la Ecuación (21.71) se obtiene

$$\frac{k_y}{k_x} = \left(\frac{0{,}0494}{6{,}74 \times 10^{-5}}\right)^{1/2} \frac{0{,}0327}{8{,}47} = 0{,}105$$

Por tanto, la predicción indica que el coeficiente de película del gas sólo supone un 10 por 100 del coeficiente de película del líquido, y si $m = 1$, alrededor del 90 por 100 de la resistencia total a la transferencia de materia se debería a la película gaseosa.

(b) Supóngase que la columna se opera con el mismo factor F y que esto da lugar a la misma área interfacial a e igual altura de espuma Z. La temperatura de ebullición del tolueno a 0,25 atm es 68 °C o 341 K, en comparación con 383 K a 1 atm.

Película gaseosa. Puesto que $D_{vy} \propto T^{1,81}/P$, el nuevo valor de D_{vy} es

$$D'_{vy} = \left(\frac{341}{383}\right)^{1,81} \frac{D_{vy}}{0{,}25} = 3{,}24 \text{ veces el valor anterior}$$

Suponiendo que la teoría de penetración permanece con el mismo valor de t_T, k_c se multiplica por $\sqrt{3{,}24}$, pero como ρ_{My} es solamente 0,25 de su valor, la variación de k_y es $1{,}8 \times 0{,}25 = 0{,}45$.

Película líquida. En este caso $D_{vx} \propto T/\mu$, y puesto que $\mu = 0{,}35$ cP a 68 °C, el nuevo valor de D_{vx} es

$$D'_{vx} = \frac{341}{383} \frac{0{,}26 D_{vx}}{0.35} = 0{,}66 \text{ veces el valor anterior}$$

Por tanto, k_c disminuye en el factor $\sqrt{0{,}66} = 0{,}81$, y considerando la pequeña variación de la densidad molar a 8,92 mol/l, k_x varía en el factor $0{,}81 \times 8{,}92/8{,}47 = 0{,}86$.

Si la eficacia local a 1 atm de presión es 0,86, lo que corresponde a dos unidades de tranferencia, y si los valores relativos de k_x y k_y son los estimados en la página 708, el valor de K'_y se obtiene como sigue:

$$k'_y = 0{,}45 k_y$$
$$k'_x = 0{,}86 k_x$$

Para 1 atm, $k_y = 0{,}105k_x$ y $K_y = 0{,}905k_y$. Por tanto;

$$k'_x = \frac{0{,}86}{0{,}105}k_y = 8{,}19k_y$$

Para $m = 1$,

$$\frac{1}{K'_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{1}{k'_x} = \frac{1}{0{,}45k_y} + \frac{1}{8{,}19k_y} = \frac{2{,}34}{k_y}$$

La relación del número de unidades de transferencia es igual a la relación de los coeficientes globales. El nuevo número es

$$N'_{oy} = 2\left(\frac{0{,}427}{0{,}905}\right) = 0{,}942$$

$$1 - \eta' = e^{-0{,}942} = 0{,}39$$

$$\eta' = 0{,}61$$

Por tanto se predice que la eficacia local baja desde el 86 hasta el 61 por 100, con un 95 por 100 de la resistencia total debida a la fase gaseosa. No es de esperar una estrecha concordancia con los valores reales de la eficacia debido a las suposiciones que se han hecho para simplificar el análisis, pero la tendencia es correcta, tal como muestra la Figura 18.36, y es evidente que la resistencia de la película gaseosa adquiere una importancia creciente a bajas presiones. Para la destilación a presiones elevadas, k_y y k_x presentan unos valores más aproximados.

Eficacia de las etapas en lixiviación. La eficacia de las etapas en un proceso de lixiviación depende del tiempo de contacto entre el sólido y la disolución así como de la velocidad de difusión del soluto desde el sólido hacia el líquido. Si las partículas del sólido no son porosas y el soluto solamente está contenido en la película de líquido que rodea a las partículas, la transferencia de materia es rápida y un tiempo de contacto razonable conducirá al equilibrio. Un proceso de este tipo es en realidad un lavado en vez de una lixiviación, y si se realiza en una serie de tanques como los de la Figura 17.3, la eficacia de las etapas se puede tomar igual a la unidad. El tiempo de residencia en cada etapa depende principalmente de la velocidad de sedimentación de la suspensión; las pequeñas partículas requieren tiempos más largos si bien la transferencia de materia es más rápida.

Cuando la mayor parte del soluto está inicialmente disuelto en los poros de un sólido poroso, o presente en una fase separada en el interior de partículas sólidas, la velocidad de difusión desde el interior hacia la superficie del sólido generalmente es la etapa controlante de la velocidad global de lixiviación. Una vez que las partículas están suspendidas en el líquido, el aumento de la agitación tiene poco efecto sobre la velocidad de transferencia de materia, pero en cambio la velocidad aumenta considerablemente si el sólido está finalmente dividido. Cuando la resistencia interna a la difusión es el único factor limitante, el tiempo necesario para alcanzar un determinado grado de acercamiento al equilibrio varía con el cuadrado de la menor dimensión de las partículas, tanto si las

partículas son esferas, cilindros o láminas delgadas. (Véase la Fig. 10.6.) Cuando se lixivian minerales contenidos en un material pétreo, el tamaño óptimo de las partículas está determinado por el coste de molienda y la variación de la velocidad con el tamaño de las partículas.

La lixiviación de materiales naturales tales como remolacha azucarera o habas de soja es compleja debido a que el material está contenido en células vegetales y antes de nada ha de pasar a través de la pared celular. Si la resistencia de esta etapa es relativamente grande, el efecto de cortar partículas más pequeñas no será tan grande como en el caso de difusión en un sólido uniforme. En la extracción de aceite a partir de habas de soja, el material se tritura para romper las paredes celulares y dejar libre el aceite, pero la remolacha se corta formando láminas (cosetas) que dejan la mayor parte de las células en contacto, lo que retarda la difusión de las impurezas de elevado peso molecular más que la difusión de la sacarosa.

Bajo ciertas condiciones idealizadas, la eficacia de las etapas en la extracción de algunos (pero no todos) materiales celulares puede estimarse a partir de datos experimentales de difusión obtenidos en las mismas condiciones de agitación y temperatura que se han de utilizar en la planta. Las suposiciones son las siguientes:

1. La velocidad de difusión está representada por la ecuación

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D'_v \frac{\partial^2 X}{\partial b^2} \qquad (21.72)$$

donde X = concentración del soluto en la disolución dentro del sólido
D'_v = difusividad†
b = distancia medida en la dirección de difusión

2. La difusividad es constante.
3. El sólido puede considerarse equivalente a láminas muy delgadas de densidad, tamaño y forma constantes.
4. La concentración X_1 del líquido en contacto con el sólido es constante.
5. La concentración inicial en el sólido es uniforme en todo el sólido.

Con estas suposiciones se puede integrar la Ecuación (21.72) exactamente de la misma forma que la Ecuación (10.16) para la conducción de calor en una lámina. El resultado es

$$\frac{\bar{X} - X_1}{X_0 - X_1} = \frac{8}{\pi^2}\left(e^{-a_1\beta} + \tfrac{1}{9}e^{-9a_1\beta} + \tfrac{1}{25}e^{-25a_1\beta} + \cdots\right) = \phi(\beta) \qquad (21.73)$$

† La difusividad D'_v difiere de la difusividad volumétrica habitual D_v: está basada en un gradiente expresado en libras de soluto por libra de disolvente en vez de fracción molar de soluto, y la transferencia en libras o kilogramos en vez de moles. Puesto que la difusividad D'_v solamente se puede determinar experimentalmente con el material que se ha de extraer, realmente se utiliza como una constante empírica, y estas diferencias carecen de importancia en la práctica.

donde $\bar{X}$ = concentración media del soluto en el sólido para el tiempo t
X_0 = concentración uniforme de soluto en el sólido para tiempo cero
X_1 = concentración constante de soluto en el seno de la disolución en todo momento

Y

$$\beta = \frac{D'_v t}{r_p^2} \qquad a_1 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \tag{21.74}$$

donde $2r_p$ es el espesor de la partícula.

Obsérvese que la Ecuación (21.73) es igual que la Ecuación (10.17) substituyendo T por X y N_{Fo} por β. Para partículas cilíndricas alargadas o para partículas esféricas se pueden deducir ecuaciones semejantes a las Ecuaciones (10.18) y (10.19) para conducción de calor. Estas ecuaciones para partículas laminares, cilíndricas y esféricas están representadas por las curvas de la Figura 10.6, y esta figura puede, por tanto, utilizarse en la resolución de problemas de difusión.

La eficacia de Murphree para las etapas de lixiviación viene dada por las ecuaciones

$$\eta_M = \frac{X_0 - \bar{X}}{X_0 - X_1} = 1 - \frac{\bar{X} - X_1}{X_0 - X_1} = 1 - \phi(\beta) \simeq 1 - \phi\left(\frac{D'_v t}{r_p^2}\right) \tag{21.75}$$

La Ecuación (21.75) se deduce del hecho de que $X_0 - \bar{X}$ es la variación real de concentración en la etapa, y $X_0 - X_1$ es la variación de concentración que se obtendría si se alcanzase el equilibrio.

Ejemplo 21.6. Suponiendo, para el material del Ejemplo 19.2, que $D'_v = 10^{-7}$ cm²/s, que el espesor de las láminas es de 0,04 cm, y que el tiempo de contacto en cada etapa es de 30 min, estímese el número real de etapas que se necesita.

SOLUCIÓN

Puesto que $2r_p = 0{,}04$, $r_p = 0{,}02$ cm y $t = 30 \times 60 = 1800$ s,

$$\beta = \frac{D'_v}{r_p^2} = \frac{10^{-7} \times 1800}{0{,}022} = 0{,}45$$

A partir de la Figura 10.6, $\phi(\beta) = 0{,}26$ y la eficacia de Murphree es

$$\eta_M = 1 - 0{,}26 = 0{,}74$$

En este caso la eficacia media es casi igual a la eficacia de Murphree. El número real de etapas es $4/0{,}74 = 5{,}4$. Por consiguiente, deberán utilizarse cinco o seis etapas.

SIMBOLOS

A Area perpendicular a la dirección de transferencia de materia, pie² o m²
a Area de la interfase por unidad de volumen del equipo, pie⁻¹ o m⁻¹

a_1 $(\pi/2)^2$ en la Ecuación (21.73)

B_T Espesor de la capa a través de la cual tiene lugar la difusión, pies o m

b Distancia desde el límite de la fase en la dirección de difusión, pies o m

Concentración, lb-mol/pie^3 o kg-mol/m^3; c_A, del componente A; c_{A_0}, en el tiempo cero; c_B, del componente B

D Dimensión lineal o diámetro, pies o m; D_p, de la burbuja, gota o partícula

D_{AB} Difusividad del componente A en el componente B; D_{BA}, de B en A

D_v Difusividad volumétrica, pie^2/h, m^2/h o cm^2/s; D_{vv}, en la fase líquida; D'_v en la fase gas; D_{vy}, del soluto a través de la disolución estacionaria contenida en un sólido; D'_{vx}, D'_{vy}, nuevos valores (Ej. 21.5)

f Factor de fricción de Fanning, adimensional

G Velocidad másica, lb/pie^2/h o kg/m^2-h

h Coeficiente individual de transferencia de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C

J Densidad de flujo de materia con relación a un plano de velocidad cero, lb-mol/pie^2-h o kg-mol/m^2-s; J_A, J_B, de los componentes A y B, respectivamente; $J_{A,t}$, del componente A, causada por acción turbulenta

j_H Factor j de Colburn para transmisión de calor, $(h/c_pG)(c_p\mu/k)^{2/3}$, adimensional

J_M Factor j de Colburn para transferencia de materia, $(k_y\bar{M}/G)(\mu/\rho D_v)^{2/3}$, adimensional

K_y Coeficiente global de transferencia de materia en la fase gaseosa, lb-mol/pie^2-h-unidad de fracción molar o kg-mol/m^2-s-unidad de fracción molar

k Coeficiente individual de transferencia de materia; k_c, en pies/s o cm/s; k_{cT}, coeficiente mínimo para una partícula suspendida (Fig. 21.6); k_{ci}, coeficiente interno efectivo [Ec. (21.59)]; $\bar{k}_c$, valor medio durante el tiempo t_T; k_y, k_y, en la fase líquida y en la fase gaseosa, respectivamente, basados en diferencias de fracción molar, lb-mol/pie^2-h-unidad de fracción molar o kg-mol/m^2-s-unidad de fracción molar

k Coeficiente efectivo de transferencia de materia para difusión en un solo sentido; k'_c, en pies/s o cm/s; k'_y, en la fase gaseosa, lb-mol/pie^2-h-unidad de fracción molar o kg-mol/m^2-s-unidad de fracción molar

M Peso molecular; M_A, M_B, de los componentes A y B, respectivamente

m Pendiente de la línea de equilibrio

N Densidad de flujo de transferencia de materia a través de un plano o límite, lb-mol/pie^2-h o kg-mol/m^2-s; N_A, N_B, de los componentes A y B, respectivamente

N_{Nu} Número de Nusselt, hD_p/k

N_{Pe} Número de Peclet, $D_p\mu_0/D_v$

N_{Pr} Número de Prandtl, $c_p\mu/k$

N_{Re} Número de Reynolds, DG/μ

N_{Sc} Número de Schmidt, $\mu/\rho D_v$

N_{Sh} Número de Sherwood, k_cD/D_v

N_{oy} Número de unidades globales de transferencia de materia para la fase gaseosa

P Presión, lb$_f$/pie^2 o atm

R Constante de la ley de los gases ideales, 1545 pies/lb$_f$/lb-mol-°R o 8,314/J/g-mol-K

Velocidad de transferencia de materia, lb-mol/pie^2-h o kg-mol/m^2-s

r_p Semiespesor de la partícula, pies o m

Velocidad fracciona1 de renovación superficial, s^{-1}

T Temperatura, °F, °R, °C, o K; T_{cA}, T_{cB}, temperaturas críticas de los componentes A y B, respectivamente

Tiempo, h o s; t_T, tiempo de residencia sobre la superficie de transferencia

u Velocidad, pies/s o m/s; u_A, u_B, de los componentes A y B, respectivamente; u_0, velocidad media volumétrica de la fase; también velocidad sobre una burbuja, gota o partícula suspendida; también velocidad superficial en un lecho de relleno

V_A Volumen molar de soluto como líquido a su temperatura normal de ebullición, $cm^3/g\text{-}mol$

V_c Volumen crítico molar, $cm^3/g\text{-}mol$; V_{cA}, del componente *A*; V_{cB}, del componente *B*

X Concentración de soluto en la disolución dentro del sólido; X_0, para el tiempo cero; X_1, en el seno de la disolución; $\bar{X}$, concentración media en la disolución con sólido para el tiempo *t*

x Fracción molar en el líquido o fase *L*; x_A, del componente *A*; x_{Ai}, del componente *A* en la interfase

Y Fracción molar en el gas o fase *V*; y_A, del componente *A*; y_{Ai}, del componente *A* en la interfase; y_{A1}, y_{A2}, en el fondo y en la cima de la capa de líquido aireado, respectivamente; y_B, del componente *B*; $(y_B)_L$, valor medio logarítmico; y_i, en la interfase

Z Espesor de la masa de líquido en un plato de destilación, pies o m

z Distancia en dirección vertical, pies o m

Lelras griegas

β Grupo de difusión, $D'_v t/r_p^2$, adimensional

ε_N Difusividad de remolino de materia, pie^2/h, m^2/h o cm^2/s

η Eficacia del plato o etapa; η_M, eficacia de Murphree; η', eficacia local

μ Viscosidad, cP; μ_B, viscosidad del agua [Ec. (21.27)]

ρ Densidad lb/pie^3 o kg/m^3

ρ_M Densidad molar, $lb\text{-}mol/pie^3$ o $g\text{-}mol/m^3$; ρ_{Mx}, del líquido; ρ_{My}, del gas

ϕ, ψ Funciones; ψ_1, en la Ecuación (21.45); ψ_2, en la Ecuación (21.46)

ψ_B Parámetro de asociación para el disolvente [Ec. (21.26)]

PROBLEMAS

21.1. El dióxido de carbono se difunde a través de nitrógeno en un solo sentido a la presión atmosférica y 0 °C. La fracción molar de CO_2 en el punto *A* es 0,2; en el punto *B*, separado 10 pies en la dirección de difusión, su fracción molar es 0,02. El gradiente de concentración es constante en esta distancia. La difusividad D_v es 0,144 cm^2/s. La fase gaseosa en su conjunto es estacionaria; es decir, el nitrógeno difunde con la misma velocidad que el dióxido de carbono pero en sentido contrario. *(a)* ¿Cuál es la densidad de flujo molar de CO_2, en libras mol por pie cuadrado y por hora? (b) ¿Cuál es la densidad de flujo ***neto*** de materia, en libras por pie cuadrado y por hora? (c) ¿A qué velocidad, en metros por segundo, debería moverse un observador desde un punto hacia el otro para que la densidad de flujo neto de materia, ***con relación a*** él, fuese cero? (*d*) ¿A qué velocidad debería moverse para que, con respecto a él, ***el nitrógeno*** estuviese estacionario? (e) ¿Cuál sería la densidad de flujo molar del dióxido de carbono con relación al observador en estas condiciones?

21.2. Un tanque circular de ***20*** pies de diámetro que contiene benceno a 22 °C se encuentra abierto a la atmósfera de tal manera que el líquido soporta una película de aire de 5 mm de espesor. La concentración de benceno por encima de dicha película puede considerarse despreciable. La presión de vapor del benceno a 22 °C es de 100 mm de Hg; Sabiendo que el benceno cuesta 1,5 dolares por galón, ¿Cuál es el valor de las perdidas diarias de benceno en dólares? El peso específico del benceno es 0,88.

21.3. Se absorbe alcohol desde una mezcla de alcohol y agua, ambos en fase vapor, por medio de un disolvente no volátil en el que el alcohol es soluble y el agua no. La

temperatura es de 97 °C y la presión total de 760 mm Hg. Se puede considerar que el vapor de alcohol difunde a través de una película formada por una mezcla gaseosa de alcohol y agua de 0,1 mm de espesor. El porcentaje molar de alcohol en el vapor fuera de la película es del 80 por 100, y en el interior, junto al disolvente, es del 10 por 100. La difusividad volumétrica de las mezclas alcohol-agua en fase de vapor a 25 °C es 0,15 cm^2/s. Calcúlese la velocidad de difusión del vapor de alcohol en libras por hora si el área de la película es de 100 pie'.

21.4. Una mezcla, en fase de vapor, de alcohol y agua se rectifica mediante contacto con una solución líquida de alcohol-agua. El alcohol se transfiere del vapor al líquido y el agua del líquido al vapor. Las velocidades de flujo molares de alcohol y agua son iguales y de sentido contrario. La temperatura es 95 °C y la presión 1 atm. Ambos componentes se difunden a través de una película de vapor de 0,1 mm de espesor. Las fracciones molares de alcohol en el exterior y en el interior de la película son 0,80 y 0,10 respectivamente. Calcular las velocidades de difusión del alcohol y del agua, en Kg/h, a través de una película de área igual a 10 m^2.

21.5. Una columna de pared mojada que opera a la presión total de 518 mm Hg se alimenta con agua y aire, este último a razón de 120 g/min. La presión parcial del vapor de agua en la corriente de aire es de 76 mm Hg y la presión de vapor de la película de agua líquida que fluye sobre la pared de la torre es 138 mm Hg. La velocidad observada para la evaporación de agua en el aire es de 13,1 g/min. El mismo equipo, ahora a la presión total de 820 mm Hg, se alimenta con aire a la misma temperatura que antes y a razón de 100 g/min. El líquido que se vaporiza es n-butano]. La presión parcial del alcohol es 30,5 mm Hg, y la presión de vapor del alcohol liquido es 54,5 mm Hg. ¿Qué velocidad de evaporación, en gramos por minuto, cabe esperar en el experimento con n-butanol?

21.6. A través de un delgado lecho relleno con esferas de naftaleno de 1/2 pulg de diámetro circula aire a 100 °F y 2,0 atm. con una velocidad de 5 pies/s, basada en la sección transversal del tubo vacio. La presión de vapor del naftaleno es 117 mm Hg. ¿Cuántas libras por hora de naftaleno se evaporarán en 1 pie^3 de lecho, suponiendo que su porosidad es del 40 por 100?

21.7. Los coeficientes de difusión para vapores en aire se pueden determinar midiendo la evaporación de líquido en un tubo vertical de vidrio. Para un tubo de 0,2 cm de diámetro lleno con n-heptano a 21 "C, calcúlese la velocidad de descenso del nivel del líquido cuando el menisco está a 1 cm de la parte superior, tomando para la difusividad el valor de 0,071 cm^2/s. A 21 "C la presión de vapor y la densidad del n-heptano son 0,050 atm y 0,65 g/cm^3, respectivamente. ¿Habría alguna ventaja en usar un tubo de mayor diámetro?

21.8. Estímese el coeficiente de transferencia de materia de la película de líquido para el O_2 que difunde desde una burbuja de aire que asciende a través de agua a 20 °C. Elíjase un tamaño de burbuja de 4,0 mm y supóngase forma esférica, así como una rápida circulación del gas en el interior de la burbuja. Despréciese la variación del tamaño de la burbuja con la distancia recorrida y calcúlese la fracción de oxígeno absorbido desde el aire si el agua no contiene oxígeno disuelto.

21.9. Calcúlese el efecto de la variación de la pendiente de la línea de equilibrio sobre la eficacia local en una columna de destilación de platos perforados. Utilícese como ejemplo el sistema benceno-tolueno y predígase η' para platos en los que la mezcla es rica en tolueno y para los que es rica en benceno, partiendo con un valor estimado de η' para la mitad de la columna.

21.10. Esferas de ácido benzoico sólido se disuelven en agua en un tanque agnado. Si el número de Sherwood es prácticamente constante con un valor de 4,0, demuéstrese cómo el tiempo necesario para disolución completa varía con el tamaño inicial de la partícula. ¿Cuánto tiempo se requeriría para que las partículas de 100 μm se disuelvan completamente en agua pura a 25 "C? Solubilidad: 0,43 g/100 g H_2O. D_v = 1,21 x 10^{-5} cm^2/s.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BIRD, R. B.: «Advances in Chemical Engineering», vol. I, pp. 156-239, Academic, New York, 1956.
2. BIRD, R. B.; STEWART, W. E., y LIGHTFOOT, E. N.: «Transport Phenomena», Wiley, New York, 1960.
3. BRIAN, P. L. T., y HALES, H. B.: *AIChE J.*, **15**:419 (1969).
4. CHEN, N. H., y OTHMER, D. F.: *J. Chem. Eng. Data*, **7**:37 (1962).
5. Chilton, T. H., y COLBURN, A. P.: *Ind. Eng. Chem.*, **26**:1183 (1934).
6. DANCKWERTS, P. V.: *Znd. Eng. Chem.*, **43**:1460 (1951).
7. FAN, H. P.; MORRIS, J. C., y WAKEMAN, H.: *Ind. Eng. Chem.*, **40**:195 (1948).
8. FRIEND, W. L., y METZNER, A. B.: *AZChE J.*, **4**:393 (1958).
9. GILLILAND, E. R., y SHERWOOD, T. K.: *Ind. Eng. Chem.*, **26**:516 (1935).
10. GUPTA, A. S., y THODOS, G.: *Chem. Eng. Prog.*, **58**(7):58 (1962).
11. HARRIOTT, P.: *AZChE J.*, **8**:93 (1962).
12. HARRIOTT, P.: Can. *J. Chem. Eng.*, **40**:60 (1962).
13. HARRIOTT, P.: *Chem. Eng. Sci.*, **17**:149 (1962).
14. HARRIOTT, P., y HAMILTON, R. M.: *Chem. Eng. Sci.*, **20**:1073 (1965).
15. HAYDUK, W., y LAUDIE, H.: *AZChE J.*, **20**:611 (1974).
16. HIGBIE, R.: *Trans. AZChE*, **31**:365 *(1935).*
17. PRESENT. R. D.: «Kinetic Theory of Gases», McGraw-Hill, New York, 1958.
18. SCHLICHTING, H.: «Boundary Laver Theory», 7.ª ed., pp. 303-304, McGraw-Hill, New York, 1979.
19. SHERWOOD, T. K.; PIGFORD, R. L., y WILKE, C. R.: «Mass Transfer», pp. 169, 242, McGraw-Hill, New York, 1975.
20. WHITMAN, W. G.: *Chem. and Met. Eng.*, **29**:146 (1923).
21. WILKE, *C.* R., *y* CHANG, P.: *AZChE J.*, **1**:264 *(1955).*

CAPITULO

VEINTIDOS

ABSORCION DE GASES

Este capítulo trata de las operaciones de transferencia de materia conocidas como ***absorción de gases y*** *desorción* ***o*** *«stripping».* En la absorción de gases un vapor soluble se absorbe desde su mezcla con un gas inerte por medio de un líquido en el que el gas soluble es más o menos soluble. El lavado de amoníaco a partir de una mezcla de amoníaco y aire por medio de agua líquida es un ejemplo típico. El soluto se recupera después del líquido por destilación, y el líquido absorbente se puede desechar o ser reutilizado. A veces un soluto se recupera de un líquido poniendo éste en contacto con un gas inerte. Tal operación, que es inversa de la absorción, recibe el nombre de desorción de gases ***o stripping.***

Al final de este capítulo hay una sección dedicada a la aplicación de torres de relleno, que se utilizan principalmente en absorción de gases, destilación y extracción líquido-líquido.

DISEÑO DE TORRES DE RELLENO

Un aparato frecuentemente utilizado en absorción de gases y en algunas otras operaciones es la torre de relleno, un ejemplo de ésta se representa en la Figura 22.1. El dispositivo consiste en una columna cilíndrica, o torre, equipada con una entrada de gas y un espacio de distribución en la parte inferior; una entrada de líquido y un distribuidor en la parte superior; salidas para el gas y el líquido por cabeza y cola, respectivamente; y una masa soportada de cuerpos sólidos inertes que recibe el nombre de ***relleno de la torre.*** El soporte ha de tener una gran fracción de área libre de forma que no se produzca inundación en el plato de soporte. La entrada del líquido, que puede ser disolvente puro o una disolución diluida del soluto en el disolvente, y que recibe el nombre de ***liquido agotado, se*** distribuye sobre la parte superior del relleno mediante un distribuidor y, en la operación ideal, moja uniformemente la superficie del relleno. El gas que contiene el soluto, o gas rico, entra en el espacio de distribución situado debajo del relleno y asciende a través de los intersticios del relleno en contracorriente con el flujo de líquidos. El relleno proporciona un gran área de contacto entre el líquido y el gas,

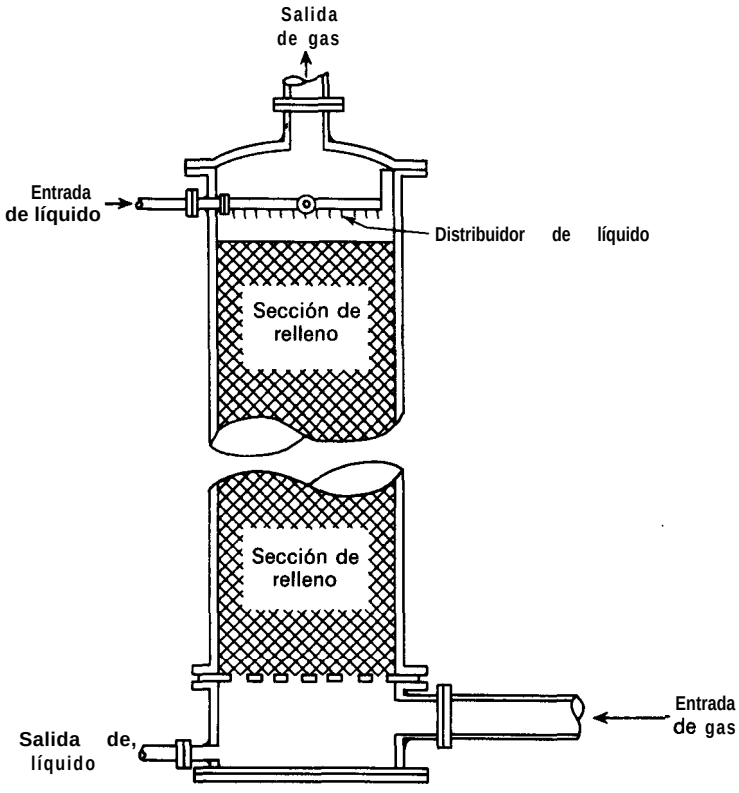


Figura 22.1. Torre de relleno.

favoreciendo así un íntimo contacto entre las fases. El soluto contenido en el gas rico es absorbido por el líquido fresco que entra en la torre, y el gas diluido o agotado abandona la torre. El líquido se enriquece en soluto a medida que desciende por la torre y el ***liquido concentrado*** sale por el fondo de la torre.

Se han diseñado muchos tipos de torres y muchas de ellas son de uso frecuente. El relleno puede ser cargado al azar en la torre o bien ser colocado ordenadamente a mano. Los rellenos al azar consisten en unidades de 1/4 a 3 pulg en su dimensión mayor; los rellenos inferiores a 1 pulg se utilizan fundamentalmente en columnas de laboratorio o de planta piloto. Las unidades de relleno ordenado son de tamaños comprendidos entre 2 y 8 pulg. En la Figura 22.2 se representan algunos tipos frecuentes de cuerpos de relleno.

Los principales requerimientos de un relleno de torre son:

1. Ha de ser químicamente inerte frente a los fluidos de la torre.
2. Ha de ser resistente mecánicamente sin tener un peso excesivo.
3. Ha de tener pasos adecuados para ambas corrientes sin excesiva retención de líquido o caída de presión.
4. Ha de proporcionar un buen contacto entre el líquido y el gas.
5. Ha de tener un coste razonable.

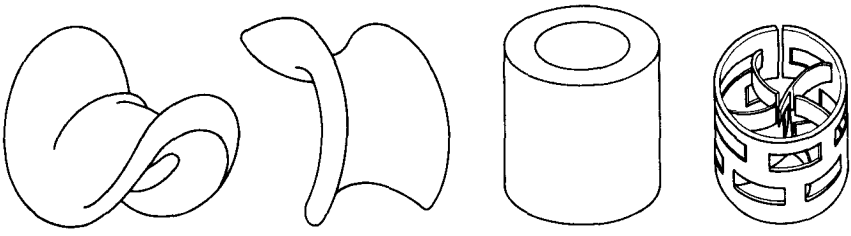


Figura 22.2. Cuerpos de relleno típicos: (a) montura de Berl; (b) montura Intalox; (c) anillo Raschig; (d) anillo Pall.

Por tanto, la mayoría de los rellenos de torre se construyen con materiales baratos, inertes y relativamente ligeros, tales como arcilla, porcelana o diferentes plásticos. A veces se utilizan anillos metálicos de pared delgada, de acero o aluminio. La porosidad del lecho y el paso para los fluidos se fuerzan haciendo las unidades de relleno irregulares o huecas, de forma que se entrelazan para dar lugar a estructuras abiertas con una porosidad de 60 a 95 por 100. En la Tabla 22.1 se dan las características de varios rellenos.

Tabla 22.1. Características de rellenos para torres[6b]

Tipo	Material	Tamaño nominal, pulg	Densidad global†, lb/pie^3	Area total†, pie^2/pie^3	Porosidad, ε	Factores de relleno‡	
						F_p	f_p
Monturas Berl	Cerámica	$\frac{1}{2}$	54	142	462	240	§1,58
		1	45	76	0,68	110	§1,36
		$1\frac{1}{2}$	40	46	0,71	65	§1,07
Monturas Intalox	Cerámica	$\frac{1}{2}$	46	190	0,71	200	2,27
		1	42	78	0,73	92	1,54
		$1\frac{1}{2}$	39	59	0,76	52	1,18
		2	38	36	0,76	40	1,0
		3	36	28	0,79	22	0,64
Anillos Raschig	Cerámica	4	55	112	0,64	580	§1,52
		1	42	58	0,74	1.55	§1,36
		$1\frac{1}{2}$	43	37	0,73	95	§1,0
		2	41	28	0,74	65	§0,92
Anillos Pall	Acero	1	30	63	0,94	48	1,54
		$1\frac{1}{2}$	24	39	0,95	28	1,36
		2	22	31	0,96	20	1,09
	Polipropileno	1	5,5	63	0,90	52	1,36
		$1\frac{1}{2}$	4,8	39	0,91	40	1,18

† La densidad global y el área total están referidas a la unidad de volumen de la columna.

‡ El factor F_p es un factor de caída de presión, y el factor f_p es un coeficiente relativo de transferencia de materia.

§ Basados en datos NH_3—H_2O; los demás factores basados en datos CO_2—NaOH.

Contacto entre el líquido y el gas. El requisito de un buen contacto entre el líquido y el gas es la condición más difícil de cumplir, especialmente en torres grandes. Idealmente, el líquido, una vez distribuido en la parte superior del relleno, fluye en forma de una película sobre la superficie del relleno durante todo el recorrido de descenso a través de la torre. En la realidad las películas tienden a crecer de espesor en algunos lugares y a disminuir en otros, de forma que el líquido se agrupa en pequeñas corrientes y desciende a través de caminos preferentes localizados en el relleno. Especialmente para bajas velocidades del líquido, una buena parte de la superficie del relleno puede estar seca, o más frecuentemente, recubierta por una película estacionaria de líquido. Este efecto se conoce con el nombre de canalización y es la principal razón del mal funcionamiento de las grandes torres de relleno.

La canalización es más severa en torres con relleno ordenado, menos severa en relleno formado por sólidos triturados y todavía menos en rellenos al azar de unidades de forma regular tales como anillos [7]. En torres de tamaño moderado la canalización puede minimizarse haciendo que el diámetro de la torre sea por lo menos 8 veces el diámetro del relleno. Si la relación entre el diámetro de la torre y el diámetro del relleno es inferior a 8:1, el líquido tiende a desplazarse hacia fuera y descender por la pared de la columna. Sin embargo, aun en columnas pequeñas que cumplen esta condición, la distribución del líquido y la canalización tienen la principal influencia sobre el funcionamiento de la columna. En torres altas rellenas con cuerpos de relleno grandes, el efecto de canalización puede ser muy importante y normalmente se incluyen redistribuidores de líquido cada 10 o 15 pies de la sección de relleno.

Para bajas velocidades de líquido, con independencia de la distribución inicial del líquido, la mayor parte de la superficie del relleno no es mojada por el líquido que desciende. Al aumentar la velocidad del líquido aumenta también la fracción mojada de la superficie del relleno, hasta que para una velocidad crítica, que generalmente es elevada, toda la superficie está mojada y es efectiva.

Velocidades limite de flujo; carga e inundación. En una torre que contiene un determinado relleno y que está irrigada con un flujo definido de líquido, existe un límite superior para la velocidad de flujo del gas. La velocidad correspondiente a este punto recibe el nombre de ***velocidad de inundación.*** Puede encontrarse observando la relación entre la caída de presión a través del lecho de relleno y la velocidad de flujo del gas, a partir de la observación de la retención de líquido, y también a partir de la apariencia visual del relleno. La velocidad de inundación, identificada por estos tres diferentes efectos, varía algo con el método de identificación y corresponde más a un intervalo de velocidades de flujo que a una constante perfectamente definida.

La Figura 22.3 muestra datos típicos de la caída de presión en una torre de relleno. La caída de presión por unidad de longitud del lecho se debe a la fricción del fluido, y se representa en coordenadas logarítmicas frente a la velocidad de flujo del gas G_y, expresada en masa de gas por unidad de tiempo y por unidad de área de la sección transversal de la torre supuesta vacía. Por tanto, G_y está relacionada con la velocidad superficial del gas por medio de la ecuación $G_y =$

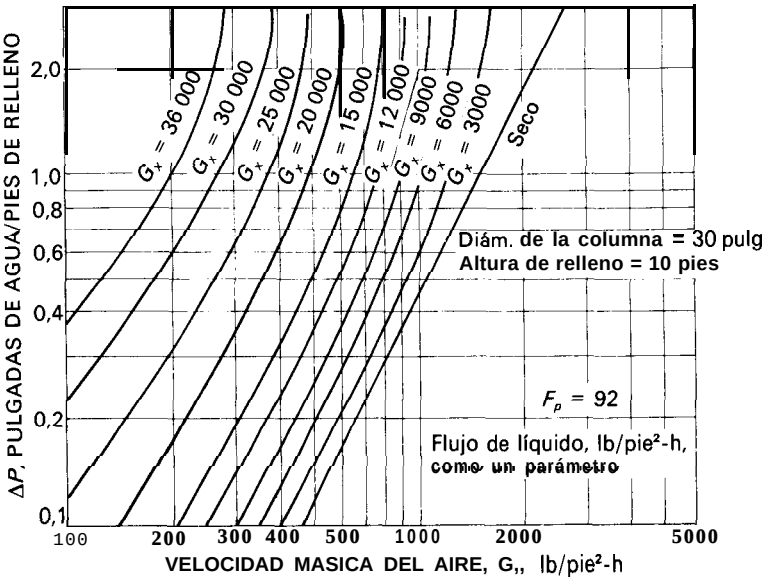


Figura 22.3. Caída de presión en una torre de relleno para el sistema aire-agua con monturas Intalox de 1 pulg.

= $u_0\rho_y$, donde ρ_y es la densidad del gas. Cuando el relleno está seco, la línea que se obtiene es recta y tiene una pendiente del orden de 1,8. Por consiguiente, la caída de presión aumenta con la potencia 1,8 de la velocidad, lo que está de acuerdo con la ley de pérdida por fricción en flujo turbulento. Si el lecho está irrigado con un flujo constante de líquido, la relación entre la caída de presión y el flujo de líquido sigue inicialmente una línea paralela a la del lecho seco. La caída de presión es mayor que en el lecho seco debido a que el líquido reduce el espacio disponible para el flujo de gas. Sin embargo, la fracción de huecos no varía con el flujo de gas. Para velocidades moderadas de gas, la línea para el relleno irrigado se hace cada vez más pendiente debido a que el gas impide el flujo descendente del líquido de forma que aumenta la retención de líquido con el flujo de gas. El punto en el que la retención de líquido comienza a aumentar, que se aprecia por un cambio de la pendiente de la línea de la caída de presión, recibe el nombre de punto ***de*** carga. Sin embargo, como puede apreciarse en la Figura 22.3, no es fácil obtener un valor exacto para el punto de carga.

Al aumentar todavía más la velocidad del gas, la caída de presión aumenta también más rápidamente, y la línea se hace casi vertical cuando la caída de presión es del orden de 2 a 3 pulg de agua por pie de relleno (150 a 250 mm de agua por metro). En determinadas regiones de la columna el líquido se transforma en una fase continua y se dice que la columna está inundada. Temporalmente se pueden utilizar flujos de gas más elevados, pero el líquido se acumula rápidamente para salir después fuera de la columna con el gas.

Evidentemente, la velocidad del gas en una torre de relleno en operación ha

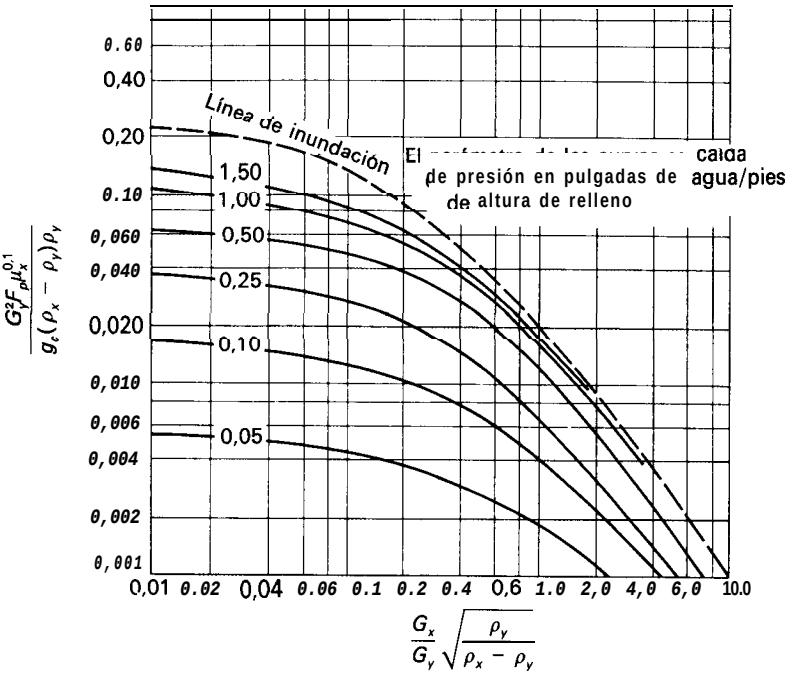


Figura 22.4. Correlación generalizada para inundación y caída de presión en columnas de relleno. (Según *Eckert*[2].)

de ser inferior a la velocidad de inundación. Cuánto menor ha de ser es una elección a criterio del diseñador. Cuanto menor sea la velocidad, menor es el consumo de potencia y mayor el coste de la torre. Desde el punto de vista económico la velocidad de gas más favorable depende de un balance entre el coste de la energía y los costes fijos del equipo. Es frecuente operar con la mitad de la velocidad de inundación.

Las columnas de relleno también se diseñan frecuentemente basándose en una determinada caída de presión por unidad de altura de relleno. Para torres de absorción el valor de diseño generalmente está comprendido entre 0,25 y 0,50 pulg de H_2O por pie de relleno; para columnas de destilación el intervalo es de 0,50 a 0,8 pulg de H_2O por pie de relleno. En la mayoría de las torres rellenas con anillos o monturas, la carga suele comenzar para una caída de presión del orden de 0,5 pulg de H_2O por pie, y la velocidad de inundación se presenta para una caída de presión comprendida entre 2 y 3 pulg de H_2O por pie.

La Figura 22.4 muestra una correlación para estimar velocidades de inundación y caídas de presión en torres de relleno. Consiste en una representación logarítmica de

$$\frac{G_y^2 F_p \mu_x^{0,1}}{g_c(\rho_x - \rho_y)\rho_y} \quad \text{frente a} \quad \frac{G_x}{G_y}\sqrt{\frac{\rho_y}{\rho_x - \rho_y}}$$

donde G_x = velocidad másica del líquido, lb/pie^2-s
G_y = velocidad másica del gas, lb/pie^2-s
F_p = factor de relleno, pie-'
ρ_x = densidad del líquido, lb/pie^3
ρ_y = densidad del gas, lb/pie^3
μ_x = viscosidad del líquido, cP
g_c = factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb/lb$_f$-s^2

La ordenada de la Figura 22.4 no es adimensional y es preciso utilizar las unidades indicadas. Las velocidades másicas están basadas en la sección transversal de la torre.

Ejemplo 22.1. Una torre rellena con anillos cerámicos de 1 pulg (25,4 mm) ha de construirse para tratar 25 000 pie^3 (708 m^3) de gas de entrada por hora. El contenido de amoníaco en el gas que entra es del 2 por 100 en volumen. Como absorbente se utiliza agua exenta de amoníaco. La temperatura es de 68 °F (20 "C) y la presión es de 1 atm. La relación entre el flujo de gas y el flujo de líquido es de 1 lb de gas por libra de líquido. (a) Si la velocidad del gas es la mitad de la velocidad de inundación, ¿cuál ha de ser el diámetro de la torre? (b) ¿Cuál es la caída de presión si la sección de relleno es 20 pies (6,1 m) de altura?

SOLUCIÓN

A continuación se dan los valores utilizados en los grupos de la Figura 22.4. El peso molecular medio del gas que entra es 29 x 0,98 + 0,02 x 17 = 28,76. Por tanto

$$\rho_y = \frac{28{,}76 \times 492}{359(460 + 68)} = 0{,}07465 \text{ lb/pie}^3$$

$$\rho_x = 62{,}3 \text{ lb/pie}^3 \qquad \mu_x = 1 \text{ cP}$$

$$g_c = 32{,}174 \text{ pies-lb/lb}_f\text{-s} \qquad \frac{G_x}{G_y} = 1$$

Para anillos cerámicos de 1 pulg, F_p = 155 (Tabla 22.1). Por tanto,

$$\frac{G_x}{G_y}\sqrt{\frac{\rho_y}{\rho_x - \rho_y}} = \sqrt{\frac{0{,}07465}{62{,}3 - 0{,}07}} = 0{,}0346$$

A partir de la Figura 22.4, para la inundación

$$\frac{G_y^2 F_p \mu_x^{0,1}}{g_c(\rho_x - \rho_y)\rho_y} = 0{,}19$$

La velocidad másica para la inundación es

$$G_y = \sqrt{\frac{0{,}19 \times 32{,}174 \times 0{,}07465 \times (62{,}3 - 0{,}07465)}{155 \times 1^{0,1}}} = 0{,}428 \text{ lb/pie}^2\text{-s}$$

(*a*) El flujo total de gas es 25 000 x $0{,}07465/3600 = 0{,}518$ lb/s. Si la velocidad real es la mitad de la velocidad de inundación, el área de la sección transversal de la torre es

$$S = \frac{0{,}518}{0{,}428/2} = 2{,}42 \text{ pie}^2$$

El diámetro de la torre es $\sqrt{2{,}42/0{,}7854} = 1{,}76$ pies (536 mm).

(b) Para la mitad de la velocidad de inundación, $G_y = 0{,}428/2 = 0{,}214$ lb/pie^2-s = $= G_x$, y el valor de la abscisa de la Figura 22.4 es también 0,0346. La ordenada es $0{,}19/4 = 0{,}0475$. Para estas condiciones la caída de presión es del orden de 0,45 pulg de H_2O por pie de altura de relleno; la caída total de presión es 20 x 0,45 = 9 pulg de H_2O (16,8 mm de H_2O).

FUNDAMENTOS DE LA ABSORCION

Tal como se ha visto en la sección precedente, el diámetro de una torre de absorción de relleno depende de las cantidades de gas y líquido tratadas, sus propiedades, y la relación de una corriente a otra. La altura de la torre, y por tanto el volumen total de relleno, depende de la magnitud de las variaciones de concentración que se desean y de la velocidad de transferencia de materia por unidad de volumen de relleno. Por tanto, los cálculos de la altura de torre se basan en balances de materia, balances de entalpía y en estimaciones de la fuerza impulsora y de los coeficientes de transferencia de materia.

Balances de materia. En una planta de contacto diferencial, tal como la torre de absorción que se muestra en la Figura 22.5, no hay cambios discretos bruscos de composición como en el caso de una planta de etapas de contacto. Las variaciones de composición son continuas de un extremo a otro del equipo. Los balances de materia para la porción de la columna por encima de una sección arbitraria, tal como se representa por la línea de trazos en la Figura 22.5, son los siguientes:

Materia total: $$L_a + V = L + V_a \tag{22.1}$$

Componente A: $$L_a x_a + v y = L x + V_a y_a \tag{22.2}$$

donde *Ves* la velocidad de flujo molar de la fase gaseosa y L la de la fase líquida en el mismo punto de la torre. Las concentraciones x e y corresponden a las fases L y V, respectivamente, para un punto dado.

Las ecuaciones de los balances globales de materia, basadas en las corrientes extremas, son

Materia total: $$L_a + V_b = L_b + V_a \tag{22.3}$$

Componente A: $$L_a x_a + V_b y_b = L_b x_b + V_a y_a \tag{22.4}$$

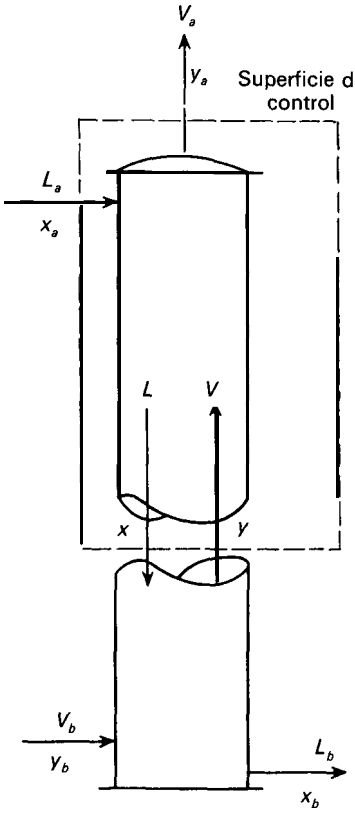


Figura 22.5. Diagrama del balance de materia para una columna de relleno.

Las Ecuaciones (22.3) y (22.4) son idénticas a las Ecuaciones (17.3) y (17.4) para una columna de etapas de contacto.

La ecuación de la línea de operación para una planta de contacto diferencial, análoga a la Ecuación (17.7) para una columna de etapas de contacto, es

$$y = \frac{L}{V} x + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V} \tag{22.5}$$

En la Ecuación (22.5) x e y representan las composiciones globales del líquido y el gas, respectivamente, en contacto entre sí en cualquier sección dada de la columna. Se supone que las composiciones para una altura dada son independientes de la posición en el relleno. La absorción de un componente soluble desde una mezcla gaseosa da lugar a una disminución de la velocidad total del gas V a medida que el gas pasa a través de la columna mientras que el flujo de líquido L aumenta. Estos cambios provocan una ligera curvatura de la línea de equilibrio, tal como muestra el ejemplo de la Figura 17.7. Para mezclas diluidas, que contienen menos del 10 por 100 de gas soluble, el efecto de las variaciones del flujo total generalmente se ignora y el diseño se basa en valores medios de las velocidades de flujo.

Relación gas-liquido limitante. La Ecuación (22.5) indica que la pendiente media de la línea de operación es L/V, relación entre los flujos molares del líquido y el gas. Por tanto, para un flujo de gas dado, una reducción del flujo de líquido da lugar a una disminución de la pendiente de la línea de operación. Considérese la línea de operación *ab* de la Figura 22.6. Supóngase que tanto la velocidad del gas como las concentraciones extremas x_a, y_a e y_b se mantienen constantes mientras que el flujo de líquido L va disminuyendo. El extremo superior de la línea de operación se desplaza en la dirección de la línea de equilibrio, y x_b, la concentración del líquido concentrado, aumenta. La máxima concentración del líquido concentrado y la mínima velocidad de flujo del líquido posible se obtienen cuando la línea de operación justamente toca a la línea de equilibrio, tal como corresponde a la línea *ab'* de la Figura 22.6. Para esta condición se necesita una altura infinita de la sección de relleno, toda vez que la diferencia de concentración para la transferencia de materia se hace cero en el fondo de la torre. En cualquier torre real la velocidad del líquido tiene que ser mayor que este mínimo para conseguir la variación especificada en la composición del gas.

En una columna de absorción en contracorriente, la relación L/V es importante desde el punto de vista económico. La fuerza impulsora para la transferencia de materia es $y - y^*$, que es proporcional a la distancia vertical entre la línea de equilibrio y la línea de operación en un diagrama como el de la Figura 22.6. Al aumentar L/V aumenta la fuerza impulsora en todas las partes de la columna excepto muy cerca de la parte superior, y la columna de absorción no necesita ser

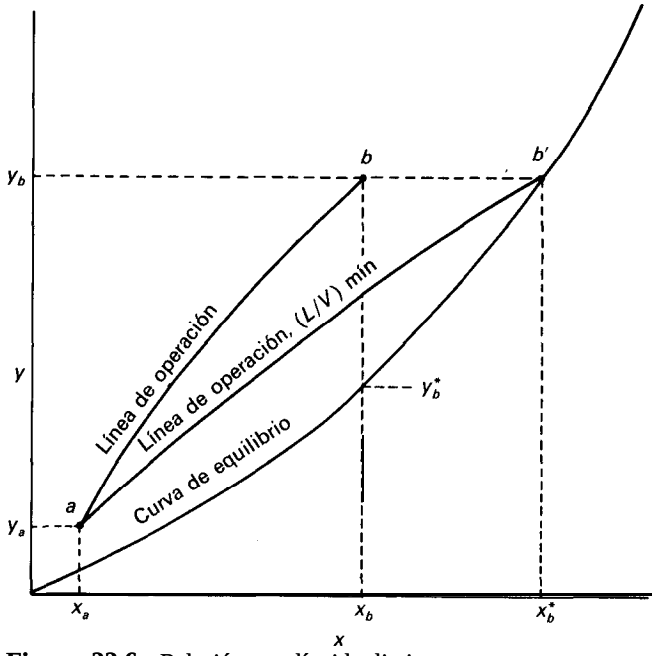


Figura 22.6. Relación gas-líquido limitante.

tan alta. Sin embargo, al utilizar más cantidad de líquido se obtiene una disolución líquida más diluida, de la que es más difícil recuperar el soluto por desorción o *stripping*. El coste de la energía que se requiere para el *stripping* suele representar la parte más importante del coste total de la operación de absorción-*stripping*. El flujo óptimo de líquido para absorción se obtiene equilibrando los costes de operación de ambas unidades frente a los costes fijos del equipo. En general, el flujo de líquido para un absorbedor deberá estar comprendido en el intervalo de 1,1 a 1,5 veces el flujo mínimo.

Las condiciones en la parte superior del absorbedor son variables de diseño que con frecuencia también han de establecerse teniendo en cuenta los costes del equipo y los de operación. Por ejemplo, si unas especificaciones corresponden a un 98 por 100 de recuperación de un producto a partir de una corriente gaseosa, el diseñador debería calcular qué altura adicional de columna se requeriría para lograr una recuperación del 99 por 100, y repetir los cálculos para recuperaciones aún mayores. Si el soluto no recuperado es un contaminante, su concentración en el gas de salida vendrá dada por la normativa de emisión, y el porcentaje de recuperación requerido puede ser superior al valor óptimo basado en el valor del producto y los costes de operación.

El diagrama de la Figura 22.6 muestra una concentración significativa de soluto en la alimentación líquida de la columna, y en este caso no sería posible una separación del 99 por 100. Sin embargo, se podria obtener un valor menor de x_a mejorando el *stripping*, esto es, la eficacia de regeneración del líquido absorbente. El valor de x_a se podría optimizar considerando los costes extra de equipo y de operación para una regeneración más exhaustiva, así como el ahorro que ocasionaría una mejor operación del absorbedor.

Variaciones de temperatura en torres de relleno. Cuando una torre de absorción se alimenta con un gas rico, la temperatura de la torre varía apreciablemente desde el fondo hasta la parte superior de la misma. El calor de absorción del soluto aumenta la temperatura de la disolución, mientras que la evaporación de disolvente tiende a disminuir la temperatura. Generalmente el efecto global es un aumento de la temperatura del líquido, pero a veces la temperatura pasa por un máximo cerca del fondo de la columna. La forma del perfil de temperatura depende de las velocidades de absorción de los solutos, de evaporación o condensación del disolvente y de la transmisión de calor entre las fases. Para obtener los perfiles exactos de temperatura del líquido y del gas[8, 12] es preciso realizar largos cálculos, pero en este libro solamente se presentan ejemplos simplificados. Cuando la temperatura del gas a la entrada es próxima a la de salida del líquido, y el gas que entre está saturado, hay poco efecto de evaporación del disolvente, y el aumento de la temperatura del líquido es aproximadamente proporcional a la cantidad de soluto absorbido. En este caso la línea de equilibrio se curva gradualmente hacia arriba, tal como muestra la Figura 22.7*a*, con valores crecientes de x para las temperaturas más altas.

Cuando el gas entra en la columna a 10 o 20 °C por debajo de la temperatura del líquido a la salida y el disolvente es volátil, la evaporación enfriará el líquido en la parte inferior de la columna, y el perfil de temperatura puede presentar un

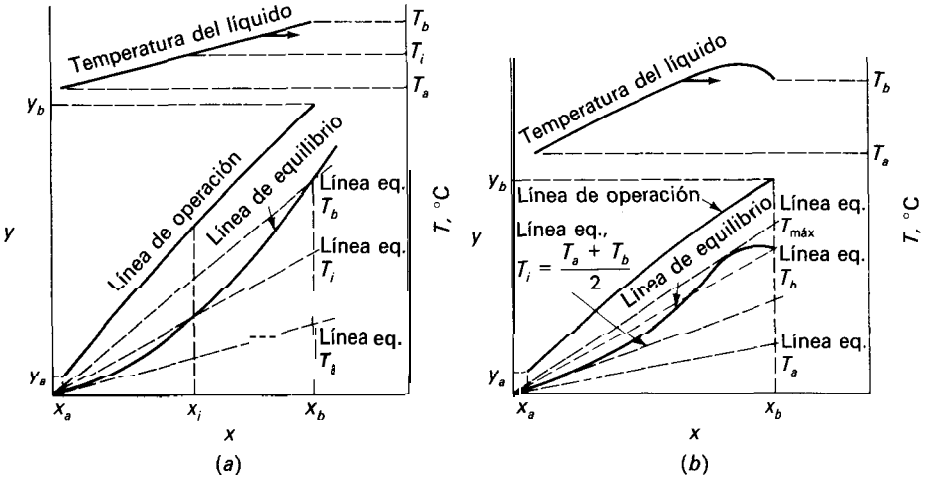


Figura 22.7. Perfiles de temperatura y líneas de equilibrio para la absorción adiabática: (a) sin evaporación del disolvente; (6) importante evaporación de disolvente o gas de alimentación frío.

máximo como en la Figura 22.73. Cuando la alimentación de gas está saturada, el pico de temperatura no es muy pronunciado y, para un diseño aproximado, se pueden utilizar la temperatura a la salida, o la temperatura máxima estimada, para calcular los valores de equilibrio en la mitad inferior de la columna.

La 'curvatura de la línea de equilibrio complica la determinación del flujo mínimo de líquido, ya que al disminuir éste aumenta la temperatura del líquido y se desplaza la posición de la línea de equilibrio. En la mayor pate de los casos para calcular L_{min} resulta satisfactorio suponer que la intersección entre las líneas de operación y equilibrio se produce en el fondo de la columna.

VELOCIDAD DE ABSORCION

La velocidad de absorción se puede expresar de cuatro formas diferentes utilizando coeficientes individuales o globales basados en las fases gaseosa o líquida. Para la mayor parte de los cálculos se utilizan coeficientes volumétricos debido a que es más difícil determinar los coeficientes por unidad de área, ya que para los fines de diseño el cálculo se centra generalmente en la determinación del volumen total del absorbedor. En el tratamiento que sigue se omiten, para simplificar, los factores de corrección para la difusión en una sola dirección, y se desprecian las variaciones de las velocidades de flujo del gas y el líquido. Las ecuaciones sólo son estrictamente válidas para gases diluidos pero pueden utilizarse con poco error con mezclas con un contenido de hasta un 10 por 100 de soluto. El caso de absorción a partir de gases ricos se trata más adelante como un caso especial.

La velocidad de absorción por unidad de volumen de la columna de relleno

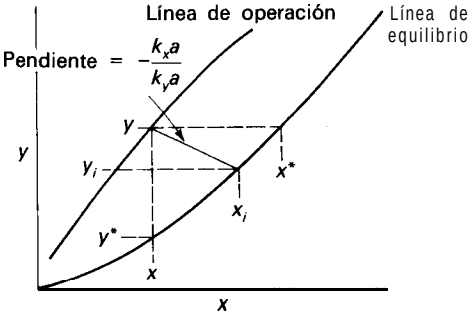


Figura 22.8. Identificación de las composiciones en la interfase.

viene dada por cualquiera de las siguientes ecuaciones, donde y y x se refieren a la fracción molar del componente que se absorbe:

$$r = k_y a(y - y_i) \tag{22.6}$$

$$r = k_x a(x_i - x) \tag{22.7}$$

$$r = K_y a(y - y^*) \tag{22.8}$$

$$r = K_x a(x^* - x) \tag{22.9}$$

La composición de la interfase (y_i, x_i) se puede obtener a partir del diagrama de la línea de operación utilizando las Ecuaciones (22.6) y (22.7):

$$\frac{y - y_i}{x_i - x} = \frac{k_x a}{k_y a} \tag{22.10}$$

Por tanto, una recta trazada desde la línea de operación con una pendiente $-k_x a/k_y a$ cortará a la línea de equilibrio en el punto (y_i, x_i), tal como muestra la Figura 22.8. Generalmente no es preciso conocer las composiciones en la interfase, pero estos valores se utilizan para los cálculos cuando intervienen gases ricos o cuando la línea presenta una fuerte curvatura.

Las fuerzas impulsoras globales se determinan fácilmente como líneas verticales u horizontales en el diagrama y-x. Los coeficientes globales se obtienen a partir de $k_y a$ y $k_x a$ utilizando la pendiente local de la curva de equilibrio m tal como se indicó en el Capítulo 21:

$$\frac{1}{K_y a} = \frac{1}{k_y a} + \frac{m}{k_x a} \tag{22.11}$$

$$\frac{1}{K_x a} = \frac{1}{k_x a} + \frac{1}{m k_y a} \tag{22.12}$$

Cálculo de la altura de la torre. Un absorbedor puede diseñarse utilizando cualquiera de las cuatro ecuaciones básicas de velocidad, pero son más frecuentes los coeficientes de películas del gas, de forma que aquí se hará hincapié en el uso de $K_y a$. La elección de un coeficiente de película gaseosa no requiere ninguna suposición acerca de la resistencia controlada. Aun cuando la película de líquido sea controlante, un diseño basado en $K_y a$ resulta tan sencillo y exacto como si se basase en $K_x a$ o en $k_x a$.

Considérese la columna de relleno que se muestra en la Figura 22.9. La sección transversal es S y el volumen diferencial correspondiente a la altura dZ es $S\,dZ$. Si se desprecia la variación del flujo molar V, la cantidad absorbida en la altura dZ es $-V\,dy$, que es igual a la velocidad de absorción multiplicada por el volumen diferencial:

$$-V\,dy = K_y a(y - y^*)S\,dZ \tag{22.13}$$

Esta ecuación se reordena para su integración, agrupando los factores constantes V, S y $K_y a$ con dZ, e invirtiendo los límites de integración para eliminar el signo menos:

$$\frac{K_y aS}{V}\int dZ = \frac{K_y aSZ_T}{V} = \int_a^b \frac{dy}{Y - y^*} \tag{22.14}$$

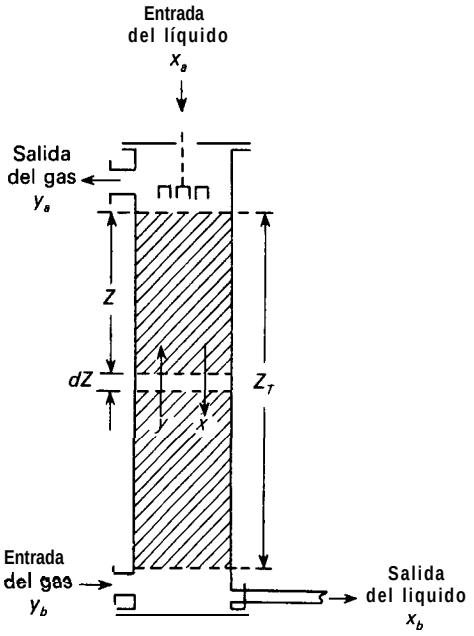


Figura 22.9. Diagrama de una torre de absorción de relleno.

El segundo miembro de la Ecuación (22.14) puede integrarse directamente para ciertos casos o bien determinarse numéricamente. Se examinarán algunos de estos casos.

Número de unidades de transferencia. La ecuación para la altura de la columna puede escribirse así:

$$Z_T = \frac{dy\ V/S}{K_y a} \int_a^b \frac{}{y - y^*} \tag{22.15}$$

La integral de la Ecuación (22.15) representa la variación de la concentración del vapor dividida por la fuerza impulsora media y recibe el nombre de ***número de unidades de transferencia*** (NTU) N_{Oy}. Los subíndices indican que N_{Oy} está basado en la fuerza impulsora global para la fase gaseosa. La otra parte de la Ecuación (22.15) tiene las dimensiones de longitud y recibe el nombre de ***altura de una unidad de transferencia*** (HTU) H_{Oy}. Por tanto, un método sencillo de diseño consiste en determinar N_{Oy} a partir del diagrama x-y, que multiplicado por el valor de H_{Oy} obtenido a partir de la bibliografía o calculado a partir de correlaciones de transferencia de materia:

$$Z_T = H_{Oy} N_{Oy} \tag{22.16}$$

El número de unidades de transferencia es en cierto modo análogo al número de etapas teóricas, pero estos valores solamente son iguales si las líneas de equilibrio y operación son rectas y paralelas, como en el caso de la Figura 22.10*a*. Para este caso

$$N_{Oy} = \frac{y_b - y_a}{Y - y^*} \tag{22.17}$$

Cuando la línea de operación es recta pero con mayor pendiente que la línea de equilibrio, como en la Figura 22.10*b*, el número de unidades de transferencia es

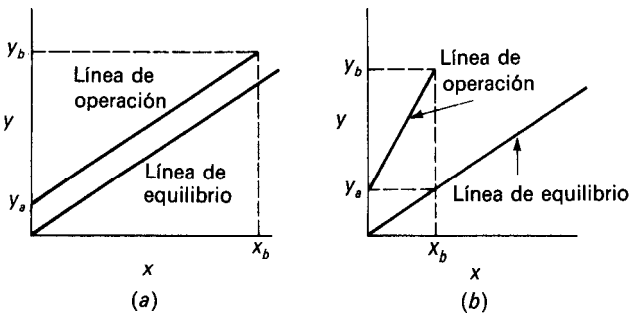


Figura 22.10. Relación entre el número de unidades de transferencia (NTU) y el número de etapas teóricas. (a) NTU = NTP; (b) NTU > NTP.

mayor que el número de etapas ideales. Obsérvese que para este ejemplo la fuerza impulsora en el fondo es $y_b - y_a$, la misma que la variación de la concentración del vapor a través de la torre, que tiene una etapa ideal. Sin embargo, la fuerza impulsora en la parte superior es y_a, que es varias veces menor, de forma que la fuerza impulsora media es mucho menor que $y_b -$ y,. Se puede demostrar que el valor medio adecuado es la media logarítmica de las fuerzas impulsoras en ambos extremos de la columna.

Para líneas de operación y equilibrio rectas, el número de unidades de transferencia es igual a la variación de concentración dividida por la fuerza impulsora media logarítmica:

$$N_{Oy} = \frac{y_b - y_a}{\Delta y_L} \tag{22.18}$$

donde Δy_L es la media logarítmica de $y_b - y_b^*$ e $y_a - y_a^*$.

La altura global de una unidad de transferencia puede definirse como la altura de una sección de relleno que se requiere para conseguir una variación de concentración igual a la fuerza impulsora media existente en la sección. A veces se dispone de valores de H_{Oy} para un sistema particular a partir de la bibliografía o de ensayos realizados en planta piloto, pero con frecuencia es preciso estimarlos a partir de correlaciones empíricas para los coeficientes individuales o las alturas individuales de una unidad de transferencia. Lo mismo que hay cuatro tipos básicos de coeficientes de transferencia de materia, hay también cuatro tipos de unidades de transferencia, basados en fuerzas impulsoras individuales o globales para las fases gaseosa y líquida. Estos cuatro tipos son:

Película de gas: $$H_y = \frac{V/S}{k_y a} \qquad N_y = \int \frac{dy}{Y - y_i} \tag{22.19}$$

Película de líquido: $$H_x = \frac{L/S}{k_x a} \qquad N_x = \int \frac{dx}{x_i - x} \tag{22.20}$$

Global para el gas: $$H_{Oy} = \frac{V/S}{K_y a} \qquad N_{Oy} = \int \frac{dy}{Y - y^*} \tag{22.21}$$

Global para el líquido: $$H_{Ox} = \frac{L/S}{K_x a} \qquad N_{Ox} = \int \frac{dx}{x^* - x} \tag{22.22}$$

Formas alternativas de los coeficientes de transferencia. Los coeficientes de película gaseosa publicados en la bibliografía con frecuencia están basados en una presión parcial como fuerza impulsora en vez de una diferencia de fracción molar, y se representan por $k_g a$ o $K_g a$. Sus relaciones con los coeficientes utilizados hasta ahora aquí son sencillamente $k_g a = k_y a/P$ y $K_g a = K_y aP$, siendo P la presión

total. Las unidades de $k_g a$ y $K_g a$ son habitualmente mol/pie^3-h-atm. Análogamente, los coeficientes de película líquida pueden expresarse como $k_L a$ y $K_L a$, donde la fuerza impulsora es una diferencia de concentración volumétrica; por tanto, k_L es igual al k_c definido por la Ecuación (21.30). Por consiguiente $k_L a$ y $K_L a$ son iguales a $k_x a/\rho_M$ y $K_x a/\rho_M$, respectivamente, donde ρ_M es la densidad molar del líquido. Las unidades de $k_L a$ y $K_L a$ son habitualmente mol/pie^3-h-(mol/pie^3) o h^{-1}.

Si G_y/M o G_M se sustituye por V/S en las Ecuaciones (22.19) y (22.21), y G_x/M por L/S en las Ecuaciones (22.20) y (22.22), las ecuaciones para la altura de una unidad de transferencia pueden escribirse (puesto que $M\rho_M = \rho_x$, la densidad del líquido)

$$H_y = \frac{G_M}{k_g a P} \quad \text{y} \quad H_{Oy} = \frac{G_M}{K_g a P} \tag{22.23}$$

$$H_x = \frac{G_x/\rho_x}{k_L a} \quad \text{y} \quad H_{Ox} = \frac{G_x/\rho_x}{K_L a} \tag{22.24}$$

Los términos H_G, H_L, y N_G y N_L con frecuencia aparecen en la bibliografía en vez de H_y, H_x, N_y y N_x, así como los correspondientes términos para los valores globales, pero en este caso los diferentes subíndices no significan ninguna diferencia de dimensiones o unidades.

Si un diseño está basado en N_{Oy}, el valor de H_{Oy} se puede calcular a partir de $K_y a$ o bien a partir de valores de H_y y H_x, tal como se verá después. Comenzando con la ecuación para la resistencia global, [Ec. (22.1 1)], cada término se multiplica por G_M, y el último término se multiplica por L_M/L_M, siendo $L_M = L/S = G_x/M$, la velocidad másica molar del líquido:

$$\frac{G_M}{K_y a} = \frac{G_M}{k_y a} + \frac{mG_M}{k_x a}\frac{L_M}{L_M} \tag{22.25}$$

A partir de las definiciones de HTU en las Ecuaciones (22.19) a (22.21),

$$H_{Oy} = H_y + m\frac{G_M}{L_M} H_x \tag{22.26}$$

Ejemplo 22.2. Una corriente gaseosa con 6,0 por 100 de NH, (sobre base seca) y una velocidad de flujo de 4500 SCFM (pie^3/min a °C, 1 atm) ha de absorberse sobre agua para disminuir la concentración hasta 0,02 por 100. El absorbedor operará a la presión atmosférica con temperaturas de entrada de 20 y 25 °C para el gas y el líquido, respectivamente. El gas está saturado con vapor de agua a la temperatura de entrada y se puede suponer que sale saturado a 25 "C. Calcúlese el valor de N_{Oy} si el flujo de líquido es 1,25 veces el mínimo.

SOLUCIÓN

En Perry[6a] se encuentran los siguientes datos de solubilidad:

x	Yzo °C	$y_{30\,°C}$	$y_{40\,°C}$
0,0308	0,0239	0,0389	0,0592
0,0406	0,0328	0,0528	0,080
0,0503	0,0417	0,067 1	0,1007
0,0735	0,0658	OJO49	0,1579

Para NH, $\rightarrow NH_3(ac)$,
AH = 8,31 kcal/g mol

Es preciso calcular la temperatura en el fondo de la columna para determinar el flujo mínimo de líquido.

Base: 100 mol-g de gas seco que entra, conteniendo 94 moles por 100 de aire y 6 de NH, (más 2,4 moles de H_2O). El gas a la salida contiene 94 moles de aire.

Puesto que y_a = 0,0002, los moles de amoníaco en el gas que sale son

$$94\left(\frac{0{,}0002}{0{,}9998}\right) = 0{,}0188 \text{ mol NH,}$$

La cantidad de amoníaco absorbido es, por tanto, 6 – 0,0188 = 5,98 moles.

Efectos caloríficos. El calor de absorción es 5,8 x 8310 = 49 690 cal, y se representa por Q,. Por tanto,

$$Q_a = Q_{sy} + Q_v + Q_{sx} \tag{22.27}$$

donde Q_{sy} = variación de calor sensible en el gas
Q_v = calor latente de vaporización
Q_{sx} = variación de calor sensible en el líquido

Las variaciones de calor sensible en el gas son

$$Q_{aire} = 94 \text{ mol x } 7{,}0 \text{ cal/mol-°C x } 5 \text{ °C} = 3290 \text{ cal}$$

$$Q_{H_2O} = 2{,}4 \text{ x } 8{,}0 \text{ x } 5 = 96 \text{ cal}$$

$$Q_{sy} = 3290 + 96 = 3390 \text{ cal}$$

La cantidad de agua vaporizada a partir del liquido se obtiene en la forma que se indica a continuación. A 20 °C, p_{H_2O} = 17,5 mm Hg; a 25 “C, p_{H_2O} = 23,7 mm Hg. La cantidad de agua en el gas de entrada es

$$100 \text{ x } \frac{17{,}5}{742{,}5} = 2{,}36 \text{ mol}$$

y en el gas de salida es

$$94{,}02 \text{ x } \frac{23{,}7}{736{,}3} = 3{,}03 \text{ mol}$$

La cantidad de agua que se vaporiza es, por tanto, 3,03 − 2,36 = 0,67 mol. Puesto que el calor de vaporización es AH, = 583 cal/g,

$$Q_v = 0{,}67 \times 583 \times 18{,}02 = 7040 \text{ cal}$$

Obteniendo Q_{sx}, la variación de calor sensible del líquido, a partir de la Ecuación (22.27),

$$Q_{sx} = 49\,690 - 3390 - 7040 = 39\,260 \text{ cal}$$

La temperatura del líquido a la salida T_b se determina por tanteo. Supóngase que para la disolución C_p = 18 cal/mol-g-°C, y tómense T_b = *40* °C *y* $x_{máx}$ = 0,031 como valores estimados a partir de las líneas de solubilidad de equilibrio de la Figura 22. ll. Por tanto, los moles totales L_b de líquido que sale son

$$L_b = \frac{5{,}98}{0{,}031} = 192{,}9 \text{ mol}$$

Puesto que T_a = 25 °C

$$192{,}9 \times 18(T_b - 25) = 39\,260$$

$$T_b = 36{,}3 \text{ °C}$$

Para una estimación revisada de T_b = *37* °C *y* $x_{máx}$ = *0,033,*

$$L_b = \frac{5{,}98}{0{,}033} = 181 \text{ mol}$$

$$T_b - 25 = \frac{39\,260}{181 \times 18} = 12{,}1$$

$$T_b = 37 \text{ °C}$$

Este procedimiento proporciona el flujo mínimo de líquido. La cantidad mínima de agua es

$$L_{min} = 181 - 6 = 175 \text{ mol } H_2O$$

Para un flujo de agua 1,25 veces el valor mínimo, L_a = 1,25 x 175 = 219 mol, y L_b = 219 + 6 = 225 mol. Por tanto, el aumento de temperatura del líquido es

$$T_b - 25 = \frac{39\,260}{225 \times 18} = 9{,}7 \text{ °C}$$

Por consiguiente, el líquido sale a 35 °C, con x_b = 5,98/225 = 0,0266 e $y^* \approx 0{,}044$.

Para simplificar el análiis se supone que la temperatura es una función lineal de *x,* de forma que $T \approx 30$ °C para x = 0,0137. Utilizando los datos para 30 °C e interpolando para obtener la pendiente inicial para 25 °C y el valor tina1 de y^* para 35 "C, se traza la línea de equilibrio tal como se muestra en la Figura 22.11.

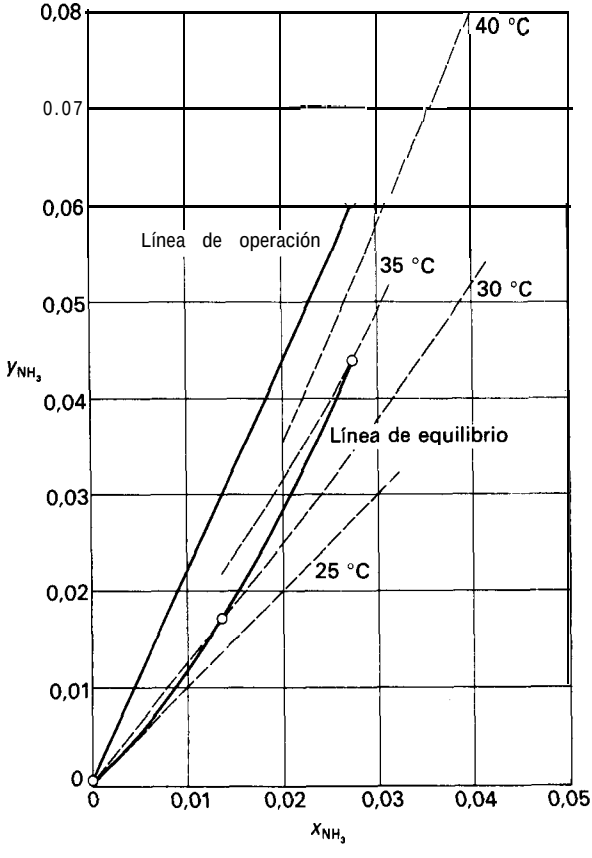


Figura 22.11. Diagrama Y-X para el Ejemplo 22.2.

La línea de operación se traza como una recta, despreciando la pequeña variación de los flujos de líquido y gas. Debido a la curvatura de la línea de equilibrio, N_{Oy} se evalúa por integración gráfica o por aplicación de la Ecuación (22.18) a las secciones de la columna, que es el procedimiento utilizado aquí.

Y	y^*	$Y - y^*$	$\overline{\Delta y_L}$	$\Delta y/\overline{\Delta y_L} = \Delta N_{Oy}$
0,06	0,048	0,012	—	
0,03	0,017	0,013	0,0125	2,4
0,01	0,0055	0,0045	0,0080	2,5
0.0002	0	0,0002	0,00138	7.1
				N_{Oy} = 12,0

Desorción o stripping. En muchos casos se absorbe un soluto a partir de una mezcla gaseosa, y se absorbe después del líquido para recuperar el soluto en una forma más concentrada y regenerar la disolución absorbente. Con el fin de favorecer las condiciones de la desorción se aumenta la temperatura o se reduce

la presión total, o bien se realizan ambas modificaciones simultáneamente. Si la absorción se realiza a alta presión, a veces se puede recuperar una gran fracción del soluto simplemente efectuando un flash hasta la presión atmosférica. Sin embargo, para una separación casi completa del soluto, generalmente se requieren varias etapas y la desorción *o stripping* se lleva a cabo en una columna con flujos de gas y líquido en contracorriente. Como medio de ***stripping*** se puede utilizar un gas inerte o vapor de agua, pero la recuperación del soluto resulta más fácil cuando se utiliza vapor de agua, ya que este componente se puede condensar.

En la Figura 22.12 se muestran las líneas de operación y equilibrio para un ***stripping*** con vapor de agua. Cuando x_a y x_b están especificadas, existe una relación mínima de vapor a líquido correspondiente al punto en el que la línea de operación toca a la línea de equilibrio. Este punto puede presentarse en la parte intermedia de la línea de operación si la línea de equilibrio presenta una curvatura hacia arriba, como en la Figura 22.12, o bien puede presentarse en la parte superior de la columna, para (y_a, x,). Con el fin de simplificar, la línea de operación se considera recta, aunque de una forma general tendrá una ligera curvatura debido a las variaciones de los flujos de vapor y líquido.

En un proceso global de absorción y ***stripping*** el coste del vapor de agua es con frecuencia el más importante; el proceso se diseña para utilizar la menor cantidad posible de vapor. En la columna de ***stripping*** se opera con un flujo de vapor cercano al mínimo, dejando que salga algo de soluto con la disolución agotada en vez de tratar de obtener una recuperación completa. Cuando la línea de equilibrio presenta una curvatura hacia arriba, como en la Figura 22.12, el flujo mínimo de vapor de agua es mucho más alto a medida que x_b tiende hacia cero.

La altura de la columna de ***stripping*** puede calcularse a partir del número de unidades de transferencia y la altura de una unidad de transferencia, utilizando las mismas ecuaciones que para la absorción. Con frecuencia la atención se tija en la concentración de la fase líquida, y se utilizan No, y H_{Ox}

$$Z_T = H_{Ox}N_{Ox} = H_{Ox}\int \frac{dx}{x^* - x} \qquad (22.28)$$

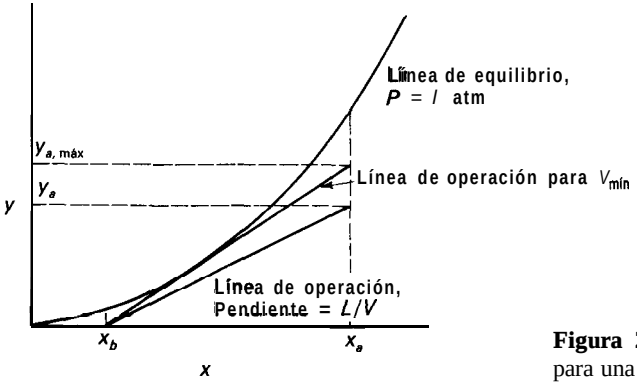


Figura 22.12. Líneas de operación para una columna de ***stripping.***

La ecuación correspondiente a la Ecuación (22.26) es

$$H_{Ox} = H_x + \frac{L_M}{mG_M} H_y \qquad (22.29)$$

En algunos casos se utiliza el *stripping* con aire para separar pequeñas cantidades de gases tales como amoníaco o disolventes orgánicos de agua. Si no es necesario recuperar el soluto en una forma concentrada, la cantidad óptima de aire puede ser mucho mayor que el valor mínimo, ya que la utilización de más aire implica poco coste y, en cambio, se reduce considerablemente la altura de la columna. En el ejemplo que sigue se ilustra el efecto del flujo de aire en la operación de *stripping*.

Ejemplo 22.3. Agua que contiene 6 ppm de tricloroetileno (TCE) ha de purificarse mediante *stripping* con aire a 20 °C. El producto ha de contener menos de 4,5 ppb de TCE para cumplir la normativa sobre emisión. Calcúlese el flujo mínimo de aire, en metros cúbicos de aire (en condiciones normales) por metro cúbico de agua, así como el número de unidades de transferencia, si el flujo de aire es de 1,5 a 5 veces el valor mínimo.

SOLUCIÓN

El coeficiente de la ley de Henry para el TCE en agua a 20 °C es 0,0075 m^3-atm/mol, que puede convertirse en la pendiente de la línea de equilibrio; considerando que P = 1 atm y que 1 m^3 de agua pesa 10^6 g:

$$m = 0{,}0075 \frac{\text{atm-m}^3}{\text{mol}} \times \frac{1}{1 \text{ atm}} \times \frac{10^6}{18} \frac{\text{mol } H_2O}{m^3} = 417$$

Para este elevado valor de m, la desorción está controlada por la fase líquida. Para el flujo mínimo de aire, el gas que sale estará en equilibrio con la disolución que entra.

El paso molecular de TCE es 131,4, y

$$x_a = \frac{6 \times 10^{-6} \text{ mol TCE}}{131{,}4 \text{ g } H_2O} \times \frac{18 \text{ g}}{\text{mol } H_2O} = 8{,}22 \times 10^{-7}$$

$$y_a = 417(8{,}22 \times 10^{-7}) = 3{,}43 \times 10^{-4}$$

Por metro cúbico de disolución alimentada, el TCE recuperado es

$$V_{TCE} = \frac{10^6[(6 \times 10^{-6}) - (4{,}5 \times 10^{-9})]}{131{,}4}$$

$$= 4{,}56 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

La cantidad total de gas que sale es

$$v = \frac{4{,}56 \times 10^{-2}}{3{,}43 \times 10^{-4}} = 132{,}9 \text{ mol}$$

Puesto que 1 mol-g = 0,0224 std m^3 y que, por otra parte, la variación de la velocidad de flujo del gas es muy pequeña,

$$F_{min} = 132,9 \times 0,0224 = 2,98 \text{ std } m^3$$

La densidad del aire en condiciones normales es 1,295 kg/m^3, de forma que el flujo másico mínimo es

$$\left(\frac{G_y}{G_x}\right)_{min} = \frac{2,98 \times 1,295}{1000} = 3,86 \times 10^{-3} \text{ kg de aire/kg de agua}$$

Si el flujo de aire es 1,5 veces el valor mínimo,

$$\text{Ya} = \frac{3,43 \times 10^{-4}}{1,5} = 2,29 \times 10^{-4}$$

$$x_a^* = \frac{2,29 \times 10^{-4}}{417} = 5,49 \times 10^{-7}$$

$$C_a^* = 5,49 \times 10^{-7} \times \frac{131,4}{18} = 4,01 \times 10^{-6} \; g/g = 4,01 \text{ ppm}$$

$$C_a \quad C_a^* = \Delta C_a = 6,0 - 4,01 = 1,99$$

En el fondo,

$$C_b = 0,0045 \text{ ppm} \qquad C_b^* = 0 \qquad \Delta C_b = 0,0045 \text{ ppm}$$

$$\overline{(C - C^*)_L} = \frac{1,99 - 0,0045}{\ln (1,99/0,0045)} = 0,3259 \text{ ppm}$$

Utilizando concentraciones en partes por millón para calcular N_{Ox},

$$N_{Ox} = \int \frac{dC}{C - C^*} = \frac{C_a - C_b}{\overline{(C - C^*)_L}}$$

$$N_{Ox} = \frac{6 - 0,0045}{0,3259} = 18,4$$

Cálculos similares para otros múltiplos del flujo mínimo conducen a los valores que se presentan a continuación. La altura de relleno se basa en un valor estimado de H_{Ox} = 3 pies, que es algo mayor que el valor publicado para anillos Pall de 1 pulg.

Flujo de aire	N_{Ox}	Z, pies
$1,5V_{min}$	18,4	55,2
$2V_{min}$	13,0	39
$3V_{min}$	10,2	30,6
$5V_{min}$	8,7	26,1

A pesar de 1,5 a $2V_{min}$ o desde 2 hasta 3 V_{min} la altura de la torre disminuye considerablemente, y la reducción de la energía de bombeo del agua resulta superior a la energía adicional que se requiere para forzar el paso del aire a través de la columna. Un posterior aumento de V no da lugar a una gran variación de Z, de forma que el flujo óptimo de aire probablemente estará comprendido en el intervalo de 3 a $5V_{min}$. Velocidades de flujo típicas para $V = 3V_{min}$ serán G_x = 10000 lb/pie²-h (49 000 kg/m²-h) y G_y = 116 lb/pie²-h (566 kg/m²-h).

CORRELACIONES DE TRANSFERENCIA DE MATERIA

Para predecir el coeficiente global de transferencia de materia, o la altura de una unidad de transferencia, se necesitan correlaciones separadas para la fase gaseosa y para la fase líquida. Tales correlaciones están basadas generalmente en datos experimentales para sistemas en los que una de las fases ofrece la resistencia controlante, ya que es difícil separar exactamente las dos resistencias cuando son de un orden de magnitud comparable. La resistencia de la fase líquida puede determinarse a partir de la velocidad de desorción de oxígeno o dióxido de carbono desde agua. La baja solubilidad de estos gases da lugar a que la resistencia de la película gaseosa sea despreciable, y los valores de H_{Ox} son esencialmente los mismos que los de H_x.

A partir de medidas de desorción se obtienen valores de H_x más exactos que a partir de experimentos de absorción, ya que las líneas de operación para flujos típicos de gas y líquido tienen pendientes mucho menores que la pendiente de la línea de equilibrio. Para oxígeno en agua a 20 "C, la presión parcial de equilibrio es $4{,}01 \times 10^4$ atm por unidad de fracción molar, y L/V puede estar comprendida en el intervalo de 1 a 100. Para la absorción de oxígeno desde aire en agua pura se producirá un «toque» en el fondo de la columna de relleno, tal como muestra la Figura 22.13. Se necesitarían medidas muy exactas de x_b y de la temperatura (para determinar x_b^*) para establecer la fuerza impulsora $(x_b - x_b^*)$. Para la desorción de oxígeno desde una disolución saturada de nitrógeno, la concentración x_b es pequeña, pero N_{Ox} puede determinarse con una exactitud razonable toda vez que x_b^* es cero.

Coeficientes de película líquida. En la Figura 22.14 se recogen valores de H_x para el sistema O_2-H_2O con anillos Raschig de cerámica[7]. Para velocidades másicas de líquido comprendidas en el intervalo intermedio de 500 a 10000 lb/pie²-h, H_x aumenta con $G_x^{0,4}$ para anillos de $\frac{1}{2}$ pulg, y con $G_x^{0,2}$ para tamaños mayores. Por tanto, para anillos de 1 pulg, $1\frac{1}{2}$ pulg y 2 pulg k_La varía con $G_x^{0,8}$. El aumento de k_La se debe en buena medida a la mayor área interfacial a; el resto procede de un aumento de k_L. Para velocidades másicas elevadas, el relleno está casi completamente mojado y solamente se produce un ligero aumento de k_La con G_x, lo que da lugar a que H_x sea aproximadamente proporcional a G,. Obsérvese que, por lo que se refiere a la transferencia de materia, los rellenos pequeños son sólo ligeramente mejores que los grandes en el intervalo intermedio de flujos, aun cuando el área total varía de forma inversamente proporcional con

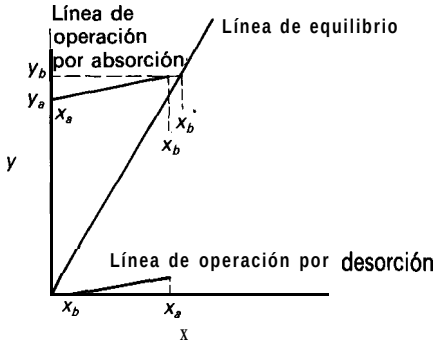


Figura 22.13. Líneas de operación típicas para absorción o desorción de un gas ligeramente soluble.

el tamaño del relleno. En las operaciones industriales se prefieren los rellenos más grandes debido a que presentan una capacidad muy superior (mayor velocidad de inundación).

Los datos de la Figura 22.14 fueron obtenidos con velocidades de flujo de 100 a 230 lb/pie²-h, y en este intervalo no habia efecto de G,. Para velocidades de flujo de gas comprendidas entre el punto de carga y la velocidad de inundación, H_x es ligeramente menor debido al aumento de la retención de líquido. Sin embargo, para una columna diseñada para operar a la mitad de la velocidad de inundación, puede despreciarse el efecto de G_y sobre H_x.

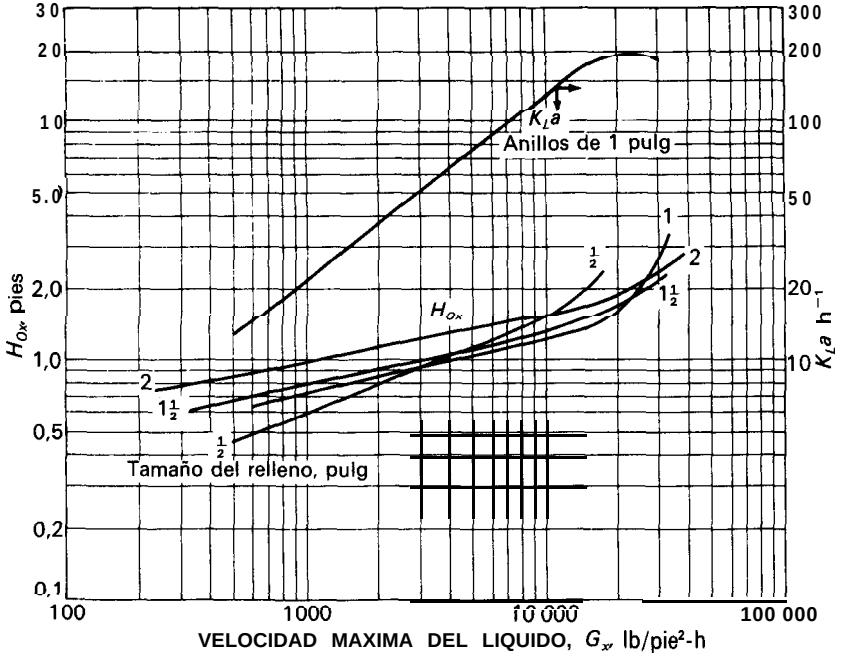


Figura 22.14. Altura de una unidad de transferencia para desorción de oxígeno a partir de agua a 25 °C con relleno de anillos Raschig.

La resistencia de la película para los demás sistemas se puede predecir a partir de los datos O_2-H_2O efectuando correcciones para tener en cuenta las diferencias de difusividad y viscosidad (como referencia, a 25 °C D_v para oxígeno en agua es 2,41 x 10^{-5} cm^2/s y el N_{Sc} es 381):

$$H_x = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{G_x}{\mu}\right)^n\left(\frac{\mu}{\rho D_v}\right)^{0,5} \tag{22.30}$$

donde α y n son constantes empíricas que se encuentran tabuladas en la bibliografía para algunos tipos de rellenos convencionales. El exponente 0,5 del número de Schmidt se encuentra en consonancia con el predicho por la teoría de penetración, como era de espear de la aplicación de dicha teoría a un líquido que fluye a corta distancia sobre los cuerpos de relleno. El exponente n varía con el tipo y tamaño del relleno, si bien puede tomarse 0,3 como un valor típico. La Ecuación (22.30) deberá utilizarse con precaución para otros líquidos diferentes del agua, ya que los efectos de la densidad, de la tensión superficial y de la viscosidad elevada son inciertos.

Cuando se absorbe un vapor en un disolvente de elevado peso molecular, la velocidad molar de flujo del líquido será mucho menor que si se utiliza agua con la misma velocidad másica. Sin embargo, el coeficiente k_xa, que está basado en una fuerza impulsora de fracción molar, también varía de forma inversamente proporcional con el peso molecular medio del líquido, y no hay efecto neto de M sobre H_x

$$k_xa = k_La\,\frac{\rho_x}{\bar{M}} \tag{22.3 1}$$

$$H_x = \frac{\bar{G_x}/\rho_x}{k_xa} \quad k_La \tag{22.32}$$

El coeficiente k_La depende fundamentalmente de la velocidad volumétrica de flujo y de la viscosidad, pero no del peso molecular, de forma que las correcciones generales para k_La o H_x son más sencillas que las correspondientes a k_xa.

Coeficientes de película gaseosa. La absorción de amoníaco en agua se ha estudiado para obtener datos de k_ga o H_y, puesto que la resistencia de la película líquida es solamente del orden del 10 por 100 de la resistencia global. En la Figura 22.15 se recogen datos de H_{Oy} y valores corregidos de H_y para anillos Raschig de $1\frac{1}{2}$ pulg. Para velocidades másicas de hasta 600 lb/pie^2-h, H_y varía aproximadamente con la potencia 0,3 a 0,4 de G_y, de forma que k_ga aumenta con $G_y^{0,6-0,7}$ lo cual está en razonable concordancia con los datos para transferencia de materia en partículas de lechos de relleno. Las pendientes de las gráficas de H_y disminuyen en la región de carga debido al aumento del área interfacial. Los valores de H_y varían con la potencia $-0,7$ a $-0,4$ del flujo de líquido, reflejando el marcado efecto del flujo de líquido sobre el área interfacial.

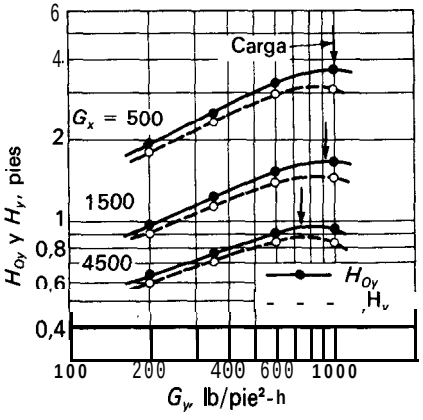


Figura 22.15. Alturas de la unidad de transferencia para la absorción de amoníaco en agua con anillos Raschig cerámicos de $1\frac{1}{2}$ pulg.

Para estimar H_y en la absorción de otros gases en agua se recomienda aplicar la ecuación[8] que se expresa a continuación

$$H_y = H_{y,\,HN_3}\left(\frac{N_{Sc}}{0{,}06}\right)^{1/2} \qquad (22.33)$$

El número de Schmidt para el sistema NH_3-H_2O es 0,66 a 25 "C.

Existen pocos datos para confirmar un exponente de $\frac{1}{2}$ de la difusividad o del número de Schmidt; por otra parte, se ha sugerido un exponente de $\frac{2}{3}$ basándose en la teoría de la capa límite así como en datos de lechos de relleno. Sin embargo, los números de Schmidt para gases no difieren mucho y el término de corrección es generalmente pequeño. Existe más incertidumbre acerca del efecto de las propiedades del líquido sobre H_y cuando se utilizan otros disolventes diferentes del agua.

Para la vaporización de un líquido puro en una corriente gaseosa, no hay resistencia a la transferencia de materia en la fase líquida, de forma que los experimentos de vaporización aparecen como un buen método para desarrollar correlaciones para la resistencia de la película gaseosa. Sin embargo, los experimentos con agua y otros líquidos dan valores de H_y del orden de la mitad de los correspondientes al amoníaco para las mismas velocidades másicas. La diferencia se atribuye a pequeñas bolsas de líquido prácticamente estancado, que transitoriamente contribuyen a la vaporización pero que rápidamente se saturan en un experimento de absorción de gas[10]. Las pequeñas bolsas estancadas corresponden a la *retención estática*, que es líquido que permanece en la columna bastante tiempo después de interrumpir el flujo. El resto del líquído constituye la *retención dinámica*, que aumenta con el flujo de líquido. Se han desarrollado[9] correlaciones para las retenciones estática y dinámica, así como para las correspondientes áreas interfaciales, que pueden utilizarse para correlacionar los resultados de vaporización y absorción de gases.

Comportamientos de otros rellenos. Se han construido diversos rellenos de elevada capacidad y mejores características de transferencia de materia que los

anillos Raschig y las monturas Berl, pero no se dispone de datos fiables sobre las resistencias del gas y del líquido. Se han ensayado muchos otros rellenos para la absorción de CO, en disoluciones de NaOH, sistema en el que la película de líquido es la resistencia controlante pero la resistencia de la película gaseosa no es despreciable. Los valores de $K_g a$ son de 20 a 40 veces los valores normales para la absorción de CO, en agua, debido a que la reacción química entre el CO, y el NaOH tiene lugar muy cerca de la interfase, lo que origina un gradiente de CO, mucho más acusado.

Aunque los valores de $K_g a$ para el sistema CO_2-NaOH no se pueden utilizar directamente para predecir el comportamiento en otros sistemas, pueden usarse con fines comparativos de rellenos. En la Figura 22.16 se muestran datos para diferentes tamaños de monturas Intalox y anillos Pall, junto con algunos resultados para anillos Raschig. La relación entre $K_g a$ para un determinado relleno y el de anillos Raschig de $1\frac{1}{2}$ pulg, evaluados para G_x = 1000 lb/pie²-h y G_y = 500 lb/pie²-h, se toma como una medida del comportamiento f_p, y se relaciona en la Tabla 22.1. El valor de f_p es una medida relativa del área

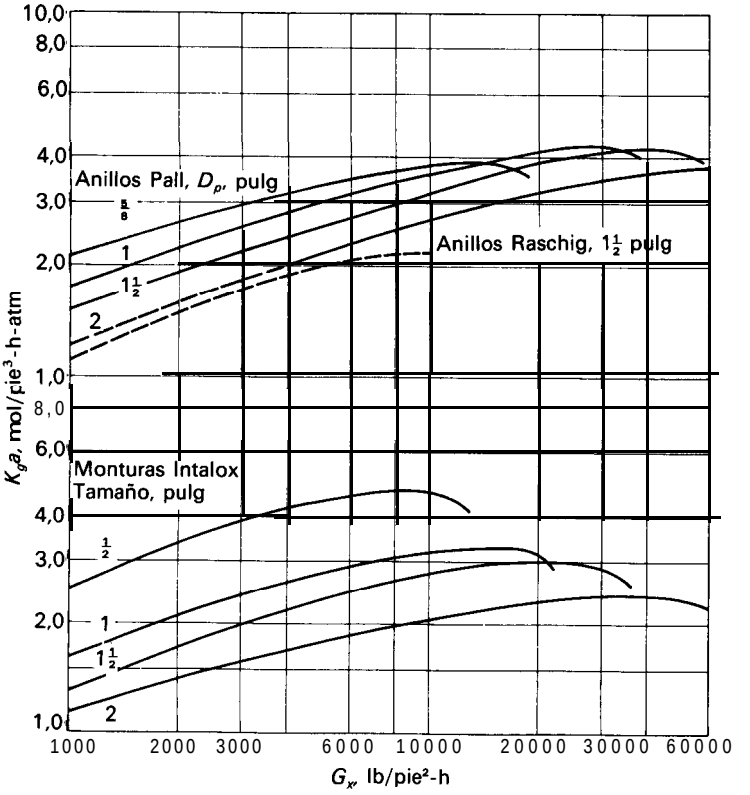


Figura 22.16. Coeficientes de transferencia de materia para la absorción de CO, en NaOH al 4 por 100 con anillos metálicos Pall o monturas cerámicas Intalox. (G_y = 500 lb/pie²-h.)

interfacial total, puesto que la absorción de CO, en disoluciones de NaOH es una reacción irreversible que puede tener lugar tanto en la retención estática como en la dinámica. Los rellenos que tienen un área interfacial total relativamente grande probablemente presentan, también, una elevada retención dinámica así como un gran área para la absorción física normal. En una estimación aproximada del comportamiento de nuevos rellenos para la absorción física se puede aplicar el valor de f_p a H_{Oy} o a los coeficientes globales calculados para anillos Raschig de 1,5 pulg. El coeficiente global deberá basarse en datos para NH, y para 0, y corregirlos para tener en cuenta las variaciones de difusividad, viscosidad y velocidad de flujo.

Las columnas grandes tienen a veces valores aparentes de H_{Oy} más elevados que las columnas pequeñas, para un mismo relleno; se han propuesto[6c] varias correlaciones empíricas para los efectos del diámetro de la columna y la altura de relleno. Estos efectos seguramente se deben a una irregular distribución del líquido, que tiende a producir un flujo irregular del gas y a dar lugar a que los valores locales de la pendiente de la línea de operación difieran bastante del valor medio. El efecto de la mala distribución se acentúa cuando la línea de operación es sólo ligeramente más pendiente que la línea de equilibrio, y cuando se necesita un gran número de unidades de transferencia. Para estos casos es especialmente importante conseguir una muy buena distribución del líquido y, para columnas altas, es aconsejable rellenar la columna con secciones de 10 a 15 pies, con redistribución del líquido entre las secciones.

Ejemplo 22.4. El gas procedente de un reactor tiene 3,0 por 100 de óxido de etileno (EO) y un 10 por 100 de CO_2, siendo el resto esencialmente nitrógeno, y el 98 por 100 del EO ha de recuperarse absorbiéndolo con agua. El absorbedor operará a 20 atm, utilizando agua con 0,04 moles por 100 de EO a 30 "C, y el gas entra a 30 °C saturado con agua. ¿Cuántas unidades de transferencia se requieren si se utilizan 1,4 moles de H_2O por mol de gas seco? Estímese el diámetro de la columna y la altura de relleno si se utilizan anillos Pall de $1\frac{1}{2}$ pulg y el flujo total de gas de alimentación es 10000 mol/h.

SOLUCIÓN

Los datos de equilibrio[3] para 30 y 40 °C se muestran en la Figura 22.17. A partir de un balance de calor similar al del Ejemplo 22.2 se estimó que el aumento de temperaturas del líquido es de 12,5 "C, lo que da lugar a que la línea de equilibrio para la columna se curve hacia arriba. Los puntos extremos de la línea de operación se determinan mediante un balance de materia.

Base: 100 moles de gas seco que entran; 140 moles de disolución que entran.

Entrada	Salida
87 N_2	87 N_2
10 co,	10 co,
3 EO	0,06 EO (= 3 x 0,02)
100	97,06

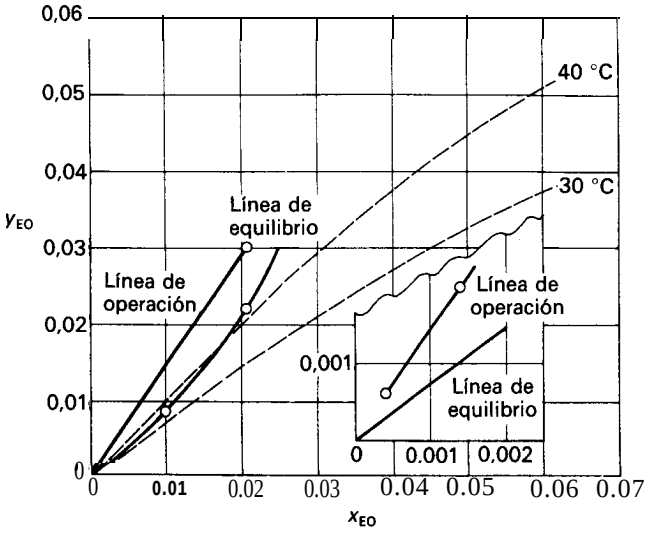


Figura 22.17. Diagrama y-x para el Ejemplo 22.4.

Se supone que la absorción de CO_2 es despreciable, así como el efecto del H_2O sobre la composición del gas.

En la parte superior: $x = 0{,}0004 \qquad y = \frac{0{,}06}{97{,}06} = 0{,}00062$

Moles de EO absorbidos: $3 \times 0{,}98 = 2{,}94$

Moles de EO en el agua: $140 \times 0{,}0004 = 0{,}056$

En el fondo: $x = \frac{2{,}94 + 0{,}056}{140 + 2{,}94} = 0{,}0210$

$y = 0{,}030$

$$N_{oy} = \int \frac{dy}{Y - y^*} = \sum \frac{\Delta Y}{(y - y^*)_L}$$

Y	$Y - y^*$	ΔN_{oy}
0,03	0,008	
0,015	0,006	2,14
0,005	0,0024	2,55
0,0006	0,0003	5,35
		$N_{oy} = 10{,}04 = 10{,}0$ unidades de transferencia

Diámetro de* la *columna. Para calcular el diámetro de la columna se utiliza la correlación generalizada para la caída de presión de la Figura 22.4.

Tomando como base la entrada de gas

$$\bar{M} = 0{,}87(28) + 0{,}1(44) + 0{,}03(44) = 30{,}1$$

A 40 °C,

$$\rho_y = \frac{30{,}1}{359} \times 20 \times \frac{273}{313} = 1{,}46 \text{ lb/pie}^3 \ (0{,}0234 \text{ g/cm}^3)$$

$$\frac{G_x}{G_y}\sqrt{\frac{\rho_y}{\rho_x - \rho_y}} = \frac{1{,}4 \times 18}{1 \times 30{,}1}\sqrt{\frac{1{,}46}{62{,}2 - 1{,}46}} = 0{,}130$$

A partir de la Figura 22.4 para AP = 0,5 pulg H_2O/pies,

$$\frac{G_y^2 F_p \mu_x^{0,1}}{\rho_y(\rho_x - \rho_y)g_c} = 0{,}045$$

A partir de la Tabla 22.1, $F_p = 28$.
A 40 "C, μ = 0,656 cP. Por tanto

$$G_y^2 = \frac{0{,}045(1{,}46)(62{,}2 - 1{,}46)(32{,}2)}{28(0{,}656)^{0,1}} = 4{,}78$$

$$G_y = 2{,}19 \text{ lb/pie}^2\text{-s} = 7870 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

$$G_x = \frac{1{,}4 \times 18}{1 \times 30.1} \times 7870 = 6590 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

Para un flujo de alimentación de 10000 x 30,1 = 3,01 x 10^5 lb/h,

$$s = \frac{3{,}01 \times 10^5}{6590} = 45{,}7 \text{ pie}^2 \qquad D = 7{,}6 \text{ pies}$$

Se utiliza una columna de 8 pies de diámetro.

Altura de la columna. Se obtienen H_y y H_x a partir de los datos amoníaco-agua y oxígeno-agua, con anillos Raschig de 1½ pulg. A partir de la Figura 22.15 para G_y = 500 y G_x = 1500,

$$H_{y,\,NH_3} = 1{,}4 \text{ pies}$$

La viscosidad se supone que es la del N_2 a 40 °C y 1 atm, que es 0,0181 cP (Apéndice 9). La difusividad del EO en el gas se calcula a partir de la Ecuación (21.25), obteniendo para 40 °C y 20 atm,

$$D_v = 7{,}01 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_v} = \frac{1{,}81 \times 10^{-4}}{(7{,}01 \times 10^{-3})(2{,}34 \times 10^{-2})} = 1{,}10$$

A partir de la Tabla 22.1, f_p = 1,36 para anillos Pall de 1,5 pulg, de forma que H_y es 1,36 veces menor. Se supone que H_y varía con $G_y^{0,3}$ y $G_x^{-0,4}$. Por tanto,

$$H_{y,\,EO} = 1{,}4\left(\frac{1{,}10}{0{,}66}\right)^{1/2} \frac{1}{1{,}36}\left(\frac{7870}{500}\right)^{0{,}3}\left(\frac{1500}{6590}\right)^{0{,}4} = 1{,}68 \text{ pies}$$

A partir de la Figura 22.14, $H_{x,\ O_2} = 0{,}9$ pies para G_x x 1500.
De la Ecuación (21.27), $D_v = 2{,}15 \times 10^{-5}$ cm²/s para EO en H_2O a 40 "C.

$$N_{Sc} = \frac{0{,}00656}{1{,}0 \times 2{,}15 \times 10^{-5}} = 305$$

Utilizando la Ecuación (22.30) con el factor de corrección& y N_{Sc} = 381 para 0, en agua a 25 "C,

$$H_{x,\,EO} = 0{,}9\left(\frac{6590/0{,}656}{1500/0{,}894}\right)^{0{,}3}\left(\frac{305}{381}\right)^{0{,}5}\frac{1}{1{,}36} = 1{,}01 \text{ pies}$$

A partir de la Figura 22.17 el valor medio de m es del orden de 1,0, y

$$H_{Oy} = H_y + \frac{mG_M}{L_M} H_x = 1{,}68 + \left(\frac{1{,}0 \times 1{,}01}{1{,}4}\right) = 2{,}40 \text{ pies}$$

Para 10 unidades de transferencia se necesitan 24 pies. Se utilizan 30 pies de relleno en dos secciones de 15 pies, con redistribución del líquido.

Absorción en columnas de platos

La absorción de gases puede realizarse en una columna equipada con platos perforados u otros tipos de platos normalmente utilizados en destilación. Con frecuencia se elige una columna de platos perforados en vez de una columna de relleno para evitar el problema de la distribución del líquido en una torre de gran diámetro y disminuir la incertidumbre en el cambio de escala. El número de etapas teóricas se determina trazando escalones para los platos en un diagrama y-x, y el número de etapas reales se calcula después utilizando una eficacia media de los platos. Las eficacias locales y de platos se definen de la misma forma que en destilación [Ecs. (18.72) y (18.73)], pero es preciso tomar más precauciones en la estimación del valor de η, puesto que las eficacias de platos para absorción comprenden un intervalo mucho más amplio que para destilación.

Cuando la película gaseosa es controlante, las eficacias de absorción generalmente están comprendidas en el intervalo 60 a 80 por 100, del mismo orden de magnitud que en destilación, donde la película gaseosa también es controlante. Para solutos de bajo peso molecular es de esperar eficacias ligeramente superiores, así como también cuando el líquido tiene baja viscosidad o baja tensión superficial. Para platos grandes los gradientes de concentración en el líquido a través del plato podrían dar lugar a eficacias del 100 por 100 o superiores.

Cuando el gas que se absorbe es sólo ligeramente soluble, la película líquida generalmente presenta la resistencia controlante, debido al elevado valor de m [véase la Ec. (22.11)], y el correspondiente bajo valor de $K_y a$ conduce a una baja eficacia de los platos [Ec. (21.70)]. El efecto de la viscosidad del líquido es también más acentuado cuando controla la película de líquido, debido a que la

menor difusividad en la fase líquida ejerce una influencia más directa sobre el coeficiente global de transferencia. (Si la película gaseosa controla, la viscosidad del líquido solamente afecta al área interfacial.)

Para ilustrar el efecto de la solubilidad y la eficacia de los platos, considérese la absorción de CO, en agua a 20 °C y 10 atm. El valor de m es 146, y los coeficientes de difusión para CO, en el gas y en el líquido son 0,0156 cm^2/s y 1,76 x 10^{-5} cm^2/s. La relacón de los coeficientes de película se pueden estimar aplicando la teoría de penetración, en la misma forma que para destilación [Ec. (21.71)]:

$$\frac{k_x a}{k_y a} = \left(\frac{D_{vx}}{D_{vy}}\right)^{0,5} \frac{\rho_{Mx}}{\rho_{My}} \tag{22.34}$$

Para agua, ρ_{Mx} = 62,3/18,02 = 3,46 mol/pie^3; para el gas, ρ_{My} = (10/359)(273/293) = 0,026 mol/pie^3. Por tanto, para este caso $k_x a/k_y a$ = (1,76 x 10^{-5}/1,56 x 10^{-2})^{0,5}(3,46/0,026) = 4,47, lo que indica que la película de líquido será solamente un quinto de la resistencia total si m es l,O. Sin embargo, debido a la baja solubilidad, la resistencia de la película de líquido $m/k_x a$ es 146/4,47 = 33 veces la resistencia de la película gaseosa $1/k_y a$. Tomando N_y = 2 como un valor típico para un plato perforado, el efecto de la resistencia del líquido hace disminuir $K_y a$ y N_{Oy} por un factor de (33 + 1), dando N_{Oy} = 0,059. Esto corresponde a una eficacia local del orden de 0,06 [véase la Ec. (21.70)]. Para un valor tan bajo de la eficacia local, dificilmente habrá algún efecto de los gradientes de concentración a través del plato, de forma que la eficacia de los platos será la misma que la eficacia local, o sea 6 por 100. La eficacia predicha para la absorción de CO_2 a 1 atm es solamente del 2 por 100. Los datos publicados para la absorción de CO_2 en columnas de platos[5] indican que las eficacias son de este orden de magnitud.

Absorción desde gases ricos

Cuando el soluto se absorbe en presencia de concentraciones moderadas o elevadas en el gas, es preciso considerar diversos factores adicionales en los cálculos de diseño. Es preciso tener en cuenta en el balance de materia la disminución del flujo total de gas y el aumento del flujo de líquido, a la vez que deberá incluirse el factor de corrección para la difusión en un solo sentido. Por otra parte, los coeficientes de transferencia de materia no serán constantes debido a las variaciones de las velocidades de flujo y del gradiente de temperatura en la columna, si es el caso, lo que dará lugar a un cambio en la línea de equilibrio.

La cantidad de soluto absorbido en una altura diferencial dZ es $d(Vy)$, ya que tanto V como y disminuyen a medida que el gas pasa a través de la torre

$$dN_A = d(Vy) = V\,dy + y\,dV \tag{22.35}$$

Si solamente se transfiere A, dN_A es igual a dV, de forma que la Ecuación (22.35) se transforma en

$$dN_A = V\,dy + y(dN_A) \tag{22.36}$$

o bien
$$dN_A = \frac{V\,dy}{1 - y} \tag{22.37}$$

El efecto de la difusión en un solo sentido en la película gaseosa se traduce en un aumento de la velocidad de transferencia de materia; se multiplica por un factor $1/\overline{(1-y)}_L$, tal como indica la Ecuación (21.38), de forma que el coeficiente global efectivo K'_y es algo mayor que el valor normal de $K_y a$:

$$\frac{1}{K'_y a} = \frac{\overline{(1-y)}_L}{k_y a} + \frac{m}{k_x a} \tag{22.38}$$

En este tratamiento se ha despreciado el efecto de la difusión en un solo sentido en la película líquida. La ecuación básica de transferencia de materia es, por tanto,

$$dN_A = \frac{V\,dy}{1 - y} = K'_y a S\,dZ(y - y^*) \tag{22.39}$$

La altura de la columna se puede obtener por integración gráfica, teniendo en cuenta las variaciones de V, $(1 - y)$, $(y - y^*)$, y $K'_y a$:

$$Z_T = \frac{1}{S}\int_a^b \frac{V\,dy}{(1-y)(y-y^*)(K'_y a)} \tag{22.40}$$

Si el proceso está controlado por la velocidad de transferencia de materia a través de la película gaseosa, se puede deducir una ecuación simplificada. El término $\overline{(1-y)}_L$, que sólo es estrictamente aplicable a la película gaseosa, tal como indica la Ecuación (22.38), se supone que se aplica al coeficiente global debido a que la película gaseosa es controlante. El coeficiente $K'_y a$ de la Ecuación (22.40) se sustituye por $K_y a/\overline{(1-y)}_L$, lo que conduce a

$$Z_T = \frac{1}{S}\int_a^b \frac{V\overline{(1-y)}_L\,dy}{K_y a(1-y)(y-y^*)} \tag{22.41}$$

Puesto que $k_y a$ varía con aproximadamente $V^{0,7}$, y $K_y a$ presentará casi la misma variación cuando controla la película gaseosa, la relación $V/K_y a$ no variará mucho. Este término se puede sacar fuera de la integral y evaluarlo para la velocidad media de flujo, o bien promediar los valores correspondientes a la parte superior e inferior de la torre. El término $\overline{(1-y)}_L$ es la media logarítmica de $(1 - y)$ y $(1 - y_i)$ que, generalmente, sólo es ligeramente mayor que $(1 - y)$. Por consiguiente, se supone que los términos $\overline{(1-y)}_L$ y $(1 - y)$ se anulan, y la Ecuación (22.41) adquiere la forma

$$Z_T = \left(\frac{V/S}{K_y a}\right)\int_b^a \frac{dy}{(y - y^*)} \tag{22.42a}$$

$$Z_T = H_{Oy}N_{Oy} \qquad (22.42b)$$

Esta ecuación es la misma que la Ecuación (22.15) para gases diluidos, excepto que el primer término, H_{Oy}, es el valor medio para la columna en vez de una constante. Téngase en cuenta que en este caso ha de utilizarse $K_y a$ de la Ecuación (22. ll) y no $K'_y a$, puesto que el término $\overline{(1 - y)_L}$ se introduce para tener en cuenta la difusión en un solo sentido en el líquido, y se puede deducir una ecuación similar a la Ecuación (22.42*a*):

$$Z_T = \left(\frac{L/S}{K_x a}\right) \int_b^a \frac{dx}{(x^* - x)} \qquad (22.43)$$

$$Z_T = H_{Ox}N_{Ox} \qquad (22.44)$$

Cuando las resistencias de la película líquida y de la película gaseosa son de un orden de magnitud comparable, no existe un método sencillo para el tratamiento de la absorción de un gas rico. El método recomendado consiste en basar el diseño en la fase gaseosa y utilizar la Ecuación (22.40). Se eligen diferentes valores de y comprendidos entre y_a e y_b, y se calculan los valores de V, $K'_y a$, e $(y - y^*)$. Como comprobación, deberá compararse el valor de Z_T obtenido por integración con el basado en la fórmula sencilla de la Ecuación (22.42), ya que la diferencia no debe ser grande.

Ejemplo 22.5. Una torre rellena con anillos de 1 pulg (25,4 mm) ha de diseñarse para absorber dióxido de azufre desde aire lavando el gas con agua. El gas que entra contiene un 20 por 100 de SO, en volumen, mientras que el gas a la salida no ha de contener más de 0,5 por 100 de SO, en volumen. El agua que entra está exenta de SO_2. La temperatura es de 80 °F y la presión total es de 2 atm. El flujo de agua será el doble del valor mínimo, y el flujo de aire (sin considerar el SO_2) será de 200 lb/pie²-h (976 kg/m²-h). ¿Qué altura de lecho se necesitará?

Para la absorción de SO, a 80 °F en torres rellenas con anillos de 1 pulg, se dispone de las siguientes ecuaciones [1 3] para los coeficientes de transferencia de materia:

$$k_L a = 0{,}038 G_x^{0,82}$$

$$k_g a = 0{,}028 G_{y_v}^{0,7} G_x^{0,25}$$

donde $k_L a$ está en h^{-1} y $k_g a$ en mol/pie³-h-atm, y que G_x y G_y están en lb/pie²-h.

La solubilidad del SO, en agua no es estrictamente proporcional a la presión debido a la formación de H_2SO_3. A continuación se dan algunos datos pra 80 °F[13]:

p_{SO_2}, atm	0,04	0,08	0,12	416	420
C_{SO_2}, mol/pie³	0,0044	0,0082	0,0117	0,0152	40186
x_{SO_2}, fracción molar	0,00127	0,00237	0,00338	0,00439	0,00538

SOLUCIÓN

Primeramente se transforman los coeficientes en unidades de fracción molar. A 80 °F ρ_M para el agua es $62{,}2/18{,}02 = 3{,}45$ mol/pie^3. Por tanto,

$$k_x a = 0{,}038 G_x^{0,82} \times 3{,}45 = 0{,}131 G_x^{0,82} \text{ mol/pie}^3\text{-h}$$

Puesto que los coeficientes están medidos a la presión atmosférica, y $k_y a = k_g a P$, el valor de $k_g a$ es igual a $k_y a$. Sin embargo, los coeficientes medidos no están corregidos para la difusión en un solo sentido y, por tanto, corresponden a $k_y a/\overline{(1 - y)_L}$. La concentración de SO, para los ensayos publicados varia en el intervalo de 3 a 17 por 100, y el valor medio de $\overline{(1 - y)_L}$ era de aproximadamente 0,9. Por consiguiente, la correlación publicada se multiplica por 0,9 para dar

$$k_y a = 0{,}025 G_y^{0,7} G_x^{0,25}$$

La siguiente etapa consiste en representar la curva de equilibrio. Puesto que la presión es de 2 atm, $y = p_{SO_2}/2$. La curva se muestra en la Figura 22.18. La pendiente de la parte lineal es 20,1, y la pendiente inicial es 15,6. El extremo inferior de la línea de operación está en $y = 0{,}005$, x = 0, y para el flujo mínimo de líquido el extremo superior de esta línea contactará con la curva de equilibrio en $y = 0{,}20$, $x = 10{,}36 \times 10^{-3}$. Para un flujo de líquido doble del valor mínimo, la relación de agua a SO_2 en el liquido será el doble. El número de moles de agua de alimentación por mol de SO_2 es

$$2 \times \frac{0{,}98964}{0{,}01036} = 191{,}1$$

Y

$$x_b = \frac{1}{191.1 + 1} = 0{,}0521$$

La velocidad másica molar del gas de alimentación G_M es

$$\frac{200}{29} \times \frac{1}{0.8} = 8{,}62 \text{ mol/pie}^2\text{-h}$$

La alimentación de SO, es

$$8{,}62 \times 0{,}2 = 1{,}724 \text{ mol/pie}^2\text{-h}$$

La alimentación de aire es

$$8{,}62 \times 0{,}8 = 6{,}896 \text{ mol/pie}^2\text{-h}$$

El gas a la salida contiene 0,5 por 100 de SO,; por tanto, la cantidad de SO, que sale es

$$6{,}896 \times \frac{0{,}005}{0.995} = 0{,}035 \text{ mol/pie}^2\text{-h}$$

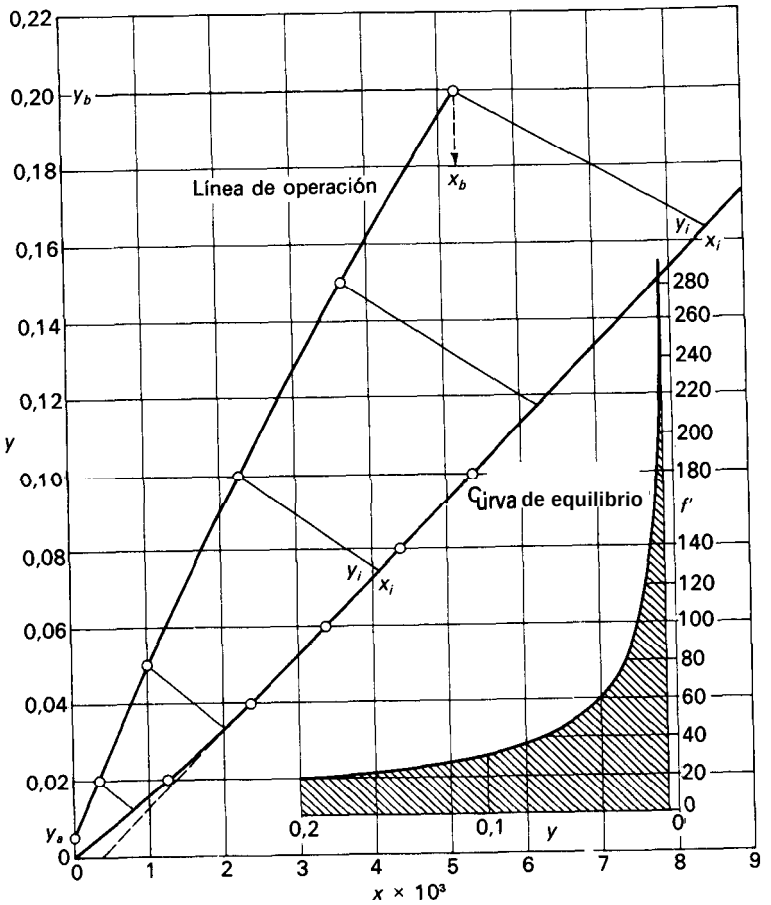


Figura 22.18. Diagrama para el Ejemplo 22.5.

El SO_2 absorbido es, por tanto, 1,724 − 0,035 = 1,689 mol/pie²-h. Se absorbe el 98 por 100 del SO_2. La alimentación de agua es

$$191{,}1 \times 1{,}689 = 322{,}8 \text{ mol/pie}^2\text{-h}$$

Los puntos intermedios de la línea de operación se obtienen mediante un balance de materia utilizando relaciones molares, lo que conduce a

$$322{,}8\left(\frac{x}{1-x}\right) = 6{,}896\left(\frac{y}{1-y} - \frac{0{,}005}{0{,}995}\right)$$

Sustituyendo estos valores de y se obtienen las siguientes coordenadas de la línea de operación:

Y	0,2	0,15	0,1	0,05	0,02	0,005
x x 10^3	5,21	3,65	2,26	1,02	0,33	0

La línea de operación se representa en la Figura 22.18. Es ligeramente cóncava hacia el eje x.

Los coeficientes de transferencia de materia dependen de las velocidades másicas, que no son constantes. La variación del flujo de líquido es muy pequeña, y el coeficiente de película del líquido está basado en la velocidad de flujo media. El peso molecular del SO, es 64,1, y la velocidad másica media es

$$G_x = (322,8 \times 18,02) + \frac{1,689 \times 64,1}{2}$$
$$= 5871 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

El coeficiente, supuesto constante para toda la torre, es

$$k_x a \times 0,131 \times 5871^{0,82} = 161 \text{ mol/pie}^3\text{-h}$$

Los coeficientes de la película gaseosa se calculan para los dos extremos de la torre:

En el fondo: $G_y = (6,9 \times 29) + (1,724 \times 64,1)$
$= 310,6 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$
$k_y a = 0,025 \times 310,6^{0,7} \times 5871^{0,25}$
$= 12,15 \text{ mol/pie}^3\text{-h}$

En la cima: $G_y = (6,9 \times 29) + (0,035 \times 64,1)$
$= 202,3 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$
$k_y a = 0,025 \times 202,3^{0,7} \times 5871^{0,25}$
$= 9,0 \text{ mol/pie}^3\text{-h}$

Los coeficientes de la película gaseosa son solamente de 6 a 8 por 100 del coeficiente de la película de liquido, pero la pendiente de la linea de equilibrio hace que las dos resistencias sean de una magnitud comparable. Los valores de y_i se obtienen trazando lineas de pendiente $-k_x a\overline{(1-y)_L}/k_y a$ desde la linea de operación hasta la linea de equilibrio. Esto requiere una estimación preliminar de $\overline{(1-y)_L}$, pero las lineas casi son paralelas y el primer tanteo generalmente resulta suficientemente exacto. Si se supone que en el fondo $\overline{(1-y)_L}$ es aproximadamente 0,82,

$$\frac{k_x a\overline{(1-y)_L}}{k_y a} = \frac{161 \times 0,82}{12,15} = 10,87$$

Una línea trazada desde (y_b, x_b) con una pendiente $-10,9$ da $y_i = 0,164$, y $1 - y_i = 0,836$. La media logarítmica de 0,80 y 0,836 es 0,818, muy próximo al valor estimado. A partir de la Ecuación (22.38),

$$\frac{1}{K'_y a} = \frac{0,818}{12,15} + \frac{20,1}{161} = 0,192$$

$$K'_y a = \frac{1}{0.192} = 5,21 \text{ mol/pie}^3\text{-h}$$

La fracción de la resistencia total que está en el líquido es (20,1/161)/0,192 = 0,65 o 65 por 100.

Para valores intermedios de y se han realizado cálculos análogos; los resultados se muestran en la Tabla 22.2. Los valores de V/S se encuentran a partir de V/S = = 6,896/(1 − y), y $k_y a$ se calcula a partir de la velocidad másica. Obsérvese que V/S = G,. Cuando y > 0,05, la pendiente m se toma como 20,1, y cuando y es menor que 0,05, m = 15,6.

La altura de la columna se obtiene en la forma que se indica a continuación. A partir de la Ecuación (22.40).

$$dZ = \frac{(V/S)\,dy}{(1 - y)(y - y^*)K'_y a} = f'\,dy$$

Tabla 22.2. Integración para el Ejemplo 22.5

Y	Y − y^*	y_i	$\overline{(1 - y)}_L$	$K'_y a$	$\frac{V}{S}$	$f' = \frac{V/S}{(1 - y)(y - y^*)K'_y a}$	ΔZ
0,20	0,103	0,164	0,818	5,21	8,62	20,1	
0,15	0,084	0,118	0,866	4,95	8,12	23,0	1,08
0,10	0,062	0,074	0,913	4,71	7,67	29,2	1,31
0,05	0,034	0,034	0,958	4,46	7,26	50,4	1,99
0,02	0,015	0,012	0,984	4,87	7,04	98,3	2,06
0,005	0,005	0,002	0,996	4,82	6,93	289,0	2,41
							Z_T = 8,85

Los valores de f', que se presentan en la Tabla 22.2, se han calculado a partir de diferentes valores de y. La altura total puede obtenerse por integración gráfica de una representación de y frente a f', tal como se muestra en la Figura 22.18. Sin embargo, aquí se han calculado incrementos de altura AZ a partir de la ecuación para líneas de operación y equilibrio rectas, utilizando valores medios para el incremento. Cuando f no varia mucho en un incremento (como ocurre en los cuatro primeros puntos de la Tabla 22.2) la ecuación es simplemente

$$\Delta Z = \frac{f'_1 + f'_2}{2}(y_1 - y_2)$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren al comienzo y final del incremento, respectivamente. Cuando la variación de f' con el incremento es del doble o más (como en los dos últimos puntos de la Tabla 22.2), se utilizó la siguiente ecuación:

$$\Delta Z = \frac{\{(V/S)/[(1 - y)(K'_y a)]\}_1 + \{(V/S)/[(1 - y)K'_y a]\}_2}{2}\,\frac{y_1 - y_2}{\overline{(y - y^*)}_L}$$

donde $\overline{(y - y^*)}_L$ es la media logarítmica de $(1 - y)_1$ y $(1 - y)_2$. Los incrementos se suman para obtener una altura total Z_T de 8,9 pies.

Puesto que la principal resistencia reside en la película de líquido, se puede utilizar la Ecuación (22.44) para una comprobación aproximada de la altura de la columna.

La ecuación análoga a la Ecuación (22.38) es

$$\frac{1}{K'_x a} = \frac{1}{k_x a} + \frac{\overline{(1 - y)_L}}{m k_y a}$$

Por tanto,

$$\frac{1}{K'_x a} = \frac{1}{161} + \frac{0{,}91}{20{,}1 \times 11} = 1{,}04 \times 10^{-2}$$

$K'_x a = 96{,}2$ mol/pie^3-h-unidad de diferencia de fracción molar

De la Ecuación (22.22)

$$H_{Ox} = \frac{322{,}8}{96{,}2} = 3{,}36 \text{ pies}$$

Despreciando la curvatura de las líneas de equilibrio y operación,

$$N_{Ox} = \frac{x_b - x_a}{(x^* - x)_L} = \frac{0{,}00522}{0{,}00174} = 3{,}0$$

A partir de la Ecuación (22.44),

$$Z_T = 3{,}36 \times 3{,}0 = 10{,}1 \text{ pies}$$

ABSORCION CON REACCION QUIMICA

La absorción seguida de reacción química en la fase líquida se utiliza con frecuencia para lograr una separación más completa de un soluto a partir de una mezcla gaseosa. Por ejemplo, puede utilizarse una disolución ácida diluida para retirar NH, de corrientes gaseosas, y se utilizan disoluciones básicas para separar CO, y otros gases ácidos. La reacción en la fase líquida reduce la presión parcial de equilibrio del soluto sobre la disolución, lo cual da lugar a un gran aumento de la fuerza impulsora de la transferencia de materia. Si la reacción es esencialmente irreversible para las condiciones de absorción, la presión parcial de equilibrio es cero y N_{Oy} se puede calcular a partir de la variación de la composición del gas. Para $y^* = 0$,

$$N_{Oy} = \int_a^b \frac{dy}{Y} = \ln \frac{y_b}{y_a} \qquad (22.45)$$

Para ilustrar el efecto de una reacción química, considérese la absorción de NH, en HCl diluido con una reducción de 300 veces en la concentración del gas

(6 a 0,02 por 100). A partir de la Ecuación (22.45), $N_{Oy} = \ln 300 = 5{,}7$, que puede compararse con $N_{Oy} = 12$ para la misma variación de concentración utilizando agua en las condiciones del Ejemplo 22.2.

Una ventaja adicional de la absorción con reacción es el aumento del coeficiente de transferencia de materia. Algo de este incremento viene dado por la mayor área interfacial efectiva, ya que la absorción puede ahora tener lugar en las regiones prácticamente estancadas (retención estática), lo mismo que en la retención dinámica del líquido. Para la absorción de NH, en disoluciones de H_2SO_4, $K_g a$ fue de 1,5 a 2 veces el valor para la absorción en agua [11]. Puesto que la resistencia de la película gaseosa es controlante, este efecto se deberá esencialmente a un aumento del área efectiva. Los factores $k_g a_{vap}/K_g a_{abs}$ y $k_g a_{react}/K_g a_{abs}$ disminuyen al aumentar el flujo de líquido y tienden hacia la unidad cuando la retención total es mucho mayor que la retención estática.

El factor $K_g a_{react}/K_g a_{abs}$ también depende de la concentración del reaccionante y es menor cuando solamente está presente un ligero exceso de reactivo en la disolución de alimentada a la columna. Se han publicado datos sobre la retención de líquido en relación al área efectiva para anillos Raschig y monturas Berl[9], pero no se dispone de resultados similares para rellenos más modernos.

Cuando la resistencia de la película líquida es dominante, como en la absorción de CO, o H_2S en disoluciones acuosas, una rápida reacción química en el líquido puede conducir a un aumento muy grande del coeficiente de transferencia de materia. Los coeficientes que se representan en la Figura 22.16 para el sistema CO_2-H_2O-NaOH están comprendidos entre 1 y 4 mol/pie^3-atm-h en comparación con valores típicos para CO_2 en agua de 0,05 a 0,2 mol/pie^3-atm-h. La reacción rápida consume una gran parte del CO_2 muy cerca de la interfase gas-líquido, lo que da lugar a que el gradiente sea más brusco, originando un aumento del proceso de transferencia en el líquido. La relación entre el valor aparente de k_L y el correspondiente a la absorción física define un factor de avance ϕ, que varía desde 1 hasta 1000 o más. En libros especializados se describen métodos para predecir ϕ a partir de datos cinéticos y de transferencia de materia [1, 8]. Cuando el valor de ϕ es muy grande, la película gaseosa puede pasar a ser la resistencia controlante.

Cuando la absorción va acompañada de una reacción muy lenta, los valores aparentes de $K_g a$ pueden ser incluso menores que con absorción simplemente. Un ejemplo es la absorción de Cl, en agua seguida de hidrólisis del cloro disuelto. La lenta reacción de hidrólisis controla esencialmente la velocidad global de absorción.

Operación con flujo en corrientes paralelas. Cuando la reacción química es esencialmente irreversible y la presión parcial de equilibrio del soluto es cero, el número de unidades de transferencia para una separación dada es el mismo para la operación en corrientes paralelas o para flujo en contracorriente del líquido y el gas. La Figura 22.19 muestra líneas de operación típicas para ambos casos. En este diagrama x es el soluto total absorbido y que ha reaccionado, y no la cantidad de soluto presente en la forma original. Cuando se opera en corrientes paralelas con alimentación por la parte superior, el gas que sale por el fondo está

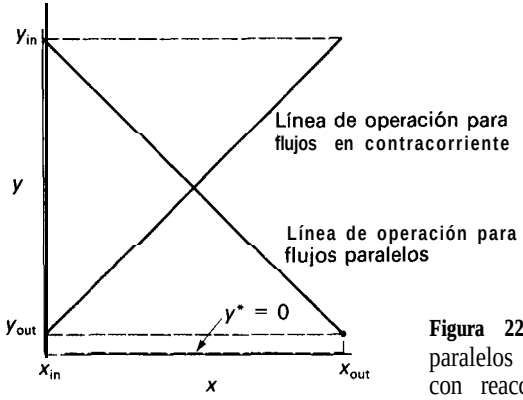


Figura 22.19. Líneas de operación para flujos paralelos y en contracorriente para absorción con reacción química irreversible.

condicionado al líquido rico, que ha absorbido una gran cantidad de soluto, pero si $y^* = 0$, la fuerza impulsora es simplemente y, y N_{0y} se calcula a partir de la Ecuación (22.45) lo mismo que para el flujo en contracorriente.

La ventaja de la operación en paralelo es que no existe la limitación de inundación, y se puede utilizar un flujo de gas muy superior al normal. Esto permite reducir el diámetro de columna requerido, y el correspondiente aumento de las velocidades másicas del líquido y del gas da lugar a elevados coeficientes de transferencia de materia. Se pueden utilizar flujos de líquido tan elevados como 50 000 a 100 000 lb/pie^2-h. Los valores de $K_g a$ o H_{Oy} se pueden estimar, aproximadamente, extrapolando los datos de flujo en contracorriente para el mismo sistema hasta las velocidades másicas más elevadas.

OTRAS SEPARACIONES EN COLUMNAS DE RELLENO

Las columnas de relleno se utilizan con frecuencia en destilación, extracción líquido-líquido y humiditicación, además de absorción de gases. El diseño puede basarse en coeficientes globales de transferencia o bien en el número y altura de sus unidades de transferencia. En destilación o humidificación, donde la fase gaseosa es continua y el líquido fluye agrupado en pequeñas corrientes, sobre el relleno, los coeficientes de transferencia de materia y las características de inundación son similares al caso de la absorción de gases, de forma que pueden utilizarse las mismas correlaciones generalizadas. En esta sección se presenta un ejemplo para destilación, mientras que se trata, en el próximo capítulo, el funcionamiento de torres de humidificación.

En la extracción líquido-líquido en columna de relleno, el área interfacial depende de la retención de la fase dispersa y del tamaño medio de las gotas. El área está afectada por variaciones de la tensión interfacial y de la viscosidad, así como por las velocidades de flujo de ambas fases.

En este caso, separar los coeficientes globales medidos en los coeficientes individuales, es incluso más dificil que en los sistemas gas-líquido y, general-

mente, solamente se dan los valores de los coeficientes globales $K_x a$ o $K_y a$ o bien los correspondientes valores de H_{ox} o H_{oy}.

La altura de la unidad de transferencia tiende a ser considerablemente mayor en extracción que en sistemas gas-líquido. Con rellenos de $\frac{1}{2}$ pulg son típicos valores de 2 a 20 pies para H_{oy} en la extracción de productos orgánicos a partir de agua con disolventes de baja viscosidad [11] Las velocidades de transferencia de materia relativamente bajas se deben probablemente a una combinación entre un área interfacial solamente moderada y una baja turbulencia de las fases líquidas. Si se requieren varias unidades de transferencia, generalmente, es preferible utilizar otros tipos de extractores con aporte de energía mecánica.

Destilación en columnas de relleno. Una torre de relleno puede utilizarse como una columna de fraccionamiento, tanto para destilación continua como para cargas. Los tamaños de $1\frac{1}{2}$ o 2 pulg de los rellenos comunes dan lugar a aproximadamente la misma capacidad que un plano perforado; la altura de relleno equivalente a un plato teórico, HETP, generalmente está comprendida entre 1 y 2 pies. Los rellenos más pequeños tienen valores menores de la HETP, con frecuencia inferiores a 1,0 pies, pero su capacidad es menor y generalmente no se utilizan en columnas grandes. La caída de presión por plato equivalente es generalmente menor para un plato perforado o de barboteo, lo cual constituye una importante ventaja cuando se opera a vacío.

Los valores de la HETP se pueden predecir, aproximadamente, a partir de la teoría y de los datos de absorción de gases. Los valores de HETP y H_{oy} son iguales si las líneas de equilibrio y operación son rectas y paralelas. En muchas destilaciones la línea de operación superior tiene mayor pendiente que la línea de equilibrio, mientras que para la línea de operación inferior ocurre lo contrario. En este caso, la HETP media es aproximadamente igual a H_{oy}, y H_{oy} se puede estimar a partir de correlaciones para el cálculo de H_y y H_x. Utilizando los datos para la absorción de NH, y O_2 en agua generalmente se obtienen valores para líquidos orgánicos, que tienen menores tensiones superficiales y que pueden dar lugar a una mayor área interfacial para un flujo dado de líquido. Sin embargo, el funcionamiento de una columna de gran diámetro puede ser peor que el predicho a partir de ensayos en planta piloto debido a la dificultad de obtener una distribución uniforme del gas y el líquido.

Ejemplo 22.6. Estímese la HETP para la destilación de mezclas de benceno y tolueno a 1 atm utilizando anillos Pall metálicos de $1\frac{1}{2}$ pulg Utilícense las composiciones de la alimentación y los productos del Ejemplo 18.2, y supóngase que la columna opera a la mitad de la velocidad de inundación.

SOLUCIÓN

Para una alimentación líquida a la temperatura de ebullición, el flujo de vapor es aproximadamente constante a través de la columna, pero el flujo de líquido en la columna es mayor por debajo de la entrada de la alimentación. Por tanto, los flujos se toman como los correspondientes a la mitad de la velocidad de inundación en la sección inferior de la columna.

A partir del Ejemplo 18.2,

$$F = 350 \text{ lb ml/h} \qquad D = 153{,}4 \qquad B = 196{,}6$$

$$R_D = 3{,}5 \qquad D = 536{,}9 = L$$

$$\bar{L} = L + F = 886{,}9$$

$$V = \bar{V} = R_D + D = 690{,}3$$

$$\frac{\bar{L}}{\bar{V}} = 1{,}28 \qquad \frac{L}{V} = 0{,}78$$

Fondo de la columna. Supóngase que el producto de cola es prácticamente tolueno puro y que está a 110 °C y 1 atm. Por tanto,

$$\rho_y = \frac{92}{359} \times \frac{273}{383} = 0{,}183 \text{ lb/pie}^3 \ (2{,}93 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3)$$

$$\rho_x = 0{,}78 \times 62{,}2 = 48{,}5 \text{ lb/pie}^3$$

$$\mu_x = 0{,}27 \text{ cP}$$

La abscisa de la Figura 22.4 es

$$\frac{G_x}{G_y}\left(\frac{\rho_y}{\rho_x - \rho_y}\right)^{1/2} = \frac{886{,}9}{690{,}3}\left(\frac{0{,}183}{48{,}3}\right)^{0{,}5} = 0{,}0791$$

A partir de la Figura 22.4 el valor de la ordenada para inundación es 0,16. Para anillos Pall de $1\frac{1}{2}$ pulg $F_p = 28$, de forma que

$$G_y^2 = \frac{0{,}16\rho_y(\rho_x - \rho_y)g_c}{F_p\mu_x^{0{,}1}}$$

$$= \frac{0{,}16 \times 0{,}183 \times 48{,}3 \times 32{,}174}{28 \times 0{,}27^{0{,}1}} = 1{,}85$$

$G_y = 1{,}85^{0{,}5} = 1{,}36$ pie/pie²-s para la inundación. Se utiliza:

$$G_y = \frac{1{,}36}{2} = 0{,}68 \text{ lb/pie}^2\text{-s} \quad 0 \quad 2448 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

$$G_x = G_y \frac{\bar{L}}{\bar{V}} = 2448 \times 1{,}28 = 3133 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

Para la mitad de la velocidad de inundación, la ordenada de la Figura 22.4 es 0,16/4 = 0,04, y la caída de presión es aproximadamente 0,4 pulg de H_2O por pie de relleno.

Para benceno en tolueno a 110 °C $D_v = 6{,}74 \times 10^{-5}$ cm²/s (pág. 592), y

$$N_{Sc} = \frac{0{,}0027}{0{,}78 \times 6{,}74 \times 10^{-5}} = 51{,}3$$

H_x se obtiene a partir de datos para O_2-H_2O para G_x = 1500 lb/pie²-h (Figura 22.14). Como en el Ejemplo 22.4,

$$H_x = \frac{0,9}{1,36}\left(\frac{3133}{1500}\frac{0,894}{0,27}\right)^{0,3}\left(\frac{51,3}{381}\right)^{0,5} = 0,43 \text{ pies}$$

En la fase gaseosa a 110 °C,

$$D_v = 0,0494 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\mu = 0,0089 \text{ cP}$$

$$N_{Sc} = \frac{8,9 \times 10^{-5}}{(2,93 \times 10^{-3})(4,94 \times 10^{-2})} = 0,615$$

H_y está basada en datos de la Figura 22.15 para NH_3-H_2O con G_y = 500 y G_x = 1500 lb/pie²-h. Nuevamente, como en el Ejemplo 22.4,

$$H_y = \frac{1,4}{1,36}\left(\frac{2448}{500}\right)^{0,3}\left(\frac{1500}{3133}\right)^{0,4}\left(\frac{0,615}{0,66}\right)^{0,5} = 1,21 \text{ pies}$$

A partir de la Figura 18.16, cerca de $x = 0$, la pendiente $m = 2,08$. A partir de la Ecuación (22.26),

$$H_{Oy} \simeq H_y + \frac{m}{\overline{L}/\overline{V}} H_x = 1,21 + \frac{2,08 \times 0,43}{1,28} = 1,91 \text{ pies}$$

Cabeza de columna. Se supone que el vapor y el líquido están constituidos por benceno prácticamente puro y que la temperatura es 80 °C. Por tanto, para tolueno en benceno líquido,

$$D_v = 4,12 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\mu = 0,32 \text{ cP} \quad \text{y} \quad \rho = 0,818 \text{ g/cm}^3$$

$$N_{Sc} = \frac{0,0032}{0,818 \times 4,12 \times 10^{-5}} = 95,0$$

También,

$$G_x = \frac{536,9}{886,9} \times 3133 = 1900 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

Por tanto

$$H_x = \frac{0,9}{1,36}\left(\frac{1900}{1500}\frac{0,894}{0,32}\right)^{0,3}\left(\frac{95}{381}\right)^{0,5} = 0,48 \text{ pies}$$

Despreciando el ligero cambio de las propiedades del gas con la temperatura, el único factor que afecta a H_y es la variación de G,. Por tanto,

$$H_y = 1,21\left(\frac{3133}{1900}\right)^{0,4} = 1,48 \text{ pies}$$

En la parte superior de la columna $L/V = 0{,}78$ y $m = 0{,}41$. Por tanto,

$$H_{Oy} = 1{,}48 + \frac{0{,}41 \times 0{,}48}{0.78} = 1{,}73 \text{ pies}$$

Como el valor predicho de H_{Oy} varía desde 1,91 en el fondo de la columna hasta 1,73 en su parte superior, se puede tomar el valor medio de 1,8 pies como estimación de la HETP.

Los cálculos indican que aproximadamente unas tres cuartas partes de la resistencia a la transferencia de materia reside en la fase gaseosa.

SIMBOLOS

a	Area de la interfase por unidad de volumen de relleno, pie^2/pie^3 o m^2/m^3
C	Concentración de materia en la fase líquida, g/g, ppm, mol-kg/m^3 o mol-lb/pie^3; C_a, en el líquido que entra; C_b, en el líquido que sale; C^*, concentración de la fase líquida en equilibrio con la composición y del gas; C_a^*, en el líquido que entra; C_b^*, en el líquido que sale
C_p	Capacidad calorífica molar, cal/mol-g-°C
D_v	Difusividad, pie^2/h, m^2/h o cm^2/s; D_{vx}, en el líquido; D_{vy}, en el gas
F	Volumen de gas que entra como alimentación de la torre, m^3; F_{min}, valor mínimo
F_p	Factor de relleno para caída de presión
f_p	Coeficiente relativo de transferencia de materia (Tabla 22.1)
f'	Factor $(V/S)/(1 - y)(y - y^*)(K'_y a)$ en el Ejemplo 22.5
G	Velocidad másica basada en la sección transversal de la torre, lb/pie^2-h o kg/m^2-h; G_x, de la corriente líquida; $\bar{G}_x$, valor medio; G_y, de la corriente gaseosa
G_M	Velocidad másica molar, mol-lb/pie^2-h o mol-kg/m^2-h
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 pies-lb/lb_f-s^2
H	Altura de una unidad de transferencia, pies o m; H_G, forma alternativa de H_y; H_L, forma alternativa de H_x; H_{Ox}, global, basada en la fase líquida; H_{oy}, global, basada en la fase gaseosa; $K'_x a$, $K'_y a$, incluyendo los factores para la difusión en un solo sentido, para las fases líquida y gaseosa, respectivamente
HETP	Altura equivalente para un plato teórico
$K_L a$	Coeficiente global volumétrico de transferencia de materia para la fase líquida basado en diferencia de concentración, h^{-1}
$K_g a$	Coeficiente global volumétrico de transferencia de materia para la fase gaseosa, mol-lb/pie^3-h-atm o mol-kg/m^3-h-atm
k_L	Coeficiente individual de transferencia de materia para la fase liquida, pie/h o m/h
k_a	Coeficiente individual volumétrico de transferencia de materia, mol-lb/pie^3-h-unidad de fracción molar o mol-kg/m^3-h-unidad de fracción molar; $k_x a$, para la fase líquida; $k_y a$, para la fase gaseosa
$k_L a$	Coeficiente individual volumétrico de transferencia de materia para la fase líquida, basado en diferencia de concentración, h^{-1}
$k_g a$	Coeficiente individual volumétrico de transferencia de materia para la fase gaseosa, basado en la presión parcial como fuerza impulsora, mol-lb/pie^3-h-atm o mol-kg/m^3-h-atm
L	Velocidad de flujo molar del líquido, mol/h; L_a, del líquido que entra; L_b, del líquido que sale; L_{min}, valor mínimo

L_M Velocidad másica molar del líquido, mol-lb/pie^2-h o mol-kg/m^2-h
M Peso molecular
m Pendiente de la curva de equilibrio
N Número de unidades de transferencia; N_G, forma alternativa de N_y; N_L, forma alternativa de N_x; N_{Ox}, global, basado en la fase líquida; N_{Oy}, global, basado en la fase gaseosa; N_x, individual, fase líquida; N_y, individual, fase gaseosa
N_{Sc} Número de Schmidt, $\mu/\rho D_v$
n Exponente en la Ecuación (22.30)
P Presión total, atm; P'_A, presión de vapor del componente A
PA Presión parcial del componente A
Q Cantidad de calor, cal; Q_a, calor de absorción; Q_{sx}, Q_{sy}, variaciones de calor sensible en el líquido y el gas, respectivamente; Q_v, calor de vaporización
r Velocidad de absorción por unidad de volumen, mol-lb/pie^3-h o mol-kg/m^3-h
S Area de la sección transversal de la torre, pie^2 o m^2
T Temperatura, °F o °C; T_a, en el líquido que entra; T_b, en el líquido que sale; T_i, en un punto intermedio
u_0 Velocidad superficial del gas, basada en la torre vacía, pies/s o m/s
V Velocidad de flujo molar del gas, mol/h; V_a, a la salida; V_b, a la entrada; V_{min}, valor mínimo
x Fracción molar de soluto (componente A) en el líquido; x_a, en el líquido que entra; x_b, en el líquido que sale; x_i, en la interfase gas-líquido; x^*, concentración de equilibrio correspondiente a la composición y del gas; x_b^*, en equilibrio con y_b
$\overline{(1-x)_L}$ Factor de difusión en un solo sentido en la fase líquida
Y Fracción molar de soluto (Componente A) en el gas; y_a, en el gas que Sale; y_b, en el gas que entra; y_i, en la interfase gas-líquido; y^*, concentración de equilibrio correspondiente a la composición x de la fase líquida; y_a^*, en equilibrio con x_a; y_b^*, en equilibrio con x_b
$\overline{(1-y)_L}$ Factor para la difusión en un solo sentido en la fase gaseosa
Z Distancia vertical por debajo de la parte superior del relleno, pie o m; Z,, altura total de la sección de relleno

Letras griegas

α Constante en la Ecuación (22.30)
ΔC Fuerza impulsora de concentración, g/g o pmm; ΔC_a, en el líquido que entra; ΔC_b, en el líquido que sale
A H Calor de disolución, kcal/mol-g
AP Caída de presión, pulg de agua/pies de relleno
$\overline{\Delta y_L}$ Media logarítmica de $y_b - y_b^*$ e $y_a - y_a^*$
ε Porosidad o fracción de huecos de la sección de relleno
μ Viscosidad, lb/pies-h o cP
P Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_x, del líquido; ρ_y, del gas
PM Densidad molar, mol-lb/pie^3 o mol-kg/m^3; ρ_{Mx}, del líquido; ρ_{My}, del gas
ϕ Factor de avance en absorción con reacción química, adimensional

PROBLEMAS

22.1. El diseño de una planta requiere un absorbedor para recuperar el 95 por 100 de acetona desde una corriente de aire utilizando agua como líquido absorbente. El aire que

entra contiene un 14 por 100 de acetona. El absorbedor está provisto de refigeración y opera a 80 °F y 1 atm para dar lugar a un producto que contiene 7,0 moles por 100 de acetona. La alimentación de agua a la torre contiene 0,02 moles por 100 de acetona. La torre ha de diseñarse para operar al 50 por 100 de la velocidad de inundación. (*a*) ¿Cuántas libras de agua por hora han de introducirse como alimentación de la torre, si el flujo de gas, medido a 1 atm y 32 "F, es de 500 pie^3/min? *(b)* ¿Cuántas unidades de transferencia, basadas en la fuerza impulsora global de la fase gaseosa, se necesitan? (c) Si la torre se rellena con anillos Raschig de 1 pulg, ¿cuál será la altura de relleno?

Para el equilibrio supóngase que $p_A = P'_A \gamma_A x$, siendo $\ln \gamma_A = 1{,}95(1 \quad x)^2$.

La presión de vapor de la acetona a 80 °F es 0,33 atm.

22.2. Un absorbedor ha de recuperar el 99 por 100 de amoníaco de una corriente de aire-amoníaco, utilizando agua como líquido absorbente. El contenido de amoníaco en el aire es de 30 moles por 100. La temperatura del absorbedor se mantiene a 30°C mediante serpentines de refrigeración y la presión es de 1 atm. *(a)* ¿Cuál es el flujo mínimo de agua? (*b*) Para un flujo de agua 50 por 100 superior al valor mínimo, ¿cuántas unidades globales de transferencia basadas en la fase gaseosa se necesitan?

22.3. Un gas soluble se absorbe en agua utilizando una torre de relleno. La relación de equilibrio puede tomarse como $y_e = 0{,}06x$,. Las condiciones terminales son

	Cabeza	Cola
x	0	0,08
Y	0,001	0,009

Si $H_x = 0{,}24$ m y $H_y = 0{,}36$ m, ¿cuál será la altura de la sección de relleno?

22.4. ¿Cuántas etapas ideales se requieren para la torre del Problema 22.3?

22.5. Una mezcla 5 por 100 de butano y 95 por 100 de aire se introduce como alimentación de un absorbedor de platos perforados que consta de ocho etapas ideales. El líquido absorbente es un aceite pesado no volátil de peso molecular 250 y cuya densidad relativa es 0,90. La absorción tiene lugar a 1 atm y 15 °C. La recuperación de butano será del 95 por 100. La presión de vapor del butano a 15 °C es 1,92 atm; el butano líquido tiene una densidad de 580 kg/m^3 a 15 "C. (a) Calcúlense los metros cúbicos de aceite absorbente fresco que han de utilizarse por metro cúbico de butano recuperado. ***(b)*** Repítase el apartado anterior suponiendo que la presión total es 3 de atm y que todos los demás factores permanecen constantes. Supóngase que son aplicables las leyes de Raoult y de Dalton.

22.6. Una columna de absorción se alimenta por el fondo con un gas que contiene 5 por 100 de benceno y 95 por 100 de aire. Por la parte superior de la columna se introduce un aceite de absorción no volátil que contiene 0,2 por 100 en peso de benceno. Otros datos son

Alimentación, 4000 lb de aceite de absorción por hora
Presión total, 1 atm
Temperatura (constante), 80 °F
Peso molecular del aceite de absorción, 230
Viscosidad del aceite de absorción, 4,0 cP
Presión de vapor del benceno a 80 °F, 106 mm Hg
Volumen del gas que entra, 40 000 pie^3/h

Relleno de la torre, monturas Intalox de 1 pulg de tamaño nominal
Fracción del benceno alimentado que es absorbido, 0,90
Velocidad másica del gas que entra, 800 lb/pie^2-h

Calcúlense el diámetro y la altura de la sección de relleno de la torre.

22.7. Una corriente que contiene 3,0 moles por 100 de benceno ha de purificarse mediante lavado con un aceite en un absorbedor de relleno con el fin de reducir la concentración de benceno en el gas a 0,02 por 100. El aceite tiene un peso molecular medio de 250, una densidad de 54,6 lb/pie^3 y contiene 0,015 por 100 de benceno. El flujo de gas es de 1300 ft^3/min a 25 °C y 1 atm. (a) Si el sistema opera isotérmicamente a 25 °C con un flujo de líquido de 28 gal/min, ¿cuántas unidades de transferencia se requieren? ¿Cuántas unidades de transferencia se necesitarían si operase adiabáticamente? (c) ¿Cuál sería el principal efecto de operar con un aceite de menor peso molecular, tal como $M = 200$?

22.8. Una corriente acuosa residual que contiene 0,5 por 100 en peso de NH_3 ha de desorberse con aire en una columna de relleno con el fin de separar el 98 por 100 del NH,. ¿Cuál es el flujo mínimo de aire, en kilogramos de aire por kilogramo de agua, si la columna opera a 20 "C? ¿Cuántas unidades de transferencia se requieren para un flujo de aire igual al doble del valor mínimo?

22.9. Una columna de 8 pies de diámetro rellena con 20 pies de monturas Berl opera con flujo de aire a 1,5 atm y 40 "C. La torre está aparentemente próxima a la inundación, puesto que Δp = 24 pulg de agua. La velocidad másica del liquido es 8,5 veces la del gas. (a) Si la torre se rellenase de nuevo con monturas Intalox de $1\frac{1}{2}$ pulg, ¿cuál sería la caída de presión? *(b)* Si la caída de presión fuese la misma que con las monturas Berl, ¿cuánto se podría aumentar la velocidad de flujo de operación?

22.10. Un absorbedor ha de separar el 99 por 100 del soluto *A* de una corriente gaseosa que contiene 4 moles por 100 de *A*. Las disoluciones de *A* en el disolvente siguen la ley de Henry y el aumento de temperatura del líquido puede despreciarse. (a) Calcúlese N_{Oy} para la operación a 1 atm, utilizando un flujo de líquido exento de soluto 1,5 veces el valor mínimo. *(b)* Para el mismo flujo de líquido, calcúlese N_{Oy} para la operación a 2 atm y 4 atm. (c) ¿Sería el efecto de la presión sobre N_{Oy} parcialmente compensado mediante una variación en H_{Oy}?

22.11. Un gas que contiene 2 por 100 de *A* y 1 por 100 de *B* ha de absorberse con un disolvente en el que *A* es 5 veces más soluble que *B*. Demuéstrese que utilizando dos columnas en serie con regeneración separada del liquido de cada columna se podrían recuperar *A* y *B* en una forma relativamente pura. Utilícese un diagrama y-x para representar las lineas de equilibrio y operación en la absorción simultánea de *A* y *B*, y estímese la relación entre *A* y *B* en el líquido procedente del primer absorbedor.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. DANCKWERTS, P. V.: «Gas-Liquid Reactions», McGraw-Hill, New York, 1970.
2. ECKERT, J. S.: *Chem. Eng. Prog.*, **66**(3):39 (1970).
3. GMEHLING, J.; ONKEN, U., y ARLT, W.: «Vapor-Liquid Equilibria Data Collection», vol. 1, Dechema, Frankfurt/Main, 1979.
4. LINCOFF, A. H., y GOSSETT, J. M.: *Inter. Symp. on Gas Transfer at Water Surfaces,* Cornell U., Ithaca, New York, Junio 1983.
5. O'CONNELL, H. E.: *Trans. AIChE*, **42**:741 (1946).
6. PERRY, J. H.: «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., McGraw-Hill, New York, 1973; *(a)* p. 3-96; *(b)* pp. 18-22 a 18-24; (c) p. 18-37.
7. SHERWOOD, T. K., y HOLLOWAY, F. A. L.: *Trans. AIChE*, **36**:21, 39 (1940).

8. SHERWOOD, T. K.; PIGFORD, R. L., y WILKE, C. R.: «Mass Transfer», McGraw-Hill, New York, 1975.
9. SHULMAN, H. L.; ULLRICH, C. F.; PROULX, A. Z., y ZIMMERMAN, J. *0.: AIChE J.,* 1:253 (1955).
10. SHULMAN, H. L.; ULLRICH, C. F., y WELLS, *N.: AIChE J.,* 1:247 (1955).
11. TREYBAL, R. E.: «Mass Transfer Operations», 2." ed., p. 481, McGraw-Hill, New York, 1968.
12. VONSTOCKAR, U., y WILKE, *C.* R.: *Znd. Eng. Chem. Fund.,* 16:88, 94 (1977).
13. WHITNEY, R. P., y VIVIAN, J. E.: *Chem. Eng. Prog., 45323* (1949).

CAPITULO

VEINTITRES

OPERACIONES DE HUMIDIFICACION

Las operaciones de humiditicación y deshumidificación implican transferencia de materia entre una fase líquida pura y un gas permanente que es insoluble en el líquido. Estas operaciones son algo más sencillas que las de absorción y stripping, ya que el líquido contiene solamente un componente y no hay gradientes de concentración ni resistencia a la transferencia en la fase líquida. Por otra parte, tanto la transmisión de calor como la transferencia de materia son importantes y se condicionan mutuamente. En los capítulos anteriores ambos fenómenos se han tratado separadamente; aquí y en el secado de sólidos (Cap. 25) las dos transferencias transcurren conjuntamente y tanto la concentración como la temperatura varían simultáneamente.

Definiciones. En las operaciones de humidifícación, especialmente cuando se aplican al sistema aire-agua, son de uso frecuente varias definiciones especiales. La base habitual para los cálculos de ingeniería es una unidad de masa de gas exenta de vapor, donde la palabra «vapor» se refiere a la forma gaseosa del componente que también está presente como líquido, mientras que el «gas» es el componente que solamente está presente en forma gaseosa. En este tratamiento se utiliza como base una unidad de masa de gas exenta de vapor. En la fase gaseosa, el vapor se referirá como el componente A y el gas permanente como componente B. Debido a que las propiedades de la mezcla gas-vapor varían con la presión total, ésta ha de estar fijada. Siempre que no se especifique otra cosa, se supone que la presión total es de 1 atm. Además, se supone que las mezclas del gas y del vapor siguen la ley de los gases ideales.

La *humedad* $\mathscr{H}$ es la masa de vapor que acompaña a una unidad de masa de gas libre de vapor. De acuerdo con esta definición, la humedad depende solamente de la presión parcial del vapor en la mezcla cuando la presión total está fijada. Si la presión parcial del vapor es p_A atm, la relación molar de vapor a gas a 1 atm es $p_A/(1 - p_A)$. La humedad es, por tanto

$$\mathscr{H} = \frac{M_A p_A}{M_B(1 - p_A)} \tag{23.1}$$

donde M_A y M_B son los pesos moleculares de los componentes A y **B,** respectivamente.

La humedad esta relacionada con la fracción molar en la fase gaseosa por medio de la ecuación

$$y = \frac{\mathscr{H}/M_A}{1/M_B + \mathscr{H}/M_A} \tag{23.2}$$

Puesto que $\mathscr{H}/M_A$ es generalmente pequeño comparado con $1/M_B$, con frecuencia y se puede considerar que es directamente proporcional a $\mathscr{H}$.

Gas saturado es un gas en el que el vapor está en equilibrio con el líquido a la temperatura del gas. La presión parcial del vapor en un gas saturado es igual a la presión de vapor del líquido a la temperatura del gas. Si $\mathscr{H}_s$ es la humedad de saturación y p'_A es la presión de vapor del líquido,

$$\mathscr{H}_s = \frac{M_A P'_A}{M_B(1 - P'_A)} \tag{23.3}$$

La ***humedad relativa*** $\mathscr{H}_R$ se define como la relación entre la presión parcial del vapor y la presión de vapor del líquido a la temperatura del gas. Generalmente se expresa sobre una base porcentual, de forma que 100 por 100 de humedad corresponde a gas saturado y 0 por 100 de humedad corresponde a gas exento de vapor. Por definición.

$$\mathscr{H}_R = 100 \frac{p_A}{P'_A} \tag{23.4}$$

La ***humedad porcentual*** $\mathscr{H}_A$ es la relación entre la humedad real $\mathscr{H}$ y la humedad de saturación $\mathscr{H}_s$ a la temperatura del gas sobre una base porcentual,

$$\mathscr{H}_A = 100 \frac{\mathscr{H}}{\mathscr{H}_S} = 100 \frac{p_A/(1 - p_A)}{P'_A/(1 - P'_A)} = \mathscr{H}_R \frac{1 - P'_A}{1 - p_A} \tag{23.5}$$

Para todas las humedades diferentes de 0 y 100 por 100, la humedad porcentual es menor que la humedad relativa.

El ***calor húmedo*** c_s es la energía calorífica necesaria para aumentar la temperatura de 1 lb o 1 g de gas, más el vapor que le acompaña, en 1 °F o 1 °C. Por tanto

$$c_s = c_{pB} + c_{pA}\mathscr{H} \tag{23.6}$$

donde c_{pB} y c_{pA} son los calores específicos del gas y el vapor respectivamente.

El ***volumen húmedo*** v_H es el volumen total de una unidad de masa de gas exento de vapor, más el vapor que le acompaña, a 1 atm y a la temperatura del

gas. De acuerdo con la ley de los gases, v_H, en unidades fps, está relacionado con la humedad y la temperatura por medio de la ecuación

$$v_H = \frac{359T}{492}\left(\frac{1}{M_B} + \frac{\mathscr{H}}{M_A}\right) \tag{23.7a}$$

donde T es la temperatura absoluta en grados Rankine. En unidades SI la ecuación es

$$v_H = \frac{0{,}0224T}{273}\left(\frac{1}{M_B} + \frac{\mathscr{H}}{M_A}\right) \tag{23.7b}$$

donde v_H está en metros cúbicos por gramo y T en Kelvin. Para gas exento de vapor $\mathscr{H} = 0$, y v_H es el volumen específico del gas permanente. Para gas saturado $\mathscr{H} = \mathscr{H}_s$, y v_H corresponde al volumen ***de saturación.***

El punto ***de*** rocio es la temperatura a la que es preciso enfriar (a humedad constante) una mezcla vapor-gas para que se sature. El punto de rocío de una gase gaseosa saturada es igual a la temperatura del gas.

La ***entalpía total*** H_y ***es*** la entalpía de una unidad de masa de gas más el vapor que le acompaña. Para calcular H_y es preciso elegir dos estados de referencia, uno para el gas y otro para el vapor. Sea T_0 la temperatura de referencia elegida para ambos componentes, basando la entalpía del componente B sobre B líquido a T_0. Sea la temperatura del gas T y su humedad $\mathscr{H}$. La entalpía total es la suma de tres términos: el calor sensible del vapor, el calor latente del líquido a T_0 y el calor sensible del gas exento de vapor. Por tanto,

$$H_y = c_{pB}(T - T_0) + \mathscr{H}\lambda_0 + c_{pA}\mathscr{H}(T - T_0) \tag{23.8}$$

donde λ_0 es el calor latente del líquido a T_0. A partir de la Ecuación (23.6) resulta

$$H_y = c_s(T - T_0) + \mathscr{H}\lambda_0 \tag{23.9}$$

Equilibrio entre fases. En las operaciones de humidifícación y deshumiditicación la fase líquida es un solo componente puro. La presión parcial de equilibrio del soluto en la fase gaseosa es, por tanto, función exclusiva de la temperatura cuando la presión total del sistema se mantiene constante. Por otra parte, a presiones moderadas la presión parcial de equilibrio es casi independiente de la presión total y virtualmente igual a la presión de vapor del líquido. Por la ley de Dalton la presión parcial de equilibrio puede convertirse en la fracción molar de equilibrio y_e en la fase gaseosa. Puesto que el líquido es puro, x_e es siempre la unidad. Los datos de equilibrio con frecuencia se presentan como gráficas de y_e frente a la temperatura para una presión total dada, tal como se muestra en la Figura 23.1 para el sistema aire-agua a 1 atm. La fracción molar de equilibrio y_e

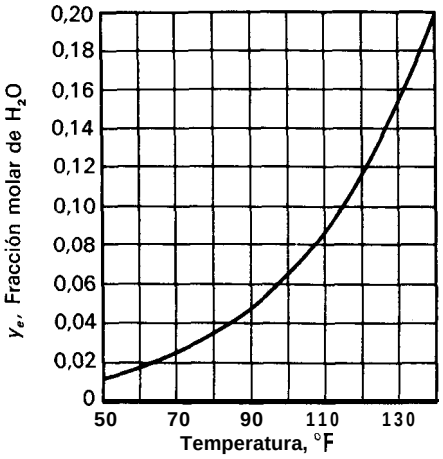


Figura 23.1. Equilibrio para el sistema aire-agua a 1 atm.

está relacionada con la humedad de saturación por medio de la Ecuación (23.2); por tanto,

$$y_e = \frac{\mathscr{H}_s/M_A}{1/M_B + \mathscr{H}_s/M_A} \tag{23.10}$$

Temperatura de saturación adiabática. Considérese el proceso de la Figura 23.2. Gas, con una humedad inicial $\mathscr{H}$ y una temperatura T, fluye de forma continua a través de la cámara de lluvia A. La cámara está aislada térmicamente de forma que el proceso es adiabático. El líquido se hace circular por medio de la bomba B desde el recipiente del fondo de la cámara de lluvia a través de los pulverizadores C, y después retorna al recipiente. El gas que pasa a través de la cámara se enfría y humiditica. La temperatura del líquido alcanza un valor definido de estado estacionario T_s que recibe el nombre de ***temperatura de saturación adiabática.*** Salvo que el gas que entra esté saturado, la temperatura de saturación adiabática es inferior a la temperatura de entrada del gas. Si el contacto entre el líquido y el gas es suficiente para que el líquido y el gas salgan en equilibrio, el gas que sale de

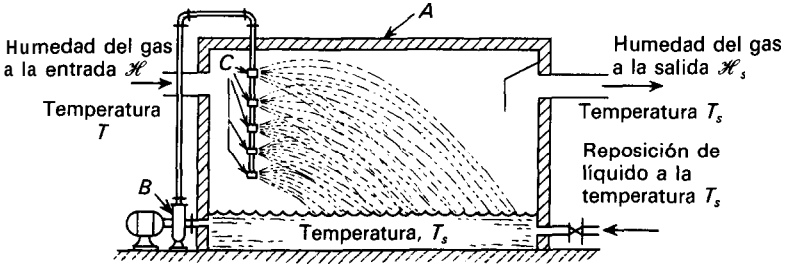


Figura 23.2. Saturador adiabático: *A*, cámara de pulverización; ***B***, bomba de circulación; C, pulverizadores.

la cámara está saturado a la temperatura T_s. Puesto que el líquido que se evapora se pierde de la cámara, es preciso reponerlo. Para simplificar el análisis, se supone que el líquido se suministra al recipiente a la temperatura T_s.

Puede aplicarse un balance de entalpía al proceso. El trabajo de la bomba se desprecia y el balance de entalpía se basa en T_s como temperatura de referencia. Puesto que la entalpía del líquido de reposición es cero, la entalpía total del gas que entra es igual a la del gas que sale. El gas que sale está a la temperatura de referencia y su entalpía es simplemente $\mathscr{H}_s\lambda_s$, donde $\mathscr{H}_s$ es la humedad de saturación y λ_s es el calor latente, ambos a T_s. A partir de la Ecuación (23.9) la entalpía total del gas que entra es $c_s(T - T_s) + \mathscr{H}\lambda_s$, y el balance de entalpía es

$$c_s(T - T_s) + \mathscr{H}\lambda_s = \mathscr{H}_s\lambda_s$$

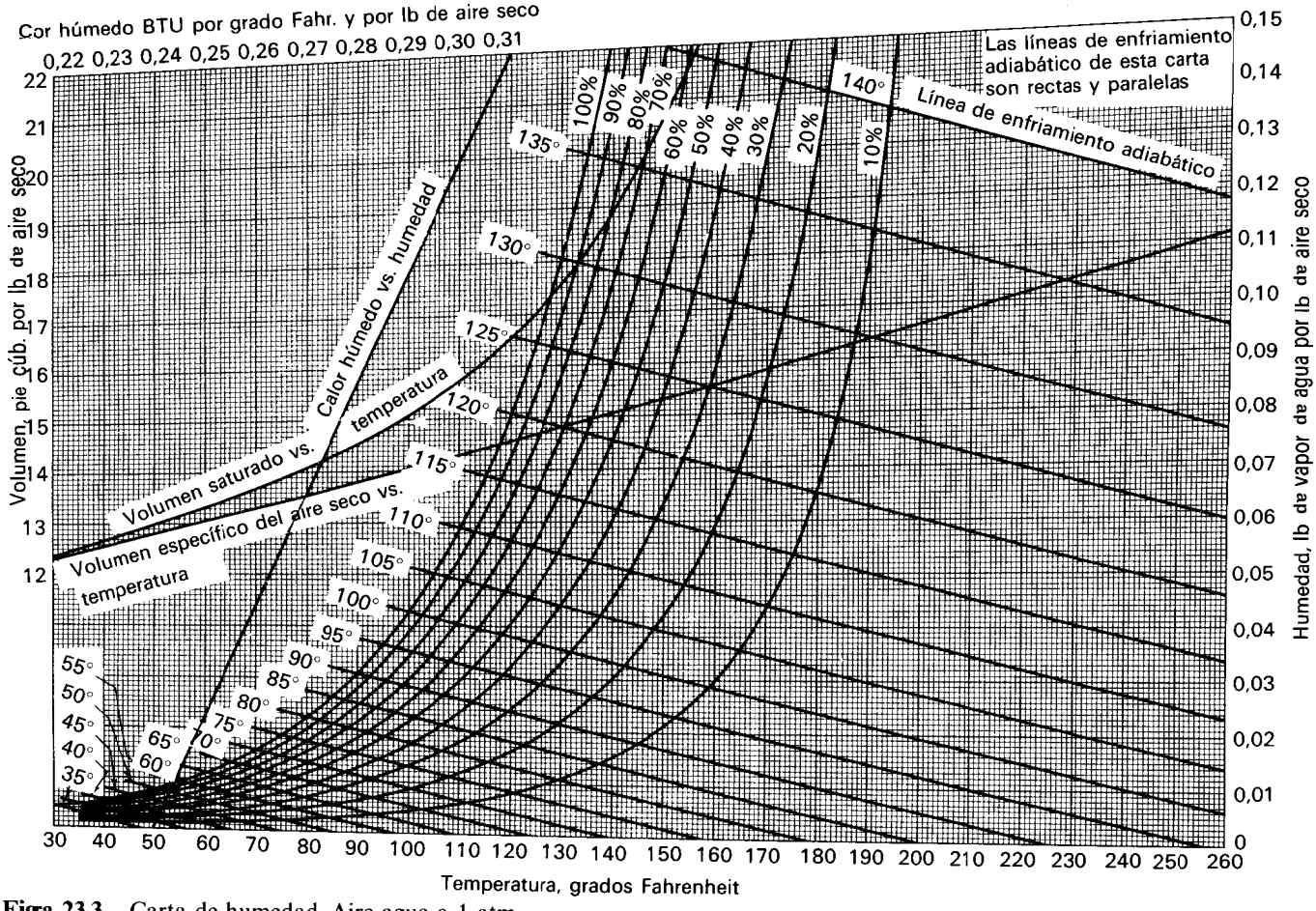
o bien

$$\frac{\mathscr{H} - \mathscr{H}_s}{T - T_s} = -\frac{c_s}{\lambda_s} = -\frac{c_{pB} + c_{pA}\mathscr{H}}{\lambda_s} \qquad (23.11)$$

Carta de humedad. Un diagrama conveniente que muestra las propiedades de las mezclas de un gas permanente y un vapor condensable es la carta de humedad. En la Figura 23.3 se muestra una carta para mezclas de aire y agua a 1 atm. Se han propuesto muchas formas para tales cartas. La Figura 23.3 está basada en la carta de Grosvenor[2].

En la Figura 23.3 se ha representado en la abscisa la temperatura y en la ordenada la humedad. Cualquier punto de la carta representa una mezcla definida de aire y agua. La línea curva rotulada con «100 por 100» representa la humedad de aire saturado en función de la temperatura del aire. Utilizando la presión de vapor del agua, las coordenadas de los puntos de esta línea se obtienen a partir de la Ecuación (23.3). Un punto por encima y a la izquierda de la línea de saturación representa una mezcla de aire saturado y agua líquida. Esta región solamente es importante para comprobar la formación de niebla. Un punto por debajo de la línea de saturación representa aire no saturado, y un punto sobre el eje de temperaturas representa aire seco. Las líneas curvas situadas entre la línea de saturación y el eje de temperaturas, rotuladas con porcentajes enteros, representan mezclas de aire y agua de humedades porcentuales definidas. Tal como indica la Ecuación (23.5), por interpolación lineal entre la línea de saturación y el eje de temperaturas se pueden localizar las líneas de humedad porcentual constante.

Las líneas oblicuas que descienden hacia la derecha de la línea de saturación son las llamadas ***líneas de enfriamiento adiabático.*** Son representaciones gráficas de la Ecuación (23.11), trazadas cada una de ellas para un valor constante dado de la temperatura de saturación adiabática. Para un valor dado de T_s, tanto H_s como λ_s están fijadas, y la línea de $\mathscr{H}$ frente a T se puede representar asignando valores a $\mathscr{H}$ y calculando los correspondientes valores de T. La Ecuación (23.11) pone de manifiesto que la pendiente de la línea de enfriamiento adiabática, cuando se traza sobre coordenadas verdaderamente rectagulares, es $-c_s/\lambda_s$; de acuerdo con la Ecuación (23.6), esta pendiente depende de la humedad. Por tanto, en coordenadas rectangulares las líneas de enfriamiento adiabático no son rectas



Figra 23.3. Carta de humedad. Aire-agua a 1 atm.

ni paralelas. En la Fig. 23.3 se han distorsionado suficientemente las ordenadas para hacer que las adiabáticas sean rectas y paralelas, de forma que la interpolación entre ellas se pueda realizar fácilmente. Los extremos de las adiabáticas se identifican con las correspondientes temperaturas de saturación adiabática.

En la Figura 23.3 se presentan líneas para el volumen específico de aire seco y el volumen saturado. Ambas líneas son representaciones gráficas del volumen frente a la temperatura. Los volúmenes se leen en la escala de la izquierda. Las coordenadas de los puntos de estas líneas se calculan utilizando la Ecuación (23.7*a*). Una interpolación lineal entre las dos líneas, basada en la humedad porcentual, permite establecer el volumen húmedo del aire no saturado. Por otra parte, la relación entre el calor húmedo c_s y la humedad se muestra mediante una línea en la Figura 23.3. Esta línea es una representación gráfica de la Ecuación 23.6. La escala para c_s está en la parte superior de la carta.

Uso de la carta de humedad. La utilidad de la carta de humedad como fuente de datos para una mezcla definida aire-agua puede apreciarse en la Figura 23.4, que es una porción de la carta de la Figura 23.3. Supóngase, por ejemplo, que se sabe que una determinada corriente de aire no saturado tiene una temperatura T_1 y una humedad porcentual $\mathscr{H}_{A1}$. El punto *a* representa este aire sobre la carta. Este

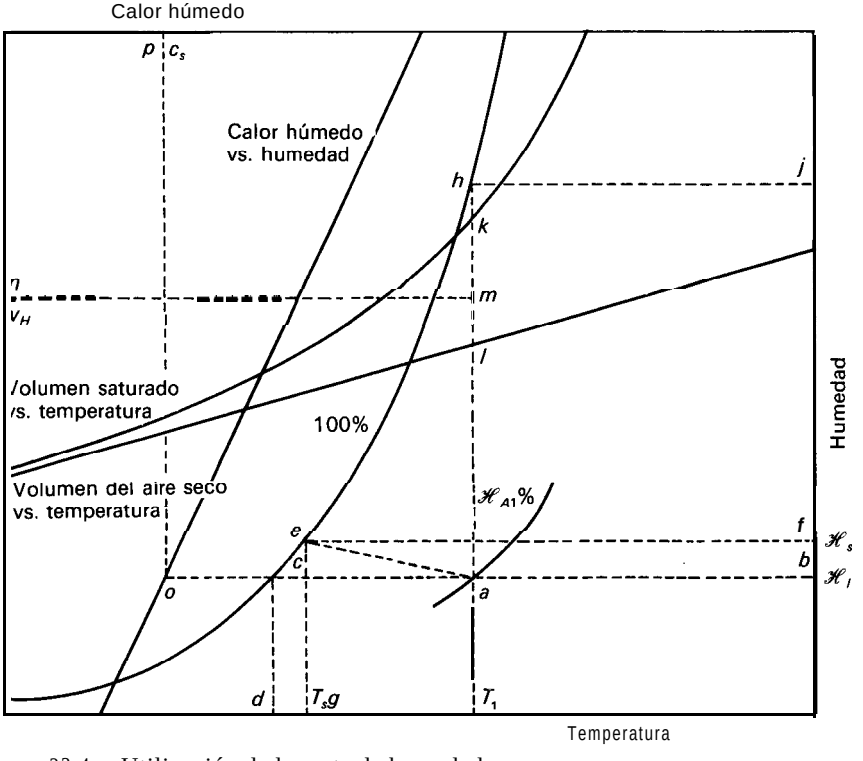


Figura 23.4. Utilización de la carta de humedad.

punto es la intersección de la línea de temperatura constante correspondiente a T_1 con la línea de humedad constante $\mathscr{H}_{A1}$. La humedad $\mathscr{H}_1$ del aire viene dada por el punto ***b,*** que es la coordenada de humedad del punto a. El punto de rocío se obtiene siguiendo la línea de humedad constante que pasa por el punto a hasta el punto c, situado sobre la línea de 100 por 100. El punto de rocío se lee entonces en el punto *d*, situado sobre el eje de temperaturas. La temperatura de saturación adiabática es la temperatura que resulta siguiendo la línea de enfriamiento adiabático que pasa por el punto ***a.*** La humedad para saturación adiabática se obtiene siguiendo la línea adiabática que pasa por el punto ***a*** hasta su intersección e con la línea del 100 por 100, y leyendo la humedad $\mathscr{H}_s$ del puntofsobre la escala de humedad. Puede ser necesario efectuar una interpolación entre las líneas adiabáticas. La temperatura de saturación adiabática T_s viene dada por el punto g. Si el aire original se satura a temperatura constante, la humedad después de la saturación se obtiene siguiendo la línea de temperatura constante que pasa por el punto ***a*** hasta el punto *h*, situado sobre la línea del 100 por 100 y leyendo la humedad del punto *j*.

El volumen húmedo del aire original se encuentra localizando los puntos ***k y l*** sobre las curvas correspondientes a los volúmenes saturado y seco, respectivamente, correspondientes a la temperatura T_1. El punto ***m*** se obtiene entonces desplazándose a lo largo de la línea *lk* una distancia $(\mathscr{H}_A/100)\overline{kl}$ desde el punto *l*, siendo $\overline{kl}$ el segmento comprendido entre los puntos *l* y ***k.*** El volumen húmedo v_H viene dado por el punto *n* en la escala de volúmenes. El calor húmedo del aire se obtiene localizando el punto o mediante la intersección de la línea de humedad constante que pasa por el punto ***a*** con la línea del calor húmedo, y leyendo el calor húmedo c_s del punto ***p*** sobre la escala superior.

Ejemplo 23.1. La temperatura y el punto de rocío del aire que entra en un cierto secadero son 150 y 60 °F (65,6 y 15,6 "C), respectivamente. Para este aire, ¿qué datos adicionales se pueden obtener a partir de la carta de humedad?

SOLUCIÓN

El punto de rocío es la coordenada de temperatura de la línea de saturación correspondiente a la humedad del aire. La humedad de saturación para una temperatura de 60 °F es 0,011 lb de agua por lb (0,011 g/g) de aire seco, y esta es la humedad del aire. A partir de la temperatura y la humedad del aire se localiza el punto representativo del aire sobre la carta. Para $\mathscr{H} = 0{,}011$ y $T = 150$ °F, se encuentra por interpolación que la humedad porcentual $\mathscr{H}_A$ es 5,2 por 100. La línea de enfriamiento adiabático que pasa por este punto corta a la linea del 100 por 100 para 85 °F (29,4 "C), y ésta es la temperatura de saturación adiabática. La humedad del aire saturado a esta temperatura es 0,026 lb de agua por lb (0,026 g/g) de aire seco. El calor húmedo del aire es 0,245 Btu/lb de aire seco-"F (1,03 J/g-°C). El volumen del aire saturado a 150 °F es 20,7 pie^3 por libra (1,29 m^3 por kilogramo) de aire seco, y el volumen específico del aire seco a 150 °F es 15,35 pie^3/lb (0,958 m^3/kg). Por tanto, el volumen húmedo es

$$v_H = 15{,}35 + 0{,}052(20{,}7 \quad 15{,}35) = 15{,}63 \text{ pie}^3\text{/lb aire seco } (0{,}978 \text{ m}^3\text{/kg})$$

Cartas de humedad para sistemas distintos del aire-agua. Se puede construir una carta de humedad para cualquier sistema en función de la presión total que se

desee. Los datos que se requieren son la presión de vapor, el calor latente de vaporización del componente condensable en función de la temperatura, los calores específicos del gas y el vapor puros, así como los pesos moleculares de ambos componentes. Si la carta se desea en base molar, se pueden modificar fácilmente todas las ecuaciones para utilizar unidades molares. Por otra parte, si se desea la carta a una presión diferente de 1 atm, se pueden realizar modificaciones obvias en las anteriores ecuaciones. Se han publicado',' cartas para varios sistemas comunes, diferentes del aire-agua; más adelante se presenta en la Figura 23.6 un diagrama para el sistema aire-vapor de benceno.

TEMPERATURA DEL TERMOMETRO HUMEDO Y MEDIDA DE LA HUMEDAD

Las propiedades que se han considerado hasta ahora y que se representan en las cartas de humedad son magnitudes estáticas o de equilibrio. También son importantes las velocidades con las que la materia y el calor se transfieren entre el gas y el líquido en situaciones de no equilibrio. Una magnitud que depende de ambas velocidades es la temperatura del termómetro húmedo.

Temperatura del termómetro húmedo. La temperatura del termómetro húmedo es la temperatura de no equilibrio que para estado estacionario alcanza una pequeña masa de líquido cuando se encuentra sumergido, en condiciones adiabáticas, en una corriente continua de gas. La masa del líquido es tan pequeña en

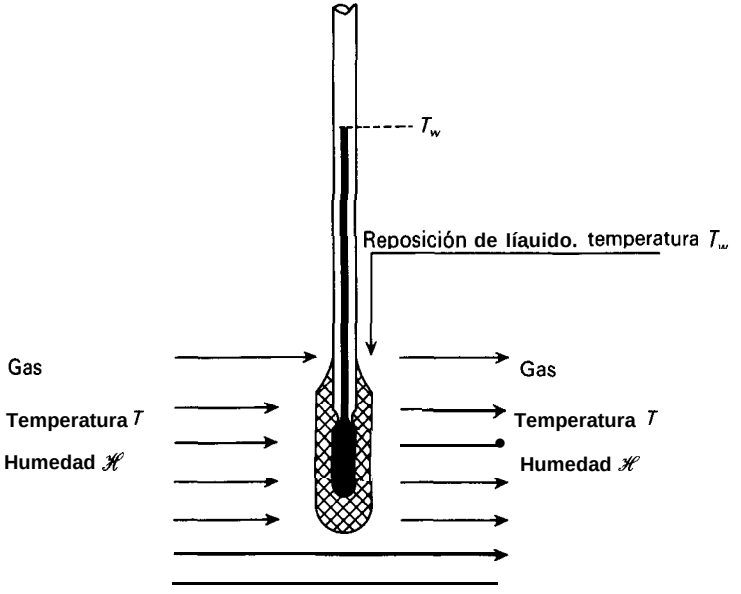


Figura 23.5. Fundamento del termómetro del bulbo húmedo.

comparación con la fase gaseosa que solamente hay una variación despreciable de las propiedades del gas, y el efecto del proceso está restringido al líquido. El método de medida de la temperatura del termómetro húmedo se muestra en la Figura 23.5. Un termómetro, o un dispositivo equivalente para la medida de la temperatura tal como un termopar, se recubre con una gasa saturada con líquido puro y se sumerge en una corriente de gas de una temperatura T y una humedad $\mathscr{H}$ dadas. Supóngase que la temperatura inicial del líquido es próxima a la del gas. Puesto que el gas no está saturado, el líquido se evapora y, como el proceso es adiabático, inicialmente el calor latente es suministrado por el enfriamiento del líquido. A medida que la temperatura del líquido disminuye por debajo de la del gas se produce una transferencia de calor hacia el líquido. Finalmente se alcanza un estado estacionario para una temperatura del líquido tal que el calor que se requiere para evaporar el líquido y calentar el vapor hasta la temperatura del gas es exactamente compensado por el calor sensible transferido desde el gas hacia el líquido. Esta temperatura de estado estacionario se representa por T_w y recibe el nombre de temperatura del termómetro húmedo o simplemente temperatura húmeda. Es una función tanto de T como de $\mathscr{H}$.

Para medir con precisión la temperatura del termómetro humedo es preciso tomar tres precauciones: (1) la gasa debe estar completamente mojada de forma que no existan áreas de la gasa secas en contacto con el gas; (2) la velocidad del gas ha de ser suficientemente grande para asegurar que la velocidad de flujo de calor por radiación desde los alrededores más calientes hacia el bulbo es despreciable; (3) el agua de reposición que se suministra al bulbo ha de estar a la temperatura húmeda. Cuando se toman estas precauciones la temperatura del termómetro húmedo es independiente del de la velocidad del gas para un amplio intervalo de velocidades de flujo.

La temperatura del termómetro húmedo recuerda aparentemente a la temperatura de saturación adiabática T_s. Además, para las mezclas aire-agua las dos temperaturas son prácticamente iguales. Sin embargo, esto es una coincidencia y no se cumple para otras mezclas distintas de aire y agua. La temperatura del termómetro húmedo difiere fundamentalmente de la temperatura de saturación adiabática. En este último caso la temperatura y la humedad del gas varían durante el proceso y el punto final es un verdadero equilibrio en vez de un estado dinámico estacionario.

Habitualmente se utiliza, junto con el termómetro de bulbo húmedo, un termómetro no recubierto para medir T, la temperatura real del gas, que recibe el nombre de ***temperatura del bulbo seco.***

Teoría de la temperatura del termómetro húmedo. Para la temperatura del bulbo húmedo la velocidad de transmisión de calor desde el gas hacia el líquido puede igualarse al producto de la velocidad de evaporación por la suma del calor latente de vaporización y el calor sensible del vapor. Puesto que la radiación es despreciable, el balance puede escribirse así

$$q = M_A N_A[\lambda_w + c_{pA}(T - T_w)] \tag{23.12}$$

donde q = velocidad de transmisión de calor sensible hacia el líquido
N_A = velocidad molar de vaporización
λ_w = calor latente del líquido a la temperatura del bulbo húmedo T_w

La velocidad de transmisión de calor puede expresarse en función del área, de la caída de temperatura y del coeficiente de transmisión de calor en la forma habitual, o sea

$$q = h_y(T \quad T_i)A \tag{23-13}$$

donde h_y = coeficiente de transmisión de calor entre el gas y la superficie del líquido
T_i = temperatura de la interfase
A = área de la superficie del líquido

La velocidad de transmisión de calor puede expresarse en función del coeficiente de transmisión de calor, del área y de la fuerza impulsora de la fracción molar del vapor, es decir

$$N_A = \frac{k_y}{\overline{(1-y)_L}}(y_i - y)A \tag{23.14}$$

donde N_A = velocidad molar de transferencia del vapor
y_i = fracción molar del vapor en la interfase
k_y = coeficiente de transferencia de materia, mol/unidad de área-unidad de fracción molar
$\overline{(1-y)_L}$ = factor para la difusión en un solo sentido

Si la gasa está completamente mojada y no se observan puntos secos, todo el área de la gasa está disponible tanto para transmisión de calor como para transferencia de materia y las áreas de las Ecuaciones (23.13) y (23.14) son iguales. Puesto que la temperatura del líquido es constante, no son necesarios gradientes de temperatura en el líquido que actúen como fuerzas impulsoras de la transmisión de calor dentro del líquido; la temperatura de la superficie del líquido T_i es igual a T_w. Puesto que el líquido es puro, no hay gradientes de concentración y, considerando equilibrio interfacial, y_i es la fracción molar de vapor en el gas saturado a la temperatura T_w. Resulta conveniente sustituir los términos de fracción molar de la Ecuación (23.14) por humedades mediante el empleo de la Ecuación (23.2), teniendo en cuenta que y_i corresponde a $\mathscr{H}_w$, la humedad de saturación a la temperatura del bulbo húmedo. [Véase la Ec. (23.10)]. Sustituyendo después q de la Ecuación (23.13) y N_A de la Ecuación (23.14) en la Ecuación (23.12) se obtiene

$$h_y(T - T_w) = \frac{k_y}{\overline{(1-y)_L}}\left(\frac{\mathscr{H}_w}{1/M_B + \mathscr{H}_w/M_A} - \frac{\mathscr{H}}{1/M_B + \mathscr{H}/M_A}\right)[\lambda_w + c_{pA}(T - T_w)] \tag{23-15}$$

La Ecuación (23.15) puede simplificarse, sin un error importante, en el intervalo habitual de temperaturas y humedades en la siguiente forma: (λ) el factor $(\overline{1-y})_L$ es prácticamente la unidad y puede suprimirse; (2) el término de calor sensible $c_{PA}(T - T_w)$ es pequeño en comparación con 1, y se puede despreciar; (3) los términos $\mathscr{H}_w/M_A$ y $\mathscr{H}/M_A$ son pequeños en comparación con $1/M_B$ y pueden eliminarse de los denominadores de los términos de humedad. Con estas simplificaciones la Ecuación (23.15) se transforma en

$$h_y(T - T_w) = M_B k_y \lambda_w (\mathscr{H}_w - \mathscr{H})$$

o

$$\frac{\mathscr{H} - \mathscr{H}_w}{T - T_w} = -\frac{h_y}{M_B k_y \lambda_w} \tag{23.16}$$

Para una temperatura del termómetro húmedo dada, λ_w y $\mathscr{H}_w$ están fijadas. Por tanto, la relación entre $\mathscr{H}$ y T depende de la relación h_y/k_y. La estrecha analogía entre transferencia de materia y transmisión de calor proporciona una considerable información sobre la magnitud de esta relación y los factores que la afectan.

En el Capítulo 12 se ha visto que la transmisión de calor por conducción y convección entre una corriente de fluido y un límite sólido o líquido depende del número de Reynolds DG/μ y el número de Prandtl $c_p\mu/k$. Por otra parte, tal como se estudia en el Capítulo 21, el coeficiente de transferencia de materia depende del número de Reynolds y del número de Schmidt $\mu/\rho Dv$. Según se ha visto en el Capítulo 21, las velocidades de transmisión de calor, cuando este proceso está bajo el control de la misma capa límite, vienen dadas por ecuaciones que son idénticas en la forma. Para flujo turbulento de la corriente gaseosa estas ecuaciones son

$$\frac{h_y}{c_p G} = b N_{Re}^{n} N_{Pr}^{-m} \tag{23.17}$$

Y

$$\frac{\bar{M} k_y}{G} = b N_{Re}^{n} N_{Sc}^{-m} \tag{23.18}$$

donde b, n, m = constantes
$\bar{M}$ = peso molecular medio de la corriente gaseosa

Sustituyendo h_y de la Ecuación (23.17) y k_y de la Ecuación (23.18) en la Ecuación (23.16), y suponiendo $\bar{M} = M_B$, se obtiene

$$\frac{\mathscr{H} - \mathscr{H}_w}{T - T_w} = -\frac{h_y}{M_B k_y \lambda_w} = -\frac{c_p}{\lambda_w}\left(\frac{N_{Sc}}{N_{Pr}}\right)^m \tag{23.19}$$

$$\frac{h_y}{M_B k_y} = c_p \left(\frac{N_{Sc}}{N_{Pr}}\right)^m \tag{23.20}$$

Si m se toma como $\frac{2}{3}$, el valor predicho de $h_y/M_B k_y$ para aire en agua es $0{,}24(0{,}62/0{,}71)^{2/3}$ o 0,22 Btu/lb-°F (0,92 J/g-"C). El valor experimental[7] es 0,26 Btu/lb-°F (1,09 J/g-"C), algo mayor que el predicho, debido a la transmisión de calor por radiación. Para líquidos orgánicos en aire dicho valor es mayor y está comprendido en el intervalo de 0,4 a 0,5 Btu/lb-°F (1,6 a 2,0 J/g-"C). La diferencia, tal como indica la Ecuación (23-20), se debe a las diferentes relaciones de los números de Prandtl y Schmidt para agua y vapores orgánicos.

Línea psicrométrica y relación de Lewis. Para una temperatura del termómetro húmedo, la Ecuación (23.19) se puede representar en la carta de humedad como una línea recta de pendiente $-h_y/M_B k_y \lambda_w$, que corta a la línea del 100 por 100 por T_w. Esta línea recibe el nombre de *linea psicrométrica.* Cuando una línea psicromética, de acuerdo con la Ecuación (23-19), y una línea de saturación adiabática, de acuerdo con la Ecuación (23.11), se representan para el mismo punto de la curva del 100 por 100, la relación entre ambas líneas depende de las magnitudes relativas de c_s y $h_y/M_B k_y$

Para el sistema aire-agua en condiciones ordinarias, el calor húmedo c_s es casi igual al calor específico c_p, y la siguiente ecuación se aproxima mucho a la realidad:

$$\frac{h_y}{M_B k_y} = c_s \tag{23.21}$$

La Ecuación (23.21) *se* conoce como *relación de Lewis*[4]. Cuando esta relación es válida, la línea psicrométrica y la línea de saturación adiabática son esencialmente la misma. Por tanto, en la Fig. 23.3, en donde se representa el sistema aire-agua, se puede utilizar la misma línea para ambas. Para otros sistemas es preciso utilizar líneas diferentes para las líneas psicrométricas. Tales líneas se muestran en la Figura 23.6, que es una carta de humedad para mezclas de aire y vapor de benceno a la presión atmosférica. Como ocurre con prácticamente todas las mezclas de aire y vapores orgánicos, las líneas psicrométricas presentan pendientes más acusadas que las líneas de saturación adiabática. En consecuencia, la temperatura del termómetro húmedo de cualquier mezcla no saturada es mayor que la temperatura de saturación adiabática; para la mezcla representada por el punto A de la Fig. 23.6, por ejemplo, T_w = 92 °F y T_s = 81 "F.

Medida de la humedad. La humedad de una corriente o masa de gas se puede obtener midiendo el punto de rocío o la temperatura del termómetro húmedo, o bien por métodos directos de absorción.

Métodos del punto de ***rocío.*** Si un disco pulimentado se introduce en un gas de humedad desconocida, y la temperatura de aquél va disminuyendo gradualmente, se alcanza una temperatura para la cual condensa humedad sobre su superficie pulimentada. La temperatura a la que comienza a empañarse la superficie es la temperatura de equilibrio entre el vapor en el gas y la fase líquida, y corresponde por tanto al punto de rocío. La comprobación se realiza aumentado lentamente

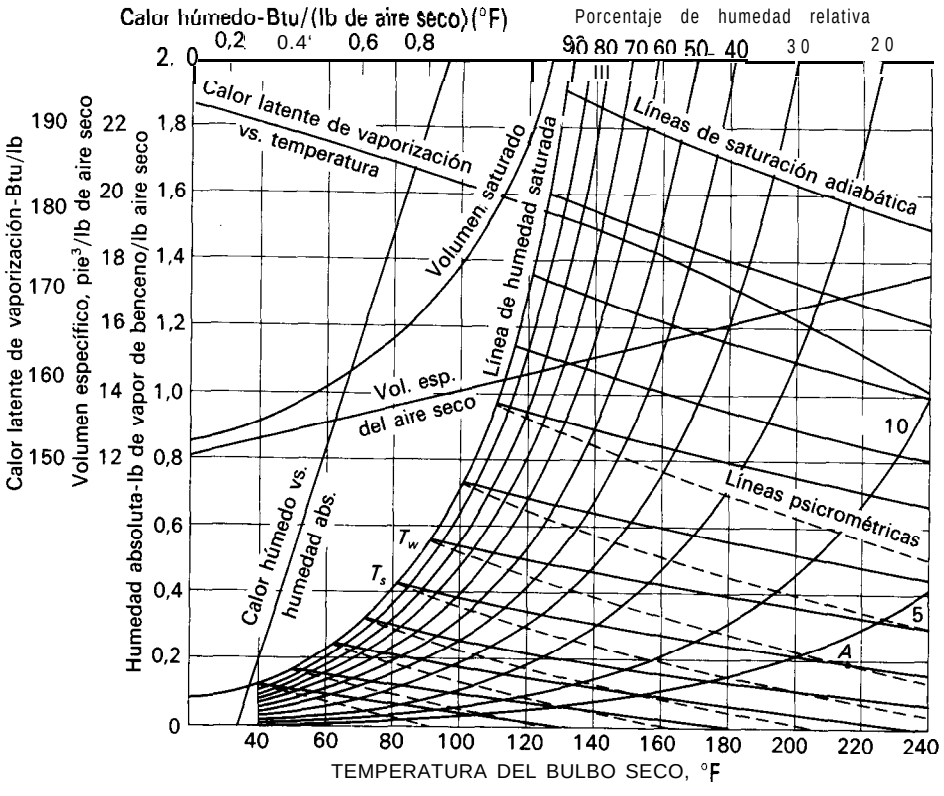


Figura 23.6. Carta de humedad para mezclas de aire y vapor de benceno. [*Tomada, con autorización, de J. H. Perry (ed), «Chemical Engineers' Handbook», 3.ª ed.,* 1950, *McGraw-Hill Book Company.*]

la temperatura del disco hasta alcanzar un valor para el cual desaparece el vaho. A partir del valor medio de las temperaturas de formación y desaparición del vaho se puede obtener fácilmente la humedad en la carta de humedad.

Métodos psicrométricos. Un método muy empleado para medir la humedad consiste en determinar simultáneamente las temperaturas del bulbo seco y del bulbo húmedo. A partir de estas lecturas se obtiene la humedad, localizando la intersección de la línea psicrométrica con la línea de saturación para el valor observado de la temperatura del bulbo húmedo y siguiendo la línea psicrométrica hasta su intersección con la ordenada correspondiente a la temperatura del bulbo seco.

Métodos directos. El contenido de vapor de las se puede determinar por análisis directo de un volumen conocido de gas mediante una técnica analítica adecuada.

Equipo para las operaciones de humidificación

Cuando un líquido caliente se pone en contacto con un gas no saturado, parte del líquido se evapora, disminuyéndose su temperatura. Este enfriamiento del líquido es el propósito de muchas operaciones de contacto gas-líquido, especialmente en el caso del sistema aire-agua. Grandes cantidades de agua se enfrían en estanques con aspersores y, más frecuentemente, en torres altas a través de las cuales circula aire con tiro natural o impulsado mediante un ventilador.

En la Figura 23.7 se presenta una torre de enfriamiento de tiro natural. La finalidad de una torre de enfriamiento es conservar el agua de refrigeración reutilizando numerosas veces el agua enfriada. El agua caliente, que procede, generalmente, de un condensador u otra unidad de transmisión de calor, se introduce por la parte superior de la torre y se distribuye mediante bateas y vertederos de rebose, cayendo en forma de cascada sobre un enrejado de tablillas que proporciona grandes áreas de contacto entre el aire y el agua. El flujo ascendente de aire a través de la torre es inducido por el viento y por la flotación del aire caliente en la torre. En principio, una torre de enfriamiento es un tipo especial de torre de relleno. El material de relleno habitual es madera de ciprés,

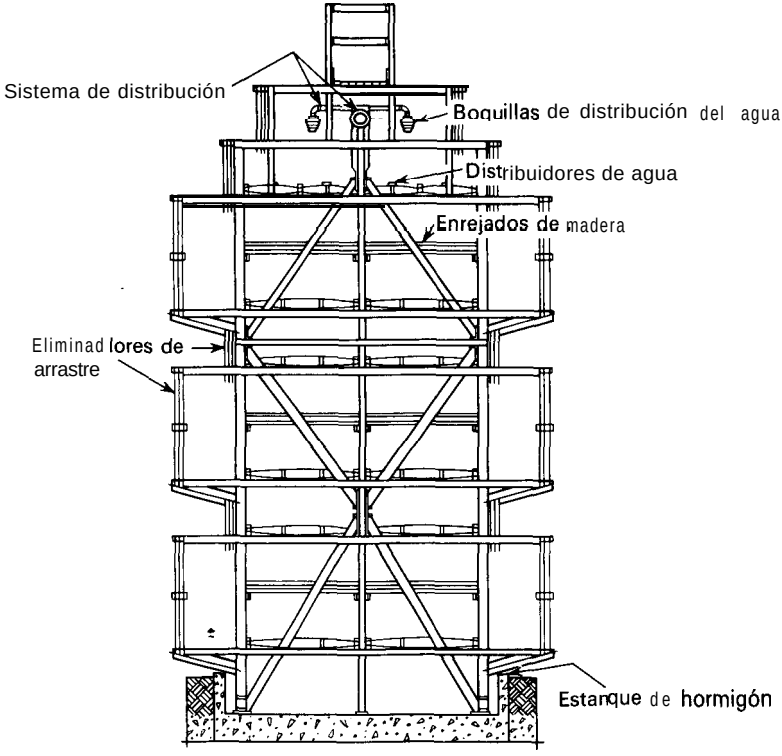


Figura 23.7. Torre de enfriamiento de tiro natural.

que es el mas económico, y que resiste la acción combinada del viento y el agua. En la torre, una parte del agua se evapora en el aire y se transfiere calor sensible desde el agua caliente hacia el aire más frío. Ambos procesos disminuyen la temperatura del agua. Para mantener el balance de agua solamente se requiere reponer las pérdidas por evaporación y de arrastre por el viento.

La fuerza impulsora para la evaporación se debe, en su gran mayoría, a la diferencia entre la presión de vapor del agua y su presión de vapor si estuviese a la temperatura húmeda del aire. Es evidente que el agua no puede enfriarse por debajo de la temperatura húmeda del aire. En la práctica, la temperatura del agua a la salida ha de ser superior a la temperatura húmeda por lo menos en 4 o 5 "F. Esta diferencia de temperatura se denomina *acercamiento.* La diferencia de temperatura del agua desde la entrada hasta la salida recibe el nombre de *intervalo*. Así, si el agua se enfriase desde 95 hasta 80 °F mediante exposición al aire con una temperatura húmeda de 70 °F, el intervalo sería de 15 °F y el acercamiento de 10 "F.

Si el agua procedente de una torre de enfriamiento ha de utilizarse en procesos de refrigeración, el diseño del equipo de refrigeración ha de basarse en la máxima temperatura esperada para agua fría. Esta depende a su vez, no de la máxima temperatura seca del aire, sino de la máxima temperatura húmeda para el punto en cuestión de que se trate. Se han publicado tablas de temperaturas húmedas máximas para diferentes puntos de los Estados Unidos, así como para muchas otras partes del mundo[6].

La pérdida de agua por evaporación durante el enfriamiento es pequeña. Puesto que aproximadamente se necesitan 1000 Btu para vaporizar una libra de agua, el enfriamiento de 100 lb de agua 10 °F proporciona el calor suficiente para evaporar 1 lb de agua. Por tanto, una variación de 10 °F en la temperatura del agua da lugar a una pérdida del 1 por 100 de agua por evaporación. Además se producen pérdidas por arrastre mecánico, aunque en una torre bien diseñada este efecto solamente supone un 0,2 por 100. Por tanto, para las condiciones indicadas, la pérdida total de agua a su paso por el sistema de enfriamiento será aproximadamente $\frac{15}{10}$ x 1 + 0,2 = 1,7 por 100. En el enfriamiento de otros líquidos por evaporación las pérdidas de vaporización, aunque pequeñas, son algo mayores que con agua debido a que su calor latente de vaporización es menor.

Humidificadores y deshumidificadores. Los contactos gas-líquido no se utilizan solamente para el enfriamiento del líquido, sino también para la humidificación y deshumidificación del gas. En un humidificador el líquido se pulveriza en forma de lluvia en el gas caliente no saturado, de forma que tiene lugar transferencia de calor sensible y de materia tal como se ha estudiado al tratar la temperatura de saturación adiabática. El gas se humidifica y enfría adiabáticamente. No es necesario que se alcance el equilibrio final, sino que el gas pueda abandonar la cámara de pulverización parcialmente saturado.

Un gas saturado se puede deshumiditicar poniéndolo en contacto con líquido frío. La temperatura del gas desciende por debajo de su temperatura de rocío, condensa líquido, y la humedad del gas se reduce. Después de la deshumidifica-

ción el gas puede calentarse de nuevo hasta su temperatura seca original. El equipo para deshumiditicación puede utilizar una lluvia de gotas de líquido que se proyectan en el gas, una lluvia de líquido que incide sobre serpentines refrigerados u otra superficie fría, o bien proceder a la condensación por contacto del gas con una superficie fría. En la Figura 15.7 se muestra un condensador enfriador de deshumidificación.

Teoría y cálculo de procesos de humidificación

La interacción entre gas no saturado y líquido para la temperatura húmeda del gas se ha considerado al describir la termometría de los bulbos seco y húmedo. Según se ha visto, el proceso está controlado por el flujo de calor y la difusión de vapor a través del gas en la interfase gas-líquido. Aunque estos factores son suficientes para el tratamiento de un humidificador adiabático, donde el líquido está a temperatura constante, en el caso de deshumidificadores y enfriadores de líquido, donde se produce una variación de la temperatura del líquido, es preciso considerar también el flujo de calor en la fase líquida.

En un humidificador adiabático, donde el líquido permanece a la temperatura de saturación adiabática, no hay gradiente de temperatura a través del líquido. En la deshumidificación y enfriamiento de un líquido, donde la temperatura del líquido está cambiando, hay flujo de calor hacia y desde el líquido, de forma que en él se establece un gradiente de temperatura. Esto introduce una resistencia adicional de la fase líquida a la transmisión de calor. Por otra parte, no hay resistencia a la transferencia de materia puesto que en un líquido puro no hay gradiente de concentración.

Mecanismo de interacción del gas y el liquido. Es importante obtener una descripción correcta de las relaciones para la transferencia de calor y de vapor en todas las situaciones del contacto gas-líquido. En las Figuras 23.8, 23.9, 23. ll y 23.12 se han representado las distancias medidas en dirección perpendicular a la interfase en abscisas, y las temperaturas y humedades en ordenadas. En todas las figuras

T_x = temperatura global del líquido
T_i = temperatura de la interfase
T_y = temperatura global del gas
$\mathscr{H}_i$ = humedad en la interfase
$\mathscr{H}$ = humedad global del gas

Las flechas de trazo discontinuo representan la difusión del vapor a través de la fase gaseosa, mientras que las de trazo continuo representan el flujo de calor (latente y sensible) a través de las fases gaseosa y líquida. En todos los procesos, T_i y $\mathscr{H}_i$ representan condiciones de equilibrio y, por tanto, son las coordenadas de los puntos situados sobre la línea de saturación en la carta de humedad.

El caso más sencillo, que corresponde a la humidificación adiabática con

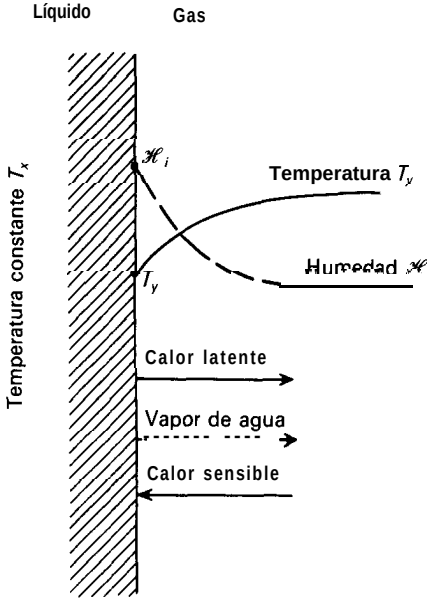


Figura 23.8. Condiciones en un humidificador adiabático.

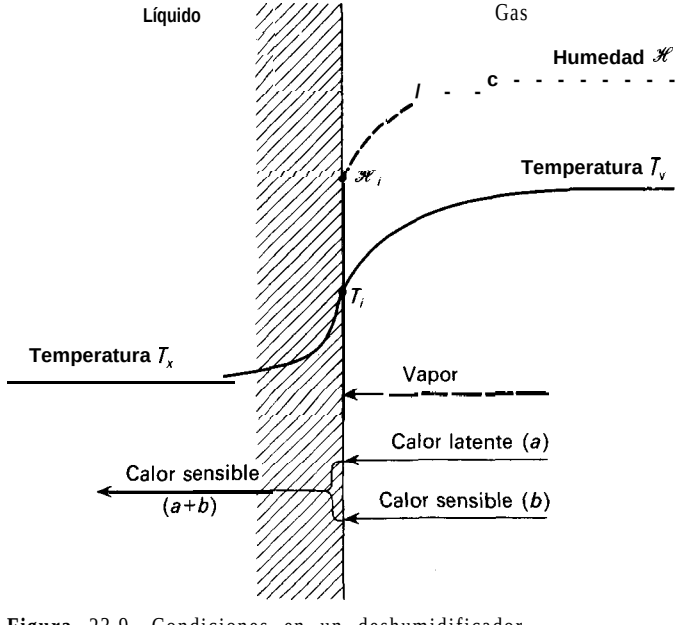


Figura 23.9. Condiciones en un deshumidificador.

el líquido a temperatura constante, se representa esquemáticamente en la Figura 23.8. El flujo de calor latente desde el líquido hacia el gas compensa exactamente el flujo de calor sensible desde el gas hacia el líquido; no hay gradiente de temperatura en el líquido. La temperatura del gas T_y tiene que ser mayor que la temperatura de la interfase T_i con el fin de que el calor sensible pueda fluir hacia la interfase; $\mathscr{H}_i$ tiene que ser mayor que $\mathscr{H}$, de lo contrario el gas no se deshumidificaría.

En la Figura 23.9 se representan las condiciones para un punto de un deshumidificador. En este caso $\mathscr{H}$ es mayor que $\mathscr{H}_i$ y, por tanto, el vapor difunde hacia la interfase. Puesto que T_i y $\mathscr{H}_i$ representan gas saturado, T_y tiene que ser mayor que T_i, pues de no ser así la masa global del gas estaría sobresaturado con vapor.

Este razonamiento conduce a la conclusión de que se puede retirar vapor de un gas no saturado mediante contacto directo con líquido suficientemente frío sin llevar previamente la masa global del gas hasta saturación. Esta operación se representa en la Figura 23.10. El punto *A* representa el gas que ha de deshumidificarse. Se supone que se dispone de líquido a una temperatura tal que las condiciones de saturación en la interfase están representadas por el punto *B*. Experimentalmente se ha demostrado[3] que para un proceso de este tipo, el camino que sigue el gas en la carta de humedad es prácticamente una línea recta que une los puntos *A* y *B*. Como consecuencia de los gradientes de humedad y temperatura, a la interfase llega calor sensible y vapor procedentes del gas. La condensación libera calor latente, y ambos calores latente y sensible se transfieren hacia la fase líquida. Esto requiere una diferencia de temperatura $T_i - T_s$ a través del líquido.

En un condensador-enfriador como el que se representa en la Figura 15.7, el líquido fluye sobre la superficie interior de los tubos, que se mantiene fría mediante el agua de refrigeración que circula por el exterior. Se retira calor del líquido a medida que desciende, con lo cual se mantiene la necesaria diferencia de temperatura a través del líquido para que progresivamente condense más vapor a medida que la mezcla gas-vapor desciende por los tubos. La mezcla se va así agotando en el material condensable, que va aumentando el espesor de la capa de líquido.

En una torre de enfriamiento en contracorriente las condiciones dependen de que la temperatura del gas sea superior o inferior a la temperatura de la interfase. En el primer caso, que se presenta en la parte superior de una torre de enfriamiento, las condiciones se muestran esquemáticamente en la Figura 23. ll. Aquí, el flujo de calor y de vapor (y por tanto el sentido de los gradientes de temperatura y humedad) son exactamente opuestos a los de la Figura 23.9. El líquido se enfría por evaporación y por transmisión de calor sensible, la humedad y la temperatura del gas disminuyen en el sentido desde la interfase hacia el gas, y la caída de temperatura a través del líquido tiene que ser suficiente para producir una velocidad de transmisión de calor tal que asegure ambos flujos de calor.

En la parte inferior de una torre de enfriamiento, donde la temperatura del gas es superior a la temperatura de la interfase, prevalecen las condiciones de la Figura 23.12. El líquido se enfría y, por tanto, la interfase tiene que estar más fría que la masa global de líquido, de forma que el gradiente de temperatura a través

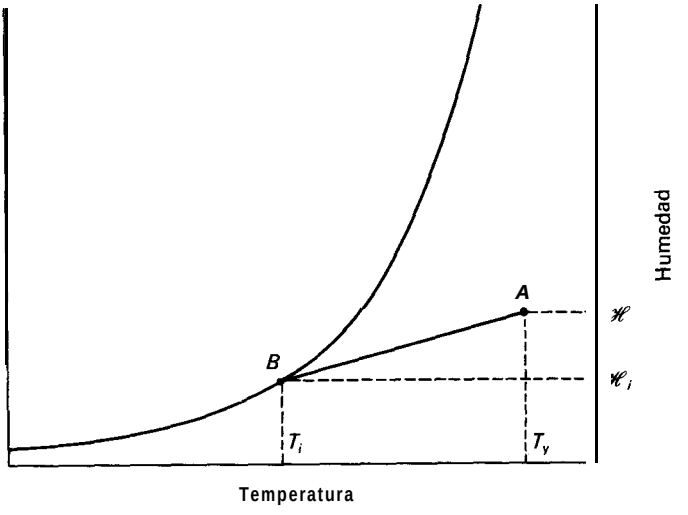


Figura 23.10. Deshumidificación con un líquido frío.

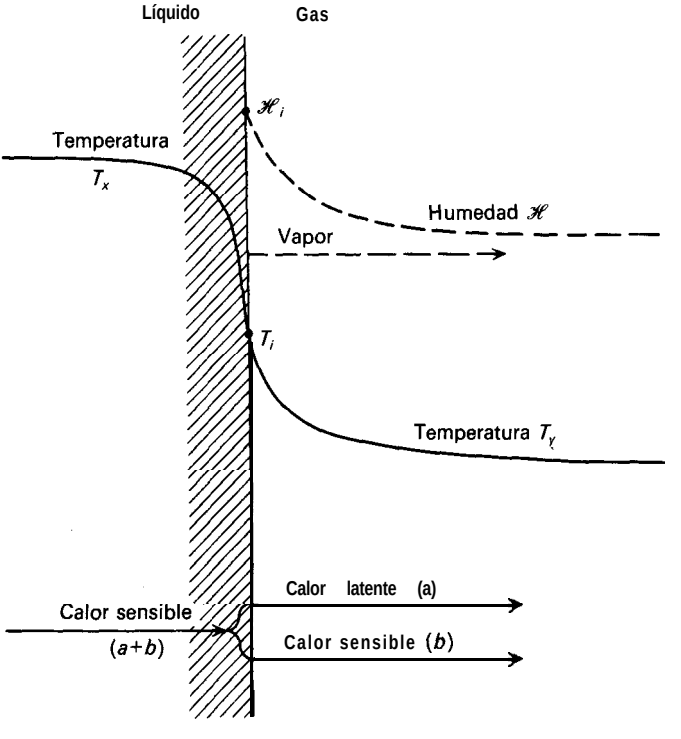


Figura 23.11. Condiciones en la parte superior de la columna de enfriamiento.

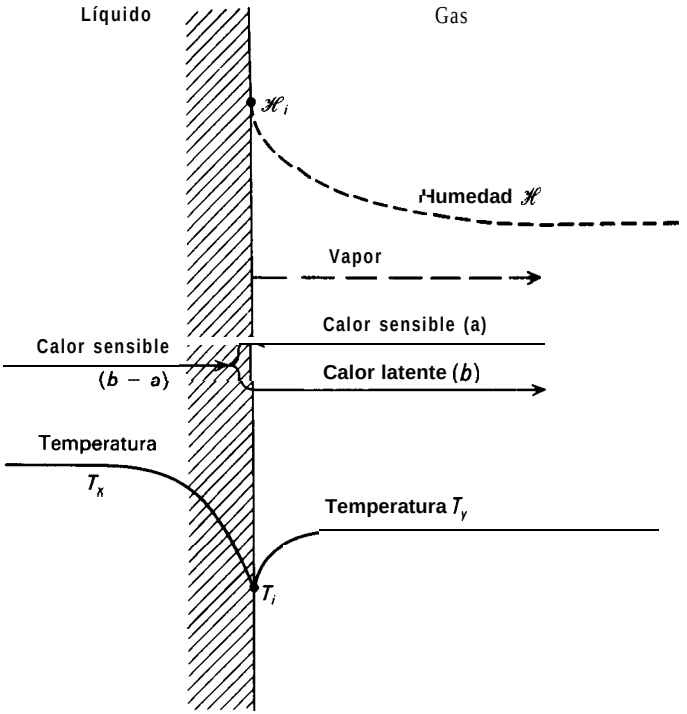


Figura 23.12. Condiciones en el fondo de la columna de enfriamiento.

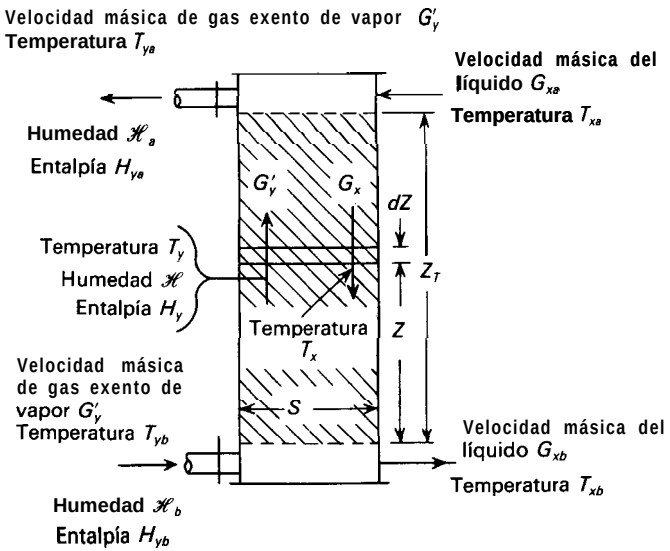


Figura 23.13. Diagrama de flujo para un contactor gas-líquido en contracorriente.

del líquido es hacia la interfase (T_i es menor que T_x). Por otra parte, ha de existir el flujo de calor sensible desde la masa global del gas hacia la interfase (T_y es mayor que T_i). El flujo de vapor hacia fuera de la interfase transporta, como calor latente, todo el calor sensible suministrado a la interfase desde ambos lados. El perfil de temperatura que resulta $T_x T_i T_y$ tiene una extraña forma de V, tal como muestra la Figura 23.12.

Ecuaciones para contactos gas-líquido. Considérese el contactor gas-líquido en contracorriente que se representa esquemáticamente en la Figura 23.13. Gas con una humedad $\mathscr{H}_b$ y una temperatura T_{yb} entra por el fondo del contactor y sale por la parte superior con una humedad $\mathscr{H}_a$ y una temperatura T_{ya}. El líquido entra por la parte superior con una temperatura T_{xa} y sale por el fondo con una temperatura T_{xb}. La velocidad másica del gas es G'_y, que es la masa de gas exento de vapor por unidad de área de la sección transversal de la torre y por hora. Las velocidades másicas del líquido a la entrada y a la salida son G_{xa} y G_{xb}, respectivamente. Sea dZ la altura de una pequeña sección de torre situada a una distancia Z del fondo de la zona de contacto. Sean, para la altura Z, G_x la velocidad másica del líquido, T_y la temperatura del gas, T_x la temperatura del líquido y $\mathscr{H}$ la humedad. Sean T_i la temperatura y $\mathscr{H}_i$ la humedad en la interfase gas-líquido. La sección transversal de la torre es S, y la altura de la sección de contacto es Z_T. Supóngase que el líquido está más caliente que el gas, de forma que las condiciones para la altura Z son las de la Figura 23.11. Para el pequeño volumen Sdz, se pueden escribir las siguientes ecuaciones.

El balance de entalpía es

$$G'_y \, dH_y = d(G_x H_x) \qquad (23.22)$$

donde H_y y H_x son las entalpías totales de las fases de gas y líquido, respectivamente.

La velocidad de transmisión de calor desde el líquido hacia la interfase es

$$d(G_x H_x) = h_x(T_x - T_i)a_H \, dZ \qquad (23.33)$$

donde h_x = coeficiente de transmisión de calor desde el líquido hacia la interfase
a_H = área de transmisión de calor por unidad de volumen de contacto

La velocidad de transmisión de calor desde la interfase hacia el gas es

$$G'_y c_s \, dT_y = h_y(T_i \quad T_y)a_H \, dZ \qquad (23.24)$$

La velocidad de transferencia de materia para el vapor desde la interfase hacia el gas es

$$G'_y \, d\mathscr{H} = k_y M_B(\mathscr{H}_i \quad \mathscr{H})a_M \, dZ \qquad (23.25)$$

donde a_M es el área de transferencia de materia por unidad de volumen de contacto. Los factores a_M y a_H no son necesariamente iguales. Si el contactor está

relleno con un relleno sólido, el líquido puede no mojar completamente al relleno y el área disponible para transmisión de calor, que es todo el área del relleno, será entonces mayor que el área para transferencia de materia, que está limitada a la superficie realmente mojada.

Estas ecuaciones se pueden simplificar y reordenar. En primer lugar, se desprecia la variación de G_x con la altura y se escribe para la entalpía del líquido

$$H_x = c_L(T_x - T_0) \tag{23.26}$$

donde c_L = calor específico del líquido
T_0 = temperatura de referencia para el cálculo de entalpías

Por tanto,

$$d(G_xH_x) = G_x\,dH_x = G_xc_L\,dT_x \tag{23.27}$$

Sustituyendo $d(G_xH_x)$ de la Ecuación (23.27) en la Ecuación (23.23) se obtiene

$$G_xc_L\,dT_x = h_x(T_x - T_i)a_H\,dZ$$

que puede escribirse así

$$\frac{dT_x}{T_x - T_i} = \frac{h_xa_H}{G_xc_L}\,dZ \tag{23.28}$$

Segundo, la Ecuación (23.24) puede reordenarse para dar

$$\frac{dT_y}{T_i - T_y} = \frac{h_ya_H}{c_sG'_y}\,dZ \tag{23.29}$$

Tercero, la Ecuación (23.25) puede escribirse así

$$\frac{d\mathcal{H}}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}} = \frac{k_yM_Ba_M}{G'_y}\,dZ \tag{23.30}$$

Finalmente, utilizando la Ecuación (23.22), la Ecuación (23.27) puede escribirse

$$\frac{dH_y}{dT_x} = \frac{G_xc_L}{G'_y} \tag{23.31}$$

Se pueden deducir ahora tres ecuaciones de trabajo que se utilizarán más adelante. Multiplicando la Ecuación (23.25) por λ_0 y sumando la Ecuación (23.24) al producto, resulta

$$G'_y(c_s\,dT_y + \lambda_0\,d\mathcal{H}) = [\lambda_0k_yM_B(\mathcal{H}_i - \mathcal{H})a_M + h_y(T_i - T_y)a_H]\,dZ \tag{23.32}$$

Si el relleno está completamente mojado por el líquido, de forma que el área para la transferencia de materia sea igual a la de transmisión de calor, $a_M = a_H = a$. Cuando se desprecia la variación de c_s con $\mathscr{H}$, al diferenciar la Ecuación (23.9) se obtiene,

$$dH_y = c_s\, dT_y + \lambda_0\, d\mathscr{H} \qquad \textbf{(23.33)}$$

A partir de la Ecuación (23.33), se puede sustituir dH_y en el primer miembro de la Ecuación (23.32) para dar

$$G'_y\, dH_y = [\lambda_0 k_y M_B(\mathscr{H}_i - \mathscr{H})a + h_y(T_i \quad T_y)a]\, dZ \qquad \textbf{(23.34)}$$

Sistema aire-agua. Para el sistema aire-agua h_y se puede eliminar de la Ecuación (23.34) utilizando la relación de Lewis, para dar

$$G'_y\, dH_y = k_y M_B a[(\lambda_0 \mathscr{H}_i + c_s T_i) - (\lambda_0 \mathscr{H} + c_s T_y)]\, dZ \qquad \textbf{(23.35)}$$

Si H_i es la entalpía del aire en la interfase,

$$H_i = \lambda_0 \mathscr{H}_i + c_s(T_i - T_0)$$

A partir de la definición de H_i y de la expresión para H_y de la Ecuación (23.9), el término entre corchetes de la Ecuación (23.35) es simplemente $H_i - H_y$. Por tanto, la Ecuación (23.35) se transforma en

$$G'_y\, dH_y = k_y M_B a(H_i - H_y)\, dZ$$

o bien

$$\frac{dH_y}{H_i - H_y} = \frac{k_y M_B a}{G'_y}\, dZ \qquad (23.36)$$

Segundo, a partir de las Ecuaciones (23.22) y (23.23),

$$G'_y\, dH_y = h_x(T_x - T_i)a\, dZ \qquad \textbf{(23.37)}$$

Eliminando dZ de las Ecuaciones (23.36) y (23.37), y teniendo en cuenta la Ecuación (23.21), se obtiene

$$\frac{H_i - H_y}{T_i - T_x} = \frac{x\ h_x}{k_y M_B} \quad \frac{\mathbf{h}\, c_s}{h_y} \qquad \textbf{(23.38)}$$

Tercero, la Ecuación (23.29) se divide por la Ecuación (23.36) para dar

$$\frac{dT_y/(T_i \quad T_y)}{dH_y/(H_i - H_y)} \underset{y}{=} \frac{\mathbf{h}}{k_y M_B c_s}$$

A partir de la Ecuación (23.21), el segundo miembro de esta ecuación es igual a la unidad, de forma que

$$\frac{dT_y}{dH_y} = \frac{T_i - T_y}{H_i - H_y} \qquad \textbf{(23.39)}$$

Obsérvese que, puesto que en su deducción se ha utilizado la relación de Lewis, las Ecuaciones (23.36), (23.38) y (23.39) solamente son aplicables al sistema aire-agua y para los casos en los que $a_M = a_H$. En la sección que sigue, el tratamiento se limita a los contactores aire-agua.

Humidificación adiabática. La humidificación adiabática corresponde al proceso que se representa en la Figura 23.2, excepto que el aire que sale del humidificador no está necesariamente saturado y, para el diseño, es preciso utilizar ecuaciones de velocidad con el fin de calcular el tamaño de la zona de contacto. Las temperaturas del agua a la entrada y a la salida son iguales. Seguidamente se supone que el agua de reposición entra a la temperatura de saturación adiabática y que los factores volumétricos de área a_M y a_H son idénticos. Las temperaturas húmeda y de saturación adiabática son iguales y constantes. Por tanto,

$$T_{xa} = T_{xb} = T_i = T_x = T_s = \text{cte}$$

donde T_s es la temperatura de saturación adiabática del aire que entra. La Ecuación (23.29) se transforma entonces en

$$\frac{dT_y}{T_s - T_y} = \frac{h_y a}{c_s G'_y}\, dZ \qquad \textbf{(23.40)}$$

Utilizando $\bar{c}_s$ como el calor húmedo medio para el humidificador, la Ecuación (23.40) puede integrarse para obtener

$$\int_{T_{ya}}^{T_{yb}} \frac{dT_y}{T_s - T_y} = \frac{h_y a}{\bar{c}_s G'_y} \int_0^{Z_T} dZ$$

$$\ln \frac{T_{yb} - T_s}{T_{ya} - T_s} = -\frac{h_y a Z_T}{\bar{c}_s G'_y} = -\frac{h_y a S Z_T}{\bar{c}_s G'_y S} = -\frac{h_y a S Z_T}{\bar{c}_s \dot{m}'} \qquad (23.41)$$

donde $V_T = SZ_T$ = volumen total de contacto
$\dot{m}' = G'_y S$ = flujo total de aire seco

Una ecuación equivalente, basada en la transferencia de materia, puede deducirse a partir de la Ecuación (23.30), que para humiditicación adiabática puede escribirse así

$$\frac{d\mathcal{H}}{\mathcal{H}_s - \mathcal{H}} = \frac{k_y M_B a}{G'_y}\, dZ$$

Puesto que $\mathscr{H}_s$, la humedad de saturación a T_s, es constante, está ecuación se puede integrar de la misma forma que la Ecuación (24.39) para dar

$$\ln \frac{\mathscr{H}_s - \mathscr{H}_b}{\mathscr{H}_s - \mathscr{H}_a} = \frac{k_y M_B a}{G'_y} Z_T = \frac{k_y M_B a V_T}{\dot{m}'} \qquad (23.42)$$

Aplicación del método de la HTU. El método de la HTU se puede aplicar a la humidificación adiabática. Así, por definición,

$$N_t = \ln \frac{\mathscr{H}_s - \mathscr{H}_b}{\mathscr{H}_s - \mathscr{H}_a} \qquad (23.43)$$

donde N_t es el número de unidades de transferencia de humedad. A partir de la definición de H_t y de las Ecuaciones (23.42) y (23.43),

$$H_t = \frac{Z_T}{N_t} = \frac{G'_y}{k_y M_B a} \qquad (23.44)$$

donde H_t es la altura de una unidad de transferencia de humedad.

El número de unidades de transferencia puede también definirse sobre la base de transmisión de calor en la siguiente forma

$$N_t = \ln \frac{T_{yb} - T_s}{T_{ya} - T_s} \quad H_t = \frac{G'_y \bar{c}_s}{h_y a} \qquad (23.45)$$

Dividiendo la Ecuación (23.44) por el valor de H_t de la Ecuación (23.45), se puede demostrar que la H_t dada por la Ecuación (23.44) es la misma que la dada por la Ecuación (23.45). El resultado es la Ecuación (23.21). Por otra parte, los valores de N_t calculados a partir de las Ecuaciones (23.43) y (23.45) son iguales, ya que en ambos casos $N_t = Z_T/H_t$.

El método de transmisión de calor, utilizando las Ecuaciones (23.41) y (23.45), es equivalente al método de transferencia de materia utilizando las Ecuaciones (23.42) a (23.44). Los dos métodos conducen al mismo resultado.

Ejemplo 23.2. Para un determinado proceso se requiere aire de temperatura y humedad controlada: 15 000 lb (6804 kg) de aire seco por hora con un 20 por 100 de humedad y 130 °F (54,4 °C). Este aire se obtendrá acondicionando aire hasta 20 por 100 de humedad y 70 °F (21,1 °C), primero calentando, después humidificando adiabáticamente hasta alcanzar la humedad deseada y, finalmente, volviendo a calentar el aire humidificado hasta 130 °F (54,4 °C). La etapa de humidificación se llevará a cabo en una cámara de lluvia. Suponiendo que el aire que salga de la cámara de lluvia estará 4 °F (2,22 °C) por encima de la temperatura de saturación adiabática, calcúlese: la temperatura a la que deberá de precalentarse el aire, la temperatura a la que saldrá de la cámara de lluvia, las cantidades de calor necesarias para cada una de las dos etapas de calentamiento, y el volumen que ha de tener la cámara de lluvia. Tómese $h_y a$ como 85 Btu/pie^3-h-°F (1583 W/m^3-°C).

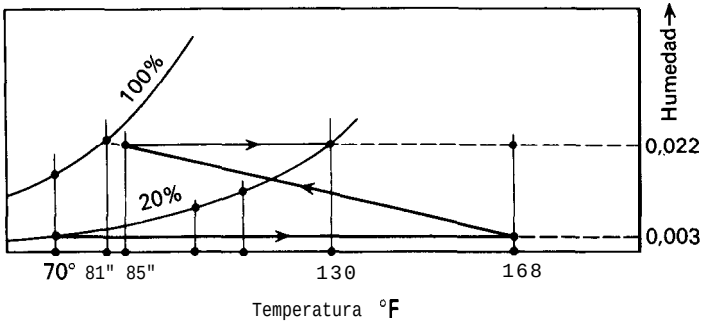


Figura 23.14. Camino temperatura-humedad para el Ejemplo 24.2.

SOLUCIÓN

El camino temperatura-humedad del aire a través de los calentadores y de la cámara de lluvia se representa sobre la sección de la carta de humedad que se muestra en la Fig. 23.14. El aire con un 20 por 100 de humedad y a 130 °F tiene una humedad de 0,022. El aire que sale de la cámara de lluvia tiene esta misma humedad, y el punto representativo del mismo en la carta de humedad se localiza hallando el punto donde la coordenada $\mathscr{H}$ = 0,022 está a 4 °F del extremo de una línea de enfriamiento adiabático. Del análisis de la carta se pone de manifiesto que la línea adiabática para el proceso en la cámara de lluvia corresponde a una temperatura de saturación adiabática de 81 °F, y el punto de esta misma línea para $\mathscr{H}$ = 0,022 y T = 85 °F representa el *aire* que sale de la cámara. Para alcanzar la línea de enfriamiento adiabático para T_s = 81 °F, la temperatura del aire que sale del precalentador ha de ser 168 °F.

El calor húmedo del aire original, de acuerdo con la Fig. 23.3, es 0,241 Btu/lb-°F. El calor que se requiere para precalentar el aire es, por tanto,

$$0{,}241 \times 15\,000(168 - 70) = 354000 \text{ Btu/h}$$

El calor húmedo del aire que sale de la cámara de lluvia es 0,250 Btu/lb-°F, y el calor necesario para el nuevo calentamiento es

$$0{,}250 \times 15\,000(130 - 85) = 169000 \text{ Btu/h}$$

El calor total necesario es 354 000 + 169 000 = 523 000 Btu/h.

Para calcular el volumen de la cámara de lluvia se puede utilizar la Ecuación (23.41). El calor húmedo medio es

$$\bar{c}_s = \frac{0{,}241 + 0{,}250}{2} = 0{,}2455 \text{ Btu/lb de aire seco-°F}$$

Sustituyendo en la Ecuación (23.41) se obtiene

$$\ln \frac{168 - 81}{85 - 81} = \frac{85 V_T}{15000 \times 0{,}2455}$$

Según esto, el volumen de la cámara de lluvia es V_T = 134 pie³ (3,79 m³).

SIMBOLOS

A	Area de la superficie del líquido, pie^2 o m^2
a	Area de transferencia, pie^2/pie^3 o m^2/m^3; a_H, para transmisión de calor; a_M, para transferencia de materia
b	Constante en las Ecuaciones (23.17) y (23.18)
c_p	Calor especifico, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_L, calor específico del líquido; c_{pA}, c_{pB}, de los componentes A y B, respectivamente
c_s	Calor húmedo, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_s, valor medio
D	Diámetro, pies o m
D_v	Difusividad, pie^2/h, m^2/h o cm^2/s
G	Velocidad másica, lb/pie^2-h o kg/m^2-h; G_x, del líquido en un punto; G_{xa}, del líquido a la entrada; G_{xb}, del líquido a la salida; G'_y, del gas, masa de gas exento de vapor por unidad de área de la sección transversal de la torre y por hora
H	Entalpía, Btu/lb o J/g; H_x, del gas
H_t	Altura de la unidad de transferencia de humedad, pies o m
$\mathscr{H}$	Humedad, masa de vapor por unidad de masa de gas exento de vapor; $\mathscr{H}_a$, en la parte superior del contactor; $\mathscr{H}_b$, en el fondo del contactor; $\mathscr{H}_i$, en la interfase gas-líquido; $\mathscr{H}_s$, humedad de saturación; $\mathscr{H}_w$, humedad de saturación para la temperatura húmeda.
$\mathscr{H}_A$	Humedad porcentual, $100\,\mathscr{H}/\mathscr{H}_s$
$\mathscr{H}_R$	Humedad relativa, $100p_A/P'_A$
h	Coeficiente de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C; h_x, del lado del líquido; h_y, del lado del gas
k	Conductividad térmica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C.
k_y	Coeficiente de transferencia de materia, mol-lb/pie^2-h-unidad de fracción molar o mol-g/m^2-h-unidad de fracción molar
M	Peso molecular; M_A, M_B, de los componentes A y B, respectivamente; $\bar{M}$, peso molecular medio de la corriente gaseosa
m	Exponente en las Ecuaciones (23.17) y (23.18)
$\dot{m}'$	Velocidad total de flujo de aire seco, lb/h o kg/h
N_A	Velocidad de transferencia o de vaporización del líquido, mol/h
N_{Pr}	Número de Prandtl, $c_p\mu/k$, adimensional
N_{Re}	Número de Reynolds, DG/μ, adimensional
N_{Sc}	Número de Schmidt, $\mu/\rho D_v$, adimensional
N_t	Número de unidades de transferencia de humedad o de unidades de transmisión de calor
n	Exponente en las Ecuaciones (23.17) y (23.18)
P	Presión, atm; P'_A, presión de valor del líquido
P_A	Presión parcial de vapor, atm
q	Velocidad de transmisión de calor sensible hacia el líquido, Btu/h o W
S	Area de la sección transversal de la torre, pie^2 o m^2
T	Temperatura, °F, °R, °C o K; T_i, en la interfase gas-líquido; T_s, temperatura de saturación adiabática; T_w, temperatura húmeda; T_x, de la masa global de líquido; T_{xa}, del líquido en la parte superior del contactor; T_{xb}, del líquido en el fondo del contactor; T_y, de la masa global del gas; T_{ya}, del gas en la parte superior del contactor; T_{yb}, del gas en el fondo del contactor; T_0, temperatura de referencia para el cálculo de entalpía
V_T	Volumen total de contacto, pie^3 o m^3
v_H	Volumen húmedo, pie^3/lb o m^3/kg

Y Fracción molar del componente líquido en la corriente gaseosa; y_e, valor de equilibrio; y_i, en la interfase gas-líquido

$\overline{(1-y)_L}$ Factor para la difusión en un solo sentido

Z Distancia desde el fondo de la zona de contacto, pies o m; Zr, altura total de la sección del contacto

Letras griegas

λ Calor latente de vaporización, Btu/lb o J/g; λ_s, para T_s; T_s; λ_0, para T_0; λ_w, para T_w

μ Viscosidad, lb/pies-h o P

ρ Densidad del gas, lb/pie^3 o kg/m^3

PROBLEMAS

23.1. Un método de separar acetona de acetato de celulosa consiste en pasar una corriente de aire sobre las fibras de acetato de celulosa. Para conocer las propiedades de las mezclas aire-acetona, el departamento de control del proceso necesita una carta de humedad para el sistema acetona-aire. Después de una investigación, se ha encontrado que sería satisfactorio un intervalo de humedad de 0 a 6,0 y un intervalo de temperatura de 5 a 55 "C. Constrúyanse las siguientes regiones de una carta de humedad para aire-acetona a la presión total de 760 mm Hg: *(a)* líneas de humedad porcentual para 50 y 100 por 100, (b) volumen saturado frente a temperatura, (c) calor latente de la acetona frente a la temperatura, (d) calor húmedo frente a humedad, (e) líneas de enfriamiento adiabático para temperaturas de saturación adiabática de 20 y 40 "C. Los datos necesarios se dan en la Tabla 23.1. Para el vapor de acetona, c_p = 1,47 J/g-°C y $h/M_B k_y$ = 1,7 J/g-"C.

Tabla 23.1. Propiedades de la acetona

Temp., °C	Presión de vapor, mmHg	Calor latente J/g	Temp., °C	Presión de vapor mmHg	Calor latente J/g
0		564	50	620,9	
10	115,6		56,1	760,0	521
20	179,6	552	60	860,5	517
30	281,0		70	1189,4	
40	420,1	563	80	1611,0	495

23.2. Una mezcla de aire y vapor de benceno ha de enfriarse desde 160 hasta 60 °F en un condensador-enfriador tubular. La humedad a la entrada es 0,6 lb de vapor de benceno por lb de aire. Calcúlese: *(a)* la temperatura húmeda del gas que entra; (b) la humedad a la salida; y (c) la cantidad total de calor que es preciso transmitir por libra de aire.

23.3. Los siguientes datos fueron obtenidos durante un ensayo de una torre de enfriamiento de relleno operando a la presión atmosférica:

Altura de la sección de relleno, 6 pies
Diámetro interior, 12 pulg
Temperatura media del aire a la entrada, 100 °F

Temperatura media del aire a la salida, 103 °F
Temperatura húmeda media del aire a la entrada, 80 °F
Temperatura húmeda media del aire a la salida, 96 °F
Temperatura media del agua a la entrada, 115 °F
Temperatura media del agua a la salida, 95 °F
Flujo de agua a la entrada, 2000 lb/h
Flujo de aire a la entrada, 480 pie^3/min

(a) Utilizando las condiciones del aire a la entrada, calcúlese la humedad del aire a la salida mediante un balance de entalpía. Compárese el resultado con la humedad calculada a partir de las lecturas de las temperaturas seca y húmeda.

(b) Suponiendo que la interfase agua-aire está a la misma temperatura que la masa global de agua (resistencia despreciable a la transmisión de calor en la fase de agua), calcúlese la fuerza impulsora $\mathcal{H}_i - \mathcal{H}$ en ambos extremos de la torre. Estímese el valor medio de $k_y a$ utilizando una media de $\mathcal{H}_i - \mathcal{H}$.

23.4. Ha de enfriarse y deshumidilicarse aire por contacto en contracorriente con agua en una torre de relleno. La torre ha de diseñarse para las siguientes condiciones:

Temperatura seca del aire a la entrada, 28 °C
Temperatura húmeda del aire a la entrada, 25 °C
Flujo de aire a la entrada, 700 kg/h de aire seco
Temperatura del agua a la entrada, 10 °C
Temperatura del agua a la salida, 18 °C

(a) Para el aire a la entrada, calcúlese (i) la humedad, (*ii*) el porcentaje de humedad relativa, *(iii)* el punto de rocío, (*iv*) la entalpía, basada en aire y agua líquida a 0 "C. (b) ¿Cuál es el flujo máximo de agua que puede utilizarse para cumplir los requisitos de diseño, considerando una torre muy alta? (c) Calcúlese el número de unidades de transferencia que se requieren para una torre que cumple las especificaciones de diseño cuando se utilizan 500 kg/h de agua y la resistencia a la transmisión de calor en la fase liquida es despreciable.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BROWN, G. G., y asociados: «Unit Operations», p. 545, Wiley, New York, 1950.
2. GROSVENOR, W. M.: *Trans. AIChE*, **1**:184 (1908).
3. KEEVIL, C. S., y LEWIS, W. K.: *Znd. Eng. Chem.*, **20**:1058 (1928).
4. LEWIS, W. K.: *Trans. AIME*, **44**:325 (1922).
5. PERRY, J. H. (ed): «Chemical Engineers' Handbook», 3." ed., pp. 812-816, McGraw-Hill, New York, 1950.
6. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., p. 12-26, McGraw-Hill, New York, 1973.
7. SHERWOOD, T. K., y PIGFORD R. L.: «Absorption and Extraction», 2." ed., pp. 97-101, McGraw-Hill, New York, 1952.

CAPITULO

VEINTICUATRO

ADSORCION

La adsorción es un proceso de separación en la que ciertos componentes de una fase fluida se transfieren hacia la superficie de un sólido adsorbente. Generalmente las pequeñas partículas de adsorbente se mantienen en un lecho fijo mientras que el fluido pasa continuamente a través del lecho hasta que el sólido está practicamente saturado y no es posible alcanzar ya la separación deseada. Se desvía entonces el flujo hacia un segundo lecho hasta que el adsorbente saturado es sustituido o regenerado. El intercambio de ion es otro proceso que generalmente se lleva a cabo en semi-continuo en un lecho fijo de forma similar. Así, agua que se desea ablandar o desionizar se hace pasar sobre un lecho de esferas de resina de intercambio de ion, situadas en una columna, hasta que la resina alcanza prácticamente la saturación. La separación de trazas de impurezas por reacción con sólidos puede también realizarse en lechos fijos, siendo un ejemplo bien conocido la separación del H_2S contenido en el gas de síntesis utilizando pellets de ZnO. En todos estos procesos la eficacia depende del equilibrio sólido-fluido y de las velocidades de transferencia de materia. En este capítulo la atención se centra sobre la adsorción pero los métodos generales de análisis y diseño son aplicables a otros procesos de lecho fijo.

Adsorbentes y procesos de adsorción. La mayor parte de los adsorbentes son materiales altamente porosos y la adsorción tiene lugar fundamentalmente en el interior de las partículas sobre las paredes de los poros en puntos específicos. Puesto que los poros son generalmente muy pequeños, el área de la superficie interna es varios órdenes de magnitud superior al área externa y puede alcanzar valores tan elevados como 2000 m^2/g. La separación se produce debido a que diferencias de peso molecular o de polaridad dan lugar a que algunas moléculas se adhieren más fuertemente a la superficie que otras. En muchos casos el componente que se adsorbe (adsorbato) se fija tan fuertemente que permite una separación completa de dicho componente desde un fluido sin apenas adsorción de otros componentes. El adsorbente puede regenerarse con el fin de obtener el adsorbato en forma concentrada o prácticamente pura.

Las aplicaciones de la adsorción en fase vapor incluyen la recuperación de disolventes orgánicos utilizados en pinturas, tintas de imprenta, y disoluciones

para formación de películas y recubrimientos de esmaltes. El aire cargado de disolvente puede enviarse primeramente a un condensador enfriado con agua o con un fluido criogénico con el fin de retirar parte de disolvente, si bien generalmente no resulta adecuado enfriar el gas a temperaturas inferiores a la temperatura ambiente. El aire, con una pequeña cantidad de disolvente, se hace pasar a través de un lecho de partículas de carbón adsorbente, lo que puede reducir la concentración de disolvente hasta concentraciones inferiores a 1 ppm. La concentración final puede estar establecida por normas gubernamentales de emisión en lugar de por criterios económicos de recuperación del disolvente. También se utiliza la adsorción sobre carbón para separar contaminantes tales como H_2S, CS_2, y otros compuestos con mal olor, del aire que circula en sistemas de ventilación, y en una gran mayoría de los nuevos automóviles se colocan cartuchos de carbón para evitar el paso de los vapores de gasolina al aire.

El secado de gases se lleva a cabo con frecuencia adsorbiendo el agua sobre gel de sílice, alúmina u otros sólidos inorgánicos porosos. Las zeolitas, o tamices moleculares, que son aluminosilicatos, naturales 0 sintéticos, con una estructura de poro muy regular, resultan especialmente eficaces para la preparación de gases con bajos puntos de rocío (-75 "C). La adsorción sobre tamices moleculares puede utilizarse también para separar oxígeno y nitrógeno, para preparar hidrógeno puro a partir de gas de síntesis, así como para separar parafinas normales de parafinas ramificadas y aromáticos.

La adsorción a partir de una fase líquida se utiliza para separar componentes orgánicos de aguas residuales, impurezas coloreadas de disoluciones de azúcar y aceites vegetales, así como también agua de líquidos orgánicos. La adsorción se utiliza también para recuperar productos de reacción que no son fácilmente separables por destilación o cristalización. Algunos tipos de sólidos se utilizan indistintamente para adsorción en fase de vapor y en fase líquida, si bien los adsorbentes con mayor tamaño de poro son preferibles para el caso de líquidos.

EQUIPO DE ADSORCION

Adsorbedores de lecho fijo. En la Figura 24.1 se muestra un sistema de equipo típico utilizado para la adsorción de vapores de disolventes. Las partículas de adsorbente se colocan en un lecho de 0,3 a 1,2 m de espesor soportado sobre un matiz o placa perforada. La alimentación gaseosa circula en sentido descendente a través de uno de los lechos mientras que el otro se encuentra en regeneración. El flujo descendente es preferible debido a que el flujo ascendente a velocidades elevadas puede dar lugar a la fluidización de las partículas, lo que provoca colisiones y formación de tinos. Cuando la concentración de soluto en el gas de salida alcanza un cierto valor, o bien para un tiempo previamente establecido, se accionan automáticamente las válvulas con el fin de dirigir la alimentación al otro lecho e iniciar la secuencia de regeneración.

La regeneración puede realizarse con gas inerte caliente, pero generalmente es preferible utilizar vapor de agua cuando el disolvente no es miscible con agua. El vapor de agua **condensa** en el lecho aumentando la temperatura del sólido y

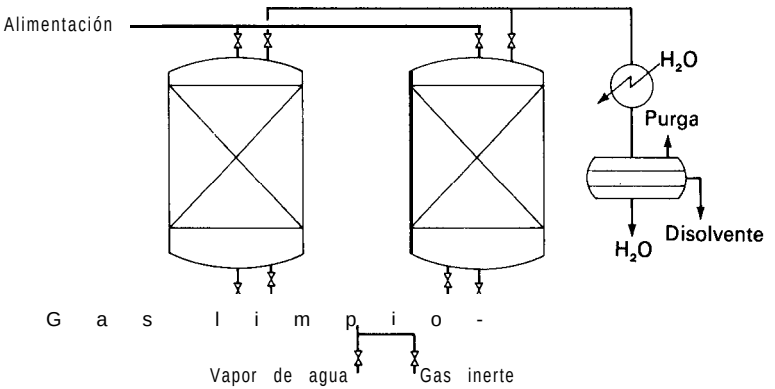


Figura 24.1. Sistema de adsorción en fase de vapor.

suministrando la energía necesaria para la desorción. El disolvente se condensa, se separa del agua y, con frecuencia, se seca antes de su reutilización. El lecho puede entonces enfriarse y secarse con un gas inerte, no siendo necesario disminuir la temperatura de todo el lecho hasta la temperatura ambiente. Si el gas limpio puede tolerar algo de vapor de agua, la evaporación de agua durante el ciclo de adsorción ayudará a enfriar el lecho y a eliminar parcialmente el calor de adsorción.

El tamaño del lecho adsorbente está determinado por la velocidad de flujo de gas y por el tiempo de ciclo deseado. El área de la sección transversal se calcula generalmente de tal forma que se obtenga una velocidad superficial de 0,15 a 0,45 m/s, que da lugar a una caída de presión de pocas pulgadas de agua por pie de lecho cuando se utilizan adsorbentes típicos (4 x 10 mallas o 6 x 16 mallas). Para velocidades de flujo muy grandes puede instalarse un lecho rectangular en la parte central de un cilindro horizontal en vez de utilizar un tanque vertical con un diámetro mucho mayor que el espesor del lecho.

El espesor de lecho y la velocidad de flujo generalmente se seleccionan para proporcionar un ciclo de adsorción de 2 a 24 h. Utilizando un lecho más largo se puede ampliar el ciclo de adsorción a varios días pero la mayor caída de presión y la mayor inversión necesaria harán la operación probablemente antieconómica. Algunas veces se recomienda un espesor de lecho de solamente 1 pie para disminuir la caída de presión y el tamaño del adsorbedor, pero los lechos de poca longitud no producen una separación completa y requieren más energía para la regeneración.

Equipo para el ***secado de gases.*** El equipo para el secado de gases es similar al que se muestra en la Figura 24.1, con la diferencia de que se utiliza gas caliente para la regeneración. El gas húmedo procede del lecho que se está regenerando y puede descargarse a la atmósfera o bien separar la mayor parte del agua en un condensador y recircular el gas al lecho a través de un sistema de calefacción. Para secaderos pequeños se instalan con frecuencia calentadores eléctricos dentro del lecho para suministrar la energía de regeneración.

Cuando la regeneración se realiza a presión mucho más baja que la adsorción, puede no ser necesario suministrar calor toda vez que la baja presión favorece la desorción. Si un secadero de gases opera a varias atmósferas de presión durante el ciclo de adsorción, se puede conseguir una regeneración casi completa pasando parte del gas seco a través del lecho, a la presión atmosférica, sin calentamiento previo. Parte del calor de adsorción, que está almacenado en el lecho como calor sensible, se utiliza para la desorción y el lecho se enfría durante la regeneración. La cantidad de gas que se necesita para la regeneración es solamente una fracción del gas de alimentación del ciclo de adsorción, puesto que el gas que sale a 1 atm tendrá una fracción molar de agua mucho mayor que el gas de alimentación. Aplicando el mismo principio, la regeneración a vacío ofrece una alternativa a la regeneración con vapor de agua o con gases calientes cuando la adsorción se realiza a la presión atmosférica.

Un ejemplo importante de adsorción desde una fase líquida lo constituye el uso de carbón activo para separar contaminantes de aguas residuales. También se utiliza para separar trazas de sustancias orgánicas del abastecimiento municipal de agua para mejorar el sabor y reducir la posibilidad de formación de compuestos tóxicos en la etapa de cloración. Para estas aplicaciones los lechos de carbón tienen varios metros de diámetro y hasta 10 de altura, pudiendo operar varios lechos en paralelo. Los lechos de gran espesor se requieren para asegurar un adecuado tratamiento ya que la velocidad de adsorción en líquidos es mucho más lenta que en gases. También hay que retirar del lecho el carbón agotado para proceder a su regeneración, de forma que son deseables períodos relativamente largos entre las operaciones de regeneración.

Adsorbedores de tanque agitado. Un método alternativo para el tratamiento de aguas residuales consiste en añadir carbón en polvo a un tanque con la disolución, utilizando agitadores mecánicos e inyectores de aire para mantener las partículas en suspensión. Con partículas finas la adsorción es mucho más rápida que con carbón granular, pero en cambio se requiere un equipo de gran tamaño para separar, por sedimentación o filtración, el carbón agotado. El tratamiento con carbón en polvo puede realizarse por cargas, o también de forma continua añadiendo una determinada cantidad de carbón a la corriente residual y retirando continuamente el carbón agotado.

Adsorbedores continuos. La adsorción a partir de gases o líquidos puede realizarse de forma realmente continua haciendo circular el sólido a través del lecho en contracorriente con el flujo del fluido. Las partículas sólidas descienden por gravedad, haciéndolas retornar después a la parte superior de la columna mediante un sistema de elevación con aire o de forma mecánica.

Con partículas finas se puede utilizar un lecho con placas deflectoras o etapas múltiples para prevenir la mezcla desde un extremo a otro. El «hypersorber» es un adsorbedor de lecho fluido de múltiple etapa construido como una columna de destilación, pasando los sólidos fluidizados de una etapa a otra a través de tubuladuras de descenso. Se han construido algunos adsorbedores y columnas de intercambio de ion que operan en contracorriente, y puesto que tales esquemas

conducen a una más eficaz utilización del sólido, es previsible que encuentren un uso creciente, especialmente en grandes instalaciones.

EQUILIBRIOS; ISOTERMAS DE ADSORCION

La isoterma de adsorción es la relación de equilibrio entre la concentración en la fase fluida y la concentración en las partículas de adsorbente a una temperatura determinada. Para el caso de gases la concentración viene generalmente dada como fracción molar o como presión parcial. Para líquidos la concentración se expresa habitualmente en unidades de masa, tales como partes por millón. La concentración de adsorbato sobre el sólido viene dada como masa adsorbida por unidad de masa de adsorbente original.

Tipos de isotermas. En la Figura 24.2 se presentan algunas forma típicas de isotermas. La isoterma lineal pasa por el origen de coordenadas y la cantidad adsorbida es proporcional a la concentración en el fluido. Las isotermas que son convexas hacia arriba se denominan favorables, debido a que puede obtenerse una carga relativamente elevada del sólido para una baja concentración en el fluido. La isoterma de Langmuir, $W = bc/(1 + Kc)$, donde W es la carga de adsorbato, c es la concentración en el fluido y b y K son constantes, es del tipo favorable; cuando $Kc \gg 1$, la isoterma es altamente favorable, mientras que cuando $Kc < 1$ la isoterma es prácticamente lineal. Desafortunadamente, la isoterma de Langmuir, que tiene una base teórica sencilla, no permite ajustar bien un elevado número de sistemas de adsorción física. La ecuación empífca de Freundlich, $W = bc^m$, donde $m < 1$, conduce generalmente a un mejor ajuste, especialmente para la adsorción a partir de líquidos.

El caso límite de una isoterma muy favorable es la adsorción irreversible, donde la cantidad adsorbida es independiente de la disminución de concentra-

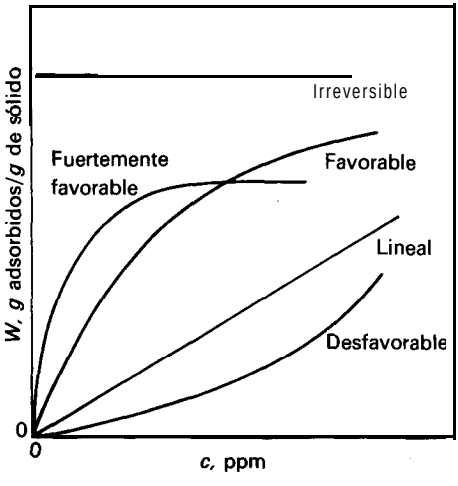


Figura 24.2. Isotermas de adsorcion.

ción hasta valores muy bajos. Todos los sistemas presentan una disminución de la cantidad adsorbida al aumentar la temperatura y, por supuesto, el adsorbato puede desorberse aumentando la temperatura, aun para los casos titulados «irreversibles». Sin embargo, la desorción requiere una temperatura mucho más elevada cuando la adsorción es muy favorable o irreversible que cuando las isotermas responden a un modelo lineal.

Una isoterma que es cóncava hacia arriba recibe el nombre de desfavorable debido a que se obtienen cargas del solido relativamente bajas y a que conducen a largas zonas de transferencia de materia en el lecho. Las isotermas de esta forma son raras pero resultan interesantes para ayudar a comprender el proceso de regeneración. Si la isoterma de adsorción es favorable, la transferencia de materia desde el sólido hacia la fase fluida tiene características similares a las de la adsorción con una isoterma desfavorable.

Con el fin de mostrar la variedad de formas de isotermas para un solo adsorbato, en la Figura 24.3 se presentan datos para agua adsorbida desde aire sobre tres desecantes. El gel de sílice presenta una isoterma casi lineal hasta el 50 por 100 de humedad relativa y la capacidad final es prácticamente el doble que para los demás sólidos. A altas humedades los pequeños poros se llenan de líquido por condensación capilar, y la cantidad total adsorbida depende del volumen de los poros pequeños y no del área superficial. El agua es retenida por los tamices moleculares con mayor fuerza y la adsorción es casi irreversible, pero el volumen de los poros no es tan grande como en el gel de sílice. Las curvas de la Figura 24.3 están basadas en la humedad relativa, lo que da lugar a que las isotermas, para un intervalo de temperaturas, caigan sobre una sola curva. Obsérvese que, excepto para los tamices moleculares, la cantidad adsorbida para una presión parcial determinada sufre una disminución acusada al aumentar la

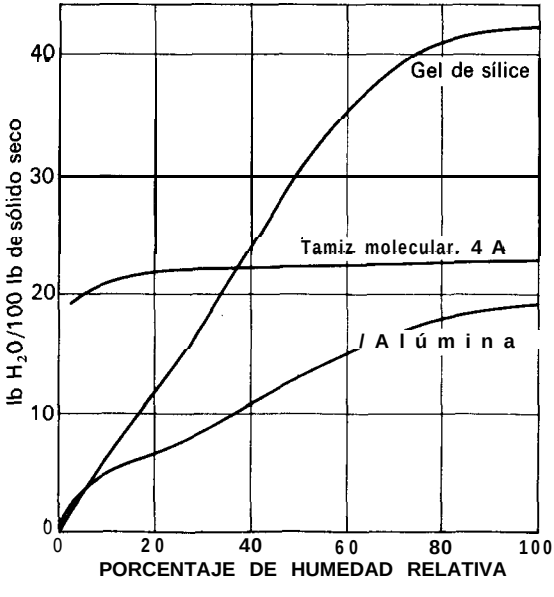


Figura 24.3. Isotermas de adsorción para el agua en aire desde 20 a 50 °C.

temperatura. Para aire con un 1 por 100 de H_2O a 20 °C, $\mathscr{K}_R$ = 7,6 mm Hg/17,52 x 100 = 43,4 por 100, y la cantidad adsorbida sobre gel de sílice es W = 0,26 lb/lb. Para la misma concentración a 40 °C, $\mathscr{K}_R$ = 7,6/55,28 x 100 = = 13,7 por 100 y W = 0,082 lb/lb.

Los datos de adsorción para vapores de hidrocarburos sobre carbón activo se ajustan en ocasiones a isotermas de Freundlich, pero en un amplio intervalo de presiones las pendientes de las isotermas disminuyen gradualmente al aumentar la presión. La cantidad adsorbida depende fundamentalmente de la relación entre la presión parcial del adsorbato en el gas y la presión de vapor del líquido en las mismas condiciones, así como del área superficial del carbón. Se han desarrollado correlaciones generalizadas basadas en el concepto de potencial de adsorción[4, 7], y en la Figura 24.4 se presentan algunos resultados para parafinas y compuestos de azufre. Para una determinada clase de materiales la cantidad adsorbida depende de $(T/V) \log (f_s/f)$, siendo T la temperatura de adsorción, f_s la fugacidad del líquido saturado a la temperatura de adsorción y f la fugacidad del vapor. Para adsorción a la presión atmosférica se utilizan la presión parcial y la presión de vapor en lugar de las fugacidades. El volumen adsorbido se convierte a masa suponiendo que el líquido adsorbido tiene la misma densidad que el líquido a la temperatura de ebullición.

Ejemplo 24.1. Se utiliza adsorción sobre carbón BPL para tratar una corriente de aire que contiene 0,2 por 100 de n-hexano a 20 °C. (a) Estímese la capacidad de equilibrio

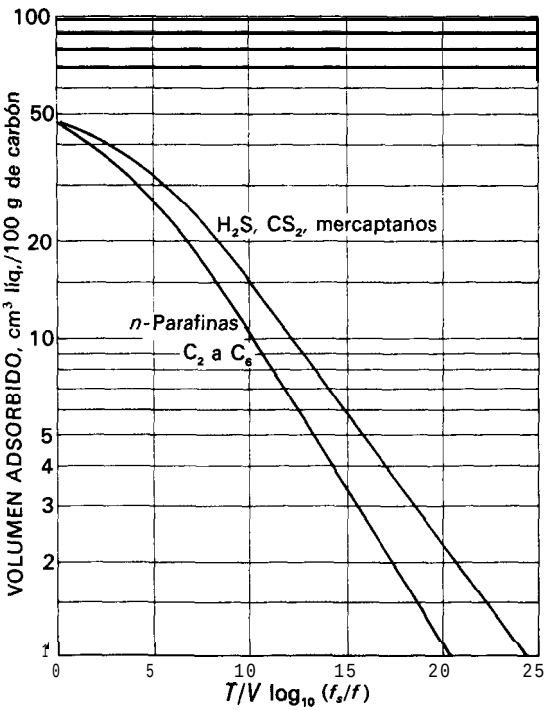


Figura 24.4. Correlación generalizada de adsorción para carbón BPL (1040 m^2/g), de Pittsburgh Chemical Co. (Ref. 4, 5.)

para la operación de un lecho a 20 "C. (b) ¿Cuánto disminuirá la capacidad si el calor de adsorción aumentase la temperatura del lecho hasta 40 "C?

SOLUCIÓN

(a) El peso molecular del n-hexano es 86,17. A 20 °C (según Perry, «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., p. 3-56), P = 120 mm Hg $\approx f_s$. A la temperatura normal de ebullición (68,7 "C), ρ_L = 0,615 g/cm³. La presión de adsorción P es 7650 mm Hg, y

$$p = 0.002 \times 760 = 1{,}52 \text{ mm Hg} \approx f$$

$$V = \frac{86{,}17}{0{,}615} = 140{,}1 \text{ cm}^3/\text{g mol}$$

$$\frac{T}{V} \log \frac{f_s}{f} = \frac{293}{140.1} \log \frac{120}{1.52} = 3{,}97$$

A partir de la Figura 24.4, el volumen adsorbido es 31 cm³ de líquido por cada 100 g de carbón:

$$W = 0{,}31 \times 0{,}615 = 0{,}19 \text{ g/g carbón}$$

(b) A 40 °C, P' = 276 mm Hg:

$$\frac{T}{V} \log \frac{f_s}{f} = \frac{313}{140{,}1} \log \frac{276}{1.52} = 5{,}05$$

El volumen adsorbido, según la Figura 24.4, es 27 cm³ por 100 g de carbón:

$$W = 0{,}27 \times 0{,}615 = 0{,}17 \text{ g/g carbón}$$

FUNDAMENTOS DE LA ADSORCION

Modelos de concentración en lechos fijos. En la adsorción en lecho fijo las concentraciones en la fase fluida y en la fase sólida varían con el tiempo y la posición en el lecho. Al principio la mayor parte de la transferencia de materia tiene lugar cerca de la entrada del lecho, donde el fluido se pone en contacto con adsorbente fresco. Si al comienzo el sólido no contiene adsorbato, la concentración en el fluido disminuye exponencialmente con la distancia hasta prácticamente cero antes de alcanzar el extremo final del lecho. Este perfil de concentración se representa por la curva t_1 de la Figura 24.5*a*, donde c/c_0 es la relación de concentraciones correspondiente al fluido y a la alimentación. Después de pocos minutos el sólido próximo a la entrada se encuentra prácticamente saturado, y la mayor parte de la transferencia de materia tiene lugar lejos de la entrada. El gradiente de concentración adquiere la forma de S, tal como se muestra en la curva t_2. La región donde ocurre la mayor parte del cambio de concentración es la llamada zona de transferencia de materia, y sus límites frecuentemente se toman como c/c_0 = 0,95 a 0,05.

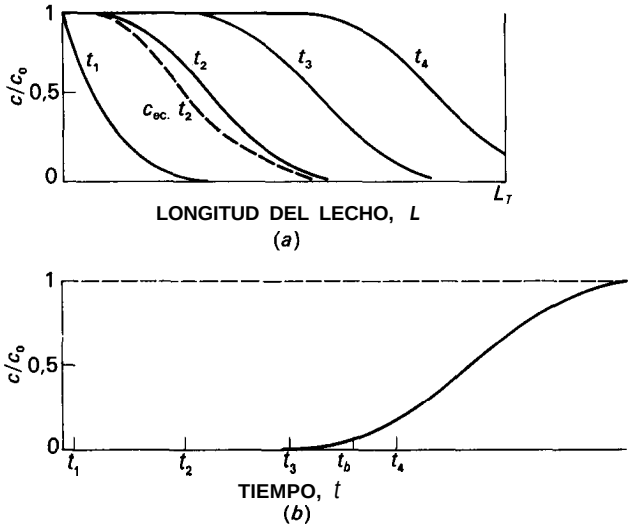


Figura 24.5. Perfiles de concentración (n), y curva de ruptura (*b*), para adsorción en un lecho fijo.

Con el tiempo la zona de transferencia de materia se mueve hacia la parte inferior del lecho, tal como muestran los perfiles t_3 y t_4. Perfiles similares podrían trazarse para la concentración media de adsorbato sobre el sólido, encontrándose sólido prácticamente saturado a la entrada, una gran variación en la región de transferencia de materia, y concentración cero al final del lecho. En lugar de representar la concentración real sobre el sólido, la línea de trazo discontinuo para el tiempo t_2 representa la concentración en la fase fluida en equilibrio con el sólido. Esta concentración tiene que ser siempre menor que la concentración real en el fluido, y la diferencia de concentraciones, o fuerza impulsora, es considerable cuando el perfil de concentración es brusco y la transferencia de materia es rápida.

Curvas de ruptura. Pocos lechos fijos tienen sensores internos que permiten la determinación de perfiles como los representados en la Figura 24.5*a*. Sin embargo, estos perfiles se pueden predecir y utilizar para calcular la curva de concentración frente al tiempo para el fuido que abandona el lecho. La curva que se muestra en la Figura 24.56 recibe el nombre de curva de ruptura. Para los tiempos t_1 y t_2 la concentración a la salida es prácticamente cero, tal como se aprecia también en la Figura 24.5*a*. Cuando la concentración alcanza el valor límite permisible, o punto de ruptura, se interrumpe el flujo o bien se conduce a otro lecho de adsorbente fresco. Con frecuencia el punto de ruptura se toma como una concentración relativa de 0,05 o 0,10 y, puesto que solamente la última porción de fluido tratado posee la concentración más elevada, la fracción media de soluto separado desde el comienzo hasta el punto de ruptura es con frecuencia 0,99 0 superior.

Si la adsorción se continuase más allá del punto de ruptura, la concentración aumentaría rápidamente hasta aproximadamente 0,5 y después se acercaría más lentamente hasta 1,0, tal como se observa en la Figura 24.5*b*. Esta curva en forma de S es similar a la de los perfiles de concentración interna. Mediante un balance de materia se puede demostrar que el área limitada por la curva y la ordenada para $c/c_0 = 1{,}0$ es proporcional a la cantidad total de soluto adsorbido si todo el lecho alcanza el equilibrio con la alimentación. El área hasta el tiempo t_b del punto de ruptura representa la cantidad real adsorbida. Si la zona de transferencia de materia es estrecha con relación a la longitud del lecho, la curva de ruptura será más brusca, como en la Figura 24.6*a*, y se utilizará la mayor parte de la capacidad del sólido hasta el punto de ruptura. Cuando la zona de transferencia de materia coincide con la altura del lecho, la curva de ruptura está muy extendida, como en la Figura *24.66*, y se utiliza menos de la mitad de la capacidad del lecho. Es deseable una estrecha zona de transferencia de materia para una utilización eficaz del adsorbente y para reducir los costes de energía en la regeneración. En el caso ideal de existir resistencia a la transferencia de materia y dispersión axial, la zona de transferencia de materia sería infinitamente estrecha y la curva de ruptura sería una línea vertical desde 0 hasta 1,0 cuando todo el sólido está saturado.

Cambio de escala. La anchura de la zona de transferencia de materia depende de la velocidad de transferencia de materia, de la velocidad de flujo y de la forma de la curva de equilibrio. Se han publicado métodos para predecir los perfiles de concentración y la anchura de la zona, pero generalmente se requieren cálculos laboriosos y los resultados pueden ser inexactos debido a incertidumbres en las correlaciones de transferencia de materia. El cambio de escala de adsorbedores se realiza en general a partir de ensayos de laboratorio en un lecho de pequeño diámetro operando con el mismo tamaño de partícula y velocidad superficial. Sin embargo, la longitud del lecho no tiene por qué ser la misma, tal como se considera en el siguiente apartado.

Longitud de lecho no utilizado. Para sistemas con una isoterma favorable, el perfil de concentración en la zona de transferencia de materia adquiere pronto una forma característica y una anchura que no varía al desplazarse a través del lecho. Por tanto, los ensayos con diferentes longitudes de lecho dan curvas de ruptura de la misma forma, pero en lechos de gran longitud la zona de transferen-

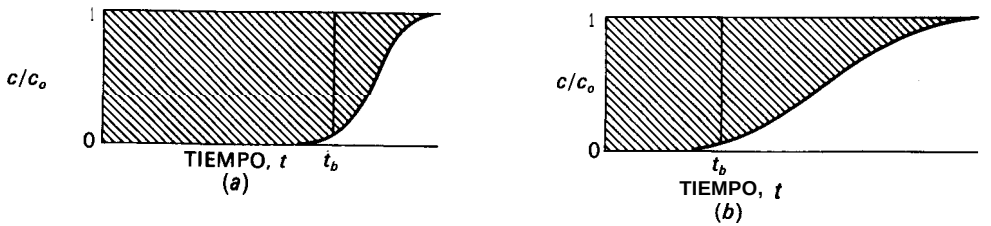


Figura 24.6. Curvas de ruptura para: (a) una estrecha; (b) una amplia zona de transferencia de materia.

cia de materia representa una fracción menor de forma que se utiliza una mayor fracción del lecho. En el punto de ruptura el sólido comprendido entre la entrada del lecho y el comienzo de la zona de transferencia de materia está completamente saturado (en equilibrio con la alimentación). En la zona de transferencia de materia el sólido pasa de estar prácticamente saturado a casi no contener adsorbato, y de una forma aproximada puede suponerse que está a media saturación. Esto es equivalente a tener la mitad del sólido en la zona de transferencia de materia totalmente saturado y la otra mitad sin utilizar. El fundamento del cambio de escala reside en que la cantidad de sólido no utilizado, o longitud de lecho no utilizado, no varía con la longitud total del lecho'.

El cálculo de la longitud de lecho no utilizado a partir de la curva de ruptura se realiza por integración. La capacidad del sólido se obtiene por integración de una curva de ruptura completa o bien a partir de ensayos de equilibrio. La relación entre estas dos cantidades representa la fracción de la capacidad de lecho utilizado, y 1,0 menos esta relación, la fracción no utilizada. Dicha fracción se convierte en una longitud equivalente de lecho (o en una masa equivalente de lecho), que se supone constante. A modo de ejemplo, si un lecho de 20 cm de espesor conduce a un 60 por 100 de utilización en el punto de ruptura, la longitud de lecho no utilizado es 8 cm. Si la longitud del lecho aumenta hasta 40 cm, la parte no utilizada es 8/40, o sea 20 por 100. Por consiguiente, el tiempo del punto de ruptura se multiplica por un factor 40/20 x 0,8/0,6 = 2,67, debido a la mayor longitud de lecho y a la mayor fracción utilizada.

Ejemplo 24.2. La adsorción de n-butano1 contenido en aire se ha estudiado[3] en un pequeño lecho fijo (10,16 cm de diámetro) con 300 y 600 g de carbón, correspondiendo a longitudes de lecho de 8 y 16 cm. (a) A partir de los siguientes datos para la concentración del efluente, estímese la capacidad de saturación del carbón y la fracción de lecho utilizado para $c/c_0 = 0{,}05$. (*b*) Predígase el tiempo del punto de ruptura para una longitud de lecho de 32 cm.

Datos para n-butano1 sobre carbón Columbia JXC 4/6:

$u_0 = 58$ cm/s
$c_0 = 365$ ppm
$T = 25$ °C
$P = 737$ mm Hg

$D_p = 437$ cm
$S = 1194$ m²/g
$\rho_{lecho} = 0{,}461$ g/cm³
$\varepsilon = 0{,}457$

300 g		600 g	
t, h	c/c_0	*t*, h	c/c_0
1	0,005	5	0,0019
1.5	0,01	5,5	0,003
2	0,021	6	0,079
2,4	0,050	6,5	0,018
2,8	0,10	7	0,039
3,3	0,20	7,5	0,077
4	0,29	8	0,15
5	0,56	8,5	0,24

SOLUCIÓN

(a) Los perfiles de concentración se representan en la Figura 24.7 y se amplían hasta $c/c_0 = 1{,}0$, suponiendo que las curvas son simétricas alrededor de $c/c_0 = 0{,}5$.

La velocidad de alimentación. de soluto, por centímetro cuadrado de sección transversal del lecho, es

$$F_A = u_0 c_0 M$$

$$= 58 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \left(\frac{365 \times 10^{-6}}{22400} \times \frac{273}{298} \times \frac{737}{760} \right) \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3} \times 74{,}12 \text{ g/mol}$$

$$= 6{,}22 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^2\text{-s} \quad \text{o} \quad 0{,}224 \text{ g/cm}^2\text{-h}$$

El soluto total adsorbido viene dado por el área de la gráfica multiplicada por F_A. Para el lecho de 8 cm el área es

$$\int_0^{8{,}5} \left(1 - \frac{c}{c_0}\right) dt = 4{,}79 \text{ h}$$

Este área corresponde al tiempo ideal que se necesitaría para adsorber la misma cantidad si la curva de ruptura fuese una línea vertical. La masa de carbón por unidad de área de la sección transversal del lecho es 8 x 0,641 = 3,69 g/cm². Por tanto

$$W_{\text{sat}} = \frac{0{,}224 \times 4{,}79}{3{,}69} = 0{,}291 \text{ g soluto/g carbón}$$

En el punto de ruptura, cuando $c/c_0 = 0{,}5$,

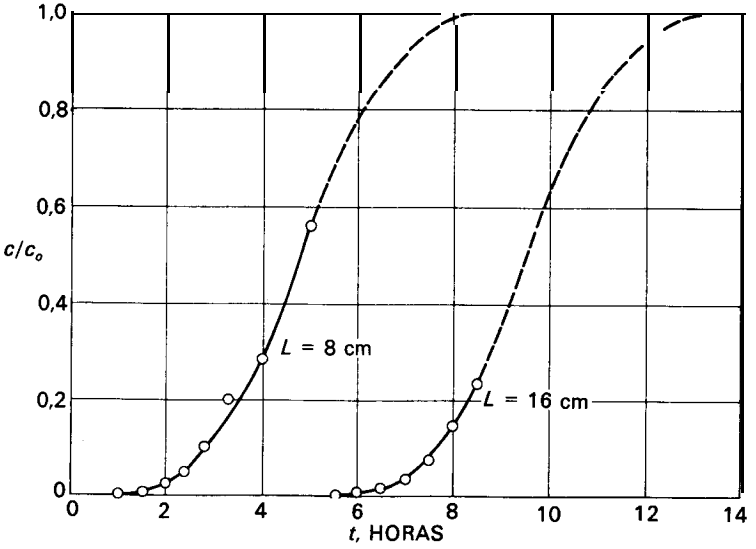


Figura 24.7. Curvas de ruptura para el Ejemplo 24.2.

$$\int_0^{2,4} \left(1 - \frac{c}{c_0}\right) dt = 2,37 \text{ h}$$

La cantidad adsorbida hasta el punto de ruptura es, por tanto,

$$W_b = \frac{0,224 \times 2,37}{3,69} = 0,144 \text{ g soluto/g carbón}$$

$$\frac{W_b}{W_{sat}} = \frac{0,144}{0,291} = 0,495$$

Por consiguiente, no se utiliza un 50 por 100 de la capacidad, lo que representa una longitud de 4 cm.

Para el lecho de 16 cm la curva de ruptura tiene la misma pendiente inicial que la curva para el lecho de 8 cm y, aunque no se han tomado datos más allá de $c/c_0 = 0,25$, se supone que las curvas son paralelas.

Para todo el lecho

$$\int_0^{13} \left(1 - \frac{c}{c_0}\right) dt = 9,59 \text{ h}$$

$$W_{sat} = \frac{0,224 \times 9,59}{16 \times 0,461} = 0,291 \text{ g soluto/g carbón}$$

Para $c/c_0 = 0,05$, $t = 7,1$ h, y

$$\int_0^{7,1} \left(1 - \frac{c}{c_0}\right) dt = 7,07 \text{ h}$$

$$W_b = \frac{0,224 \times 7,07}{16 \times 0.461} = 0,215 \text{ g soluto/g carbón}$$

$$\frac{W_b}{W_{sat}} = \frac{0,215}{0,291} = 0,739$$

En el punto de ruptura se utiliza un 74 por 100 de la capacidad del lecho, lo que corresponde a una sección de longitud no utilizada de $0,26 \times 16 = 4,2$ cm. Dentro del error experimental, las longitudes de lecho no utilizado concuerdan, y es de esperar un valor de 4,1 cm para un lecho todavía más largo.

(b) Para $L = 32$ cm, la longitud esperada para el lecho totalmente utilizado es $32 - 4,1 = 27,9$ cm. La fracción de lecho utilizado es

$$\frac{W_b}{W_{sat}} = \frac{27,9}{32} = 0,872$$

El tiempo del punto de ruptura es

$$t_b = \frac{L(W_b/W_{sat})\rho_{lecho} W_{sat}}{F_A} = \frac{27,9 \times 0,461 \times 0,291}{0,224} = 16,7 \text{ h}$$

Sumario

L, cm	8	16	32
t_b, h	2,4	7,1	16,7
W_b/W_{sat}	0,50	0,74	0,87

Efecto de la concentración de la alimentación. El efecto de variaciones moderadas en la concentración de la alimentación sobre la curva de ruptura pueden predecirse, puesto que la anchura de la zona de transferencia de materia no se modifica. La capacidad de equilibrio se determina a partir de la isoterma de adsorción, y el tiempo del punto de ruptura es proporcional a la capacidad del sólido e inversamente proporcional a la concentración de la alimentación. Pueden realizarse ensayos de laboratorio utilizando concentraciones de un contaminante más elevadas que las esperadas con el fin de acortar el tiempo de un ensayo de ruptura. Diferencias elevadas de concentración pueden conducir a errores en el cambio de escala debido a variaciones del coeficiente de transferencia de materia o a efectos de la temperatura.

La adsorción es un proceso exotérmico y puede originarse un aumento de la temperatura de un lecho entre 10 y 50 °C cuando se tratan vapores con solamente un 1 por 100 de adsorbato. En lechos de pequeño diámetro las pérdidas de calor limitarán el aumento de temperatura, pero una unidad grande operará casi adiabáticamente y pueden producirse importantes diferencias en su funcionamiento. En estos casos deberá utilizarse una planta piloto de gran diámetro o bien realizar cálculos detallados para tener en cuenta la generación y transmisión de calor en el lecho.

Ecuaciones básicas de adsorción

Aunque los adsorbedores se diseñan generalmente a partir de datos de laboratorio, a veces puede predecirse de forma aproximada su comportamiento a partir de datos de equilibrio y cálculos de transferencia de materia. En esta parte se presentan las ecuaciones básicas para la adsorción isotérmica en lechos fijos, y se dan soluciones para algunos casos límite.

Velocidad de transferencia de materia. Las ecuaciones para. la transferencia de materia en la adsorción en lecho fijo se obtienen planteando un balance de materia de soluto a una sección dL del lecho, tal como se muestra en la Figura 24.8. La velocidad de acumulación en el fluido y en el sólido es la diferencia entre los flujos de entrada y salida. La variación de la velocidad superficial se desprecia.

$$\varepsilon\, dL\, \frac{\partial c}{\partial t} + (1 - \varepsilon)\, dL\, \rho_p\, \frac{\partial W}{\partial t} = u_0 c - u_0(c + dc) \qquad (24.1)$$

o bien

$$\varepsilon\, \frac{\partial c}{\partial t} + (1 - \varepsilon)\rho_p\, \frac{\partial W}{\partial t} = -u_0\, \frac{\partial c}{\partial L} \qquad (24.2)$$

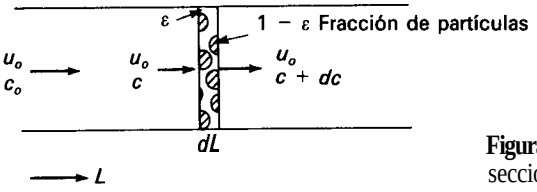


Figura 24.8. Balance de materia para una sección de un lecho fijo.

El término ε es la fracción externa de huecos del lecho, y el soluto disuelto en el fluido de los poros se incluye en la fracción de partículas $1 - \varepsilon$. Para la adsorción desde un gas o una disolución diluida, el primer término de la Ecuación (24.2), que corresponde a la acumulación en el fluido, generalmente es despreciable en comparación con la acumulación en el sólido.

El mecanismo de transferencia hacia el sólido incluye la difusión a través de la película de fluido que rodea la partícula y la difusión a través de los poros hacia los puntos interiores de adsorción. El proceso real de adsorción física es prácticamente instantáneo y se supone que existe equilibrio entre la superficie y el fluido en cada punto dentro de la partícula. El proceso de transferencia se puede obtener de forma aproximada utilizando un coeficiente volumétrico global y una fuerza impulsora global:

$$\rho_p(1 - \varepsilon)\frac{\partial W}{\partial t} = K_c a(c - c^*) \qquad (24.3)$$

El área de transferencia de materia a se toma como la superficie externa de las partículas, que para el caso de esferas es $6(1 - \varepsilon)/D_p$. La concentración c^* es el valor que estaría en equilibrio con la concentración media W en el sólido.

Coeficientes interno y externo de transferencia de materia. El coeficiente global k_c depende del coeficiente externo $k_{c,\,ext}$ y de un coeficiente interno efectivo $K_{c,\,int}$. La difusión en el interior de la partícula es realmente un proceso de estado no estacionario, y el valor de $k_{c,\,int}$ disminuye con el tiempo puesto que las moléculas de soluto tienen que penetrar cada vez más hacia el interior de la partícula para alcanzar los puntos de adsorción. Se puede utilizar un coeficiente medio para obtener un ajuste aproximado de los datos para esferas:

$$k_{c,\,int} \approx \frac{10D_e}{D_p} \qquad (24.4)$$

Esto conduce a

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_{c,\,ext}} + \frac{D_p}{10D_e} \qquad (24.5)$$

El coeficiente efectivo de difusión D_e depende de la porosidad de las partículas, del diámetro de los poros, de la tortuosidad y de la naturaleza de las especies

que se difunden. Para poros llenos de gas, los anteriores factores permiten una razonable estimación de la difusividad efectiva en la fase gaseosa. Sin embargo, la difusión de las moléculas adsorbidas a lo largo de las paredes de los poros, que recibe el nombre de difusión superficial, con frecuencia contribuye mucho más a la densidad de flujo total que la difusión en la fase gaseosa. Esto resulta especialmente evidente en la adsorción de vapor de agua sobre gel de sílice y en la adsorción de vapores de hidrocarburos sobre carbón, donde el vapor medio de K_c corresponde a coeficientes internos y externos de magnitud comparable y aun a control de la película externa. Para la adsorción de solutos a partir de disoluciones acuosas, la migración de superficie es mucho menos importante y la resistencia de la difusión interna generalmente domina el proceso de transferencia.

Soluciones de las ecuaciones de transferencia de materia

Existen muchas soluciones de las Ecuaciones (24.2) y (24.3) para diferentes formas de isotermas y etapas controlantes; en todas las soluciones interviene un tiempo adimensional τ y un parámetro N que representa el número global de unidades de transferencia:

$$\tau \equiv \frac{u_0 c_0 (t - L_T \varepsilon / u_0)}{\rho_p (1 - \varepsilon) L_T W_{sat}} \tag{24.6}$$

$$N \equiv \frac{K_c a L_T}{u_0} \tag{24.7}$$

El término (L_T/u_0) de la Ecuación (24.6) representa el tiempo necesario para desplazar el fluido desde los huecos externos del lecho y normalmente es despreciable. El producto $(u_0 c_0 t)$, la alimentación total de soluto a una unidad de la sección transversal del lecho hasta un tiempo t, y el denominador, la capacidad del lecho o cantidad de soluto adsorbido si todo el lecho alcanzase el equilibrio con la alimentación. Si no hubiese resistencia a la transferencia de materia el adsorbedor operaría con una separación completa de soluto hasta $\tau = 1{,}0$, y después la concentración pasaría de 0 hasta $c/c_0 = 1{,}0$. Con una velocidad finita de transferencia de materia la ruptura ocurre para $\tau = 1{,}0$ y la curvatura de la curva de ruptura depende del parámetro N y de la forma de la curva de equilibrio.

Adsorción irreversible. La adsorción irreversible con un coeficiente de transferencia de materia constante es el caso más sencillo a considerar puesto que la velocidad de transferencia de materia es entonces proporcional a la concentración del fluido. Un coeficiente verdaderamente constante se obtiene solamente cuando toda la resistencia está en la película externa, pero una resistencia interna moderada no cambia mucho la curva de ruptura. La adsorción muy favorable conduce casi a los mismos resultados que la adsorción irreversible debido a que la concentración de equilibrio en el fluido es prácticamente cero hasta que la concentración del sólido alcanza la mitad del vapor de saturación. Si se desprecia

el término de acumulación en el fluido, las Ecuaciones (24.2) y (24.3) se combinan para dar

$$-u_0 \frac{\partial c}{\partial L} = K_c a c \tag{24.8}$$

La forma inicial del perfil de concentración se obtiene por integración de la Ecuación (24.8) para dar

$$\ln \frac{c}{c_0} = -\frac{K_c a L}{u_0} \tag{24.9}$$

Al final del lecho, cuando $L = L_T$, la concentración viene dada por

$$\ln \frac{c}{c_0} = -\frac{K_c a L_T}{u_0} = -\mathrm{N} \tag{24.10}$$

Si, por ejemplo, el lecho contiene solamente tres unidades de transferencia, la concentración a la salida sería $0{,}05c_0$, pero generalmente N será 10 o más y c a la salida será una fracción muy pequeña de c_0, de tal forma que puede considerarse cero.

La velocidad de transferencia de materia hacia la primera capa de partículas se supone que es constante hasta que las partículas alcanzan el equilibrio con el fluido, y mientras esto ocurre el perfil de concentración en el lecho permanece constante. El tiempo necesario para saturar la primera porción t_1 del lecho es igual a la capacidad dividida por la velocidad inicial de transferencia:

$$t_1 = \frac{W_{\mathrm{sat}} \rho_p (1 - \varepsilon)}{K_c a c_0} \tag{24.11}$$

Después de este tiempo el perfil de concentración se desplaza estacionariamente en el lecho manteniendo la misma forma. La zona de transferencia se mueve con una velocidad v_z que es igual a la cantidad de soluto separado por unidad de tiempo dividida por la cantidad retenida sobre el sólido por unidad de longitud del lecho:

$$v_z = \frac{u_0 c_0}{\rho_p (1 - \varepsilon) W_{\mathrm{sat}}} \tag{24.12}$$

La concentración es una constante c_0 para la porción de lecho saturado y después disminuye exponencialmente en la zona de transferencia de materia, tal como muestra la Figura 24.9.

$$\ln \frac{c}{c_0} = \frac{-K_c a (L - L_{\mathrm{sat}})}{u_0} \tag{24.13}$$

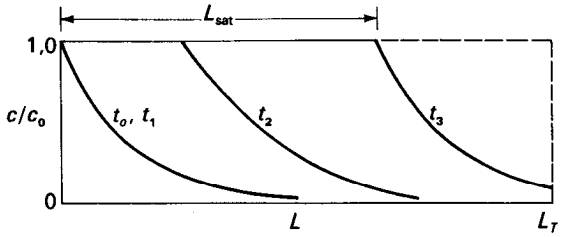


Figura 24.9. Perfiles de concentración para adsorción irreversible con un coeficiente constante.

Para predecir el punto de ruptura se aplica la Ecuación (24.13) para $L = L_T$ tomando c/c_0 igual a 0,05 u otro valor seleccionado. La longitud de lecho saturado es el producto de la velocidad de la zona de transferencia por el tiempo desde que la zona comienza a desplazarse:

$$L_{sat} = v_z(t - t_1) \tag{24.14}$$

$$L_{sat} = \frac{u_0 c_0}{\rho_p(1 - \varepsilon)W_{sat}}\left[t - \frac{W_{sat}\rho_p(1 - \varepsilon)}{K_c a c_0}\right] \tag{24.15}$$

Sustituyendo la ecuación para L_{sat} en la Ecuación (24.13) y utilizando los términos adimensionales N y τ [Ecs. (24.6) y (24.7)] se obtiene

$$\ln \frac{c}{c_0} = -N + N\tau - 1 \tag{24.16}$$

o bien

$$\ln \frac{c}{c_0} = N(\tau - 1) - 1 \tag{24.17}$$

En la Figura 24.10 se presenta la curva de ruptura predicha, que corresponde a la línea de trazo continuo. La pendiente aumenta con el tiempo y c/c_0 se hace 1,0 para $N(\tau - 1) = 1{,}0$. En la práctica las curvas de ruptura tienen forma de S debido a que la resistencia de la difusión interna no es despreciable y aumentan algo cuando el sólido se satura.

Si la difusión en los poros controla la velocidad de adsorción, la curva de ruptura tiene una forma opuesta a la de la correspondiente al control de la película externa. La línea correspondiente de la Figura 24.10 está tomada del trabajo de Hall et al.[6], quienes presentan curvas de ruptura para diferentes casos de adsorción irreversible. Cuando controla la difusión en los poros, la pendiente inicial de la curva es elevada debido a que en las inmediaciones del frente de la zona de transferencia de materia casi no hay adsorbato y la distancia media de difusión es una fracción muy pequeña del radio de la partícula. La curva tiene una larga cola debido a que las últimas moléculas que se adsorben se tienen que difundir casi hasta el centro de la partícula.

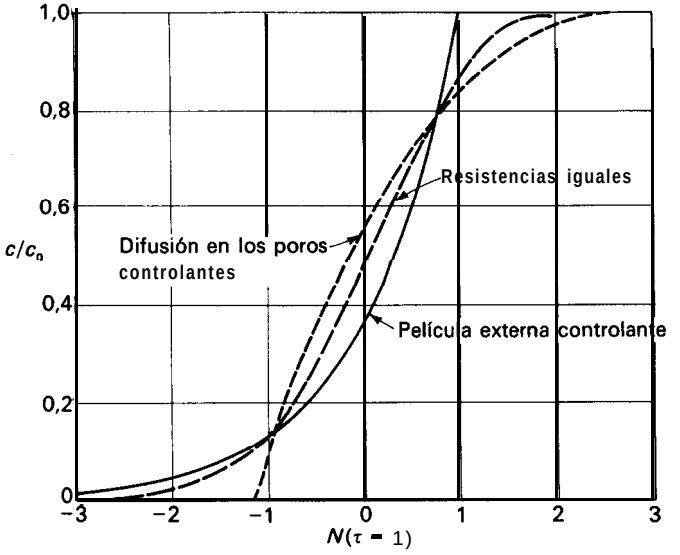


Figura 24.10. Curvas de ruptura para adsorción irreversible.

Cuando tanto la resistencia interna como la externa son significativas, la curva de ruptura tiene forma de S, tal como muestra la línea de trazo discontinuo de la Figura 24.10. En esta gráfica el valor de N está basado en el coeficiente global de transferencia de materia dado por la Ecuación (24.5), y en la terminología de Hall puede expresarse en la siguiente forma

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_f} + \frac{1}{N_p} \tag{24.18}$$

donde

$$N_f = \frac{k_{c,\,ext} a L_T}{u_0}$$

$$N_p = \frac{10 D_e a L_T}{D_p u_0}$$

Ejemplo 24.3. (a) Utilícense los datos de ruptura del Ejemplo 24.2 para determinar N y $K_c a$ para el lecho de 8 cm, suponiendo adsorción irreversible. (b) Compárese el valor de $K_c a$ con el predicho de $k_c a$ para la película externa.

SOLUCIÓN

(a) A partir del Ejemplo 24.2, para $c/c_0 = 0{,}05$, $W/W_{sat} = 0{,}495$, $\tau = 0{,}495$, $\tau - 1 = 0{,}505$. Para determinar N a partir de la Figura 24.10 se supone que las resistencias internas y externa son iguales.

$$N(\tau - 1) = -1{,}6 \qquad \text{para } \frac{c}{c0} = 0{,}05$$

$$N = \frac{-1,6}{-0,505} = 3,17 = \frac{K_c a L_T}{u_0}$$

$$K_c a = \frac{3,17 \times 58 \text{ cm/s}}{8 \text{ cm}} = 23\ 0 \text{ s}^{-1}$$

(*b*) Predicción de k_c a partir de N_{Re}, N_{Sc}

$$D_p = 0,37 \text{ cm}$$

A 25 °C y 1 atm, $\mu/\rho = 0,152$ cm^2/s, $D_v = 0,0861$ cm^2/s. Por tanto

$$N_{Re} = \frac{0,37(58)}{0,152} = 141$$

$$N_{Sc} = \frac{0,152}{0,0861} = 1,765$$

A partir de la Ecuación (21.56), $N_{Sh} = 1,17(141)^{0,585}(1,765)^{1/3} = 25,6$

$$k_c = \frac{25,6(0,0861)}{0,37} = 5,96 \text{ cm/s}$$

$$a = \frac{6(1-\varepsilon)}{D_p} = \frac{6(1 - 0,457)}{0,37} = 8\,81$$

$$k_c a = 5,96 \times 8,81 = 52,5 \text{ s}^{-1}$$

Puesto que $K_c a$ es ligeramente inferior a la mitad del vapor predicho de $k_c a$, la resistencia externa es del orden de la mitad de la resistencia total y no es preciso revisar el valor de N. El coeficiente interno puede obtenerse a partir de

$$\frac{1}{k_{c,\text{int}}} = \frac{1}{K_c} - \frac{1}{k_{c,\text{ext}}}$$

$$K_c = \frac{23,0}{8.81} = 2,61 \text{ cm/s}$$

$$k_{c,\text{int}} = \frac{1}{(1/2,61) - (1/5,96)} = 4,64 \text{ cm/s}$$

Si la difusión en el interior de la partícula ocurriese solamente en la fase gaseosa, el valor máximo posible de D_e sería del orden de $D_v/4$, lo que conduce a

$$k_{c,\text{int}} = \frac{10 D_e}{D_p} = \frac{10 \times 0,0861}{4 \times 0,37} = 0,58 \text{ cm/s}$$

Puesto que el valor medido de $k_{c,\text{int}}$ es un orden de magnitud superior a su valor, la difusión de superficie debe ser el mecanismo predominante de la transferencia.

Isoterma lineal. La adsorción con una isoterma lineal es otro caso límite para el que existen soluciones de las Ecuaciones (24.2) y (24.3). Con una isoterma lineal, las ecuaciones son de la misma forma que las correspondientes al paso de una onda de temperatura a través de un lecho fijo:

$$\varepsilon c_p \frac{\partial T_g}{\partial t} + (1 - \varepsilon)\rho_p c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = -u_0 \rho c_p \frac{\partial T_g}{\partial L} \tag{24.19}$$

$$(1 - \varepsilon)\rho_p c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = Ua(T_g - T_s) \tag{24.20}$$

Las soluciones para el problema de transmisión de calor, que surge en el uso de lechos de relleno como recuperadores de calor por contacto directo, fueron obtenida por Furnas[2] en 1930. El parámetro N_H es el número de unidades de transferencia de calor. Para transmisión de calor, el tiempo adimensional τ es igual a la capacidad calorífica del gas multiplicada por la cantidad de gas que ha pasado a través del lecho y dividida por la capacidad total del lecho. Para N_H = co, la curva de ruptura de T_g/T_0 frente a τ sería una línea vertical para τ = 1,0, lo mismo que para transferencia de materia Las ecuaciones de definición son

$$\tau = \frac{u_0 \rho c_p t}{\rho_s c_s (1 - \varepsilon) L_T} \tag{24.21}$$

$$N_H = \frac{Ua L_T}{\rho c_p u_0} \tag{24.22}$$

Las curvas de ruptura son expresiones complejas que se presentan mejor en forma gráfica como en la Figura 24. ll. Estas curvas se hacen más pronunciadas con relación a la longitud del lecho para valores elevados de N, pero la anchura absoluta de la zona de transferencia aumenta realmente con $L_T^{1/2}$. Para la adsorción con una isoterma lineal se requiere un lecho muy largo con el fin de que la zona de transferencia sea una pequeña fracción de la anchura del lecho, en contraste con lo que ocurre en la adsorción con una isoterma favorable. Por ejemplo, si N = 10, la Figura 24.11 muestra que el punto de ruptura se alcanzaría para τ = 0,35, y solamente un 35 por 100 de la capacidad del lecho sería utilizado. Duplicando la longitud del lecho de forma que N = 20, τ aumenta hasta solamente 0,50 para el punto de ruptura; N tendría que ser superior a 100 para utilizar el 80 por 100 de la capacidad del lecho. Para la adsorción irreversible con iguales resistencias interna y externa, con N = 10 se obtiene $N(\tau - 1) = -1{,}6$, o bien τ = 0,84 en el punto de ruptura.

Adsorción favorable. Para adsorción favorable, el punto de ruptura ocurre entre los valores predichos para la adsorción lineal y la adsorción irreversible. Se dispone de soluciones para ciertas formas de isotermas y diferentes valores de las resistencias interna y externa[6, 8] Estas soluciones han encontrado aplicación en el diseño de cambiadores de ion, donde el equilibrio sólido-fluido y las difusividades internas se pueden caracterizar más fácilmente que en adsorción.

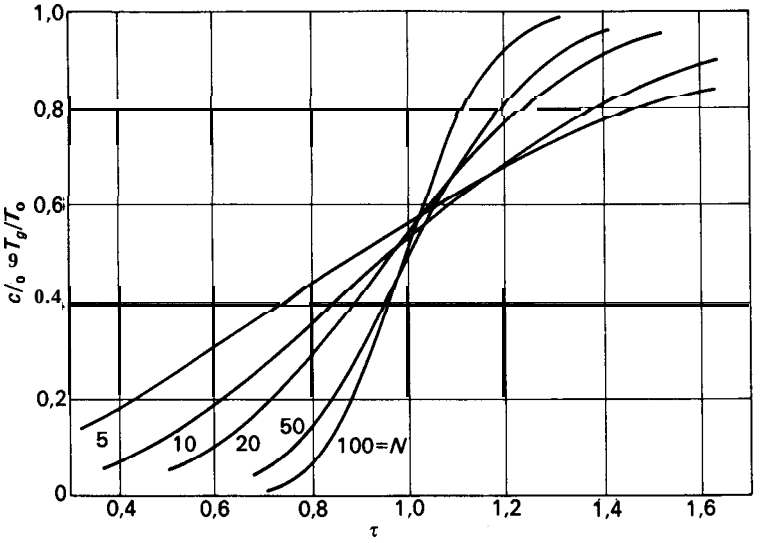


Figura 24.11. Curvas de ruptura para adsorción con una isoterma lineal 0 para transferencia de calor.

SIMBOLOS

- a Area de la superficie externa por unidad de volumen de lecho, pie^{-1} o m^{-1}
- b Constante en las ecuaciones de las isotermas de adsorción
- c Concentración de adsorbato en el fluido, g/g o ppm; c_0, en la alimentación; c^*, en equilibrio con la concentración en el sólido
- c_p Capacidad calorífica del fluido, Btu/lb-°F o J/g-°C
- c_s Capacidad calorífica del sólido, Btu/lb-°F o J/g-°C
- D_e Difusividad efectiva, pie^2/h o cm^2/s
- D_p Diámetro de la partícula, pies o m
- D_v Difusividad volumétrica, pie^2/h o cm^2/s
- F_A Velocidad de alimentación de adsorbato por unidad de área de la sección transversal del lecho, g/cm^2-s
- f Fugacidad, atm o mm Hg; f_s, del líquido saturado
- $\mathscr{H}_R$ Humedad relativa
- K Constante en la isoterma de adsorción
- K_c Coeficiente global de transferencia de matera, pies/s o m/s
- $K_c a$ Coeficiente volumétrico global de transferencia de materia, s^{-1}
- k_c Coeficiente individual de transferencia de materia, pies/s o m/s; $k_{c,\,ext}$, para la película externa; $k_{c,\,int}$, para la difusión interna
- $k_c a$ Coeficiente volumétrico individual de transferencia de materia, s^{-1}
- L Distancia a lo largo del lecho, pies o m; L_T, longitud total del lecho
- M Peso molecular
- m Exponente en la ecuación de Freundlich
- N Número de unidades de transferencia de materia; N_f, basada en la difusión en los poros
- N_H Número de unidades de transferencia de calor

N_{Re} Número de Reynolds, $D_p u_0 \rho/\mu$
N_{Sc} Número de Schmidt, $\mu/\rho D_v$
N_{Sh} Número de Sherwood, $k_c D_p/D_v$
P Presión total, atm o mm Hg; P', presión de vapor
p Presión parcial, atm o mm Hg
S Area de la superficie interna del sólido, pie^2/lb o m^2/g
T Temperatura, °F, °C, °R o K, T_g, del sólido; T_0, valor inicial
U Coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F o W/m^2-°C
Ua Coeficiente volumétrico global de transmisión de calor, Btu/pie^3-h-°F o W/m^3-°C
u_0 Velocidad superficial del fluido, pies/s, m/s o cm/s
V Volumen molar a la temperatura normal de ebullición, cm^3/mol-g
v_z Velocidad de la zona de transferencia, pies/s o cm/s
W Carga de adsorbato, g/g de sólido; W_b, en el punto de ruptura; W_{sat}, en equilibrio con el fluido

Letras griegas

ε Fracción externa de huecos del lecho
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_L, del líquido; ρ_p, de la partícula
ϕ Parámetro definido por la Ecuación (24.6), adimensional

PROBLEMAS

24.1. Se está considerando la adsorción sobre carbón activado de 6 x 10 mallas para recuperar metil-etilcetona (MEK) a partir de una corriente de aire a 25 °C y 1 atm. El flujo de aire es de 11 000 pie^3/min, medido en condiciones normales, y el aire contiene 0,43 lb de MEK/1000 pie^3. Si la velocidad superficial es de 0,5 pies/s y se desea un ciclo de adsorción por lo menos de 8 h, ¿qué dimensiones aproximadas de lecho deberán utilizarse? Supóngase que la densidad global del carbón es 30 lb/pie^3.

24.2. Se utiliza carbón granular para separar fenol de un agua residual. Si se usa carbón de 10 x 20 mallas con una velocidad superficial de 0,1 pies/s, estímese el número de unidades de transferencia de un lecho de 12 pies de espesor. La difusividad efectiva en las partículas puede tomarse como 0,2 veces la difusividad global.

24.3. Aire con una humedad relativa del 50 por 100 a 20 °C se comprime hasta 8 atm, se enfría hasta 30 °C para condensar algo del agua y posteriormente se seca con gel de sílice. ¿Qué fracción del agua contenida en el aire se separa en el condensador? Calcúlese la capacidad de equilibrio del gel de sílice si la adsorción se lleva a cabo a 30 °C y si la temperatura media del lecho aumenta hasta 50 °C.

24.4. En el diseño preliminar de un adsorbedor en fase de vapor se ha especificado un lecho de carbón de 6 x 16 mallas, 6 pies de diámetro, 4 pies de espesor y una velocidad superficial de 60 pies/min. Sin embargo, la caída de presión estimada de 16 pulg de H_2O es superior al doble del valor deseado. Si se utiliza la misma cantidad de carbón en un lecho más ancho y menos profundo, ¿cómo se afectará la caída de presión y la curvatura de la curva de ruptura? Sugiérase un diseño apropiado del lecho.

24.5. Collins[1] da datos para el secado de nitrógeno con un tamiz molecular tipo 4A. Calcúlese la capacidad de saturación a partir de la curva de ruptura y determínese la longitud de lecho no utilizado tomando como base una concentración del punto de ruptura c/c_0 de 405.

T = 79 °F
P = 86 psia
N_2 alimentación = 29.2 mol/h-pie^2

L_T = 1,44 pies
ρ_b = 44,4 lb/pie^3
$_{CO}$ = 1490 ppm

t, h	0	10	15	15,4	15,6	15,8	16	16,2
c, ppm	<1	<1	<1	5	26	74	145	260

t, h	16,4	16,6	16,8	17	17,2	17,6	18	18,5
c, ppm	430	610	798	978	1125	1355	1465	1490

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. COLLINS, J. J.: *AIChE Symp. Ser.*, núm. 74, 63:31 (1967).
2. FURNAS, C. C.: *Trans, AIChE,* 24:142 *(1930).*
3. GOLOVY, A., y BRASLAW, J.: *Enoiron. Progr.,* 1:89 (1982).
4. GRANT, R. J.; MANES, M., y SMITH, S. B.: *AIChE J.*, 8:403 *(1962).*
5. GRANT, R. J., *y* MANES, *M.: Ind. Eng. Chem. Fund.,* 3:221 (1964).
6. HALL, K. R.; EAGLETON, L. C.; ACRIVOS, A., y VERMEULEN, T.: *Ind. Eng. Chem. Fund.,* 5:212 (1966).
7. LEWIS, W. K.; GILLILAND, E. R.; GHERTOW, B., y CADOGAN, W. P.: *Ind. Eng. Chem.*, 42:1326 (1950).
8. VERMEULEN, T.; KLEIN, G., y HIESTER, N. K., en PERRY'S, J. H.: «Chemical Engineers' Handbook», 5.' ed., sec. 16, McGraw-Hill, 1973.

CAPITULO

VEINTICINCO

SECADO DE SOLIDOS

En general, el secado de sólidos consiste en separar vequeñas cantidades de agua u otro líquido de un material sólido con el fin de reducir el contenido de líquido residual hasta un valor aceptablemente bajo. El secado es habitualmente la etapa final de una serie de operaciones y, con frecuencia, el producto que se extrae de un secadero pasa a empaquetado.

El agua u otros líquidos pueden separarse de sólidos mecánicamente mediante prensas o centrífugas, o bien térmicamente mediante evaporación. Este capítulo versa sobre el secado por vaporización térmica. Generalmente eliminar líquidos por métodos mecánicos es más barato que por métodos térmicos, y por esta razón es aconsejable reducir el contenido de líquido en lo posible antes de operar en secadero térmico.

El contenido de líquido de una sustancia seca varía de un producto a otro. Ocasionalmente el producto no contiene líquido y recibe el nombre de *totalmente* seco, pero lo más frecuente es que el producto contenga algo de líquido. La sal de mesa, por ejemplo, contiene del orden de 0,5 por 100 de agua, el carbón seco un 4 por 100 y la caseína un 8 por 100. Secado es un término relativo y tan sólo quiere decir que hay una reducción del contenido de líquido.

Los sólidos que se secan pueden tener formas diferentes -escamas, gránulos, cristales, polvo, tablas o láminas continuas- y poseer propiedades muy diferentes. El líquido que ha de vaporizarse puede aumentar sobre la superficie del sólido, como en el secado de cristales salinos, en el interior del sólido, como en el caso de eliminación de disolvente de una lámina de un polímero, o parte en el exterior y parte en el interior. La alimentación de algunos secaderos es un líquido en el que está suspedido el sólido en forma de partículas o en disolución. El producto que se seca puede soportar temperaturas elevadas o bien requiere un tratamiento suave a temperaturas bajas o moderadas. Esto da lugar a que en el mercado exista un gran número de tipos de secaderos comerciales. Las diferencias residen fundamentalmente en la forma en que se mueven los sólidos a través de la zona de secado y en la forma en la que se transmite calor.

Clasificación de secaderos. No existe una forma sencilla de clasificar el equipo de secado. Algunos secaderos son continuos mientras que otros operan por

cargas; unos mantienen agitado el sólido y otros no. Para reducir la temperatura de secado puede operarse a vacío. Existen secaderos que pueden operar con cualquier tipo de material mientras que otros presentan limitaciones en la alimentación.

Los equipos de secado pueden clasificarse en: (1) secaderos en los que el sólido se encuentra directamente expuesto a un gas caliente (generalmente aire), y (2) secaderos en los que el calor es transmitido al sólido desde un medio externo tal como vapor de agua condensante, generalmente a través de una superficie metálica con la que el sólido está en contacto [6]. Los secaderos que exponen los sólidos a un gas caliente se llaman ***adiabáticos o secaderos directos;*** aquellos en los que el calor es transmitido desde un medio externo reciben el nombre de ***no adiabáticos o secaderos indirectos.*** Los secaderos calentados por energía radiante, dieléctrica o de microondas, también son no adiabáticos. Algunas unidades combinan el secado adiabático y no adiabático, y se denominan secaderos ***directos-indirectos.***

Tratamiento de sólidos en secaderos. La mayor parte de los secaderos industriales operan con partículas de sólidos durante todo o una parte del ciclo de secado, aunque, por supuesto, algunos secan grandes piezas individuales, tales como vasijas de cerámica o láminas de un polímero. Las propiedades de partículas de sólidos se tratan en el Capítulo 26. En este sólo se describen los diferentes modelos de movimiento de partículas de sólidos a través de secaderos, a fin de comprender los fundamentos del secado.

En los secaderos adiabáticos los sólidos están expuestos al gas de alguna de estas formas:

1. El gas circula sobre la superficie de un lecho o una lámina del sólido, o bien sobre una o ambas caras de una lámina o película continua. Este proceso se llama ***secado con circulación superficial*** (Fig. 25.1*a*).
2. El gas circula a través de un lecho de sólidos granulares gruesos que están soportados sobre una rejilla. Recibe el nombre de ***secado con circulación a través.*** Como en el caso del secado con circulación superficial, la velocidad del gas se mantiene baja para evitar el arrastre de partículas sólidas (Fig. 25.1*b*).
3. Los sólidos descienden en forma de lluvia a través de una corriente gaseosa que se mueve lentamente, con frecuencia dando lugar a un arrastre no deseado de las partículas finas (Fig. 25.1*c*).
4. El gas pasa a través de los sólidos con una velocidad suficiente para fluidizar el lecho, tal como se ha estudiado en el Capítulo 7. Inevitablemente se produce arrastre de las partículas más finas (Fig. 25.1*d*).
5. Los sólidos son totalmente arrastrados por una corriente gaseosa de alta velocidad y neumáticamente transportados desde un dispositivo de mezcla hasta un separador mecánico (Fig. 25.1*e*).

En los secaderos no adiabáticos el único gas a separar es el agua o disolvente que se vaporiza, aunque en ocasiones se hace circular a través de la unidad una pequeña cantidad de «gas de barrido» (frecuentemente aire o nitrógeno). Los secaderos no adiabáticos difieren básicamente en la forma en la que los sólidos se

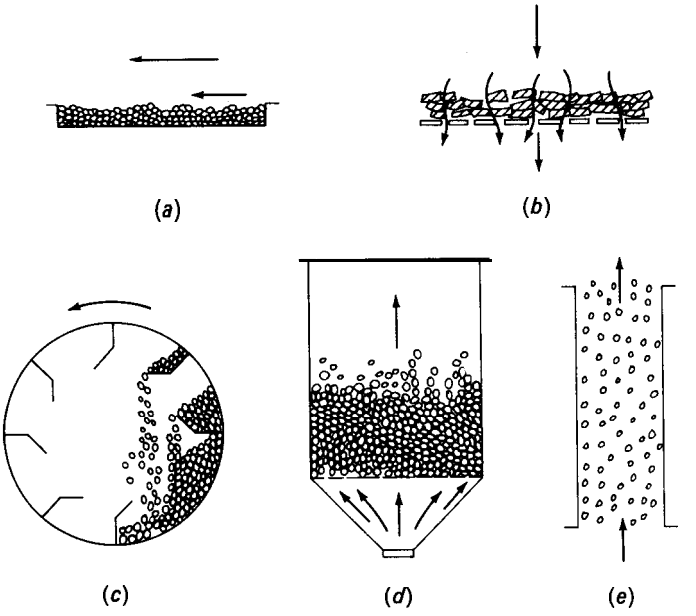


Figura 25.1. Modelos de interacción gas-sólido en secaderos: (n) flujo de gas sobre un lecho estático de sólidos; *(b)* flujo de gas a través de un lecho de sólidos; (c) acción en un secadero rotatorio; *(d)* lecho fluidizado de sólidos; (e) flujo en paralelo gas-sólido en un secadero flash de transporte neumático.

exponen a la superficie caliente o a otra fuente de calor, pudiendo ser alguna de las siguientes:

1. Los sólidos se esparcen sobre una superficie horizontal estacionaria o que se desplaza lentamente y se «cuecen» hasta que se secan. La superficie puede calentarse eléctricamente o mediante un fluido de transmisión de calor tal como vapor de agua o agua caliente. Alternativamente, el calor puede aplicarse por medio de un calentador radiante situado encima del sólido.
2. Los sólidos se mueven sobre una superficie caliente, generalmente cilíndrica, por medio de un agitador o un transportador de tornillo o de palas.
3. Los sólidos deslizan por gravedad sobre una superficie inclinada caliente o bien son transportados en sentido ascendente por la superficie y deslizándose posteriormente hasta una nueva localización. (Véanse los «Secaderos rotatorios», pág. 850.)

FUNDAMENTOS DEL SECADO

Debido a la gran variedad de materiales que se secan y a los muchos tipos de equipo que se utilizan, no existe una sola teoría de secado que comprenda todos

los materiales y tipos de secadores. Las variaciones posibles en forma y tamaño de los materiales, de la humedad de equilibrio, de los mecanismos del flujo de humedad a través del sólido, así como en el mecanismo de transmisión de calor que se requiere para la vaporización, impiden que se pueda hacer un tratamiento unificado. Son conocidos, sin embargo, los fundamentos generales, que se utilizan en forma semicuantitativa. Los secaderos rara vez se diseñan por los usuarios, sino que se adquieren a compañías especializadas en la ingeniería y fabricación de este tipo de equipos.

Modelos de temperatura en secaderos. La forma en la que la temperatura varía en los secaderos depende de la naturaleza y contenido de líquido del material, de la temperatura del medio de calefacción, del tiempo de secado y de la temperatura final que toleran los sólidos secos. Sin embargo, el modelo de variación es similar para todos los secaderos. En la Figura 25.2 se presentan algunos modelos típicos.

En un secadero discontinuo con un medio de calefacción a temperatura constante (Fig. 25.24 la temperatura de los sólidos húmedos aumenta rápidamente desde su valor inicial T_{sa} hasta la temperatura de vaporización T_v. En un secadero no adiabático sin gas de barrido, T_v es prácticamente la temperatura de ebullición del líquido a la presión existente en el secadero. Si se utiliza un gas de barrido, o el secadero es adiabático, T_v es la temperatura húmeda del gas, o un valor muy próximo a ella; dicha temperatura es la de saturación adiabática si el gas es aire y el líquido que se evapora es agua. El secado transcurre a T_v durante un período de tiempo considerable; es decir, que gran parte del líquido se puede vaporizar a temperatura inferior a la del medio de calefacción. En las etapas fínales del secado la temperatura de los sólidos asciende hasta T_{sb}, que puede ser ligeramente superior a T_v o considerablemente superior. A continuación se consideran los mecanismos de secado que corresponden a estas variaciones de temperatura.

El tiempo de secado que se representa en la Figura 25.2*a* puede ser de pocos segundos o de horas. Los sólidos pueden estar a T_v durante la mayor parte del ciclo de secado o durante una pequeña fracción del mismo. La temperatura del

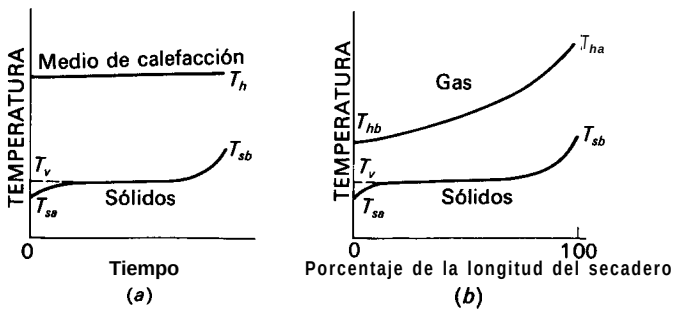


Figura 25.2. Modelos de temperatura en secaderos: (a) secadero discontinuo; (b) secadero adiabático continuo en contracorriente.

medio de calefacción puede ser constante, tal como se muestra en la figura, o puede programarse para seguir una secuencia durante el secado.

En un, secadero continuo cada partícula o elemento del sólido pasa a través de un ciclo similar al que se muestra en la Figura 25.2*a*, en su recorrido desde la entrada hasta la salida del secadero. Cuando se opera en estado estacionario la temperatura en cualquier punto del secadero continuo es constante, pero varía a lo largo de la longitud del secadero. La Figura ***25.26*** muestra un modelo de temperatura para un secadero adiabático en contracorriente. La entrada de los sólidos y la salida del gas se encuentra a la izquierda, mientras que la entrada del gas y la salida de los sólidos lo esta a la derecha. Los sólidos se calientan rápidamente desde T_{sa} hasta T_v. La temperatura de vaporización T_v es constante puesto que la temperatura húmeda no varía. (Esto no se cumplirá si se suministrase calor indirectamente a los sólidos.) Cerca de la entrada del gas los sólidos pueden calentarse a temperaturas superiores a T_v. El gas caliente entra en el secadero a T_{ha}, generalmente con poca humedad, se enfría, rápidamente al principio, y después más lentamente a medida que disminuye la diferencia de temperatura. Su humedad aumenta continuamente a medida que se va evaporando líquido.

Transmisión de calor en secaderos. El secado de sólidos húmedos es, por definición, un proceso térmico. Aunque con frecuencia se complica por la difusión en el sólido o a través del gas, es posible secar muchos materiales simplemente calentándolos por encima de la temperatura de ebullición del líquido, tal vez bastante por encima con el fin de liberar las últimas trazas de material adsorbido. Por ejemplo, los sólidos húmedos pueden secarse con vapor de agua altamente sobrecalentado. En este caso no hay difusión, sino que el problema es exclusivamente de transmisión de calor. En el secado adiabático la difusión está casi siempre presente, pero con frecuencia la velocidad de secado está controlada por la transmisión de calor en lugar de por la transferencia de materia, y los fundamentos descritos en los Capítulos 10 a 14 pueden utilizarse en los cálculos del secadero. Muchos de los secaderos, tal vez la mayoría, se diseñan sobre la base exclusiva de consideraciones de transmisión de calor.

Cálculo del consumo de calor. Se comunica calor a un secadero con los siguientes objetivos:

1. Calentar la alimentación (sólidos y líquidos) hasta la temperatura de vaporización.
2. Vaporizar el líquido.
3. Calentar los sólidos hasta su temperatura final.
4. Calentar el vapor hasta su temperatura final.

Las etapas 1, 3 y 4 son con frecuencia despreciables en comparación con la 2. En el caso más general la velocidad global de transmisión de calor se puede calcular en la forma que se indica a continuación. Si $\dot{m}_s$ es la masa de sólidos totalmente secos que han de secarse en la unidad de tiempo, y X_a y X_b son los contenidos inicial y final de liquido, en masa de líquido por unidad de masa de

sólido totalmente seco, la cantidad de calor transmitido por unidad de masa de sólido $q_T/\dot{m}_s$ es

$$\frac{q_T}{\dot{m}_s} = c_{ps}(T_{sb} - T_{sa}) + X_a c_{pL}(T_v - T_{sa}) + (X_a - X_b)\lambda + \\ + X_b c_{pL}(T_{sb} - T_v) + (X_a - X_b)c_{pv}(T_{vb} - T_v) \quad (25.1)$$

donde T_{sa} = temperatura de la alimentación
T_v = temperatura de vaporización
T_{sb} = temperatura final de los sólidos
T_{vb} = temperatura final del vapor
λ = calor latente de vaporización
c_{ps}, c_{pL}, c_{pv} = calores específicos del sólido, líquido y vapor, respectivamente

La Ecuación (25.1) supone que los calores específicos y el calor latente de vaporización son constantes y que la vaporización transcurre a una temperatura constante T_v. Estas condiciones raramente se cumplen, pero la Ecuación (25.1) permite una estimación aceptable de la velocidad de transmisión de calor si se conocen las temperaturas o se pueden estimar de forma aproximada.

En un secadero adiabático T_v es la temperatura húmeda del gas y T_{vb} es la temperatura del gas a la salida T_{hb}. El calor transmitido a los sólidos, al líquido y al vapor, tal como expresa la Ecuación (25.1), procede del enfriamiento del gas. Para un secadero adiabático continuo el balance de calor conduce a

$$q_T = \dot{m}_g(1 + \mathscr{H}_a)c_{sa}(T_{ha} - T_{hb}) \quad (25.2)$$

donde $\dot{m}_g$ = velocidad másica del gas seco
$\mathscr{H}_a$ = humedad del gas a la entrada
c_{sa} = calor húmedo del gas para la humedad de entrada

Coeficientes de transmisión de calor. En los cálculos de secado se aplica la ecuación básica de transmisión de calor, una forma de la Ecuación (11.14),

$$q_T = UAAT \quad (25.3)$$

donde U = coeficiente global
A = área de transmisión de calor
AT = diferencia media de temperatura (no necesariamente la media logarítmica).

En ocasiones se conocen A y AT y la capacidad del secadero se puede estimar a partir de un valor de U calculado o medido, pero con frecuencia existe una considerable incertidumbre en el área realmente disponible para transmisión de calor. Por ejemplo, la fracción de superficie calentada que está en contacto con los sólidos en un secadero dotado de transportador es difícil de estimar, y raramente se conoce el área de la superficie total de las partículas sólidas expuestas a una superficie calentada o a un gas caliente.

Por estas razones, muchos secaderos se diseñan sobre la base de un coeficiente ***volumétrico*** de transmisión de calor *Ua*, donde ***a es*** el área de transmisión de calor por unidad de volumen de secadero (que es desconocida). La ecuación aplicable es

$$q_T = UaV\ \mathrm{AT} \tag{25.4}$$

donde Ua = coeficiente volumétrico de transmisión de calor, Btu/pie^3-h-°F
V = volumen del secadero, pie^3 o m^3
AT = diferencia media de temperatura

Debido a los modelos complejos de temperatura no resulta fácil definir la verdadera diferencia media de temperatura para todo el secadero. De hecho, a veces la temperatura de salida de los sólidos y del gas son tan próximas que no se puede medir la diferencia entre ellas. Por tanto, los coeficientes de transmisión de calor son difíciles de estimar y pueden tener una utilidad limitada. Una ecuación general que resulta útil en los cálculos de secado es la Ecuación (12.71) para la transmisión de calor desde un gas hacia una sola esfera o una partícula esférica solitaria:

$$\frac{h_o D_p}{k_f} = 2{,}0 + 0{,}60\left(\frac{D_p G}{\mu_f}\right)^{0{,}50}\left(\frac{c_p \mu_f}{k_f}\right)^{1/3} \tag{12.71}$$

Cuando la transmisión interna de calor es importante se puede utilizar la Ecuación (11.40). Para flujo a través de lechos fijos o fluidizados de partículas sólidas, con frecuencia se aplica la correlación de transmisión de calor que se muestra en la Figura 21.5. Sin embargo, para muchos secaderos no se dispone de correlaciones generales y es preciso determinar experimentalmente los coeficientes. Los coeficientes empíricos con frecuencia se basan en definiciones más o menos arbitrarías del área de transmisión de calor y de la diferencia media de temperatura. Ejemplos de correlaciones empíricas se presentan más adelante en este capítulo al tratar el tipo de secadero al que se aplican.

Unidades de transferencia de calor. Algunos secaderos adiabáticos, especialmente los secaderos rotatorios, se pueden diseñar en función del número de unidades de transferencia de calor que contienen. Las unidades de transferencia de calor son análogas a las unidades de transferencia de materia que se consideran en el Capítulo 22; una unidad de transferencia de calor es la sección o zona del equipo en el que la variación de temperatura es igual a la fuerza impulsora (diferencia de temperatura) media en dicha sección. Las unidades de transferencia pueden basarse en la variación de temperatura en una cualquiera de las fases, pero en los secaderos siempre se basan en la fase gaseosa. El número de unidades de transferencia del secadero viene dado por

$$N_t = \int_{T_{hb}}^{T_{ha}} \frac{dT_h}{T_h - T_s} \tag{25.5}$$

o bien

$$N_t = \frac{T_{ha} - T_{hb}}{\overline{\Delta T}} \tag{25.6}$$

Cuando el contenido inicial de líquido de los sólidos es elevado y la mayor parte del calor transmitido se utiliza en la vaporización, AT puede tomarse como la diferencia media logarítmica entre las temperaturas seca y húmeda. Por tanto,

$$\overline{\Delta T} = \overline{\Delta T_L} = \frac{(T_{ha} - T_{wa}) - (T_{hb} - T_{wb})}{\ln [(T_{ha} - T_{wa})/(T_{hb} - T_{wb})]} \tag{25.7}$$

Para el sistema aire-agua $T_{wb} = T_{wa}$ y la Ecuación (25.6) se transforma en

$$N_t = \ln \frac{T_{ha} - T_{wa}}{T_{hb} - T_{wa}} \tag{25.8}$$

La longitud de una unidad de transferencia y el número de unidades de transferencia apropiadas para un buen diseño se consideran más adelante en la sección «Equipo de secado».

Transferencia de materia en secaderos. En todos los secaderos en los que un gas circula sobre o a través de los sólidos, la materia tiene que transferirse desde la superficie del sólido hasta el gas, y a veces a través de los poros interiores del sólido. La resistencia a la transferencia de materia, y no la transmisión de calor, puede controlar la velocidad de secado. Esto ocurre con más frecuencia en el secado con circulación sobre tablas, láminas o lechos de sólidos. Desde el punto de vista del gas, este tipo de secado es muy parecido a la humidificación adiabática; desde el punto de vista del sólido es análogo a la evaporación cuando el sólido está muy húmedo, y como la desorción de disolvente desde un adsorbente cuando el sólido está prácticamente seco.

La velocidad media de transferencia de materia $\dot{m}_v$ se calcula fácilmente a partir de la relación

$$\dot{m}_v = \dot{m}_s(X_a - X_b) \tag{25.9}$$

Si el gas entra con una humedad $\mathcal{H}_a$, la humedad a la salida viene dada por

$$\mathcal{H}_b = \mathcal{H}_a + \frac{\dot{m}_s(X_a - X_b)}{\dot{m}_g} = \mathcal{H}_a + \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_g} \tag{25.10}$$

La predicción de velocidades de transferencia de materia por unidad de área o por unidad de volumen no es tan sencilla. Requiere el conocimiento del mecanismo del movimiento del líquido y el vapor a través del sólido, así como el de un equilibrio más complicado entre un sólido y un gas húmedos.

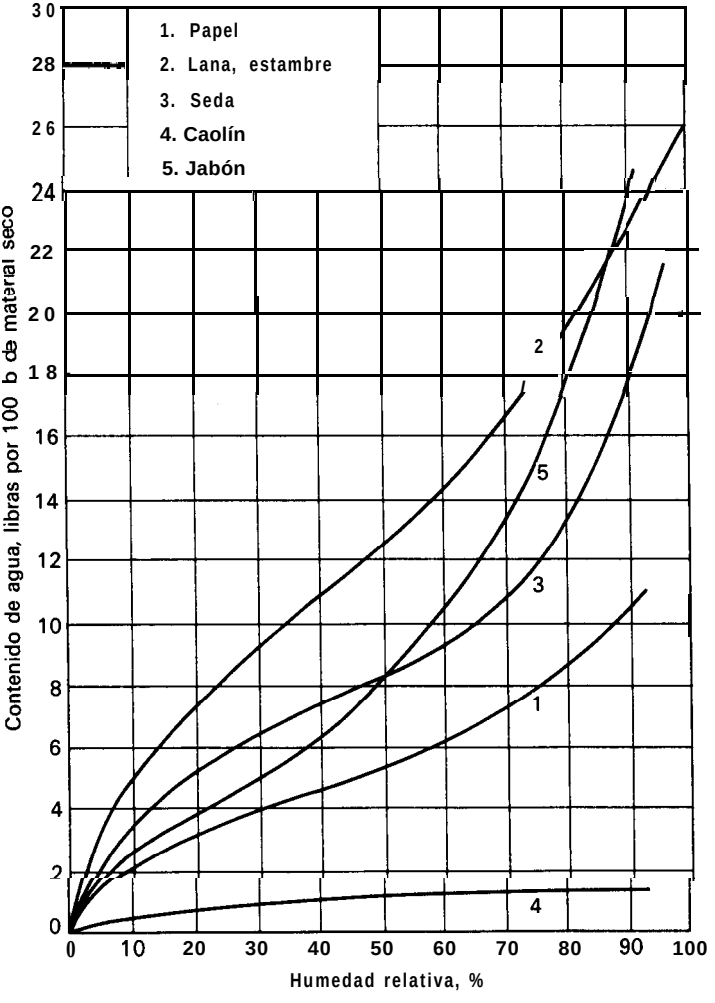


Figura 25.3. Curvas de humedad de equilibrio a 25 °C.

Equilibrio entre fases

Los datos de equilibrio para sólidos húmedos generalmente se expresan mediante relaciones entre la humedad relativa del gas y el contenido de líquido del sólido, en masa de líquido por unidad de masa de sólido completamente seco†. En la Figura 25.3 se presentan ejemplos de relaciones de equilibrio. Las curvas de este tipo son prácticamente independientes de la temperatura. Las abscisas de tales

† **El contenido de líquido expresado en esta forma se llama sobre *base* seca; puede exceder, y con frecuencia ocurre, del 100 por 100.**

curvas pueden convertirse fácilmente en humedades absolutas, es decir, en masa de vapor por unidad de masa de gas seco.

El resto del tratamiento de esta sección está basado en el sistema aire-agua, pero es preciso recordar que los principios fundamentales son igualmente aplicables a otros gases o líquidos.

Cuando un sólido húmedo se pone en contacto con aire de una humedad inferior a la correspondiente al contenido de humedad del sólido, dada por la curva de humedad de equilibrio, el sólido tiende a perder humedad y secarse hasta alcanzar el equilibrio con el aire. Cuando el aire es más húmedo que el sólido en equilibrio con él, el sólido absorbe humedad del aire hasta que se alcanza el equilibrio.

En fases fluidas la difusión está regida por las diferencias de concentración expresadas en fracciones molares. Sin embargo, en un sólido húmedo el término ***fracción molar*** tiene poco significado, y para los cálculos de secado el contenido de humedad casi siempre se expresa en masa de agua por unidad de masa de sólido totalmente seco. Esta práctica es la que se sigue a lo largo de este capítulo.

Humedad de equilibrio y humedad libre. El aire que entra en un secadero no suele estar completamente seco, sino que contiene algo de humedad y posee una humedad relativa definida. Para un aire de humedad definida el contenido de humedad del sólido que sale del secadero no puede ser inferior al contenido de humedad de equilibrio correspondiente a la humedad del sólido que entra. La porción de agua del sólido húmedo que no puede ser separada por el aire que entra, debido a la humedad de éste, recibe el nombre de ***humedad de equilibrio.***

El agua libre es la diferencia entre el contenido total de agua del sólido y el contenido de agua en el equilibrio. Por tanto, si X_T es el contenido total de humedad y X^* es el contenido de humedad de equilibrio, la humedad libre X viene dada por

$$X = X_T - X^*$$

En los cálculos de secado lo que interesa es X en vez de X_T.

Agua ligada y no ligada. Si una curva de equilibrio como la de la Figura 25.3 se prolonga hasta su intersección con el eje de 100 por 100 de humedad, el contenido de humedad así definido es la humedad mínima de este material que todavía puede ejercer una presión de vapor como la del agua líquida a la misma temperatura. Si el material posee más agua que la correspondiente a esta intersección, la presión de vapor que puede ejercer es solamente la del agua a la temperatura del sólido. Esto permite distinguir dos tipos de agua retenida por un material determinado. El agua hasta la menor concentración que está en equilibrio con aire saturado (dada por la intersección de las curvas de la Fig. 25.3 con la línea del 100 por 100 de humedad) recibe el nombre de ***agua ligada,*** debido a que ejerce una presión de vapor menor que la del agua líquida a la misma temperatura. Las sustancias que contienen agua ligada se llaman con frecuencia sustancias ***higroscópicas.*** La condición para la cual madera, textiles y otros materiales celulares,

stán en equilibrio con aire saturado recibe el nombre de ***punto de saturación de ibra.***

El agua ligada puede existir en diferentes condiciones. El agua liquida en tinos apilares ejerce una presión de vapor anormalmente baja debido a la gran urvatura cóncava de la superficie; la humedad contenida en las células o en las aredes de las fibras pueden experimentar una disminución de la presión de apor debido a los sólidos disueltos. El agua en sustancias orgánicas naturales stá física y químicamente combinada y su fuerza de unión varía con la naturale-a y el contenido de humedad del sólido. Por otra parte, el agua no ligada ejerce oda su presión de vapor y se encuentra fundamentalmente en los huecos del ólido.

Los términos empleados en este tratamiento pueden clarificarse haciendo eferencia a la Figura 25.3. Considérese, por ejemplo, la curva 2 para estambre. Esta curva corta a la curva del 100 por 100 de humedad para una humedad del 26 por 100; en consecuencia, cualquier muestra de lana que contiene menos del 26 por 100 de agua solamente contiene agua ligada. La humedad de una nuestra con menos del 26 por 100 de agua solamente contiene agua no ligada. Si la muestra contiene 30 por 100 de agua, por ejemplo, el 4 por 100 de este agua es no ligada y el 26 por 100 es ligada. Supóngase ahora que esta muestra ha de secarse con aire del 30 por 100 de humedad relativa. La curva 2 indica que el menor contenido de humedad que se puede alcanzar en estas condiciones es del 9 por 100. Este es, por tanto, el contenido de humedad de equilibrio para estas condiciones. Si una muestra que contiene el 30 por 100 de humedad total ha de secarse con aire del 30 por 100 de humedad relativa, su contenido de agua libre es del 21 por 100 y la humedad de equilibrio es del 9 por 100. La distinción entre agua ligada y no ligada depende del material, mientras que la distinción entre la humedad libre y la de equilibrio depende de las condiciones del secado.

Mecanismos del secado; secado con circulación superficial

Cuando intervienen transmisión de calor y transferencia de materia, el mecanismo del secado depende de la naturaleza de los sólidos y del método de contacto entre los sólidos y el gas. Existen tres tipos de sólidos: cristalinos, porosos y no porosos. Las partículas cristalinas no contienen líquido interior y el secado tiene lugar solamente en la superficie del sólido. Un lecho de tales partículas puede considerarse, por supuesto, como un sólido altamente poroso. Los sólidos verdaderamente porosos, tales como pastillas de catalizadores, contienen líquido en el interior de los poros. Los sólidos no porosos comprenden geles coloidales tales como jabón, cola y arcilla plástica, sólidos celulares densos tales como madera y cuero, y muchos otros materiales poliméricos.

La transferencia de materia entre la superficie sólida y el gas está regida por las relaciones que se han estudiado en el Capítulo 21. La velocidad de secado de sólidos que contienen líquido interno depende, sin embargo, de la forma en la que se mueve el líquido y de la distancia que tiene que recorrer hasta alcanzar la superficie. Esto es especialmente importante en el secado con circulación super-

ficial de láminas o lechos de sólidos. El secado por este método es lento y generalmente se realiza por cargas; ha sido desplazado por otros métodos más rápidos en la mayor parte de las operaciones de secado a gran escala, si bien sigue siendo importante en la fabricación de productos farmacéuticos y de química tina, especialmente cuando las condiciones de secado han de controlarse' cuidadosamente.

Condiciones constantes de secado. Considérese un lecho de sólidos húmedos, de 2 a 3 pulg (50 a 75 mm) de espesor, sobre el que circula aire. Supóngase que la temperatura, humedad, así como la velocidad y dirección de flujo del aire sobre la superficie de secado son constantes. Esta situación recibe el nombre de condiciones ***constantes de secado.*** Obsérvese que solamente las condiciones de la corriente de aire son constantes, ya que el contenido de humedad y otros factores del sólido varían.

Velocidades de secado. A medida que transcurre el tiempo, el contenido de humedad X_T disminuye generalmente como se representa en la Figura 25.4. Después de un corto período de tiempo durante el que se calienta la alimentación hasta la temperatura de vaporización, la representación gráfica se hace lineal, posteriormente se curva hacia el eje de abscisas y finalmente se hace horizontal. La velocidad de secado se representa mediante la línea *B*, que es horizontal durante una buena parte de su longitud, indicando que la velocidad de secado es constante, luego se curva hacia abajo y, eventualmente, cuando el material llega hasta su contenido de humedad de equilibrio, alcanza el valor cero.

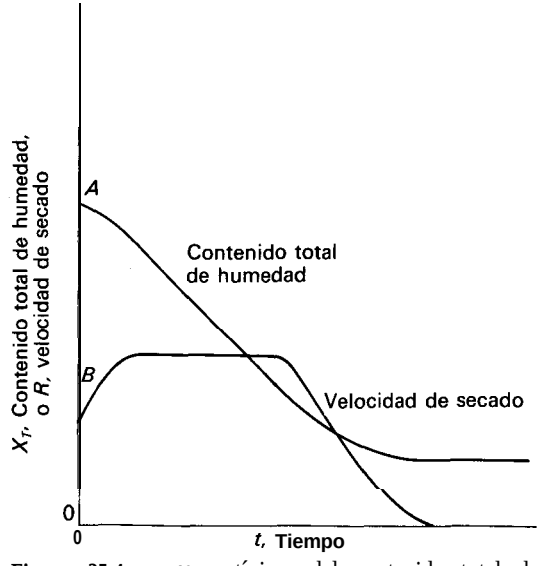


Figura 25.4. Gráficas típicas del contenido total de humedad y de la velocidad de secado frente al tiempo de secado.

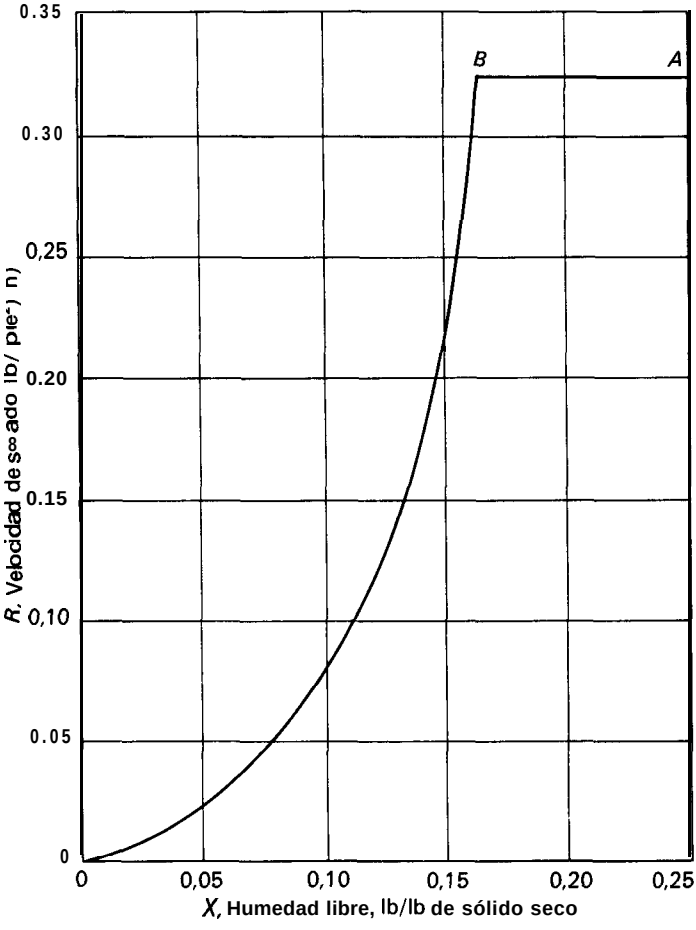


Figura 25.5. Curva de velocidad de secado para una lámina de arcilla no porosa. (Según *Sherwood*[14].)

Las Figuras 25.5 y 25.8 muestran la velocidad de secado por unidad de área, ***R,*** representada frente al contenido de humedad libre, $X_T - X^*$ o X. La Figura 25.5 es la curva para una lámina no porosa de arcilla; la Figura 25.8 es la de una lámina cerámica porosa. La diferencia de las formas de estas curvas refleja las diferencias de los mecanismos de flujo de la humedad interna de los dos materiales.

Período de velocidad constante. Después del período preliminar de iniciación (no representado en las figuras) cada curva tiene un segmento horizontal AB que pertenece al primer período real de secado. Este período, que puede no existir si el contenido inicial de humedad del sólido es inferior a un cierto valor mínimo, recibe el nombre de ***período de velocidad constante. Se*** caracteriza porque la velocidad de secado es independiente del contenido de humedad. Durante este

período el sólido está tan húmedo que toda la superficie de secado está recubierta por una película continua de agua que se comporta como si el sólido no existiese. Si el sólido no es poroso, el agua separada durante este período es básicamente agua situada sobre la superficie del sólido. En un sólido poroso, la mayor parte de agua separada durante el período de velocidad constante corresponde a la existente en el interior del sólido. La evaporación desde un material poroso tiene lugar por el mismo mecanismo que en el caso del termómetro húmedo, y el proceso de un termómetro húmedo es esencialmente el de secado con velocidad constante. En ausencia de radiación o de transmisión de calor por conducción a través del contacto directo del sólido con superficies calientes, la temperatura del sólido durante el período de velocidad constante es la temperatura húmeda del aire.

Durante el período de velocidad constante la velocidad de secado por unidad de área, *R*, puede estimarse con bastante precisión a partir de las correlaciones desarrolladas para evaporación desde la superficie libre de un líquido. Los cálculos pueden basarse en transferencia de materia [Ec. (25.11)] o en transmisión de calor [Ec. (25.12)], tal como se indica a continuación

$$\dot{m}_v = \frac{M_v k_y (y_i - y) A}{(1 - y)_L} \tag{25.11}$$

o bien

$$\dot{m}_v = \frac{h_y (T - T_i) A}{\lambda_i} \tag{25.12}$$

donde $\dot{m}_v$ = velocidad de evaporación
A = área de secado
h_y = coeficiente de transmisión de calor
k_y = coeficiente de transferencia de materia
M_v = peso molecular del vapor
T = temperatura del gas
T_i = temperatura de la interfase
y = fracción molar del vapor en el gas
y_i = fracción molar del vapor en la interfase
λ_i = calor latente de vaporización a la temperatura T_i

Cuando el aire circula paralelamente a la superficie del sólido, el coeficiente de transmisión de calor puede estimarse por medio de la ecuación *dimensional*

$$h_y = 0{,}0128 G^{0{,}8} \tag{25.13}$$

donde h_y = coeficiente de transmisión de calor, Btu/pie^2-h-°F
G = velocidad másica, lb/pie^2-h

Cuando el flujo es perpendicular a la superficie, la ecuación es

$$h_y = 0{,}37 G^{0{,}37} \tag{25.14}$$

La velocidad constante de secado R_c es simplemente

$$R_c = \frac{\dot{m}_v}{A} = \frac{h_y(T - T_i)}{\lambda_i} \qquad (25.15)$$

En la mayor parte de las situaciones, tal como se ha mencionado previamente, la temperatura T_i puede suponerse que es igual a la temperatura húmeda del aire. Cuando la radiación desde puntos calientes de alrededor y la conducción desde superficies sólidas en contacto con el material no son despreciables, y_i aumenta y, de acuerdo con la Ecuación (25.1 1), la velocidad de secado aumenta consecuentemente. Se dispone de métodos para estimar estos efectos"". [13].

Contenido crítico de humedad y periodo de velocidad decreciente. A medida que disminuye el contenido de humedad, termina el período de secado a velocidad constante y la velocidad de secado disminuye. El punto donde termina el período de velocidad constante, representado por el punto **B** en las Figuras 25.5 y 25.8, recibe el nombre de *punto crítico.* Este punto marca el instante en el que el agua líquida sobre la superficie es insuficiente para mantener una película continua que recubra todo el área de secado. En sólidos no porosos corresponde al momento en el que se evapora la humedad superficial. En sólidos porosos el punto crítico ocurre cuando la velocidad de flujo de humedad hacia la superficie ya no es igual a la velocidad de evaporación generada por el proceso del termómetro húmedo.

Si el contenido inicial de humedad del sólido es inferior a la del punto crítico, no existe el período de velocidad constante.

El contenido de humedad crítica varía con el espesor del material y con la velocidad de secado. No es, por tanto, una propiedad característica del material. El contenido de humedad crítica se determina mejor experimentalmente, aunque se dispone de algunos datos aproximados"".

Ejemplo 25.1. Una torta de filtración de 24 pulg (610 mm) de lado y 2 pulg (51 mm) de espesor se seca por ambos lados con aire de temperatura húmeda de 80 °F (26,7 "C) y una temperatura seca de 120 °F (48,9 "C). El aire fluye paralelamente a las caras de la torta con una velocidad de 2,5 pies/s (0,73 m/s). La densidad de la torta seca es 120 lb/pie³ (1922 kg/m³). El contenido de la humedad de equilibrio es despreciable. Para las condiciones de secado la humedad crítica, sobre una base seca, es del 9 por 100. (*a*) ¿Cuál es la velocidad de secado durante el período de velocidad constante? (b) ¿Cuánto tiempo se necesitará para secar este material desde un contenido inicial de humedad del 20 por 100 (base seca) hasta un contenido final de humedad del 10 por 100?

SOLUCIÓN

(a) La temperatura de la interfase T_i es la temperatura húmeda del aire, 80 °F. Por tanto, según el Apéndice 8, λ_i es 1049 Btu/lb. La velocidad másica del aire es

$$G = \frac{2{,}5 \times 29 \times 492 \times 3600}{359(460 + 120)} = 617 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

Según la Ecuación (25.13), el coeficiente h_y es

$$h_y = 0{,}0128 \times 617^{0,8} = 2{,}18 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

Sustituyendo en la Ecuación (25.15) se obtiene

$$R_c = \frac{2{,}18(120 - 80)}{1049} = 0{,}083 \text{ lb/pie}^2\text{-h}$$

(b) Puesto que el secado se realiza por ambas caras, el área A es $(24/12)^2 \times 2 =$ = 8 pie'. A partir de la Ecuación (25.15), la velocidad de secado $\dot{m}_v$ es

$$\dot{m}_v = 0{,}083 \times 8 = 0{,}664 \text{ lb/h}$$

El volumen de torta es $(24/12)^2 \times (2/12) = 0{,}667$ pie^3, y la masa de sólidos totalmente secos es 120 x 0,667 = 80 Ib. La cantidad de humedad a evaporar es 80(0,20 - OJO) = 8 lb. El tiempo de secado t_T es, por tanto, 8/0,664 = 12,05 h.

El período siguiente al del punto crítico recibe el nombre de ***periodo de velocidad decreciente.*** A partir de las Figuras 25.5 y 25.8 resulta evidente que la curva de velocidad de secado en el período de velocidad decreciente varía de un material a otro. La forma de la curva también depende del espesor del material y de las variables externas. En algunos casos, que se ilustran en la Figura 25.8, hay un cambio distinto de la curva durante el período de velocidad decreciente, lo que significa un cambio en el mecanismo de secado. Este cambio se produce en el llamado ***segundo punto critico,*** correspondiente al segundo contenido crítico de humedad.

Los métodos de estimación de las velocidades de secado durante el período de velocidad decreciente dependen si el sólido es poroso o no. En un material poroso, una vez que ya no hay más humedad superficial, el secado posterior solamente puede transcurrir con una velocidad regida por la difusión de la humedad interior hacia la superficie. En un material poroso aparecen otros mecanismos, y la vaporización puede tener lugar en el interior del sólido en lugar de producirse en la superficie.

Sólidos no porosos y teoría de difusión. La distribución de humedad en un sólido que da lugar a una curva de velocidad decreciente como la de la Figura 25.5, corresponde a la línea de trazos en la Figura 25.6, en la que se representa el contenido local de humedad frente a la distancia desde la superficie. Su forma corresponde a la suposición de que la humedad fluye por difusión a través del sólido de acuerdo con la Ecuación (21.72). Según se comenta después, difiere algo de la curva teórica. La Ecuación (21.72) ha sido muy utilizada como base para los cálculos cuantitativos de la velocidad de secado de sólidos no porosos" [12]. En los materiales que secan de esta forma se dice que el secado se realiza por difusión, aunque el mecanismo real probablemente es considerablemente más complicado que el de simple difusión.

La difusión es característica de los materiales que secan lentamente. La resistencia a la transferencia de vapor de agua desde la superficie del sólido hasta

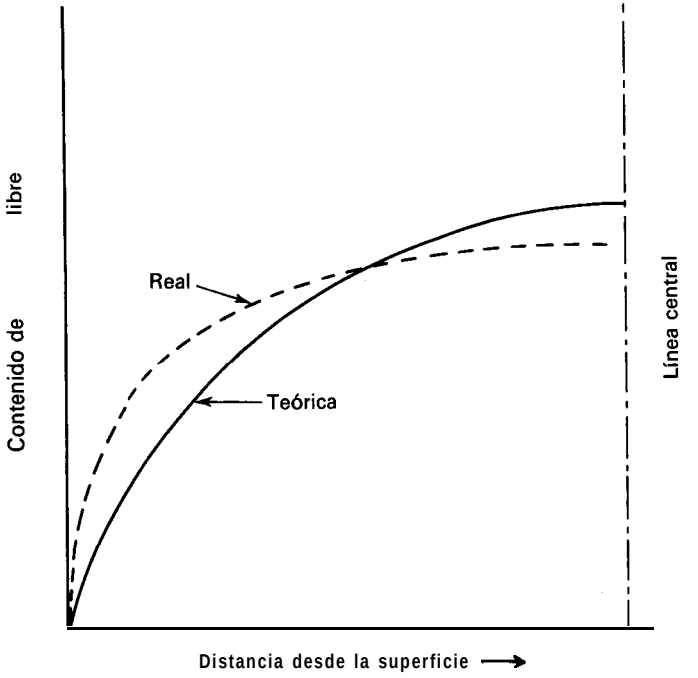


Figura 25.6. Distribución de humedad en una lámina que se seca por ambas caras. Flujo de humedad por difusión.

el aire es generalmente despreciable y la difusión en el sólido controla la velocidad global de secado. Por tanto, el contenido de humedad en la superficie es muy próximo al valor de equilibrio. La velocidad del aire tiene poco o ningún efecto, mientras que su humedad influye sobre el proceso al determinar la humedad de equilibrio. Puesto que la difusividad aumenta con la temperatura, la velocidad de secado aumenta con la temperatura del sólido.

***Ecuaciones para** difusión.* Suponiendo que es aplicable la ley de difusión dada por la Ecuación (21.72), aun cuando el contenido de humedad X está basado sobre la masa y no sobre el volumen, se pueden aplicar las formas integradas de esta ecuación para relacionar el tiempo de secado con los contenidos de humedad inicial y final. Por tanto, si se aceptan todas las suposiciones que se han hecho al integrar la Ecuación (21.72), se obtiene la Ecuación (21.73). Para el caso de secado, el resultado puede escribirse así

$$\frac{X_T - X^*}{X_{T1} - X^*} = \frac{X}{X_1} = \frac{8}{\pi^2}\left(e^{-a_1\beta} + \frac{1}{9}\,e^{-9a_1\beta} + \frac{1}{25}\,e^{-25a_1\beta} + \cdots\right) \quad (25.16)$$

donde $\beta = D'_v t_T / s^2$
$a_1 = (\pi/2)^2$
X_T = contenido medio de humedad total para el tiempo t_T

X = contenido medio de humedad libre para el tiempo t_T
X* = humedad de equilibrio
X_{T1} = contenido inicial de humedad al comenzar el secado cuando $t = 0$
X_1 = contenido inicial de humedad libre
D'_v = difusividad a través del sólido
s = semiespesor de la lámina

Todos los contenidos de humedad están en masa de agua por unidad de masa de sólido totalmente seco. En la Figura 10.6, con β en vez de N_{Fo} y X/X, en vez de $(T_s - \bar{T}_b)/(T_s - T_a)$, es una representación gráfica de la Ecuación (25.16) para el secado de una gran lámina plana.

La exactitud de la teoría de difusión para el secado disminuye ya que la difusión no es constante sino que varía con el contenido de humedad. Es especialmente sensible a la contracción. El valor de D'_v es menor para pequeños contenidos de humedad que para valores grandes y puede ser muy pequeño cerca de la superficie de secado. Por tanto, la distribución de humedad representada por la teoría de difusión con difusividad constante es análoga a la indicada por la línea continua de la Figura 25.6. En la práctica se utiliza un valor medio D'_v, obtenido experimentalmente con el material que se desea secar.

Cuando β es mayor de 0,1, solamente es significativo el primer término del segundo miembro de la Ecuación (25.16), mientras que los demás términos de la serie se pueden despreciar. Resolviendo la ecuación que resulta, se obtiene para el tiempo de secado

$$t_T = \frac{4s^2}{\pi^2 D'_v} \ln \frac{8X_1}{\pi^2 X} \tag{25.17}$$

Diferenciando la Ecuación (25.17) con respecto al tiempo y reordenando, se obtiene

$$-\frac{dX}{dt} = \left(\frac{\pi}{2s}\right)^2 \frac{D'_v}{s^2} X \tag{25.18}$$

La Ecuación (25.18) indica que cuando controla la difusión, la velocidad de secado es directamente proporcional al contenido de humedad libre e inversamente proporcional al cuadrado del espesor. La Ecuación (25.17) indica que si se representa el tiempo frente al logaritmo del contenido de humedad libre, se obtendrá una línea recta a partir de la cual se puede calcular D'_v.

Ejemplo 25.2. Tablones de madera de 1 pulg (25,4 mm) de espesor se secan desde una humedad inicial del 25 por 100 hasta una humedad final del 5 por 100, utilizando aire que tiene una humedad despreciable. Si D'_v para la madera es $3{,}2 \times 10^{-5}$ pie^2/h ($8{,}3 \times 10^{-5}$ cm^2/s), ¿cuánto tiempo se necesitará para secar los tablones?

SOLUCIÓN

Puesto que el aire es seco, la humedad de equilibrio es cero, $X_1 = 0{,}25$ y $X = 0{,}05$. Por tanto, $X/X_1 = 0{,}05/0{,}25 = 0{,}20$. A partir de la Figura 10.6 se lee β sobre la

abscisa correspondiente a la ordenada conocida de 0,20 y se obtiene 0,57. Puesto que $s = 0{,}5/12$ pies,

$$\frac{3{,}2 \times 10^{-5} t_T}{(0{,}5/12)^2} = 0{,}57$$

de donde se obtiene para el tiempo de secado t_T el valor de 31,0 h.

Otra solución se puede obtener con la Ecuación (25.17). Sustituyendo los valores adecuados en esta ecuación se obtiene

$$t_T = \frac{4(0{,}5/12)^2 \ln [(8 \times 0{,}25)/(\pi^2 \times 0{,}05)]}{\pi^2(3{,}2 \times 10^{-5})} = 30.8 \text{ h}$$

Contracción y endurecimiento. Cuando se seca un sólido coloidal no poroso, el material se contrae. En pequeñas piezas este efecto puede no ser importante, pero cuando se trata de unidades grandes un secado inadecuado puede conducir a serias dificultades debidas fundamentalmente a la contracción. Puesto que las capas exteriores pierden humedad necesariamente antes que las anteriores, la concentración de humedad en estas capas es menor que en el interior y las capas superficiales se contraen frente a un núcleo central de volumen constante. Esta contracción de la superficie produce agrietamientos, roturas y alabeos. Por otra parte, puesto que la difusividad es sensible a la concentración de humedad, y generalmente disminuye con ella, la resistencia a la difusión en las capas externas aumenta con la deshidratación superficial. Esto acentúa el efecto de contracción impidiendo el flujo de humedad hacia la superficie y aumentando así el gradiente de humedad cerca de la superficie.

En casos extremos, la contracción y el descenso de difusividad pueden combinarse para formar una costra prácticamente impermeable que envuelve la mayor parte del material e impide la salida de humedad desde el interior. Este fenómeno recibe el nombre de endurecimiento. El agrietamiento, la rotura, la desintegración y el endurecimiento pueden minimizarse reduciendo la velocidad de secado y disminuyendo así los gradientes de concentración en el sólido. De esta forma se reduce la contracción de la superficie, y la difusividad a través del sólido es aproximadamente constante. El gradiente de humedad en la superficie se aplana y toda la pieza se protege frente a la contracción.

La velocidad de secado se controla fácilmente controlando la humedad del aire de secado. Puesto que la concentración de la humedad de equilibrio en la superficie viene determinada por la humedad del aire, al aumentar ésta, aumenta también aquélla. Para una concentración de humedad total dada X_T, la concentración de humedad libre X se reduce al aumentar la humedad de equilibrio X^*. Se reduce así el gradiente global de concentración, la velocidad de secado es más lenta y disminuye la formación de costras.

Sólidos porosos y flujo por capilaridad. El flujo de líquido a través de sólidos porosos no sigue la solución de la ecuación de difusión correspondiente a la Ecuación (25.16). Esto puede observarse comparando la distribución de humedad durante el secado de este tipo de sólidos con el caso de difusión. En la Figu-

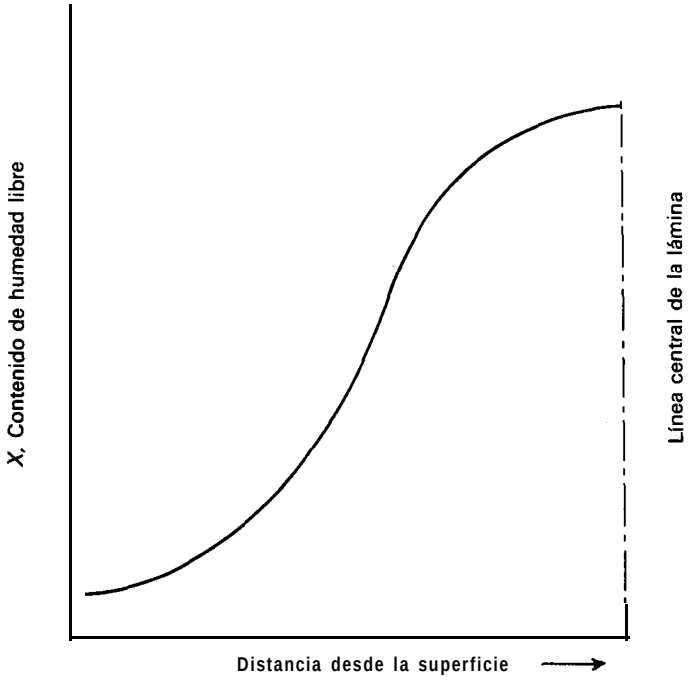


Figura 25.7. Distribución de humedad en una lámina porosa que se seca por ambas caras. Flujo de humedad por capilaridad.

ra 25.7 se muestra una curva típica de distribución de humedad para un sólido poroso. Un punto de inflexión divide la curva en dos partes, una cóncava hacia arriba y otra cóncava hacia abajo. Este hecho es totalmente contrario a la distribución prevista por el modelo de difusión tal como muestra la Figura 25.6.

La humedad fluye a través de los poros del sólido por capilaridad[2, 3, 5]. Un material poroso contiene una red complicada de poros y canales interconectados, cuyas secciones transversales varían enormemente. En la superficie hay bocas de poros de varios tamaños. A medida que el agua es retirada por vaporización, se forma un menisco en cada poro que genera una fuerza capilar debido a la tensión superficial entre el agua y el sólido. Las fuerzas capilares poseen fuerzas en dirección perpendicular a la superficie del sólido. Estas fuerzas proporcionan la fuerza impulsora para el movimiento del agua a través de los poros hacia la superficie.

La intensidad de las fuerzas capilares en un determinado punto de un poro depende de la curvatura del menisco, que a su vez es una función de la sección transversal del poro. Los poros pequeños desarrollan fuerzas capilares mayores que los poros grandes y, por tanto, los poros pequeños pueden extraer agua desde los poros grandes. A medida que se agota el agua en la superficie, los poros grandes tienden a vaciarse primero. El aire tiene que desplazar al agua que se retira. Este aire entra bien a través de las bocas de los poros más grandes

situados en la superficie de secado, o bien desde los lados y la parte trasera del material cuando éste se seca solamente por una cara.

En la Figura 25.8 se presenta una curva típica de velocidad de secado para un sólido poroso que tiene poros pequeños. Mientras el aporte de agua desde el interior hasta la superficie es suficiente para mantener la superficie completamente mojada, la velocidad de secado es constante. Los poros se van vaciando progresivamente de agua, y en el punto crítico la capa superficial de agua comienza a retroceder hacia el interior del sólido. Esto se inicia en los poros más grandes. Los puntos altos situados sobre la superficie del sólido comienzan a emerger del líquido y el área disponible para transferencia de materia desde el sólido hacia el aire disminuye. Por tanto, aunque la velocidad de evaporación por unidad de área *mojada* no se modifica, la velocidad basada sobre la superficie *total*, incluyendo tanto el área seca como la mojada, es menor que en el período de velocidad constante. La velocidad continúa disminuyendo a medida que aumenta la fracción de superficie seca.

La primera fase de velocidad decreciente se representa por medio de la línea *BC* en la Figura 25.8. La velocidad de secado durante este período depende de los mismos factores que actúan durante el período de velocidad constante, puesto que el mecanismo de evaporación no varía y la zona de vaporización está en la superficie o próxima a ella. El agua en los poros es la fase continua y el aire la fase dispersa. En el primer período de velocidad decreciente la curva de velocidad de secado es generalmente lineal.

A medida que se va eliminando el agua del sólido, la fracción del volumen de poros que es ocupada por el aire aumenta. Cuando la fracción alcanza un cierto límite, el agua retirada es insuficiente para mantener una película continua a través de los poros y éstos se llenan de aire que entonces se transforma en la fase

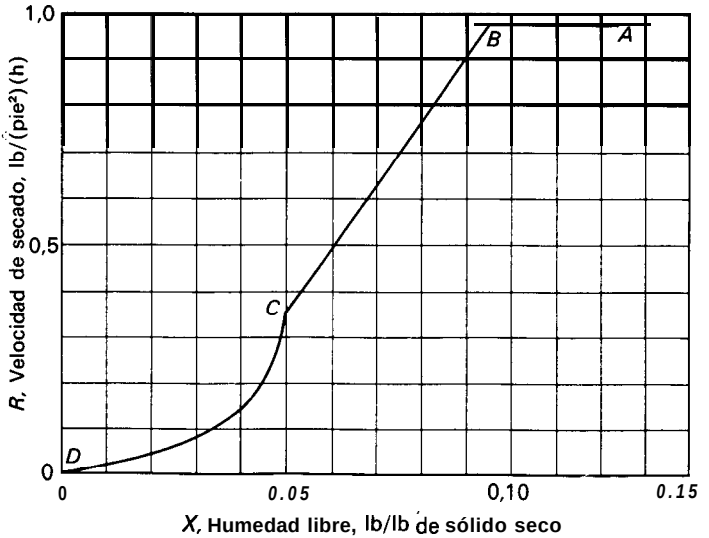


Figura 25.8. Curva de velocidad de secado para una placa de cerámica porosa. (Según *Sherwood y Comings* [15].)

continua. El agua que queda está confinada en pequeñas masas aisladas en los rincones e intersticios de los poros. Cuando aparece este estado, la velocidad de secado disminuye de nuevo bruscamente tal como muestra la línea *CD* de la Figura 25.8. El contenido de humedad para el cual se produce el cambio, representado por el punto C de la Figura 25.8, recibe el nombre de segundo punto critico, y el periodo que en él se inicia se llama segundo período de velocidad decreciente.

En este período lina1 de secado la velocidad de vaporización es prácticamente independiente de la velocidad del aire. El vapor de agua se tiene que difundir a través del sólido, y el calor de vaporización ha de transmitirse hasta las zonas de vaporización por conducción a través del sólido. En el sólido se establecen gradientes de temperatura, y la temperatura de la superficie del sólido se acerca a la temperatura húmeda del aire. Para poros finos la curva de la velocidad de secado durante el segundo periodo de velocidad decreciente sigue el modelo de difusión, y la curva de la velocidad de secado es cóncava hacia arriba.

Cálculo del tiempo de secado para condiciones de secado constantes. En el diseño de secaderos una variable importante es el tiempo que se requiere para secar el material en las condiciones existentes en el secadero, ya que esto determina el tamaño del equipo que se necesita para obtener una eficacia determinada. Para el secado en condiciones constantes el tiempo de secado se puede determinar a partir de la curva de la velocidad de secado cuando puede disponer de la misma. Con frecuencia esta curva se obtiene en un experimento de secado con el material en cuestión, y esto conduce directamente al tiempo de secado. Las curvas de velocidad de secado en unas condiciones con frecuencia pueden modificarse para otras condiciones y, por tanto, resulta útil calcular el tiempo de secado a partir de la curva de velocidad de secado. Por definición,

$$R = -\frac{dm_v}{A\ dt} = \frac{m_s\ dX}{A\ dt} \tag{25.19}$$

Integrando la Ecuación (25.19) entre X_1 y X_2, los contenidos inicial y lina1 de humedad libre, respectivamente, resulta

$$t_T = \frac{m_s}{A}\int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{R} \tag{25.20}$$

donde t_T es el tiempo total de secado. La Ecuación (25.20) se puede integrar numéricamente a partir de la curva de velocidad de secado, o bien analíticamente si se dispone de ecuaciones de R en función de X.

Para el periodo de velocidad constante $R = R_c$ y el tiempo de secado es simplemente

$$t_c = \frac{m_s(X_1 - X_2)}{AR_c} \tag{25.21}$$

En el período de velocidad decreciente, cuando la difusión es controlada, el tiempo de secado t_f para una lámina viene dado por la Ecuación (25.17). Si R varía linealmente con X, como ocurre en muchos sólidos porosos,

$$R = aX + b \tag{25.22}$$

donde a y b son constantes, y $dR = a\,dX$. Sustituyendo dX en la Ecuación (25.20) se obtiene para el tiempo de secado en el período de velocidad decreciente

$$t_f = \frac{m_s}{aA}\int_{R_2}^{R_1}\frac{dR}{R} = \frac{m_s}{aA}\ln\frac{R_1}{R_2} \tag{25.23}$$

donde R_1 y R_2 son las ordenadas de las humedades inicial y final, respectivamente. La constante a es la pendiente de la curva de la velocidad de secado y puede escribirse así

$$a = \frac{R_c - R}{X_c - X} \tag{25.24}$$

donde R_c = velocidad en el primer punto crítico
R' = velocidad en el segundo punto crítico
X_c = contenido de humedad libre en el primer punto crítico
X' = contenido de humedad libre en el segundo punto crítico

Sustituyendo a de la Ecuación (25.24) en la Ecuación (25.23) se obtiene

$$t_f = \frac{m_s(X_c - X')}{A(R_c - R')}\ln\frac{R_1}{R_2} \tag{25.25}$$

Cuando el proceso de secado abarca ambos períodos de velocidad constante y de velocidad decreciente, la X_2 de la Ecuación (25.21) es igual a X_c, y R_1 de la Ecuación (25.25) es igual a R_c. El tiempo total de secado t_T viene dado entonces por

$$t_T = t_c + t_f = \frac{m_s}{A}\left(\frac{X_1 - X_c}{R_c} + \frac{X_c - X'}{R_c - R'}\ln\frac{R_c}{R_2}\right) \tag{25.26}$$

donde X_1 es el contenido de humedad al comienzo de todo el proceso y R_2 es la velocidad de secado al final de los procesos.

En algunas situaciones una sola recta que pasa a través del origen representa todo el período de velocidad decreciente. El punto (X_c, R_c) está situado sobre esta línea. Cuando se puede hacer esta aproximación, la Ecuación (25.26) se puede simplificar teniendo en cuenta que b, R', X' desaparecen, que $a = R_c/X_c$, y que $R_c/R_2 = X_c/X_2$. La Ecuación (25.26) se transforma en

$$t_T = \frac{m_s}{AR_c}\left[(X_1 - X_c) + X_c \ln \frac{X_c}{X_2}\right] \qquad (25.27)$$

donde X_2 es el contenido de humedad al final de todo el proceso.

Secado con circulación a través del sólido

Si las partículas del sólido húmedo tienen suficiente tamaño, el gas puede pasar a través del lecho en vez de sobre él, dando generalmente lugar a un importante aumento de la velocidad de secado. Aun cuando las partículas individuales sean demasiado pequeñas para permitir esta situación, en muchos casos el material se puede acondicionar en una forma adecuada para realizar el secado con circulación transversal. Por ejemplo, una torta de filtración se puede granular o extruir en forma de «biscuits» o de cilindros del tipo spaghetti, de aproximadamente 1/4 pulg de diámetro y varias pulgadas de longitud. El material acondicionado generalmente mantiene la forma durante el secado y forma un lecho permeable de porosidad bastante elevada.

Las velocidades de transferencia de calor y materia hacia las superficies de las partículas en un lecho de sólidos se pueden calcular a partir de la Ecuación (21.56), tal como se ilustra en el Ejemplo 25.3. Sin embargo, los resultados de tales cálculos se utilizan solamente para estimaciones preliminares, de forma que siempre es aconsejable, y con frecuencia necesario, realizar ensayos experimentales con el material real que se ha de secar.

Ejemplo 25.3. La torta de filtración del Ejemplo 25.1 se extrusiona a través de un tamiz para formar cilindros de 1/4 pulg de diámetro y 4 pulg de longitud. La carga de sólidos es la misma que en el Ejemplo 25.1, con 20 lb de sólidos secos por pie cuadrado de superficie del tamiz. La porosidad del lecho es del 60 por 100. A través del lecho se pasa aire, con una temperatura seca de 120 °F y una temperatura húmeda de 80 °F, con una velocidad superficial de 2,5 pies/s. Si el factor de disponibilidad de área es 0,85, ¿cuánto tiempo se necesitará para secar los sólidos desde el 20 por 100 hasta el 10 por 100 de humedad?

SOLUCIÓN

Suponiendo que el contenido de humedad critica es inferior al 10 por 100, que todo el secado tiene lugar en el período de velocidad constante y que la temperatura de velocidad constante, como antes, es 80 °F y λ es 1049 Btu/lb. Por tanto, por pie cuadrado de la superficie del tamiz el agua a evaporar es 20(0,20 - OJO) = 2 lb, y la cantidad de calor que hay que transmitir de Q_T es 2 x 1049 = 2098 Btu.

La masa de sólidos en un cilindro es

$$m_p = \frac{\pi}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 144 \times \frac{4}{12} \times 120 = 0{,}0136 \text{ lb}$$

Despreciando los extremos de las piezas, el área de la superficie de un cilindro es

$$A_p = \frac{\pi \times \frac{1}{4}}{12} \times \frac{4}{12} = 0{,}0218 \text{ pie}^2$$

El área total expuesta por 20 lb de sólidos es

$$A = \frac{20}{0{,}0136} \times 0{,}0218 = 32{,}06 \text{ pie}^2$$

El área efectiva es, sin embargo, solamente el 85 por 100 de ésta, y $A_{ef} = 0{,}85 \times 32{,}06 = 27{,}25 \text{ pie}^2$.

El coeficiente de transmisión de calor se obtiene a partir de la forma equivalente de la Ecuación (21.56):

$$\frac{hD}{k} = 1{,}17 N_{Re}^{0{,}585} N_{Pr}^{1/3}$$

Para aire a 120 "F, las propiedades son

$$p = \frac{29}{359} \times \frac{492}{580} = 0{,}0685 \text{ lb/pie}^3 \qquad \mu = 0{,}019 \text{ cP (Ap. 9)}$$

$$k = 0{,}0162 \text{ Btu/pies-h-°F (Ap. 12)} \qquad c_p = 0{,}25 \text{ Btu/lb-°F (Ap. 15)}$$

El número de Reynolds, basado en el diámetro de las partículas, es

$$N_{Re} = \frac{D_p G}{\mu} = \frac{D_p \bar{V} \rho}{\mu}$$

$$= \frac{(\frac{1}{48}) \times 2{,}5 \times 0{,}0685}{0{,}019 \times 6{,}72 \times 10^{-4}} = 279{,}4$$

El número de Prandtl es

$$N_{Pr} = \frac{0{,}25 \times 0{,}019 \times 2{,}42}{0{,}0162} = 0{,}71$$

A partir de la Ecuación (21.56)

$$h = \frac{0{,}0162 \times 1{,}17 \times 279{,}4^{0{,}585} \times 0{,}71^{1/3}}{\frac{1}{48}}$$

$$= 21{,}9 \text{ Btu/pie}^2\text{-h-°F}$$

El calor transmitido desde el gas hasta una pequeña sección del lecho es

$$\dot{m}_g c_s dT_h = h dA_{ef}(T_h - T_w)$$

que se integra para obtener

$$\ln \frac{T_{ha} - T_w}{T_{hb} - T_w} = \frac{hA_{ef}}{\dot{m}_g c_s}$$

Por pie cuadrado de superficie

$$\dot{m}_g = 2{,}5 \times 3600 \times 0{,}0685 = 617 \text{ lb/h}$$

A partir de la Figura 23.3, $c_s = 0{,}25$. Por tanto,

$$\ln \frac{T_{ha} - T_w}{T_{hb} - T_w} = \frac{21.9 \times 21.25}{617 \times 0{,}25} = 3{,}87$$

Puesto que $T_{ha} - T_w = 120 - 80 = 40\,°F$,

$$T_{hb} - T_w = 0{,}0209 \times 40 = 0{,}84\,°F$$

$$\overline{\Delta T_L} = \frac{40 - 0{,}84}{\ln (40/0{,}84)} = 10{,}1\,°F$$

Si q_T es la velocidad de transmisión de calor y t_T es el tiempo de secado,

$$q_T = \frac{Q_T}{t_T} = hA_{ef}\overline{\Delta T_L}$$

$$= 21{,}9 \times 27{,}25 \times 10{,}1$$

$$= 6027\ \text{Btu/h}$$

Puesto que $Q_T = 2098$ Btu,

$$t_T = \frac{2098}{6027} = 0.348\ \text{h} \quad \text{o} \quad 20{,}9\ \text{min}$$

Obsérvese que la velocidad de secado en el Ejemplo 25.3 es más de 30 veces superior a la obtenida mediante secado con circulación transversal (Ej. 25.1). Esto ocurre para el período de secado con velocidad constante, pero las velocidades en el período de velocidad decreciente también aumentan de una forma similar debido principalmente a la disminución de la distancia de difusión. Los espesores de lecho en el secado con circulación a través son generalmente mayores que en el secado superficial; el espesor en el Ejemplo 25.3 sería $2/(1 - 0{,}60) = 5$ pulg, que es un valor razonable para el secado con circulación transversal.

Para estimar velocidades de difusión en el interior de cilindros o esferas de sólidos no porosos, se pueden formular ecuaciones similares a la Ecuación (25.16) para láminas por analogía con las Ecuaciones (10.18) y (10.19) para transmisión de calor. Si se conocen X_c y D'_v se dispone de la velocidad de secado en el período de velocidad decreciente. En ausencia de datos experimentales, con sólidos porosos la curva de velocidad en el período de velocidad decreciente se aproxima mejor mediante una línea recta que pasa por el origen.

Secado de partículas suspendidas

La transferencia de materia desde la superficie de una partícula sólida o una gota de líquido que se desplaza en el seno de un gas se puede obtener a partir de la Ecuación (21.53) o de la Figura 21.5, siempre que se conozca la diferencia de velocidad entre la partícula o gota. Con frecuencia, como ocurre en un secadero

de torre o en un secadero rotatorio, solamente una parte del secado se realiza mientras las partículas descienden a través del gas y, por tanto, tales secaderos se diseñan utilizando ecuaciones empíricas (véase «Secaderos rotatorios», pág. 850).

La transferencia hacia partículas suspendidas se estima a partir de una ecuación como la Ecuación (21.53), y con frecuencia resulta adecuado suponer simplemente que el número de Nusselt o el número de Sherwood es 2,0, lo que corresponde al valor límite para una velocidad relativa cero. Sin embargo, tal como se verá más adelante al tratar los secaderos de lecho fluidizado, no siempre es posible calcular una diferencia media de temperatura o una fuerza impulsora para transferencia de materia entre el gas y el sólido, y las velocidades de secado han de obtenerse por experimentación.

La difusión interna en partículas esféricas se puede estimar a partir de una ecuación análoga a la Ecuación (10.19).

El tiempo que se requiere para secar partículas individuales es generalmente muy corto, de manera que, de hecho, carecen de sentido los términos de «velocidad constante» y «velocidad decreciente». En los secaderos *flash*, y en algunos tipos de secaderos de pulverización, el secado se completa en tiempos cortos, de 1/2 a 5 s.

EQUIPO DE SECADO

En este apartado solamente se considerarán un reducido número de secaderos de los muchos tipos comerciales existentes. El primero y gran grupo comprende secaderos para sólidos granulares o rígidos y pastas semisólidas; el segundo grupo se refiere a secaderos que pueden aceptar alimentaciones líquidas o suspensiones.

Secaderos para sólidos y pastas

Los secaderos típicos de sólidos y pastas comprenden secaderos de bandejas y de tamices transportadores, para materiales que no se pueden agitar, así como secaderos de torre, rotatorios, de tornillo sin fin, de lecho fluidizado y *flash*, para materiales que se pueden agitar. Estos tipos de secaderos se han ordenado, hasta donde es posible, atendiendo al grado de agitación y al método de exposición del sólido al gas o del contacto con una superficie caliente, tal como se trata al comienzo de este capítulo. Sin embargo, la ordenación se complica por el hecho de que algunos tipos de secaderos pueden ser lo mismo adiabáticos que no adiabáticos o bien una combinación de ambos.

Secaderos de bandejas. En la Figura 25.9 se representa un secadero típico de bandejas. Consistente en una cámara rectangular de chapa metálica que contiene dos carretones para soportar los bastidores *H*. Cada bastidor lleva numerosas bandejas poco profundas, tal vez de forma cuadrada con 30 pulg de lado y de 2 a 6 pulg de profundidad, que se cargan con el material a secar. Entre las

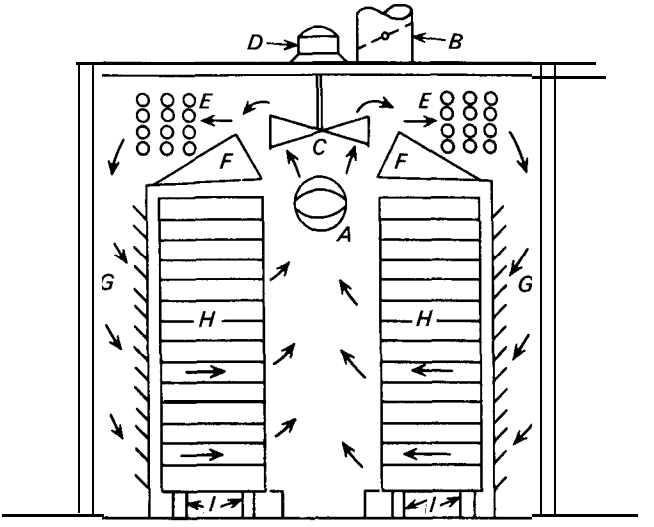


Figura 25.9. Secadero de bandejas.

bandejas se hace circular aire con una velocidad de 7 a 15 pies/s por medio del ventilador C y el motor *D,* pasando sobre los calentadores *E.* Las placas deflectoras G distribuyen el aire uniformemente sobre el conjunto de bandejas. Parte de aire húmedo se expulsa de forma continua a través del conducto de descarga *B,* mientras que por *A* entra la reposición de aire fresco. Los bastidores van montados sobre las ruedas *I,* de forma que al final del ciclo de secado se pueden retirar de la cámara y descargar el contenido de las bandejas.

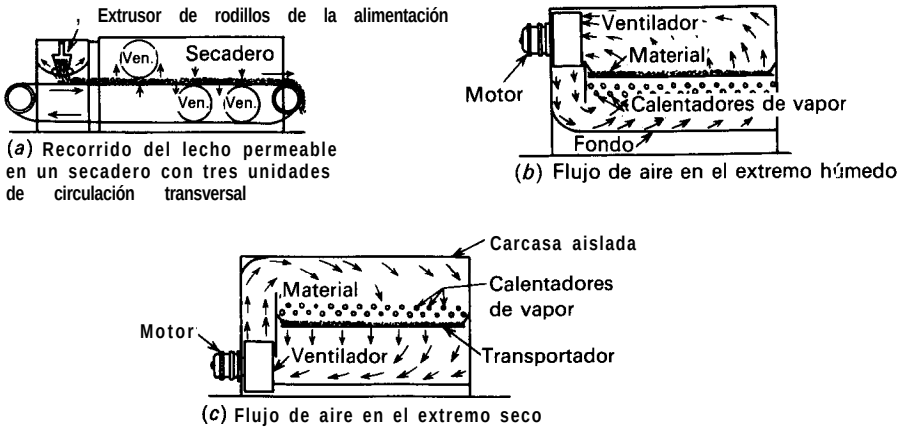
Los secaderos de bandejas resultan convenientes cuando la capacidad de producción es pequeña. Prácticamente pueden secar cualquier producto, pero la mano de obra necesaria para la carga y descarga da lugar a costes de operación elevados. Frecuentemente se utilizan en el secado de materiales valiosos tales como colorantes y productos farmacéuticos. El secado por circulación de aire sobre capas estacionarias de sólidos es lento y, por consiguiente, los ciclos de secado son largos: de 4 a 48 horas por carga. Ocasionalmente se utiliza el secado con circulación transversal, pero esto es poco frecuente ya que no es necesario ni económico en secaderos discontinuos, debido a que el acortamiento del ciclo de secado no reduce la mano de obra necesaria para cada carga. Sin embargo, el ahorro de energía puede ser significativo.

Los secaderos de bandejas pueden operar a vacío, frecuentemente con calentamiento indirecto. Las bandejas pueden estar situadas sobre placas metálicas huecas que se calientan con vapor de agua o con agua caliente, o bien las mismas bandejas pueden estar provistas de una cámara para la circulación de un fluido de calefacción. El vapor que sale del sólido se retira mediente un eyector o una bomba de vacío. El *secado con congelación,* o liofilización, es la sublimación de agua a partir de hielo operando a vacío elevado y a temperaturas inferiores a 0 “C. Esto se realiza en secaderos especiales de bandejas para secar vitaminas y otros materiales sensibles al calor.

Secaderos de tamices transportadores. Un secadero típico de tamiz transportador con circulación transversal se representa en la Figura 25.10. Una capa de 1 a 6 pulg de espesor del material que se ha de secar es transportada lentamente sobre un tamiz metálico que se mueve a través de una larga cámara o túnel de secado. En el extremo de entrada del secadero el aire generalmente pasa hacia arriba a través del tamiz y de los sólidos, mientras que cerca del extremo de descarga, donde el material está seco y puede desprender polvo, el aire circula hacia abajo a través del tamiz. La temperatura y la humedad del aire pueden ser diferentes en distintas secciones con el fin de alcanzar las condiciones óptimas de secado en cada punto.

Las dimensiones típicas de los secaderos de tamiz transportador son de 6 pies (2 m) de ancho y 12 a 150 pies (4 a 50 m) de longitud, dando lugar a tiempos de secado de 5 a 120 minutos. El tamaño mínimo de la luz del tamiz es de aproximadamente 30 mallas. Materiales gruesos, escamosos o fibrosos se pueden secar con circulación transversal sin ningún pretratamiento y sin pérdidas de material a través del tamiz. Sin embargo, las pastas y las tortas de filtración de partículas finas deben acondicionarse antes de que puedan tratarse en un secadero de tamiz transportador. Los agregados generalmente conservan su forma durante el secado y solamente cae una pequeña cantidad de polvo a través del tamiz. A veces se instala un dispositivo para recuperar los finos que son arrastrados desde el tamiz.

Los secaderos de tamiz transportador operan de forma continua y suave con una gran variedad de sólidos; su coste es razonable, y el consumo de vapor de agua es bajo, siendo típico el valor de 2 lb de vapor de agua por lb de agua evaporada. El aire puede circular a través y ser expulsado de cada sección de forma independiente o bien circular desde una sección a otra en contracorriente con el sólido. Estos secaderos son especialmente aplicables cuando las condiciones de secado han de modificarse notablemente a medida que disminuye el contenido de humedad del sólido. Se diseñan por métodos similares al que se ilustra en el Ejemplo 25.3.



(*a*) Recorrido del lecho permeable en un secadero con tres unidades de circulación transversal

(*b*) Flujo de aire en el extremo húmedo

(*c*) Flujo de aire en el extremo seco

Figura 25.10. Secadero de tamiz transportador con circulación transversal.

Secaderos de torre. Un secadero de torre contiene una serie de bandejas dispuestas unas encima de otras sobre un eje central rotatorio. La alimentación de sólidos se introduce sobre la bandeja superior y está expuesta a una corriente de aire o gas caliente que pasa sobre la bandeja. El sólido es después descargado por medio de una rasqueta y pasa a la bandeja inmediatamente inferior. De esta forma va circulando a través del secadero, descargando el producto seco por el fondo de la torre. Los flujos de gas y de sólido pueden ser en corrientes paralelas 0 en cotracorriente.

El ***turbosecadero*** que se representa en la Figura 25.11 es un secadero de torre con recirculación interna del gas caliente. Los ventiladores de turbina hacen circular el aire o el gas hacia fuera entre algunas bandejas, pasando sobre los elementos de calefacción, y hacia dentro entre otras bandejas. Las velocidades del gas son generalmente de 2 a 8 pies/s (0,6 a 2,4 m/s). Las dos bandejas inferiores del secadero que se representa en la Figura 25.11 constituyen una sección de enfriamiento de los sólidos secos. El aire precalentado generalmente se introduce por el fondo de la torre y se expulsa por la parte superior, dando lugar a flujo en contracorriente. Un turbosecadero funciona parcialmente con secado superficial, como en un secadero de torre, y parcialmente en forma de lluvia de partículas cuando éstas caen de una bandeja a otra.

Secaderos rotatorios. Un secadero rotatorio consiste en una carcasa cilíndrica giratoria, dispuesta horizontalmente o ligeramente inclinada hacia la salida. Al girar la carcasa, unas pestañas levantan los sólidos para caer después en forma de lluvia a través del interior de la carcasa. La alimentación entra por un extremo

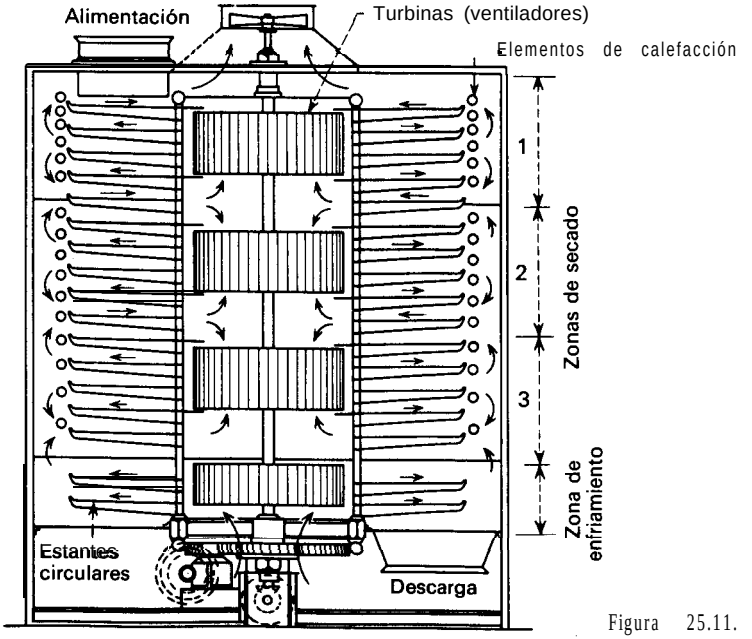


Figura 25.11. **Turbosecadero.**

del cilindro y el producto seco descarga por el otro. Los secaderos rotatorios se calientan por contacto directo del gas con los sólidos, por gas caliente que pasa a través de un encamisado externo, o por medio de vapor de agua que condensa en un conjunto de tubos instalados sobre la superficie interior de la carcasa. El último de estos tipos recibe el nombre de secadero rotatorio con tubos de vapor de agua. En un secadero rotatorio directo-indirecto el gas caliente pasa primeramente a través del encamisado y luego a través de la carcasa, donde se pone en contacto con los sólidos.

En la Figura 25.12 se presenta un típico secadero rotatorio adiabático que opera con aire caliente en contracorriente. Una carcasa rotatoria *A*, construida con chapa de acero, está soportada sobre dos conjuntos de rodillos *B* y accionada por medio de un engranaje y un piñón C. En el extremo superior hay una campana *D*, que a través del ventilador *E* conecta con una chimenea, y una conducción *F* que introduce el material húmedo desde la tolva de alimentación. Las pestañas G, que elevan el material que se seca y le dejan caer después a través de la corriente de aire caliente, están soldadas sobre la superficie interior de la carcasa. Por el extremo inferior del secadero descarga el producto en un transportador de tornillo *H*. Justamente detrás del transportador de tornillo hay un conjunto de tubos con aletas calentados con vapor para precalentar el aire. El aire circula a través del secadero mediante un ventilador que, si se desea, descarga en el calentador de aire, de forma que todo el sistema se encuentra a sobrepresión. Opcionalmente, el ventilador puede estar situado en la descarga, con lo cual aspira el aire a través del secadero y mantiene el sistema con un ligero vacío. Esto resulta útil cuando el material tiende a formar polvos. Los secaderos rotatorios de este tipo se utilizan con frecuencia para sal, azúcar y todo tipo de materiales granulares y cristalinos que han de mantenerse limpios y que no se pueden exponer directamente a gases de combustión muy calientes.

La velocidad másica permitida para el gas en un secadero rotatorio de contacto directo depende de las características de formación de polvos del ma-

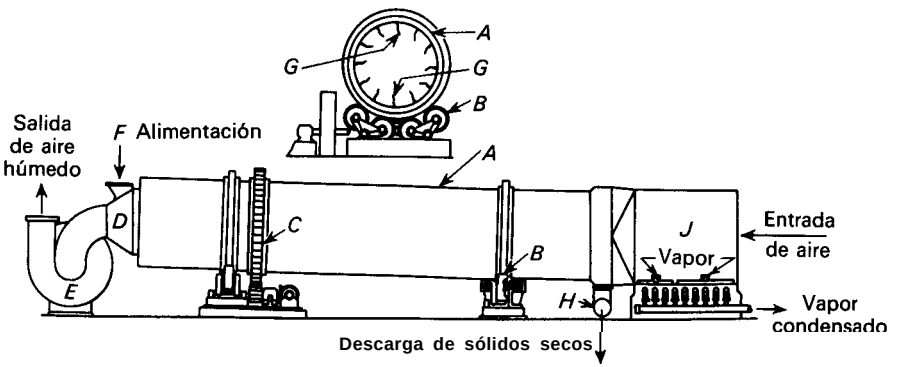


Figura 25.12. Secadero rotatorio con aire caliente en contracorriente: *A*, carcasa del secadero; *B*, rodillos para el soporte de la carcasa; C, engranaje; *D*, campana de descarga de aire; *F*, conducto de alimentación; G, pestañas elevadoras; ***H***, descarga de producto; ***J***, calentador de aire.

terial que se seca y varía entre 400 lb/pie²-h (1950 kg/m²-h) y 5000 lb/pie²-h (24000 kg/m²-h) para partículas gruesas. Las temperaturas típicas del gas a la entrada están comprendidas entre 250 a 350 °F (120 a 175 "C) para aire calentado con vapor y entre 1000 a 1500 °F (540 a 815 "C) para gases de combustión procedentes de un horno. Los diámetros de los secaderos están comprendidos entre 3 a 10 pies (1 a 3 m) y la velocidad periférica de la carcasa generalmente varía entre 60 a 75 pies/min (20 a 25 m/min).

Los secaderos rotatorios se diseñan basándose en la transmisión de calor. Una ecuación empírica *dimensional* para el coeficiente volumétrico de transmisión de calor *Ua* es[8]

$$Ua = \frac{0{,}5G^{0{,}67}}{D} \tag{25.28}$$

donde *Ua* está en Btu/pie²-h-°F, G es la velocidad másica del gas en lb/pie²-h de la sección transversal del secadero, y *D* es el diámetro del secadero en pies. La velocidad de transmisión de calor q_T, de acuerdo con la Ecuación (25.4) es, por tanto,

$$\begin{aligned} q_T &= \frac{0{,}5G^{0{,}67}}{D} V\overline{\Delta T} \\ &= 0{,}125\pi DLG^{0{,}67}\overline{\Delta T} \end{aligned} \tag{25.29}$$

donde V = volumen del secadero, pie³
L = longitud del secadero, pies
AT = diferencia media de temperatura, tomada como media logarítmica de las depresiones del bulbo húmedo a la entrada y salida del secadero

La temperatura más conveniente del gas a la salida es una cuestión económica; puede estimarse a partir de las Ecuaciones (25.6) o (25.8) ya que se ha demostrado empíricamente [10c] que los secaderos rotatorios resultan indicados, desde el punto de vista económico cuando N_t varía entre 1,5 y 2,5.

Ejemplo 25.4. Calcúlese el diámetro y la longitud de un secadero rotatorio adiabático para secar 2800 lb/h (1270 kg/h) de un sólido sensible al calor, desde un contenido inicial de humedad del 15 por 100 hasta un contenido tina1 de humedad del 0,5 por 100 ambos sobre base seca. Los sólidos tienen un calor especifico de 0,52 Btu/lb-°F, entran a 80 °F (26,7 "C) y no han de calentarse a una temperatura superior a 125 °F (51,7 "C). Se dispone de aire caliente a 260 °F (126,7 "C) y una humedad de 0,01 lb de agua por lb de aire seco. La velocidad másica máxima permitida para el aire es 700 lb/pie²-h (3420 kg/m²-h).

SOLUCIÓN

Habida cuenta de la sensibilidad térmica de los sólidos, se utilizará operación en corrientes paralelas. La temperatura del gas a la salida se obtiene a partir de la Ecuación (25.8) para secado adiabático. Se supone que el número de unidades de

transferencia es 1,5. La temperatura húmeda a la entrada, T_{wa}, a partir de la Figura 23.3, es 102 "F. Puesto que T_{ha} es 260 °F, la Ecuación (25.8) conduce a

$$N_t = 1{,}5 = \ln \frac{260 - 102}{T_{hb} - 102}$$

de donde T_{hb} = 137 °F, y T_{sb} puede razonablemente tomarse como el valor máximo permitido de 125 "F.

Otras magnitudes que se requieren son

$$\text{para } 102\ ^\circ\text{F} = 1036\ \text{Btu/lb (Ap. 8)}$$

Calores específicos, en Btu/lb-°F,

$$c_{ps} = 0{,}52 \qquad c_{pv} = 0{,}45 \text{ (Ap. 15)} \qquad c_{pL} = 1{,}0$$

También

$$X_a = 0{,}15 \qquad X_b = 0{,}005 \qquad \dot{m}_s = 2800\ \text{lb/h}$$

A partir de la Ecuación (25.9)

$$\dot{m}_v = 2800(0{,}15 - 0{,}005) = 406\ \text{lb/h}$$

Las necesidades de calor se obtienen sustituyendo en la Ecuación (25.1):

$$\begin{aligned}\frac{q_T}{\dot{m}_s} &= 0{,}52(125 - 80) + 0{,}15 \times 1{,}0(102 - 80) \\ &\quad + (0{,}15 - 0{,}005)1036 + 0{,}005 \times 1{,}0(125 - 102) \\ &\quad + 0{,}145 \times 0{,}45(137 - 102) \\ &= 23{,}4 + 3{,}3 + 150{,}2 + 0{,}1 + 2{,}3 = 179{,}3\ \text{Btu/lb}\end{aligned}$$

Sólo los términos primero y tercero son significativos. Según esto, q_T = 179,3 x 2800 = = 502 040 Btu/h.

La velocidad de flujo de entrada de aire se obtiene a partir de un balance de calor y del calor específico del aire húmedo c_{sa}. A partir de la Figura 23.3, c_{sa} = 0,245 Btu/lb-"F. Por tanto.

$$\begin{aligned}\dot{m}_g(1 + \mathscr{H}_a) &= \frac{q_T}{c_{sa}(T_{ha} - T_{hb})} \\ &= \frac{502\ 040}{0{,}245(260 \quad 137)} = 16\,660\ \text{lb/h}\end{aligned}$$

Puesto que $\mathscr{H}_a$ = 0,01, $\dot{m}_g$ = 16 600/1,01 = 16495 lb/h de aire seco.

La humedad a la salida $\mathscr{H}_b$ se obtiene a partir de la Ecuación (25.10):

$$\mathscr{H}_b = 0{,}01 + \frac{406}{16\,495} = 0{,}0346\ \text{lb/lb}$$

Para una temperatura seca T_{hb} de 137 °F, la temperatura húmeda T_{wb} para $\mathscr{H}_b$ = = 0,0346 es 102 °F, la misma que T_{wa} (ya que ésta seria la de un secado adiabático).

El diámetro del secadero se obtiene a partir de la velocidad másica Permitida y de la velocidad de flujo del aire que entra. Para G = 700 lb/pie²-h, el área de la sección transversal del secadero ha de ser 16 660/700 = 23,8 pie², y el diámetro del secadero es

$$D = \left(\frac{4 \times 23{,}8}{\pi}\right)^{0,5} = 5{,}50 \text{ pies } (1{,}68 \text{ m})$$

La longitud del secadero viene dada por la Ecuación (25.29):

$$L = \frac{q_T}{0{,}125\pi D G^{0,67} \overline{\Delta T}}$$

La diferencia de temperatura media logarítmica es

$$\overline{\Delta T} = \frac{(260 - 102) - (137 - 102)}{\ln [(260 - 102)/(137 - 102)]} = 81\ 6\ °F$$

Por tanto,

$$L = \frac{502\ 040}{0{,}125\pi \text{ x } 5{,}5 \text{ x } 700^{0,67} \text{ x } 81{,}6}$$

$$= 35{,}4 \quad \text{es decir 36 pies (ll ,0 m)}$$

Esto conduce a una relación L/D de 36/5,5 = 6,54, que es un valor razonable para secaderos rotatorios.

Secaderos de tornillo transportador. Un secadero de tornillo transportador es un secadero continuo de calentamiento indirecto, que consiste esencialmente en un transportador horizontal de tornillo (o un transportador de palas) confinado dentro de una carcasa cilíndrica encamisada. La alimentación de sólido entra por un extremo, circula lentamente a través de la zona calentada y descarga por el otro extremo. El vapor que se desprende se retira a través de una serie de tuberías situadas en la parte superior de la carcasa. La carcasa tiene un diámetro de 3 a 24 pulg (75 a 600 mm) y una longitud de hasta 20 pies (6 m). Cuando se requiere una longitud mayor se instalan varios transportadores unos encima de otros formando una bancada. Con frecuencia en una bancada de este tipo la unidad inferior está a temperatura más baja, debido a que el sólido seco, antes de su descarga, es enfriado con agua u otro refrigerante que circula por el encamisado.

La velocidad de rotación del transportador es lenta, de 2 a 30 rpm. Los coeficientes de transmisión de calor están basados en la superficie interior de la carcasa, si bien ésta generalmente está llena de un 10 a un 60 por 100. El coeficiente depende de la carga de la carcasa y de la velocidad del transportador. Para muchos sólidos el coeficiente de transmisión de calor está comprendido entre 3 y 10 Btu/pie²-h-°F (17 y 57 W/m²-°C).

Los secaderos de tomillo transportador tratan sólidos que son demasiado

tinos y demasiado espesos para operar con un secadero rotatorio. Están completamente cerrados y permiten recuperar los vapores de disolvente con poca o ninguna dilución con aire. Cuando se les acopla un alimentador adecuado, pueden operar a un vacío moderado. Por tanto, pueden adaptarse a la separación y recuperación continua de disolventes volátiles a partir de sólidos húmedos con disolventes, procedentes de operaciones de lixiviación. Por esta razón a veces se les llama ***recuperadores de disolvente.***

Un tipo de secaderos relacionados con este equipo son los secaderos de película delgada.

Secaderos de lecho fluidizado. Los secaderos en los que los sólidos están fluidizados por el gas de secado se utilizan en diversos problemas de secado[4]. Las partículas se fluidizan con aire o gas en una unidad de lecho hirviente, tal como se muestra en la Figura 25.13. La mezcla y la transmisión de calor son muy rápidas. La alimentación húmeda se introduce por la parte superior del lecho y el

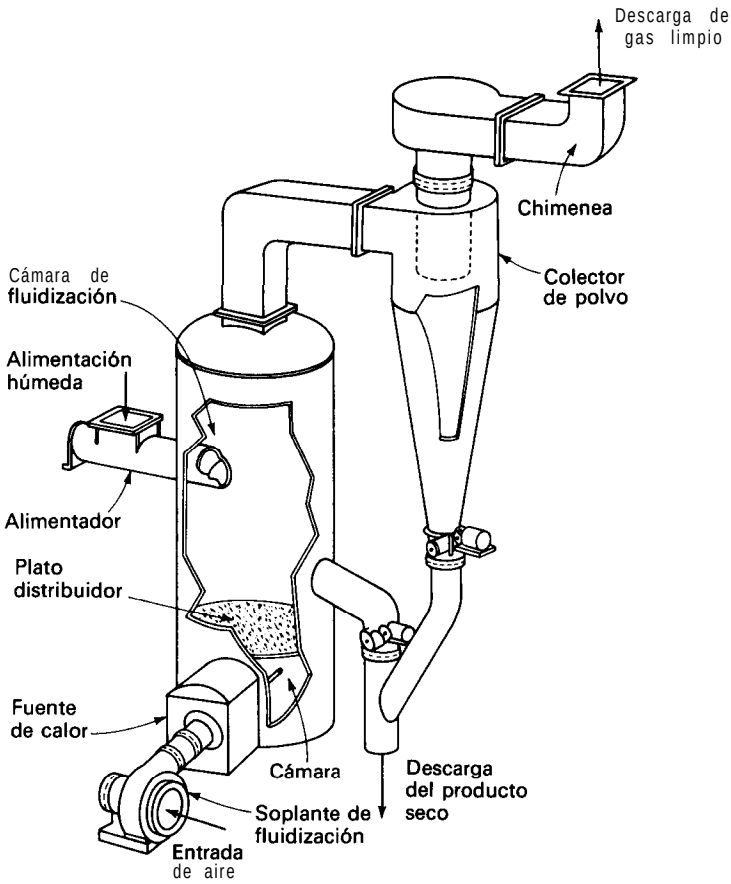


Figura 25.13. Secadero continuo de lecho fluidizado.

producto seco se retira lateralmente cerca del fondo. En el secadero que se representa en la Figura 25.13 hay una distribución al azar de los tiempos de residencia, siendo el tiempo medio típico de permanencia de una partícula en el secadero de 30 a 120 s cuando solamente se vaporiza líquido superficial, y de 15 a 30 min si también hay difusión interna. Las partículas pequeñas se calientan hasta la temperatura seca del gas fluidizante a la salida; por consiguiente, los materiales térmicamente sensibles han de secarse en un medio suspendido relativamente frío. Aun así, el gas de entrada puede estar caliente ya que la mezcla es tan rápida que la temperatura es práticamente uniforme en todo el lecho e igual a la temperatura de salida del gas. Si hay partículas tinas, que entran con la alimentación o bien que se forman por la abrasión del lecho fluidizado, puede existir un considerable transporte de sólidos con el gas que sale y ser necesario instalar ciclones y filtros de mangas para la recuperación de tinos.

Algunos secaderos de lecho fluidizado posen compartimentos fluidizados separados, a través de los cuales pasan secuencialmente los sólidos desde la entrada hasta la salida. Reciben el nombre de «secaderos de flujo pistón» y en ellos el tiempo de residencia es casi el mismo para todas las partículas. Las condiciones de secado se pueden variar de un compartimento a otro, y con frecuencia el último compartimento está fluidizado con gas frío con el fin de enfriar los sólidos antes de la descarga.

Los coeficientes de transmisión de calor se pueden estimar a partir de la Ecuación (12.71) simplemente tomando $h_0 D_p/k_f$ igual a 2,0. Sin embargo, la capacidad del secadero, especialmente con partículas tinas, se establece mejor por experimentación. El gas a la salida está prácticamente saturado con vapor para cualquier velocidad de fluidización permitida.

Los secaderos del tipo que se representa en la Figura 25.13 también pueden operar por cargas. Una carga de sólidos húmedos se fluidiza en un contenedor perforado adosado al fondo de la cámara de fluidización, se calienta hasta que se seca y después se descarga. Estas unidades han desplazado a los secaderos de bandejas en numerosos procesos.

Secaderos flash. En un secadero *flash* se transporta un sólido húmedo pulverizado durante pocos segundos en una corriente de gas caliente. En la Figura 25.14 se representa un secadero de este tipo. El secado tiene lugar durante el transporte. La velocidad de transmisión de calor desde el gas hacia las partículas de sólido suspendido es elevada y el secado es rápido, de forma que no se requieren más de 3 o 4 segundos para evaporar toda la humedad del sólido. La temperatura del gas es elevada —con frecuencia del orden de 1200 °F a la entrada-, pero el tiempo de contacto es tan corto que la temperatura del sólido raramente supera los 100 °F durante el secado. Por tanto, el secado *flash* se puede aplicar a materiales sensibles que en otro tipo de secaderos tendrían que secarse indirectamente con un medio de calefacción mucho más frío.

A veces se incorpora un pulverizador en el sistema de secado *flash* para proceder simultáneamente al secado y a la reducción de tamaño. Un sistema de este tipo se representa en la Figura 25.14. La alimentación húmeda entra en el mezclador *A*, donde se mezcla con suficiente cantidad de material seco para que

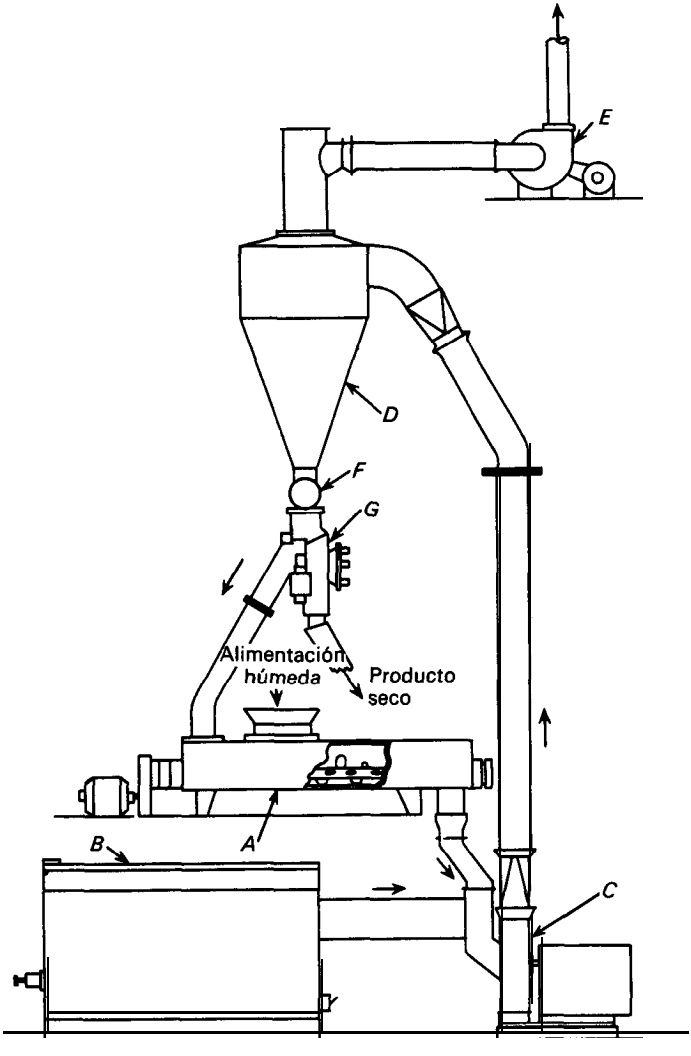


Figura 25.14. Secadero de *flash* con desintegrador: *A*, mezclador-transportador de palas; *B*, horno calentado con gas-oil; *C*, molino de martillos; *D*, separador de ciclón; *E*, soplante de venteo; *F*, alimentador; *G*, divisor y temporizador del flujo de sólidos.

fluya libremente. El material mezclado descarga en un molino de martillos *C*, a donde es arrastrado con los gases de combustión calientes procedente del horno *C*. El sólido pulverizado es transportado fuera del molino por la corriente de gas a través de un conducto bastante largo en el que tiene lugar el secado. El gas y el sólido seco se separan en el ciclón *D*, descargando el gas limpio a través de la soplante *E*. Los sólidos se retiran del ciclón a través del alimentador *F*, pasando después al clasificador de sólidos *G*. Este equipo casi siempre es necesario para recircular algo de sólido seco y mezclarlo con la alimentación húmeda. Opera por

medio de un temporizador que acciona una válvula, de forma que durante un período de tiempo determinado retorna sólido seco al mezclador y durante otro período se retira como producto. Generalmente retorna más sólido al mezclador que el que se retira. Relaciones típicas de recirculación son 3 a 4 lb de sólido retornado por cada libra de producto que se retira del sistema.

Secaderos para disoluciones y suspensiones

Algunos secaderos evaporan completamente disoluciones y suspensiones hasta sequedad por medios térmicos. Ejemplos típicos son los secaderos de pulverización, los secaderos de película delgada y secaderos de tambor.

Secaderos de pulverización. En un secadero de pulverización se dispersa una disolución o suspensión en una corriente de gas caliente formando una niebla de gotas muy tinas. La humedad es rápidamente evaporada de las gotitas para formar partículas residuales de sólido seco que después se separan de la corriente gaseosa. Los flujos de gas y líquido pueden ser en corrientes paralelas, en contracorriente o una combinación de ambos en una misma unidad.

Las gotitas se forman en una cámara cilíndrica de secado por la acción de boquillas de presión, boquillas de dos fluidos o, en secaderos de gran tamaño, por medio de discos de pulverización que giran a gran velocidad. En todos los casos es esencial conseguir que las gotitas o partículas húmedas de sólido choquen con superficies sólidas antes de que el secado tenga lugar, por lo cual la cámara de secado ha de ser necesariamente grande. Son frecuentes diámetros de 8 a 30 pies (2,5 a 9 m).

En el secadero típico de pulverización que se representa en la Figura 25.15, la cámara es un cilindro con un fondo cónico. La alimentación de líquido se realiza por bombeo hasta un atomizador de disco situado en la parte superior de la cámara. En este secadero el disco de pulverización tiene unas 12 pulg (300 mm) de diámetro y gira entre 5000 y 10 000 rpm. Atomiza el líquido en tinas gotas que se proyectan radialmente en una corriente de gas caliente que entra cerca de la parte superior de la cámara. El gas frío se extrae por medio de un ventilador a través de una línea horizontal de descarga situada lateralmente en el fondo de la sección cilíndrica de la cámara. El gas pasa a través de un separador de ciclón donde se separan las partículas sólidas que puedan ser arrastradas. La mayor parte del sólido seco sedimenta del gas en el fondo de la cámara del secado, de donde se retira por medio de una válvula rotatoria y un transportador de tornillo y se mezcla con el sólido recogido en el ciclón.

Una ecuación ***dimensional*** para el diámetro medio volumen-superficie $\bar{D}_s$ de las gotas procedentes de un atomizador de disco es[7]

$$\bar{D}_s = 12{,}2 \times 10^4 r \left(\frac{\Gamma}{\rho_L n r^2}\right)^{0,6} \left(\frac{\mu}{\Gamma}\right)^{0,2} \left(\frac{\sigma' \rho_L L_p}{\Gamma^2}\right)^{0,1} \qquad (25.30)$$

donde $\bar{D}_s$ = diámetro medio de la gota, μm
r = radio del disco, pies

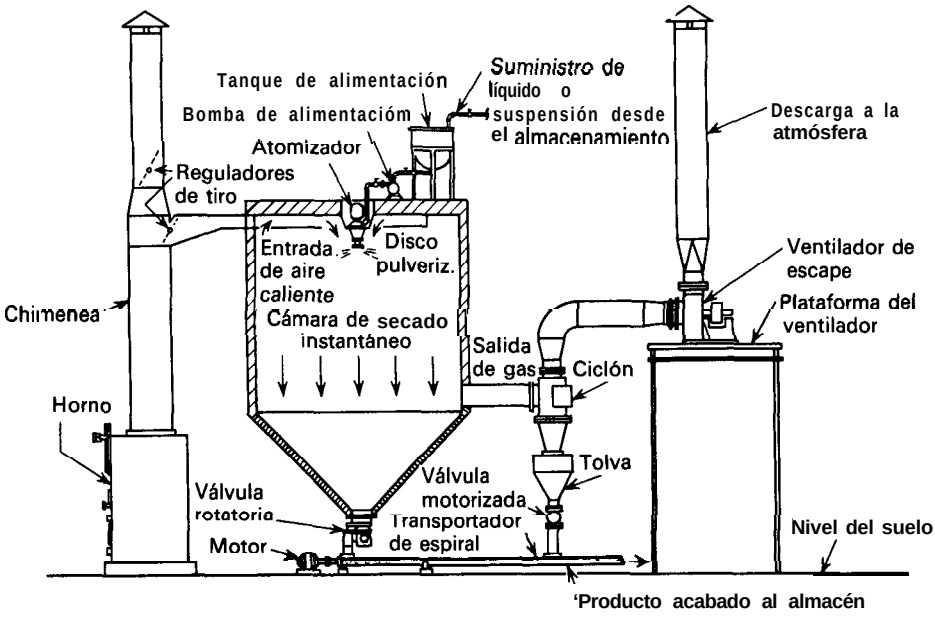


Figura 25.15. Secadero de pulverización con flujo paralelo.

Γ = velocidad másica de pulverización por pie de periferia del disco, lb/pies-min
σ' = tensión superficial del líquido, lb/min^2
ρ_L = densidad del líquido, lb/pie^3
n = velocidad del disco, rpm
μ = viscosidad del líquido, cP
L_p = periferia del disco, $2\pi r$, pies

El tiempo que se requiere para secar una gota de diámetro conocido puede estimarse a partir de la Ecuación (12.71) para la transmisión de calor hacia una partícula esférica solitaria. Sin embargo, se deben evaporar hasta sequedad las gotas más grandes y no solamente las de tamaño medio. Generalmente en el cálculo de los tiempos de secado se puede suponer que el diámetro de la gota más grande es el doble del valor del $\bar{D}_s$ que se obtiene a partir de la Ecuación (25.30).

Los diámetros medios de las gotas en un secadero de pulverización oscilan entre 20 μm (6×10^{-5} pies) cuando se utiliza un atomizador de disco y 180 μm ($5{,}5 \times 10^{-5}$ pies) para el caso de una boquilla de pulverización gruesa. Los tiempos de residencia varían entre 3 y 6 s para secaderos en corrientes paralelas y de 25 a 30 s para secaderos en contracorriente.

Las principales ventajas de los secaderos de pulverización son el corto tiempo de secado, que permite el secado de materiales altamente sensibles al calor, y la producción de partículas esféricas huecas. La consistencia, densidad global, apariencia y propiedades de flujo deseadas para algunos productos, tales como alimentos o detergentes sólidos, pueden ser difíciles o imposibles de obtener

mediante cualquier otro tipo de secadero. Los secaderos de pulverización también tienen la ventaja de producir, a partir de una disolución, suspensión, o pasta cremosa, en una sola etapa un producto que se puede envasar fácilmente. Un secadero de pulverización puede combinar las funciones de un evaporador, un cristalizador, un secadero, una unidad de reducción de tamaños y un clasificador. Cuando puede utilizarse, la simplificación que resulta en el proceso global de fabricación puede ser considerable.

Considerando exclusivamente su acción de secado, los secaderos de pulverización no son muy eficaces. Generalmente se pierde mucho calor con los gases que salen. Son de gran tamaño, con frecuencia de 80 pies (25 m) o más de altura, y no siempre resultan de operación sencilla. La densidad global del sólido seco -una propiedad de radical importancia para productos envasados- con frecuencia es difícil de mantener constante, ya que puede ser muy sensible a variaciones del contenido de sólidos, a la temperatura de entrada del gas y a otras variables[10d].

En el secado por pulverización de disoluciones la evaporación desde la superficie de las gotas conduce a la deposición de soluto en la superficie antes que el interior de la gota alcance la saturación. La velocidad de difusión del soluto hacia el interior de la gota es menor que el flujo de agua desde el interior hacia la superficie, de tal forma que todo el soluto se acumula en la superficie. Las partículas secas generalmente están huecas y el producto que se obtiene en un secadero de pulverización es muy poroso.

Secaderos de película delgada. En algunos casos pueden resultar competitivos con los secaderos de pulverización los secaderos de película delgada, que pueden aceptar una alimentación líquida o una suspensión para dar lugar a un producto sólido que fluye libremente. Generalmente se construyen en dos secciones; la primera de ellas es un secadero-agitador vertical similar al dispositivo que se ilustra en la Figura 16.3. Aquí la mayor parte del líquido se separa de la alimentación, y el sólido parcialmente húmedo descarga en la segunda sección, tal como se ilustra en la Figura 25.16, donde el contenido residual de líquido del material procedente de la primera sección se reduce hasta el valor deseado.

La eficacia térmica de los secaderos de película delgada es elevada y se produce una escasa pérdida de sólidos ya que poco o nada de gas se retira de la unidad. Son útiles para separar y recuperar disolventes de productos sólidos. Son relativamente caros y están limitados en cuanto al área de transmisión de calor. Tanto con alimentaciones acuosas como no acuosas la velocidad de alimentación aceptable está generalmente comprendida entre 20 y 40 lb/pie^2-h (100 y 200 kg/m^2-h).

Secaderos de tambor. Un secadero de tambor consiste en uno o más rodillos metálicos calentados, en cuya superficie exterior se evapora hasta sequedad una delgada capa de líquido. El sólido seco es retirado de los rodillos a medida que estos giran lentamente.

En la Figura 25.17 se representa un secadero de tambor típico, que es una unidad de doble tambor con alimentación central. El líquido de alimentación queda confinado en la parte superior de los dos rodillos y limitado por placas

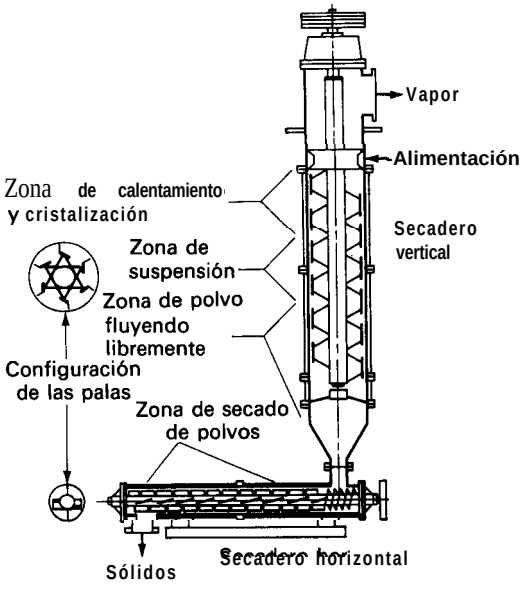


Figura 25.16. Secadero de película delgada Luwa «Combi».

estacionarias. El calor es transmitido por conducción hacia el líquido que es parcialmente concentrado en el espacio comprendido entre los rodillos. El líquido concentrado desciende formando una capa viscosa que recubre el resto de la superficie de los tambores. Prácticamente se vaporiza todo el líquido al girar los tambores, dejando una delgada capa de material seco que es retirado mediante cuchillas rascadoras y cae en los transportadores situados debajo. La humedad evaporada se recoge y retira a través de la campana situada encima de los tambores.

Los secaderos de doble tambor son eficaces con disoluciones diluidas, disoluciones concentradas de materiales muy solubles, así como con suspensiones de partículas relativamente tinas. No son adecuados para disoluciones de sales de solubilidad baja o para suspensiones de sólidos abrasivos que sedimentan y crean una presión excesiva entre los tambores.

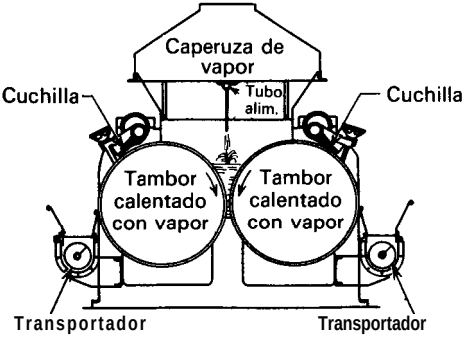


Figura 25.17. Doble secadero de tambor con alimentación central.

Los rodillos de un secadero de tambor tienen de 2 a 10 pies (0,6 a 3 m) de diámetro y de 2 a 14 pies (0,6 a 4,3 m) de longitud, girando entre 1 y 10 rpm. El tiempo que el sólido está en contacto con el metal caliente es de 6 a 15 s, suficiente como para que no se produzca descomposición aun en el caso de productos sensibles al calor. El coeficiente de transmisión de calor es alto, de 220 a 360 Btu/pie^2-h-°F (1200 a 2000 W/m^2-°C) en condiciones óptimas, si bien puede ser hasta la décima parte de estos valores cuando las condiciones son adversas [11]. La capacidad de secado es proporcional al área efectiva del tambor, y generalmente está comprendida entre 1 y 10 lb de producto seco por pie cuadrado de superficie de secado y por hora (5 y 50 kg/m^2-h).

Selección del equipo de secado

La primera consideración en la selección de un secadero es su facilidad de operación; por encima de cualquier otra consideración, el equipo ha de ser capaz de obtener el producto deseado en la forma y velocidad específicadas. A pesar de la variedad de secaderos industriales que existe en el mercado, los diferentes tipos son en buena medida complementarios y no competitivos, de forma que la naturaleza del problema de secado impone el tipo de secadero que debe utilizarse o al menos limita la elección a tal vez dos o tres posibilidades. La elección final se decide sobre la base de los costes de inversión y operación. Sin embargo, es preciso tener en cuenta los costes de todo el sistema de separación y no sólo exclusivamente los de secado.

Consideraciones generales. Existen algunas directrices generales para la selección de un secadero, pero las reglas distan mucho de ser rígidas y las excepciones son frecuentes. Por ejemplo, los secaderos discontinuos son generalmente los más utilizados cuando la capacidad de producción de sólido seco es inferior a 300 o 400 lb/h (150 o 200 kg/h), mientras que los secaderos continuos casi siempre se utilizan para capacidades de producción superiores a una o dos toneladas/h. Para capacidades de producción intermedias es preciso considerar otros factores. Los materiales sensibles al calor han de secarse a baja temperatura, operando con un medio de calefacción de temperatura baja, o en secaderos *flash* o de pulverización con tiempos de contacto muy pequeños. Los cristales frágiles se tratan generalmente en secaderos de bandejas, de tornillo transportador o de torres.

También es preciso que el secadero opere con seguridad y economía. Los costes de operación y mantenimiento no han de ser excesivos, la contaminación ha de poder controlarse y el consumo de energía ha de minimizarse. Lo mismo que ocurre con otro tipo de equipo, estas cosideraciones pueden ser contradictorias y es preciso alcanzar una solución de compromiso con el fin de seleccionar el secadero óptimo para un determinado servicio.

Por lo que respecta a la operación de secado en sí misma, los secaderos adiabáticos son generalmente más económicos que los no adiabáticos a pesar de la menor eficacia térmica de las unidades adiabáticas. Desafortunadamente, con frecuencia se produce el arrastre de polvos en los secaderos adiabáticos y es

preciso separar casi cuantitativamente estas partículas de la corriente gaseosa. Con este fin puede necesitarse un complicado equipo para la separación de partículas, y el equipo puede costar tanto como el propio secadero. Esta situación se traduce en que los secaderos adiabáticos sean menos económicos que un sistema no adiabático, en el que se utiliza poco o nada de gas. Los secaderos rotatorios son un ejemplo; hace algún tiempo eran el tipo de secadero continuo más frecuente, pero debido al inevitable arrastre, actualmente se seleccionan, siempre que es posible, otros tipos de secaderos que evitan el problema de arrastre de polvos. Los secaderos no adiabáticos se eligen siempre para partículas muy finas o para sólidos que son demasiado reactivos químicamente para ser expuestos a una corriente de gas. También son ampliamente utilizados para la separación y recuperación de disolventes.

El conjunto completo de aislamiento; evaporador-secadero. Muchos procesos industriales comprenden el aislamiento de sólidos a partir de una disolución acuosa o de otro disolvente para dar lugar a un producto granular, purificado y seco, adecuado para envasado y venta. Las etapas del proceso que se requieren para conseguir esta situación, son generalmente evaporación, cristalización, filtración o centrifugación, secado, reducción de tamaño y clasificación o tamizado. Con este fin se necesitan cinco o seis piezas de equipo, y a veces un evaporador-secadero puede eliminar muchas de ellas. Los secaderos de pulverización, los de tambor y los de película delgada pueden aceptar alimentación líquida y convertirla directamente en un producto seco listo para ser envasado. El coste adicional de eliminar la humedad térmicamente en lugar de mecánicamente es compensado con creces por la economía que supone instalar y operar con una sola pieza de equipo en lugar de con varias. Puede ser necesario, por supuesto, tratar la alimentación líquida antes del secado para separar las impurezas que no deben aparecer en el producto seco. Es esencial, por tanto, que el ingeniero considere el proceso de aislamiento en su conjunto y no solamente la etapa de secado.

SIMBOLOS

A	Area para secado, pie^2 o m^2; A_{ef}, área efectiva; A_p, área de la superficie de una sola partícula
a	Pendiente de la curva de velocidad de secado [(Ec. (25.22)]
a_1	$(\pi/2)^2$
b	Constante en la Ecuación (25.22)
c_p	Calor específico a presión constante, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_{ps}, de los sólidos; c_{pL}, del líquido; c_{pv}, del vapor
c_s	Calor húmedo, Btu/lb-°F o J/g-°C; c_{sa}, para el gas de entrada
D	Diámetro, pies, m o μm; D_p, de la partícula; $\bar{D}_s$, diámetro medio volumen-superficie, μm
D'_v	Difusividad volumétrica del líquido a través del sólido, pie^2/h, m^2/h o cm^2/s
G	Velocidad másica del gas, lb/pie^2-h o kg/m^2-h
$\mathscr{H}$	Humedad del gas, masa de vapor por unidad de masa de gas seco; $\mathscr{H}_a$, a la entrada; $\mathscr{H}_b$, a la salida

h Coeficiente de transmisión de calor, Btu/pie²-h-°F o W/n-°C; $h_,$ entre el gas y la partícula; $h_,$ entre el gas y la superficie de la lámina

k Conductividad térmica, Btu/pies-h-°F o W/m-°C; $k_,$ a la temperatura media de película

k_y Coeficiente de transferencia de materia, mol-lb/pie²-h-unidad de diferencia de fracción molar o mol-kg/m²-h-unidad de diferencia de fracción molar

L Longitud del secadero, pies o m; L_p, perímetro del disco atomizador

M_v Peso molecular del vapor

m Masa, lb o kg; m_p, de una sola partícula; m_s, de los sólidos; m_v, del vapor

$\dot{m}$ Velocidad de flujo de masa, lb/h o kg/h; $\dot{m}_g$, del gas; $\dot{m}_s$, de los sólidos totalmente secos; $\dot{m}_v$, velocidad de vaporización

N_{Pr} Número de Prandtl, $c_p\mu/k$

N_{Re} Número de Reynolds, DG/μ

N_t Número de unidades de transferencia

n Velocidad de rotación del disco, rpm

Q_T Cantidad de calor transmitido, Btu o J

q_T Velocidad de transmisión de calor, Btu/h o W

R Velocidad de secado, lb/pie²-h o kg/m²-h; R_c, en el período de velocidad constante; R_1, al comienzo del secado; R_2, al final del secado; R', en el segundo contenido crítico de humedad

r Radio del disco atomizador, pies o m

s Semiespesor de la lámina, pies o m

T Temperatura, °F o °C; T_h, del medio de calefacción; T_{ha}, a la entrada; T_{hb}, a la salida; T_i, en la interfase; T_s, de los sólidos; T_{sa}, a la entrada; T_{sb}, a la salida; T_v, temperatura de vaporización; T_{vb}, temperatura del vapor a la salida; T_w, temperatura húmeda; T_{wa}, a la entrada; T_{wb}, a la salida

t Tiempo de secado, h o s; t_T, tiempo total de secado; t_c, en el período de velocidad' constante; t_f, en el período de velocidad decreciente

U Coeficiente global de transmisión de calor, Btu/pie²-h-°F o W/m²-°C

Ua Coeficiente volumétrico de transmisión de calor, Btu/pie³-h-°F o W/m³-°C

V Volumen del secadero, pie³ o m³

X Contenido de humedad libre, masa de agua (u otro líquido) por unidad de masa de sólido seco; X_T, contenido total de humedad, X_{T1}, X_a, contenido inicial de humedad total; X_b, contenido final de humedad total; X_c, contenido de humedad libre para el primer punto crítico; X_1, valor inicial; X_2, valor final; X^*, valor de equilibrio; X', para el segundo punto crítico

Y Fracción molar del vapor en la fase gaseosa; y_i, en la interfase; $\overline{(1-y)}_L$, valor medio logarítmico de (1 − y) y (1 − y_i)

Letras griegas

β Grupo adimensional, $D'_v t_T/s^2$ en la Ecuación (25.16)

Γ Flujo de líquido por pie de la periferia del disco, lb/pies-min

$\overline{\Delta T}$ Diferencia media de temperatura; ΔT_L, valor medio logarítmico

λ Calor latente de vaporización, Btu/lb o J/g; λ_i, para la temperatura de la interfase T_i

μ Viscosidad, cP, lb/pies-s o lb/pies-h; μ_f, a la temperatura media de película

ρ Densidad, lb/pie³ o kg/m³; ρ_L, del líquido

σ' Tensión superficial del líquido, lb/min²

PROBLEMAS

25.1. Espatofluor (CaF_2) ha de secarse desde 6 hasta 0,5 por 100 de humedad (sobre base seca) en un secadero rotatorio adiabático en contracorriente a razón de 20000 lb/h de sólidos totalmente secos. El aire de calefacción entra a 1000 °F con una humedad de 0,03 y una temperatura húmeda de 154 "F. Los sólidos tienen un calor específico de 0,48 Btu/lb-°F, entran en el secadero a 70 °F y salen a 200 "F. La máxima velocidad másica permitida para el aire es 2000 lb/pie^2-h. (a) Suponiendo que es aplicable la Ecuación (25.8), ¿cuál será el diámetro y la longitud del secadero si N_t = 2,2? ¿Es un diseño razonable? (b) Repítase el apartado (a) con N_t = 1,8.

25.2. Un sólido poroso se seca en un secadero discontinuo en condiciones constantes de secado. Se necesitan seis horas para reducir el contenido de humedad desde el 30 por 100 hasta el 10 por 100. Se ha encontrado que la humedad crítica es del 16 por 100 y que la humedad de equilibrio es del 2 por 100. Todos los contenidos de humedad están expresados sobre base seca. Suponiendo que la velocidad de secado durante el período de velocidad decreciente es proporcional al contenido de humedad libre, ¿cuánto tiempo se requiere para secar una muestra del mismo sólido desde 35 hasta 6 por 100 en las mismas condiciones de secado?

25.3. Una lámina con un peso húmedo de 5 kg contiene originalmente 50 por 100 de humedad (sobre base seca). El tamaño de la lámina es de 600 por 900 por 75 mm de espesor. El contenido de la humedad de equilibrio es el 5 por 100 del peso total cuando se pone en contacto con aire de 20 °C y 20 por 100. La velocidad de secado se da en la Tabla 25.1 para contacto de la cualidad anteriormente indicada y con una velocidad definida. El secado tiene lugar por una sola cara. ¿Cuánto tiempo se necesitará para secar la lámina hasta un contenido de humedad del 15 por 100 (sobre base seca)?

25.4. Un secadero continuo en contracorriente ha de diseñarse para secar 500 lb de un sólido poroso húmedo por hora desde 1.50 por 100 de humedad hasta 11 por 100, ambos porcentajes sobre base seca. Se utilizará aire con una temperatura seca de 120°F y una temperatura húmeda de 70 "F. La humedad a la salida será 0,012. El contenido medio de la humedad de equilibrio es el 5 por 100 del peso seco. El contenido total de humedad (sobre base seca) para el punto crítico es 40 por 100. Puede admitirse que el material permanecerá a 3 °F por encima de la temperatura húmeda del aire a través del secadero. El coeficiente de transmisión de calor es 12 Btu/pie^2-h-°F.

Tabla 25.1. Datos para el Problema 25.3

Peso de la lámina húmeda, kg	9,1	7,2	5,3	4,2	3,3	2,9	2,7
Velocidad de secado, kg/m^2-h	4,9	4,9	4,4	3,9	3,4	2,0	1,0

El área expuesta al aire es 1,1 pie^2 por libra de sólidos secos. ¿Cuánto tiempo deben permanecer los sólidos en el secadero?

25.5. Una película de un polímero de 2 m de ancho y 0,76 mm de espesor abandona la superficie de un tambor calentado conteniendo 35 por 100 (sobre base seca) de acetona. Se seca exponiendo ambas caras de la película a aire a 1 atm y 65 °C que prácticamente no contiene vapor de acetona. Sobre las caras de la película circula aire con una velocidad de 3 m/s. El contenido crítico de acetona es del 10 por 100 en peso de acetona (sobre base seca). El contenido de acetona en el equilibrio es despreciable. La densidad del sólido seco es 800 kg/m^3. (a) ¿Cuál será la temperatura de la superficie de la película durante el período de velocidad constante? (b) ¿Cuál será la velocidad de secado constante, en kilogramos por metro cuadrado y por hora? (c) ¿Cuánto se tardará en reducir el contenido de acetona desde 35 hasta 1 por 100, si la difusividad de la acetona en el sólido es 8 x 10^{-4} cm^2/s? Para las mezclas acetona-aire $h_y/M_B k_y$ es 1,76 J/g-°C.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BELCHER, D. W.; SMITH, D. A., y COOK, E. M.: *Chem. Eng.*, **84**(2):112 (1977).
2. CEAGLSKE, N. H., y HOUGEN, *0.* A.: *Trans. AIChE*, **33**:283 *(1937).*
3. CEAGLSKE, N. H., y KIESLING, F. C.: *Trans. AIChE*, **36**:211 (1940).
4. CLARK, W. E.: *Chem. Eng.,* **74**(6):177 (1967).
5. COMINGS, E. W., y SHERWOOD, T. K.: *Ind. Eng. Chem.,* **26**:1096 (1934).
6. DITTMAN, F. W.: *Chem. Eng.,* **84**(2):106 (1977).
8. McCORMICK, P. Y.: *Chem. Eng. Prog.,* **58**(6):57 (1962).
9. NEWMAN, A. B.: *Trans. AIChE,* **27**:203, 310 (1931).
10. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1973; (a) pp. 20-4 a 20-16, *(b)* pp. 20-16 a **20-61**, (c) p. 20-35, *(d)* pp. 20-58 to 20-63.
11. RIEGEL, E. R.: «Chemical Process Machinery», 2d ed., chap. 17, Reinhold, New York, 1953.
12. SHERWOOD, T. K.: *Znd. Eng. Chem.,* **21**:12 (1929).
13. SHERWOOD, T. K.: *Znd. Eng. Chem.,* **21**:976 (1929).
14. SHERWOOD, T. K.: *Ind. Chem.,* **24**:307 (1932).
15. SHERWOOD, T. K., y COMINGS, E. W.: *Trans. AIChE*, **28**:118 (1932).

SECCION

CINCO

OPERACIONES EN LAS QUE INTERVIENEN PARTICULAS DE SOLIDOS

Los sólidos son, en general, más difíciles de tratar que los líquidos, vapores o gases. En los procesos, los sólidos pueden presentarse de diversas formas: grandes piezas angulares, anchas láminas continuas o polvos finamente divididos. Pueden ser duros y abrasivos, resistentes o gomosos, blandos o frágiles, polvorientos, plásticos o pegajosos. Con independencia de su forma, es preciso encontrar medios para manipular los sólidos tal como se presentan, y si es posible mejorar sus características de manipulación.

Tal como se ha mencionado en el Capítulo 25, en los procesos químicos los sólidos se encuentran más frecuentemente en forma de partículas. Esta sección trata de las propiedades, métodos de formación, modificación y separación de sólidos en forma de partículas. Las propiedades y los métodos de tratamiento se tratan en el Capítulo 26, y la reducción de tamaño en el Capítulo 27. La cristalización es la temática del Capítulo 28; la mezcla, la del Capítulo 29, y las separaciones mecánicas, la del Capítulo 30.

CAPITULO

VEINTISEIS

PROPIEDADES Y TRATAMIENTO DE PARTICULAS SOLIDAS

De todas las formas y tamaños como se pueden encontrar los sólidos, la pequeña partícula es la más importante desde el punto de vista de ingeniería. Es necesario un conocimiento de las características de masas de sólidos en forma de partículas para el diseño de procesos y del equipo que operan con corrientes que contienen tales partículas.

CARACTERIZACION DE PARTICULAS SOLIDAS

Las partículas sólidas individuales se caracterizan por su tamaño, forma y densidad. Las partículas de sólidos homogéneos tienen la misma densidad que el material original. Las partículas que se obtienen por rotura de un sólido compuesto, tal como una mena metálica, tienen varias densidades, generalmente diferentes de la densidad del material original. El tamaño y la forma se pueden especificar fácilmente para partículas regulares, tales como esferas o cubos, pero para partículas irregulares (tales como granos de arena o láminas de mica) los términos «tamaño» y «forma» no resultan tan claros y es preciso definirlos arbitrariamente.

Forma de las partículas. Tal como se ha visto en el Capítulo 7, la forma de una partícula individual se puede expresar convenientemente en función de la esfericidad Φ_s, que es independiente del tamaño de la partícula. Para una partícula esférica de diámetro D_p, $\Phi_s = 1$; para una partícula no esférica, la esfericidad se define por la relación

$$\Phi_s \equiv \frac{6v_p}{D_p s_p} \tag{26.1}$$

donde D_p = diámetro equivalente o diámetro nominal de una partícula
s_p = área superficial de una partícula
v_p = volumen de una partícula

El diámetro equivalente se define a veces como el diámetro de una esfera de igual volumen. Sin embargo, para materiales granulares tinos resulta difícil determinar con exactitud el volumen y el área de la superficie de una partícula, y generalmente D_p se toma como el tamaño nominal basado en análisis por tamizado o en examen microscópico. El área de la superficie se obtiene a partir de medidas de adsorción o de la caída de presión en un lecho de partículas, y después se utiliza la Ecuación (26.1) para calcular Φ_s. Para muchos materiales triturados Φ_s está comprendida entre 0,6 y 0,8, tal como se muestra en la Tabla 26.1, pero en el caso de partículas redondeadas obtenidas por abrasión Φ_s puede tener un valor de hasta 0,95.

Tamaño de las partículas. En general, se pueden especificar «diámetros» para cualquier partícula equidimensional. Las partículas que no son equidimensionales, es decir, que son más largas en una dirección que en otras, con frecuencia se caracterizan por la segunda dimensión de mayor longitud. Por ejemplo, en el caso de partículas aciculares, D_p deberá referirse al espesor de la partícula y no a su longitud.

Por convenio, los tamaños de las partículas se expresan en diferentes unidades dependiendo del intervalo de tamaños que intervienen. Las partículas gruesas se miden en pulgadas o milímetros, las partículas finas en función de la luz del tamiz, y las partículas muy finas en micrómetros 0 nanómetros. Las partículas ultratinas se describen a veces en función de su área superficial por unidad de masa, generalmente en metros cuadrados por gramo.

Tamaños de partículas mezcladas y análisis de tamaños. En una muestra de partículas uniformes de diámetro D_p, el volumen total de las partículas es m/ρ_p, donde m y ρ_p son la masa total de la muestra y la densidad de las partículas, respectivamente. Puesto que el volumen de una partícula es v_p, el número N de partículas en la muestra es

$$N = \frac{m}{\rho_p v_p} \qquad (26.2)$$

Tabla 26.1. Esfericidad de varios materiales?

Material	Esfericidad	Material	Esfericidad
Esferas, cubos, cilindros cortos ($L = D_p$)	1,0	Arena de Ottawa	0,95
Anillos Raschig ($L = D_p$)		Arena redondeada	0,83
$L = D_o$, $D_i = 0{,}5D_o$	0,58‡	Polvo de carbón	0,73
$L = D_o$, $D_i = 0{,}750$,	0,33‡	Arena de pedernal	0,65
Monturas Berl	0,3	Vidrio molido	0,65
		Escamas de mica	0,28

† Con autorización de J. H. Perry (ed.), «Chemical Engineeers' Handbook», 5.ª ed., p. 5-33, McGraw-Hill Book Company, New York, 1973.

‡ Valor calculado.

De acuerdo con las Ecuaciones (26.1) y (26.2), el área de la superficie total de las partículas es

$$A = Ns_p = \frac{6m}{\Phi_s \rho_p D_p} \tag{26.3}$$

Para aplicar las Ecuaciones (26.2) y (26.3) a mezclas de partículas que tienen varios tamaños y densidades, la mezcla se divide en fracciones, cada una de ellas de densidad constante y tamaño aproximadamente constante. Cada fracción se puede entonces pesar, o bien las partículas individuales se pueden contar o medir por numerosos métodos. Después se pueden aplicar las Ecuaciones (26.2) y (26.3) a cada fracción y sumar los resultados.

La información obtenida de este análisis del tamaño de las partículas se tabula expresando la fracción de tamaño o de número en cada incremento de tamaño en función del tamaño medio de las partículas (o del intervalo de tamaños) en el incremento. Un análisis tabulado en esta forma recibe el nombre de ***análisis diferencial.*** Los resultados se presentan con frecuencia en un histograma como el de la Figura 26.1*a*, con una curva continua como la línea de trazos utilizada para aproximar la distribución. Una segunda forma de presentar la información es mediante un ***análisis acumulativo,*** que se obtiene sumando, consecutivamente, los incrementos individuales, comenzando con el que tiene las partículas más pequeñas, y tabulando o representando las sumas acumulativas frente al diámetro máximo de las partículas en el incremento. La Figura 26.1*b* es una representación del análisis acumulativo de la distribución que se muestra en la Figura 26.1*a*. En un análisis acumulativo los datos se pueden representar adecuadamente mediante una curva continua.

Los cálculos del tamaño medio de las partículas, del área de la superficie específica o de la población de partículas de una mezcla se pueden basar tanto en el análisis diferencial como en el acumulativo. En principio, los métodos basados en el análisis acumulativo son más precisos que los basados en el análisis diferencial, ya que cuando se utiliza el análisis acumulativo no es preciso suponer que todas las partículas de una sola fracción son de igual tamaño. Sin embargo, la exactitud de las medidas de tamaño de las partículas raramente es suficiente-

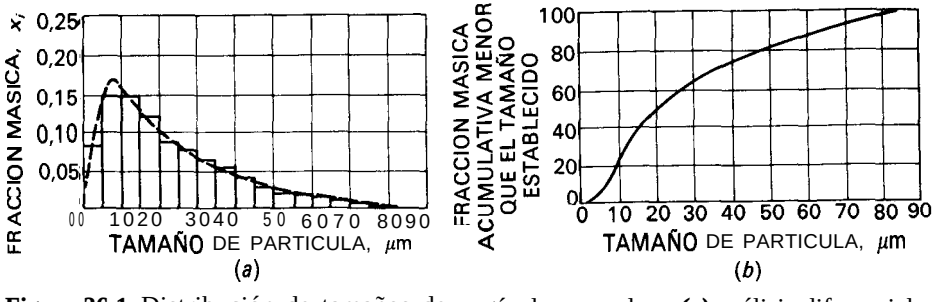


Figura 26.1 Distribución de tamaños de partículas en polvo: ***(a)*** análisis diferencial; (*b*) análisis acumulativo.

mente grande como para justificar el uso del análisis acumulativo, y los análisis casi siempre se basan en el análisis diferencial.

Superficie específica de una mezcla. Si se conoce la densidad ρ_p y la esfericidad Φ_s de las partículas se puede calcular el área de la superficie de las partículas en cada fracción a partir de la Ecuación (26.3), y sumar los resultados de todas las fracciones para obtener A_w, la superficie especifica (el área de la superficie total de una unidad de masa de partículas). Si ρ_p y Φ_s son constantes, A_w viene dada por

$$A_w = \frac{6x_1}{\Phi_s\rho_p\bar{D}_{p1}} + \frac{6x_2}{\Phi_s\rho_p\bar{D}_{p2}} + \cdots + \frac{6x_n}{\Phi_s\rho_p\bar{D}_{pn}}$$

$$= \frac{6}{\Phi_s\rho_p}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\bar{D}_{pi}} \tag{26.4}$$

donde los subíndices = incrementos individuales
x_i = fracción **másica** en un determinado incremento
n = número de incrementos
$\bar{D}_{pi}$ = diámetro medio de las partículas, tomado como media aritmética de los diámetros mayor y menor en el incremento

Tamaño medio de las partículas. El tamaño medio de las partículas para una mezcla de las mismas se identifica de varias formas diferentes. El más usado es probablemente el ***diámetro medio volumen-superficie*** $\bar{D}_s$, que está relacionado con el área de la superficie específica A_w. [Véanse las Ecs. (7.25), (7.26) y (9.42).] Está definido por la ecuación

$$\bar{D}_s \equiv \frac{6}{\Phi_s A_w \rho_p} \tag{26.5}$$

Sustituyendo de la Ecuación (26.4) en la Ecuación (26.5) se obtiene

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i/\bar{D}_{pi})} \tag{26.6}$$

que es la misma que la Ecuación (7.26).

Si se conoce el número N_i de partículas en cada fracción en vez de la fracción de masa, $\bar{D}_s$ viene dado por la Ecuación (7.25).

A veces resultan útiles otros valores medios. El ***diámetro medio aritmético*** $\bar{D}_N$ ***es***

$$\bar{D}_N = \frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i\bar{D}_{pi})}{\sum_{i=1}^{n}N_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i\bar{D}_{pi})}{N_T} \tag{26.7}$$

donde N_T es el número de partículas en toda la muestra.

El ***diámetro medio de masa*** $\bar{D}_w$ se obtiene a partir de la ecuación

$$\bar{D}_w = \sum_{i=1}^{n} x_i \bar{D}_{pi} \tag{26.8}$$

Dividiendo el volumen total de la muestra por el número de partículas de la mezcla (véase más adelante) se obtiene el volumen medio de una partícula. El diámetro de tal partícula ***es*** el ***diámetro medio de volumen*** $\bar{D}_v$ que se obtiene a partir de la relación

$$\bar{D}_V = \left[\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} (x_i / \bar{D}_{pi}^3)} \right]^{1/3} \tag{26.9}$$

Para mezclas constituidas por partículas uniformes estos diámetros medios son, por supuesto, todos iguales. Para mezclas que contienen partículas de varios tamaños, los distintos diámetros medios pueden, sin embargo, diferir notablemente entre sí.

Número de partículas en la mezcla. Para calcular, a partir del análisis diferencial, el número de partículas en una mezcla, se utiliza la Ecuación (26.2) para calcular el número de partículas en cada fracción, y N_w, la población total en una unidad de masa de la muestra, se obtiene sumando todas las fracciones. Para una forma dada de las partículas, el volumen de una partícula cualquiera es proporcional a su «diámetro» elevado al cubo,

$$v_p = aD_p^3 \tag{26.10}$$

donde ***a es*** el ***factor volumétrico de forma.*** Por tanto, a partir de la Ecuación (26.2), suponiendo que ***a*** es independiente del tamaño,

$$N_w = \frac{1}{a\rho_p} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} = \frac{1}{a\rho_p \bar{D}_V^3} \tag{26.11}$$

El área de la superficie específica, los diferentes diámetros medios y el número de partículas, se calculan fácilmente a partir de los análisis de tamaños de las partículas utilizando sencillos programas de ordenador. Muchos instrumentos de medida para partículas muy finas están programados para dar directamente estas magnitudes.

Análisis por tamizado; series normales de tamices. Para medir el tamaño (y la distribución de tamaños) de las partículas en el intervalo de tamaños comprendido entre 3 y 0,0015 pulg (76 mm y 38 μm), se utilizan tamices normalizados. Los tamices de ensayo se construyen con telas de alambre, cuyas dimensiones y mallas están cuidadosamente normalizadas. Las aberturas son cuadradas. Cada tamiz se identifica por las mallas por pulgada. Sin embargo, las aberturas reales

son menores que las correspondientes al número de mallas, debido al espesor de los alambres. Las características de una serie común, que es la serie de tamices normales Tyler, se dan en el Apéndice 20. Esta serie de tamices está basada en la abertura del tamiz de 200 mallas, que está establecida en 0,074 mm. El área de las aberturas de un tamiz cualquiera de la serie es exactamente el doble que la de las aberturas del tamiz inmediatamente más pequeño. La relación entre la dimensión real de las mallas de un tamiz cualquiera y la del inmediatamente más pequeño es, por tanto, $\sqrt{2} = 1{,}41$. Para tamaños más próximos, existen tamices intermedios, cada uno de los cuales tiene una dimensión de malla de $\sqrt[4]{2}$, o sea, 1,189 veces la del tamiz normalizado inmediatamente más pequeño. Ordinariamente no se utilizan los tamices intermedios.

Para realizar un análisis se coloca un conjunto de tamices normalizados, acoplados verticalmente, con el tamiz más pequeño en el fondo y el más grande en la parte superior. La muestra se coloca en el tamiz superior y el conjunto se somete a sacudidas mecánicas durante un tiempo determinado, tal como veinte minutos. Las partículas retenidas sobre cada tamiz se retiran y se pesan, y las masas de los incrementos individuales sobre cada tamiz se convierten en fracciones másicas o en porcentajes de masa de la muestra total. Las partículas que pasan a través del tamiz más fino se recogen en una tapadera situada en el fondo de la columna de tamices.

Los resultados de un análisis por tamizado se tabulan para mostrar la fracción másica de cada incremento sobre el tamiz en función del intervalo del incremento del tamaño de las mallas. Puesto que las partículas que son retenidas por un tamiz han pasado a través del tamiz situado inmediatamente encima de él, se necesitan dos números para especificar el intervalo de tamaños de un incremento: uno para el tamiz a través del cual pasa la fracción y otro para el tamiz sobre el que es retenida. Así, la notación 14/20 quiere decir «a través de 14 mallas y sobre 20 mallas».

En la Tabla 26.2 se muestra un análisis por tamizado típico. Las dos primeras columnas dan el tamaño de malla y la anchura de la abertura de los tamices; la tercera columna es la fracción de masa de la muestra total que es retenida sobre el tamiz en cuestión. Esto es x_i, donde i es el número del tamiz comenzando por el fondo de la batería; por tanto, $i = 1$ para la tapadera del fondo, e $i + 1$ corresponde al tamiz que está inmediatamente encima del tamiz i. El símbolo D_{pi} indica que el diámetro de las partículas es igual a la abertura de malla del tamiz i.

Las dos últimas columnas de la Tabla 26.2 muestran el diámetro medio de las partículas $\bar{D}_{pi}$ en cada incremento y la fracción acumulativa menor que cada valor de D_{pi}. En los análisis por tamizado las fracciones acumulativas se presentan a veces comenzando por el tamiz superior y se expresan como la fracción «mayor que» un tamaño dado.

Una representación diferencial de los datos de las columnas 2 y 3 de la Tabla 26.2 da una falsa impresión de la distribución de tamaños de las partículas debido a que el intervalo de tamaños de las partículas que comprende es diferente de un incremento a otro. Cuando el intervalo de tamaños de las partículas es estrecho se retiene menos material en un incremento que cuando el intervalo es ancho. En la Figura 26.1 los intervalos son todos iguales y los datos se pueden

representar directamente. Sin embargo, en este caso se obtiene una mejor imagen de la distribución mediante una representación gráfica de $x_i/(D_{pi+1} - D_{pi})$, donde $D_{pi+1} - D_{pi}$ es el intervalo de tamaños de las partículas en el incremento i. Esto se ilustra en las Figuras 26.2*a* y *b*, que son representaciones gráficas directa y diferencial ajustada para los tamaños de partículas 20/28 mallas e inferiores de la Tabla 26.2.

Las gráficas acumulativas se construyen a partir de resultados como los de las columnas 2 y 5 de la Tabla 26.2. Cuando el intervalo global de los tamaños de las partículas es grande, tales gráficas con frecuencia utilizan una escala logarítmica para el diámetro. En la Figura 26.3 se presenta una gráfica acumulativa semilogarítmica del análisis de la Tabla 26.2. Las gráficas acumulativas también se pueden

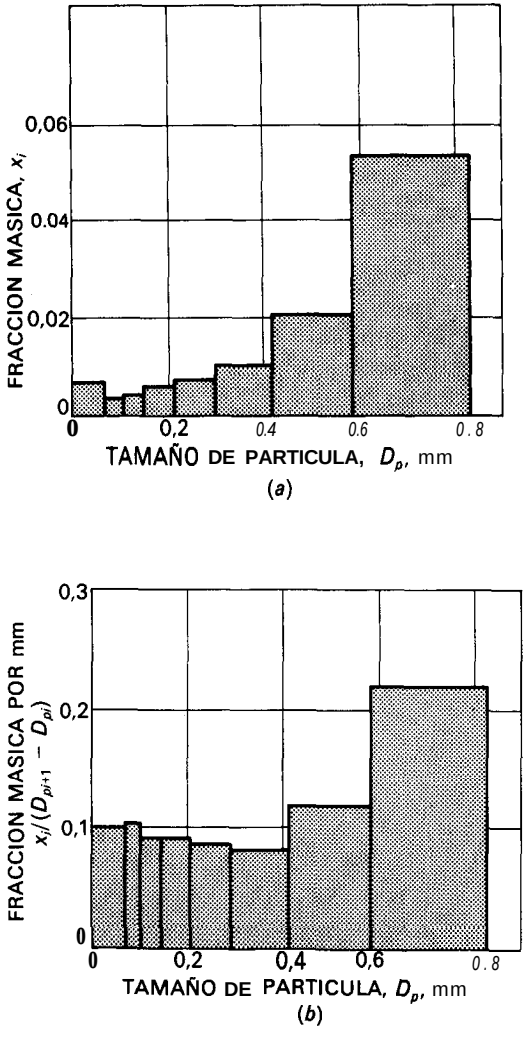


Figura 26.2. Análisis diferencial por tamizado: (*a*) representación directa de la Tabla 26.2; (b) representación ajustada para el intervalo de tamaños del incremento.

Tabla 26.2. Análisis por tamizado

Mallas	Abertura del tamiz, $\bar{D}_{pi}$, mm	Fracción másica retenida, x_i	Diámetro medio de las partículas en el incremento, $\bar{D}_{pi}$, mm	Fracción acumulativa inferior a D_{pi}
4	4,699	0,0000	—	1,0000
6	3,321	0,0251	4,013	0,9749
8	2,362	0.1250	2,845	0,8499
10	1,651	0,3207	2,007	0,5292
14	1,168	0,2570	1,409	0,2722
20	0,833	0,1590	1,001	0,1132
28	0,589	0,0538	0,711	0,0594
35	0,417	0,0210	0,503	0,0384
48	0,295	0,0102	0,356	0,0282
65	0,208	0,0077	0,252	0,0205
100	0,147	0,0058	0,178	0,0147
150	0,104	0,0041	0,126	0,0106
200	0,074	0,0031	0,089	0,0075
Tapadera	—	0,0075	0,037	0,0000

construir en papel logarítmico-probabilidad en el que la escala de abscisas se divide de acuerdo con una distribución gaussiana de probabilidad. Los análisis por tamizado del producto procedente de un triturador o un molino con frecuencia dan una representación lineal en este tipo de papel, por lo menos para la

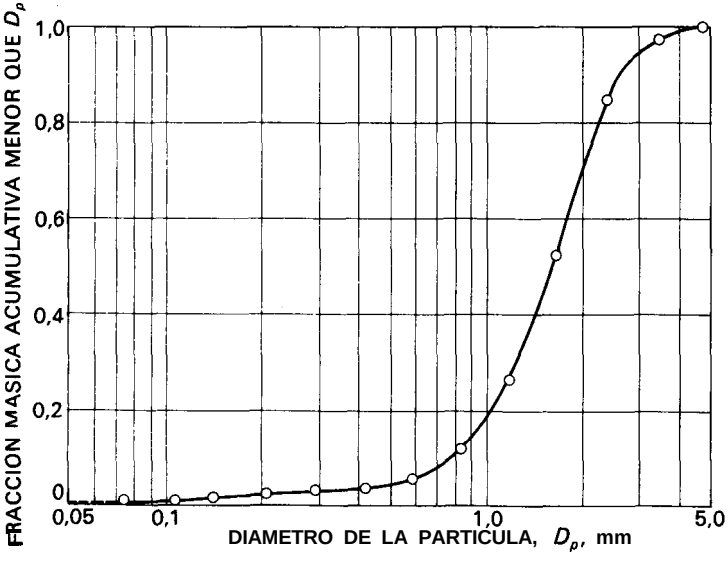


Figura 26.3. Análisis acumulativo por tamizado.

mayor parte del intervalo de tamaños de las partículas. Gráficas de este tipo se han utilizado para la extrapolación hasta tamaños de partículas inferiores al intervalo de los tamices usados en el análisis [5b], pero con los métodos actualmente disponibles para la medida de partículas muy finas ya no son necesarias.

Medida del tamaño con partículas finas. Los tamaños de partículas demasiado finas para el análisis por tamizado se miden por diversos métodos, incluyendo sedimentación diferencial, medidas de la porosidad de lechos sedimentados, absorción de luz en suspensiones, adsorción de gases sobre la superficie de las partículas y por recuento visual utilizando un microscopio[4]. En un aparato de medida, llamado contador de Coulter, se prepara una suspensión diluida de partículas en un líquido eléctricamente conductor, que pasa lentamente a través de un pequeño orificio. A través del orificio se establece una diferencia de potencial eléctrico en el líquido y se mide la corriente eléctrica que circula entre dos electrodos situados antes y después del orificio. Cuando una partícula pasa a través del orificio se reduce momentáneamente la conductividad eléctrica y se produce una perturbación de la corriente. La magnitud de la perturbación es proporcional al volumen de la partícula y, en parte, a la forma de la partícula. A partir del número de perturbaciones y sus magnitudes se calcula automáticamente el tamaño y la distribución de tamaños de las partículas.

Ejemplo 26.1. El análisis por tamizado que se presenta en la Tabla 26.2 corresponde a una muestra de cuarzo triturado. La densidad de las partículas es 2650 kg/m^3 (0,00265 g/mm^3), y los factores de forma son a = 2 y Φ_s = 0,571. Para el material con tamaño de partículas comprendido entre 4 mallas y 200 mallas, calcúlese (a) A_w, en milímetros cuadrados por gramo, y N_w en partículas por gramo; (b) 6,; (c) 6,; (d) $\bar{D}_w$, y (e) N_i para el incremento 150/200 mallas. (f) ¿Qué fracción del número total de partículas hay en el incremento 150/200 mallas?

SOLUCIÓN

Con el fin de obtener A_w y N_w, la Ecuación (26.4) se puede expresar como

$$A_w = \frac{6}{0{,}571 \times 0.00265} \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}} = 3965 \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}}$$

y la Ecuación (26.11) como

$$N_w = \frac{1}{2 \times 0{,}00265} \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} = 188{,}7 \sum \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3}$$

(a) Para el incremento 4/6 mallas $\bar{D}_{pi}$ es la media aritmética de las aberturas de mallas de los tamices correspondientes, o sea, a partir de la Tabla 26.2, (4,699 + 3,327)/2 = 4,013 mm. Para este incremento x_i = 0,0251; por tanto, $x_i/\bar{D}_i$ es 0,0251/4,013 = 0,0063 y $x_i/\bar{D}_{pi}^3$ es 0,0004. Se calculan las correspondientes cantidades para los otros ll incrementos y se suman para obtener $\sum x_i/\bar{D}_{pi}$ = 0,8284 y $\sum x_i/\bar{D}_{pi}^3$ = 8,8296. Puesto que se excluye la fracción recogida sobre la tapadera, la superficie especifica y el número de partículas por unidad de masa de las partículas de 200 mallas o mayores se obtiene dividiendo los resultados de las Ecuaciones (26.4)

y (26.11) por $1 - x_i$ (puesto que $i = 1$ para la tapadera, o sea, $1 - 0{,}0075 = 0{,}9925$. Por tanto,

$$A_w = \frac{3965 \times 0{,}8284}{0{,}992s} = 3309 \text{ mm}^2/\text{g}$$

$$N_w = \frac{188{,}7 \times 8{,}8296}{0{,}992s} = 1679 \text{ partículas/g}$$

(*b*) A partir de la Ecuación (26.9),

$$D_V = \frac{1}{8{,}8296^{1/3}} = 0{,}4238 \text{ mm}$$

(c) El diámetro medio volumen-superficie se obtiene a partir de la Ecuación (26.6):

$$\bar{D}_s = \frac{1}{0.8284} = 1{,}207 \text{ mm}$$

(d) E diámetro medio de masa $\bar{D}_w$ se obtiene a partir de los datos de la Tabla 26.2,

$$\sum x_i \bar{D}_{pi} = \bar{D}_w = 1{,}677 \text{ mm}$$

(e) El número de partículas en el incremento 150/200 mallas se obtiene a partir de la Ecuación (26.11):

$$N_2 = \frac{x_2}{a\rho_p \bar{D}_{p2}^3} = \frac{0{,}0031}{2 \times 0{,}00265 \times 0{,}089^3}$$

$$= 836 \text{ partículas/g}$$

Esto corresponde a 836/1679 = 0,498 o 49,8 por 100 de las partículas en los 12 incrementos superiores. Para la fracción de material recogido en la bandeja el número de partículas y el área de la superficie específica de las mismas es muchísimo mayor que para el material más grueso, pero no pueden estimarse con exactitud a partir de los datos de la Tabla 26.2.

PROPIEDADES DE MASAS DE PARTICULAS

Las masas de partículas sólidas, especialmente cuando las partículas están secas y no se pegan, poseen muchas de las propiedades de un fluido. Ejercen presión sobre las paredes de un contenedor, fluyen a través de un orificio o descienden por una tolva. Sin embargo, se diferencian de los líquidos y gases en varios aspectos, ya que las partículas se entrecruzan y adhieren por efecto de la presión y no pueden deslizar unas sobre otras hasta que la fuerza aplicada no alcanza un cierto valor. Contrariamente a lo que ocurre con la mayor parte de los fluidos, los

sólidos granulares y las masas sólidas resisten permanentemente la distorsión cuando se someten a una fuerza distorsionante moderada. Cuando la fuerza es suficientemente grande se produce la rotura y una capa de partículas desliza sobre otra, pero entre las capas situadas a ambos lados de la fisura hay una considerable fricción.

Las masas de sólidos tienen las siguientes propiedades distintivas:

1. La presión no es la misma en todas las direcciones. En general, una presión aplicada en una dirección genera alguna presión en otras direcciones, pero siempre es más pequeña que la presión aplicada.
2. Un esfuerzo cortante aplicado en la superficie de una masa se transmite a través de toda una masa estática de partículas mientras no se produzca rotura.
3. La densidad de la masa puede variar, dependiendo del grado de empaquetamiento de los granos. La densidad de un fluido es una función exclusiva de la temperatura y la presión, como lo es cada una de las partículas individuales de un sólido, pero, en cambio, no ocurre lo mismo con la densidad global o aparente. La densidad global es mínima cuando la masa está «suelta» y alcanza un máximo cuando la masa se somete a vibración o apisonamiento.

Dependiendo de sus propiedades de flujo, los sólidos en forma de partículas se dividen en dos clases: cohesivos y no *cohesivos.* Los materiales no cohesivos como grano, arena o briznas de plástico, fluyen fácilmente desde depósitos o silos. Los sólidos cohesivos, tales como arcilla húmeda, se caracterizan por su dificultad para fluir a través de orificios.

Presiones en masas de partículas. La presión mínima en una masa de sólidos está en la dirección normal a la de la presión aplicada. En una masa homogénea la relación entre la-presión normal y la presión aplicada es una constante K', que es característica del material. K' depende de la forma, de la tendencia a entrelazarse las partículas, de la adherencia de las partículas granulares y del grado de empaquetamiento del material. Es prácticamente independiente del tamaño mientras los granos no se hagan muy pequeños y el material ya no fluya libremente.

Si la presión aplicada es p_V y la presión normal es p_L, la presión p para cualquier ángulo intermedio se puede obtener en la forma que se expone a continuación. En la Figura 26.4*a* se representa una sección diferencial de un triángulo rectángulo de espesor b e hipotenusa dL. La presión p_V actúa sobre la base, p_L sobre el lado y p sobre la hipotenusa. El ángulo entre la base y la hipotenusa es θ. Para alcanzar el equilibrio, las presiones desiguales p_V y p_L no se pueden compensar con una sola presión p, sino que debe existir también un esfuerzo cortante τ. Las fuerzas que resultan de estos esfuerzos cortantes se representan en la Figura *26.46.*

Igualando las fuerzas perpendiculares a la hipotenusa se obtiene

$$pb\ dL = p_L b\ dL \operatorname{sen}^2 \theta + p_V b\ dL \cos^2 \theta \qquad (26.12)$$

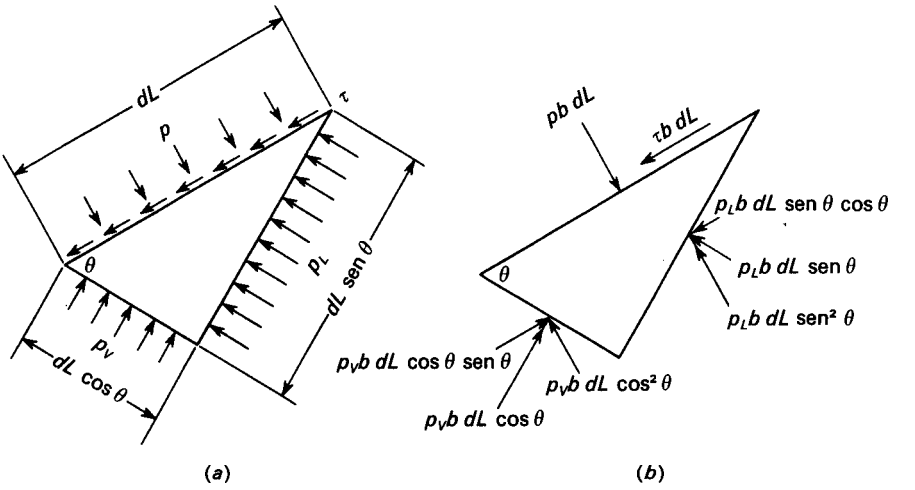


Figura 26.4. Fuerzas y esfuerzos en sólidos granulares: (*a*) esfuerzos; (b) fuerzas.

Dividiendo por $b\ dL$ y teniendo en cuenta que $\text{sen}^2\ \theta = 1 - \cos^2\ \theta$, resulta

$$P = (P_Y - p_L)\cos^2\theta + p_L \tag{26.13}$$

Análogamente, igualando las fuerzas paralelas a la hipotenusa se obtiene

$$\tau = (p_V - p_L)\cos\theta\ \text{sen}\ \theta \tag{26.14}$$

Cuando $\theta = 0°$, $p = p_V$; cuando $\theta = 90°$, $p = p_L$. En ambos casos $\tau = 0$. Cuando θ tiene un valor intermedio, hay un esfuerzo cortante perpendicular a p. Si se representan los correspondientes valores de p y τ para todos los valores posibles de 8, el gráfico que resulta es un círculo con un radio $(p_V - p_L)/2$ y su centro sobre el eje horizontal para $p = (p_V + p_L)/2$. Un gráfico de este tipo se muestra en la Figura 26.5, y se conoce con el nombre de *circulo de esfuerzos de Mohr*[8].

La relación entre τ y p para cualquier valor θ es la tangente de un ángulo α formado por el eje p y la línea OX que pasa por el origen de coordenadas y el punto (p, τ). A medida que aumenta θ desde 0 hasta 90°, la relación entre τ y p aumenta hasta un valor máximo y después disminuye. Hay un máximo cuando la línea que pasa por el origen es tangente al círculo de esfuerzos, tal como se representa por la línea OA de la Figura 26.5. Para estas condiciones a alcanza un valor máximo a,. A partir de la Figura 26.5 se puede apreciar que

$$\text{sena,} = \frac{(P_Y - p_L)/2}{(P_V + p_L)/2} = \frac{P_V - P_L}{P_V + P_L} \tag{26.15}$$

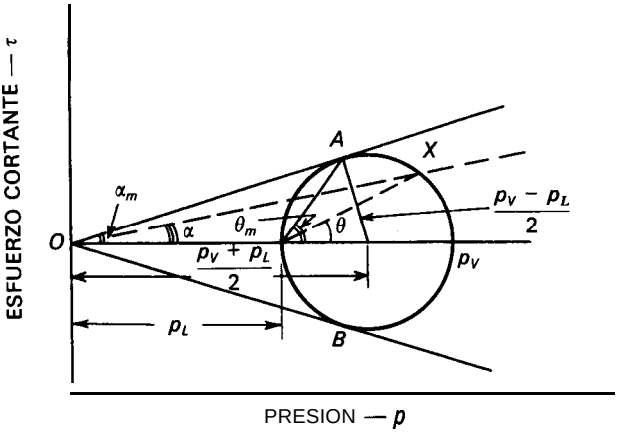


Figura 26.5. Diagrama de los esfuerzos de Mohr para sólidos no cohesivos.

Las líneas *OA* y *OB* son tangentes a todos los círculos de esfuerzos para cualquier valor de p_V siempre que el material sea no cohesivo. Estas líneas forman la ***envolvente de ruptura, de Mohr.*** Con sólidos cohesivos o masas sólidas las tangentes que forman la envolvente no pasan por el origen de coordenadas, sino que cortan al eje vertical en puntos por encima y por debajo del eje de abscisas [2].

La relación entre la presión normal y la presión aplicada p_L/p_V es igual a K'. Por tanto,

$$\text{sen } \alpha_m = \frac{1 - K'}{1 + K'} \tag{26.16}$$

También

$$K' = \frac{1 - \textit{sena,}}{1 + \text{sena,}} \tag{26.17}$$

Angulo *de* ***fricción interna*** y *ángulo* ***de*** *reposo.* El ángulo α_m es el ***ángulo de fricción interna*** del material. La tangente de este ángulo es el coeficiente de fricción entre las dos capas de partículas. Cuando se apilan sólidos granulares sobre una superficie plana, los lados de la pila forman un ángulo definido reproducible con la horizontal. Este ángulo ***a,*** es el ***ángulo de reposo*** del material. Idealmente, si la masa fuese totalmente homogénea, a, y α_m serían iguales. En la práctica el ángulo de reposo es menor que el ángulo de fricción interna debido a que los granos de la superficie exterior están menos empaquetados que los de la masa interior y con frecuencia están más secos y presentan una menor adherencia. El ángulo de reposo es menor cuando los granos son lisos y redondeados, y es grande cuando se trata de partículas muy tinas, angulares o adherentes. Para sólidos cohesivos *K'* tiende hacia cero. Para materiales granulares que fluyen libremente *K'* con frecuencia está comprendido entre 0,35 y 0,6, lo que indica que α_m varia entre 15 y 30".

Almacenamiento de sólidos

Almacenamiento a la intemperie. Los materiales gruesos, tales como grava y carbón, se almacenan a la intemperie en grandes apilamientos. Cuando se trata de centenares o millares de toneladas de material, éste es el método más económico. Los sólidos se retiran del apilamiento por medio de una cinta transportadora o una pala excavadora. El almacenamiento a la intemperie puede dar lugar a problemas ambientales tales como formación de polvos o lixiviación de material soluble contenido en el apilamiento. La formación de polvos puede exigir algún tipo de recubrimiento protector del sólido almacenado; la lixiviación se puede controlar recubriendo el apilamiento o bien construyendo en su base un estanque poco profundo con el fondo impermeabilizado, de donde se puede retirar con seguridad el líquido de lixiviación.

Almacenamiento en depósitos. Los sólidos que son demasiado valiosos o demasiado solubles para estar expuestos a la intemperie, se almacenan en depósitos, tolvas o silos, que son recipientes cilíndricos o rectangulares de hormigón o metal. Los silos suelen ser altos y de diámetro relativamente pequeño, mientras que los depósitos son bastante anchos y no tan altos. Una tolva es un pequeño depósito con un fondo oblicuo, que se utiliza para el almacenamiento temporal antes de introducir los sólidos como alimentación del proceso. Todos estos contenedores se cargan por la parte superior utilizando algún tipo de elevador, mientras que la descarga se realiza generalmente por el fondo. Tal como se trata más adelante, el principal problema de diseño de un depósito es conseguir una descarga satisfactoria.

Presiones en depósitos, tolvas y silos. Cuando sólidos granulares se almacenan en un depósito o una tolva, la presión lateral ejercida sobre las paredes en cualquier punto es menor que la calculada a partir de la carga de material situada por encima de dicho punto. Además, generalmente hay fricción entre la pared y los granos de sólido y, debido al entrecruzamiento de las partículas, el efecto de esta fricción se propaga a través de la masa. La fuerza de fricción en la pared tiende a contrarrestar el peso del sólido y reduce la presión ejercida por la masa sobre el fondo del contenedor. En el caso extremo, este efecto provoca que la masa forme un arco o puente, de tal forma que aunque se retiere el material situado debajo de la masa de sólido, éste no cae.

Una expresión para el cálculo de la presión ejercida por un sólido granular sobre el fondo circular de un depósito con paredes verticales puede deducirse en la forma que se indica a continuación. La Figura 26.6 muestra una capa horizontal de espesor dZ situada a una distancia Z de la superficie superior de los sólidos. El radio interior del depósito es r y la altura total de los sólidos es Z_T. Para el nivel Z, se supone que la capa diferencial es un émbolo que presiona frente al sólido situado debajo y que el émbolo está accionado por una fuerza vertical concentrada F_V que actúa desde la parte superior. Por tanto, la presión vertical p_V en el nivel Z es

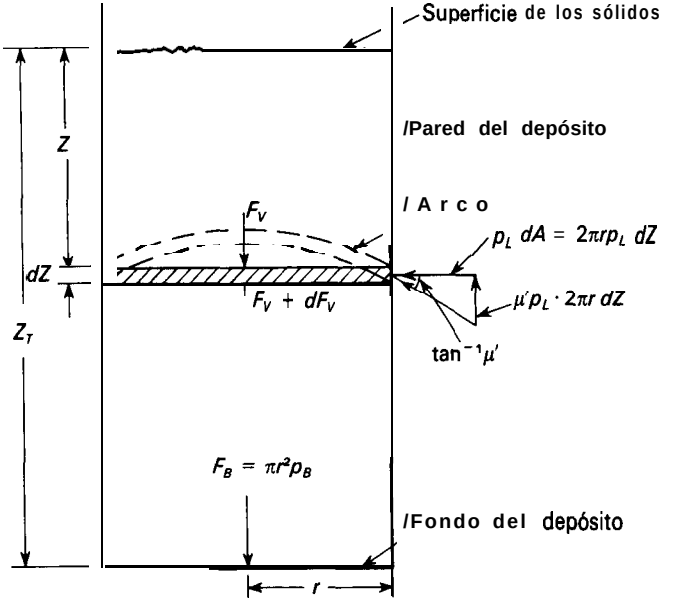


Figura 26.6. Fuerzas en un depósito circular con lados verticales.

$$Pv = \frac{F_V}{\pi r^2} \tag{26.18}$$

de donde

$$dF_V = \pi r^2\, dp_V \tag{26.19}$$

El aumento neto de la fuerza dirigida hacia abajo causado por la capa diferencial es la fuerza de gravedad dF_g menos la fuerza de fricción dF_f. Por tanto,

$$dF_V = dF_g - dF_f \tag{26.20}$$

La fuerza de gravedad que actúa sobre la capa es $(g/g_c)\pi\rho_b r^2\, dZ$, donde ρ_b es la densidad global del material. La fuerza de fricción es el producto del coeficiente de fricción μ' en la pared del depósito por la fuerza lateral F_L. La fuerza lateral viene dada, a su vez, por el producto de la presión lateral p_L por el área sobre la que actúa, 2nr dZ. Por tanto,

$$dF_V = \pi r^2\, dp_V = \pi r^2 \rho_b \frac{g}{g_c}\, dZ - \mu'(2\pi r p_L\, dZ) \tag{26.21}$$

Dividiendo por πr y teniendo en cuenta que $p_L/p_V = K'$, se obtiene

$$r\, dp_V = \left(r\rho_b \frac{g}{g_c} - 2\mu' \frac{p_L}{p_V} p_V\right) dZ = \left(r\rho_b \frac{g}{g_c} - 2\mu' K' p_V\right) dZ \tag{26.22}$$

Sea p_B la presión vertical sobre el fondo del depósito. Integrando la Ecuación (26.22) desde el fondo de la masa de sólidos hasta la parte superior,

$$\int_0^{Z_T} dZ = \int_0^{p_B} \frac{r\,dp_V}{r\rho_b(g/g_c) - 2\mu' K' p_V}$$

$$Z_T = -\frac{r}{2\mu' K'} \left[\ln \left(r\rho_b \frac{g}{g_c} - 2\mu' K' p_V \right) \right]_0^{p_B} \qquad (26.23)$$

Sustituyendo los límites de integración y reordenando resulta

$$p_B = \frac{r\rho_b(g/g_c)}{2\mu' K'} (1 - e^{-2\mu' K' Z_T/r}) \qquad (26.24)$$

La Ecuación (26.24) es la ***ecuación de Janssen,*** que ha sido contrastada experimentalmente. En la Figura 26.7 se muestra una relación típica entre la presión en la base y la altura. Cuando existe una gran cantidad de sólido y la altura alcanza un valor aproximadamente tres veces superior al diámetro del depósito, el material adicional virtualmente no tiene efecto sobre la presión en la base. La masa total de depósito más material sigue, por supuesto, aumentando, pero la masa adicional es soportada por la pared y el lecho, y no por el fondo del depósito.

Cuando la sección del depósito no es circular, r se sustituye por dos veces el radio hidráulico. El coeficiente de fricción se obtiene experimentalmente determinando el ángulo para el cual los sólidos comienzan justamente a deslizar sobre un plano inclinado. El coeficiente μ' es la tangente de este ángulo. Para materiales granulares sobre superficies metálicas o de hormigón, μ' varía entre 0,35 y 0,55.

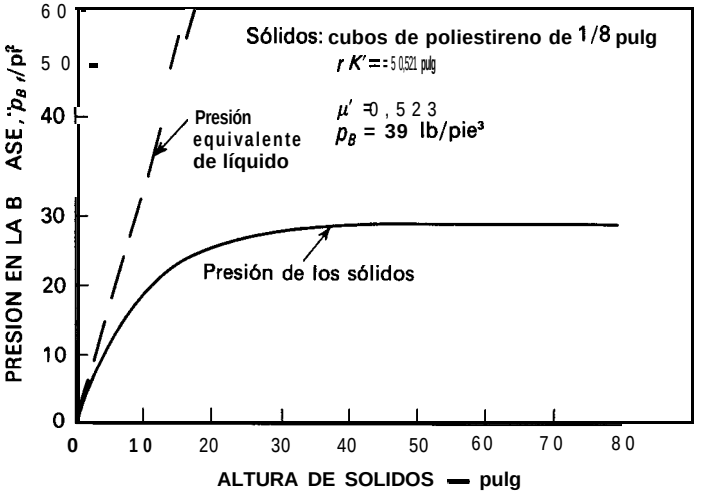


Figura 26.7. Presión en la base de depósitos cilíndricos. (*Según Rudd*[6].)

Ejemplo 26.2. Una torre de absorción de relleno de 6 pies (1,82 m) de diámetro y 50 pies (15,24 m) de altura está rellena con coque triturado. Calcúlense las presiones lateral y vertical en la base causadas por el coque. Compárense con la presión que ejercería un líquido de la misma densidad. La densidad global y el ángulo de reposo son

$$\rho_b = 30 \text{ lb/pie}^3 (481 \text{ kg/m}^3) \qquad \alpha_r = 28''$$

SOLUCIÓN

Los valores que se requieren son

$$\alpha_m(\text{est.}) = 32'' \qquad \text{sen } \alpha_m = 0{,}5299$$

$$K' \text{ [Ec. (26.17)]} = \frac{1 - 0{,}5299}{1 + 0.5299} = 0{,}307$$

$$r = 3 \text{ pies} \qquad Z_T = 50 \text{ pies} \qquad \mu'(\text{est.}) = 0{,}5$$

La presión vertical en la base [a partir de la Ec. (26.24)] es

$$p_B = \frac{3 \times 30(g/g_c)}{2 \times 0{,}5 \times 0{,}307}(1 - e^{-(2 \times 0.5 \times 0{,}307 \times 50)/3}) = 291 \text{ lb}_f/\text{pie}^2$$

$$= 2{,}02 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2 (13\,930 \text{ N/m}^2)$$

La presión lateral en la base es

$$p_L = K' p_B = 0{,}307 \times 2{,}02 = 0{,}62 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2 (4275 \text{ N/m}^2)$$

La presión equivalente del líquido es

$$p = \frac{\rho Z_T}{144} \frac{g}{g_c} = \frac{30 \times 50}{144} = 10{,}4 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2 (71\,700 \text{ N/m}^2)$$

Para estimar K' es mejor suponer que α_m toma un valor razonablemente elevado, puesto que esto conduce a valores conservadores de p_B.

Descarga de depósitos. Los sólidos tienden a descargar por cualquier orificio de un depósito, pero descargan mejor a través de un orificio situado en el fondo. Tal como puede apreciarse en el Ejemplo 26.2, la presión en una salida lateral es menor que la presión vertical para el mismo nivel, de forma que la salida se obstruye con mayor facilidad; además, la retirada de sólidos por una salida lateral de un depósito aumenta considerablemente la presión lateral sobre el otro lado durante el tiempo que está fluyendo el sólido. Una salida por el fondo no se obstruye tan fácilmente y no genera presiones anormalmente elevadas sobre ningún punto de las paredes.

Excepto para depósitos pequeños, no es posibles abrir todo el fondo para la descarga. Generalmente un fondo cónico o piramidal conduce a una pequeña salida circular cerrada con una válvula o a un alimentador rotatorio. La presión en el fondo de la sección cónica o piramidal es considerablemente menor que la

expresada por la Ecuación (26.24). Además, la presión vertical fluctúa a medida que descarga el material y, por término medio, es del 5 al 10 por 100 más elevada que cuando la masa es estacionaria.

Cuando se abre la salida situada en el fondo de un depósito que contiene sólidos que fluyen libremente, el material situado inmediatamente encima de la abertura comienza a fluir. Se desarrollan uno o dos modelos de flujo dependiendo de la inclinación de las paredes en la sección inferior del depósito y del coeficiente de fricción entre los sólidos y las paredes del depósito[5a]. En depósitos de fondo cónico, con un cono alto, se desarrolla ***flujo de masa,*** caracterizado porque todo el material desciende uniformemente desde la parte superior del depósito. En depósitos con un cono corto, o con paredes verticales y una abertura central en el fondo, tiene lugar ***flujo de túnel.*** En este caso, una columna vertical de sólidos, situada sobre la abertura, desciende sin perturbar al material lateral. Eventualmente comienza el flujo lateral, primeramente desde la capa más alta de sólidos, formándose una depresión cónica en la masa. Los sólidos situados en el fondo del depósito o cerca de las paredes son los últimos en salir. El material desliza lateralmente hacia la columna central con un ángulo aproximadamente igual al ángulo de fricción interna de los sólidos. Si se añade más material por la parte superior del depósito con la misma velocidad con la que descarga por el fondo, los sólidos próximos a las paredes del depósito permanecen estancados y no descargan cualquiera que sea el tiempo que dure el flujo.

La velocidad de flujo de sólidos granulares por gravedad a través de una abertura circular en el fondo del depósito depende del diámetro de la abertura y de las propiedades de los sólidos. En un amplio intervalo, no depende de la altura del lecho de sólidos. Una ecuación empírica ***dimensional*** para partículas de densidad ρ_p que fluyen libremente, en el intervalo de tamaños comprendido entre 4 y 20 mallas, es [1]

$$\dot{m} = \frac{\rho_p D_o^n}{(6{,}288 \ \text{tg}\,\alpha_m + 23{,}16)(D_p + 1{,}889) - 44{,}90} \qquad (26{,}25)$$

donde $\dot{m}$ = velocidad de flujo de sólidos, lb/min
D_o = diámetro de la abertura, pulg
α_m = ángulo de fricción interna de los sólidos
D_p = diámetro de las partículas

El exponente n varía desde aproximadamente 2,8 para partículas angulosas hasta aproximadamente 3,1 para esferas. Laforge y Boruff[3] y Smith y Hattiangadi[7] han realizado estudios detallados sobre el flujo de partículas a través de orificios.

En general, con sólidos cohesivos es difícil iniciar el flujo. Sin embargo, una vez que comienza, éste se restablece en el material situado directamente encima de la abertura de descarga. Con frecuencia la columna de sólidos situada encima de la salida se desplaza como un émbolo, dejando un «agujero de ratón» con paredes casi verticales. Los sólidos adherentes, y aun también algunos polvos

secos, se adhieren fuertemente a las superficies verticales y tienen suficiente fuerza de cizalla para soportar un tapón de considerable diámetro encima de una abertura de descarga. Por tanto, para iniciar el flujo y mantener el material en movimiento, con frecuencia se requieren vibradores sobre las paredes del depósito, cuchillas rascadoras cerca del fondo del depósito, o chorros de aire en la abertura de descarga.

La abertura de descarga ha de ser suficientemente pequeña para que pueda ser cerrada fácilmente cuando los sólidos están fluyendo, pero no tanto que se obstruya. Es preferible hacer la abertura suficientemente grande para que pase todo el flujo deseado cuando está semiabierta. En este caso se puede abrir más para contrarrestar una obstrucción parcial. Sin embargo, si la abertura es demasiado grande, la válvula de cierre puede ser difícil de accionar y el control de la velocidad de flujo será malo.

Arqueado. En la deducción de la Ecuación (26.4) se ha supuesto que sobre la pared de un depósito hay una fuerza vertical que actúa sobre el material aun cuando la masa de sólido esté estacionaria. La resultante de la fuerza vertical y la fuerza lateral forma un ángulo arctg μ' con la horizontal, tal como puede apreciarse en la Figura 26.6. Esto da lugar a la formación de un arco, o domo, en el interior del depósito, que en el caso de un sólido granular suelto, descansa sobre el material situado debajo. En un sólido cohesivo el arco puede llegar a soportar el sólido situado encima cuando se abre el orificio de descarga. Durante el flujo a través de la descarga el arco se colapsa y se vuelve a formar, y ocasionalmente puede interrumpir el flujo. Los factores que influyen sobre el flujo de materiales sólidos hacia fuera de depósitos han sido estudiados con detalle por Jenike *et al.*[2].

SIMBOLOS

A Area, pie^2 o m^2; área total de la superficie de las partículas
A_w Area de la superficie especifica de las partículas, pie^2/lb o m^2/g
a Factor volumétrico de forma [Ec. (26.10)]
b Espesor, pies o m
D Diámetro; D_o, diámetro de la abertura de un depósito, pulg; D_p, tamaño de partícula, pies o mm; D_{pi}, abertura de malla del tamiz i
$\bar{D}$ Tamaño medio de la partícula, pies, mm o pm; $\bar{D}_N$, diámetro medio aritmético [Ecuación (26.7)]; $\bar{D}_{pi}$, media aritmética de D_{pi} y D_{pi+1}; $\bar{D}_s$, diámetro medio volumen-superficie Ecuación (26.6); $\bar{D}_v$, diámetro medio de volumen [Ec. (26.9)]; $\bar{D}_w$, diámetro medio de masa [Ec. (26.8)]
F Fuerza, lb_f o N; F_B, sobre el fondo del depósito; F_L, componente lateral; F_V, componente vertical; F_f, fuerza de fricción; F_g, fuerza gravitacional
g Aceleración de la gravedad, pie/s^2 o m/s^2
g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 $pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$
i Número de fracción o incremento; también número del tamiz, contando desde el tamaño más pequeño
K Relación de presiones, p_V/p_L

L Longitud, pies o m
m Masa de muestra, lb o g
$\dot{m}$ Velocidad de flujo de masa, lb/min
N Número de partículas; N_T, número total; N_i, número de fracción o incremento i; N_w, número por unidad de masa
n Número total de incrementos o tamices en la serie; también exponente en la Ecuación (26.25)
P Presión, lb_f/pie^2 o N/m^2; p_B, presión sobre el fondo del depósito; p_L, p_V, presiones dirigidas en el análisis de esfuerzos
r Radio del depósito, pies o m
s_p Area de la superficie de la partícula, pie^2 o mm^2
v_p Volumen de la partícula, pie^3 o mm^3
x_i Fracción de masa de la muestra total en el incremento i; tambien fracción retenida por el tamiz i y que pasa a través del tamiz $i + 1$
Z Altura, pies o m; Zr, altura total de sólidos

Letras griegas

α Angulo; α_m, ángulo de fricción interna; α_r, ángulo de reposo
θ Angulo; θ_m, valor máximo en el análisis de esfuerzos
μ' Coeficiente de fricción, adimensional
ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; ρ_b, densidad global; ρ_p, densidad de la partícula
τ Esfuerzo cortante, lb_f/pie^2 o N/m^2
Φ_s Esfericidad de la partícula, definida por la Ecuación (26.1)

PROBLEMAS

26.1. Calcúlese el diámetro medio aritmético $\bar{D}_N$ para las fracciones − 4 a + 200 mallas del material analizado en la Tabla 26.2. ¿Cómo difiere cualitativamente $\bar{D}_N$ del diámetro medio de volumen $\bar{D}_V$?

26.2. Constrúyase una representación gráfica de la distribución acumulativa que se da en la Tabla 26.2 en papel logarítmico-probabilidad. ¿Es lineal la representación gráfica para cualquier intervalo del tamaño de las partículas? ¿Cómo difiere la cantidad de material tino (menor que 20 mallas) del que se predeciría a partir de la distribución de tamaños de un material más grueso?

26.3. Un silo cilíndrico de 10 pies de diámetro contiene cebada con una densidad global de 39 lb/pie^3. ¿Cuáles son las presiones vertical y lateral, en libras fuerza por pie cuadrado, en la base del silo, si el espesor de cebada es de 40 pies? ¿Y si es de 80 pies? $K' = 0{,}40$; $\mu' = 0{,}45$.

26.4. Dibújense los círculos de esfuerzos de Mohr para las condiciones en la base del silo para los dos espesores que se especifican en el Problema 26.3. ¿Cuáles son los valores de α_m y θ_m, en grados, para estos dos casos?

26.5. Calcúlese la velocidad de flujo de cebada a través de una abertura circular situada en la base del silo, si el diámetro de la abertura es de 300 mm. Para la cebada el exponente n de la Ecuación (26.25) es 2,93, el tamaño de partícula es de 1 mm y la densidad de las partículas es 65 lb/pie^3.

26.6. Repítase el Problema 26.5 para arena de 20 mallas con una densidad global de 1600 kg/m^3 y cuyo valor del exponente n es 2,67.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. FRANKLIN, F. C., y JOHANSON, L. N.: *Chem. Eng. Sci.*, **4:119** (1955).
2. **JENIKE**, A. W.; ELSEY, P. J., y **WOOLEY**, R. H.: *Proc. ASTM*, **60:1168** (1960).
3. LAFORGE, R. M., y **BORUFF**, B. K.: *Ind. Eng. Chem.*, **56(2):42** (1964).
4. ORR, C., y DALLA VALLE, J. M.: «Fine **Particle Measurement»**, **Mcmillan**, New York, 1959.
5. **PERRY**, J. H, (ed.): **«Chemical** Engineers' **Handbook»**, 5." ed., **McGraw-Hill**, New York, 1973; *(a)* pp. 7-23 a 7-24; *(b)* pp. 8-3 a 8-4.
6. **RUDD**, J. K.: *Chem. and Eng. News*, **32(4):344** (1954).
7. SMITH, J. C., y **HATTIANGADI**, U. *S.: Chem. Eng. Communications*, **6:105** *(1980).*
8. TAYLOR, D. W.: «Fundamentals of **Soil Mechanics»**, cap. 13, Wiley, New York, 1948.

CAPITULO

VEINTISIETE

REDUCCION DE TAMAÑO

El término *reducción de tamaño* se aplica a todas las formas en las que las partículas de sólidos se pueden cortar o romper en piezas más pequeñas. En los procesos industriales la reducción de tamaño de sólidos se lleva a cabo por distintos métodos y con fines diferentes. Las grandes piedras de un mineral crudo se desintegran hasta un tamaño manejable; los productos químicos sintéticos se muelen hasta polvo y las láminas de plástico se cortan en cubos o rombos. Los productos comerciales con frecuencia han de cumplir rigurosas especificaciones con respecto al tamaño y, a veces, con respecto a la forma de las partículas. La reducción de partículas aumenta también la reactividad de los sólidos, permite la separación por métodos mecánicos de ingredientes no deseados y reduce el tamaño de un material fibroso para su más fácil tratamiento.

Los sólidos pueden romperse de muy diferentes formas, pero solamente cuatro de ellas se utilizan habitualmente en los equipos de reducción de tamaño: (1) compresión, (2) impacto, (3) frotación 0 rozamiento, y (4) corte. Un cascanueces, un martillo, una lima y unas tijeras constituyen ejemplos de los cuatro tipos de acción. De una forma general, la compresión se utiliza para la reducción gruesa de sólidos duros, dando lugar a relativamente pocos tinos; el impacto genera productos gruesos, medios o tinos; la frotación conduce a productos muy tinos a partir de materiales blandos no abrasivos. El corte da lugar a un tamaño definido de partícula, y a veces también de forma, con muy pocos o nada de tinos.

FUNDAMENTOS DE LA DESINTEGRACION MECANICA DE SOLIDOS

Criterios de la desintegración mecánica. La desintegración mecánica es un término genérico de reducción de tamaño. Las quebrantadoras y los molinos son tipos de equipos de desintegración. Una quebrantadora o molino ideal debieran (1) tener una gran capacidad, (2) requerir poco consumo de energía por unidad de producto, y (3) dar lugar a un producto de un único **tamaño,** o distribución de tamaños, que se desee. El método habitual para estudiar el comportamiento del

equipo de proceso es establecer una operación ideal como patrón y comparar las características del equipo real con las de la unidad ideal, observando la diferencia entre ambas. Cuando se aplica este método al equipo de desintegración y molienda, las diferencias entre la unidad ideal y la real son muy grandes y, a pesar de los amplios estudios realizados, no se han aclarado totalmente las deficiencias. Por otra parte, se han desarrollado correlaciones empíricas útiles para predecir el comportamiento del equipo a partir de la incompleta teoría disponible.

Las capacidades de las máquinas de desintegración se tratarán al describir los distintos tipos de equipos. Sin embargo, los aspectos fundamentales de la forma y tamaño del producto, así como el consumo de energía, son comunes a la mayor parte de las máquinas y se pueden considerar de una forma más general.

Características de los productos triturados. El objetivo de la trituración y molienda es producir pequeñas partículas a partir de otras más grandes. Las partículas más pequeñas son deseables por su gran superticie o bien por su forma, tamaño y número. Una medida de la eficacia de la operación se basa en la energía que se requiere para crear nueva superticie, ya que, como se ha visto en el Capítulo 26, el área superficial de una unidad de masa de partículas aumenta mucho cuando las partículas disminuyen de tamaño.

Contrariamente a un triturador o molino ideal, una unidad real no da lugar a un producto uniforme, con independencia de que la alimentación sea o no de tamaño uniforme. El producto siempre consta de una mezcla de partículas, con tamaño variable desde un máximo definido hasta un mínimo submicroscópico. Algunas máquinas, especialmente en el caso de molinos, están diseñadas para controlar el tamaño de las partículas más grandes en sus productos, pero en cambio las más finas no están bajo control. En algunos tipos de molinos los tinos se reducen a un mínimo, pero no se eliminan totalmente. Si la alimentación es homogénea, tanto por lo que se refiere al tamaño de las partículas como a su estructura física y química, las formas de las distintas partículas de los productos pueden ser bastante uniformes; en caso contrario, las proporciones de los granos en los distintos tamaños de un solo producto pueden variar considerablemente.

La relación de diámetros entre las partículas más grandes y más pequeñas en un material triturado es del orden de 10^4. Debido a esta enorme variación de tamaños de las partículas individuales, las relaciones que son adecuadas para tamaños uniformes han de modificarse cuando se aplican a tales mezclas. Por ejemplo, el término «tamaño medio» carece de sentido mientras no se defina el método utilizado para promediar y, tal como se trata en el Capítulo 26, se pueden calcular varios tamaños medios diferentes.

Excepto que sean alisadas por abrasión después de la trituración, las partículas trituradas se parecen a poliedros, con caras casi planas y bordes y picos escarpados. Las partículas pueden ser compactas, con longitud, anchura y espesor aproximadamente iguales, o bien tener forma de láminas o agujas. Para granos compactos, la dimensión mayor, o diámetro aparente, generalmente se toma para caracterizar el tamaño de la partícula. Para partículas con forma de láminas o agujas, deberán especificarse dos dimensiones para caracterizar su tamaño.

Requerimientos de energía y potencia en la desintegración[4]. El coste energético es el de mayor importancia en trituración y molienda, de forma que los factores que controlan este coste son de gran interés. Durante la reducción de tamaño, las partículas del material de alimentación son primeramente distorsionadas y forzadas. El trabajo necesario para forzarlas se almacena temporalmente en el sólido como energía mecánica de tensión, de la misma forma que la energía mecánica se puede almacenar en un muelle. Al aplicar una fuerza adicional a las partículas tensionadas, éstas se distorsionan más allá de su resistencia final y bruscamente se rompen en fragmentos, generándose nuevas superficies. Puesto que una unidad de área de sólido posee una cantidad definida de energía superficial, la creación de nuevas superficies requiere un trabajo, que es suministrado por la liberación de energía de tensión cuando la partícula se rompe. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, toda la energía en exceso sobre la energía de la nueva superficie creada ha de aparecer en forma de calor.

Eficacia de la desintegración. La relación entre la energía superficial creada por la desintegración mecánica y la energía absorbida por el sólido es la eficacia de desintegración η_c. Si e_s es la energía superficial por unidad de área, en pies por libra fuerza por pie cuadrado, y A_{wb} y A_{wa} son las áreas por unidad de masa de producto y de alimentación, respectivamente, la energía absorbida por una unidad de masa de material W_n es

$$W_n = \frac{e_s(A_{wb} - A_{wa})}{\eta_c} \tag{27.1}$$

La energía superficial creada por fractura es pequeña en comparación con la energía mecánica total almacenada en el material en el momento de la ruptura, y la mayor parte de esta última se convierte en calor. Por tanto, las eficacias de trituración son bajas. Se han medido experimentalmente estimando e_s a partir de teorías del estado sólido, midiendo W_n, A_{wb} y A_{wa}, y sustituyendo en la Ecuación (27.1). La precisión del cálculo es mala, principalmente debido a las incertidumbres en el cálculo de e_s, pero los resultados indican que las eficacias de trituración están comprendidas en el intervalo de 0,06 a 1 por 100[7a].

La energía absorbida por el sólido W_n es menor que la comunicada por la máquina. Parte de la entrada total de energía W se utiliza para vencer la fricción en los cojinetes y otras partes móviles, y el resto queda disponible para trituración. La relación entre la energía absorbida y la entrada de energía es la eficacia mecánica, η_m. Por tanto, si W es la entrada de energía,

$$W = \frac{W_n}{\eta_m} = \frac{e_s(A_{wb} - A_{wa})}{\eta_m \eta_c} \tag{27.2}$$

Si $\dot{m}$ es la velocidad de alimentación, la potencia consumida por la máquina es

$$P = W\dot{m} = \frac{\dot{m}e_s(A_{wb} - A_{wa})}{\eta_c \eta_m} \tag{27.3}$$

Calculando A_{wb} y A_{wa} a partir de la Ecuación (26.5) y sustituyendo en la Ecuación (27.3), se obtiene

$$P = \frac{6\dot{m}e_s}{\eta_c \eta_m \rho_p} \left(\frac{1}{\Phi_b \bar{D}_{sb}} - \frac{1}{\Phi_a \bar{D}_{sa}} \right) \tag{27.4}$$

donde $\bar{D}_{sa}$, $\bar{D}_{sb}$ = diámetro/medio volumen-superficie de la alimentación y el producto, respectivamente
Φ_a, Φ_b = esfericidad de la alimentación y el producto, respectivamente
ρ_p = densidad de la partícula

Relaciones empíricas: leyes de Rittinger y de Kick. La ley de desintegración propuesta por Rittinger en 1867 establece que el trabajo que se requiere para la desintegración es proporcional a la nueva superficie creada. Esta «ley», que realmente no es más que una hipótesis, es equivalente a establecer que la eficacia de desintegración η_c es constante y, para una máquina y material de alimentación dados, es independiente de los tamaños de la alimentación y del producto[5]. Si las esfericidades Φ_a y Φ_b son iguales y la eficacia mecánica es constante, las distintas constantes de la Ecuación (27.4) se pueden reunir en una sola K_r y expresar la ley de Rittinger en la siguiente forma

$$\frac{P}{\dot{m}} K_r \left(\frac{1}{\bar{D}_{sb}} - \frac{1}{\bar{D}_{sa}} \right) \tag{27.5}$$

En 1885 Kick propuso otra «ley», basada en el análisis de esfuerzos de la deformación plástica dentro del límite de elasticidad, y establece que el trabajo que se requiere para triturar una masa dada de material es constante para la misma relación de reducción, o sea, la relación entre el tamaño inicial de las partículas y el tamaño tina1 de las mismas. Esto conduce a la expresión

$$\frac{P}{\dot{m}} = K_k \ln \frac{\bar{D}_{sa}}{\bar{D}_{sb}} \tag{27.6}$$

donde K_k es una constante.

Una relación generalizada para ambos casos es la ecuación diferencial

$$d\left(\frac{P}{\dot{m}}\right) = -\frac{K\, d\bar{D}_s}{\bar{D}_s^n} \tag{27.7}$$

La resolución de la Ecuación (27.7) para $n = 1$ y 2 conduce a las leyes de Kick y Rittinger, respectivamente.

Tanto la ley de Kick como la de Rittinger han demostrado ser aplicables para rangos muy limitados de tamaños de partícula; K_k y K_r se determinan experimentalmente en ensayos con la máquina y materiales que se utilizan en la realidad.

Por tanto, la utilidad de estas leyes es limitada y su interés es más bien de carácter histórico.

Ley de Bond e índice de trabajo. Un método algo más realista para estimar la energía necesaria para la trituración y molienda fue propuesta por Bond[3] en 1952. Bond postuló que el trabajo que se requiere para formar partículas de un tamaño D_p a partir de una alimentación muy grande es proporcional a la raíz cuadrada de la relación superficie a volumen del producto, s_p/v_p. Según la Ecuación (26.1), $s_p/v_p = 6/\Phi_s D_p$, de donde se deduce que

$$\frac{P}{\dot{m}} = \frac{K_b}{\sqrt{D_p}} \qquad (27.8)$$

siendo K_b una constante que depende del tipo de máquina y del material que se tritura. Esto es equivalente a la solución de la Ecuación (27.7) para $n = 1{,}5$ y una alimentación de tamaño infinito. Para utilizar la Ecuación (27.8) se define un índice de trabajo W_i, como la energía total, en kilovatios-hora por 2000 libras de alimentación, que se necesita para reducir una alimentación muy grande hasta un tamaño tal que el 80 por 100 del producto pase a través de un tamiz de 100 μm. Esta definición conduce a una relación entre K_b y W_i. Si D_p está en milímetros, P en kilovatios y $\dot{m}$ en toneladas (2000 lb) por hora,

$$K_b = \sqrt{100 \times 10^{-3}}\, W_i = 0{,}3162 W_i \qquad (27.9)$$

Si el 80 por 100 de la alimentación pasa a través de un tamaño de malla de D_{pa} mm y el 80 por 100 del producto a través de un tamaño de malla de D_{pb} mm, a partir de las Ecuaciones (27.8) y (27.9) se deduce que

$$\frac{P}{\dot{m}} 0{,}3162 W_i \left(\frac{1}{\sqrt{D_{pb}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{pa}}} \right) \qquad (27.10)$$

El índice de trabajo incluye la fricción en el triturador, y la potencia dada por la Ecuación (27.10) es potencia bruta.

En la Tabla 27.1 se presentan índices de trabajo típicos para algunos materiales comunes. Estos datos no varían demasiado para diferentes máquinas del mismo tipo general y son aplicables a la trituración seca o a la molienda húmeda. Para molienda seca, la potencia calculada a partir de la Ecuación (27.10) se multiplica por 4/3.

Ejemplo 27.1. ¿Cuál es la potencia necesaria para triturar 100 ton/h de piedra caliza, si el 80 por 100 de la alimentación pasa a través de un tamiz de 2 pulg y el 80 por 100 del producto ha de pasar a través de un tamiz de 1/8 pulg?

SOLUCIÓN

A partir de la Tabla 27.1, el índice de trabajo para la piedra caliza es 12,74. Otros valores que se requieren para sustituir en la Ecuación (27.10) son

Tabla 27.1. Indices de trabajo para trituración seca† o molienda húmeda‡

Material	Dens. rel.	Indice de trabajo, W_i
Bauxita	2,20	8,78
Clinker de cemento	3,15	13,45
Materias primas de cemento	2,67	10,51
Arcilla	2,51	6,30
Carbón	1,4	13,00
Coque	1,31	15,13
Granito	2,66	15,13
Grava	2,66	16,06
Yeso	2,69	6,73
Mineral de hierro (hematites)	3,53	12,84
Piedra caliza	2,66	12,74
Roca fosfática	2,74	9,92
Cuarzo	2,65	13,57
Pizarra	2,63	15,87
Esquisto	2,57	14,30
Roca volcánica	2,87	19,32

† Para molienda seca, multiplicar por 4/3.

‡ Tomada de **Allis-Chalmers,** Solids Proccesing Equipment Div., Appleton, Wis., con autorización.

$$\dot{m} = 100 \text{ ton/h}$$

$$D_{pa} = 2 \times 25{,}4 = 50{,}8 \text{ mm} \qquad D_{pb} = 0{,}125 \times 25{,}4 = 3{,}175 \text{ mm}$$

La potencia requerida es

$$P = 100 \times 0{,}3162 \times 12{,}74\left(\frac{1}{\sqrt{3{,}175}} - \frac{1}{\sqrt{50{,}8}}\right)$$

$$= 169{,}6 \text{ kW (227 CV)}$$

Simulación por ordenador de las operaciones de molienda

La distribución de tamaños de los productos en los diferentes tipos de equipos de reducción de tamaños se puede predecir mediante una simulación por ordenador del proceso de desintegración[7b, 8] Con esta finalidad se utilizan dos conceptos básicos, una *función de velocidad de molienda* S_u y una *función de rotura* $\mathbf{AB}_{,,,u}$. El material de un molino o triturador está formado en un determinado momento por partículas de muchos tamaños diferentes, y todas ellas interaccionan entre sí durante el proceso de reducción de tamaños, pero para los fines de la simulación por ordenador se supone que el material está dividido en un número de fracciones discretas (tales como las retenidas sobre los distintos tamices normalizados) y

que la rotura de las partículas ocurre en cada una de las fracciones de una forma más o menos independiente de las demás fracciones.

Consideremos una batería de n_T tamices normalizados, y sea n el número de un tamiz determinado de la batería. En este caso es conveniente numerar los tamices de cabeza a cola, comenzando por el tamiz más grueso. (En el Cap. 26 la numeración comienza por el fondo de la batería.) Para cualquier valor dado de n, los tamices situados encima, que son más gruesos que el tamiz n, se representan mediante el subíndice u. (Obsérvese que $u < n$.) La función de velocidad de molienda S_u es la fracción del material de un determinado tamaño, más grueso que el retenido por el tamiz n, que se rompen en un determinado tiempo. Si x_u es la fracción de masa retenida sobre uno de los tamices superiores, su velocidad de variación por rotura en tamaños más pequeños es

$$\frac{dx_u}{dt} = -S_u x_u \tag{27.11}$$

Supóngase, por ejemplo, que el material más grueso en la carga de un molino triturador es detenido por un tamiz con malla de 4/6, que la fracción de masa de este material x_1 es 0,05, y que en cada segundo se rompe un centenar de este material. Por tanto, S_u será 0,01 s^{-1}, y x_1 disminuirá con una velocidad de 0,01 x 0,05 = 0,0005 s^{-1}.

La función de rotura $AB_{n,u}$ da la distribución de tamaños que resulta de la rotura del material superior. Parte del material de malla 4/6, después de la rotura, será bastante grueso, parte muy pequeño y parte intermedio. Probablemente, muy poco será tan grande como malla 6/8, y solamente una pequeña cantidad será tan pequeño como malla de 200. Es de esperar que estén favorecidos los tamaños intermedios. Consecuentemente, $AB_{n,u}$ varía con n y con u. Además, varía con la composición del material contenido en el molino, puesto que las partículas gruesas pueden romperse de forma diferente en presencia de grandes cantidades de finos de lo que lo harían en ausencia de finos. Por tanto, en una carga del molino es de esperar que $AB_{n,u}$ (y también S_u) varíe con el tiempo y con otras variables de molienda.

Si se conocen $AB_{n,u}$ y S_u, la velocidad de variación de cualquier fracción dada se puede calcular de la forma que se indica a continuación. Para cualquier fracción, excepto la más gruesa, la cantidad inicial disminuye por rotura en tamaños más pequeños y simultáneamente aumenta por creación de nuevas partículas a partir de la rotura de todas las fracciones más gruesas. Si las velocidades de entrada y salida en un tamiz determinado son iguales, la fracción retenida sobre dicho tamiz permanece constante. Sin embargo, generalmente no es éste el caso, y la fracción de masa retenida sobre el tamiz n varía de acuerdo con la ecuación

$$\frac{dx_n}{dt} = -S_n x_n + \sum_{u=1}^{n-1} x_u S_u \Delta B_{n,u} \tag{27.12}$$

La Ecuación (27.12) puede simplificarse si se supone que S_u y $AB_{n,u}$ son constantes, y se dispone de soluciones analíticas y matriciales para este caso[7b], pero estas

suposiciones son muy poco realistas. En la trituración del carbón, con partículas mayores que las retenidas por un tamiz de malla aproximadamente de 28, se ha encontrado que S_u varía con el cubo del tamaño de partícula [1] y que la función de rotura depende de la relación de reducción $\bar{D}_n/\bar{D}_u$ de acuerdo con la ecuación

$$B_{n,u} = \left(\frac{\bar{D}_n}{\bar{D}_u}\right)^{\beta} \tag{27.13}$$

donde el exponente β puede ser constante o variar con el valor de B.

En la Ecuación (27.13), $B_{n,u}$ es la fracción de masa *total* menor que el tamaño $\bar{D}_n$. Es una fracción de masa acumulativa, en contraste con $\Delta B_{n,u}$, que es la fracción de tamaño $\bar{D}_n$ (retenida entre los tamices n y $n + 1$) que resulta de la rotura de las partículas de tamaño $\bar{D}_u$.

Si β en la Ecuación (27.12) es constante, dicha ecuación indica que la distribución de tamaños de las partículas del material triturado es la misma para todos los tamaños del material inicial. El valor de $AB_{n,u}$ en la trituración de un material de 4/6 mallas hasta 8/10 mallas será el mismo que en la trituración de partículas de 6/8 mallas hasta 10/14 mallas, puesto que la relación de reducción de tamaños es la misma.

La Ecuación (27.12) se resuelve generalmente por el método de Euler de aproximación numérica, en el que las variaciones en todas las fracciones durante sucesivos cortos intervalos de tiempo At (tales como 30 s) se calculan por medio de la aproximación $dx_n/dt = \Delta x_n/\Delta t$. Se pueden incorporar variaciones de S_u y de $AB_{n,u}$, con el tamaño del tamiz y (si se conoce) con el tiempo. Se necesita un ordenador para realizar los largos cálculos. Este método se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 27.2. Un molino discontinuo se carga con material de la composición que se muestra en la Tabla 27.2. Se supone que la función de velocidad de molienda S_u será 0,001 s^{-1} para las partículas de 4/6 mallas. La función de rotura B_u viene dada por la Ecuación (27.13) con $\beta = 1{,}3$. Se supone que tanto S_u como B_u son independientes del tiempo. (a) ¿Cuánto tiempo tardará la fracción de material de 4/6 mallas en disminuir en un 10 por 100? Tabúlense las fracciones individuales de rotura $\Delta B_{n,u}$ para la fracción de 28/35 mallas y para todas las fracciones más gruesas. (c) ¿Cómo variarán los valores de x_n con el tiempo durante las 6 primeras horas de operación? Utilícese un intervalo de tiempo, At, de 30 s en los cálculos.

SOLUCIÓN

(*a*) Para el material de 4/6 mallas no existe entrada procedente de material más grueso y se aplica la Ecuación (27.11). Al final del tiempo t_T, x_1 será 0,0251 x 0,9 = = 0,02259. Por tanto,

$$-S_u \int_0^{t_T} dt = \int_{0.0251}^{0,02259} \frac{d(x_1)}{x_1}$$

o bien

$$t_T = \frac{1}{S_u} \ln \frac{0{,}025}{0{,}02259} = \frac{1}{0{,}001} \ln 1{,}111 = 105{,}3 \text{ s}$$

(*b*) Supóngase que S_u varía con D_p^3. Sean S_1 y S_2 los valores para el material de 4/6 y 6/8 mallas, respectivamente. Por tanto, $S_1 = 10 \times 10^{-4}\ s^{-1}$, y

$$S_2 = S_1\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3 = 10^{-3}\left(\frac{2{,}362}{3{,}327}\right)^3 = 3{,}578 \times 10^{-4}\ s\text{-}1$$

Los valores de S_3 a S_7 se calculan de forma similar; los resultados se dan en la Tabla 27.2.

La función de rotura $\Delta B_{n,u}$ se calcula como sigue. Cuando n y u son iguales, o bien $n < u$, $AB_{,,} = 0$. La fracción total de masa menor que 6/8 mallas que resulta de la rotura de las partículas de 4/6 mallas, $B_{2,1}$, de acuerdo con la Ecuación (27.13), es, por tanto,

$$B_{2,1} = \left(\frac{2{,}362}{3{,}327}\right)^{1{,}3} = 06407$$

Tabla 27.2. Fracciones iniciales de masa y funciones de velocidad de molienda para el Ejemplo 27.2

Mallas	n o u	D_{pn} o D_{pu}, mm	$x_{n,0}$	S_n o $S_u \times 10^4$, s^{-1}
4/6	1	3,327	0,0251	10,0
6/8	2	2,362	0,1250	3,578
8/10	3	1,651	0,3207	1,222
10/14	4	1,168	0,2570	0,4326
14/20	5	0,833	0,1590	0,1569
20/28	6	0,589	0,0538	0,0554
28/35	7	0,417	0,0210	0,0196

Por tanto $\Delta B_{2,1}$, la fracción de material disgregado que es retenido sobre el tamiz de 8 mallas, es $1 - 0{,}6407$, o sea $0{,}3593$.

La fracción de masa total menor que 8/10 mallas que resulta de la rotura del material de 4/6 mallas, $B_{3,1}$, *es*

$$B_{3,1} = \left(\frac{1{,}651}{3{,}327}\right)^{1{,}3} = 0{,}4021$$

En general, las funciones individuales de rotura se obtienen a partir de la relación

$$\Delta B_{n,u} = B_{n-1,u} - B_{n,u} \tag{27.14}$$

Por tanto, la fracción de material disgregado de 4/6 mallas que es retenido sobre el tamiz de 10 mallas, $\Delta B_{3,1}$, es $0{,}6407 - 0{,}4021 = 0{,}2386$. Otros valores de $B_{n,u}$ *y* $\Delta B_{n,u}$ se obtienen de la misma forma para dar los resultados que se presentan en la Tabla 27.3. Obsérvese que cuando n = u, por definición $B_{n,u}$ es la unidad. Cuando $u = 1$, tal como se muestra en la Tabla 27.3, una fracción $0{,}6407$ de las partículas disgregadas procedentes del material de 4/6 mallas es menor de 8 mallas, $0{,}4021$ menor de 10 mallas, $0{,}2564$ menor de 14 mallas y solamente $0{,}0672$ es menor de 35 mallas.

Tabla 27.3. Funciones de rotura para el Ejemplo 27.2

	$B_{n,u}$ Y $\Delta B_{n,u}$ para n =						
u	1	2	3	4	5	6	7
1	1,0	0,6407	0,4021	0,2564	0,1652	0,1053	0,0672
	0	43593	**0,2386**	**0,1457**	**0,0912**	**0,0599**	40381
2	0	1,o	0,6277	0,4003	0,2579	0,1643	0,1049
	0	0	**0,3723**	**0,2274**	**0,1424**	40936	**0,0594**
3	0	0	1,0	0,6376	0,4109	0,2618	0,1671
	0	0	0	**0,3624**	**0,2267**	**0,1491**	40947
4	0	0	0	1,0	0,6444	0,4106	0,2621
	0	0	0	0	**0,3556**	**0,2338**	**0,1485**
5	0	0	0	0	1,0	0,6372	0,4067
	0	0	0	0	0	**0,3628**	**0,2305**
6	0	0	0	0	0	1,0	0,6383
	0	0	0	0	0	0	**0,3617**
7	0	0	0	0	0	0	1,0
	0	0	0	0	0	0	0

(c) Sea $x_{n,t}$ la fracción de masa retenida sobre los distintos tamices al final de t incrementos de tiempo At. Por tanto, $x_{1,0}$, $x_{2,0}$, etc., son las fracciones iniciales de masa dadas en la Tabla 26.2.

El primer miembro de la Ecuación (27.12) se aproxima mediante $\Delta x_n/\Delta t$, donde At para este ejemplo es 30 s y Ax, = $x_{n,t+1} - x_{n,t}$ Los sucesivos valores de x sobre los diferentes tamices se pueden calcular a partir de la siguiente forma de la Ecuación (27.12):

$$x_{n,t+1} = x_{n,t} - S_n \Delta t\, x_{n,t} + \Delta t \sum_{u=1}^{n-1} x_{u,t} S_u \Delta B_{n,u}$$

$$= x_{n,t}(1 - S_n \Delta t) + \Delta t \sum_{u=1}^{n-1} x_{u,t} S_u \Delta B_{n,u} \qquad (27.15)$$

Para el tamiz superior n = 1 y AB = 0. Por tanto, la Ecuación (27.15) se transforma en

$$x_{1,t+1} = x_{1,t}(1 - \mathrm{S,\ At}) = x_{1,t}[1 - (10 \times 10^{-4})(30)] = 0{,}970 x_{1,t}$$

Por consiguiente, después de 30 s la fracción de masa sobre el tamiz superior es

$$x_{1,1} = 0{,}970 \times 0{,}0251 = 0{,}02434$$

Después de 30 s más

$$x_{1,2} = 0{,}970 \times 0{,}02434 = 0{,}02360$$

y así sucesivamente. Sobre el tamiz de 8 mallas (n = 2), a partir de la Ecuación (27.15), las fracciones de masa son

$$x_{2,1} = x_{2,0}(1 - S_2 \Delta t) + \Delta t\, x_{1,0} S_1 \Delta B_{2,1}$$

Tabla 27.4. Fracciones de masa para el Ejercicio 27.2

Tiempo, min	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	0,0251	0,1250	0,3207	0,2570	0,1590	0,0538	0,0210
0,5	0,0243	0,1239	0,3202	0,2575	0,1596	0,0542	0,0213
1	0,0236	0,1228	0,3197	0,2580	0,1602	0,0546	0,0216
2	0,0222	0,1206	0,3187	0,2590	0,1614	0,0554	0,0222
5	0,0185	0,1143	0,3153	0,2618	0,1644	0,0578	0,0240
10	0,0137	OJO42	0,3093	0,2659	0,1695	0,0619	0,0267
20	0,0074	0,0859	0,2961	0,2724	0,1788	0,0695	0,0317
30	0,0040	0,0703	0,2819	0,2772	0,1871	0,0765	0,0363
60	0,0006	0,0376	0,2379	0,2840	0,2074	0,0946	0,0485
90	0,0000	0,0197	0,1967	0,2832	0,2226	OJO97	0,0590
120	0,0000	0,0104	0,1610	0,2777	0,2341	0,1228	0,0682
180	0,0000	0,0028	0,1058	0,2585	0,2495	0,1442	0,0839
240	0,0000	0,0008	0,0687	0,2342	0,2576	0,1611	0,0971
300	0,0000	0,0002	0,0444	0,2087	0,2608	0,1748	OJO84
360	0,0000	0,0001	0,0286	0,1839	0,2605	0,1860	0,1183

Sustituyendo los valores de S,, S_2 y $x_{1,0}$ de la Tabla 27.2, y AB,, $_1$ de la Tabla 27.3, se obtiene

$$x_{2.1} = x_{2,0}[1 - (3{,}578 \times 10^{-4}) \times 30] + 30 \times 0{,}0251 \times (10 \times 10^{-4}) \times 0{,}359$$
$$= 0{,}98926 x_{2,0} + 0{,}00027$$

Por tanto

$$x^2,_1 = (0{,}98926 \times 0{,}1250) + 0{,}00027 = 0{,}12393$$

Análogamente,

$$x_{2,2} = (0{,}98926 \times 0{,}12393) + (30 \times 0{,}02434 \times 10 \times 10^{-4} \times 0{,}359) = 0{,}12285$$

Los valores de x_3 hasta x_7 se obtienen de la misma forma. Los resultados se dan en la Tabla 27.4* y se representan en la Figura 27.1. Inicialmente x_1, x_2 Y x_3 disminuyen con el tiempo mientras que las demás fracciones de masa aumentan. Al cabo de una hora el 99,95 por 100 del material de 4/6 mallas (x_1) ha desaparecido y x_7 se ha más que doblado. La fracción de material más fino que 35 mallas ha aumentado desde 0,0384 hasta 0,0931. Durante las primeras cuatro horas las variaciones de x_3 y x_7 son casi lineales con respecto al tiempo. Al cabo de aproximadamente 70 minutos x_4 alcanza un máximo y después disminuye con el tiempo. Si la molienda continuase, las fracciones aún más finas serían eventualmente las mismas.

* Estos números se han obtenido con un microordenador Apple II. Los ordenadores más potentes pueden operar con un mayor número de cifras significativos y conducir a resultados algo diferentes.

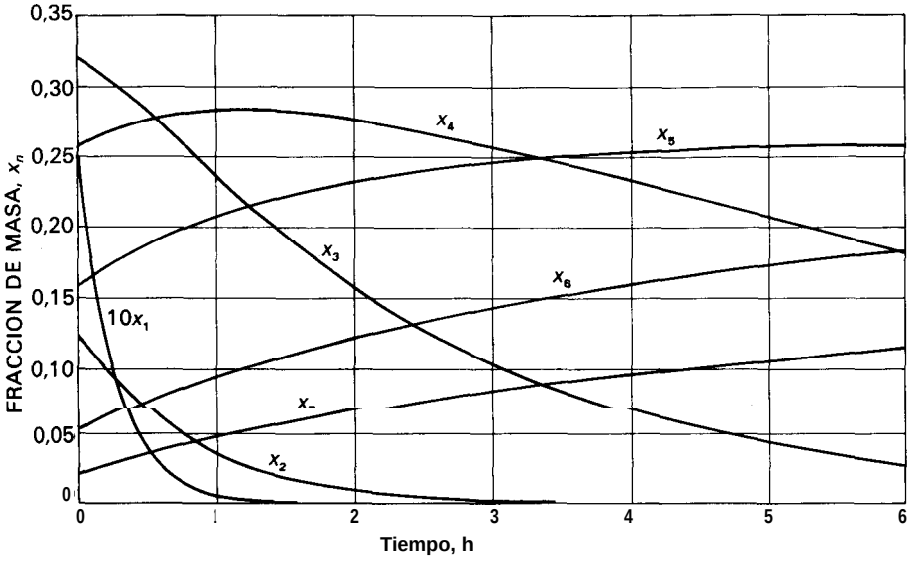


Figura 27.1. Fracciones de masa, Ejemplo 27.2, apartado (c). (Los valores de x_1 se han multiplicado por 10.)

La simulación por ordenador también es útil para predecir al consumo de energía y la distribución de tamaño de las partículas en molinos continuos, en los que las fracciones de masa están en equilibrio dinámico y no varían con el tiempo.

EQUIPO PARA LA REDUCCION DE TAMAÑO

El equipo para la reducción de tamaño se divide en quebrantadores, molinos, molinos de ultrafinos y máquinas de corte. Los ***quebrantadores*** realizan el trabajo pesado de romper grandes piezas de sólidos en pequeños trozos. Un quebrantador primario opera con el material que sale de cantera, aceptando todo el material tal como sale y rompiéndolo en trozos de 6 a 10 pulg (150 a 250 mm). Un quebrantador secundario reduce estos trozos a partículas quizás de 1/4 pulg *(6* mm). Los ***molinos*** reducen el producto del quebrantador hasta formar un polvo. El producto procedente de un molino intermedio puede pasar a través de un tamiz de 40 mallas, mientras que la mayor parte del producto que sale de un molino fino pasa a través de un tamiz de 200 mallas. Un ***molino*** *ultrafino* acepta como alimentación partículas no superiores a 1/4 pulg (6 mm) y genera un producto con un tamaño típico de 1 a 50 μm. Las ***cortadoras*** producen partículas de forma y tamaño definidos, con una longitud de 2 a 10 mm.

A continuación se relacionan los principales tipos de máquinas para la reducción de tamaño.

A. Quebrantadores (gruesos y tinos).
   1. Quebrantadores de mandíbula.
   2. Quebrantadores giratorios.
   3. Quebrantadores de rodillos.

B. Molinos (intermedios y finos)
   1. Molinos de martillos; impactores.
   2. Molinos de rodadura-compresión.
      a. Molinos de rulos.
      b. Molinos de rodillos.
   3. Molinos de frotación.
   4. Molinos de volteo.
      a. Molinos de barras
      b. Molinos de bolas; molinos de guijarros.
      c. Molinos de tubos; molinos de compartimentos.

C. Molinos ultratinos.
   1. Molinos de martillos con clasificación interna.
   2. Molinos que utilizan la energía de un fluido.
   3. Molinos agitados.

D. Máquinas de corte.
   1. Cortadoras de cuchillas; cortadoras de cubos; cortadoras de tiras.

Estas máquinas realizan su trabajo en formas muy diferentes. La compresión es la acción característica de los quebrantadores. Los molinos utilizan impacto y frotación, a veces combinadas con compresión; los molinos de ultrafinos operan principalmente por frotación. El corte es, por supuesto, la acción característica de las máquinas cortadoras.

Quebrantadores

Los quebrantadores son máquinas de baja velocidad utilizadas para la reducción gruesa de grandes cantidades de sólidos. Los principales tipos son los quebrantadores de rodillos lisos y los dentados. Los tres primeros operan por compresión y pueden romper grandes trozos de materiales muy duros, como es el caso de la reducción primaria y secundaria de rocas y minerales. Los quebrantadores dentados trocean y separan la alimentación; pueden tratar alimentaciones blandas como carbón, huesos y pizarras blandas.

Quebrantadores de mandibulas. En un quebrantador de mandíbulas la alimentación se introduce entre dos mandíbulas que forman una V abierta por la parte superior. Una de las mandíbulas, que recibe el nombre de yunque, es tija, está situada en posición casi vertical y no se mueve; la otra, que recibe el nombre de oscilante, se mueve alternativamente en un plano vertical, y forma un ángulo de 20 a 30° con la mandíbula tija. Está accionada por una excéntrica, de forma que aplica una gran fuerza de compresión a los trozos situados entre las mandíbulas. Las caras de las mandíbulas son planas o ligeramente combadas, y pueden tener muescas en forma de hendiduras horizontales. Los trozos grandes atrapados entre las partes superiores de las mandíbulas se rompen, descienden hacia el

espacio más estrecho inferior, y vuelven a romperse en el siguiente movimiento de cierre de la mandíbula. Las mandíbulas se abren y cierran unas 250 a 400 veces por minuto.

El tipo más común de quebrantador de mandíbulas *es* el *quebrantador de Blake* que se representa en la Figura 27.2. En esta máquina una excéntrica acciona una barra de conexión a dos palancas acodilladas, una fijada a la estructura y otra a la mandíbula móvil. El pivote está en la parte superior de la mandíbula en la línea central de la abertura de las mandíbulas. El mayor movimiento está en el fondo de la V, lo que da lugar a que este tipo de quebrantador tenga poca tendencia a obstruirse. Algunas máquinas, con una abertura para la alimentación de 72 por 96 pulg (1,8 por 2,4 m), pueden aceptar rocas de 6 pies (1,8 m) de diámetro y triturar 1000 toneladas/hora hasta un tamaño máximo del producto de 10 pulg (250 mm). Los quebrantadores secundarios más pequeños reducen el tamaño de las partículas de la alimentación previamente quebrantada hasta 1/4 a 2 pulg (6 a 50 mm) con capacidades de tratamiento mucho menores.

Quebrantadores giratorios. Un quebrantador giratorio puede considerarse como un quebrantador de mandíbulas troncocónicas, entre las cuales el material es triturado en algún punto en todo momento. Un cabezal cónico de trituración gira en el interior de una carcasa en forma de embudo abierta por su parte superior. Tal como muestra la Figura 27.3, el cabezal triturador está acoplado a un robusto eje pivotado en la parte superior de la máquina. Una excéntrica acciona el extremo inferior del eje. Por tanto, en cualquier punto de la periferia de la carcasa, el fondo del cabezal de trituración se mueve hacia dentro y hacia fuera de la pared estacionaria. Los sólidos atrapados en el espacio en forma de V entre el cabezal y la carcasa se van rompiendo sucesivamente hasta que salen por el fondo. El cabezal de trituración puede rotar sobre el eje y gira lentamente debido a la fricción con el material que se tritura.

La velocidad típica de un cabezal de trituración es de 125 a 425 revoluciones por minuto. Debido a que alguna de las partes del cabezal de trituración está

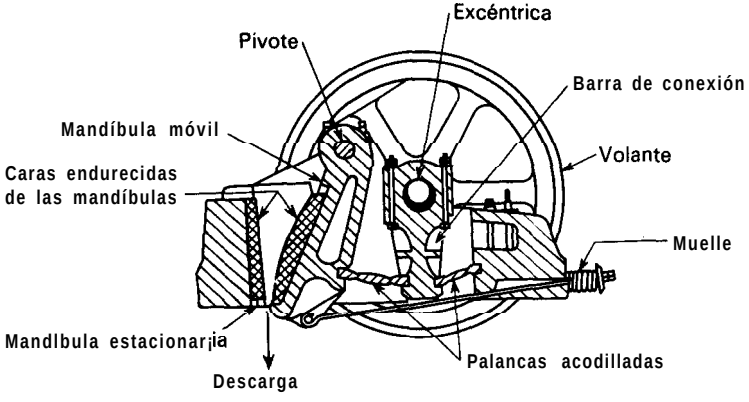


Figura 27.2. Quebrantador de mandíbulas de Blake.

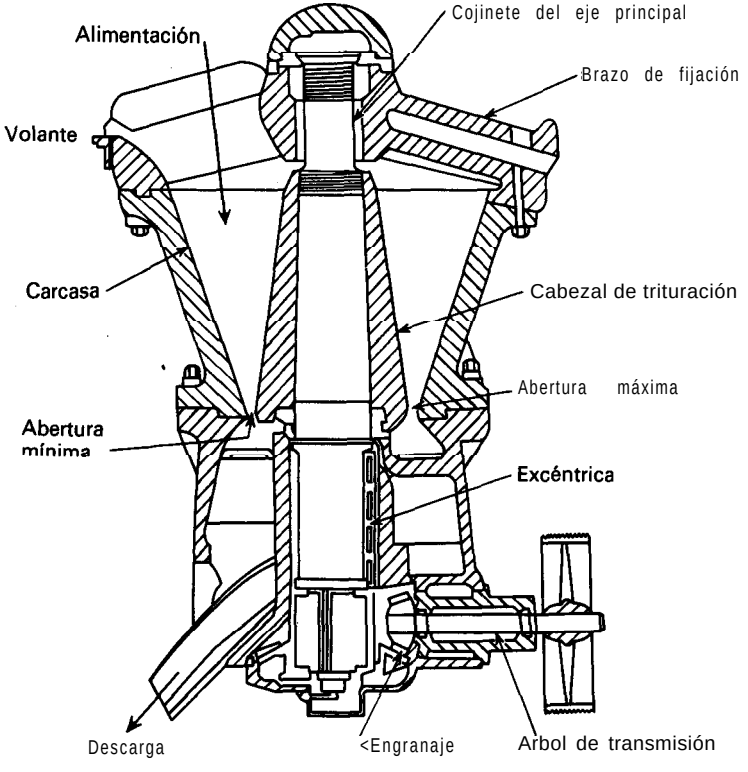


Figura 27.3. Quebrantador giratorio.

actuando en todo momento, la descarga de un quebrantador giratorio es continua en vez de intermitente como en el caso de un quebrantador de mandíbulas. La carga sobre el motor es casi uniforme, se requiere menos mantenimiento que en un quebrantador de mandíbulas y la potencia que se reqiere por tonelada de material tratado es también menor. Los quebrantadores giratorios más grandes tratan hasta 3500 toneladas/hora. La capacidad de un quebrantador giratorio varía con la instalación de las mandíbulas, la resistencia de impacto de la alimentación y la velocidad de giro de la máquina. La capacidad es casi independiente de la resistencia a la compresión del material que se tritura.

Quebrantadores de rodillos lisos. Los dos rodillos metálicos de superficies lisas, que giran sobre ejes horizontales paralelos, son los elementos activos del quebrantador de rodillos que se representa en la Figura 27.4. Las partículas de la alimentación quedan atrapadas entre los rodillos, se rompen por compresión y caen por la parte inferior. Los dos rodillos giran uno hacia el otro con la misma velocidad. Los rodillos son relativamente estrechos y de gran diámetro de forma que pueden atrapar trozos moderadamente grandes. Los rodillos típicos tienen desde 24 pulg (600 mm) de diámetro y 12 pulg (300 mm) de longitud hasta

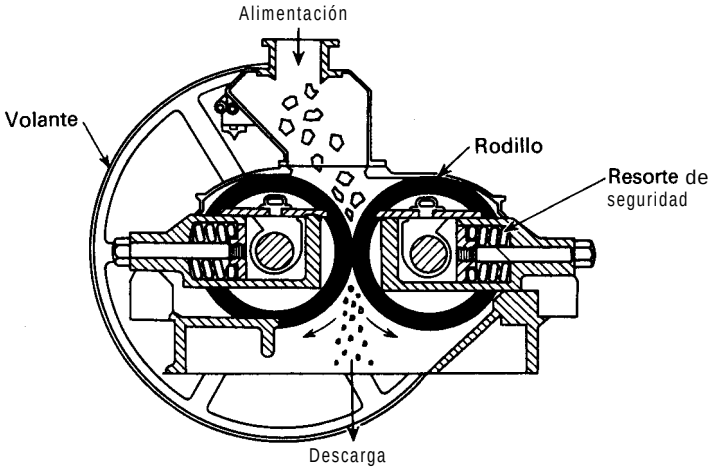


Figura 27.4. Quebrantador de rodillos lisos.

78 pulg (2000 mm) de diámetro y 36 pulg (914 mm) de longitud. El intervalo de giro de los rodillos está comprendido entre 50 y 300 rpm. Los quebrantadores de rodillos lisos son quebrantadores secundarios, con tamaños de alimentación comprendidos entre 1/2 y 3 pulg (12 a 75 mm) y de productos entre 1/2 pulg (12 mm) y aproximadamente 20 mallas.

El tamaño límite de las partículas, $D_{p,\,máx}$, que puede ser atrapado por los rodillos depende del coeficiente de fricción entre la partícula y la superficie del rodillo, pero en la mayor parte de los casos puede estimarse a partir de la relación sencilla [7c]

$$D_{p,\,máx} = 0{,}04R + d \tag{27.16}$$

donde R = radio de los rodillos
d = mitad de la distancia de separación entre los rodillos

El tamaño máximo del producto es aproximadamente igual a $2d$.

El tamaño de las partículas del producto depende de la separación entre los rodillos, así como también de la capacidad de una máquina dada. Los quebrantadores de rodillos lisos producen pocos tinos y virtualmente no generan tamaños superiores al máximo especificado. Operan más eficazmente cuando han de dar lugar a una reducción de tamaño de 3 o 4 a 1, es decir, cuando el diámetro máximo del producto es un tercio o un cuarto del de la alimentación. Las fuerzas que ejercen los rodillos son muy grandes, y están comprendidas entre 5000 a 40 000 lb_f por pulgada (8700 a 70000 N/cm) de anchura del rodillo. Para permitir que el material no triturable pase a través del sistema sin dañar la máquina, al menos uno de los rodillos ha de estar acoplado a un muelle.

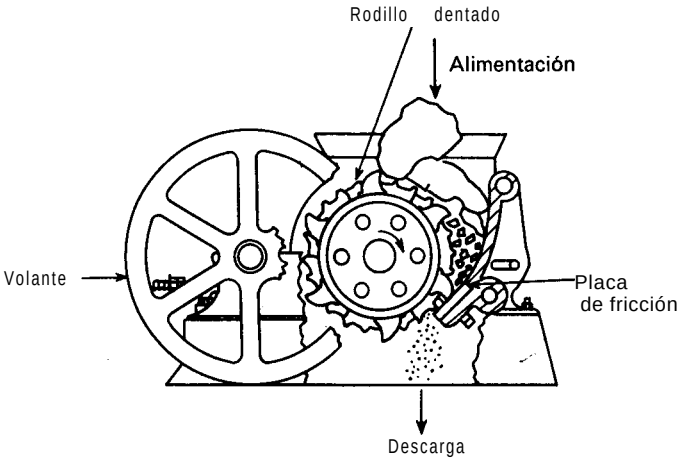


Figura 27.5. Trituradora de un solo rodillo dentado.

Quebrantadores de rodillos dentados. En muchos quebrantadores de rodillos sus superficies están provistas de rugosidades, barras trituradoras o dientes. Tales quebrantadores pueden tener dos rodillos, como en el caso de rodillos lisos, o solamente un rodillo que actúa frente a una placa estacionaria curvada. En la Figura 27.5 se representa un quebrantador de un solo rodillo dentado. Las máquinas conocidas como ***desintegradores*** contienen dos rodillos rugosos que giran a velocidades diferentes, o bien un pequeño rodillo de alta velocidad provisto de barras transversales sobre su superficie y que gira hacia un gran rodillo liso de baja velocidad. Algunos rodillos para el tratamiento de alimentaciones gruesas están provistos de robustos dientes piramidales. Otros diseños utilizan un gran número de discos con pequeños dientes a modo de sierras de láminas del material. Los quebrantadores de rodillos dentados son mucho más versátiles que los de rodillos lisos, con la limitación de que no pueden tratar sólidos muy duros. Operan por compresión, impacto y cizalla, en vez de solamente por compresión como ocurre en el caso de máquinas de rodillos lisos. No están limitados por el problema de agarre o captura de la alimentación, que es inherente a los quebrantadores de rodillos lisos, y pueden, por tanto, tratar partículas mucho más grandes. Algunos quebrantadores de dos rodillos dentados se utilizan para la reducción primaria de carbón y materiales similares. El tamaño de la alimentación de estas máquinas puede ser tan grande como 20 pulg (500 mm), y su capacidad asciende hasta 500 toneladas/h.

Molinos

El término ***molino*** se utiliza para describir una gran variedad de máquinas de reducción de tamaño para servicio intermedio. El producto procedente de quebrantador con frecuencia se introduce como alimentación de un molino, **en** el que

se reduce a polvo. Los principales tipos de molinos que se describen en esta sección son los molinos de martillos e impactores, máquinas de rodadura-compresión, molinos de frotación y molinos de volteo.

Molinos de martillos e impactores. Todos estos molinos contienen un rotor que gira a alta velocidad en el interior de una carcasa cilíndrica. El eje generalmente es horizontal. La alimentación entra por la parte superior de la carcasa, se trocea y cae a través de una abertura situada en el fondo. En un molino de martillos las partículas se rompen por una serie de martillos giratorios acoplados a un disco rotor. Una partícula que entra en la zona de molienda no puede salir sin ser golpeada por los martillos. Se rompe en pedazos, se proyecta contra la placa estacionaria situada dentro de la carcasa rompiéndose todavía en fragmentos más pequeños. Estas a su vez son pulverizadas por los martillos y son impulsadas a través de una rejilla o tamiz que cubre la abertura de descarga.

Con frecuencia se montan sobre el mismo eje varios discos rotores, cada uno de 6 a 18 pulg (150 a 450 mm) de diámetro y con cuatro a ocho martillos. Los martillos pueden ser barras rectas de metal con los extremos planos o alargados, o bien afilados para formar un borde cortante. Los molinos de martillos con reducción de tamaño intermedio dan lugar a un producto con un tamaño de partículas de 1 pulg (25 mm) a 20 mallas. En molinos de martillos para una molienda fina la velocidad periférica de los extremos de los martillos puede llegar a ser de 22 000 pies/min (112 m/s), y tratan de 0,1 a 15 toneladas/h hasta tamaños más finos que 200 mallas. Los molinos de martillos pueden tratar casi cualquier producto: sólidos fibrosos como cortezas o cuero, virutas de acero, pastas blandas y húmedas, arcilla plástica o una roca dura. Para obtener una molienda fina están limitados a los materiales más blandos.

Tanto la capacidad como el consumo de energía de un molino de martillos varían mucho con la naturaleza de la alimentación y no se pueden estimar con confianza a partir de consideraciones teóricas, sino que es preferible obtener estos valores a partir de la información publicada[7f], o todavía mejor a partir de ensayos a pequeña o gran escala realizados en el molino con una muestra real del material a tratar. Los molinos comerciales típicamente tratan 100 a 400 lb de sólido por caballo-hora (60 a 240 kg/kWh) de energía consumida.

Un ***impactor,*** como el que se representa en la Figura 27.6, se parece a un molino de martillos para servicio pesado, pero no contiene rejilla o tamiz. Las partículas se rompen exclusivamente por impacto, sin la acción secundaria de pulverización característica de los molinos de martillos. Con frecuencia los impactores se utilizan como máquinas de reducción primaria para rocas y minerales, tratando hasta 600 toneladas/h. Dan lugar a partículas que son más aproximadamente equidimensionales (más «cúbicas») que las partículas en forma de láminas que se obtienen en quebrantadores de mandíbulas o giratorios. El rotor de un impactor, como ocurre en muchos molinos de martillos, puede girar en ambas direcciones con el fin de prolongar la vida de los martillos.

Máquinas de rodadura-compresión. En este tipo de molinos las partículas sólidas son captadas y trituradas entre un medio rodante y la superficie de un anillo

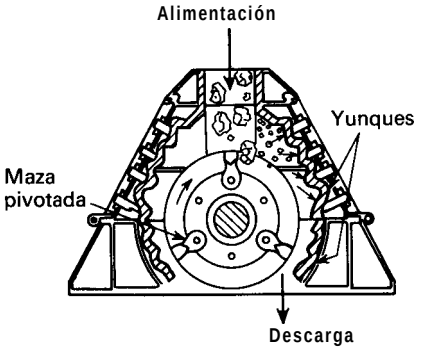


Figura 27.6. Impactor.

o carcasa. Los tipos más frecuentes son los pulverizadores de rodadura-anillo, los molinos de rulos, y los molinos de rodillos. En el molino de rodillos que se ilustra en la Figura 27.7, los rodillos cilíndricos verticales presionan con gran fuerza hacia fuera frente a un anillo estacionario, con la forma de una plaza de toros.

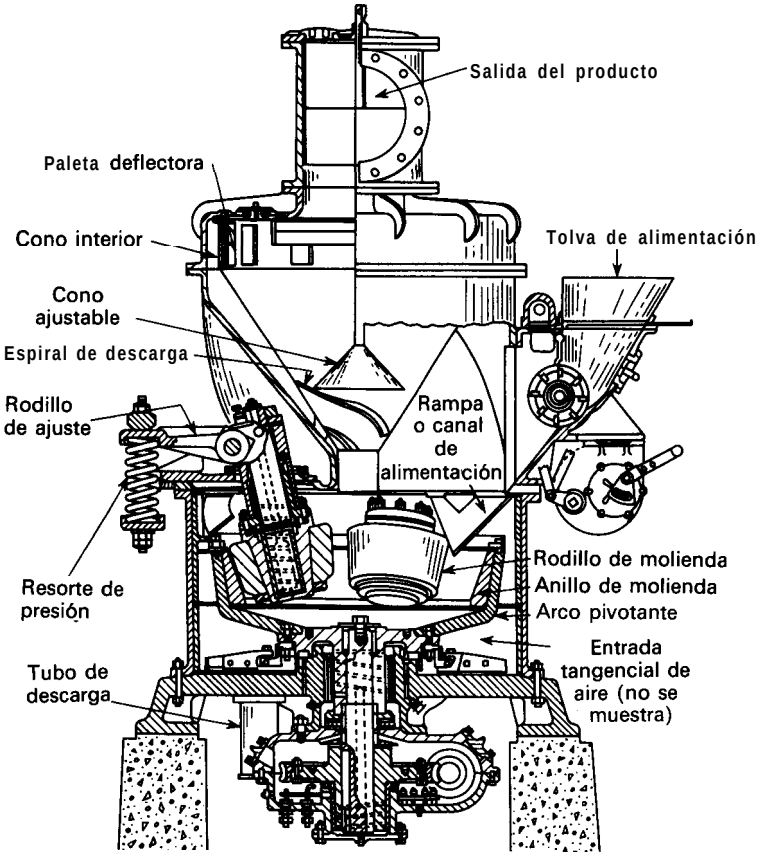


Figura 27.7. Molino de rodillos.

Giran con velocidades moderadas siguiendo un recorrido circular. Los trozos de sólidos son desplazados desde la solera del molino y llevados entre el anillo y los rodillos, donde tiene lugar la molienda. El producto es barrido fuera del molino por una corriente de aire hasta un separador-clasificador, desde el cual las partículas grandes retornan al molino para su posterior reducción. En un molino de rulos, y en algunos molinos de rodillos, gira la carcasa o el anillo, mientras que los rodillos rotan sobre ejes estacionarios, que pueden ser verticales u horizontales. Los molinos de este tipo encuentran su principal aplicación en la molienda de piedra caliza, clinker de cemento y carbón. Pulverizan hasta 50 toneladas por hora. Cuando se utiliza clasificación, puede ser tan fino como que el 99 por 100 pase a través de un tamiz de 200 mallas.

Molinos de frotación. En un molino de frotación las partículas de sólidos blandos son frotados entre las caras planas estriadas de unos discos circulares rotatorios. El eje del disco es generalmente horizontal, aunque a veces puede ser vertical. En un molino de rotación simple uno de los discos es estacionario y el otro rota, mientras que en las máquinas de doble rotación ambos discos giran a alta velocidad en sentidos contrarios. La alimentación entra a través de una abertura situada en el centro de uno de los discos, pasa hacia fuera a través de la separación entre los discos y descarga por la periferia en una carcasa estacionaria. La separación entre los discos es ajustable dentro de ciertos límites. Por lo menos una de las placas de molienda está montada sobre un muelle de forma que los discos pueden separarse si entra en el molino un material que no puede ser molido. Molinos provistos de diferentes tipos de estrías, rugosidades o dientes sobre los discos permiten una gran variedad de operaciones incluyendo molienda, troceado, granulación y desmenuzamiento, así como también operaciones no directamente relacionadas con la reducción de tamaño, tales como mezclado y rizado de plumas.

En la Figura 27.8 se representa un molino de frotación de rotación simple. Estos molinos contienen discos de piedra esmeril para la reducción de sólidos tales como talco y yeso, o bien discos metálicos para sólidos tales como madera,

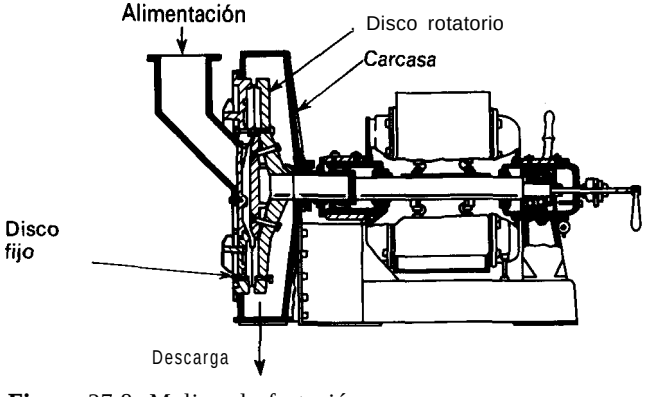


Figura 27.8. Molino de frotación.

almidón, polvos de insecticidas y cera de carnauba. Los discos metálicos generalmente son de acero ordinario, si bien para materiales corrosivos a veces son necesarios discos de acero inoxidable. Los molinos de doble rotación muelen, en general, hasta productos más finos que los de corredera simple, pero tratan productos más blandos. Con frecuencia se hace circular aire a través del molino para separar el producto y evitar el anegamiento del molino. Los discos pueden refrigerarse con agua o salmuera para eliminar el calor generado por la operación de molienda. La refrigeración es fundamental cuando se tratan materiales sensibles al calor tales como el caucho, que de lo contrario podría estropearse.

Los discos de los molinos de rotación simple tienen de 10 a 54 pulg de diámetro (250 a 1370 mm) y giran de 350 a 700 rpm. Los discos de los molinos de rotación doble giran a más velocidad, entre 1200 y 7000 rpm. La alimentación se tritura previamente hasta un tamaño máximo de partícula de aproximadamente 1/2 pulg (12 mm) y debe entrar con una velocidad uniforme controlada. Los molinos de frotación tratan de 1/2 a 8 toneladas/h para dar productos que pasan a través de un tamiz de 200 mallas. La energía que se requiere depende en gran medida de la naturaleza de la alimentación y del grado de reducción alcanzado, y es mucho mayor que en los molinos y quebrantadores descritos hasta ahora. Los valores típicos están comprendidos entre 10 y 100 CV-h (8 a 80 kWh) por toneladas de producto.

Molinos de volteo. En la Figura 27.9 se representa un molino de volteo típico. Una carcasa cilíndrica que gira lentamente alrededor de un eje horizontal, y está llena aproximadamente hasta la mitad de su volumen con un medio sólido de molienda, constituye un molino de volteo. La carcasa es generalmente de acero, con un recubrimiento de una lámina de acero de elevado contenido en carbono, porcelana o caucho. El medio de molienda son barras metálicas, en un molino de barras, cadenas o bolas de metal, caucho o madera en un molino de bolas, guijarros o esferas de porcelana o circonio en un molino de guijarros. Los

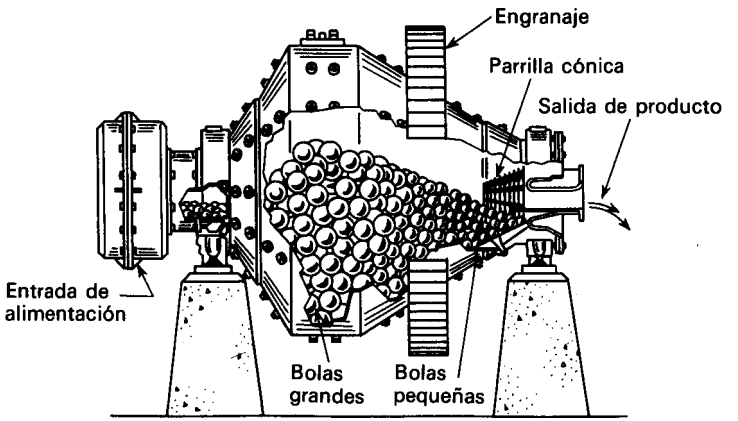


Figura 27.9. Molino cónico de bolas.

molinos de volteo resultan inadecuados para la reducción intermedia y tina de materiales abrasivos.

Contrariamente a los molinos considerados anteriormente, todos los cuales requieren una alimentación continua, los molinos de volteo pueden operar tanto de forma continua como discontinua. En una máquina discontinua, se introduce en el molino, a través de una abertura situada en la carcasa, una determinada cantidad de sólido que ha de ser molido. Se cierra entonces la abertura y el molino se mantiene girando durante varias horas, después de lo cual se para y se descarga el producto. En un molino continuo el sólido circula estacionariamente a través de la carcasa giratoria, entrando por un extremo a través de un muñón hueco y sale por el otro extremo, bien a través del correspondiente muñón o de aberturas periféricas existentes en la carcasa.

En todos los molinos de volteo los elementos de molienda son elevados por la carcasa hasta cerca de la parte superior, desde donde caen sobre las partículas situadas debajo. La energía consumida en elevar los elementos de molienda es utilizada en reducir el tamaño de las partículas. En algunos molinos de volteo, como ocurre en un ***molino de barras,*** una gran parte de la reducción se realiza por rodadura-compresión y por frotación al descender las barras deslizándose y rodando unas con otras. Las barras de molienda son generalmente de acero, de 1 a 5 pulg (25 a 125 mm) de diámetro, existiendo en todo momento varios tamaños en cualquier molino concreto. Las barras se extienden hasta toda la longitud del molino. A veces se previene que las barras se entrecrucen mediante un diseño cónico de los extremos de la carcasa. Los molinos de barras son sistemas de reducción intermedia, pasando tal vez desde una alimentación de 3/4 pulg (19 mm) hasta 10 mallas, preparando con frecuencia el producto de un quebrantador para la reducción final en un molino de bolas. Dan lugar a un producto con pocos tamaños grandes y un mínimo de finos.

En un ***molino de bolas o*** un ***molino de guijarros*** la mayor parte de la reducción se produce por impacto de la caída de las bolas o guijarros desde cerca de la parte superior de la carcasa. En un molino de bolas grande la carcasa puede tener 10 pies (3 m) de diámetro y 14 pies (4,25 m) de longitud. Las bolas son de 1 a 5 pulg (25 a 125 mm) de diámetro, y los guijarros son de 2 a 7 pulg (50 a 175 mm) de diámetro.

Un ***molino tubular*** es un molino continuo con una larga carcasa cilíndrica en el que el material es tratado durante un tiempo de 2 a 5 veces superior que el correspondiente a un molino de bolas. Los molinos de bolas son excelentes para moler hasta polvo muy fino en un solo paso cuando el consumo de energía no es una variable importante. Colocando particiones transversales en un molino tubular lo convierte en un ***molino compartimentado.*** Un compartimento puede contener bolas grandes, otro bolas pequeñas y otro guijarros. Esta segregación de los medios de molienda en elementos de diferentes tamaños y pesos ayuda considerablemente a la pérdida de energía, haciendo que las bolas grandes y pesadas rompan solamente las partículas grandes sin interferencia de las finas, mientras que las bolas pequeñas y ligeras no caigan sobre las partículas grandes a las que no pueden romper.

La segregación de las unidades de molienda en una sola cámara es una

característica del ***molino de bolas cónico*** que se representa en la Figura 27.9. La alimentación entra por la izquierda a través de un cono de 60" en la zona de molienda primaria donde el diámetro de la carcasa es máximo. El producto sale por el cono de 30° situado a la derecha. Un molino de este tipo contiene bolas de diferentes tamaños que se desgastan y se hacen más pequeñas a medida que opera el molino. Periódicamente se añaden nuevas bolas grandes. Al girar la carcasa las bolas grandes se desplazan hacia el punto de máximo diámetro mientras que las bolas pequeñas emigran hacia el punto de descarga. Por tanto, la rotura inicial de las partículas de la alimentación es realizada por las bolas más grandes que caen desde una altura mayor, mientras que las partículas pequeñas son molidas por bolas pequeñas que caen desde una altura mucho menor. El consumo de energía está ligado a la dificultad de la operación de rotura, aumentando así la eficacia del molino.

Acción en los molinos de volteo. La carga de bolas en un molino de bolas o en un tubular es tal que cuando el molino está parado las bolas ocupan aproximadamente la mitad del volumen del molino. La fracción de huecos en la masa de bolas, cuando están en reposo, es normalmente de 0,40. La molienda puede realizarse con sólidos secos pero es más frecuente que la alimentación sea una suspensión de partículas en agua, lo cual aumenta la capacidad y la eficacia del molino. Unas aberturas de descarga situadas en posiciones adecuadas controlan el nivel de líquido en el molino, que deberá ser tal que la suspensión llene justamente el espacio de huecos en la masa de bolas.

Al girar el molino las bolas se adhieren a la pared del molino y son llevadas hasta cerca de la parte superior, donde despegan de la pared y caen al fondo para ser de nuevo elevadas. La fuerza centrífuga mantiene las bolas en contacto con la pared y entre ellas durante la etapa de ascenso. Mientras están en contacto con la pared, las bolas realizan algo de molienda deslizando y rodando entre ellas, pero la mayor parte de la molienda ocurre en la zona de impacto en la que las bolas que caen libremente chocan contra el fondo del molino.

Cuanto más rápidamente gira el molino a mayor distancia son elevadas las bolas en el interior del mismo y mayor es el consumo de energía. La energía comunicada es provechosamente utilizada debido a que las bolas caen desde mayor altura, con lo que aumenta la intensidad del impacto y la capacidad del molino. Sin embargo, si la velocidad de giro es tan grande que las bolas se mueven adheridas siempre a la pared se dice que hay ***centrifugación.*** La velocidad para la que ocurre la centrifugación recibe el nombre de velocidad crítica. Cuando un molino está centrifugando poco o nada de molienda se produce, de forma que la velocidad de operación ha de ser inferior a la crítica.

La velocidad para la cual las bolas más exteriores pierden el contacto con la pared del molino depende del balance entre las fuerzas gravitacional y centrífuga. Esto puede apreciarse con ayuda de la Figura 27.10. Considérese la bola en el punto A de la periferia del molino. Sean los radios del molino y de la bola R y r, respectivamente. El centro de la bola está, por tanto, a $R - r$ pies (o m) del eje del molino. Sea α el ángulo que forma el radio AO con la vertical. Sobre la bola actúan dos fuerzas. La primera de ellas es la fuerza de gravedad mg/g_c,

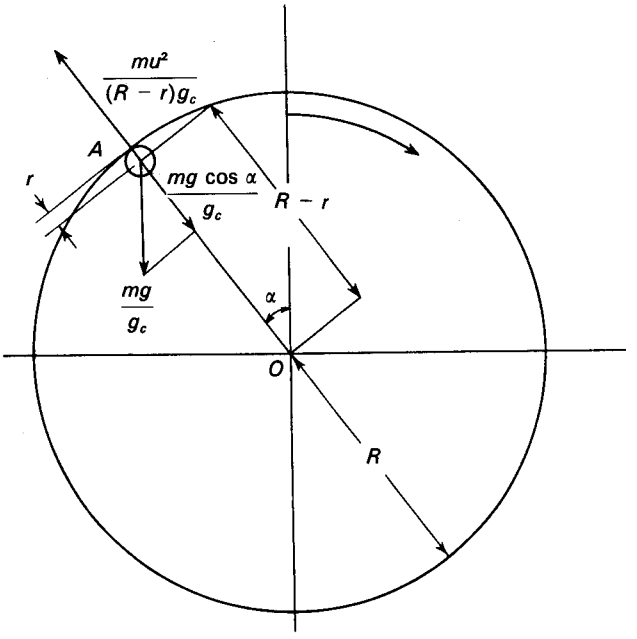


Figura 27.10. Fuerza sobre una bola en un molino de bolas.

siendo m la masa de la bola. La segunda es la fuerza centrífuga $(R - r)\omega^2/g_c$, donde $\omega = 2\pi n$ y n es la velocidad de giro. La componente centrípeta de la fuerza de gravedad es $(mg/g_c)\cos a$, y esta fuerza se opone a la fuerza centrífuga. Cuando la fuerza centrífuga supera a la centrípeta la partícula no se desprende de la pared. Sin embargo, a medida que disminuye el ángulo α, la fuerza centrípeta aumenta y, excepto que la velocidad de giro supere el valor crítico, se alcanza un punto en el que las fuerzas opuestas son iguales y la bola está en condiciones de caer. El ángulo para el que ocurre esto se obtiene igualando las dos fuerzas

$$m\frac{g}{g_c}\cos a = \frac{m[4\pi^2 n^2(R - r)]}{g_c}$$

$$\cos a = \frac{4\pi^2 n^2(R - r)}{g} \qquad (27.17)$$

Para la velocidad crítica, $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$, y n se transforma en la velocidad crítica n_c. Por tanto

$$n_c = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R - r}} \qquad (27.18)$$

Los molinos de volteo giran a un 65-80 por 100 de la velocidad crítica, con los valores más bajos para la molienda húmeda de suspensiones viscosas [7d].

Capacidad y ***consumo de energía de*** los ***molinos de volteo.*** La máxima cantidad de energía que se puede suministrar al sólido sometido a molienda se puede calcular a partir de la masa del medio de molienda, la velocidad de rotación y la máxima distancia de caída. En un molino real la energía utilizada es mucho menor que ésta, mientras que la energía mecánica total suministrada al molino es mucho mayor. Se requiere energía para hacer girar la carcasa en los cojinetes de soporte. Mucha de la energía suministrada al medio de molienda es consumida en moler más las partículas que ya son suficientemente finas y en levantar bolas o guijarros que caen que realizan poca o ninguna molienda. Por supuesto que un buen diseño minimiza la cantidad de esta energía consumida. Un análisis teórico completo de las principales variables interrelacionadas es virtualmente imposible y el funcionamiento de los molinos de volteo se predice mejor a partir de simulaciones en ordenador basadas en ensayos de planta piloto. Los molinos de barras producen de 5 a 200 toneladas/h de un producto de 10 mallas; los molinos de bolas producen de 1 a 50 toneladas/h de polvo que tal vez del 70 al 90 por 100 pasa por un tamiz de 200 mallas. El consumo total de energía para un molino de barras típico operando con un material duro es del orden de 5 CV-h/ton (4 kWh/ton); para un molino de bolas es del orden de 20 CV-h/ton (16 kWh/ton). Los molinos tubulares y los compartimentados requieren una potencia algo mayor. A medida que aumenta la finura del producto la capacidad de un determinado molino disminuye y el consumo de energía aumenta. (Véase la Fig. 27.15.)

Molinos de ultrafinos

Muchos productos comerciales han de contener partículas con un tamaño comprendido entre 1 y 20 μm, y que todas las partículas pasen esencialmente a través de un tamiz estándar de 325 mallas, cuya anchura de las aberturas es 44 μm. Los molinos que reducen sólidos hasta partículas tan finas reciben el nombre de *molinos de ultrafinos*. La molienda ultrafina de polvos secos se realiza con molinos tales como molinos de martillos de alta velocidad provistos de un sistema de clasificación interna o externa, y con molinos de chorro o que utilizan la energía de un fluido. La molienda ultrafina en húmedo se realiza en molinos agitados.

Molinos de martillos con clasificación. El Mikro-Atomizer que se representa en la Figura 27.11 es un molino de martillos con clasificación interna. Un conjunto de martillos giratorios está acoplado entre dos discos rotores, esencialmente igual que en un molino de martillos convencional. Además de los martillos, el eje rotor lleva dos ventiladores que impulsan aire a través del molino en la dirección que se muestra en la figura y que descarga en conductos que acaban en los colectores de producto. Sobre los discos rotores hay unas cortas aspas radiales para separar las partículas de tamaño superior a las deseadas. En la cámara de molienda las partículas del sólido se mueven con una elevada velocidad rotacional. Las partículas gruesas se concentran a lo largo de la pared de la cámara debido a la fuerza centrífuga que actúa sobre ellas. La corriente de aire transporta las partículas más finas desde el interior de la cámara de molienda hacia el eje en la dirección

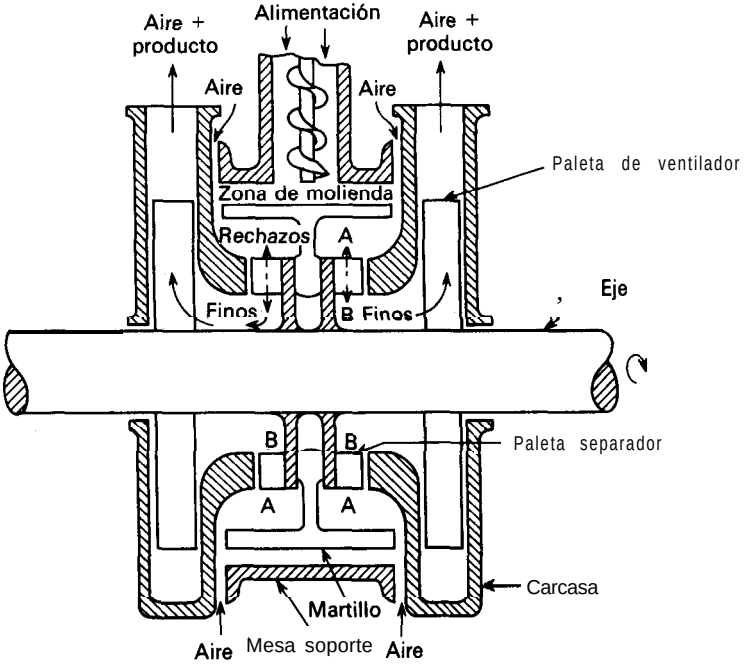


Figura 27.11. Fundamento del Mikro-Atomizer. ***(Tomado, con autorización de Pulverizing Machinery Div. of Mikro Pul. U.S. Filter Systems, Inc.)***

AB. Las aspas del separador tienden a arrojar las partículas hacia fuera en la dirección *BA.* El que una determinada partícula pase o no entre las aspas del separador y llegue hasta el punto de descarga depende de cuál sea la fuerza que prodomine: la fuerza de rozamiento ejercida por el aire o la fuerza centrífuga ejercida por las aspas. Las partículas aceptablemente finas pasan a través mientras que las partículas demasiado grandes son devueltas hacia atrás para su posterior reducción en la cámara de molienda. El tamaño máximo de las partículas se puede variar modificando la velocidad del rotor o el tamaño y número de las aspas del separador. Los molinos de este tipo reducen de 1 a 2 toneladas/h hasta un tamaño medio de partículas de 1 a 20 μm, con un consumo de energía de aproximadamente 50 CV-h/ton (40 kWh/ton).

Molinos que utilizan la energía de un fluido. En la Figura 27.12 se representa un típico molino que utiliza la energía de un fluido. En estos molinos las partículas sólidas están suspendidas en una corriente gaseosa y son transportadas a alta velocidad siguiendo un camino circular o elíptico. Parte de la reducción de tamaño se produce cuando las partículas chocan o friccionan contra las paredes de la cámara, pero la mayor parte de la reducción tiene lugar como consecuencia de la frotación entre las partículas. La clasificación interna mantiene las partículas más grandes en el molino hasta que se reducen al tamaño deseado.

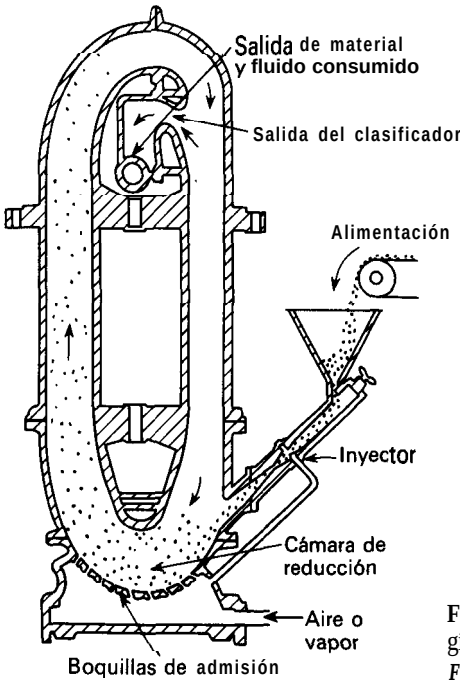


Figura 27.12. Molino accionado por la energía de un fluido. ***(Tomado, con autorización, de Fluid Energy Processing and Equipment Co.)***

El gas utilizado es generalmente aire comprimido o vapor de agua sobrecalentados, que entran a una presión de 100 $lb_f/pulg^2$ (6,9 atm) a través de boquillas energizantes. En el molino que se representa en la figura, la cámara de molienda es un lazo oval de tubería de 1 a 8 pulg (25 a 200 mm) de diámetro y de 4 a 8 pies (1,2 a 2,4 m) de altura. La alimentación entra cerca del fondo del lazo oval a través de un inyector de venturi. La clasificación de las partículas molidas tiene lugar en el codo superior del lazo. Cuando la corriente gaseosa circula a través de este codo a alta velocidad, las partículas más gruesas son arrastradas hacia fuera chocando contra la pared exterior, mientras que las finas se congregan en la pared interior. Una abertura de descarga situada en la pared interior en este punto conduce hasta un separador de ciclón y un colector de bolsa para la recogida del producto. La clasificación se favorece por el complejo modelo de tirabuzón que se genera en la corriente gaseosa a su paso por el codo de la tubería'. Los molinos que operan con la energía de un fluido aceptan partículas tan grandes como 1/2 pulg (13 mm) pero son más eficaces cuando el tamaño de las partículas de la alimentación no es superior a 100 mallas. Reducen hasta 1 ton/h de sólidos no pegajosos hasta partículas con un diámetro medio de 1/2 a 10 μm, utilizando de 1 a 4 lb de vapor de agua o 6 a 9 Ib de aire por lb de producto.

Molinos agitados. Para algunas operaciones de molienda ultrafina se utilizan pequeños molinos discontinuos no rotatorios que contienen un sólido como medio de molienda. Dicho medio consiste en elementos sólidos duros tales como

bolas, pellets o granos de arena. Estos molinos son recipientes verticales de 1 a 300 galones (2 a 1200 1) de capacidad, que están llenos con un líquido en el que se encuentra suspendido el medio de molienda. En algunos diseños esta carga se agita con un rodete de múltiples palas; en otros, que se utilizan especialmente para la molienda de materiales duros (tales como sílice o dióxido de titanio), una columna central alternativa hace vibrar el contenido del recipiente con una frecuencia de unos 20 Hz. Por la parte superior se introduce la alimentación en forma de una suspensión concentrada, y el producto (con algo de líquido) se retira a través de un tamiz situado en el fondo. Los molinos agitados son especialmente útiles para la obtención de partículas con un tamaño de 1 μm o más tinas [7e].

Máquinas cortadoras'

En algunos problemas de reducción de tamaño la alimentación es demasiado tenaz o demasiado elástica para poder ser troceada por compresión, impacto o frotación. En otro tipo de casos la alimentación ha de reducirse a partículas de dimensiones tijas. Estos requerimientos se pueden cumplir con dispositivos que cortan, pican o desgarran la alimentación en un producto con las características deseadas. Los quebrantadores con dientes de sierra mencionados anteriormente realizan buena parte de su trabajo en esta forma. Las verdaderas máquinas cortadoras comprenden las cortadoras de cuchillas rotatorias y los granuladores. Estas máquinas encuentran aplicación en una gran variedad de procesos pero se adaptan especialmente bien a los problemas de reducción de tamaño en la industria del caucho y de plásticos.

Cortadoras de cuchillas. Una cortadora de cuchillas rotatorias, como la que se representa en la Figura 27.13, consta de un rotor horizontal que gira de 200 a

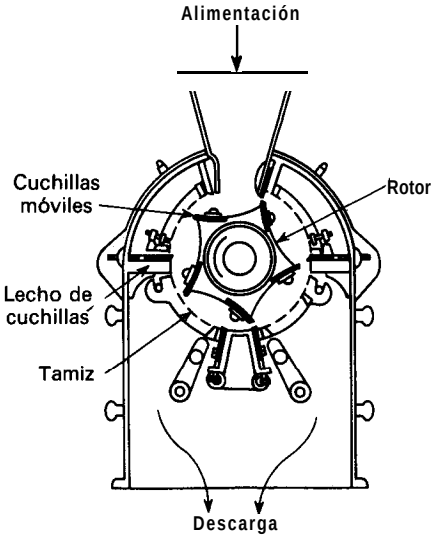


Figura 27.13. Cortador rotatorio de cuchillas.

900 rpm en el interior de una cámara cilíndrica. Sobre el rotor van acopladas de 2 a 12 cuchillas con extremos de acero que pasan muy próximas sobre 1 a 7 cuchillas estacionarias. Las partículas de alimentación entran en la cámara por la parte superior, son cortadas varios centenares de veces por minuto y salen a través de un tamiz situado en el fondo con aberturas de 5 a 8 mm. A veces las cuchillas móviles son paralelas a las cuchillas tijas; otras veces, dependiendo de las propiedades de la alimentación, ambas cuchillas se encuentran formando un ángulo. Las cortadoras rotatorias y los granuladores tienen un diseño similar. Un granulador produce partículas más o menos irregulares; una cortadora puede dar cubos, cuadrados delgados o gránulos.

OPERACION DEL EQUIPO

Para la adecuada selección y operación económica de las máquinas de reducción de tamaño es preciso cuidar muchos detalles del procedimiento y del equipo auxiliar. No se puede esperar que un quebrantador, un molino o una cortadora funcionen satisfactoriamente excepto que (1) la alimentación sea de un tamaño adecuado y se introduzca con una velocidad uniforme; (2) que el producto se retire lo más pronto posible una vez que las partículas han alcanzado el tamaño deseado; (3) que el material que no es triturable se mantenga fuera de la máquina; y (4) que en el caso de productos de bajo punto de fusión o sensibles al calor se elimine el calor generado en la molienda. Por tanto, calentadores, enfriadores, separadores de metales, bombas y soplantes, así como alimentadores de velocidad constante, son importantes dispositivos complementarios de una unidad de reducción de tamaño.

Operación en circuito abierto y en circuito cerrado. En muchos molinos la alimentación se reduce a partículas de tamaño satisfactorio pasándola una sola vez a través del molino. Cuando las partículas de tamaños más grandes no se hacen retornar a la máquina para su posterior reducción, se dice que el molino opera en circuito abierto. Esto puede dar lugar a un consumo excesivo de energía puesto que se pierde mucha energía en moler partículas que ya son suficientemente tinas. Si se desea un producto de 50 mallas, evidentemente resulta un despilfarro continuar moliendo el material hasta 100 o 200 mallas. Por consiguiente, con frecuencia resulta económico retirar del molino el material parcialmente molido y hacerlo pasar a través de un dispositivo de separación de tamaños. Los tamaños tinos se retiran como producto mientras que los gruesos se hacen retornar al molino. El dispositivo de separación está a veces situado en el interior del molino, como ocurre en el caso de molinos de ultratinos, pero lo más frecuente es que tales dispositivos sean exteriores al molino. ***Operación en circuito cerrado*** es la denominación que se aplica a la sección de un molino y un separador conectados de forma que las partículas gruesas retornan al molino.

Para partículas gruesas el dispositivo de separación es un tamiz o rejilla, mientras que para polvos finos se utiliza alguna forma de clasificador*. En la

* Estos dispositivos se consideran en el Capítulo 30.

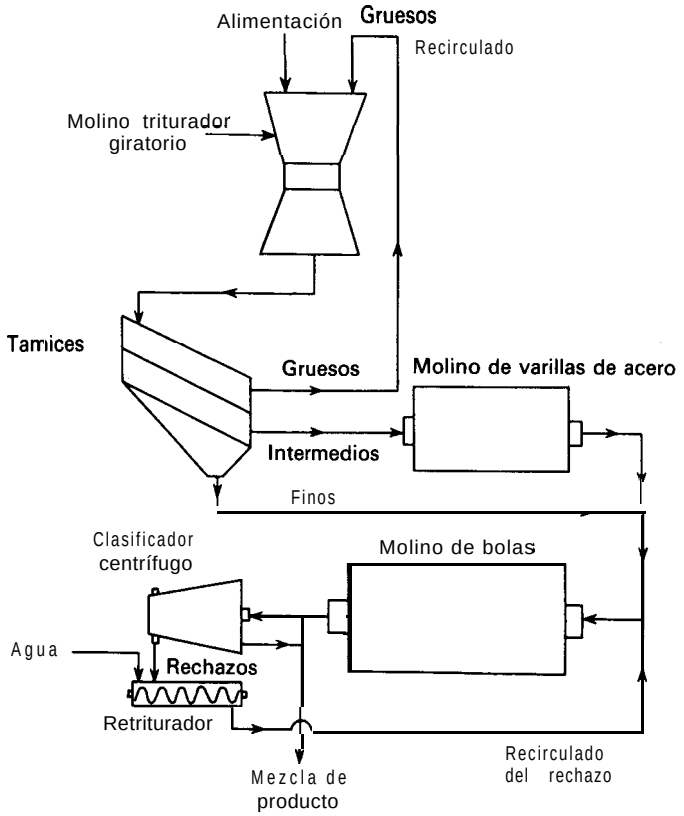


Figura 27.14. Diagrama de flujo para molienda en circuito cerrado.

Figura 27.14 se representa un conjunto típico de máquinas de reducción de tamaño y separadores operando en circuito cerrado. El producto de un quebrantador giratorio es separado por tamizado en tres fracciones: tinos, intermedios y gruesos. Los gruesos se devuelven al quebrantador; los tinos pasan directamente como alimentación de la unidad final de reducción, que es un molino de bolas. Las partículas intermedias se trituran en un molino de rodillos antes de entrar en el molino de bolas. En el esquema que se presenta en la figura el molino de bolas opera en húmedo, es decir, se bombea agua a través del molino para transportar las partículas molidas a un clasificador. El clasificador separa las partículas grandes en forma de una suspensión, que es repulpada con más agua y devuelta al molino. Los tamaños pequeños, que constituyen el producto, salen del clasificador como una suspensión de partículas de tamaño aceptable. Aunque los tamices operan de una forma más sencilla que los clasificadores, no pueden realizar económicamente separaciones cuando las partículas son inferiores a un tamaño de 150 a 200 mallas. La molienda adicional de estas partículas tinas es lo que precisamente da lugar a un consumo excesivo de energía. La operación en circuito cerrado es, por tanto, muy conveniente para la reducción de tamaños

tinos hasta ultratinos, lo cual requiere que la separación se realice utilizando clasificadores húmedos o separadores con aire como los descritos en el Capitulo 30. Por supuesto que es preciso suministrar energía para accionar los transportadores y separadores en un sistema de circuito cerrado, pero, a pesar de esto, la reducción del consumo total de energía alcanza con frecuencia el 25 por 100 de la que se requiere para la molienda en circuito abierto.

Control de la alimentación. La operación más importante para la reducción de tamaño es el control de la alimentación del molino. Las partículas de la alimentación han de tener un tamaño apropiado. Evidentemente no han de ser tan grandes que no puedan ser rotas por el molino. Por otra parte, si una gran cantidad de partículas son muy tinas, la eficacia de muchas máquinas, especialmente quebrantadores y trituradores, se reduce considerablemente. Con algunos sólidos, la compresión o el enfriamiento previo de la alimentación antes de su entrada en el molino aumenta considerablemente la facilidad de molienda del material. En molinos continuos la velocidad de alimentación debe controlarse dentro de límites estrechos para evitar el bloqueo del molino, así como variaciones erráticas de la carga que dan lugar a una disminución de la capacidad de la máquina. En el corte de un material laminar para formar cuadrados de tamaño exacto o copos de longitud uniforme, es evidente que será esencial un control exacto de la velocidad de alimentación.

Descarga del molino. Para evitar la acumulación en un molino continuo es necesario que la velocidad de descarga sea igual a la velocidad de alimentación. Además, la velocidad de descarga ha de ser tal que las partes activas del molino puedan actuar sobre el material en la forma más eficaz. Por ejemplo, en un quebrantador de mandíbulas, las partículas se pueden recoger en la abertura de descarga y triturarse muchas veces antes de que salgan del sistema. Tal como se ha indicado anteriormente, esto dará lugar a un despilfarro de energía si el tamaño de muchas partículas se reduce más de lo necesario. Esta forma de operación de un quebrantador se realiza a veces deliberadamente y recibe el nombre de ***trituración obturada.*** Sin embargo, la máquina está generalmente diseñada para operar de tal forma que las partículas trituradas puedan salir fácilmente, posiblemente llevando algunas partículas grandes, que se separan después y se devuelven al sistema de reducción de tamaño. Este tipo de operación recibe el nombre de ***trituración con descarga libre o trituración libre.*** La trituración obturada se utiliza solamente en situaciones poco frecuentes, ya que requiere una gran cantidad de energía y puede dañar el molino.

En el caso de productos molidos relativamente gruesos, como los obtenidos en un quebrantador, un triturador intermedio o una cortadora, la fuerza de gravedad es suficiente para producir una descarga libre, cayendo generalmente el producto por el fondo del molino. En un molino rotatorio el producto sale a través de las aberturas de la pared de la cámara situadas en un extremo del cilindro ***(descarga periférica),*** o bien es levantado por unas cucharas que lo depositan en un cono que lo dirige hacia un muñón perforado ***(descarga de muñón).***

En la descarga de molinos para molienda fina y ultrafina, la fuerza de gravedad es sustituida por el arrastre de un fluido portador. El fluido puede ser un líquido o un gas. La molienda húmeda con un líquido portador es frecuente en los molinos rotatorios. Esto provoca un mayor desgaste de las paredes de la cámara y del medio de molienda que cuando se opera en seco, pero disminuye el consumo de energía, aumenta la capacidad y simplifica la manipulación y clasificación del producto. La separación del producto en los molinos de frotamiento, en los que utilizan la energía de un fluido y en muchos molinos de martillos, se realiza mediante barrido con aire, vapor de agua o un gas inerte. El polvo se retira de la corriente gaseosa por medio de separadores de ciclón o de filtros de mangas.

Consumo de energia. En las operaciones de reducción de tamaño se consumen grandes cantidades de energía, especialmente en la fabricación de cemento, molienda de carbón, rocas y pizarras, así como en la preparación de minerales para la obtención de acero y cobre[6]. La reducción de tamaño es probablemente la menos eficaz de todas las operaciones básicas: alrededor de un 99 por 100 de la energía se utiliza en la operación del equipo, produciendo calor y ruido no deseados, quedando menos del 1 por 100 para la creación de nueva superficie. A medida que se han ido desarrollando procesos que cada vez requieren partículas más finas para la alimentación de hornos y reactores, ha aumentado el consumo total de energía, ya que la reducción hasta tamaños muy finos es enérgicamente mucho más costosa que la simple trituración hasta partículas relativamente gruesas. Este hecho se ilustra en la Figura 27.15, que muestra también las cantidades típicas de energía consumida por unidad de masa de producto en los distintos tipos de equipos de reducción de tamaño.

Retirada o suministro de calor. Puesto que solamente una fracción muy pequeña de la energía comunicada al sólido se utiliza en crear nueva superficie, la mayor

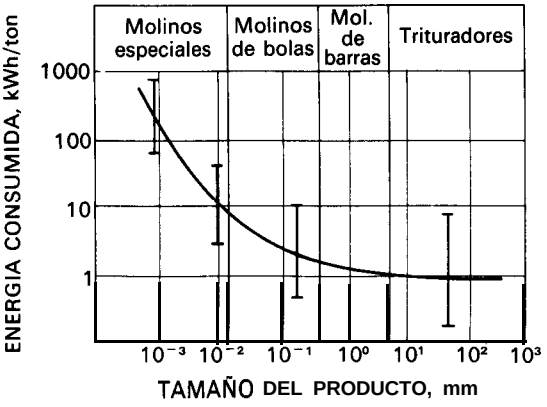


Figura 27.15. Consumo de energía frente a tamaño del producto en un equipo de reducción de tamaño. ***(Tomado, con autorización, de «Comminution and Energy Consumption», NMAB-264, National Academy Press,*** 1981.)

parte de la energía se convierte en calor, lo cual puede dar lugar a un importante aumento de la temperatura del sólido. El sólido puede fundir, descomponerse o explosionar si no se retira este calor. Por esta razón con frecuencia se hace circular agua fría o salmuera a través de serpentinas o camisas incorporadas al molino. A veces se impulsa aire refrigerado a través del molino o se introduce dióxido de carbono sólido (nieve carbónica) con la alimentación. Con nitrógeno líquido todavía se alcanza una más drástica reducción de temperatura, pudiendo realizarse la molienda a temperaturas inferiores a – 75 °C. La finalidad de temperaturas tan bajas es alterar las características de rotura del sólido, haciéndolo en general más fácilmente triturable. De esta forma, productos tales como la manteca de cerdo y la cera de abejas se hacen suficientemente duras para ser tratadas en un molino de martillos, y plásticos correosos, que atascan un molino a temperaturas ordinarias, se hacen suficientemente quebradizos y pueden molerse sin dificultad.

SIMBOLOS

A_w	Superficie especifica de las partículas, pie^2/lb o m^2/g; A_{wa}, para la alimentación; A_{wb}, para el producto
$B_{n,u}$	Fracción de masa total de las partículas más pequeñas que el tamaño $\bar{D}_{pn}$ que resulta de la rotura de las partículas de tamaño $\bar{D}_{pu}$
D_p	Tamaño de la partícula, pies o mm; D_{pa}, de la alimentación, D_{pb}, del producto; $D_{p,\ máx}$, tamaño máximo de las partículas atrapadas por los rodillos
D_{pn}	Abertura de malla del tamiz n, pies o mm; $D_{p(n\ +\ 1)}$, del tamiz n + 1
$\bar{D}_n$	Media aritmética de D_{pn} y $D_{p(n+1)}$, pies o mm
$\bar{D}_s$	Diámetro medio volumen-superficie, pies o mm; $\bar{D}_{sa}$, de la alimentación; $\bar{D}_{sb}$, del producto
$\bar{D}_u$	Diámetro medio de la partícula sobre el tamiz u, que es más gruesa que el tamiz n
d	Distancia media entre los rodillos quebrantadores, pies o m
e_s	Energía superficial por unidad de área, $pies\text{-}lb_f/pie^2$ o J/m^2
g	Aceleración de la gravedad, $pies/s^2$ o m/s^2
g_c	Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 $pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$
K	Constante; K_b, en la ley de Bond; K_k, en la ley de Kick; K_r, en la ley de Rittinger
m	Masa de la bola, lb o g
$\dot{m}$	Velocidad de alimentación del triturador, ton/h o kg/s
n	Velocidad, rpm; número del tamiz, contando desde el tamiz más grande de la serie; n_T, número total de tamices; n_c, velocidad crítica en un molino de bolas
P	Potencia, CV 0 W
R	Radio de los rodillos quebrantadores o del molino de bolas, pies o m
r	Radio de las bolas en un molino de bolas, pies o m
S	Función de la velocidad de molienda, s^{-1}; S_n, para el tamiz n; S_u, para el tamiz u
s_p	Area de la partícula, pie^2 o m^2
t	Tiempo, s; t_T, tiempo total de molienda
u	Número del tamiz más grueso que el tamiz n
v_p	Volumen de la partícula, pie^3 o m^3
W	Energía comunicada al quebrantador, $pies\text{-}lb_f/lb$ o J/g; W_n, energía absorbida por el material durante la molienda
W_i	Indice de trabajo de Bond, kWh/ton

x Fracción de masa; n_n, sobre el tamiz n; $x_{n,t}$, sobre el tamiz n después de t incrementos de tiempo; x,, sobre el tamiz u; x_1, sobre el tamiz más grueso; $x_{1,0}$, fracción más gruesa de la alimentación

Letras griegas

a Angulo formado por el radio con la vertical en un molino de bolas
β Exponente en la Ecuación (27.13)
$\Delta B_{n,u}$ Función de rotura, fracción de partículas de tamaño $\bar{D}_u$ que se rompen hasta el tamaño 4,
Δt Incremento de tiempo, s
Δx_n Variación de x_n durante el tiempo At
η_c Coeficiente de trituración
η_m Eficacia mecánica del quebrantador
ρ_p Densidad de la partícula, lb/pie^3 o kg/m^3
Φ_s Esfericidad; Φ_a, de la alimentación; Φ_b, del producto
ω Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

27.1. Un quebrantador giratorio tritura una roca volcánica. La alimentación está formada por esferas prácticamente uniformes de 2 pulg. El análisis diferencial por tamizado del producto se presenta en la columna 1 de la Tabla 27.5. La potencia que se requiere para triturar este material es de 430 kW/ton. De esta potencia, 10 kW se necesitan para el funcionamiento del molino en vacio. Reduciendo la separación entre el cabezal triturante y el cono, el análisis diferencial por tamizado del producto se transforma en el que se presenta en la columna 2 de la Tabla 27.5. Calcúlese la potencia necesaria para la segunda operación, a partir de *(a)* la ley de Rittinger, y (b) la ley de Kick. La velocidad de alimentación es de 125 ton/h.

27.2. Utilizando el método de Bond, estimar la potencia necesaria por tonelada de roca en cada una de las operaciones del Problema 27.1.

Tabla 27.5. Datos para el Problema 27.1

	Producto	
Mallas	Primeramolienda (1)	Segundamolienda (2)
4/6	3,1	
6/8	10,3	3,3
8/10	20,0	8,2
10/14	18,6	11,2
14/20	15,2	12,3
20/28	12,0	13,0
28/35	9,5	19,5
35/48	6,5	13,5
48/65	4,3	8,5
-65	0,5	
65/100		6,2
100/150		4,0
-150		0,3

27.3. Resuélvase el Ejemplo 27.2 para una carga del molino consistente totalmente en material de 4/6 mallas. Represéntense los resultados y compárense con los de la Figura 27.1.

27.4. Resuélvase el Problema 27.3 con (a) $\beta = 1{,}1$ y (b) $\beta = 1{,}6$. Represéntense los resultados. ¿Varían en la forma en la que era de esperar?

27.5. Resuélvase el Problema 27.3 con $\beta = 1{,}3$ y con S variando con D_p^3 para los tamaños más gruesos que 10 mallas y con D_p^2 para los tamaños más finos. ¿Los resultados son los previstos?

27.6. ¿Qué velocidad de giro, en revoluciones por minuto, recomendaría usted para un molino de bolas de 1200 mm de diámetro cargado con bolas de 75 mm de diámetro?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ARBITER, N., y HARRIS, C. C.: Br. *Chem. Eng.*, 10:240 (1965).
2. BERRY, C. E.: *Ind. Eng. Chem.*, 38:672 (1946).
3. BOND, F. C.: *Trans. AIME*, TP-3308B, *y Mining Eng.*, Mayo 1952.
4. GALANTY, H. E.: *Ind. Eng. Chem.*, 55(1):46 (1963).
5. GAUDIN, A. M.: «Principles of Mineral Dressing», McGraw-Hill, New York, 1939, p. 136.
6. KAPLAN, L. J.: *Chem. Eng.*, 88(26):33 (1981).
7. PERRY, J. H. (ed): «Chemical Engineers' Handbook», 5.ª ed., McGraw-Hill, New York, 1973; *(a)* p. 8-11; *(b)* pp. 8-14 a 8-16; (c) p. S-21; *(d)* p. S-26; (e) p. 8-29; *(f)* pp. 8-36 a 8-40.
8. REID, K. J.: *Chem. Eng. Sci.*, 20(11):953 (1965).
9. STERRETT, K. R., y SHELDON, W. M.: *Ind. Eng. Chem.*, 55(2):46 (1963).

CAPITULO

VEINTIOCHO

CRISTALIZACION

Cristalización es la formación de partículas sólidas a partir de una fase homogénea. La formación de partículas sólidas puede tener lugar a partir de un vapor, como la nieve, mediante la solidificación de un líquido fundido, como ocurre en la formación de grandes monocristales, o bien como cristalización de una disolución líquida. El tratamiento en este libro está restringido al último caso. Los principios y conceptos que se exponen son aplicables tanto a la cristalización de un soluto en el seno de una disolución saturada como a la cristalización de parte del propio disolvente, en la formación de cristales de hielo a partir de agua de mar o de otras disoluciones salinas diluidas.

La cristalización de disoluciones es industrialmente importante dada la gran variedad de materiales que se comercializan en forma cristalina. Su amplia utilización se debe a dos razones: un cristal formado a partir de una disolución impura es esencialmente puro (excepto que se formen cristales mixtos), y la cristalización proporciona un método práctico para la obtención de sustancias químicas puras en una condición adecuada para su envasado y su almacenamiento.

Magma. En la cristalización industrial de una disolución la mezcla bifásica formada por las aguas madres y los cristales de todos los tamaños, contenida en un cristalizador y que se saca como producto, recibe el nombre de ***magma.***

Importancia del tamaño de los cristales. No cabe duda que un buen rendimiento y una elevada pureza son dos objetivos importantes de la cristalización, pero el aspecto y el intervalo de tamaños del producto cristalino es también importante. Si los cristales intervienen en un proceso posterior, para filtración, lavado, reacción con otros productos químicos, transporte y almacenamiento, es deseable que su tamaño sea adecuado y uniforme. Si los cristales se comercializan como un producto acabado, la aceptación por los consumidores exige cristales individuales resistentes de tamaño uniforme, que no formen agregados y que no se aglomeren en el envase. Por estas razones es preciso controlar la ***distribución del tamaño de los cristales*** (CSD), y éste es uno de los principales objetivos en el diseño y operación de cristalizadores.

GEOMETRIA DE LOS CRISTALES

Un cristal es el tipo de materia no viva más altamente organizada. Se caracteriza por el hecho de que sus partículas constituyentes, que pueden ser átomos, moléculas o iones, están dispuestas en formaciones ordenadas tridimensionalmente llamadas redes espaciales. Como consecuencia de esta disposición de las partículas, cuando los cristales se pueden formar sin la interferencia de otros cristales o cuerpos extraños, se presentan como poliedros con vértices agudos y caras planas. Aunque los tamaños relativos de las caras y las distancias entre vértices de distintos cristales del mismo material pueden ser muy diferentes, los ángulos formados por caras correspondientes de todos los cristales del mismo material son iguales y característicos del material.

Sistemas cristalográficos. Dado que todos los cristales de una determinada sustancia tienen los mismos ángulos interfaciales, con independencia de que existan grandes diferencias en lo que respecta al desarrollo de las caras individuales, se pueden clasificar las formas de los cristales en base a estos ángulos. Las siete clases o sistemas son: cúbico, hexagonal, trigonal, tetragonal, ortorrómbico, monoclínico y triclínico. Un determinado material puede cristalizar en dos o más sistemas diferentes dependiendo de las condiciones de cristalización. Por ejemplo, el carbonato de calcio se presenta más frecuentemente en la naturaleza en la forma hexagonal (calcita), pero también existe en la forma ortorrómbica (aragonito).

Cristales invariantes. En condiciones ideales, un cristal en crecimiento, mantiene la semejanza geométrica durante el crecimiento. Tal cristal recibe el nombre de ***invariante.*** La Figura 28.1 muestra secciones transversales de un cristal invariante durante su crecimiento. Cada uno de los polígonos de la figura representa el contorno exterior del cristal a un tiempo diferente. Puesto que el cristal es invariante, estos polígonos son geométricamente semejantes y las líneas de trazos que unen los vértices de los polígonos con el centro del cristal son rectas. El punto central puede considerarse como la localización del núcleo original desde el que ha crecido el cristal. La velocidad de crecimiento de una cara cualquiera se mide por su velocidad de traslación desde una posición dada, siguiendo la dirección de la recta que parte del centro del cristal, y es perpendicular a la superficie de la cara. Excepto que el cristal sea un poliedro regular, las velocidades de crecimiento de las distintas caras de un cristal invariante no son iguales.

Tamaño de los cristales y factores de forma. Se puede utilizar una sola dimensión para medir el tamaño de un cristal invariante de una forma definida. A partir

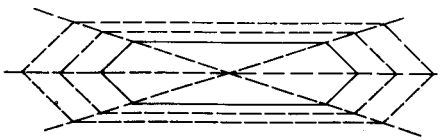


Figura 28.1. Crecimiento de un cristal invariante.

de la Ecuación (26.1), pág. 869, la relación entre el área de la superficie total de un cristal s_p y el volumen del cristal v_p es

$$\frac{s_p}{v_p} = \frac{6}{\Phi_s D_p} \tag{28.1}$$

Si se define como longitud característica L de un cristal igual a $\Phi_s D_p$, se tiene:

$$L = \Phi_s D_p = \frac{6 v_p}{s_p} \tag{28.2}$$

Para cubos y esferas $\Phi_s = 1$ (véase la Tabla 26.1) y $L = D_p$. Para sólidos geométricos en general, L es próximo al tamaño determinado por tamizado [15].

En la mayor parte de los cristalizadores las condiciones no son, por supuesto, ideales, y el crecimiento se aparta del invariante. En casos extremos una de las caras puede crecer mucho más rápidamente que cualquiera de las otras, dando lugar a cristales alargados en forma de agujas. Sin embargo, el concepto de crecimiento invariante resulta útil para analizar los procesos de cristalización.

FUNDAMENTOS DE LA CRISTALIZACION

La cristalización puede analizarse desde los puntos de vista de pureza, rendimiento, requerimientos energéticos y velocidades de nucleación y crecimiento.

Pureza del producto. Un cristal perfectamente formado es totalmente puro, pero cuando se retira del magma tina1 retiene aguas madres por quedar ocluidas en el interior de la masa de sólidos. Cuando las aguas madres retenidas, que son de baja pureza, se secan sobre el producto, se produce contaminación, cuyo alcance depende de la cantidad y grado de impureza de las aguas madres retenidas por los cristales.

En la práctica, una gran cantidad de las aguas madres retenidas se separan de los cristales por filtración o centrifugación, lavando con disolvente fresco. La eficacia de estas etapas de purificación depende del tamaño y uniformidad de los cristales.

Equilibrios y rendimientos

El equilibrio en los procesos de cristalización se alcanza cuando la disolución está saturada y la relación de equilibrio para los cristales grandes es la curva de solubilidad. (Según se verá después, la solubilidad de los cristales extraordinariamente pequeños es mayor que la de los cristales de tamaño ordinario.) Los datos de solubilidad se pueden encontrar en tablas [10, 18]. En la Figura 28.2 se presentan curvas de solubilidad en función de la temperatura. La mayor parte de los materiales presentan curvas similares a la curva 1; es decir, la solubilidad aumen-

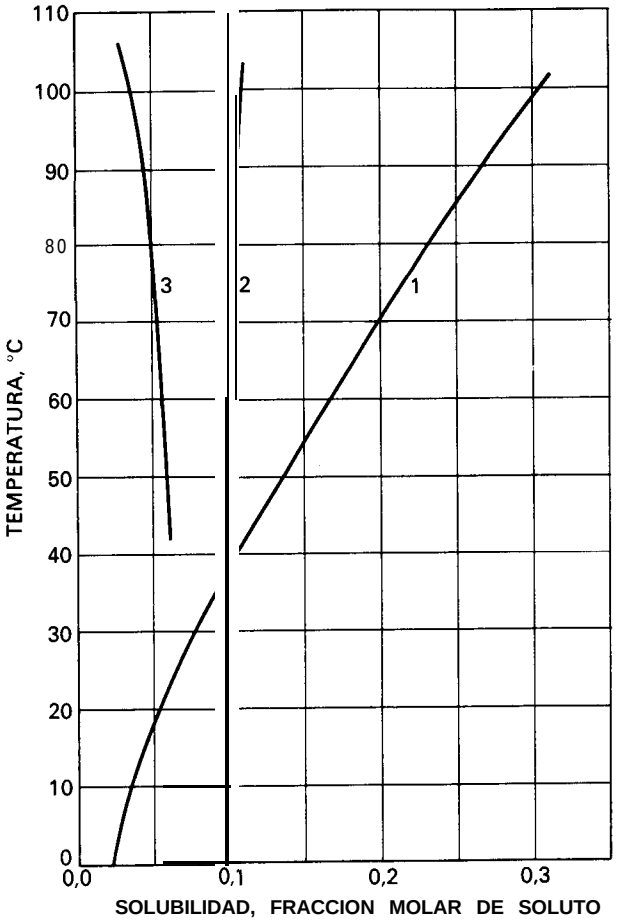


Figura 28.2. Curvas de solubilidad: curva 1, KNO_3; curva 2, NaCl; curva 3, $MnSO_4 \cdot H_2O$ (todas en disolución acuosa).

ta más o menos rápidamente con la temperatura. Unas pocas sustancias siguen curvas como la curva 2, con poca variación de la solubilidad con la temperatura; otras presentan lo que se llama ***curva de solubilidad invertida*** (curva 3), lo que indica que su solubilidad disminuye al aumentar la temperatura.

Muchas sustancias inorgánicas importantes cristalizan con agua de cristalización. En algunos casos se forman diferentes hidratos, dependiendo de la concentración y la temperatura, y los equilibrios de fases en tales sistemas pueden ser muy complicados. Los diagramas de fases para el sistema sulfato magnésico-agua se representan en la Figura 28.3. La concentración, en fracción de masa de sulfato magnésico anhidro, se representa frente a la temperatura en grados Fahrenheit. Todo el área situada encima y 'a la izquierda de la línea quebrada continua representa disoluciones no saturadas de sulfato magnésico en agua. La línea

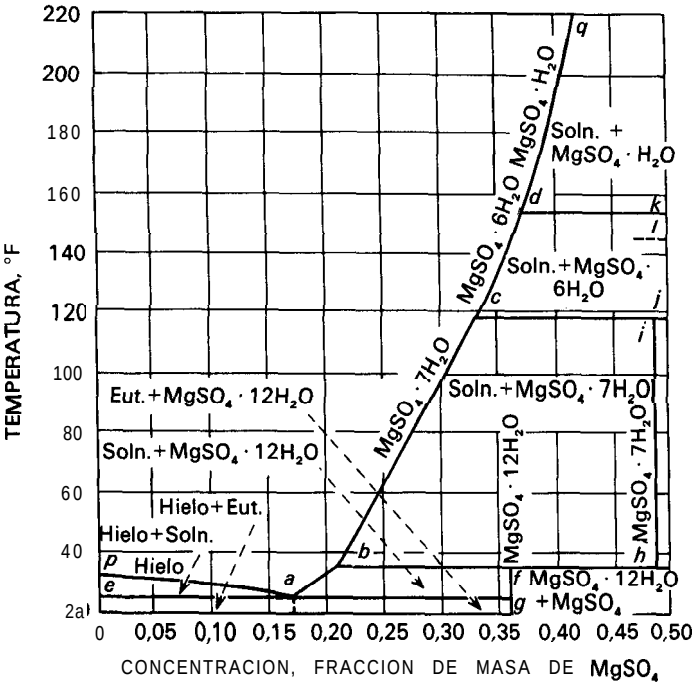


Figura 28.3. Diagrama de fases, sistema $MgSO_4 \cdot H_2O$. [*Tomado, con autorización, de J. H. Perry (ed.), «Chemical Engineers' Handbook», 4.ª ed. Copyright,* 1963, *McGraw-Hill Book Company.*]

quebrada *eagfhij* representa la solidificación completa de la disolución líquida para formar varias fases sólidas. El área ***pae*** representa mezclas de hielo y disolución saturada. Toda disolución que contenga menos del 16,5 por 100 de $MgSO_4$ deposita hielo cuando la temperatura alcanza la línea *pa.* La línea quebrada ***abcdq*** es la curva de solubilidad. Cualquier disolución más concentrada que 16,5 por 100 precipita, al enfriar, un sólido cuando la temperatura alcanza esta línea. El sólido que se forma en el punto ***a*** se denomina *eutéctico.* Consiste en una íntima mezcla mecánica de hielo y $MgSO_4 \cdot 12H_2O$; entre los puntos ***a y b*** los critstales son $MgSO_4 \cdot 12H_2O$; entre ***b*** y c la fase sólida es $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ (sal de epsom); entre c y ***d*** los cristales son $MgSO_4 \cdot 6H_2O$; y por encima del punto ***d*** los cristales son $MgSO_4 \cdot H_2O$. En el área *cihb* el sistema en equilibrio consiste en mezclas de disolución saturada y $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ cristalino. En el área *dljc* la mezcla consta de disolución saturada y cristales de $MgSO_4 \cdot 6H_2O$. En el área *qdk* la mezcla es disolución saturada y $MgSO_4 \cdot H_2O$.

Rendimientos. En muchos procesos industriales de cristalización, los cristales y las aguas madres están en contacto suficiente tiempo para alcanzar el equilibrio y las aguas madres están saturadas a la temperatura final del proceso. El rendimiento del proceso se puede calcular entonces a partir de la concentración de la

disolución original y la solubilidad para la temperatura final. Si durante el proceso se produce una evaporación apreciable, ésta debe de ser conocida o estimada.

Cuando la velocidad de crecimiento de los cristales es lenta se requiere un tiempo considerable para alcanzar el equilibrio. Esto se cumple especialmente cuando la disolución es viscosa o cuando los cristales se acumulan en el fondo del cristalizador, de forma que hay poca superficie de cristales expuesta a la disolución sobresaturada. En tales situaciones las aguas madres finales pueden retener una apreciable sobresaturación y el rendimiento real será menor que el calculado a partir de la curva de solubilidad.

Si los cristales son anhidros, los cálculos del rendimiento son sencillos ya que la fase sólida no contiene disolvente. Cuando la cosecha contiene agua de cristalización es preciso tener en cuenta el agua que acompaña a los cristales, ya que este agua no está disponible para el soluto que queda en disolución. Los datos de solubilidad se dan generalmente bien en partes de masa de material anhidro por cien partes de masa de disolvente total o en tanto por ciento en masa de soluto anhidro. Estos datos ignoran el agua de cristalización. La clave para los cálculos del rendimiento de solutos hidratados es expresar todas las masas y concentraciones en función de sal hidratada y libre de agua. Puesto que esta última cantidad es la que permanece en la fase líquida durante la cristalización, las concentraciones y cantidades basadas en el agua libre puede restarse para obtener el resultado correcto.

Ejemplo 28.1. Una disolución consistente en 30 por 100 de $MgSO_4$ y 70 por 100 de H_2O se enfría hasta 60 °F. Durante el enfriamiento se evapora un 5 por 100 del agua total del sistema. ¿Cuántos kilogramos de cristales se obtendrán por cada kilogramo de mezcla original?

SOLUCIÓN

A partir de la Figura 28.3 se observa que los cristales son $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ y que la concentración de las aguas madres es 24,5 por 100 de $MgSO_4$ anhidro y 75,5 por 100 de H_2O. Por cada 1000 kg de disolución original, el agua total es 0,70 x 1000 = = 700 kg. La evaporación es 0,05 x 700 = 35 kg. Los pesos moleculares del $MgSO_4$ y $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ son 120,4 y 246,5, respectivamente, de forma que la cantidad total de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ en la carga es 1000 x 0,30(246,5/120,4) = 614 kg, y el agua libre es 1000 − 35 − 614 = 351 kg. En 100 kg de aguas madres hay 24,5(246,5/120,4) = = 50,16 kg de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ y 100 − 50,16 = 49,84 kg de agua libre. Por tanto, el $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ en las aguas madres es (50,16/49,84)351 = 353 kg. La cosecha final es 614 − 353 = 261 kg.

Balances de entalpia. En los cálculos de los balances de calor en cristalizadores, el calor de cristalización es importante. Es el calor desprendido cuando se forma el sólido a partir de la disolución. La cristalización es generalmente exotérmica y el calor de cristalización varía con la temperatura y la concentración. El calor de cristalización es igual al calor absorbido por los cristales al disolverse en una disolución saturada y puede obtenerse a partir del calor de disolución en una cantidad muy grande de disolvente y el calor de dilución de la disolución desde la

saturación hasta una gran dilución. Se dispone' de datos de calores de disolución y dilución, los cuales, conjuntamente con datos de calores específicos de las disoluciones y de los cristales, pueden utilizarse para construir cartas entalpía-concentración como la de la Figura 16.8, pero ampliadas para incluir las fases sólidas. El diagrama es especialmente útil para calcular balances de entalpía en los procesos de cristalización. En la Figura 28.4 se muestra un diagrama H-x, incluyendo entalpías de las fases sólidas, para el sistema $MgSO_4$ y H_2O. Este diagrama es consistente con el diagrama de fases de la Figura 28.3. Al igual que

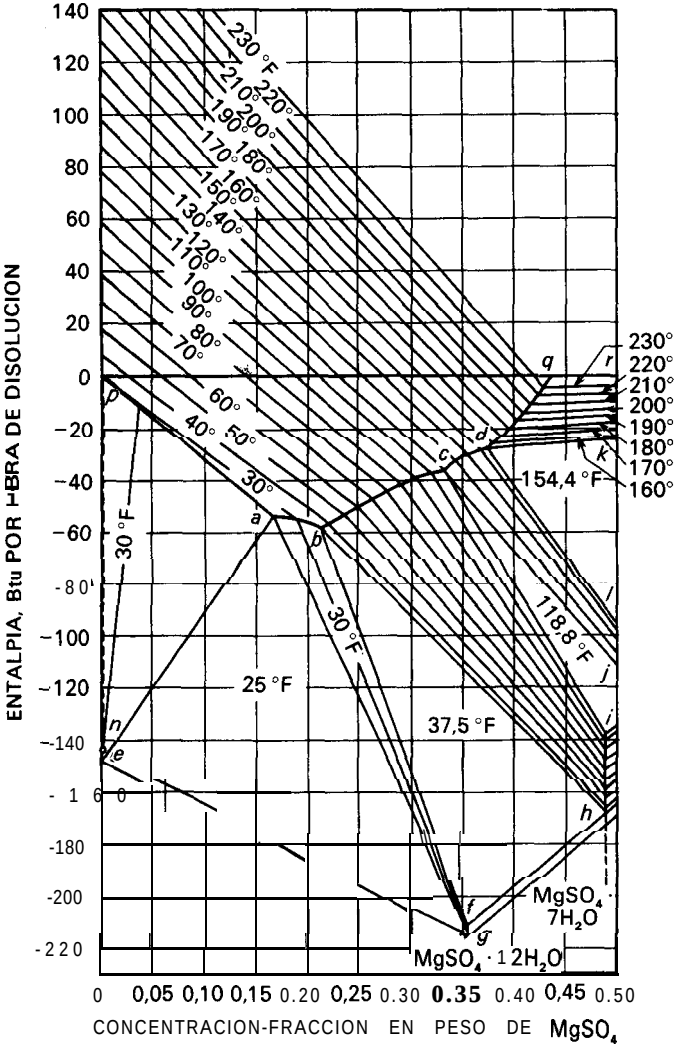


Figura 28.4. Diagrama entalpia-concentración, sistema $MgSO_4 \cdot H_2O$. La referencia es agua líquida a *32* °F *(0 "C). [Tomada, con autorización, de J. H. Perry (ed.), «Chemical Engineers' Handbook», 4.ª ed. Copyright © 1963, McGraw-Hill Book Company.]*

antes, las entalpías están dadas en Btu por libra. Las entalpías están referidas a 1 lb de mezcla total, con independencia del número de fases de la mezcla. El área situada por encima de la línea *pabcdq* representa entalpía de disoluciones no saturadas de $MgSO_4$ en H_2O y las isotermas en este área tienen el mismo significado que las de la Figura 16.8. El área *eap* de la Figura 28.4 representa las mezclas en equilibrio de hielo y disoluciones congelantes de $MgSO_4$. El punto *n* representa hielo a 32 "F. El triángulo isotérmico (25 °F) *age* representa las entalpías de todas las combinaciones de hielo con eutéctico parcialmente solidificado o de eutéctico parcialmente solidificado con $MgSO_4 \cdot 12H_2O$. El área *abfg* representa los puntos entalpía-concentración para todos los magmas consistentes en cristales de $MgSO_4 \cdot 12H_2O$ y aguas madres. El triángulo isotérmico (35,7 "F) *bhf* muestra la transformación de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ en $MgSO_4 \cdot 12H_2O$, y este área representa mezclas de una disolución saturada que contiene 21 por 100 de $MgSO_4$, $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ sólido y $MgSO_4 \cdot 12H_2O$ sólido. El área *cihb* representa todos los magmas de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ y aguas madres. El triángulo isotérmico (118,8 °F) *cji* representa las mezclas formadas por una disolución saturada que contiene 33 por 100 de $MgSO_4$, $MgSO_4 \cdot 6H_2O$ sólido y $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ sólido. El área *dljc* representa las entalpías de $MgSO_4 \cdot 6H_2O$ y aguas madres. El triángulo isotérmico (154,4 "F) *dkl* representa mezclas de una disolución saturada que contiene 37 por 100 de $MgSO_4$, $MgSO_4 \cdot H_2O$ y $MgSO_4 \cdot 6H_2O$. El área *qrkd es* parte del campo que representa disoluciones saturadas en equilibrio con $MgSO_4 \cdot H_2O$.

Ejemplo 28.2. Una disolución de 32,5 por 100 de $MgSO_4$ a 120 °F (48,9 "C) se enfría, sin evaporación apreciable, hasta 70 °F (21,1 "C) en un cristalizador discontinuo refrigerado con agua. ¿Qué cantidad de calor es preciso retirar de la disolución por tonelada de cristales?

SOLUCIÓN

La disolución inicial está representada por el punto de la Figura 28.4 para una concentración de 0,325 en el campo de disolución no saturada sobre una isoterma de 120 "F. La coordenada de entalpía de este punto es -33,0 Btu/lb. El punto para el magma final está situado sobre la isoterma de 70 °F en el área *cihb* para la concentración 0,325. La coordenada de entalpía para este punto es −78,4. Por cada cien libras de disolución original la variación de entalpía de la disolución es

$$100(78{,}4 - 33{,}0) = 4540 \text{ Btu}$$

Esto corresponde a un desprendimiento de calor de 4550 Btu/100 lb (1,06 x 10^5 J/kg).

La escisión'de la suspensión final entre cristales y aguas madres se puede obtener a partir del llamado «principio de la regla de la palanca», según el cual, en una mezcla de dos fases, las masas de las dos fases son inversamente proporcionales a las diferencias entre sus concentraciones y la de la mezcla global. Este principio es aplicable a la isoterma de 70 °F en ambas Figuras 28.3 y 28.4. La concentración de las aguas madres es 0,259, y la de los cristales es 0,488. Por tanto, los cristales son

$$100 \frac{0{,}325 - 0{,}259}{0{,}488 - 0{,}259} = 28{,}8 \text{ lb/100 lb de suspensión}$$

El calor desarrollado por tonelada de cristales es (4540/28,8)(2000) = 315 000 Btu/ton ($3{,}66 \times 10^5$ J/kg).

Sobresaturación. Los balances de materia y entalpía no arrojan luz sobre la distribución de tamaños de cristales (DTC) del producto del cristalizador. Las leyes de conservación se cumplen lo mismo si el producto es un cristal muy grande o un conjunto de muchos cristales pequeños.

Para la formación de un cristal se requieren dos etapas: (1) el nacimiento de una nueva partícula y (2) su crecimiento hasta tamaño macroscópico. La primera etapa recibe el nombre de ***nucleación.*** En un cristalizador la DTC está determinada por la interacción de las velocidades de nucleación y crecimiento, y el proceso global es cinéticamente complicado. El potencial impulsor para ambas velocidades es la sobresaturación y en una disolución no saturada o saturada no puede ocurrir ni nucleación ni crecimiento. Por supuesto que pueden formarse cristales muy pequeños por rascado del recipiente que contiene una disolución saturada y estos cristales actúan como núcleos para un posterior crecimiento si la disolución está sobresaturada.

En las teorías de nucleación y crecimiento se utilizan unidades molares en vez de unidades de masa.

La sobresaturación puede generarse por uno o más de tres métodos. Si la solubilidad del soluto aumenta fuertemente con la temperatura, como ocurre en el caso de muchas sales inorgánicas y de sustancias orgánicas, una disolución saturada se transforma en sobresaturada por simple enfriamiento y reducción de la temperatura. Si la solubilidad es relativamente independiente de la temperatura, como en el caso de la sal común, una disolución sobresaturada se puede generar por evaporación de una parte del disolvente. Si no es deseable ni enfriamiento ni evaporación, como cuando la solubilidad es muy elevada, la sobresaturación se puede generar mediante la adición de un tercer componente. El tercer componente puede actuar físicamente mediante la formación, con el disolvente original, de una mezcla de disolventes en la que la solubilidad del soluto se reduce bruscamente. Por otra parte, si se requiere una precipitación prácticamente completa, se puede crear un nuevo soluto químicamente añadiendo un tercer componente que reacciona con el soluto original y forma una sustancia insoluble. Este proceso se llama precipitación. Los métodos utilizados en el análisis cuantitativo por vía húmeda son ejemplos típicos de precipitación. Mediante la adición de un tercer componente es posible crear rápidamente una sobresaturación muy grande.

Unidades para sobresaturación. La sobresaturación es la diferencia de concentración entre la disolución sobresaturada en la que el cristal está creciendo y la de la disolución en equilibrio con el cristal. Las dos fases están aproximadamente a la misma temperatura. Las concentraciones pueden definirse bien como fracción molar del soluto, representada por y, o en moles de soluto por unidad de volumen de la disolución, representada por c. Puesto que solamente se transfiere un componente a través de los límites de las fases, se omiten los subíndices de los componentes. Las dos sobresaturaciones se definen por las ecuaciones

$$Ay \equiv y - y_s \tag{28.3}$$

$$\Delta c \equiv c - c_s \tag{28.4}$$

donde Ay = sobresaturación, fracción molar del soluto
y = fracción molar del soluto en la disolución
y_s = fracción molar del soluto en la solución saturada
Δc = sobresaturación molar, moles por unidad de volumen
c = concentración molar de soluto en disolución
c_s = concentración molar de soluto en la disolución saturada

La sobresaturación definida por las Ecuaciones (28.3) y (28.4) están relacionadas por la ecuación

$$\Delta c = \rho_M y - \rho_s y_s \tag{28.5}$$

donde ρ_M y ρ_s son las densidades molares de la disolución y la disolución saturada, respectivamente. En general, puesto que la sobresaturación en cristalizadores es pequeña, las densidades ρ_M y ρ_s pueden considerarse iguales y se puede utilizar ρ_M para designar ambas cantidades. Por tanto,

$$\Delta c = \rho_M \text{ Ay} \tag{28.6}$$

La relación de concentración α y la sobresaturación fracciona1 s están definidas por

$$\alpha \equiv \frac{c}{c_s} = 1 + \frac{\Delta c}{c_s} = \frac{y}{y_s} = 1 + \frac{\Delta y}{y_s} \equiv 1 + s \tag{28.7}$$

La cantidad 100s es la sobresaturación porcentual. En la práctica es generalmente menor de aproximadamente 2 por 100.

La diferencia de temperatura como un potencial. La sobresaturación se expresa con frecuencia como una diferencia de temperatura equivalente en vez de una diferencia de concentración. La relación entre estos potenciales impulsores se muestra en la Figura 28.5, que contiene una pequeña sección de la curva de solubilidad en concentraciones molares. La región saturada por encima de la línea representa una disolución no saturada, mientras que las disoluciones sobresaturadas están por debajo de dicha línea. El punto *A* se refiere a una disolución saturada a la temperatura T_c, que es la temperatura del cristal en crecimiento, y el punto *D* a la disolución sobresaturada que está en contacto con el cristal a la temperatura *T.* Puesto que el cristal al crecer desprende calor, T_c es ligeramente mayor que *T*, dando así lugar a la fuerza impulsora ***AT,*** para la transmisión de calor desde el cristal hacia el líquido. Esta diferencia de temperatura es típicamente del orden de 0,01 a 0,02 "C. La sobresaturación α está normalmente basada en la temperatura global y, tal como muestran los puntos ***E y D, es*** ligeramente superior a la sobresaturación real.

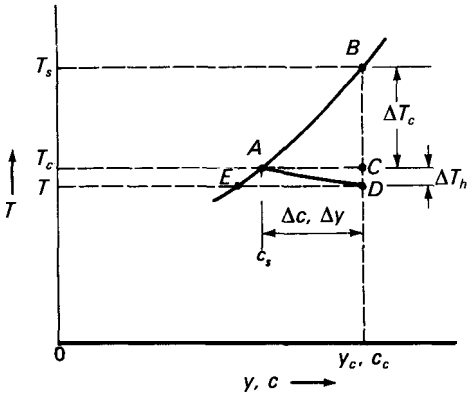


Figura 28.5. Potenciales de sobresaturación y de temperatura.

El punto *B* se refiere a una disolución sobresaturada de la misma composición que la disolución sobresaturada en la que está creciendo el cristal. Corresponderá a una temperatura T_s, siendo $T_s > T$. El punto C se refiere a la temperatura T_c y a una concentración igual a la de la disolución sobresaturada.

A partir de las Ecuaciones (28.3) y (28.4) se representa el potencial de **sobresaturación** mediante el segmento $\overline{AC}$. El equivalente potencial impulsor de temperatura se representa por medio del segmento *BC*. El tramo $\overline{AB}$ de la curva de solubilidad se puede considerar lineal para la pequeña concentración delimitada por la línea AC y el potencial de temperatura definido por

$$\Delta T_c \equiv T_s - T_c = \kappa(y - y_s) = \kappa \Delta y \simeq \frac{\kappa}{\rho_M} \Delta c \qquad (28.8)$$

donde κ = pendiente de la línea *T vs. y*
ρ_M = densidad molar

Por tanto, el potencial de temperatura es algo menor que el calculado a partir de la temperatura real *T* de la disolución y su temperatura de saturación T_s. Puesto que AT,, es muy pequeña, la diferencia entre $(T_s - T)$ *y* $(T_s - T_c)$ *es* generalmente insignificante.

Nucleación

La velocidad de nucleación es el número de nuevas partículas formadas por unidad de tiempo y unidad de volumen de magma o de aguas madres exentas de sólidos. Esta magnitud es el primer parámetro cinético que controla la **distribución** de tamaño de los cristales (DTC).

Orígenes de los cristales en cristalizadores. Si todas las fuentes de partículas están incluidas en el término nucleación, pueden ocurrir diferentes tipos de nucleación. Muchos de ellos solamente son importantes con el fin de evitarlos.

Pueden clasificarse en tres grupos: nucleación pura, nucleación primaria y nucleación secundaria.

Uno de los orígenes de los cristales es la fricción macroscópica, que es más afín a la trituración que a la nucleación real. Los cristalizadores con magma circulante están provistos de agitadores interiores o bombas externas rotatorias de circulación. En el impacto con estas partes móviles, los cristales blandos o débiles pueden romperse en fragmentos, formar esquinas y bordes redondeados y dar lugar así a nuevos cristales grandes o pequeños. Estos efectos también degradan la calidad del producto. La trituración es la única fuente de nuevos cristales que es independiente de la sobresaturación.

Ocasionalmente, sobre todo en trabajos experimentales, se añaden a los sistemas de cristalización cristales de siembra obtenidos en cristalizaciones previas. Los cristales de siembra generalmente llevan sobre sus superficies muchos cristales pequeños que se han formado durante el secado y almacenamiento de los mismos. Con frecuencia los cristales pequeños se desprenden y posteriormente crecen en la disolución sobresaturada. Este fenómeno recibe el nombre de ***crianza primaria***[21]. Puede evitarse sometiendo los cristales a un tratamiento antes de utilizarlos, bien por contacto con disolvente o disolución no saturada, o bien mediante un crecimiento preliminar en una disolución sobresaturada estancada.

El crecimiento relacionado con la nucleación espúrea ocurre para grandes sobresaturaciones o cuando la circulación del magma es deficiente. Se caracteriza por crecimientos anormales en forma de agujas o escobillas desde los extremos de los cristales que, en estas condiciones, pueden crecer mucho más rápidamente que las caras. Las espigas son cristales imperfectos que están unidas al cristal principal por fuerzas débiles y que se separan para dar cristales de mala calidad. Este fenómeno recibe el nombre de ***crianza acicular***[21].

Otra imperfección del crecimiento, no relacionada con la nucleación, es el llamado ***crecimiento veludo,*** que ocurre para moderadas sobresaturaciones. Es el resultado de la oclusión de aguas madres en el interior de las caras cristalinas dando lugar a una superficie lechosa y a un producto impuro. La causa del crecimiento velado es un crecimiento demasiado rápido del cristal, que atrapa en sus caras aguas madres.

Las Figuras 28.6 y 28.7, que corresponden al $MgSO_4 \cdot 7H_2O$, muestran la apariencia de cristales de buena e inferior calidad para diferentes sobresaturaciones.

Todas las formas de nucleación espúrea se pueden evitar haciendo que los cristales crezcan con sobresaturaciones bajas y utilizando solamente bombas y agitadores bien diseñados y operados.

Nucleación primaria. En la terminología científica la nucleación se refiere al nacimiento de cuerpos muy pequeños en el interior de una fase homogénea sobresaturada. Básicamente, el fenómeno de nucleación es el mismo que la cristalización a partir de una disolución, cristalización a partir de una fase fundida, condensación de gotas de niebla en un vapor subenfriado y generación de burbujas en un líquido sobrecalentado. En todos los casos la nucleación es una consecuencia de rápidas fluctuaciones locales a escala molecular en una fase homogé-

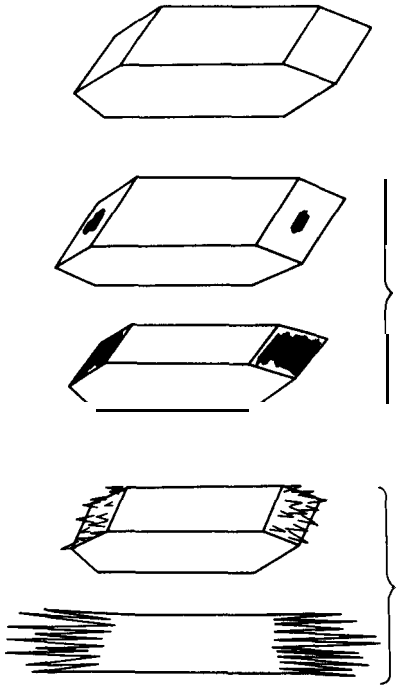


Figura 28.6. Ilustración de los regímenes de crecimiento. (Según *Clontz y McCabe*[4].)

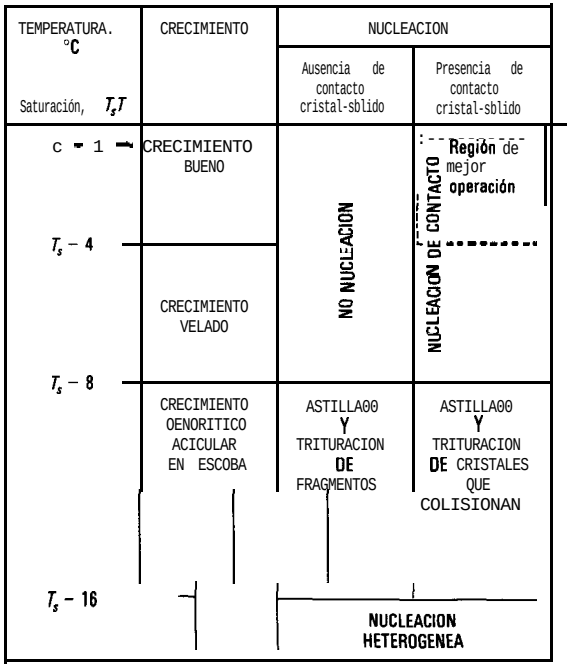


Figura 28.7. Efecto de la sobresaturación sobre el crecimiento de los cristales y el tipo de nucleación para el $MgSO_4 \cdot 7H_2O$. (*Adaptado de la Ref. 4.)*

nea que se encuentra en estado de equilibrio metastable[6]. El fenómeno básico recibe el nombre de ***nucleación homogénea,*** que está restringida a la formación de nuevas partículas dentro de una fase no influenciada en absoluto por ningún tipo de sólidos, incluyendo las paredes del recipiente y también las puntiagudas partículas submicroscópicas de sustancias extrañas.

Una variante de la nucleación homogénea tiene lugar cuando partículas sólidas de sustancias extrañas influyen sobre el proceso de cristalización catalizando un aumento de la velocidad de nucleación para una sobresaturación dada, o dando una velocidad finita para una sobresaturación en la que la nucleación homogénea solamente ocurriría después de un tiempo dilatado. Recibe el nombre de ***nucleación heterogénea.***

Nucleación homogénea. En la cristalización a partir de disoluciones casi nunca tiene lugar nucleación homogénea, excepto quizás en algunas reacciones de precipitación. Sin embargo, los fundamentos del fenómeno son importantes para comprender los fundamentos de los tipos más útiles de nucleación.

Los núcleos cristalinos se pueden formar a partir de diferentes tipos de partículas: moléculas, átomos o iones. En disoluciones acuosas pueden estar hidratados. Debido a su movimiento al azar, en un pequeño volumen pueden asociarse varias de estas partículas para formar lo que se llama un ***racimo:*** una agregación lábil que en general desaparece rápidamente. Sin embargo, de forma ocasional se asocian un número suficiente de partículas para formar un ***embrión,*** en el que existen los comienzos de una disposición reticular así como la formación de una fase nueva y separada. La mayor parte de los embriones tienen una vida muy corta y retroceden a racimos o partículas individuales, pero si la sobresaturación es suficientemente grande, un embrión puede crecer hasta un tamaño tal que esté termodinámicamente en equilibrio con la disolución. Entonces recibe el nombre de núcleo, que es la menor agrupación de partículas que no se redisuelve y que, por tanto, crece para formar un cristal. El número de partículas que se requieren para formar un núcleo estable varía entre unas pocas y varios centenares. Para el agua líquida es del orden de 80.

Los núcleos están en un estado de equilibrio inestable: si un núcleo pierde unidades se disuelve, mientra que si gana unidades crece y se transforma en un cristal. Por tanto, la secuencia de etapas en la evolución de un cristal es

$$\text{racimo} \rightarrow \text{embrión} \rightarrow \text{núcleo} \rightarrow \text{cristal}$$

Equilibrio. Termodinámicamente, la diferencia entre una partícula pequeña y una grande a la misma temperatura reside en que la partícula pequeña posee una cantidad significativa de energía superficial por unidad de masa mientras que la grande no. Una consecuencia de esta diferencia es que la solubilidad de un cristal pequeño, en el intervalo de tamaño inferior al micrómetro, es mayor que la de un cristal grande. Ordinariamente los datos de solubilidad se aplican solamente a cristales moderadamente grandes. Un cristal pequeño puede estar en equilibrio con una disolución sobresaturada. Este equilibrio es inestable debido a que si en la disolución está presente un cristal grande, el cristal más pequeño se disolverá y

el cristal grande crecerá hasta que desaparezca el cristal pequeño. Este fenómeno recibe el nombre de ***maduración de Ostwald.*** El efecto del tamaño de las partículas sobre la solubilidad es un factor clave en la nucleación.

Ecuación de Kelvin. La solubilidad de una sustancia está relacionada con su tamaño de partícula por la ecuación de Kelvin

$$\ln \alpha = \frac{4V_M\sigma}{\nu RTL} \tag{28.9}$$

donde L = tamaño del cristal
α = relación de concentraciones de disoluciones sobresaturadas y saturadas
V_M = volumen molar del cristal
σ = tensión interfacial media, entre sólido y líquido
v = número de iones por molécula de soluto. (Para cristales moleculares v = 1.)

Puesto que $a = 1 + s$, la Ecuación (28.9) indica que un cristal de tamaño muy pequeño L puede existir en equilibrio con una disolución que tiene una sobresaturación s con respecto a una disolución saturada en equilibrio con cristales grandes.

Velocidad de nucleación. La velocidad de nucleación, de acuerdo con la teoría de la cinética química, viene dada por la ecuación

$$B^\circ = C \exp\left[-\frac{16\pi\sigma^3 V_M^2 N_a}{3\nu^2(RT)^3(\ln \alpha)^2}\right] \tag{28.10}$$

donde B° = velocidad de nucleación, número/cm^3-s
N_a = constante de Avogadro, 6,0222 x 10^{23} moléculas/g-mol
R = constante de los gases, 8,3143 x 10^7 ergios/g-mol-K
C = factor de frecuencia

El factor C es una medida estadística de la velocidad de formación de embriones que alcanzan el tamaño crítico. Es proporcional a la concentración de partículas individuales y a la velocidad de colisión de estas partículas con un embrión del tamaño crítico de cristal requerido para formar un núcleo estable. Su valor para la cristalización a partir de disoluciones es desconocido. Por analogía con la nucleación de gotas de agua a partir de vapor de agua sobresaturado[6], es del orden de 10^{25}. Su valor exacto no es importante debido a que la cinética de la nucleación está dominada por el término $\ln \alpha$ en el exponente.

Los valores numéricos de σ también son inciertos. La determinación experimental de tensiones interfaciales sólido-líquido es difícil y se dispone de pocos valores. Puede estimarse a partir de la teoría del estado sólido utilizando energías de red. Para las sales ordinarias σ es del orden[26] de 80 a 100 ergios/cm^2. Cuando

se utilizan los anteriores valores de C y σ en la Ecuación (28.10), se puede calcular un valor de s que corresponderá a una velocidad de nucleación de un núcleo por segundo y por centímetro cúbico, o sea $B^\circ = 1$. Los cálculos conducen a valores muy grandes para s, lo que es imposible para materiales con una solubilidad habitual. Esta es una razón para concluir que la nucleación homogénea en la cristalización ordinaria a partir de disoluciones no ocurre nunca y que en estos casos las nucleaciones reales son heterogéneas. Por tanto, la Ecuación (28.10) no conduce a velocidades reales de nucleación.

En las reacciones de precipitación, donde y_s es muy pequeño y se pueden generar grandes relaciones de sobresaturación rápidamente, probablemente ocurre nucleación homogénea [26].

Nucleación heterogénea. El efecto catalítico de partículas sólidas sobre la velocidad de nucleación consiste en la reducción de la energía que se requiere para la nucleación. Una teoría de este efecto considera que si el núcleo «moja» a la superficie del catalizador, el trabajo de formación de un núcleo se reduce por un factor que es función del ángulo de mojado formado entre el núcleo y el catalizador. Los datos experimentales sobre la nucleación heterogénea de disoluciones de cloruro potásico [12] muestran que la nucleación de esta sustancia es consistente con un valor aparente de la tensión interfacial comprendido entre 2 y 3 ergios/cm^2, tanto para nucleación catalizada como para nucleación sin adición de catalizador. Si la última situación fuese realmente una nucleación secundaria autocatalizada por cristales de siembra microscópicos, el valor de σ para disoluciones sembradas de KCl sería de 2,8 ergios/cm^2 a la temperatura de 300 K. Si σ_a se utiliza para representar la tensión interfacial aparente, si C se toma como 10^{25}, y si se hace la aproximación matemática $\ln \alpha = a - 1 = s$ para valores pequeños de $a - 1$, la Ecuación (28.10) puede escribirse así

$$B^\circ = 10^{25} \exp \left[- \frac{16\pi V_M^2 N_a \sigma_a^3}{3(RT)^3 v^2 s^2} \right] \tag{28.11}$$

Esta ecuación, aunque está basada en datos incompletos, da resultados de orden correctos y refleja el efecto muy fuerte de la sobresaturación sobre la nucleación.

Ejemplo 28.3. Suponiendo que la velocidad de nucleación homogénea del cloruro potásico es consistente con una tensión interfacial aparente de 2,5 ergios/cm^2, determínese la velocidad de nucleación en función de s a una temperatura de 80 °F (300 K).

SOLUCIÓN

Se utiliza la Ecuación (28.11). El peso molecular del KCl es 74,56. La densidad del cristal es 1,988 g/cm^3. Puesto que el KCl se disocia en iones K^+ y Cl-, v = 2. Por tanto

$$V_M = \frac{74,56}{1,988} = 37,51 \text{ cm}^3/\text{g mol} \qquad \sigma_a = 2,5 \text{ ergs/cm}^2$$

El exponente de la Ecuación (28.11) es

$$\frac{16\pi(37,51)^2 \times 6,0225 \times 10^{23} \times 2,5^3}{3(300 \times 8,3134 \times 10^7)^3(2^2 s^2)} = -\frac{0,03575}{s^2}$$

Para $B^\circ = 1$, el valor de s viene dado por

$$1 = 10^{25} e^{-0,03575/s^2} = e^{57,565} e^{-0,03575/s^2}$$

$$\frac{0,03575}{s^2} = 57,565 \qquad s = \sqrt{\frac{0,03575}{57,565}} = 0,02492$$

A partir de la ecuación

$$B^\circ = e^{57,565} e^{-0,03575/s^2}$$

se puede calcular el valor de B° para valores de s del orden de 0,025. Los resultados se presentan en la Tabla 28.1. El aumento explosivo de B° con s resulta evidente.

Tabla 28.1

s	B°	s	B°
0,023	$4,47 \times 10^{-5}$	0,0255	13,3
0,024	$1,11 \times 10^{-2}$	0,027	$5,04 \times 10^{3}$
0,02492	1	0,029	$3,46 \times 10^{6}$

Ejemplo 28.4. ¿Cuál será el tamaño de un núcleo en equilibrio con una sobresaturación de 0,029, para las condiciones del Ejemplo 28.3?

SOLUCIÓN

Se resuelve aplicando la ecuación de Kelvin. En este caso $\alpha = 1 + 0,029 = 1,029$. Sustituyendo los valores de V_M, σ_a, v, R y T del Ejemplo 28.3 en la Ecuación (28.9), se obtiene

$$\ln 1,029 = \frac{4 \quad 37,51 \times 2,5}{2 \times 8,3143 \times 10^7 \times 300L}$$

de donde

$$L = 2,63 \times 10^{-7} \text{ cm} \qquad \text{o bien} \qquad 2,63 \text{ nm}$$

Obsérvese que este resultado es consistente con el tamaño de un núcleo que contiene unos pocos centenares de partículas con un diámetro aproximado de 0,3 nm. Si σ fuese de 80 ergios/cm^2, α sería 2,5 para una partícula de 2,63 nm, y la sobresaturación requerida sería del 150 por 100 (un valor claramente imposible para una sal soluble como el KCl).

Nucleación secundaria. La formación de núcleos atribuible a la influencia de los cristales macroscópicos que existen en el magma recibe el nombre de *nucleación*

secundaria[8, 24]. Se conocen dos tipos, uno de ellos atribuible al esfuerzo cortante del fluido y el otro a las colisiones entre los cristales o bien de los cristales con las paredes del cristalizado y con las palas de agitadores rotatorios.

Nucleación debida al esfuerzo cortante del fluido. Se sabe que este tipo ocurre en ciertas condiciones y en otras se sospecha. Cuando una disolución sobresaturada se mueve sobre la superficie de un cristal en crecimiento con una velocidad importante, el esfuerzo cortante en la capa límite puede barrer hacia fuera los embriones o núcleos que, de no ser así, se incorporarían al cristal en crecimiento para aparecer como nuevos cristales. Esto se ha publicado en un trabajo sobre cristalización de sacarosa[11]. También se ha demostrado[22] en la nucleación de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$, si la disolución está sometida a esfuerzo cortante en la cara del cristal para una sobresaturación dada y después se enfría rápidamente hasta una mayor sobresaturación, permaneciendo así mientras los núcleos crecen hasta un tamaño macroscópico.

Nucleación de contacto. Desde hace tiempo se sabe que la nucleación secundaria está influenciada por la intensidad de agitación, pero sólo recientemente se ha aislado y estudiado experimentalmente el fenómeno de nucleación de contacto. Es el tipo más frecuente de nucleación en los cristales industriales, ya que ocurre a bajas sobresaturaciones y la velocidad de crecimiento de los cristales es óptima para una buena calidad. Es proporcional a la primera potencia de la sobresaturación en vez de a la segunda potencia o superiores como en el caso de la nucleación primaria, de forma que el control es comparativamente más fácil sin operación inestable.

La energía con la que debe ser golpeado un cristal es asombrosamente baja, del orden de unos pocos centenares de ergios y no se observan efectos visibles sobre la superficie cristalina. En la Figura 28.7 se muestra, mediante recuadro de trazos, la posición de la nucleación de contacto dentro de los campos de nucleación y crecimiento de cristales.

En estudios experimentales de este fenómeno[4, 5, 20] se han construido pequeñas varillas para ser golpeadas, con cantidades conocidas de energía de impacto, las caras seleccionadas de cristales individuales situadas en una corriente de disolución sobresaturada y se ha medido el número de núcleos que se producen. Se ha visto que este número depende solamente de la sobresaturación y de la energía de impacto. Para cristales' inorgánicos el número N de núcleos por contacto es proporcional a la sobresaturación s, mientras que para cristales orgánicos $\ln N$ es proporcional a s. Para cristales orgánicos e inorgánicos hidratados el número N es directamente proporcional a la energía de contacto E dentro de un intervalo que es significativo en la práctica, pero para cristales inorgánicos anhidros la energía que se requiere es mayor que para otros cristales y se requiere un umbral de energía antes de que la nucleación tenga lugar plenamente. Para energías de contacto más elevadas N es proporcional[23] a $\exp E$.

Se necesita un tiempo apreciable de regeneración, generalmente de varios

segundos, entre los contactos para que los sucesivos contactos produzcan la misma nucleación [5].

La nucleación de contacto es probablemente una combinación de la rotura de crecimientos dendríticos microscópicos en la superficie del cristal en crecimiento y una interferencia debida al contacto con racimos de partículas de soluto que se desplazan para alcanzar una forma organizada en el cristal. Se ha planteado la hipótesis [21] de que la acción del objeto contactante desvía o disloca las partículas con tamaños comprendidos entre embriones y pequeños cristales con un tamaño mucho mayor que L, es decir, el tamaño máximo de un cristal que puede existir en equilibrio con la disolución sobresaturada de acuerdo con la ecuación de Kelvin (28.9). Las partículas que son por lo menos tan grandes como L sobreviven y crecen como nuevos núcleos mientras que las más pequeñas se disuelven.

Crecimiento de los cristales

El crecimiento de los cristales es un proceso difusional modificado por el efecto de las superficies sólidas sobre las que tiene lugar el crecimiento. Las moléculas o iones del soluto alcanzan las caras en crecimiento de un cristal por difusión a través de la fase líquida. A esta etapa se aplica el habitual coeficiente de transferencia de materia k_y. Una vez que las moléculas o iones llegan a la superficie tienen que ser aceptadas por el cristal y organizarse dentro de la red. La reacción ocurre en la superficie con una velocidad finita y el proceso global consta de dos etapas en serie. Ninguna de las dos etapas, la difusional y la interfacial, tiene lugar si la disolución no está sobresaturada.

Coeficientes individuales y globales de crecimiento. En las operaciones de transferencia de materia generalmente se supone que existe equilibrio en la interfase situada entre las fases. Si esto fuese cierto en cristalización, la concentración de la disolución en la cara del cristal sería el valor de saturación y_s, y la fuerza impulsora total para la transferencia de materia sería $y - y_s$, donde y es la concentración a una determinada distancia de la cara del cristal. Sin embargo, debido a la reacción superficial, se requiere una fuerza impulsora para la etapa interfacial, de forma que la concentración en la interfase es y', donde $y_s < y' < y$, quedando solamente $y - y'$ como fuerza impulsora para la transferencia de materia, tal como se ilustra en la Figura 28.8.

Los coeficientes tanto para transferencia de materia como para la reacción superficial difieren de una cara cristalina a otra, pero casi siempre resulta adecuado considerar solamente valores medios para todo el cristal. El coeficiente para transferencia de materia puede expresarse como

$$N_A = \frac{m}{s_p} = k_y(y - y') \tag{28.12}$$

donde N_A = densidad de flujo molar, moles por unidad de tiempo y área
$\dot{m}$ = velocidad de transferencia de materia, mol/h

s_p = área de la superficie del cristal
k_y = coeficiente de transferencia de materia definido por la Ecuación (21.31)

El coeficiente de la reacción superficial viene dado por

$$\frac{\dot{m}}{s_p} = k_s(y' - y_s) \tag{28.13}$$

Se pueden sumar las resistencias de las dos etapas para obtener un coeficiente global K definido por

$$K \equiv \frac{m}{s_p(y - y_s)} \tag{28.14}$$

Eliminando y' de las Ecuaciones (28.12) y (28.13) y sustituyendo en la Ecuación (28.14), se obtiene

$$K = \frac{1}{1/k_y + 1/k_s} \tag{28.15}$$

Velocidad de crecimiento. Para un cristal invariante el volumen del cristal v_p es proporcional al cubo de su longiud característica L; es decir,

$$v_p = aL^3 \tag{28.16}$$

donde a es una constante. Si ρ_M es la densidad molar, la masa m del cristal será

$$m = v_p\rho_M = aL^3\rho_M \tag{28.17}$$

Diferenciando la Ecuación (28.17) con respecto al tiempo se obtiene

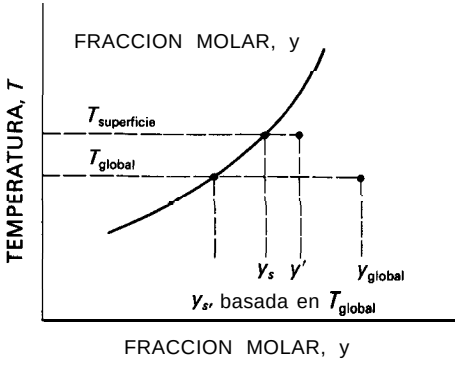


Figura 28.8. Temperaturas y concentraciones en cristalización.

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = 3aL^2\rho_M\left(\frac{dL}{dt}\right) \tag{28.18}$$

La velocidad de crecimiento dL/dt se representa por el símbolo G.

A partir de la Ecuación (28.2), $s_p = 6v_p/L = 6aL^2$. Sustituyendo este valor de s_p y el de $\dot{m}$ de la Ecuación (28.18) en la Ecuación (28.14) resulta

$$K = \frac{3aL^2\rho_M G}{6aL^2(y - y_s)} \tag{28.19}$$

de donde

$$G = \frac{2K(y - y_s)}{\rho_M} \tag{28.20}$$

Coeficientes de transferencia de materia. Para partículas esféricas se puede utilizar la Ecuación (21.53) con el fin de predecir el coeficiente de transferencia de materia k_y. Tal como se trata en la página 703, para partículas suspendidas en un sistema agitado, el coeficiente será de 1,5 a 3 veces el calculado a partir de la velocidad terminal de sedimentación de los cristales.

Coeficientes de crecimiento superficial. En las monografías sobre cristalización[3, 19, 25] se puede encontrar las numerosas investigaciones realizadas sobre el crecimiento de cristales por reacción interfacial. Si bien se ha desarrollado una teoría coherente del crecimiento cristalino, son escasos los datos numéricos de k_s que pueden utilizarse en el diseño.

Una de las teorías se basa en el concepto de que el crecimiento se produce capa a capa sobre la cara cristalina, y que cada nueva capa comienza como un núcleo bidimensional adherido a la cara. Esta teoría predice que el crecimiento no comienza hasta que no se alcanza un umbral apreciable de sobresaturación, y que después el crecimiento aumenta rápidamente hasta que, para un cierto valor relativamente elevado de la sobresaturación, es lineal con respecto a la sobresaturación. En realidad, la velocidad de crecimiento de la mayor parte de los cristales es lineal con respecto a la sobresaturación, para todas las sobresaturaciones, aun para valores muy bajos. Esto parece indicar que no se requiere un valor umbral.

La diferencia entre las velocidades de crecimiento observadas y teóricas ha sido explicada por la teoría de Frank de la dislocación de tornillo. Las redes espaciales de cristales reales distan de ser perfectas y el cristal presenta imperfecciones llamadas ***dislocaciones.*** Los planos de las partículas, tanto en las superficies como en el interior de los cristales, están desplazados y se conocen diferentes tipos de dislocaciones. Una dislocación frecuente es la dislocación de tornillo (Fig. 28.9), donde las partículas individuales se representan como bloque de construcción cúbicos. La dislocación está en un plano de cizalladura perpendicular a la superficie del cristal y el deslizamiento del cristal crea una rampa. El borde. de la rampa actúa como una porción de un núcleo bidimensional y

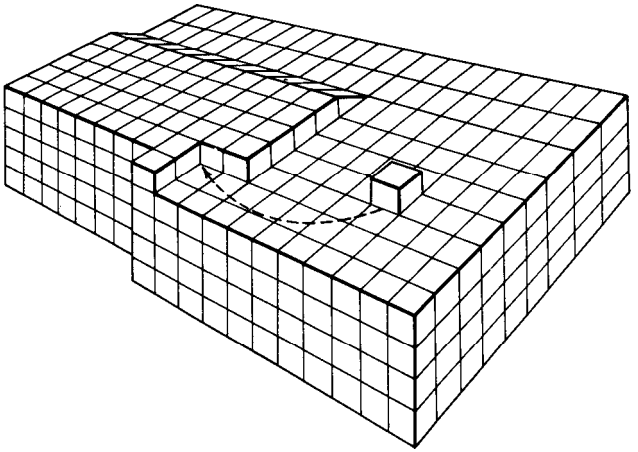


Figura 28.9. Dislocación de tornillo en la superficie cristalina y movimiento de las partículas en tirabuzón.

provoca un retorcimiento en el que se pueden acoplar fácilmente las partículas. Se puede formar una nueva cara completa y no se requiere nucleación. A medida que continúa el crecimiento, el borde de la rampa se transforma en una espiral y el depósito continuado de las partículas a lo largo del borde de la espiral constituye el mecanismo del crecimiento cristalino.

Desde que este mecanismo fue sugerido por primera vez, se han observado muchos ejemplos de dislocaciones de tornillo por medio de la microscopia electrónica y otros métodos de muy alta resolución.

Ecuaciones para la velocidad de crecimiento. No existen métodos generales para estimar los valores de k_s. Para las velocidades de crecimiento de los cristales mencionados en la discusión de la nucleación se ha encontrado[23] que, para sustancias inorgánicas hidratadas,

$$G = K_1 s \tag{28.21}$$

Para un cristal orgánico

$$G = C_1 e^{-K_2/s} \tag{28.22}$$

Las velocidades de crecimiento de todos los cristales varían con la temperatura y siguen la ecuación de Arrhenius

$$G = K_3 e^{-\Delta E_s/RT} \tag{28.23}$$

En las Ecuaciones (28.21) a (28.23), C_1, K_1, K_2 y K_3 son constantes y ΔE_s es una energía de activación. En los experimentos en los que se basan estas ecuaciones

no se ha eliminado completamente la resistencia a la transferencia de materia pero ésta no era importante.

Ley de AL **del crecimiento cristalino'.** Si todos los cristales del magma crecen en un campo de sobresaturación uniforme y a la misma temperatura, y si todos los cristales crecen desde su nacimiento de acuerdo con las Ecuaciones (28.21) o (28.22), resultará que todos los cristales no sólo serán invariantes sino que crecerán con la misma velocidad, que es independiente del tamaño. Esta generalización recibe el nombre de ley ***del*** AL. Cuando es aplicable, $G \neq f(L)$, el crecimiento total de cada cristal en el magma es la misma durante el mismo intervalo de tiempo, y

$$AL = G\,\Delta t \qquad (28.24)$$

El modelo correspondiente a la Ecuación (28.24) es altamente idealizado y ciertamente no realista en todos los casos. La Figura (21.6) muestra que el coeficiente de transferencia de materia es aproximadamente constante solamente para un limitado intervalo de diámetros de las partículas. Por tanto, cuando la resistencia a la transferencia de materia es significativa, solamente cabe esperar una velocidad de crecimiento constante para cristales con un tamaño comprendido entre 50 y 500 μm. Cuando la Ecuación (28.24) no es aplicable, G = ***f(L) y*** el crecimiento ***se*** dice que ***es dependiente del tamaño.*** Posiblemente debido a la compensación de errores, la ley del AL es suficientemente precisa para muchas situaciones, lo cual simplifica el cálculo de los procesos industriales.

EQUIPO DE CRISTALIZACION

Los cristalizadores comerciales pueden operar de forma continua o por cargas. Excepto para aplicaciones especiales, se prefiere la operación continua. El primer requerimiento de un cristalizador es generar una disolución sobresaturada ya que la cristalización no puede ocurrir sin sobresaturación. Existen tres métodos para producir sobresaturación, dependiendo esencialmente de la naturaleza de la curva de solubilidad del soluto. (1) Solutos como el nitrato potásico y el sulfito sódico son mucho menos solubles a temperaturas bajas que a temperaturas elevadas, de forma que la sobresaturación se puede conseguir simplemente por enfriamiento. (2) Cuando la solubilidad es casi independiente de la temperatura, como ocurre en el caso de la sal común, o bien cuando disminuye al aumentar la temperatura, la sobresaturación se genera por evaporación. (3) En los casos intermedios resulta eficaz una combinación de evaporación y enfriamiento. Por ejemplo, el nitrato sódico puede cristalizarse satisfactoriamente enfriando sin evaporar, evaporando sin enfriar o bien mediante una combinación de enfriamiento y evaporación.

Variantes de cristalizadores. Los cristalizadores comerciales pueden diferir en distintos aspectos. Una diferencia importante reside en la forma en la que los

cristales se ponen en contacto con el líquido sobresaturado. En una de las técnicas, denominada ***método de líquido circulante, se*** hace pasar una corriente de disolución sobresaturada a través de un lecho fluidizado de los cristales en crecimiento. El líquido saturado se bombea después a través de una zona de enfriamiento o de evaporación, donde se genera la sobresaturación y finalmente la disolución sobresaturada se recircula a través de la zona de cristalización. En una segunda técnica, llamada ***método del magma circulante,*** todo el magma circula a través de ambas etapas de cristalización y sobresaturación sin separar el líquido del sólido. Tanto la sobresaturación como la cristalización tienen lugar en presencia de los cristales. En ambos métodos la disolución de alimentación se añade a la corriente circulante entre las zonas de cristalización y sobresaturación.

Un tipo de cristalizador utiliza dispositivos de clasificación de tamaños con el fin de retener los pequeños cristales en la zona de crecimiento y permitir que solamente los cristales de un tamaño mínimo especificado salgan de la unidad como producto. Idealmente, tales cristalizadores darán lugar a un producto clasificado de un tamaño uniforme único. Otros cristalizadores se diseñan para mantener una suspensión globalmente mezclada en la zona de cristalización en la que están uniformemente distribuidos en el magma cristales de todos los tamaños, desde núcleos hasta cristales grandes. Idealmente, la distribución de tamaños en el producto de una unidad de suspensión mezclada es idéntica a la del magma.

Además, algunos cristalizadores están equipados con dispositivos para segregar los cristales finos lo más pronto posible después de la nucleación y retirarlos de la zona de cristalización. El objetivo que se persigue es reducir bruscamente el número de núcleos presentes con el fin de que puedan crecer los demás. La presencia de un número excesivo de núcleos implica que la masa de soluto disponible para cristalización es demasiado pequeña para permitir un adecuado crecimiento. Los núcleos retirados, que en realidad representan una masa muy pequeña, se redisuelven y retornan al cristalizador. En los casos en los que la especificación de tamaños del producto no es muy severa, la separación de núcleos resulta innecesaria.

La mayor parte de los cristalizadores utilizan alguna forma de agitación para mejorar la velocidad de crecimiento, para prevenir la segregación de la disolución sobresaturada que da lugar a una nucleación excesiva y para mantener los cristales en suspensión en la zona de cristalización. Se pueden utilizar agitadores internos, con frecuencia provistos de tubos de aspiración y placas deflectoras, siendo también frecuente el empleo de bombas externas para la circulación del líquido o el magma a través de las zonas de sobresaturación o de cristalización. Este último método recibe el nombre de ***circulación forzada.*** Una ventaja de las unidades de circulación forzada con calentadores externos consiste en que se pueden conectar varias unidades idénticas formando un múltiple efecto, utilizando el vapor procedente de una unidad para calentar la siguiente unidad. Sistemas de este tipo son los ***evaporadores-cristalizadores.***

Cristalizadores de vacío. Los cristalizadores más modernos corresponden a las unidades de vacío que utilizan el enfriamiento por evaporación adiabática para generar la sobresaturación. En su forma original y más sencilla, un cristalizador

de este tipo es un recipiente cerrado en el que se mantiene el vacío por medio de un condensador, generalmente con la ayuda de una bomba de vacío tipo eyector de vapor. La alimentación se introduce como una disolución saturada caliente a una temperatura muy superior a la de ebullición para la presión existente en el cristalizador. Se mantiene un volumen de magma controlando el nivel del líquido y del sólido que cristaliza, mientras que el situado por encima del magma se utiliza para retirar el vapor y eliminar el arrastre. La disolución de alimentación se enfría espontáneamente hasta la temperatura de equilibrio. Puesto que tanto la entalpía de enfriamiento como la de cristalización aparecen como calor latente de vaporización, se evapora una parte del disolvente. La sobresaturación generada por enfriamiento y evaporación da lugar a nucleación y crecimiento. El magma producto se retira del fondo del cristalizador. El rendimiento teórico de cristales es proporcional a la diferencia entre la concentración de la alimentación y la solubilidad del soluto a la temperatura de equilibrio.

La Figura 28.10 muestra un cristalizador continuo de vacío con las convencionales unidades para la alimentación y procesado del magma. La acción esencial de la unidad de un solo cuerpo es muy parecida a la de un evaporador de simple efecto y de hecho estas unidades pueden operar en múltiple efecto. El magma circula desde el fondo cónico del cuerpo del cristalizador, a través de un

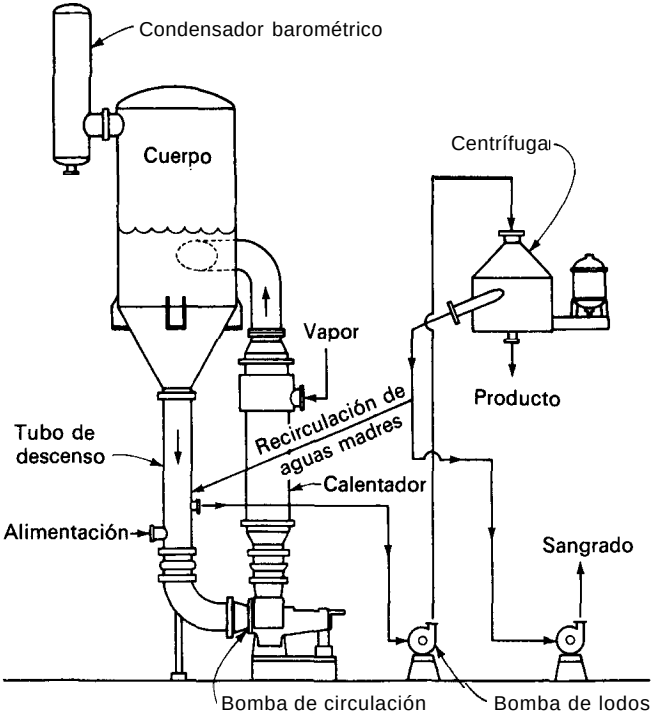


Figura 28.10. Cristalizador continuo. *[Tomado, con autorización, de R. C. Bennett and M. Van Buren, Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.,* 95, **65**: 38 (1969).]

tubo descendente, hasta una bomba de circulación de baja velocidad y baja carga, asciende a través de un calentador tubular vertical, con vapor de agua que condensa en la carcasa, y después retorna al cuerpo del cristalizador. La corriente caliente penetra a través de una entrada tangencial justamente debajo del nivel de la superficie del magma. Esto imparte un movimiento rotativo al magma, lo cual facilita la evaporación flash y equilibra el magma con el vapor a través de la acción de un flash adiabático. La sobresaturación que así se genera proporciona el potencial impulsor para la nucleación y el crecimiento. El cociente entre el volumen de magma y el caudal volumétrico del magma a través de la bomba corresponde al tiempo de retención.

La disolución de alimentación entra en el tubo descendente antes de la succión de la bomba de circulación. Las aguas madres y los cristales se retiran a través del tubo de descarga situado por encima de la entrada de la alimentación en el tubo descendente. Las aguas madres se separan de los cristales en una centrífuga continua; los cristales se retiran como producto y las aguas madres se recirculan al tubo descendente. Algo de las aguas madres se retiran del sistema mediante una bomba con el fin de prevenir la acumulación de impurezas.

La forma sencilla de un cristalizador de vacío tiene también serias limitaciones desde el punto de vista de la cristalización. Para la baja presión existente en la unidad, el efecto de la carga estática sobre la temperatura de ebullición es importante; así, por ejemplo, el agua a 45 °F tiene una presión de vapor de 0,30 pulg, que es una presión fácilmente obtenible con un eyector de vapor. Una carga estática de 1 pie aumenta la presión hasta 1,18 pulg, para la cual la temperatura de ebullición del agua es de 84 “F. La alimentación a esta temperatura no producirá destello cuando se introduzca para cualquier nivel superior a un pie por debajo de la superficie del magma. La introducción de la alimentación en un punto donde no se produzca destello resulta ventajosa para controlar la nucleación, pero la alimentación tiene tendencia a formar cortocircuito hacia la descarga sin liberar su sobresaturación.

Debido al efecto de la carga estática, la evaporación y enfriamiento solamente ocurren en la capa líquida próxima a la superficie del magma, de forma que los gradientes de concentración y temperatura se forman cerca de la superficie. Por otra parte, los cristales tienden a sedimentar hacia el fondo del cristalizador donde puede existir poca o ninguna sobresaturación. El cristalizador no operará satisfactoriamente si el magma no está bien agitado con el fin de que se igualen los gradientes de concentración y temperatura, así como también, la suspensión de cristales. El cristalizador de vacío sencillo no proporciona un buen método para el control de la nucleación, de la clasificación, ni para la separación del exceso de núcleos y cristales muy pequeños.

Cristalizador de tubo de aspiración-deflector. Un equipo más versátil y eficaz es el cristalizador de tubo de aspiración-deflector (DTB) que se representa en la Figura 28.11. El cuerpo del cristalizador está equipado con un tubo de aspiración, que también actúa como una placa deflectora para controlar la circulación del magma y un agitador de turbina dirigido hacia abajo para proporcionar una circulación controlable dentro del cristalizador. Un sistema adicional de circula-

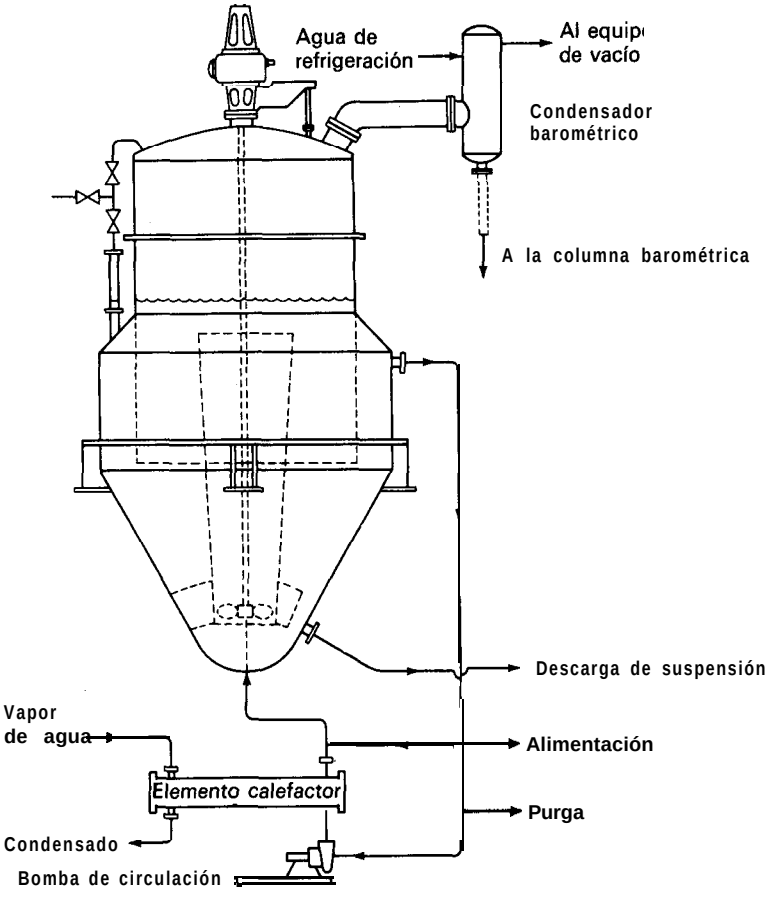


Figura 28.11. Cristalizador DTB. ***[Tomada, con autorización, de R. C. Bennett y M. Van Buren, Chem. Eng. Prog. Symp. Ser. 95,*** **65**:45 (1969).]

ción, exterior al cuerpo del cristalizador y accionado por medio de una bomba de circulación, contiene el calentador y la entrada de la alimentación. La suspensión de producto se retira a través de una salida situada cerca del fondo de la sección cónica inferior del cuerpo del cristalizador. Para una determinada velocidad de alimentación ambas circulaciones interna y externa se pueden variar independientemente y proporcionan variables controlables para obtener el valor de DTC deseado.

Los cristalizadores de tubo de aspiración-deflector pueden equiparse con una rama de elutriación debajo del cuerpo del cristalizador para clasificar los cristales por tamaños, así como puede también incluir una zona de sedimentación con placas para la retirada de finos. En la Figura 28.12 se presenta una muestra de una unidad de este tipo. Parte del líquido circulante se bombea hasta el fondo de la rama de elutriación que se utiliza como una salida hidráulica para devolver los

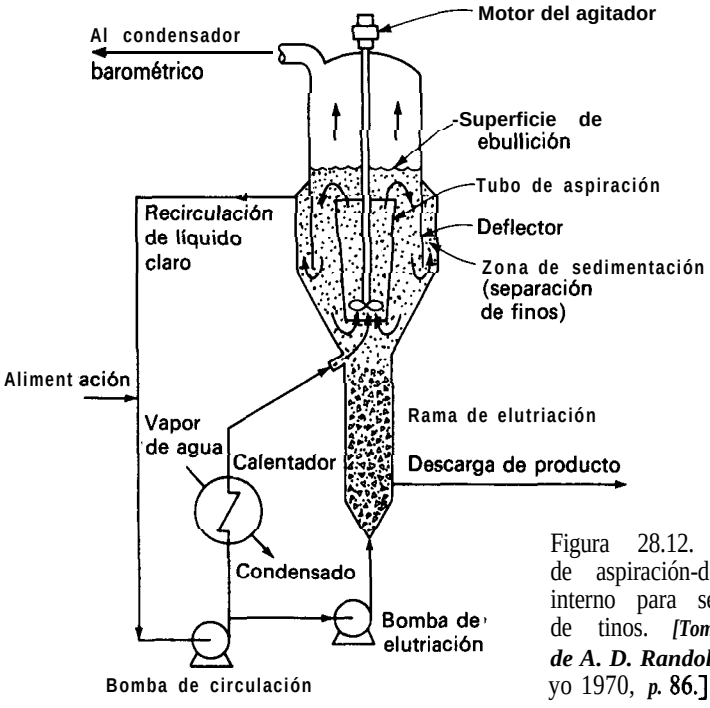


Figura 28.12. Cristalizador de tubo de aspiración-deflector con sistema interno para separación y retirada de tinos. *[Tomada, con autorización, de A. D. Randolph, Chem. Eng., mayo 1970, p. 86.]*

cristales pequeños a la zona de cristalización para su posterior crecimiento. La acción en este caso es la de una clasificación por sedimentación impedida descrita en el Capítulo 30. La suspensión de descarga se retira por la parte inferior de la rama de elutriación y se envía a un filtro rotativo o a una centrífuga, mientras que las aguas madres retornan al proceso.

Los núcleos que no son necesarios se retiran por medio de un espacio anular, o encamisado, o bien alargando el fondo cónico y utilizando la pared inferior del cuerpo del cristalizador como una placa deflectora. El espacio anular proporciona una zona de sedimentación en la cual la clasificación hidráulica separa los cristales finos de los grandes arrastrándolos en una corriente ascendente de aguas madres que se retira por la parte superior de la zona de sedimentación. Los cristales finos que así se retiran tienen un tamaño de 60 mallas o inferior, y aunque su número es enorme, su masa es pequeña, de forma que la corriente procedente del encamisado está casi exenta de sólidos. Los cristales más grandes sedimentan con una velocidad mayor con respecto al suelo que la velocidad del flujo ascendente en el encamisado y quedan retenidos en la unidad. La rama de elutriación y el encamisado para la retirada de núcleos actúan de una forma análoga: la primera sólo permite que escapen los cristales grandes y el segundo sólo deja salir las partículas más pequeñas.

Al retirar de esta forma una gran fracción de aguas madres en el encamisado, la densidad del magma aumenta bruscamente. Se alcanzan densidades del magma

de 30 a 50 por 100, basadas en la relación entre el volumen de cristales sedimentados y el de magma total.

A través de un calentador con vapor de agua se bombea líquido adicional, que no se necesita para la elutriación, con el fin de disolver las pequeñas partículas arrastradas e introducirlas en el cuerpo del cristalizador por encima de la rama de elutriación y algo por debajo del fondo del tubo de aspiración. Este líquido, que ahora está exento de sólidos, se incorpora rápidamente a las corrientes de circulación dentro del cuerpo del cristalizador. El recalentamiento de la recirculación de líquido claro proporciona otra forma de controlar el valor de DTC del producto.

Rendimiento de un cristalizador de vacío. El rendimiento de un cristalizador de vacío se puede calcular a partir de balances de materia y energía. En la Figura 28.13 se presenta un cálculo gráfico basado en la carta de entalpía de la Figura 28.4. Puesto que el proceso es una escisión adiabática de la alimentación en magma producto y vapor, los puntos ***b*** para la alimentación, ***a*** para el vapor y e para el magma, están situados sobre una recta. La isoterma que une el punto ***d*** para los cristales con el puntofpara las aguas madres también pasa por el punto e, y este punto está localizado en la intersección de las líneas *ab* y *df*. A partir de los segmentos y la regla de la palanca se pueden calcular las relaciones de las distintas corrientes.

Ejemplo 28.5. Un cristalizador continuo de vacío se alimenta con una disolución de $MgSO_4$ del 31 por 100. La temperatura de equilibrio del magma en el cristalizador es de 86 °F (30 "C), y la elevación del punto de ebullición de la disolución es 2 °F

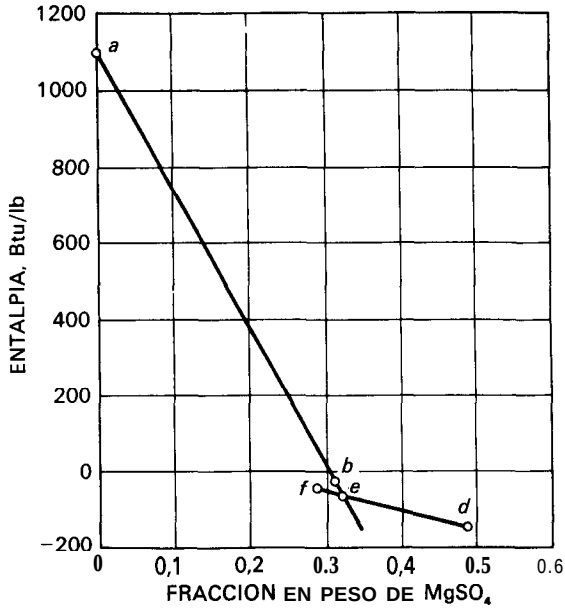


Figura 28.13. Solución para el Ejemplo 28.5.

(1,11 °C). Se obtiene un magma producto que contiene 5 toneladas (4536 kg) de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ por hora. La relación en volumen de sólido a magma es 0,15 y las densidades de los cristales y las aguas madres son 105 y 82,5 lb/pie^3, respectivamente. Determinense la temperatura de la alimentación, el flujo de alimentación y la velocidad de evaporación.

SOLUCIÓN

En la Figura 28.13 se presenta la solución gráfica del problema. El vapor abandona el cristalizador a la presión correspondiente a 84 °F, con un sobrecalentamiento de 2 °F, que puede despreciarse. A partir de las tablas del vapor de agua, la entalpia del vapor es la del vapor de agua saturado a 0,5771 $lb_f/pulg^2$, y las coordenadas del punto *a* son H = 1098 Btu/lb y c = 0. La entalpía y la concentración media del magma producto se calculan a partir de los datos de la Figura 28.4. El segmento *fd es* la isoterma de 86 °F en el área *bcih* de la Figura 28.4. Las coordenadas de sus extremos son, para el punto *f*, H = -43 Btu/lb y c = 0,285, y para el punto *d*, H = − 149 Btu/lb, c = 0,488. La relación de masa entre los cristales y las aguas madres es

$$\frac{0{,}15 \times 105}{0{,}85 \times 82{,}5} = 0{,}224$$

La velocidad de producción de aguas madres es de 10 000/0,224 = 45 520 lb/h, y el magma total producido igual a 10 000 + 44 520 = 54 520 lb/h. La concentración media de $MgSO_4$ en el magma es

$$\frac{0{,}224 \times 0{,}488 + 0{,}285}{1{,}224} = 0{,}322$$

La entalpía del magma es

$$\frac{0{,}224(-149) + (-43)}{1{,}224} = 62.4 \text{ Btu/lb}$$

Estas son las coordenadas del punto e. El punto de la alimentación ha de estar situado sobre la recta *ae*. Puesto que la concentración de la alimentación es 0,31, la entalpía de la alimentación es la ordenada del punto *b*, o sea: -21 Btu/lb. El punto *b* está sobre la isoterma de 130 °F (94,4 °C) de forma que esta temperatura es la de la alimentación. Según la regla de la palanca, la velocidad de evaporación es

$$54\ 520 \frac{-21 - (-62{,}4)}{1098 - (-21)} = 2017 \text{ lb/h (915 kg/h)}$$

La velocidad total de alimentación es 54 520 + 2017 = 56 537 lb/h (25 645 kg/h).

APLICACIONES AL DISEÑO

Una vez que se ha calculado el rendimiento teórico de un cristalizador a partir de balances de materia y energía, queda por estimar la DTC del producto a partir de la cinética de nucleación y crecimiento. Un modelo idealizado de cristalizador,

llamado ***modelo de suspensión mezclada-separación de productos mezclado*** (MSMPR), ha servido de base para identificar los parámetros cinéticos y mostrar cómo el conocimiento de los mismos puede aplicarse para calcular el funcionamiento de un cristalizador de este tipo [14, 15, 17].

Cristalizador MSMPR

Consideremos un cristalizador continuo que reúne los siguientes requisitos de operación [13]:

1. La operación transcurre en estado estacionario.
2. En todo momento el cristalizador contiene un magma de suspensión mezclada, sin clasificación del producto.
3. En todo momento hay una suspensión uniforme en todo el magma.
4. Se cumple la ley del AL para el crecimiento de los cristales.
5. No se utiliza ningún sistema de retirada de tamaños clasificados.
6. No hay cristales en la alimentación.
7. El magma producto abandona el cristalizador en equilibrio, de forma que las aguas madres del magma producto están saturadas.
8. No hay rotura de cristales en partículas de tamaño finito.

El proceso recibe el nombre de ***cristalización de suspensión mezclada-producto mezclado.*** Debido a las anteriores restricciones, la velocidad de nucleación, expresada como número de núcleos generados en la unidad de tiempo y unidad de volumen de aguas madres, es constante en todos los puntos del magma; la velocidad de crecimiento, expresada en longitud por unidad de tiempo, es constante e independiente del tamaño del cristal y de la localización; todos los elementos de volumen de las aguas madres contienen una mezcla de partículas cuyo tamaño varía desde núcleos hasta cristales grandes; y la distribución de tamaño de las partículas es independiente de la localización en el cristalizador e idéntica a la distribución de tamaños en el producto.

Mediante el uso de un balance de población generalizado, el modelo MSMPR se amplía para tener en cuenta: la operación en estado no estacionario, la separación clasificada de producto, los cristales en la alimentación, la fractura de los cristales, la variación del volumen del magma y la velocidad de crecimiento dependiente del tiempo[15]. En las deducciones que siguen no se incluyen estas variaciones.

Función población-densidad. La magnitud básica en la DTC es la densidad de población. Para comprender el significado de esta variable, supóngase que la distribución es una función del número acumulativo de cristales en el magma, expresado en número por unidad de volumen de aguas madres, que es una función del tamaño del cristal L. Tal función se representa en la Figura 28.14. La abscisa es L y la ordenada es N/V, donde V es el volumen de las aguas madres en el magma y N es el número de cristales de tamaño L e inferiores en el magma. Para $L = 0$, $N = 0$; el número total de cristales es N_T, lo que corresponde a la longitud L_T del cristal más grande en el magma.

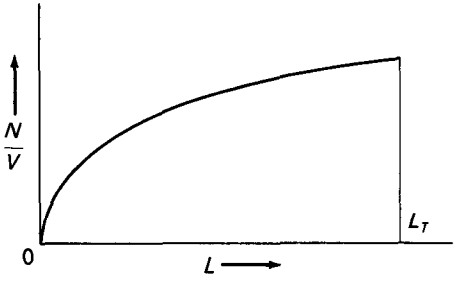


Figura 28.14. Número acumulativo de densidad frente a longitud.

La densidad de población n se define como la pendiente de la curva de distribución acumulativa para el tamaño L, *o* sea

$$n \equiv \frac{d(N/V)}{dL} = \frac{1}{V}\frac{dN}{dL} \tag{28.25}$$

De acuerdo con la suposición 1, V es una constante. La Figura 28.15 muestra la función $n = f(L)$. Tiene un valor máximo n° cuando $L = 0$ y es cero cuando $L = L_T$. En el modelo MSMPR las funciones de N/V y n son independientes de L tanto por lo que respecta al tiempo como a la localización en el magma. Las dimensiones de n son número/volumen-longitud.

Un cristal en crecimiento se desplaza con el tiempo a lo largo del eje de tamaño en la dirección en la que aumenta L. Un cristal que se disuelve se desplaza en la dirección contraria. Para los cálculos con el modelo MSMPR se necesita una relación entre la densidad de población n y el tamaño L. Una ecuación de esta naturaleza se deduce para un cristal de tamaño definido L, tal como muestra la Figura 28.15.

Considérense los $n\,dL$ cristales entre los tamaños L y $L + dL$ por unidad de volumen de magma en el cristalizador. En el modelo MSMPR cada cristal de longitud L tiene la misma edad, y si t_m es la edad de un cristal

$$L = Gt_m \tag{28.26}$$

Supóngase ahora que de los $n\,dL$ cristales por unidad de volumen de líquido, $\Delta n\,dL$ se retiran como producto durante el incremento de tiempo At. Puesto que

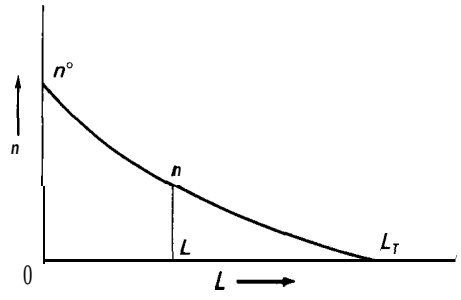


Figura 28.15. Densidad de población frente a longitud.

la operación es en estado estacionario, la retirada de producto no afecta a la distribución de tamaños ni en el magma ni en el producto, y puesto que en el modelo MSMPR la descarga es suficientemente representativa del magma, la fracción de partículas retiradas es idéntica a la relación entre el volumen de producto líquido retirado en el tiempo At y el volumen total de líquido en el cristalizador. Por tanto, si Q es la velocidad volumétrica de flujo de líquido en el producto y V_c es el volumen total de líquido en el cristalizador,

$$-\frac{\Delta n\, dL}{n\, dL} = -\frac{\Delta n}{n} = \frac{Q\ \Delta t}{V_c} \tag{28.27}$$

El intervalo de tiempo At también es un período en la vida de cada cristal y, según la Ecuación (28.26), durante este tiempo el crecimiento de cada cristal es

$$\text{AL} = G\,\Delta t \tag{28.28}$$

Eliminando At a partir de las Ecuaciones (28.27) y (28.28) se obtiene

$$\frac{\Delta n}{\text{AL}} = \frac{Qn}{GV_c}$$

Tomando AL $\rightarrow$ 0, de forma que

$$\lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta n}{\text{AL}} = \frac{dn}{dL}$$

resulta

$$-\frac{dn}{dL} = \frac{Qn}{V_c G}$$

El tiempo de retención τ del magma en el cristalizador se define por

$$\tau \equiv \frac{V_c}{Q}$$

Y

$$\frac{dn}{n} = \frac{1}{G\tau}\, dL \tag{28.29}$$

La integración de la Ecuación (28.29) conduce a la función de población acumulativa frente a la longitud, donde n° es la densidad de población para $L = 0$, que se supone que representa los núcleos. Por tanto

$$\int_{n^\circ}^{n} \frac{dn}{n} = -\frac{1}{G\tau} \int_0^L dL$$

$$\ln \frac{n^\circ}{n} = \frac{L}{G\tau} \tag{28.30}$$

La relación $L/G\tau$ es adimensional y se puede sustituir por z, la llamada ***longitud adimensional, que se*** define por

$$z \equiv \frac{L}{G\tau} \tag{28.31}$$

La Ecuación (28.30) puede escribirse

$$n = n^{\circ}e^{-z} \tag{28.32}$$

Cuando se representa en coordenadas semilogarítmicas, la función lineal da n° cuando z = 0, con una pendiente $1/G\tau$. Tal representación gráfica se muestra en la Figura 28.17.

Ecuaciones de momentos. La Ecuación (28.32) es la relación fundamental del cristalizador MSMPR. A partir de ella se pueden deducir ecuaciones diferenciales y acumulativas para la población de cristales, la longitud de los cristales, el área de los cristales y la masa de cristales. Además, los coeficientes cinéticos G y ***B*** están incluidos en estas ecuaciones.

Estos cálculos utilizan la relación de los momentos de ***n*** frente a z de la Ecuación (28.32). El momento *j*-ésimo normalizado se define por

$$\mu_j \equiv \frac{\int_0^z nz^j\,dz}{\int_0^{\infty} nz^j\,dz} \tag{28.33}$$

Utilizando la Ecuación (28.32) se obtiene

$$\mu_j = \frac{\int_0^z z^j e^{-z}\,dz}{\int_0^{\infty} z^j e^{-z}\,dz} \tag{28.34}$$

Integrando esta ecuación para valores de $j = 0$ a $j = 3$ se obtiene

$$\mu_0 = 1 - e^{-z} \tag{28.35}$$

$$\mu_1 = 1 - (1 - z)e^{-z} \tag{28.36}$$

$$\mu_2 = 1 - (1 + z + \tfrac{1}{2}z^2)e^{-z} \tag{28.37}$$

$$\mu_3 = 1 - (1 + z + \tfrac{1}{2}z^2 + \tfrac{1}{6}z^3)e^{-z} \tag{28.38}$$

Las distribuciones diferenciales son

$$\frac{d\mu_0}{dz} = e^{-z} \tag{28.39}$$

$$\frac{d\mu_1}{dz} = ze^{-z} \tag{28.40}$$

$$\frac{d\mu_2}{dz} = \frac{z^2e^{-z}}{2} \tag{28.41}$$

$$\frac{d\mu_3}{dz} = \frac{z^3e^{-z}}{6} \tag{28.42}$$

Las Ecuaciones (28.35) a (28.38) dan directamente las distribuciones de cristal& a partir de una planta MSMPR idealizada. Por tanto, μ_0 es la distribución de número x_n; μ_1, es la distribución de tamaños x_L; μ_2, es la distribución de áreas x_a, y μ_3 es la distribución de masas x,.

Análogamente, las distribuciones diferenciales para número, tamaño, área y masa vienen dadas por las Ecuaciones (28.39) a (28.42). En la Figura 28.16 se muestran representaciones gráficas de x_n, x_m, dx_n/dz y dx_m/dz.

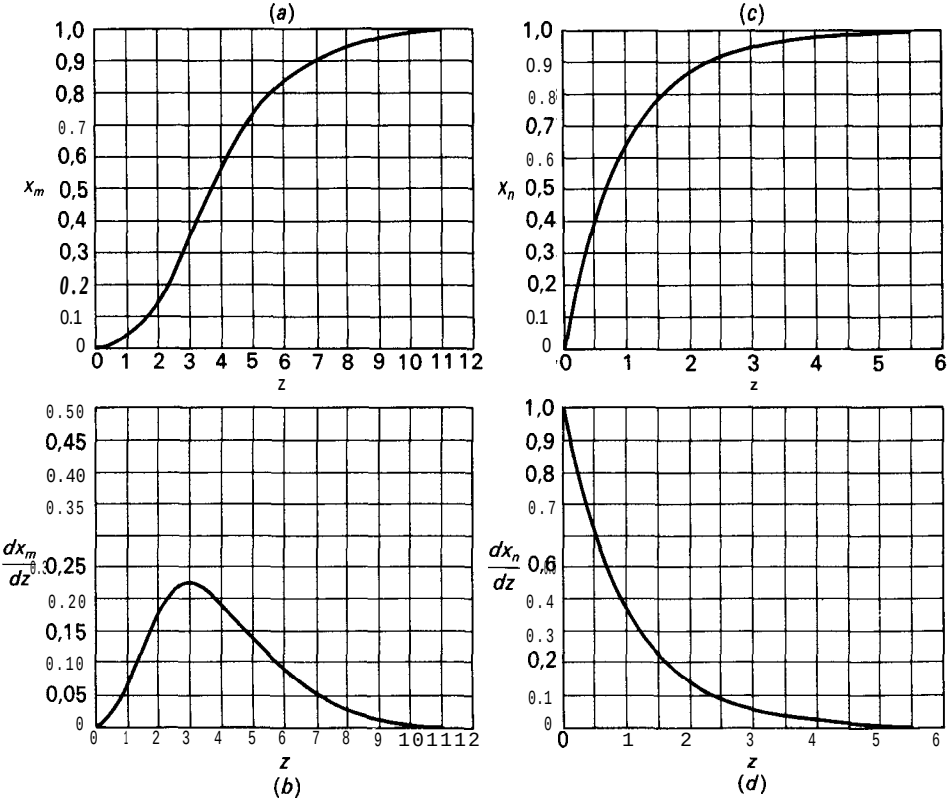


Figura 28.16. Relaciones de distribución de tamaños para suspensión mezclada: (*a*) distribución acumulativa de masa; (*b*) distribución diferencial de masa; (c) distribución acumulativa de población; (*d*) distribución diferencial de población.

La relación de x_m frente a z representa el análisis acumulativo por tamizado. Las ordenadas de la curva para tamaños correspondientes a los tamaños de malla de los tamices son los valores del análisis acumulativo.

Puesto que tanto z como μ son adimensionales, las Ecuaciones (28.35) a (28.42) son universalmente aplicables a cristalizadores MSMPR.

Tamaño predominante de los cristales. La Figura 28.166, que corresponde a la distribución diferencial de masa, presenta un nodo cuando el valor de dx_m/dz es máximo. Tomando el coeficiente diferencial de la Ecuación (28.42) igual a cero se puede observar que el nodo corresponde a la abscisa $z_{pr} = 3$. Por tanto, la mayor uniformidad de tamaño en el producto se origina cuando $L_{pr}/G\tau = 3$. También aparecen nodos en las curvas diferenciales para las distribuciones de tamaño y de área para z = 1 y z = 2, respectivamente.

Coeficientes cinéticos. Es evidente que para utilizar la Ecuación (28.30), es preciso evaluar tres parámetros: la velocidad de crecimiento G, la densidad de núcleos $n°$ y el tiempo de retención τ. El último parámetro está bajo el control del diseñador, pero los otros dos son variables dependientes generadas por el cristalizador y su contenido, que son funciones de los detalles de ingeniería de la planta, la acción del agitador o la bomba de circulación, así como las características de nucleación y crecimiento del sistema de cristalización. Existe una importante ecuación, fácilmente derivable del modelo MSMPR, que relaciona la velocidad de nucleación $B°$ con la densidad de partículas de tamaño cero $n°$. Por tanto,

$$\lim_{L\to 0} \frac{dN}{dt} = \lim_{L\to 0}\left(\frac{dL}{dt}\,\frac{dN}{dL}\right)$$

Por definición de los términos de esta ecuación, los límites para $L = 0$ son $dN/dt \to B"$, $dL/dt \to G$, y $dN/dL \to n°$. Por consiguiente,

$$B° = Gn" \qquad (28.43)$$

Número de cristales por unidad de masa. El número de cristales n_c en una unidad de volumen de líquido del magma o del producto es

$$n_c = \int_0^\infty n\, dL = n°\tau G \int_0^\infty e^{-z}\, dz = n°\tau G \qquad (28.44)$$

La masa toda de los cristales obtenidos en la unidad de volumen de líquido es

$$m_c = \int_0^\infty mn\, dL = a\rho_c(G\tau)^3 n° \int_0^\infty z^3 e^{-z}\, dz = 6a\rho_c n°(G\tau)^4$$

El número de cristales por unidad de masa es

$$\frac{n_c}{m_c} = \frac{n°G\tau}{6a\rho_c n°(G\tau)^4} = \frac{1}{6a\rho_c(G\tau)^3} \qquad (28.45)$$

Si se utiliza el tamaño predominante como un parámetro de diseño, entonces, a partir de la ecuación $L_{pr} = 3G\tau$, y la Ecuación (28.45),

$$\frac{n_c}{m_c} = \frac{9}{2a\rho_c L_{pr}^3} \qquad (28.46)$$

La velocidad de nucleación ha de ser suficiente para generar un núcleo por cada cristal en el producto. Si C es la velocidad másica de producción de los cristales, la nucleación requerida, en número por unidad de tiempo y volumen de aguas madre será a partir de las Ecuaciones (28.45) y (28.46).

$$B^\circ = \frac{Cn_c}{m_c V_c} = \frac{C}{6a\rho_c (G\tau)^3 V_c} = \frac{9C}{2a\rho_c V_c L_{pr}^3} \qquad (28.47)$$

Ejemplo 28.6. En el cristalizador del Ejemplo 28.5 está prevista una velocidad de crecimiento G de 0,0018 pies/h (0,00055 m/h), y se desea un tamaño predominante de los cristales de 20 mallas. Calcúlese el volumen de magma en el cristalizador, la velocidad necesaria de nucleación B°, y el análisis por tamizado del producto, suponiendo que la operación cumple todas las condiciones de la cristalización de suspensión mezclada-producto mezclado.

SOLUCIÓN

Según el Apéndice 20, la luz de un tamiz estándar de 20 mallas es 0,0328 pulg o 0,00273 pies. Se puede utilizar esta dimensión para L y suponer que el factor de forma a es la unidad. A partir del Ejemplo 28.5, la velocidad volumétrica de flujo de aguas madres en el magma producto es

$$Q = \frac{44\ 520}{82.5} = 540 \text{ pie}^3/\text{h}$$

Puesto que cuando z = 3, L_{pr} = 0,00273, la Ecuación (28.31) da el tiempo de permanencia y el volumen de líquido en el cristalizador

$$\tau = \frac{L_{pr}}{3G} = \frac{0{,}00273}{3 \text{ x } 0{,}0018} = 0{,}506 \text{ h} \qquad V_c = 0{,}506 \text{ x } 540 = 273 \text{ pie}^3$$

El volumen total de magma es 273/0,85 = 321 pie^3, o bien, 2400 galones.

A partir de la Ecuación (28.47), puesto que C = 10000 lb/h, la velocidad de nucleación es

$$B^\circ = \frac{9 \text{ x } 10000}{2 \text{ x } 105 \text{ x } 273 \text{ x } 0{,}00273^3}$$

$$= 7{,}72 \text{ x } 10^7 \text{ núcleos/pie}^3\text{-h } (2{,}74 \text{ x } 10^9 \text{ núcleos/m}^3\text{-h})$$

Según la Ecuación (28.43), la densidad de partículas de tamaño cero es n° = = 7,72 x 10^7/0,0018 = 4,289 x 10^{10} núcleos/pie^4. El valor de $L/G\tau$ es $L/(0{,}0018)(0{,}56)$ =

$= 1{,}1 \times 10^3 L$. De acuerdo con la Ecuación (28.30), la ecuación para la distribución número-densidad es

$$\log n = \log n^\circ - \frac{1{,}1 \times 10^3 L}{2{,}3026} = 10{,}6351 \quad 4{,}777 \times 10^2 L$$

Esta ecuación se representa en la Figura 28.17.

El análisis por tamizado se obtiene leyendo las ordenadas de la Figura 24.16*c* para valores de z correspondientes a las aberturas de malla. Por ejemplo, para el punto de 20 mallas, cuando z = 3, x_m es 0,35. En general,

$$z = \frac{L}{\tau G} = \frac{L}{0{,}506 \times 0{,}0018} = 1098L$$

En la Tabla 28.2 se dan detalles.

Nucleación de contacto en cristalización. La nucleación de contacto tratada en las páginas precedentes está basada en los experimentos con una sola partícula de Clontz y McCabe[4], quienes determinaron el número de cristales generados por un único contacto para valores conocidos de la sobresaturación, de la energía y del área de contacto. Los resultados se han aplicado en la construcción de modelos para el diseño de cristalizadores de magma[1, 9]. La correlación desarrollada por Bennett, Fiedelman y Randolph[1] está basada en las siguientes ideas:

1. La generación total de núcleos es proporcional a la suma de la nucleación procedente de todos los cristales de todos los tamaños cada vez que pasan a través del sistema de agitación.

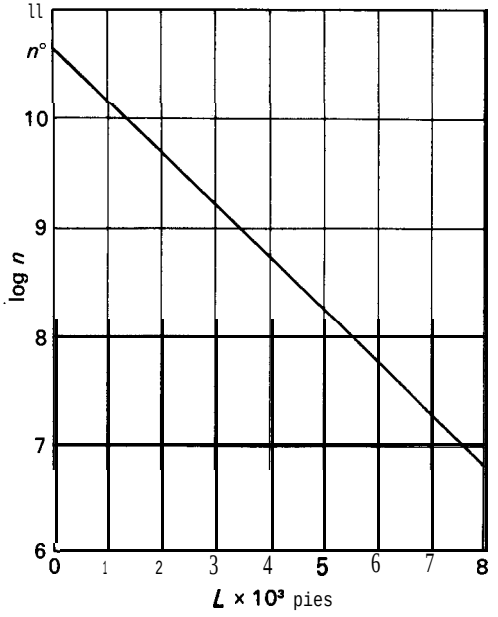


Figura 28.17. Densidad de población frente a longitud (Ej. 28.6).

Tabla 28.2

Mallas	Tamaño		z	Análisis por tamizado, %	
	pies	mm		Acumulativo	Diferencial
8	0,0078	2,37	8,5	97	3
9	0,0065	1,98	7,1	93	4
10	0,0054	1,65	5,9	84	9
12	0,0046	1,40	5,0	74	10
14	0,0038	1,16	4,2	61	13
16	0,0033	1,01	3,6	48	13
20	0,0027	0,82	3,0	35	13
24	0,0023	0,70	2,5	25	10
28	0,0019	0,58	2,1	17	8
32	0,0016	0,49	1,8	11	6
35	40014	0,43	1,5	6	5
42	0,0011	0,34	1,2	4	2

2. El potencial impulsor es la sobresaturación, que es proporcional a la velocidad de crecimiento G.
3. La energía comunicada a un cristal de tamaño L y masa $\rho_c L^3$ es la necesaria para acelerar la partícula desde la velocidad del flujo del magma hasta la velocidad de la punta del rodete.
4. El área de contacto es proporcional a L^2.

Estas suposiciones conducen a la siguiente ecuación

$$B^\circ = K_N n^\circ G \frac{u_T^2}{t_{T_o}} \rho_c (G\tau)^5 \qquad (28.48)$$

donde B° = velocidad de nucleación por unidad de volumen de liquido
K_N = constante dimensional
u_T = velocidad de la punta del rodete
t_{T_o} = tiempo de vuelta

La utilización de esta ecuación en la práctica requiere datos empíricos procedentes de una planta piloto o de la operación real de cristalizadores del mismo diseño. Por ejemplo, en la cristalización de KCl Randolph, White y Low [16] encontraron que $B^\circ \alpha G^{2,77} m_c^{0,91}$, donde m_c es la concentración de sólidos en el cristalizador, expresada en masa de cristales por unidad de volumen.

SIMBOLOS

a	Factor de forma, v_p/L^3, adimensional
B°	Velocidad de nucleación, número/cm³-s o número/pies³-h

C	Factor de frecuencia en nucleación, número/cm³-s; también velocidad de producción de masa de cristales, lb/h o kg/h
C_1	Constante en la Ecuación (28.22)
c	Concentración de la disolución, moles/unidad de volumen o g-mol/m³; c_s, en la disolución saturada
D_p	Diámetro de la partícula, pies o m
E	Energía de contacto en la nucleación de contacto, ergios
f	Función de
G	Velocidad de crecimiento de los cristales, pies/h o m/h
H	Entalpía, Btu/lb o J/g
K	Coeficiente global de transferencia de materia, lb-mol/pie²-h-unidad de fracción molar o g-mol/m²-h-unidad de fracción molar
K_N	Constante dimensional en la Ecuación (28.48)
K_1, K_2, K_3	Constantes en las Ecuaciones (28.21), (28.22) y (28.23), respectivamente
k_s	Coeficiente de la reacción interfacial, lb-mol/pie²-h-unidad de fracción molar o g-mol/m²-h-unidad de fracción molar
k_y	Coeficiente de transferencia de materia desde la disolución hacia la cara del cristal, lb-mol/pie²-h-unidad de fracción molar o g-mol/m²-h-unidad de fracción molar
L	Dimensión lineal o tamaño del cristal, pies o m; L_T, tamaño máximo; L_{pr}, tamaño predominante
m	Masa, lb-mol o g-mol; m_c, masa total de cristales por unidad de volumen de líquido
$\dot{m}$	Velocidad molar de crecimiento, lb-mol/h o g-mol/h
N	Número de cristales de tamaño L e inferiores en el cristalizador; N_T, número total de cristales en el cristalizador
N_A	Densidad de flujo molar, lb-mol/pie²-h o g-mol/m²-h
$\mathbf{N}_a$	Constante de Avogadro, 6,0222 x 10²³ moléculas/g-mol
n	Densidad de población definida por la Ecuación (28.25), número/pie⁴ o número/m⁴; n°, valor máximo para núcleos
n_c	Número de cristales por unidad de masa de cristales
Q	Flujo volumétrico de líquido en el producto, pie³/h o m³/h
R	Constante de los gases, 8,3143 x 10⁷ ergios/g-mol-K
s	Sobresaturación fraccional, definida por la Ecuación (28.7); $100s$, porcentaje de sobresaturación
s_p	Area superficial del cristal, pie² o m²
T	Temperatura, °F o °C; T_c, del cristal en crecimiento; T_s, de la disolución saturada
t	Tiempo; t_{T_o}, tiempo de vuelta o retorno entre dos pasos de un determinado cristal entre contactos con el agitador rotatorio
t_m	Edad del cristal
u_T	Velocidad de la punta de las palas del rodete
V	Volumen, pie³ o m³; volumen de líquido en el magma; V_c, volumen total de líquido en el cristalizador
V_M	Volumen molar, $1/\rho$, pie³/lb-mol o cm³/g-mol
v	Volumen de los cristales, pie³ o m³
x	Relación de distribución; x_L, distribución de tamaño; x_a, distribución de área; x_m, distribución de masa; x_n, distribución de número
Y	Fracción molar del soluto en la disolución a una cierta distancia desde la

cara del cristal; y_s, en la disolución saturada; y', en la interfase entre el cristal y el líquido

z Longitud adimensional, $L/G\tau$; z_{pr}, valor predominante

Abreviaturas

DTC Distribución de tamaño de los cristales
DTB Cristalizador del tipo tubo de aspiración-deflector
MSMPR Suspensión mezclada-producto mezclado

Letras griegas

α Relación de concentración definida por la Ecuación (28.7)
Δc Sobresaturación, lb-mol/pie^3 o g-mol/m^3
AL Aumento del tamaño del cristal durante el incremento de tiempo At, pies o m
Δn Incremento de la densidad de población
AT Potencial impulsor de temperatura, °F o "C; AT,, para cristalización; AT,, para transmisión de calor desde el cristal hacia el líquido
At Incremento de tiempo, h o s
AY Sobresaturación, fracción molar de soluto
κ Pendiente de la línea temperatura-concentración
μ Distribución de cristales procedentes de una planta MSMPR idealizada; μ_0, distribución de número; μ_1, distribución de tamaño; μ_2, distribución de área; μ_3, distribución de masa
μ_j Momento *j*-ésimo normalizado de la distribución de cristales definido por la Ecuación (28.33)
Número de iones por molécula de soluto
PM Densidad molar de la disolución, lb-mol/pie^3 o g-mol/cm^3; ρ_c, del cristal; ρ_s, de la disolución saturada
σ Energía interfacial, ergios/cm^2
σ_a Tensión interfacial aparente entre núcleo y catalizador, ergios/cm^2
τ Tiempo de retención del magma *en* el cristalizador, h

PROBLEMAS

28.1. Una disolución de $CuSO_4 \cdot H_2O$ conteniendo 3,5 por 100 de una impureza soluble se disuelve de forma continua en suficiente agua y aguas madres para formar una disolución saturada a 80 °C. Después se enfría la disolución hasta 25 °C y se obtienen cristales de $CuSO_4 \cdot 5H_2O$. Estos cristales arrastran aguas madres en una proporción del 10 por 100 de su peso sobre base seca. Después se secan los cristales hasta un contenido nulo de agua libre ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$). La impurificación permitida en el producto es del 0,6 por 100. Calcúlese: ***(a)*** el peso de agua y de aguas madres recirculares que se requieren por cada 100 lb de sulfato de cobre impuro; ***(b)*** el porcentaje de recuperación de sulfato de cobre suponiendo que las aguas madres no recirculadas se desprecian. La solubilidad del $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ a 80 °C es 120 g por 100 g de agua libre y a 25 °C es de 40 g por 100 g de agua libre.

28.2. Una disolución de $MgSO_4$ que contiene 43 por 100 de sólido por cada 100 g de **agua** entra como alimentación de un cristalizador a vacío a 220 "F. El vacío en el cristalizador corresponde a una temperatura de ebullición del agua de 43 °F, y la disolución saturada de $MgSO_4$ tiene una elevación de la temperatura de ebullición de 2 "F.

¿Cuánta alimentación debe de introducirse en el cristalizador para producir 1 tonelada de sal de Epsom ($MgSO_4 \cdot 7H_2O$) por hora?

28.3. Una clasificación ideal del producto en un cristalizador continuo a vacío retendría todos los cristales en su interior hasta que alcanzasen el tamaño deseado, para después abandonarlo [17]. La distribución de tamaño del producto sería uniforme y todos los cristales tendrían el mismo valor de D_p. Un proceso de este tipo cumple las demás restricciones de un cristalizador de suspensión mezclada-producto mezclado excepto que el magma en la unidad es clasificado por tamaños y cada cristal tiene el mismo tiempo de retención y crecimiento. Demuéstrese que para un proceso de este tipo se cumple que

$$m_c = \frac{a\rho_c B^\circ L^4}{4G} \qquad y \qquad \tau = \frac{L_{pr}}{4G}$$

28.4. Supóngase que se ha de cristalizar $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ en un cristalizador ideal con clasificación de producto. Se desea un producto de 1,4 mm. Se estima que la velocidad de crecimiento es 0,2 μm/s. La constante geométrica a es 0,20 y la densidad de los cristales 2300 kg/m^3. Se utilizará una consistencia de magma del 0,35 m^3 de cristales por metro cúbico de aguas madres. ¿Cuál es la velocidad de producción, en kilogramos de cristales por hora y metro cúbico de aguas madres? ¿Qué velocidad de nucleación, en número por hora y metro cúbico de aguas madres se necesita?

28.5. Un cristalizador MSMPR produce una tonelada de producto por hora con un tamaño predominante de 35 mallas. El volumen de cristales por unidad de volumen de magma es 0,15. La temperatura en el cristalizador es 120 °F y el tiempo de retención 2,0 h. Las densidades de los cristales y de las aguas madres son 105 y 83,5 lb/pie^3, respectivamente. *(a)* Represéntese el análisis acumulativo por tamizado del producto teórico. (b) Determínese la velocidad de crecmiento que se requiere, G, y la velocidad de nucleación necesaria, B°.

28.6. Conocidos los resultados sobre el funcionamiento de un cristalizador que opera con cloruro sódico', que para un experimento son

Velocidad de la punta de los álabes u_T = 1350 pies/min

Tiempo de retención = 1,80 h

Tiempo entre dos pasos consecutivos = 35 s

Los parámetros de distribución son:

$$n^\circ = 1{,}46 \times 10^6 \text{ número/cm}^4 \qquad B^\circ = 1{,}84 \text{ número/cm}^3\text{-s}$$

Calcúlese la constante dimensional K_N, utilizando las unidades anteriormente especificadas, y la velocidad de crecimiento en mm/h.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BENNETT, R. C.; FIEDELMAN, H., y RANDOLPH, A. D.: *Chem. Eng. Prog.*, **69**(7):86 (1973).
2. BICHOWSKY, F. R., y ROSSINI, F. D.: «Thermochemistry of Chemical Substances», Reinhold, New York, 1936.
3. BUCKLEY, H. E.: «Crystal Growth», Wiley, New York, 1951.
4. CLONTZ, N. A., y MCCABE, W. L.: *AIChE Symp. Ser.*, núm. 110, **67**:6 (1971).
5. JOHNSON, R. T.; ROUSSEAU, R. W., y MCCABE, W. L.: *AIChE Symp. Ser.*, núm. 121, **68**:31 (1972).

6. LA MER, V. K.: *Znd. Eng. Chem.,* **44**:1270 (1952).
7. MCCABE, W. L.: *Znd. Eng. Chem.,* **21**:30, 121 (1929).
8. MCCABE, W. L., en PERRY, J. C. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 3." ed., p. 1056, McGraw-Hill, New York, 1950.
9. OTTENS, E. P. K.: «Nucleation in Continuous Agitated Crystallizers», Technological University, Delft, 1972.
10. Perry, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., pp. 3-92 a 3-95, McGraw-Hill, New York, 1973.
11. POWERS, H. E. C.: *Znd. Chem.,* **39**:351 (1963).
12. PRECKSHOT, G. W., y BROWN, G. *G.: Znd. Eng. Chem.,* **44**:1314 (1952).
13. RANDOLPH, A. D.: *AZChE J.,* **11**:424 (1965).
14. RANDOLPH, A. D., y LARSON, M. A.: *AZChE J.,* **8**:639 (1962).
15. RANDOLPH, A. D., y LARSON, M. A.: «Theory of Particulate Processes», Academic, New York, 1971.
16. RANDOLPH, A. D.; WHITE, E. T., y Low, C.-C. D.: *Znd. Eng. Chem. Proc. Des & Dev.,* **20**:496 *(1981).*
17. SAEMAN, W. *C.: AZChE J.,* **2**:107 (1956).
18. SEIDELL, A.: «Solubilities», 3.' ed., Van Nostrand, Princeton, N. J., 1940 (suplemento, 1950).
19. STRICKLAND-CONSTABLE, R. F.: «Kinetics and Mechanism of Crystallization», Academic, New York, 1968.
20. STRICKLAND-CONSTABLE, R. F., y MASON, R. E. A.: *Nature,* **197**:4870 (1963).
21. STRICKLAND-CONSTABLE, R. F.: *AZChE Symp. Ser.,* núm. 121, **68**:1 (1972).
22. SUNG, C. Y.; ESTRIN, J., *y* YOUNGQUIST, *G.* R.: *AZChE J.,* **19**:957 (1973).
23. Tai, C. Y.; McCabe, W. L., y ROUSSEAU, R. W.: *AZChE J.,* **21**:351 (1975).
24. TING, H. H., y MCCABE, W. L.: *Znd. Eng. Chem.,* **26**:1201 (1934).
25. VANHOOK, A.: «Crystallization, Theory and Practice», Wiley, New York, 1951.
26. WALTON, A. G.: *Science,* **148**:601 (1965).

CAPITULO

VEINTINUEVE

MEZCLADO DE SOLIDOS Y PASTAS

El mezclado es una operación importante, incluso fundamental, en casi todos los procesos químicos. La mezcla de líquidos se ha tratado en el Capítulo 9. El mezclado de sólidos secos y de pastas viscosas se parece en cierto modo al mezclado de líquidos de baja viscosidad. Ambos procesos, implican la interposición de dos o más componentes separados para formar un producto más o menos uniforme. Algunos de los equipos que se utilizan normalmente para la mezcla de líquidos pueden usarse a veces para mezclar sólidos y pastas, y viceversa.

Sin embargo, hay diferencias significativas entre los dos procesos. La mezcla de líquidos depende de la creación de corrientes de flujo que transportan el material no mezclado hasta la zona de mezcla adyacente al agitador. En el caso de pastas viscosas o masas de partículas sólidas no se producen tales corrientes y el mezclado tiene lugar por otros procedimientos. En consecuencia, normalmente se requiere mucha más energía para el mezclado de pastas y sólidos secos que para la mezcla de líquidos.

Otra diferencia consiste en que los líquidos mezclados dan lugar a un producto «bien mezclado», que generalmente conduce a una fase líquida homogénea, de la cual, las muestras tomadas al azar tienen todas la misma composición, aun siendo de tamaño muy pequeño. En el mezclado de pastas y polvos, el producto suele constar de dos o más fases fácilmente identificables. A partir de un producto «bien mezclado» de este tipo, las pequeñas muestras tomadas al azar diferirán notablemente en su composición; de hecho, las muestras de cualquier mezcla dada pueden tener un tamaño superior a un cierto valor crítico (varias veces el tamaño de las partículas individuales más grandes de la mezcla).

El mezclado es más difícil de definir y evaluar para sólidos y pastas que para el caso de líquidos. Las medidas cuantitativas del mezclado se tratan más adelante en este capítulo y sirven de ayuda para evaluar la eficacia del mezclado, pero en la práctica industrial la prueba de un mezclador reside en las propiedades fínales del material mezclado. Por ejemplo, una pasta «bien mezclada» es la que tiene las propiedades necesarias: uniformidad visual, elevada resistencia, velocidad de combustión uniforme o cualquier otra característica deseada. Un buen

mezclador es el que produce el producto bien mezclado con el menor coste global.

El mezclado de pastas espesas, sólidos plásticos y caucho es más un arte que una ciencia. Las propiedades de los materiales a mezclar varían enormemente de un proceso a otro. Aun en el caso de materiales sencillos, éstos pueden ser notablemente diferentes durante distintos tiempos a lo largo de la operación de mezclado. Una carga puede comenzar siendo un polvo seco que fluye libremente, hacerse pastosa por la adición de líquido, espesa y gomosa a medida que avanza el proceso y, tal vez después, seca, granular y que fluye libremente de nuevo. Ciertas propiedades indeterminadas del material, tales como «espesamiento», «adherencia» y humectabilidad, son tan importantes para estos problemas de mezclado como la viscosidad y la densidad. Los mezcladores de pastas y masas plásticas tienen que ser, sobre todo, versátiles. En un determinado problema, el mezclador elegido tiene que poder tratar el material en las peores condiciones, lo que puede condicionar su eficacia durante otras partes del ciclo de mezclado. Por tanto, tal como ocurre también con otros equipos, la elección de un mezclador para materiales espesos resulta con frecuencia un compromiso entre las condiciones de operación extremas y la calidad del producto final.

Tipos de mezcladores. El equipo de mezclado para pastas, caucho y masas plásticas se utiliza cuando el material es demasiado viscoso o plástico para fluir fácilmente hasta la zona de succión de un agitador y no se pueden crear corrientes de flujo. En estos casos, el material tiene que ser conducido hasta el agitador, o bien el agitador tiene que recorrer todas las partes del sistema de mezclado. La acción en este tipo de máquinas puede describirse como «una combinación de cizalladura de baja velocidad, molturación, frotamiento, estirado y compresión»[2]. La energía mecánica se aplica directamente a la masa de material mediante partes móviles. En los mezcladores cerrados, como pueden ser los Banbury, la pared interior de la carcasa actúa como una parte del sistema de mezclado y toda la acción de mezclado ocurre junto a las partes móviles. Las holguras entre los brazos o rotores del mezclador y la pared de la carcasa son pequeñas. Las fuerzas generadas en estos mezcladores son grandes; el equipo debe estar robustamente construido, y el consumo de energía es elevado. El calor generado por unidad de masa tratada es suficiente para requerir refrigeración; de lo contrario la temperatura acanzaría un valor peligroso para el equipo o para el material mezclado.

Los mezcladores para polvos secos comprenden máquinas que se utilizan también para pastas duras y otras que están restringidas para polvos que fluyen libremente. La mezcla tiene lugar debido a la agitación a baja velocidad por el agitador, o por deslizamiento centrífugo e impacto. Estos mezcladores son de construcción relativamente ligera, por lo menos en comparación con mezcladoras para pastas plásticas correosas, y su consumo de energía por unidad de masa de material mezclado es moderado.

Los límites entre los campos de aplicación de los distintos tipos de mezcladores no son nítidos. Los mezcladores de agitación que se han descrito en el Capítulo 9 no se utilizan habitualmente cuando la viscosidad es superior a aproximadamente 2 kP, especialmente si el líquido es no newtoniano. Las amasa-

doras y los mezcladores de extrusión operan con pastas espesas y masas plásticas; los rodetes de impacto sólo se utilizan para polvos secos. Sin embargo, otros tipos de mezcladores pueden operar con líquidos, pastas, sólidos plásticos y polvos.

MEZCLADORES PARA PASTAS Y MASAS PLASTICAS

Los mezcladores que se describen en esta sección son de cubetas intercambiables; amasadoras, dispersores y masticadores; amasadoras continuas; mezcladores-extrusores; rodillos mezcladores; mezcladores de moletas y cubeta; y batidoras.

Mezcladores de cubetas intercambiables. Estos dispositivos pueden mezclar líquidos o pastas ligeras, como ocurre en el procesado de alimentos o en la fabricación de pinturas. Una cubeta intercambiable, de 20 a 400 litros de capacidad, contiene el material objeto de mezclado. En el modelo que se muestra en la Figura 29.1*a*, el agitador consta de varias placas verticales, o dedos, solidarias con un cabezal rotatorio y situadas cerca de la pared de la cubeta. Las placas están ligeramente alabeadas. El agitador va montado excéntricamente con respecto al eje de la cubeta, que a su vez está sujeta a un soporte que gira en dirección contraria a la del agitador, de tal forma que durante la operación todo el líquido o pasta contenidos en la cubeta son llevados hasta las placas para ser mezclados. Cuando la mezcla ha terminado, se levanta el cabezal del agitador retirando así las placas fuera de la cubeta. Se limpian entonces las placas y se sustituye la cubeta por otra que contiene una nueva carga..

En la batidora de la Figura 29.1*b* el vaso o cubeta son estacionarios. El agitador tiene un movimiento planetario. A medida que gira también se desplaza, de forma que recorre todas las partes del vaso. Las batidoras se diseñan de forma que las paletas pasan muy cerca de las paredes y del fondo del vaso de mezclado.

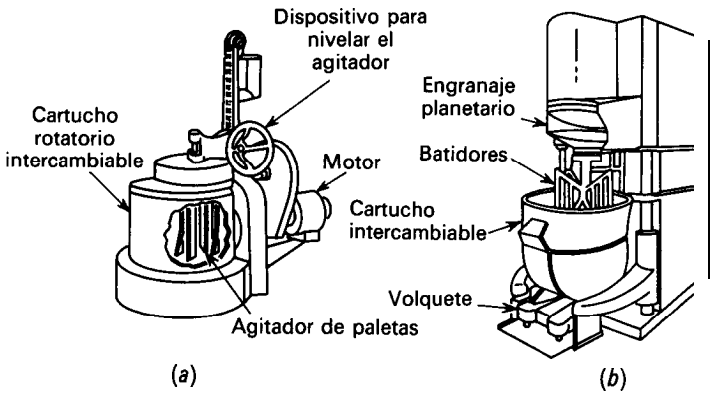


Figura 29.1. Mezcladores de pastas con doble movimiento: (*a*) mezclador de cubeta; (*b*) batidora.

Amasadoras, dispersores y masticadores. El amasado es un método de mezclado que se utiliza con sólidos plásticos o deformables. Aplastan la masa, la remueven sobre sí misma y la aplastan nuevamente. La mayor parte de las amasadoras también desgarran y cortan la masa por la acción de una pala móvil y una superficie estacionaria. La energía que se requiere es relativamente grande aun con materiales poco viscosos; cuando la masa se vuelve dura y elástica el consumo de energía se hace muy grande.

La ***amasadora de dos brazos*** se utiliza para tratar suspensiones, pastas y masas plásticas ligeras. Sus aplicaciones típicas son la preparación de bases de laca a partir de pigmentos y desmenuzamiento de borras de algodón en ácido acético y anhídrido acético para formar acetato de celulosa. El ***dispersor*** es de construcción más robusta y admite más potencia que una amasadora; se emplea para incorporar aditivos y colorantes en materiales espesos. Un ***masticador o masticadora es*** todavía más robusto y también admite más potencia. Puede desmenuzar trozos de goma y tratar las masas plásticas más duras que puedan presentarse. Las masticadoras se denominan con frecuencia ***mezcladores intensivos.***

En todos estos tipos de aparatos el mezclado se realiza por medio de dos robustas palas dispuestas paralelamente sobre ejes horizontales que giran cerca de un fondo con forma de silla de montar. Las palas o brazos giran uno en sentido contrario del otro en la parte superior arrastrando la masa hacia abajo, donde sufre un efecto de cizalla entre las palas y el fondo. Los círculos de rotación de las palas son generalmente tangenciales, de forma que pueden girar a distintas velocidades con una relación deseada. La relación óptima es del orden de $1\frac{1}{2}$:1. En algunos aparatos las palas se solapan y giran con la misma velocidad o con una relación de velocidades 2:1. En la Figura 29.2 se muestra una pequeña amasadora de dos brazos con palas tangenciales.

En la Figura 29.3 se presentan algunos diseños de palas de mezcla para diferentes fines. La pala en forma de sigma que parece a la izquierda se utiliza para el amasado con carácter general. Sus bordes pueden estar dentados para provocar una acción de desgarro. La pala de doble arrastre, o de cola de pez, situada en el centro, resulta especialmente eficaz para dispersar polvos o líquidos en masas plásticas o gomosas. Las palas de un masticador son todavía más robustas, teniendo a veces un diámetro poco mayor que los ejes que las mueven. También se utilizan palas de masticadoras planas, elípticas y en forma de espiral.

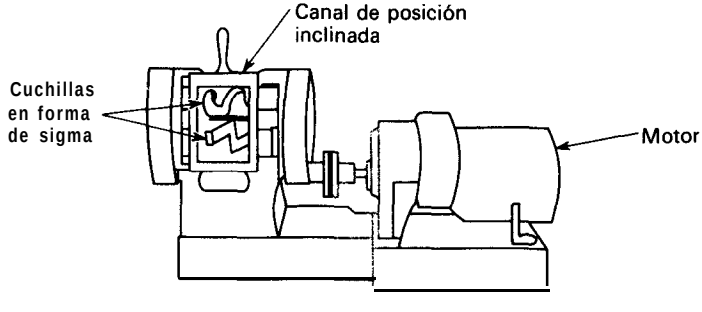


Figura 29.2. Mezcladora de dos brazos.

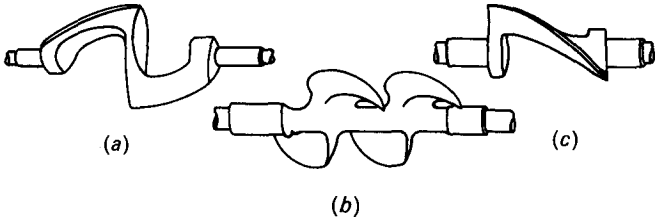


Figura 29.3. Palas de amasadoras y dispersores: (a) pala en forma de sigma; (b) pala de doble arrastre; (c) pala de dispersor.

El material que se ha de amasar se coloca en la cubeta y se somete a mezclado durante 5 a 20 minutos como mínimo. Algunas veces es preciso calentar la masa contenida en el interior de la amasadora, pero lo más frecuente es que haya que enfriar para retirar el calor que se genera por la acción de mezclado. Normalmente, la cubeta se descarga inclinándola para que salga su contenido; en otros casos se voltea mediante la acción de unos engranajes al efecto. En los masticadores, ambos ejes son accionados independientemente, a veces desde ambos extremos, de forma que la cubeta hay que descargarla a través de una abertura situada en el fondo.

En muchas amasadoras la cubeta está abierta, pero en algunos diseños, llamados ***mezcladores internos,*** la cámara de mezclado está cerrada durante el ciclo de operación. Por tanto, en la amasadora que se muestra en la Figura 29.2 se puede utilizar una tapadera cuya cara inferior se ajusta al volumen barrido por las palas. Estos mezcladores no se pueden inclinar. Este tipo se utiliza para disolver gomas y para dispersar gomas en líquidos. El mezclador interno más frecuentemente utilizado es el ***mezclador de Banbury*** que se muestra en la Figura 29.4. Se trata de un mezclador de dos brazos para servicio pesado en el que los agitadores tienen la forma de espirales interrumpidas. Los ejes giran entre 30 y 40 rpm. Los sólidos se cargan por la parte superior y se mantienen dentro de la cubeta durante el mezclado mediante un émbolo accionado por aire a presiones comprendidas entre 1 y 10 atm. El material se descarga a través de una puerta deslizante situada en el fondo de la cubeta. Los mezcladores Banbury tratan gomas y sólidos plásticos, mastican caucho crudo, desvulcanizan trozos de caucho y preparan dispersiones acuosas y disoluciones de gomas. También realizan los mismos trabajos que las amasadoras pero en menor tiempo y con cargas más pequeñas. El calor que se genera durante la operación se elimina mediante una lluvia de agua de refrigeración sobre las paredes de la cámara de mezclado, que se recircula a través de los ejes huecos del agitador.

Amasadoras continuas. Los aparatos descritos hasta ahora operan por cargas con cantidades de material relativamente pequeñas. Cuanto más difícil resulta la mezcla del material, más pequeña tiene que ser la carga. Muchos procesos industriales son continuos, con flujo continuo estacionario de entrada y salida de las unidades; en tales procesos no se puede incorporar fácilmente equipos que operan en discontinuo. Las amasadoras continuas pueden operar con materiales

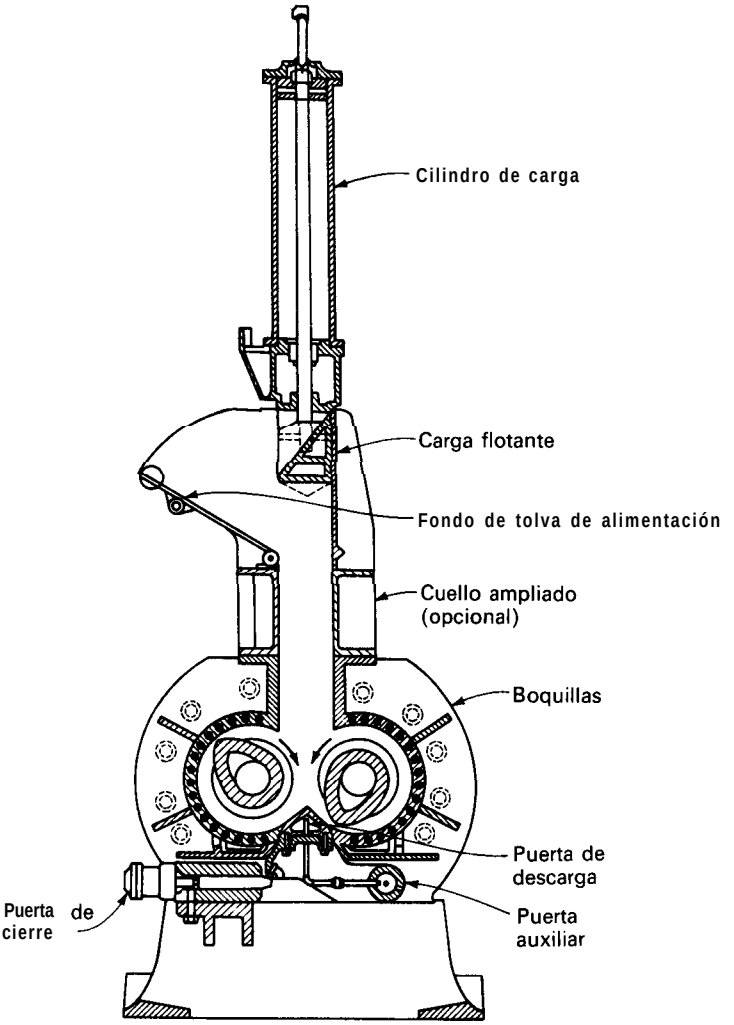


Figura 29.4. Mezcladora interna Banbury®. (*Farrel Co.*)

ligeros o no muy duros. En un diseño típico, como es la amasadora Ko-Kneader, su único eje horizontal, que gira lentamente en una cámara de mezclado, dispone en su superficie de varias filas de dientes en forma de espiral, que favorece el desplazamiento de la masa a través de la cámara. Los dientes del rotor pasan muy próximos a los dientes fijos de la pared de la carcasa. El eje gira y está provisto, además, de un movimiento axial de vaivén. El material atrapado entre los dientes es desgarrado en las direcciones longitudinal y axial y está sometido también a una acción de cizalladura radial. Los sólidos que entran en la máquina cerca del final del motor del rotor, se descargan a través de una abertura que rodea al cojinete del eje, el cual está situado en el extremo opuesto de la cámara

de mezclado. La cámara consiste en una cubeta abierta para el caso de sólidos ligeros y un cilindro cerrado si se opera con masas plásticas. Los aparatos pueden mezclar varias toneladas por hora de materiales duros, pastosos o gomosos.

Mezcladores-extrusores. Si la abertura de carga de la amasadora Ko-Kneader se cierra cubriéndola con una boquilla de extrusión, las palas inclinadas del rotor generan una presión considerable en el material. La mezcla es cortada y doblada mientras permanece en la cámara de mezcla y está sometida a una cizalladura adicional a medida que fluye a través de la boquilla. Otros mezcladores-extrusores funcionan de la misma forma: contienen uno o dos ejes horizontales, con movimiento rotatorio, que no de vaivén, que llevan una hélice o bien palas situadas en disposición helicoidal. La presión se genera reduciendo el paso de la hélice cerca de la descarga, reduciendo el diámetro de la cámara de mezclado, o bien por ambos efectos. Los mezcladores-extrusores operan de forma continua con materiales termoplásticos, pastas, arcillas y otros materiales difíciles de mezclar. Algunos están provistos de un encamisado para calefacción y de conexiones de descarga de vapor para permitir retirar el agua o disolvente procedentes del material sometido a procesado.

Mezcladores de rodillos. Otra forma de someter las pastas y sólidos deformables a un intenso esfuerzo cortante consiste en hacerlos pasar entre rodillos metálicos lisos que giran a velocidades diferentes. Mediante pasos repetidos entre tales rodillos de mezcla se pueden dispersar correctamente aditivos sólidos en materiales pastosos o plásticos duros. Los molinos continuos para el mezclado de pastas contienen de tres a cinco rodillos horizontales, situados unos encima de otros en una bancada vertical. Las pastas pasan sucesivamente desde los rodillos más lentos hacia los más rápidos. Las pastas y productos gomosos se pueden tratar en molinos de rodillos discontinuos con dos rodillos dispuestos en el mismo plano horizontal. Los sólidos son recogidos por el rodillo más rápido, cortados en ángulo por el operador y doblados para ser introducidos entre los rodillos. Los aditivos se rocían sobre el material durante la operación. Los molinos de rodillos discontinuos requieren grandes tiempos de mezclado y una cuidadosa atención por parte del operador, de forma que en buena medida han sido desplazados por los mezcladores internos y las amasadoras continuas.

Mezcladores de moletas. Una mezcladora de moletas produce una acción de mezclado diferente a la de los demás aparatos. El moleteado es una acción de frotamiento similar a la que tiene lugar en un mortero. En el tratamiento a gran escala esta acción es efectuada por los anchos y pesados volantes que se muestran en la Figura 29.5. En este particular diseño de moleteadora el recipiente es estacionario y el eje vertical central es móvil, dando lugar a que los volantes de la moleteadora rueden en un recorrido circular sobre una capa de sólidos situados en el fondo del recipiente. La acción de frotamiento se produce como consecuencia del deslizamiento de los volantes sobre los sólidos. Unas rasquetas llevan los sólidos debajo de los volantes de la moleteadora, o hasta una abertura situada en el fondo del recipiente, al final del ciclo, para ser descargados. En otro tipo de

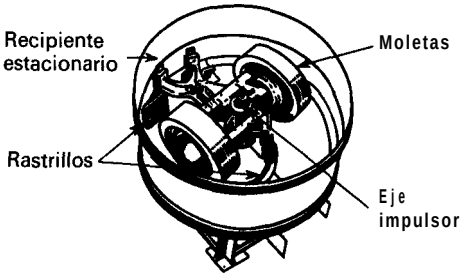


Figura 29.5. Mezcladora de moletas.

diseño el eje de los volantes se mantiene estacionario mientras' que el recipiente gira, en tanto que en otros volantes no estan centrados en el recipiente sino ladeados, y tanto los volantes como el recipiente son móviles. Las rasquetas de mezclado pueden sustituirse por volantes de moleta para dar lugar al llamado ***mezclador de cubeta.*** Las moleteadoras son buenos mezcladores para cargas de sólidos duros y pastas; son especialmente eficaces para recubrir uniformemente las partículas de sólidos granulares con una pequeña cantidad de líquido. También existen mezcladores de moletas continuos con dos cubetas de mezclado dispuestas en serie.

Batidoras. En una batidora, el mezclado se realiza por medio de palas o cuchillas dispuestas helicoidalmente sobre un eje horizontal que gira en un recipiente abierto o en un cilindro cerrado. Los sólidos entran continuamente por un extremo de la cámara de mezclado y salen por el otro. Mientras se encuentran en la cámara, los sólidos son cortados, mezclados y desplazados hacia adelante para ser tratados por cada una de las sucesivas cuchillas. Los molinos de un solo eje utilizan una cámara de mezclado cerrada, mientras que los molinos abiertos de dos ejes se emplean cuando se necesita un mezclado más minucioso y rápido. La cámara de la mayoría de los molinos cerrados es cilíndrica, pero en algunos casos son de sección poligonal con el fin de evitar que los molinos pegajosos sean arrastrados alrededor del eje. Las batidoras mezclan y homogeneizan arcillas, desmenuzan aglomerados de sólidos plásticos y mezclan líquidos con sólidos para formar suspensiones espesas. A veces operan a vacío para desairear arcilla u otros materiales.

Consumo de potencia. Para mezclar masas plásticas espesas se requieren grandes cantidades de energía. El material tiene que ser desgarrado en elementos que se mueven con distintas velocidades, doblado, recombinado y desgarrado de nuevo. En los mezcladores continuos el material tiene que ser transportado también a través de la máquina. Solamente una parte de la energía suministrada al equipo es directamente utilizada para el mezclado en sí y, en la mayoría de los aparatos, esta parte útil es pequeña. Probablemente los mezcladores que tratan intensamente pequeñas cantidades de material, dividiéndolo en elementos muy pequeños, utilizan más eficazmente la energía que los que operan lentamente con grandes cantidades de material. Las máquinas que tienen poco peso por kilogramo de material procesado consumen menos energía que las más pesadas. Para

igualdad de las demás condiciones, cuanto más corto es el tiempo de mezclado para alcanzar el grado de uniformidad deseado en el material, mayor es la fracción utilizada de la energía comunicada. Sin embargo, con independencia del diseño de la máquina, la energía que se requiere para accionar un mezclador para pastas y sólidos deformables es muchas veces mayor que la que se necesita para un mezclador de líquidos. La energía suministrada aparece como calor, que ordinariamente tiene que ser eliminado para evitar el deterioro de la máquina o del material tratado.

Criterios de eficacia de un mezclador: índice de mezcla. El funcionamiento de un mezclador industrial se caracteriza de acuerdo con el tiempo que se requiere, la carga de energía y las propiedades del producto final. La relación entre el dispositivo de mezclado y las propiedades deseadas para el material mezclado varía ampliamente de un caso a otro. A veces se requiere un muy alto grado de uniformidad, otras una rápida acción de mezclado o, incluso, un consumo mínimo de energía.

El grado de uniformidad de un producto mezclado, medido por el análisis de un número de muestras puntuales, es una medida válida de la eficacia del mezclado. Los mezcladores actúan sobre dos o más materiales separados para interponerlos, casi siempre, en una distribución al azar. Una vez que uno de los materiales está distribuido al azar en el otro, se puede considerar que la mezcla es completa. Tomando como base estos conceptos, para medir el mezclado de pastas se ha desarrollado un procedimiento estadístico en la forma que se indica a continuación.

Considérese una pasta a la que se ha añadido algún tipo de material trazador fácilmente analizable, siendo μ la fracción media global de trazador en la mezcla. Tómese un pequeño número de pequeñas muestras al azar en varios puntos de la pasta mezclada y determínese la fracción de trazador x_i en cada uno de ellas. Sea N el número de muestras puntuales y $\bar{x}$ el valor medio de las concentraciones medidas. Cuando N es muy grande, $\bar{x}$ será igual que μ, mientras que cuando N es pequeño ambas magnitudes pueden ser apreciablemente diferentes. Si la pasta estuviese perfectamente mezclada (y cada uno de los análisis fuese perfectamente exacto), cada valor medido de x_i sería igual a $\bar{x}$. Si la mezcla no es completa, los valores medidos de x_i difieren de $\bar{x}$ y su desviación estándar con respecto al valor medio de $\bar{x}$ es una medida de la calidad de la mezcla. Esta desviación estándar se estima a partir de los resultados analíticos por medio de la ecuación

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^{N} x_i}{N - 1}} \qquad (29.1)$$

El valor de s es una medida relativa del mezclado, válida solamente para ensayos de un material específico en un mezclador dado. Su significado varía con la cantidad de trazador en la mezcla; una desviación estándar de 0,001 será mucho más significativa si μ es 0,01 que cuando $\mu = 0{,}5$. Además, s tiende hacia cero a medida que avanza la mezcla, de forma que un valor bajo indica una buena mezcla. Una medida más general[5], que es independiente de la cantidad de

trazador, y que aumenta cuando mejora el proceso de mezclado, es la inversa de la relación entre s y la desviación estándar para mezclado cero, σ_0. Antes de que haya comenzado el mezclado, el material a tratar se encuentra como en dos capas, una de las cuales no contiene material trazador y otra formada por sólo el trazador. El análisis de las muestras de la primera capa conduciría a $x_i = 0$, mientras que en la otra capa $x_i = 1$. En estas condiciones la desviación estándar viene dada por

$$\sigma_0 = \sqrt{\mu(1 - \mu)} \tag{29.2}$$

donde μ es la fracción global de trazador en la mezcla. El índice de mezcla para pastas, I_p, de acuerdo con las Ecuaciones (29.1) y (29.2), viene dado por

$$I_p = \frac{\sigma_0}{s} = \sqrt{\frac{(N - 1)\mu(1 - \mu)}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^{N} x_i}} \tag{29.3}$$

En el siguiente ejemplo se ilustra el cálculo de I_p a partir de datos experimentales.

Ejemplo 29.1. Un suelo que contiene 14 por 100 de humedad se ha mezclado en un gran mezclador de moletas con 10,00 por 100 en peso de un trazador consistente en dextrosa y ácido pícrico. Después de 3 minutos de mezclado, se tomaron 12 muestras al azar de la mezcla y se analizaron colorimétricamente los contenidos de colorante en las mismas. Las concentraciones medidas en las muestras expresada en tanto por ciento en peso de trazador, fueron 10,24, 9,30, 7,94, 10,24, 11,08, 10,03, 11,91 9,72, 9,20, 10,76, 10,97, 10,55. Calcúlese el índice de mezcla I_p.

SOLUCIÓN

Para este caso $\mu = 0{,}10$ y N = 12; $\bar{x} = \sum x_i/N = 1{,}2194/12 = 0{,}10617$. (Para mejorar la exactitud en los cálculos es preciso operar con un elevado número de cifras decimales.) Sustituyendo en la Ecuación (29.3) se obtiene

$$I_p^2 = \frac{(12 - 1) \times 0{,}10(1 - \text{OJO})}{0{,}1251028 - (\text{OJO1617} \times 1{,}2194)}$$

$$I_p = 28{,}8$$

Con solamente 12 muestras el grado de incertidumbre de este número es grande, de forma que para establecer I_p con precisión será necesario disponer de muchas más muestras individuales.

En cualquier proceso discontinuo de mezclado I_p vale la unidad al comienzo, para ir aumentado a medida que progrese la mezcla. En la Figura 29.6 se presentan algunos resultados típicos del mezclado de suelos naturales en una pequeña amasadora de dos brazos como la de la Figura 29.2. En teoría I_p debería tender hacia infinito a medida que transcurre el tiempo de mezclado, pero en realidad no ocurre así por dos razones: (1) el mezclado nunca es totalmente completo; (2) salvo que los métodos analíticos sean extraordinariamente precisos, los valores medidos de x_i nunca concuerdan exactamente entre sí o con $\bar{x}$, e I_p adquiere un valor finito aun para materiales perfectamente mezclados. Tal como

muestra la Figura 29.6, el índice de mezcla para arena aumenta rápidamente hasta un valor elevado y luego tiende a permanecer constante. Para el caso de partículas más finas y materiales con plasticidad creciente, el modelo es el mismo pero, dado que el mezclado es más lento, el valor límite de I_p es más pequeño. Este valor límite máximo de I_p para materiales «completamente mezclados» varía con la consistencia de los materiales que se someten a procesado con la eficacia del mezclador y con la precisión de los métodos analíticos. Su valor típico está comprendido entre 10 y 150.

La velocidad de mezclado, medida por la velocidad de variación de I_p con el tiempo, varía sensiblemente con el tipo de mezclado y con la naturaleza del material a tratar. Por ejemplo, en un mezclador de dos brazos, la arcilla pulverulenta se mezcla mucho más rápidamente seca, que cuando está muy húmeda, casi como arcilla líquida. La arcilla con una humedad intermedia y una consistencia plástica dura se mezcla rápidamente pero requiere un consumo de energía mucho mayor que cuando está muy seca o muy húmeda[5].

La eficacia de un determinado tipo de mezclador depende también de la naturaleza y consistencia del material que se ha de mezclar. Por ejemplo, los mezcladores de moletas conducen a un mezclado rápido y a elevados valores límite de I_p cuando operan con sólidos arenosos granulares pero, por el contrario, el mezclado es lento y deficiente con pastas plásticas o pegajosas. Aun así, algunos mezcladores continuos, como la amasadora Ko-Kneader, mezclan materiales plásticos más eficazmente que sólidos granulares que fluyen libremente.

El índice de mezcla está relacionado, por lo menos en algunos casos, con las propiedades físicas del material objeto de mezclado. Por ejemplo, la resistencia a la compresión de muestras de arcilla estabilizadas con cemento portland se ha

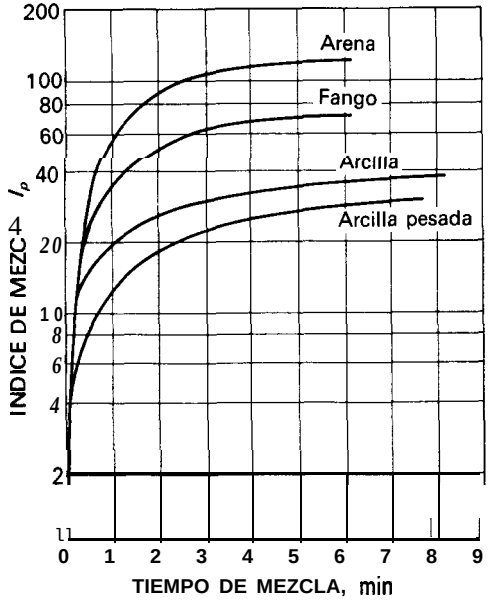


Figura 29.6. Indice de mezcla para el mezclado en una amasadora de laboratorio de dos brazos. (*Smith*[7].)

relacionado [1] con los valores de I_p. Se encontraron bajas resistencias para valores pequeños de I_p, mientras que los valores altos de I_p correspondían a resistencias extraordinariamente elevadas de las muestras estabilizadas.

Mezcla axial. En el mezclador estático que se describe en el Capítulo 9, página 271, los dos fluidos se mezclan correctamente en el sentido radial para una sección transversal cualquiera pero, en cambio, hay poca mezcla en la dirección axial o longitudinal. El comportamiento del fluido se aproxima al de flujo pistón, en el que no existe mezcla axial. En algunos mezcladores continuos de pastas también hay poca mezcla axial, que es una característica deseable en ciertas operaciones de mezclado o en reacciones químicas; en otros tipos de mezcladores la mezcla axial puede ser significativa.

En mezcladores de pastas el grado de mezcla axial se mide mediante la inyección de un trazador en la alimentación, durante un corto período de tiempo, y siguiendo la concentración de trazador en la corriente de salida. Resulta típico que el trazador aparezca en la salida algo antes de lo que cabría esperar atendiendo al tiempo medio de resistencia en el mezclador. Su concentración a la salida aumenta hasta un valor máximo, para después disminuir hacia cero a medida que transcurre el tiempo. La altura del máximo y el tiempo que se requiere para que todo (o casi todo) el trazador sea descargado constituyen medidas del grado de mezcla axial.

Los resultados de estos ensayos con trazador se expresan normalmente en función de una difusividad E. Una difusividad baja indica que hay poca mezcla axial, mientras que un valor elevado corresponde a una gran mezcla axial. Evidentemente, es deseable un pequeño valor de E cuando resulta más conveniente el flujo pistón, como es el caso de reactores químicos en los que debe evitarse la mezcla de los reactantes con los productos. Cuando se requiere mezcla axial para mezclar porciones sucesivas de la alimentación del mezclador, como por ejemplo, para amortiguar pequeñas fluctuaciones de la composicín de la alimentación o la relación de los componentes de la alimentación, un valor elevado de, E es deseable. Se dispone de ecuaciones* para predecir E a partir de los datos trazador-tiempo a la salida del mezclador. Para mezcladores de palas con dos ejes, los valores típicos de E están comprendidos entre $0{,}02UL$ a $0{,}2UL$, donde U es la velocidad longitudinal del material en el mezclador y L *es* la longitud del mezclador.

La relación $U\,L/E$ *se* conoce como *número de Peclet* N_{Pe}. Por tanto, para mezcladores de palas, N_{Pe} está comprendido entre 5 y 50. Para algunos diseños de agitadores, N_{Pe} es grande y disminuye al aumentar la velocidad del rotor; con otros diseños, sin embargo, es pequeño y virtualmente independiente de la velocidad del rotor'.

MEZCLADORES PARA POLVOS SECOS

Muchos de los aparatos descritos en la última sección pueden mezclar sólidos cuando están secos y fluyen libremente, lo mismo que cuando están húmedos o

son pastosos, elásticos o plásticos. Ejemplos de los mismos son las moleteadoras, los mezcladores de cubeta y las batidoras. Estos aparatos, versátiles, son necesarios cuando las propiedades del material varían notablemente durante la operación de mezclado. Sin embargo, estos dispositivos son en general menos eficaces con polvos secos que con otros materiales, más robustos, y consumen mayor energía de la que sería precisa para sólidos desmenuzados que fluyen libremente.

Los aparatos más ligeros que anteriormente se han descrito pueden operar con polvos secos y, a veces, con pastas suaves. Actúan mediante mezclado mecánico, como en el caso de mezcladores de cintas, por repetida elevación y caída del material, así como por volteo del mismo, como en los mezcladores basculantes y de tornillo vertical; o bien desgarrando el producto para obtener una capa delgada sobre el disco rotatorio o el volante de impacto.

Mezcladores de cintas. Un mezclador de cintas consiste en una cubeta horizontal provista de un eje central y un agitador de cintas helicoidales. En la Figura 29.7 se presenta un mezclador típico. Incorpora sobre un mismo eje dos cintas que actúan en sentidos contrarios, una de ellas desplazando lentamente el sólido en una dirección, mientras que la otra se mueve rápidamente en sentido contrario. Las cintas pueden ser continuas o no. El mezclado resulta como consecuencia de la «turbulencia» inducida por los agitadores de sentido contrario y no del movimiento de los sólidos a través de la cubeta. Algunos mezcladores de cintas operan por cargas, mientras que otros trabajan en continuo, introduciendo la alimentación de sólidos por un extremo y descargándolos por el otro. La cubeta está abierta o ligeramente tapada en el caso de servicio suave y, cerrada, con paredes gruesas, en el caso de operación a presión o a vacío. Los mezcladores de cintas resultan eficaces para pastas poco espesas 0 para polvos que no fluyen fácilmente. Algunas unidades discontinuas son muy grandes, pudiendo cargar hasta 30000 litros de material. Su requerimiento energético es moderado.

Mezcladores de tornillo interno. Los granos que fluyen libremente y otros sólidos ligeros se suelen mezclar en un tanque vertical provisto de un transportador helicoidal que eleva y conduce el material. Existen numerosos diseños comerciales. En el tipo que se muestra en la Figura 29.8, la hélice de doble movimiento se desplaza formando una órbita alrededor del eje central de un recipiente cónico,

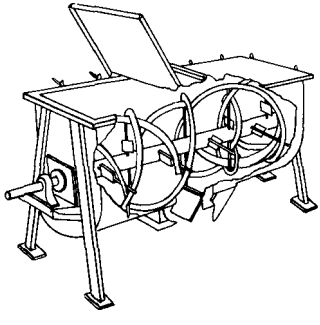


Figura 29.7. Mezclador de cintas.

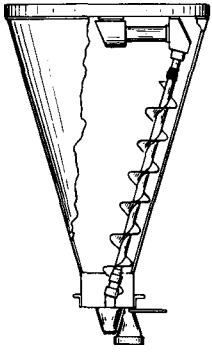
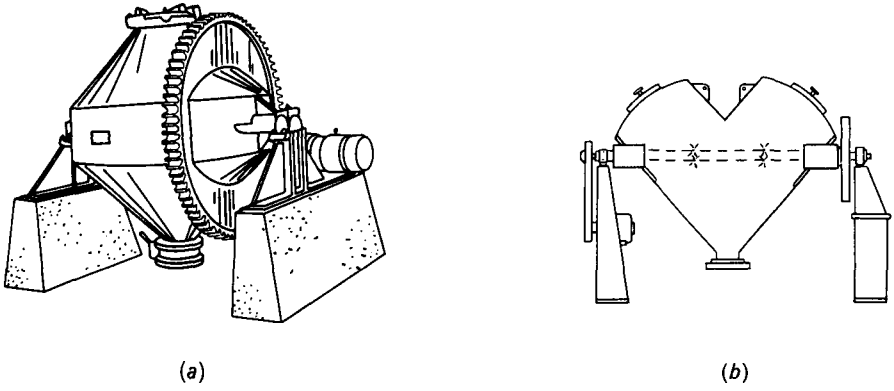


Figura 29.8. Mezclador de tornillo interno. (Tipo orbital.)

que recorre todas las partes del mezclador. La mezcla es generalmente más lenta que en los mezcladores de cintas pero el consumo de energía es algo menor.

Mezcladores de volteo. Muchos materiales se mezclan volteándolos en un contenedor parcialmente lleno que gira alrededor de un eje horizontal. Los molinos de bolas que se describen en el Capítulo 27 también se utilizan en ocasiones como mezcladores. Sin embargo, la mayor parte de los mezcladores de volteo no contienen elementos de molienda. Por ejemplo, los tambores de volteo se parecen a los molinos de bolas desprovistos de las mismas. Mezclan eficazmente suspensiones de sólidos densos en líquidos y polvos secos pesados. Otros mezcladores de volteo, tales como el que se muestra en la Figura 29.9, solamente operan con sólidos secos ligeros. El mezclador de doble cono que se muestra en (a) es un aparato de uso común para polvos que fluyen libremente. La carga se introduce en el cuerpo del aparato por la parte superior, hasta llenarlo en un 50-60 por 100. Los extremos del contenedor se cierran y los sólidos se voltean durante 5 a 20 minutos. Se para la máquina y el material se retira por el fondo del contenedor, pasando a un sistema de transporte o a un depósito. El mezclador de tambores



(*a*) (*b*)

Figura 29.9. Mezcladores de volteo: (a) mezclador de doble cono; (6) mezclador de tambores gemelos.

gemelos que se presenta en (b) está formado por dos cilindros unidos en V y gira alrededor de un eje horizontal. Como en el mezclador de doble cono, puede contener pulverizadores internos para introducir pequeñas cantidades de liquido en el mezclador o, también, dispositivos accionados mecánicamente para desmenuzar los aglomerados de sólidos. Los mezcladores de tambores gemelos son más eficaces en algunas operaciones. de mezcla que los mezcladores de doble cono. Los mezcladores de volteo se construyen en una gran variedad de tamaños y materiales. Generalmente consumen algo menos potencia que los de cintas.

Un método para el cambio de escala en este tipo de mezcladores se basa en mantener constante el número de Froude n^2L/g, siendo L una longitud característica del equipo, n la velocidad de rotación y g la aceleración de la gravedad[3]. Wang y Fan[9] tratan con detalle los procedimientos para el cambio de escala en mezcladores de volteo.

Volantes de impacto. Los polvos linos y ligeros, tales como insecticidas, se mezclan de forma continua esparciéndolos en una delgada capa por acción de la fuerza centrifuga. Simultáneamente se suelen agregar de forma continua distintos ingredientes sólidos premezclados, cerca del centro de un disco giratorio de alta velocidad de 10 a 27 pulg de diámetro, que los proyecta hacia fuera dentro de una carcasa estacionaria. Las intensas fuerzas de cizalla, que actúan sobre los polvos durante su recorrido sobre la superficie del disco, dan lugar a un completo mezclado de los distintos materiales. En algunas máquinas el disco es vertical mientras que en otras es horizontal. El molino de fricción que se representa en la Figura 27.8 es un eficaz mezclador de este tipo. En algunos dispositivos, diseñados para mezclado sin reducción de tamaños, la alimentación premezclada se introduce en un doble rotor horizontal provisto de pernos verticales cortos cerca de su periferia para aumentar la eficacia de mezclado. Para sólidos fáciles de mezclar, un disco de 14 pulg gira a 1750 rpm. A veces se requieren varios pasos a través de la misma máquina o a través de varias máquinas en serie. Para obtener buenos resultados, la alimentación premezclada de un volante de impacto debe ser bastante uniforme ya que de esta forma casi no hay retención de material en el mezclador ni oportunidad para la recombinación de los materiales que han pasado con el que entra. Los volantes de impacto pueden mezclar de 1 a 25 toneladas por hora de polvos ligeros que fluyen libremente.

Indice de mezcla para sólidos granulares. La eficacia de un mezclador de sólidos se mide por un procedimiento estadístico muy parecido al utilizado para pastas. Se toman al azar muestras puntuales de la mezcla y se analizan. La desviación estándar de los análisis s con respecto a su valor medio x se estima, como en el caso de pastas, a partir de la Ecuación (29.1).

En el caso de los sólidos granulares el índice de mezcla se basa, no en las condiciones para mezclado cero, sino sobre la desviación estándar que se observaría con una mezcla perfecta al azar. Para pastas, suponiendo que los análisis sean muy precisos, este valor es cero, pero para sólidos granulares es distinto de cero.

Considérese, por ejemplo, una mezcla perfecta de sal y granos de arena, de la

que se toman N muestras puntuales conteniendo cada una n partículas. Supóngase que la fracción de arena en cada muestra puntual se determina por contaje de las partículas de cada clase. Sea μ_p la fracción global, en número de partículas de arena en la mezcla total. Si n es pequeño (tal como 100), la fracción medida x_i de arena en cada muestra no será siempre la misma aunque el mezclado se haya completado y sea perfecto, ya que existe siempre alguna oportunidad de que una muestra retirada de una mezcla al azar contenga una mayor (o menor) proporción de una clase de partículas que la de la población de la que se ha tomado. Por tanto, para cualquier tamaño dado de la muestra puntual existe una desviación estándar respecto a la mezcla de origen. Esta desviación estándar σ_e viene dada por

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\mu_p(1 - \mu_p)}{n}} \qquad (29.4)$$

Para sólidos granulares el índice de mezcla I_s se define como σ_e/s. A partir de las Ecuaciones (29.1) y (29.4) I_s resulta ser

$$I_s = \frac{\sigma_e}{s} = \sqrt{\frac{\mu_p(1 - \mu_p)(N - 1)}{n \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}} \qquad (29.5)$$

En la Figura 29.10 se muestran los resultados típicos de la mezcla de cristales de sal (NaCL) con arena de Ottawa en un pequeño mezclador de volteo. Durante los 40 primeros minutos el índice de mezcla I_s aumenta desde un valor muy bajo hasta aproximadamente 0,7, fluctúa durante algún tiempo entre 0,55 y 0,7 y, después, para tiempos de mezclado muy largos, comienza a decaer estacionariamente. El mezclado es inicialmente rápido, pero en este tipo de mezclador nunca es perfecto. Los ingredientes del mezclador nunca se mezclan en una forma completamente al azar. Siempre existen fuerzas, generalmente electrostáticas, que se oponen a la acción de mezclado de sólidos secos[4], y sus efectos son especialmente apreciables en este caso. Estas fuerzas evitan con frecuencia que se alcance un mezclado perfecto y, cuando el tiempo de mezclado es grande, pueden, tal como se muestra en la Figura 29.10, oponerse a la mezcla dando lugar a una segregación.

Indice de mezcla para tiempo cero. La desviación estándar de equilibrio para mezclado completo σ_e se utiliza como referencia en el caso de sólidos granulares. Para el caso de pastas, la referencia es la desviación estándar para tiempo cero σ_0. Estas dos referencias están estrechamente relacionadas, tal como muestra la semejanza de las Ecuaciones (29.2) y (29.4). De hecho, si n se toma igual a 1 en la Ecuación (29.4), las dos ecuaciones se hacen idénticas. Esto tiene que ser así, ya que si se toman muestras de cada una de las partículas de una mezcla granular de sólidos, los análisis conducirán a $x_i = 1$ o $x_i = 0$ sin ningún otro valor intermedio. Lo mismo ocurriría con material completamente no mezclado y con cualquier tamaño de muestra. La Ecuación (29.2) puede, por tanto, aplicarse a

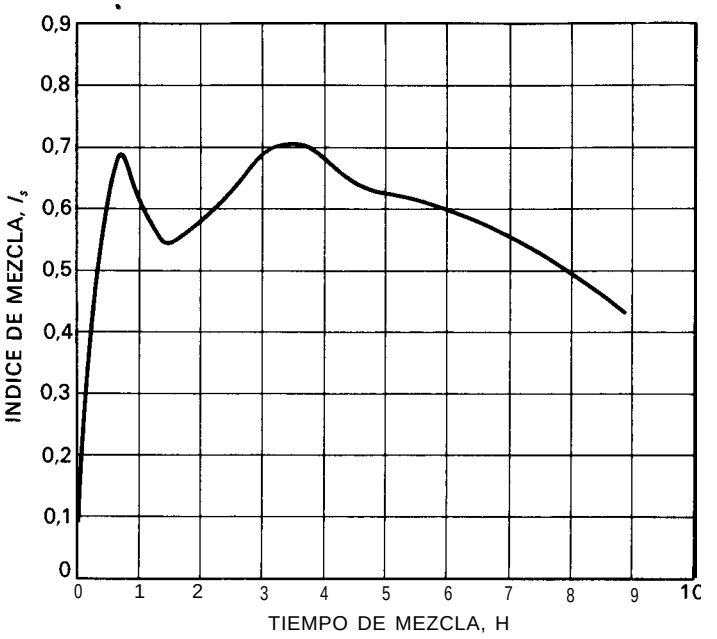


Figura 29.10. Mezclado de sal y arena en un tambor de volteo. (*Según Weidenbaum y Bonilla* [10].)

sólidos granulares antes de que comience el mezclado, y el índice de mezcla para mezclado cero se transforma en

$$I_{s,0} = \frac{\sigma_e}{\sigma_0} = \frac{1}{\sqrt{n}} \tag{29.6}$$

Velocidad de mezclado. En el mezclado, como en otros procesos de índole cinética, la velocidad es proporcional a la fuerza impulsora. El índice de mezcla I_s es una medida de cuánto ha avanzado la mezcla hacia el equilibrio.

Se ha encontrado [10] que para tiempos de mezclado cortos la velocidad de variación de I_s es directamente proporcional a $1 - I_s$,

$$\frac{dI_s}{dt} = k(1 - I_s) \tag{29.7}$$

siendo k una constante. El valor de equilibrio de I_s es 1; por tanto, la fuerza impulsora para el mezclado en cualquier instante puede considerarse que viene dada por $1 - I_s$. Reordenando e integrando entre límites, la Ecuación (29.7) se tranforma en

$$\int_0^t dt = \frac{1}{k} \int_{I_{s,0}}^{I_s} \frac{dI_s}{1 - I_s} \tag{29.8}$$

de donde

$$t = -\frac{1}{k} \ln \frac{1 - I_{s,0}}{1 - I_s} \qquad (29.9)$$

Sustituyendo de la Ecuación (29.6) se obtiene

$$t = \frac{1}{k} \ln \frac{1 - 1/\sqrt{n}}{1 - I_s} \qquad (29.10)$$

La Ecuación (29.10) se puede utilizar para calcular el tiempo que se requiere para alcanzar el grado de mezcla deseado, siempre que se conozca el valor de k y no actúen fuerzas antimezclado.

SIMBOLOS

E Difusividad en la mezcla axial, pie^2/s o m^2/s
g Aceleración de la gravedad, pie/s^2 o m/s^2
I_p Indice de mezcla para pastas, σ_0/s
I_s Indice de mezcla para sólidos granulares, σ_e/s; $I_{s,0}$, para tiempo cero o mezclado cero.
k Constante en la Ecuación (29.7)
L Longitud del mezclador, pies o m
N Número de muestras puntuales
N_{Pe} Número de Peclet para mezclado axial, UL/E, adimensional
n Número de partículas en la muestra puntual; también velocidad de giro, rpm
S Resistencia de la muestra mezclada (Prob. 29.3), $lb_f/pulg^2$
s Estimación de la desviación estándar [Ec. (29.1)]
t Tiempo, s
U Velocidad longitudinal del material a través del mezclador, pies/s o m/s
x_i Fracción de trazador medida en la mezcla puntual; $\bar{x}$, fracción media de trazador medida

Letras griegas

μ Fracción media verdadera de trazador en la mezcla; μ_p, fracción numérica media verdadera de partículas de trazador
σ Desviación estándar; σ_s, valor de equilibrio para el mezclado completo de sólidos granulares; σ_0, para tiempo cero o mezclado cero.

PROBLEMAS

29.1. Una mezcladora Banbury de gran tamaño mastica 1500 lb de trozos de caucho con una densidad de 70 $lb/pulg^3$. La potencia comunicada es de 7000 CV por 1000 galones de caucho. ¿Qué caudal de agua de refrigeración, en galones por minuto, se necesitan para eliminar el calor generado en el mezclador si la temperatura del agua no ha de aumentar más de 20 °F?

29.2. En la Tabla 29.1 se presentan datos de la velocidad de mezclado de sal y de arena en un lecho fluidizado con aire. Para grandes tiempos de mezclado se ha encontrado que el índice de mezcla I_s tiende hacia 1,0. Suponiendo que las Ecuaciones (29.7) y (29.10) son aplicables a este sistema, ¿cuánto tiempo tardará el índice de mezcla en alcanzar el valor 0,95? En cada operación la carga inicial es de 254,4 g de sal encima de 300,0 g de arena. El número medio de partículas en cada muestra es de 100.

Tabla 29.1. Datos sobre mezclado de sal de 35/48 mallas en arena de 2 pulg en un mezclador fluidizado con aire [6]

Operación núm.	Tiempo de mezclado, s	Fracción numérica de arena en muestras puntuales									
1	45	0,64	0,68	0,74	0,63	0,73	0,81	0,59	0,65	0,62	0,70
		0,66	0,64	0,77	0,70	0,67	0,58	0,60	0,65	0,87	0,60
		0,49	0,52	0,49	0,54	0,64	0,38	0,32	0,34	0,49	0,52
		0,25	0,32	0,33	0,35	0,48	0,23	0,16	0,32	0,44	0,39
		0,26	0,26	0,21	0,32	0,38	0,22	0,24	0,22	0,15	0,36
2	87	0,53	0,54	0,60	0,60	0,60	0,55	0,56	0,60	0,69	0,63
		0,48	0,67	0,65	0,63	0,62	0,46	0,63	0,58	0,48	0,59
		0,49	0,53	0,46	0,49	0,58	0,34	0,52	0,45	0,50	0,47
		0,42	0,35	0,43	0,49	0,59	0,38	0,39	0,45	0,52	0,39
		0,35	0,36	0,37	0,49	0,48	0,37	0,49	0,32	0,32	0,36

29.3. La resistencia a la compresión de un cemento estabilizado con arcilla que se ha obtenido en una pequeña amasadora de dos brazos varía con el índice de mezcla de acuerdo con la relación [1].

$$S = 50{,}07 \ln I_p - 15{,}29$$

(a) Basándose en las curvas de la Figura 29.6, ¿qué tiempo se requerirá con cada arcilla para obtener un producto con una resistencia a la compresión de 135 $lb_f/pulg^2$? (b) ¿Cuál será la máxima resistencia alcanzable con cada suelo después de un mezclado prolongado?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BAKER, C. N., JR: Strength of Soil Cement as a Function of Degree of Mixing, *33d Annu. Meet. Highw.* Res. *Bonrd,* Washington, D.C., enero 1954.
2. BULLOCK, H. L.: *Chem. Eng. Prog.,* **47:397** (1951).
3. CLLIMP, C. W., en UHL, V. W., y GRAY, J. B. (eds.): «Mixing: Theory and Practice», vol. 2, p. 284, Academic, New York, 1967.
4. FISCHER, J. J.: *Chem. Eng.,* **67(16):107** (1960).
5. MICHAELS, A. S., y PUZINAUSKAS, V.: *Chem. Eng. Prog.,* **50:604** (1954).
6. NICHOLSON, W. J.: «The Blending of Dissimilar Particles in a Gas-fluidized Bed». Ph. D. thesis, Cornell University, Ithaca, N. Y., 1965.
7. SMITH, J. C.: *Ind. Eng. Chem.,* **47:2240** (19%).
8. TODD, D. B., y IRVING, H. F.: *Chem. Eng. Prog.,* **56(9):84** (1969).
9. WANG, R. H., y FAN, L. T.: *Chem. Eng.,* **81(11):88** (1974).
10. WEIDENBAUM, S. S., y BONILLA, C. F.: *Chem. Eng. Prog.,* **51:27-J** (1955).

CAPITULO

TREINTA

SEPARACIONES MECANICAS

Con frecuencia es necesario separar los componentes de una mezcla en fracciones individuales. Las fracciones pueden diferir entre sí en el tamaño de partícula, fases o composición química. Así, un producto crudo puede purificarse separando del mismo las impurezas; dos o más productos de una mezcla se pueden separar en los productos individuales puros; la corriente procedente de una etapa del proceso puede consistir en una mezcla del producto y de las materias primas no convertidas, que debe separarse y recircular las materias primas a la zona de reacción para su posterior tratamiento; o bien una sustancia valiosa, tal como un mineral metálico, disperso en una masa de material inerte, ha de liberarse con el fin de recuperarlo y retirar el material inerte. Se han desarrollado numerosos métodos para llevar a cabo estas separaciones, y existen distintas operaciones unitarias con esta finalidad. En la práctica se presentan muchos problemas de separación teniendo el ingeniero que elegir el método que mejor se adapte a la resolución.

Los procedimientos para separar los componentes de una mezcla se clasifican en dos grupos, el que constituyen los denominados ***operaciones difusionales***, que implican cambios de fases o transporte de materia de una fase a otra, tal como se ha estudiado en los Capítulos 17 a 25, y el que comprende a aquellos métodos llamados ***separaciones mecánicas,*** útiles para separar partículas sólidas o gotas líquidas. Estos últimos métodos son el objeto del presente capítulo.

Las separaciones mecánicas son aplicables a mezclas heterogéneas y no a disoluciones homogéneas. Los coloides, que son una clase intermedia de mezclas, generalmente no se tratan por los métodos considerados en este capítulo, que está dedicado fundamentalmente a partículas superiores a 0,1 μm. Las técnicas están basadas en las diferencias físicas entre las partículas, tales como tamaño, forma o densidad. Son aplicables a la separación de sólidos de gases, de gotas líquidas de gases, sólidos de sólidos y sólidos de líquidos. Dos métodos generales son la utilización de un tamiz, tabique o membrana, tales como una criba o un filtro, que retienen uno de los componentes y dejan pasar el otro; y la utilización de la diferencia en las velocidades de sedimentación de partículas o gotas cuando se desplazan en el seno de un líquido o un gas. Para problemas especiales se

utilizan otros métodos no considerados en este capítulo, y que se basan en la humectabilidad o en las propiedades eléctricas o magnéticas de las sustancias.

TAMIZADO

El tamizado es un método de separación de partículas basado exclusivamente en el tamaño de las mismas. En el tamizado industrial los sólidos se sitúan sobre la superficie del tamiz. Los de menor tamaño, o *finos*, pasan a través del tamiz, mientras que los de mayor tamaño, o ***colas,*** no pasan. Un solo tamiz puede realizar una separación en dos fracciones. Dichas fracciones se dice que no están dimensionadas, ya que si bien se conocen los límites superior o inferior de los tamaños de partícula de cada una de las fracciones, no se conocen los demás límites de tamaños. El material que se hace pasar a través de una serie de tamices de diferentes tamaños se separa en fracciones clasificadas por tamaños, es decir, fracciones en las que se conocen los tamaños máximo y mínimo de las partículas. Ocasionalmente el tamizado se realiza en húmedo, si bien, lo más frecuente es operar en seco.

Los tamices industriales se construyen con tela metálica, telas de seda o plástico, barras metálicas, placas metálicas perforadas, o alambres de sección transversal triangular. Se utilizan diferentes metales, siendo el acero al carbono y el acero inoxidable los más frecuentes. Los tamaños de los tamices normalizados está comprendido entre 4 pulg y 400 mallas, y se dispone de tamices comerciales de tela metálica con aberturas tan pequeñas como 1 μm†. Los tamices más finos, aproximadamente de 150 mallas, no se utilizan habitualmente debido a que con partículas muy tinas generalmente resultan más económicos otros métodos de separación. La separación en el intervalo de tamaños entre 4 y 48 mallas recibe el nombre de «tamizado fino» y para tamaños inferiores a 48 mallas el tamizado se considera «ultrafino» [12e].

Equipo de tamizado

Existe una gran variedad de tamices para distintas finalidades; en este capítulo solamente se considerarán los tipos más representativos. En la mayoría de los tamices las partículas pasan a través de las aberturas por gravedad, pero en algunos casos las partículas son forzadas a través del tamiz por medio de un cepillo o mediante fuerza centrífuga. Existen partículas que pasan fácilmente a través de aberturas grandes en una superficie estacionaria, pero otras precisan de alguna forma de agitación, tal como sacudidas, giro o vibración mecánica o eléctrica. En la Figura 30.1 se ilustran movimientos típicos de tamices.

† Los tamices estándar se tratan en el Capítulo 26, y los tamaños de tamices se tabulan en el Apéndice 20.

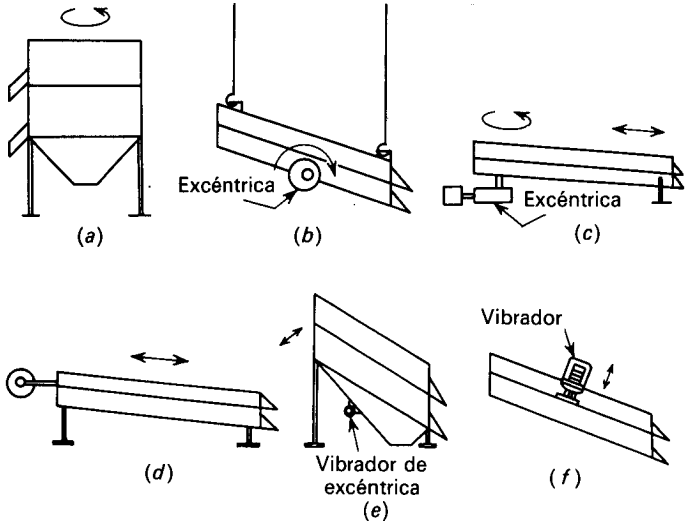


Figura 30.1. Movimientos de tamices: (a) giro en un plano horizontal; (b) giro en un plano vertical; (c) giro en un extremo y sacudida en otro; (d) sacudida; (e) vibración mecánica; (f) vibración eléctrica.

Tamices y parrillas estacionarias. Una parrilla es un enrejado de barras metálicas paralelas dispuestas inclinadamente. La pendiente y el camino que sigue el material son generalmente paralelos a la longitud de las barras. La alimentación de partículas muy gruesas, como la procedente de un triturador primario, se deja caer sobre el extremo más elevado de la parrilla. Los trozos grandes ruedan y se deslizan hacia el extremo de los rechazos mientras que los trozos pequeños pasan a través de la parrilla y se recogen en un colector. En un corte transversal, la parte superior de las barras es más ancha que el fondo, de forma que se facilita el funcionamiento sin que se produzcan atascos. La separación entre las barras es de 2 a 8 pulg.

Los tamices de tela metálica estacionaria con inclinación operan de la misma forma, separando partículas entre $\frac{1}{2}$ y 4 pulg de tamaño. Solamente resultan eficaces cuando operan con sólidos muy gruesos que contienen poca cantidad de partículas tinas.

Tamices giratorios. En casi todos los tamices que producen fracciones clasificadas por tamaños, el material grueso es el primero que se separa mientras que el más tino es el último. Esto se ilustra en la Figura 30.2 para tamices planos giratorios. Estos aparatos constan de varios tamices, acoplados unos encima de otros, formando una caja o carcasa. El tamiz más grueso se sitúa en la parte superior y el más tino en la inferior; todos ellos están provistos de las adecuadas conducciones para permitir la separación de las distintas fracciones. La mezcla de partículas se deposita sobre el tamiz superior. Los tamices y la carcasa se hacen girar para forzar el paso de las partículas a través de las aberturas de los tamices.

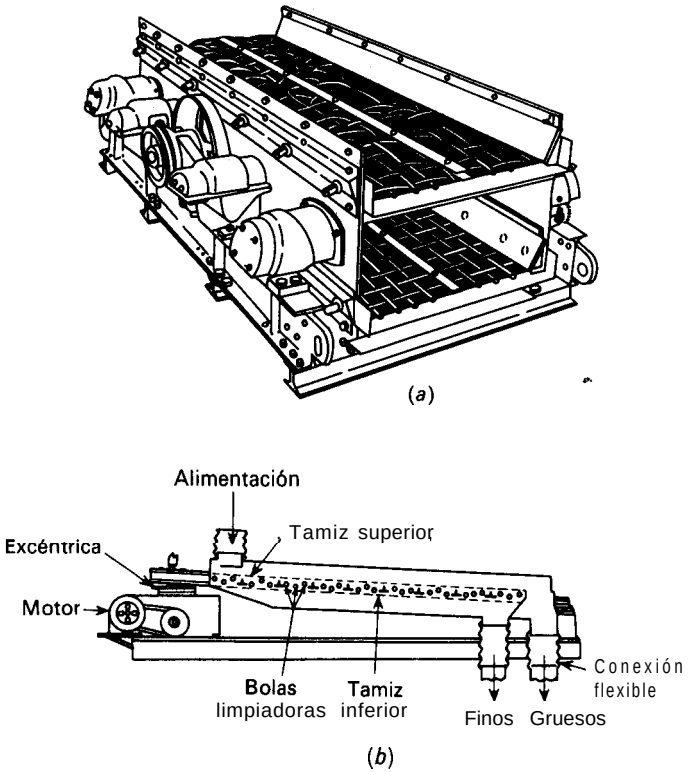


Figura 30.2. Tamices giratorios: (a) de giro vertical para servicio pesado; (*b*) de giro horizontal.

En el diseño que se muestra en la Figura 30.2*a* la carcasa está inclinada un ángulo comprendido entre 16 y 30" con la horizontal. Los giros se realizan en un plano vertical alrededor de un eje horizontal y se genera por un eje excéntrico situado en el fondo de la carcasa a mitad de distancia entre los puntos de alimentación y descarga. Los tamices son rectangulares y bastante largos, desde $1\frac{1}{2}$ por 4 pies hasta 5 por 4 pies. La frecuencia de giro y la amplitud del desplazamiento, así como el ángulo de inclinación, son regulables. Dada una alimentación existe una combinación de velocidad de giro y amplitud de desplazamiento que da lugar al máximo rendimiento. La velocidad de giro está comprendida entre 600 y 1800 rpm, y la potencia del motor entre 1 y 3 CV. El ángulo de inclinación tiene gran influencia sobre la capacidad del tamiz. Es preferible utilizar el mayor ángulo de inclinación posible. Sin embargo, ángulos muy acusados sólo se pueden utilizar con productos gruesos, ya que una buena separación de fracciones tinas requiere, en general, un ángulo inferior a 20° con la horizontal.

El tamiz que se muestra en la Figura 30.2*b* gira en un plano horizontal. Contiene tamices rectangulares ligeramente inclinados que se hacen girar en el extremo de alimentación. El extremo de descarga oscila pero no gira. Esta

combinación de movimientos estratifica la alimentación, de tal forma que las partículas descienden sobre la superficie del tamiz, donde son presionadas para atravesar el tamiz por las partículas más gruesas situadas encima. Con frecuencia la superficie de tamizado es doble, tal como se muestra en la figura. Entre los dos tamices se disponen bolas de goma que mantienen los compartimentos separados. Durante el funcionamiento del tamiz las bolas chocan contra la superficie del tamiz no permitiendo la obstrucción. Aquellas partículas de material dura, seca, redondeada o cúbicas generalmente pasan sin dificultad a través del tamiz, aun cuando éste sea fino, pero no ocurre lo mismo con las alargadas y pegajosas o cuando se trata de escamas blandas. Debido a la acción de tamizado tales partículas pueden ocluirse dentro de las aberturas del tamiz e impedir que otras partículas pasen a su través. Un tamiz obturado por partículas sólidas se dice que está *cegado.*

Tamices vibratorios. Los tamices que vibran con rapidez y pequeña amplitud se obstruyen con menos facilidad que los tamices giratorios. Las vibraciones se pueden generar mecánica o eléctricamente. Las vibraciones mecánicas generalmente se transmiten desde excéntricas de alta velocidad hasta la carcasa de la unidad y desde ésta hasta los tamices inclinados. Las vibraciones eléctricas generadas por grandes solenoides se transmiten a la carcasa o directamente a los tamices. La Figura 30.3 muestra una unidad con vibración directa. Generalmente no se utilizan más de tres tamices en los sistemas vibratorios. Son habituales vibraciones comprendidas entre 1800 y 3600 vibraciones por minuto. Un tamiz de 12 pulg de ancho y 24 pulg de longitud requiere alrededor de 1/3 CV, mientras que uno de 48 por 120 pulg requiere 4 CV.

Tamiz centrífugo. En el aparato que se muestra en la Figura 30.4 el tamiz consiste en un cilindro horizontal de tela metálica o de material plástico. Palas helicoidales de alta velocidad dispuestas sobre un eje central impelen los sólidos contra la parte interior del tamiz estacionario, con lo cual las partículas finas pasan a través del tamiz mientras que el rechazo es transportado hasta el lugar de

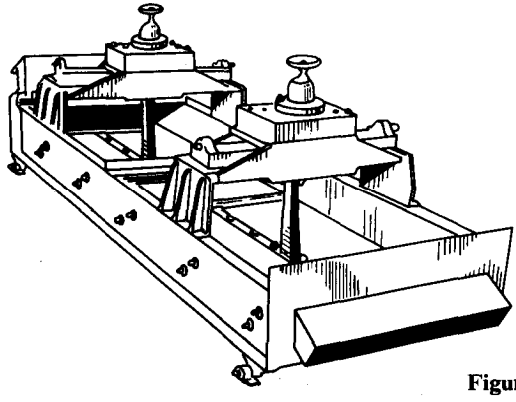


Figura 30.3. Tamiz vibrado eléctricamente.

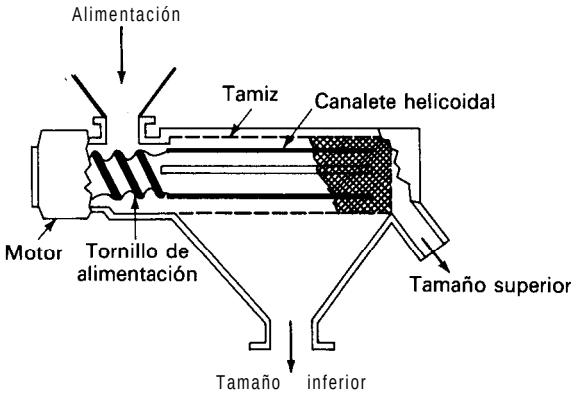


Figura 30.4. Tamiz centrífugo.

descarga. Los tamices de materiales plásticos se expansionan algo durante la operación y los pequeños cambios que se producen en las aberturas tienden a impedir la obstrucción o cegado[15]. Algunos equipos incluyen cepillos adosados a las palas que colaboran con la acción centrífuga en hacer pasar los sólidos a través del tamiz.

Comparación entre tamices reales e ideales. El objetivo de un tamiz es separar una mezcla de partículas de varios tamaños en dos corrientes, una inferior que pasa a través del tamiz y otra superior que es rechazada por el tamiz. Cualquiera de ellas, o ambas, puede ser el producto, y en el tratamiento que sigue no se hace distinción entre las corrientes superior e inferior desde el punto de vista de que una de ellas es deseable y la otra no.

Un tamiz ideal separaría nítidamente la mezcla de alimentación, de tal forma que la partícula más pequeña en la corriente superior sería justamente mayor que la partícula más grande en la corriente inferior. Una separación ideal de este tipo define un diámetro de corte, D_{pc}, que marca el punto de separación entre las fracciones. Generalmente D_{pc} se considera igual a la abertura de malla del tamiz. Los tamices reales no producen una separación perfecta alrededor del diámetro de corte, sino que el análisis acumulativo por tamizado de las corrientes superior e inferior son del tipo que se muestra en la Figura 30.5. En este ejemplo típico, el tamizado contiene un 19 por 100 de material más grueso que D_{pc} mientras que el rechazo contiene un 15 por 100 que es inferior a D_{pc}. Las separaciones más nítidas se obtienen con partículas esféricas cuando se opera con tamices de ensayo normalizados, pero aun en este caso hay solapamiento entre las partículas más pequeñas de la corriente superior y las más grandes del flujo inferior. El solapamiento es mayor cuando las partículas son aciculares o fibrosas o cuando tienden a formar agregados que actúan como partículas más grandes. Algunas partículas largas y finas pueden incidir frontalmente contra la superficie del tamiz y pasar fácilmente a su través, mientras que otras partículas del mismo tamaño pueden chocar lateralmente contra el tamiz y ser retenidas. Los tamices comerciales generalmente producen peores separaciones que los tamices de laboratorio de la misma abertura de malla, operando ambos con la misma mezcla.

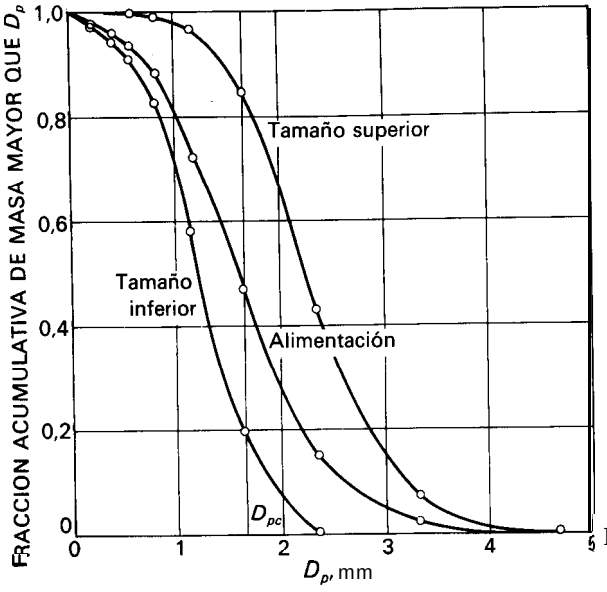


Figura 30.5. Análisis para el Ejemplo 30.5.

Balances de materia en un tamiz. A un tamiz pueden aplicarse sencillos balances de materia que resultan útiles para calcular relaciones de alimentación, cernido y rechazo, a partir de los análisis por tamizado de las tres corrientes y el conocimiento del deseado diámetro de corte. Sean

F = velocidad de flujo másico de la alimentación
D = velocidad de flujo másico de la corriente de rechazos
B = velocidad de flujo másico de la corriente de cernidos
x_F = fracción másica del material A en la alimentación
x_D = fracción másica del material A en la corriente de rechazos
x_B = fracción másica del material A en la corriente de cernidos

Las fracciones másicas del material B en las corrientes de alimentación, superior (cernidos) e inferior (rechazos) son $1 - x_F$, $1 - x_D$ y $1 - x_B$.

Puesto que toda la alimentación de material que entra en el tamiz tiene que salir como flujo de cernidos o como flujo de rechazos,

$$F = D + B \tag{30.1}$$

El material A contenido en la alimentación debe salir en estas corrientes y, por tanto

$$Fx_F = Dx_D + Bx_B \tag{30.2}$$

Eliminando B de las Ecuaciones (30.1) y (30.2) se obtiene

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \tag{30.3}$$

y eliminando D resulta?

$$\frac{B}{F} = \frac{x_D \quad x_F}{x_D - x_B} \tag{30.4}$$

Eficacia de un tamiz. La eficacia de un tamiz (con frecuencia llamado ***rendimiento del tamiz) es*** una medida del éxito de un tamiz en conseguir una nítida separación entre los materiales ***A*** y ***B.*** Si el tamiz funcionase perfectamente, todo el material ***A*** estaría en la corriente superior (rechazo) y todo el material ***B*** estaría en la corriente inferior (cernido). Una medida frecuente de la eficacia de un tamiz es la relación entre el material ***A*** de tamaño superior que realmente se encuentra en la corriente superior y la cantidad de ***A*** que entra con la alimentación. Estas cantidades son Dx_D y Fx_F, respectivamente. Por tanto,

$$E_A = \frac{Dx_D}{Fx_F} \tag{30.5}$$

donde E_A es la eficacia del tamiz basada en el tamaño mayor. Análogamente, una eficacia E_B basada en el material de tamaño inferior viene dada por

$$E_B = \frac{B(1 - x_B)}{F(1 - x_F)} \tag{30.6}$$

Se puede definir una eficacia global combinada como el producto de las dos relaciones individuales[5], de forma que si su producto se representa por E,

$$E = E_A E_B = \frac{DBx_D(1 - x_B)}{F^2 x_F(1 - x_F)}$$

Sustituyendo D/F y B/F de las Ecuaciones (30.3) y (30.4) en esta ecuación se obtiene

$$E = \frac{(x_F - x_B)(x_D - x_F)x_D(1 - x_B)}{(x_D \quad x_B)^2(1 - x_F)x_F} \tag{30.7}$$

† Obsérvese la semejanza de las Ecuaciones (30.3) y (30.4) con las Ecuaciones (18.5) y (18.6) para destilación. Aunque no son fisicamente semejantes, ambas operaciones son operaciones de separación y las mismas ecuaciones del balance global de materia son aplicables en ambos casos.

Tabla 30.1. Análisis por tamizado para el Ejemplo 30.1

		Fracción acumulativa inferior a D_p		
Mallas	D_p, **mm**	**Alimentación**	**Corriente superior**	**Corriente inferior**
4	4,699	0	0	
6	3,327	0,025	0,071	
8	2,362	0,15	0,43	0
10	1,651	0,47	0,85	0,195
14	1,168	0,73	0,97	0,58
20	0,833	0,885	0,99	0,83
28	0,589	0,94	l,oo	0,91
35	0,417	0,96		0,94
65	0,208	0,98		0,975
Tapadera		1,00		1,00

Ejemplo 30.1. Una mezcla de cuarzo que posee el análisis por tamizado que se muestra en la Tabla 30.1 se tamiza a través de un tamiz normalizado de 10 mallas. Los análisis acumulativos por tamizado se presentan en la Tabla 30.1. Calcúlense las relaciones másicas entre las corrientes superior e inferior y la alimentación, así como la eficacia del tamiz.

SOLUCIÓN

Los análisis acumulativos de la alimentación, la corriente superior y el producto, se representan en la Figura 30.5. El diámetro de corte es el tamaño de malla del tamiz de acuerdo con la Tabla 30.1, es 1,651 mm. Por otra parte, según la Tabla 30.1, para este tamiz

$$x_F = 0{,}47 \qquad x_D = 0{,}85 \qquad x_B = 0{,}195$$

A partir de la Ecuación (30.3), la relación entre la corriente superior y la alimentación es

$$\frac{D}{F} = \frac{0{,}47 - 0{,}195}{0{,}85 - 0{,}195} = 0{,}420$$

La relación entre la corriente inferior y la alimentación es

$$\frac{B}{F} = 1 - \frac{D}{F} = 1 - 0{,}42 = 0{,}58$$

La eficacia global, de acuerdo con la Ecuación (30.7), es

$$E = \frac{(0{,}47 - 0{,}195)(0{,}85 - 0{,}47)(1 - 0{,}195)(0{,}85)}{(0{,}85 - 0{,}195)^2(0{,}53)(0{,}47)} = 0{,}669$$

Capacidad y eficacia de tamices. Además de la eficacia, la capacidad es una característica importante de los tamices industriales. La capacidad de un tamiz se mide por la masa de material que puede recibir como alimentación por unidad de tiempo y unidad de superficie.

Capacidad y eficacia son factores opuestos. Para obtener la máxima eficacia la capacidad debe ser pequeña, y grandes capacidades se obtienen solamente a expensas de una reducción de la eficacia. En la práctica es deseable un razonable equilibrio entre capacidad y eficacia. Aunque no se dispone de relaciones exactas para estimar estas condiciones de operación de los tamices, existen ciertos aspectos fundamentales que se pueden utilizar como guía para comprender los factores básicos de la operación de tamizado.

La capacidad de un tamiz se controla simplemente variando la velocidad de alimentación de la unidad. La eficacia que resulta para una capacidad dada depende de la naturaleza de la operación de tamizado. La oportunidad de paso de una partícula de un tamaño inferior determinado es una función del número de veces que la partícula incide contra la supeticie del tamiz y de la probabilidad de paso durante un solo contacto. Si el tamiz está sobrecargado, el número de contactos es pequeño y la oportunidad de paso como consecuencia del contacto está limitada por la presencia de otras partículas. La mejora de la eficacia que se obtiene a expensas de la reducción de la capacidad es el resultado de la consecución de más contactos por partícula y mejores oportunidades de paso en cada contacto.

Idealmente, una partícula tendrá las mayores oportunidades de pasar a través del tamiz cuando incida perpendicularmente a la superficie del mismo, si está orientada de tal forma que su diámetro mínimo sea paralelo a la superficie del tamiz, si no está impedida por otras partículas y si no se pega o adhiere a la superficie del tamiz. Estas condiciones no se cumplen en el tamizado real, pero esta situación ideal puede utilizarse como base para estimar el efecto del tamaño de malla y las dimensiones del alambre sobre el funcionamiento de tamices.

Efecto del tamaño de malla sobre la capacidad de tamices. La probabilidad de paso de una partícula a través de un tamiz depende de la fracción de la superficie total representada por las aberturas, de la relación entre el diámetro de la partícula y la anchura de una abertura del tamiz, así como del número de contactos entre la partícula y la superficie del tamiz. Cuando todos estos factores son constantes, el número medio de partículas que pasan a través de una sola abertura del tamiz en la unidad de tiempo es prácticamente constante e independiente del tamaño de la abertura del tamiz. Si el tamaño de la partícula mayor que puede pasar a través de un tamiz se toma igual a la anchura de la abertura del tamiz, ambas dimensiones pueden representarse por $D_{,,}$. Para una serie de tamices de diferentes tamaños de malla, el número de aberturas por unidad de área del tamiz es proporcional a $1/D_{pc}^2$. La masa de una partícula es proporcional a D_{pc}^3. La capacidad del tamiz, en masa por unidad de tiempo, es por tanto, proporcional a $(1/D_{pc}^2)D_{pc}^3 = D_{,}$. Por consiguiente, la capacidad de un tamiz, en masa por unidad de tiempo, dividida por el tamaño de malla será constante para unas condiciones de operación determinadas [6].

Capacidad de tamices reales. Aunque el análisis precedente es útil para estudiar los fundamentos de la operación de tamizado, en la práctica aparecen una serie de factores que no pueden analizarse teóricamente. Algunos de estos factores son la interferencia del lecho de partículas con el movimiento de una de ellas, el cegado, la cohesión de las partículas entre sí, la adherencia de las partículas a la superficie del tamiz y la dirección oblicua de acercamiento de las partículas a la superficie. Cuando están presentes partículas grandes y pequeñas, las partículas grandes tienden a segregarse en una capa cerca del tamiz y evitar así que las partículas más pequeñas puedan alcanzar el tamiz. Todos estos factores tienden a reducir la capacidad y a disminuir la eficacia. El contenido de humedad de la alimentación es especialmente importante. Tando si las partículas están secas, como si circulan en una corriente de agua, tamizan más fácilmente que las partículas húmedas, que tienden a adherirse a la superficie del tamiz y entre ellas dando lugar a que el tamizado se produzca más lentamente y con dificultad. Las capacidades de los tamices reales, en toneladas/pie^2-h-mm de tamaño de malla, están comprendidas entre 0,05 y 0,2 para parrillas y entre 0,2 y 0,5 para tamices vibratorios. A medida que se reduce el tamaño de las partículas el tamizado se hace más difícil, de forma que la capacidad y la eficacia son en general bajas para partículas menores a 150 mallas aproximadamente.

FILTRACION

Filtración es la separación de partículas sólidas a partir de un fluido haciendo pasar el fluido a través de un medio filtrante sobre el que se depositan los sólidos. Las filtraciones industriales van desde un sencillo colado hasta separaciones altamente complejas. El fluido puede ser un liquido o un gas, y la corriente valiosa procedente de un filtro puede ser el fluido, los sólidos o ambos productos. En algunos casos pueden carecer de valor ambas corrientes, como es el caso de la separación de sólidos residuales de un fluido residual antes de su vertido. En la filtración industrial el contenido de sólidos de la alimentación puede oscilar desde trazas hasta un porcentaje muy elevado. Con frecuencia la alimentación se modifica de alguna forma mediante un pretratamiento, a fin de aumentar la velocidad de filtración, como calentamiento, recristalización o adición de un «coadyuvante de filtración», tal como celulosa, yeso o tierra de diatomeas. Debido a la enorme variedad de materiales que se han de filtrar y las diferentes condiciones de operación de los procesos, se han desarrollado numerosos tipos de filtros [12a, 15], algunos de los cuales se describen más adelante.

El fluido circula a través del medio filtrante en virtud de una diferencia de presión a través del medio. Así, los filtros se clasifican atendiendo a este aspecto en los que operan con una sobrepresión aguas arriba del medio filtrante, los que lo hacen con presión atmosférica aguas arriba del medio filtrante y aquellos que presentan vacío aguas abajo. Presiones superiores a la atmósfera pueden generarse por acción de la fuerza de gravedad actuando sobre una columna de líquido, por medio de una bomba o soplante, o bien por medio de fuerza centrífuga. Los filtros centrífugos se consideran en la última sección de este capítulo. En un filtro

de gravedad el medio filtrante puede no ser más tino que un tamiz grueso o un lecho de partículas gruesas tales como arena. Por tanto, en sus aplicaciones industriales los filtros de gravedad están restringidos a la separación de las aguas madres de cristales muy gruesos, a la clarificación de agua potable y al tratamiento de aguas residuales.

La mayoría de los filtros industriales son filtros de presión o de vacío. Pueden ser también continuos o discontinuos, dependiendo de que la descarga de los sólidos filtrados se realice de forma continua o intermitente. Durante buena parte del ciclo de operación de un filtro discontinuo el flujo del fluido a través del mismo es continuo, habiéndose de interrumpirse periódicamente para permitir la descarga de los sólidos acumulados. En un filtro continuo la descarga de los sólidos y del fluido se realiza de forma ininterrumpida mientras el equipo se encuentra en operación.

Los filtros se dividen en dos grandes grupos: filtros clarificadores y filtros de torta. Los clarificadores retiran pequeñas cantidades de sólidos para producir un gas claro o líquidos transparentes, tales como bebidas. Los filtros de torta separan grandes cantidades de sólidos en forma de una torta de cristales o un lodo. Con frecuencia incluyen dispositivos para el lavado de los sólidos y para eliminar la mayor parte posible del líquido residual antes de su descarga.

Filtros clarificadores

Los filtros clarificadores se denominan también «filtros de lecho profundo» ya que las partículas del sólido son atrapadas en el interior del medio filtrante, no observándose, en general, una capa de sólidos sobre la superficie del medio filtrante. La clarificación difiere del tamizado en que los poros del medio filtrante son de un diámetro mucho mayor que el de las partículas retenidas. Las partículas son captadas por las fuerzas superficiales e inmovilizadas dentro de los canales de flujo, tal como puede apreciarse en la Figura 30.6*a*. Aun cuando

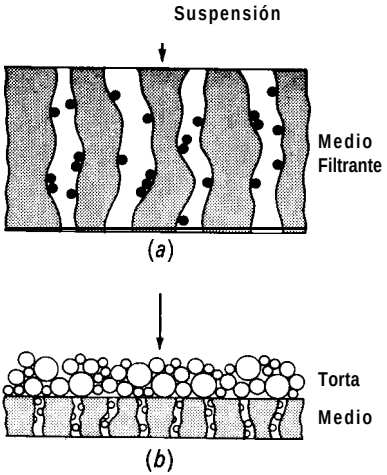


Figura 30.6. Mecanismos de filtración: (a) clarificador; *(b)* filtro de torta.

reducen el diámetro efectivo de los canales, normalmente, no llegan a bloquearlo completamente.

Limpieza de gases. Los filtros para la limpieza de gases comprenden filtros de barras para polvo atmosférico, lechos granulares y filtros de bolsas para el tratamiento de polvos. El aire se limpia haciéndolo pasar a través de masas de pulpa de celulosa, algodón, fibra de vidrio o tamices metálicos; el material filtrante puede estar seco o recubierto con un aceite viscoso para actuar como un retenedor de polvo. En ocasiones, el medio filtrante se desecha, pero en la limpieza de gases a gran escala con frecuencia se lavan y se vuelven a recubrir con aceite.

Los filtros de lecho granular contienen lechos estacionarios o móviles de gránulos cuyo tamaño oscila entre 30 y 9 mallas en algunos diseños, hasta de $\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{2}$ pulg en otros casos. En este tipo de filtros la separación se produce fundamentalmente por impacto, tal como se considera al final de este capítulo. Un filtro de bolsas contiene una o más grandes bolsas de fieltro o de una tela tina instaladas en el interior de una carcasa metálica. El gas cargado de polvo generalmente entra en la bolsa por el fondo y asciende dejando detrás el polvo, si bien a veces el flujo es en sentido contrario. Las eficacias alcanzan el 99 por 100 aun con partículas extraordinariamente finas (mucho más finas que las aberturas del material de las bolsas). Periódicamente se interrumpe de forma automática el flujo invirtiéndose el de gas limpio, o bien se sacude la bolsa para retirar el polvo que puede recuperarse o desecharse. En la mayor parte de los casos los filtros de bolsas actúan como clarificadores, atrapando las partículas en el tejido de la bolsa. Cuando la carga de polvo es considerable se deja que se forme una torta de polvo antes de retirarlo.

Clasificación de líquidos. Los filtros clarificadores para líquidos comprenden los filtros de lecho por gravedad para el tratamiento de agua que se han mencionado anteriormente, así como una gran variedad de filtros de cartucho que contienen elementos filtrantes de diferentes diseños y materiales de construcción. Algunos de los filtros de torta descritos más adelante, especialmente los filtros de tanque y los filtros continuos, se utilizan ampliamente para clarificación. En las unidades discontinuas la velocidad de filtración y la eficacia de separación de sólidos se mantienen prácticamente constantes durante considerables períodos de tiempo; cuando el contenido de sólidos alcanza valores elevados se hace necesario un lavado de los elementos filtrantes.

En la Figura 30.7 se representa un filtro típico de cartucho, utilizado generalmente para separar pequeñas cantidades de sólidos de los fluidos de proceso. El cartucho filtrante consiste en una serie de delgados discos metálicos de 3 a 10 pulg de diámetro dispuestos en una bancada vertical dejando entre ellos estrechos espacios uniformes. Los discos están acoplados a un eje vertical hueco y encerrados dentro de una carcasa cilíndrica cerrada. El líquido penetra en la carcasa a presión, fluye hacia el interior entre los discos hasta las aberturas situadas en el eje central y salen por la parte superior de la carcasa. Los sólidos son atrapados entre los discos y retenidos por el filtro. Puesto que la mayor parte

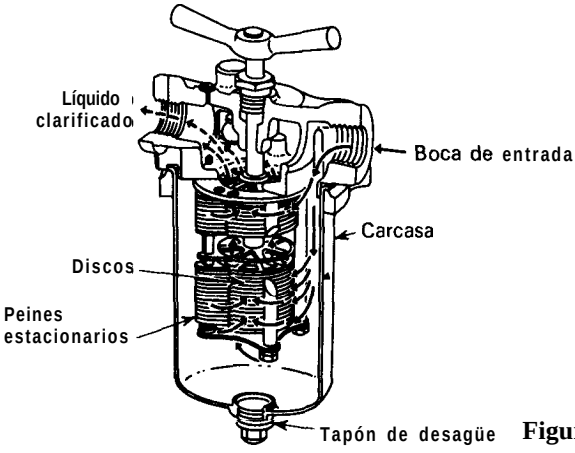


Figura 30.7. Filtro de cartucho.

de los sólidos se separan en la periferia de los discos, este tipo de aparato se conoce con el nombre de *filtro de bordes*. Periódicamente es preciso retirar los sólidos acumulados en el cartucho. En el diseño que se representa en la Figura 30.7 esta operación se realiza haciendo girar media vuelta el cartucho. Los dientes estacionarios de un limpiador de peine pasa entre los discos provocando que los sólidos caigan al fondo de la carcasa, desde donde pueden retirarse periódicamente.

Un *ultrafiltro* es un tipo especial de filtro clarificador en el que las aberturas de la membrana filtrante son extremadamente pequeñas. Se utiliza la separación de grandes moléculas y partículas microscópicas ultrafinas. Tales unidades se utilizan para concentrar proteínas de los productos de quesería y para separar aceite emulsionado y sólidos casi coloidales de aguas residuales. Normalmente, la suspensión fluye con una velocidad relativamente elevada *a través* del medio filtrante bajo una presión de 5 a 10 atm; una pequeña cantidad pasa a través de la membrana como líquido claro, dejando detrás una suspensión ligeramente más concentrada. Es preciso utilizar flujo cruzado para evitar la acumulación de sólidos sobre la superficie de la membrana. Para obtener una velocidad elevada de flujo cruzado es preciso recircular muchas veces la suspensión. Los diseños de ultrafiltros comprenden unidades tubulares que parecen pequeños cambiadores de carcasa y tubos, sistemas de fibra hueca, así como filtros de espirales y filtros de hojas que utilizan dos placas de membranas separadas por una lámina porosa[15].

Filtros de torta

El mecanismo de la filtración de torta se muestra en la Figura 30.6*b*. Aquí el medio filtrante es relativamente delgado en comparación con el filtro clarificador. Al comienzo de la filtración algunas partículas sólidas entran en los poros del medio filtrante y quedan inmovilizadas, pero rápidamente empiezan a ser recogi-

das sobre la superficie del medio filtrante. Después de este breve período inicial la torta de sólidos es la que realiza la filtración y no el medio filtrante. Sobre la superficie se forma una visible torta de espesor apreciable que es preciso retirar periódicamente.

Los filtros de torta se utilizan casi siempre para separaciones sólido-líquido. Como en el caso de otros filtros, pueden operar con presión superior a la atmósfera aguas arriba del medio filtrante o con vacío aplicado aguas abajo.

Filtros de prensa discontinuos. Los filtros de presión pueden utilizar una gran presión diferencial a través del medio filtrante para lograr económicamente una filtración rápida con líquidos viscosos o con sólidos tinos. Los tipos más comunes de filtros de presión son los filtros prensa y los filtros de carcasa y hojas.

Filtro prensa. Un filtro prensa contiene un conjunto de placas diseñadas para proporcionar una serie de cámaras o compartimentos en los que se pueden recoger los sólidos. Las placas se recubren con un medio filtrante tal como una lona. La suspensión se introduce en cada compartimento bajo presión; el líquido pasa a través de la lona y sale a través de una tubería dejando detrás una torta húmeda de sólidos.

Las placas de un filtro prensa pueden ser cuadradas o circulares, verticales u horizontales. Lo más frecuente es que los compartimentos para sólidos estén formados por huecos en las caras de placas de polipropileno moldeado. En otros diseños el filtro está formado por ***placas y marcos*** como los de la Figura 30.8, donde placas cuadradas de 6 a 78 pulg de lado alternan marcos abiertos. Las placas tienen un espesor de $\frac{1}{4}$ a 2 pulg mientras que el de los marcos es de $\frac{1}{8}$ a 8 pulg. Las placas y los marcos se sitúan verticalmente en un bastidor metálico, con telas cubriendo las caras de cada marco, y se acoplan estrechamente entre sí por medio de un tornillo o una prensa hidráulica. La suspensión entra por un

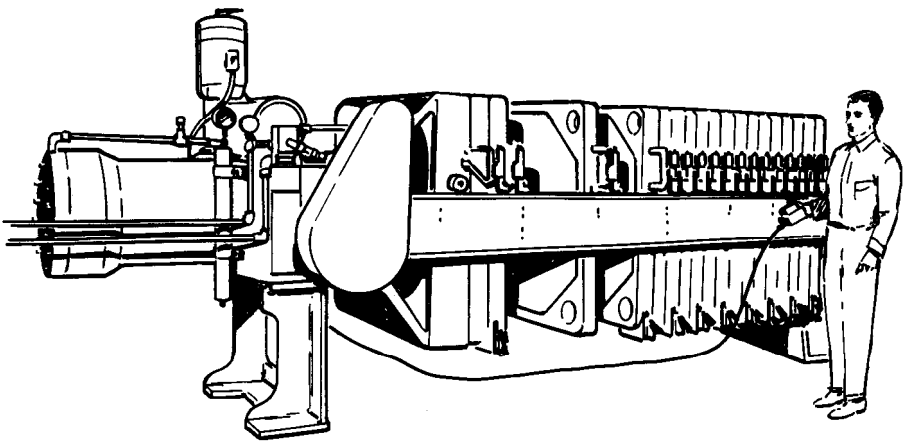


Figura 30.8. Equipo automático de filtro prensa. ***(Shriver Filter, Eimco Process Equipment Company.)***

extremo del ensamblaje de placas y marcos. Pasa a través de un canal que recorre longitudinalmente el ensamblaje por una de las esquinas de las placas y marcos. También existen canales auxiliares para llevar la suspensión desde el canal de entrada hasta cada una de las placas. Los sólidos se depositan sobre las lonas que recubren las caras de las placas. El líquido pasa a través de las telas, desciende por las canaladuras de las caras de las placas y sale del filtro prensa.

Una vez instalado el filtro prensa, se introduce la suspensión por medio de una bomba a una presión de 3 a 10 atm. La filtración continúa hasta que ya no sale líquido por el tubo de descarga o bien aumenta bruscamente la presión de filtración, Esto ocurre cuando las placas se llenan de sólido y ya no puede entrar más suspensión. Se puede entonces pasar líquido de lavado para eliminar las impurezas solubles contenidas en los sólidos, y a continuación insuflar aire o vapor de agua para desplazar la mayor parte de líquido residual. Se abre entonces la prensa y se retira la torta de sólidos, pasándola a un transportador o a un depósito de almacenamiento. En muchos filtros prensa estas operaciones se realizan automáticamente, tal como ocurre en el equipo que se muestra en la Figura 30.8.

El lavado completo en un filtro pensa puede requerir varias horas, ya que el líquido de lavado tiende a seguir caminos preferenciales formando cortocircuitos sin acceso a determinadas partes de la torta. Si la torta es menos densa en unas partes que en otras, como ocurre habitualmente, la mayor parte del líquido de lavado no será efectivo. Si el lavado tiene que ser excepcionalmente bueno, puede resultar conveniente repulpar con un gran volumen de líquido de lavado la torta parcialmente lavada y volver a filtrar o bien utilizar un filtro de carcasa y hojas que permite un lavado más eficaz que el filtro de placas y marcos.

Filtros de carcasa y hojas. Para filtrar a presiones superiores a las que son posibles en un filtro prensa de placas y marcos, para reducir la mano de obra, o cuando se requiere un lavado más eficaz de la torta, se puede utilizar un filtro de carcasa y hojas. En el diseño que se muestra en la Figura 30.9 se sitúa un conjunto de hojas verticales sobre un bastidor retráctil. La unidad se abre para descargarla, mientras que durante la operación las hojas permanecen dentro del tanque cerrado. La alimentación entra por un lado del tanque, el filtrado pasa a través de las hojas y sale por un colector de descarga múltiple. El diseño que se muestra en la Figura 30.9 es frecuentemente utilizado para filtraciones con coadyuvantes, tal como se indica más adelante en este capítulo.

Filtros continuos de presión. Los filtros discontinuos requieren con frecuencia una mano de obra elevada, de forma que en los procesos a gran escala pueden no ser económicamente interesantes. Los filtros continuos de vacío que se describen más adelante se han desarrollado para reducir la mano de obra en la operación de filtración. Sin embargo, a veces la filtración a vacío no es viable o no resulta económica, como ocurre cuando los sólidos son muy finos y filtran muy lentamente, cuando el líquido tiene una elevada presión de vapor, tiene una viscosidad superior a 1 P o es una disolución saturada que cristaliza al enfriarse. Con suspensiones que filtran lentamente la presión diferencial a través del medio

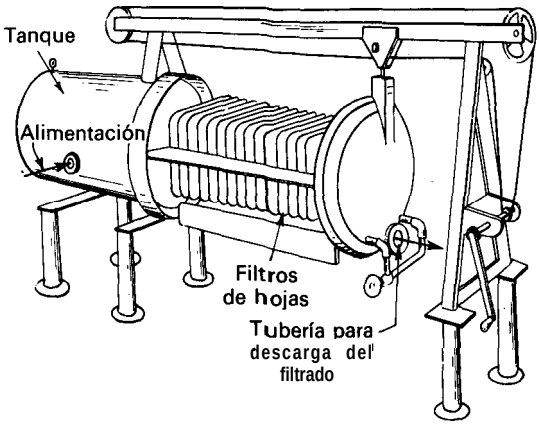


Figura 30.9. Filtro de hojas a presión en tanque horizontal. *(Ametek Process Equipment Division.)*

filtrante puede ser superior a la que se obtiene con un filtro de vacío; con líquidos que se evaporan o cristalizan a presión reducida, la presión aguas abajo del medio filtrante no puede ser inferior a la atmosférica. Por tanto, los filtros rotativos continuos que se describen después se adaptan a veces para presiones positivas de hasta 1,5 atm. Sin embargo, los problemas mecánicos para la descarga de los sólidos de estos filtros, su coste y complejidad, así como su pequeño tamaño, limitan su aplicación solamente a problemas especiales", [15]. Cuando no se puede utilizar un filtro de vacío, deberán considerarse otros métodos de separación, tales como filtros centrífugos continuos.

Filtros discontinuos de vacío. Los filtros prensa son normalmente discontinuos, mientras que los de vacío lo son continuos. Sin embargo, un filtro discontinuo de vacío resulta a veces muy útil. Una *nutcha* es poco más que un embudo Büchner grande, de 3 a 10 pies de diámetro, en la que se forma una capa de sólidos de 4 a 12 pulg de espesor. Debido a su sencillez, una nutcha puede construirse fácilmente con materiales resistentes a la corrosión y resulta interesante cuando han de filtrarse cargas experimentales de una gran variedad de materiales corrosivos. Estos tipos de filtros no son recomendables para operaciones de producción debido al elevado coste de mano de obra que supone su utilización.

Filtros continuos de vacío. En todos los filtros continuos de vacío el líquido es succionado a través de un medio filtrante sobre el que se deposita una torta de sólidos. La torta se aleja de la zona de filtración, se lava, se seca por aspiración y se descarga del medio filtrante para reiniciar el ciclo con la entrada de suspensión. En todo momento una parte del medio filtrante se encuentra en la zona de filtración, otra parte en la zona de lavado y otra en la etapa de descarga de sólidos, de forma que la salida de líquido y de sólido se realiza ininterrumpidamente. La presión diferencial a través del medio filtrante de un filtro de vacío continuo no es elevada y normalmente está comprendida entre 10 y 20 pulg Hg. Los distintos diseños de filtros difieren en la forma en la que se introduce la

suspensión, la forma de la superficie filtrante y la manera en la que se descargan los sólidos. Sin embargo, la mayor parte de ellos aplican vacío desde una fuente estacionaria para accionar las partes de la unidad por medio de una válvula rotatoria.

Filtro de tambor rotatorio. El tipo más frecuente de filtro continuo de vacío es el filtro de tambor rotatorio que se representa en la Figura 30.10. Un tambor horizontal, con una cara acanalada, gira con una velocidad de 0,1 a 2 rpm en un depósito con la suspensión agitada. Un medio filtrante, tal como una lona, cubre la superficie del tambor, que está parcialmente sumergido en el líquido. Debajo de la superficie acanalada del tambor principal se encuentra un segundo tambor más pequeño. Entre los dos tambores existen tabiques radiales que dividen el espacio anular en compartimentos separados, cada uno de los cuales está conectado por medio de una tubería interna a un orificio situado en la placa de la válvula rotatoria. Una tira de tela filtrante cubre la cara expuesta de cada compartimento para formar una sucesión de paneles.

Considérese ahora el panel que se representa por *A* en la Figura 30.10, que se encuentra justamente en el momento de introducirse en la suspensión. Cuando se sumerge debajo de la superficie del líquido, se aplica vacío por medio de la válvula rotatoria. Se forma una capa de sólidos sobre la cara del panel a medida que pasa líquido por la tela hacia el interior del compartimento, a través de la tubería interna y de la válvula hasta el tanque colector. Cuando el panel abandona la suspensión y entra en la zona de lavado y secado, se aplica vacío al panel desde un sistema exterior, succionando líquido de lavado y aire a través de la torta de sólidos (Fig. 30.11). Después que la torta de sólidos depositada sobre la caja del panel ha sido succionada para ser secada, el panel abandona la zona de secado, se corta el vacío y se retira la torta rascándola con una cuchilla horizontal o rasqueta. Se insufla algo de aire debajo de la torta con el fin de despegarla de la tela. De esta forma la torta se desprende de la tela haciendo innecesario que la cuchilla roce la superficie del tambor. Una vez que se ha desprendido la torta, el panel entra de nuevo en la suspensión y se repite el ciclo. Por tanto, la

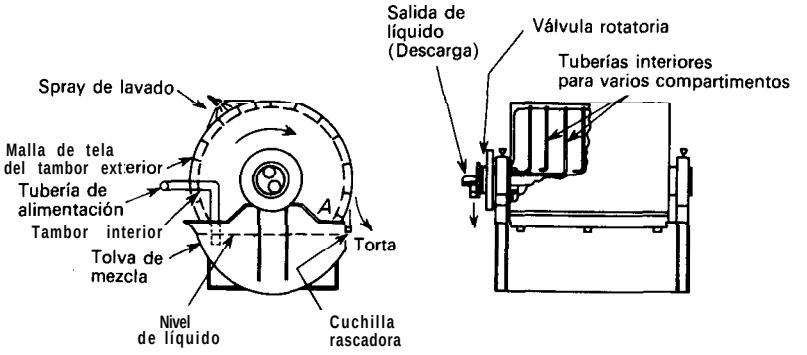


Figura 30.10. Filtro rotativo continuo de vacío.

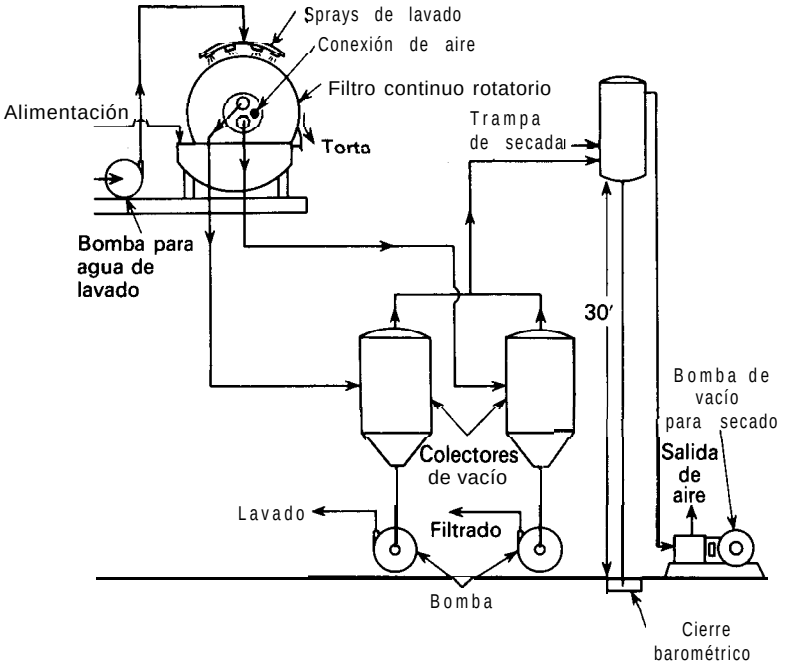


Figura 30.11. Diagrama de flujo para filtración continua de vacío.

operación de cualquier panel es cíclica, pero como algunos paneles están en todo momento en cada parte del ciclo, la operación global del filtro es continua.

Existen numerosas variantes comerciales de filtros de tambor rotatorio. En algunos diseños no existen compartimentos en el tambor, y el vacío se aplica a toda la superficie interior del medio filtrante. El filtrado y el líquido de lavado se retiran conjuntamente a través de una tubería sumergida; los sólidos se descargan insuflando aire a través de la lona desde un sistema estacionario situado dentro del tambor, hinchando la tela filtrante, desprendiéndose la torta. En otros modelos la torta se desprende de la superficie filtrante por un conjunto de cuerdas paralelas muy juntas, o bien separando la tela filtrante de la superficie del tambor y haciéndola pasar alrededor de un rodillo de pequeño diámetro. El cambio brusco de dirección que provoca este rodillo da lugar a que se desprendan los sólidos. La tela puede lavarse a medida que retorna desde el rodillo hasta la cara inferior del tambor. El líquido de lavado puede pulverizarse directamente sobre la superficie de la torta, o bien, con tortas que se rajan cuando se pasa aire a su través, el rociado de líquido de lavado puede realizarse sobre tela que se desplaza con la torta a través de la zona de lavado y que presiona fuertemente sobre la superficie exterior.

El grado de inmersión también es variable. La mayor parte de los filtros alimentados por el fondo operan con aproximadamente el 30 por 100 de su superficie filtrante sumergida en la suspensión. Cuando se desea una elevada

capacidad de filtración sin lavado, se puede utilizar el filtro muy sumergido, con una inmersión de 60 a 70 por 100. La capacidad de cualquier filtro rotativo depende considerablemente de las características de la suspensión de alimentación y, sobre todo, del espesor de la torta que se puede depositar en la operación práctica. Las tortas formadas en filtros industriales rotativos de vacío tienen un espesor comprendido entre $\frac{1}{8}$ y $1\frac{1}{2}$ pulg. Los tamaños normalizados de los tambores varían desde 1 pie de diámetro y 1 pie de longitud hasta 10 pies de diámetro y 14 pies de longitud.

Un ejemplo típico de los aparatos continuos o semicontinuos de clarificación lo constituye el filtro de ***recubrimiento previo,*** que es un filtro rotativo de tambor modificado para filtrar pequeñas cantidades de sólidos gelatinosos que generalmente obturan la tela filtrante. En la operación de este aparato se deposita en primer lugar sobre el medio filtrante una capa porosa de un coadyuvante de filtración, tal como tierra de diatomeas. El líquido a filtrar se succiona entonces a través de una capa del coadyuvante de filtración, depositándose una delgada capa de sólidos. Esta capa y algo del coadyuvante de filtración se desprenden entonces del tambor por medio de una cuchilla que avanza lentamente, lo que da lugar a que de forma continua exista una superficie fresca de material poroso para el líquido que ha de pasar a su través. Un filtro de tratamiento previo puede también operar a presión. En los aparatos de presión los sólidos descargados y el coadyuvante de filtración se recogen en una zona de filtración, para retirarlos periódicamente a la presión atmosférica, mientras el tambor se recubre con coadyuvante. Los filtros de tratamiento previo solamente se pueden utilizar cuando los sólidos se desechan o cuando su mezcla con grandes cantidades de coadyuvante no crea un serio problema. La inmersión habitual de un tambor de filtro con tratamiento previo es del 50 por 100.

Filtro de cinta horizontal. Cuando la alimentación contiene partículas sólidas gruesas que sedimentan rápidamente, un filtro de tambor rotatorio funciona mal o simplemente no puede funcionar. Las partículas gruesas no se pueden mantener bien en suspensión y la torta que se forma con frecuencia no se adhiere a la superficie del tambor. En estos casos se puede utilizar un filtro horizontal alimentado por la parte superior. El filtro de cinta móvil que se muestra en la Figura 30.12 es uno de los diferentes tipos de filtros horizontal; se parece a un transportador de cinta, con un soporte transversal que lleva la tela filtrante que tiene también la forma de una cinta sin fin. Las aberturas centrales situadas en la cinta de drenaje se deslizan sobre una cámara longitudinal de vacío en la que se descarga el filtrado. La suspensión de alimentación fluye hasta la cinta desde un distribuidor situado en un extremo de la unidad, mientras que la torta filtrada y lavada descarga por el otro extremo.

Los filtros de cinta son especialmente útiles en el tratamiento de residuos debido a que los residuos con frecuencia contienen un intervalo de tamaño de las partículas muy amplio[15]. Se construyen tamaños comprendidos entre 2 a 18 pies de ancho y 16 a 110 pies de largo, y con áreas de filtración de hasta 1200 pie'. En un filtro de cinta típico el vacío se aplica e interrumpe intermitentemente; la cinta avanza unas 20 pulg cuando se interrumpe el vacío y se detiene

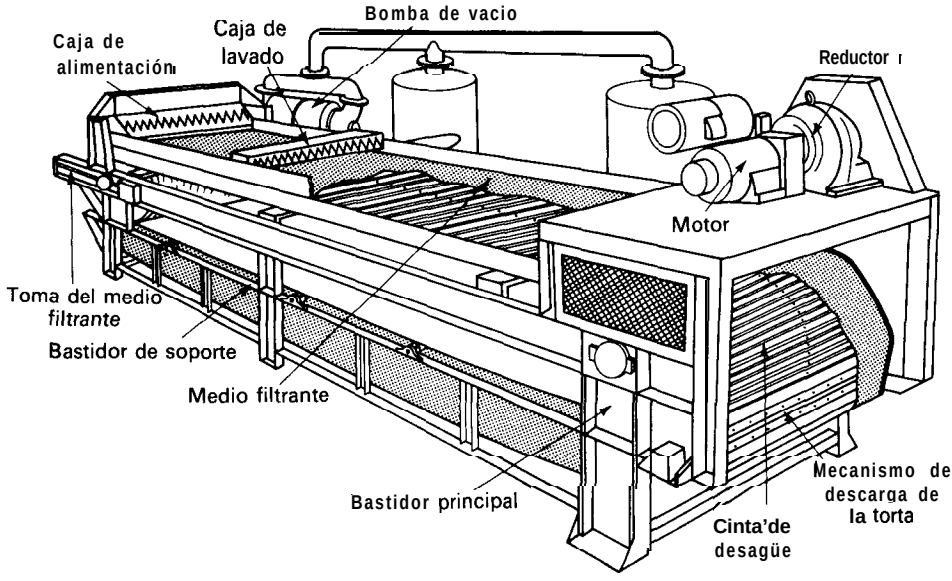


Figura 30.12. Filtro de cinta horizontal.

mientras el vacio se aplica. De esta forma, se evita la dificultad de mantener un buen cierre de vacio entre la cámara y la cinta móvil.

Medios filtrantes. El medio filtrante de cualquier filtro ha de cumplir los siguientes requerimientos:

1. Ha de retener los sólidos a filtrar, dando lugar a un filtrado razonablemente claro.
2. No debe obstruirse o cegarse.
3. Ha de ser químicamente resistente y tener suficiente resistencia física para soportar las condiciones del proceso.
4. Ha de permitir que la torta formada se desprenda de una forma limpia y completa.
5. No ha de ser excesivamente caro.

En la filtración industrial un medio de filtración frecuente es la tela de lona de diferentes pesos y modelos de tejido, dependiendo del objetivo que se persiga. Los líquidos corrosivos requieren el empleo de otros medios filtrantes tales como telas de lana, de metal monel o acero inoxidable, de vidrio o de papel. Las fibras sintéticas como 'nylon, propileno, Saran y Dracon tienen una elevada resistencia química.

Por lo general, las fibras metálicas o las sintéticas lisas son menos eficaces que las fibras naturales para separar partículas muy finas. Sin embargo, esto solamente es una desventaja al comienzo de la filtración debido a que, excepto con partículas gruesas y duras que no contienen finos, el medio filtrante real lo

constituye la primera capa de sólidos depositados. El filtrado puede ser inicialmente turbio pero luego se hace claro. El filtrado turbio se devuelve al tanque que contiene la suspensión para ser filtrado de nuevo.

Coadyuvantes de filtración. Los sólidos muy tinos o mucilaginosos, que forman una torta densa e impermeable, obstruyen rápidamente cualquier medio filtrante que sea suficientemente fino para retenerlos. La filtración práctica de estos materiales exige que la porosidad de la torta aumente de forma que permita el paso del líquido con una velocidad razonable. Esto se realiza añadiendo un coadyuvante de filtración, tal como tierra de diatomeas, perlita, celulosa de madera purificada u otros materiales porosos inertes a la suspensión antes de la filtración. El coadyuvante de filtración puede separarse después de la torta de filtración disolviendo los sólidos o quemando el coadyuvante. Si los sólidos no tienen valor, se desechan junto con el coadyuvante.

Otra forma de utilizar un coadyuvante de filtración es mediante pretratamiento, es decir, depositando una capa del mismo sobre el medio filtrante antes de comenzar la operación. En los filtros discontinuos la capa del material es generalmente delgada, mientras que en un filtro continuo con pretratamiento, tal como se ha indicado anteriormente, dicha capa es gruesa y la parte superior de la misma se retira de forma continua con una cuchilla rascadora para exponer una superficie de filtración fresca.

FUNDAMENTOS DE LA FILTRACION

La filtración es un ejemplo especial del flujo a través de medios porosos que se ha estudiado en el Capítulo 7 para casos en los que las resistencias al flujo son constantes. En filtración tales resistencias aumentan con el tiempo a medida que el medio filtrante se va obstruyendo o se forma una torta de filtración, de forma que es preciso modificar las ecuaciones del Capítulo 7 para tener en cuenta este hecho. Las principales magnitudes de interés son la velocidad de flujo a través del filtro y la caída de presión en la unidad. A medida que transcurre el proceso, o bien disminuye la velocidad de flujo o aumenta la caída de presión. En la llamada *filtración a presión constante* la caída de presión permanece constante y la velocidad de flujo va disminuyendo con el tiempo; menos frecuente es que la presión aumente progresivamente para dar lugar a la llamada *filtración a velocidad constante*.

Una ecuación general para todos los tipos de filtración a presión constante fue desarrollada por Hermans y Bredée[9] en 1935. Su ecuación es

$$\frac{d^2t}{dV^2} = k_1\left(\frac{dt}{dV}\right)^n \qquad (30.8)$$

donde V = volumen de líquido filtrado, o simplemente filtrado, recogido durante el tiempo t

k_1, n = constantes

En la filtración de clarificación n puede ser 2, $\frac{3}{2}$, o 1, dependiendo del mecanismo para el cual se deposite la partícula. En la filtración de torta $n = 0$.

Para la filtración a velocidad constante la ecuación de Hermans-Bredée es

$$\frac{d(\Delta p)}{dV} = k_2(\Delta p) \tag{30.9}$$

donde Δp es la caída de presión a través del filtro y n tiene los mismos valores que en la Ecuación (30.8).

El tratamiento que sigue se refiere fundamentalmente a la filtración de líquidos, si bien fundamentos similares son aplicables a la filtración de gases[12d].

Fundamentos de la clarificación

Si las partículas sólidas que han de separarse obstruyen completamente los poros del medio filtrante, y la velocidad de obstrucción es constante con el tiempo, el mecanismo se conoce como ***coludo directo,*** para el cual n en las Ecuaciones (30.8) y (30.9) adquiere el valor 2. El colado directo se produce en raras ocasiones. Mucho más frecuente es que las partículas bloqueen parcialmente los poros dando lugar a una gradual reducción del tamaño de los mismos; este mecanismo recibe el nombre de ***bloqueo estándar,*** para el que $n = 3/2$. Ocasionalmente, durante la transición entre la clarificación y la formación de la torta puede haber un período durante el cual $n = 1$, recibiendo entonces el nombre de ***bloqueo intermedio.***

El bloqueo estándar es el mecanismo habitual en los filtros de clarificación. Con $n = 3/2$, la integración de la Ecuación (30.8) conduce a las siguientes ecuaciones para la filtración a presión constante

$$q = q_0(1 - K_s V)^2 \tag{30.10}$$

$$\frac{t}{V} = K_s t + \frac{1}{q_0} \tag{30.11}$$

donde $q = dV/dt$, es la velocidad volumétrica de flujo a través del filtro
q_0 = velocidad de flujo para $t = 0$
K_s = constante igual a $k_1/2q_0^{1/2}$

Una representación gráfica de t/V frente a t es una línea recta cuando el mecanismo corresponde a bloqueo estándar. Tiene una pendiente igual a K_s y la ordenada en el origen es $1/q_0$.

A partir de la Ecuación (30.9) para la filtración a volumen constante,

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_0} = \frac{1}{(1 - K_s V)^2} \tag{30.12}$$

donde Δp_0 es la caída de presión al comienzo de la filtración.

La deducción de las Ecuaciones (30.10) y (30. ll) a partir de la ley de Poiseuille [Ec. (5.16)], indicando el significado físico de K_s, fue obtenida por Grace[8]. También se obtienen ecuaciones similares a las Ecuaciones (30.10) a (30.12) para colado directo y bloqueo intermedio.

La Figura 30.13 muestra los resultados experimentales de ensayos de clarificación con una tela de nylon monofílamento [8]. La representación gráfica de t/V frente a t es una recta cuando $t > 80$ s, de acuerdo con la Ecuación (30.11), pero casi siempre hay un período inicial en el que no es aplicable la Ecuación (30.11). Todas las leyes de filtración suponen que el número de partículas separadas por volumen de filtrado es constante, lo cual dista de ser cierto al comienzo de la filtración aun con medios filtrantes de tela.

Fundamentos de la filtración de torta

En la filtración de torta el líquido pasa a través de dos resistencias en serie: la de la torta y la del medio filtrante. La resistencia del medio filtrante, que es la única resistencia en los filtros clarificadores, normalmente sólo es importante durante las primeras etapas de la filtración de torta. La resistencia de la torta es nula al principio y aumenta con el tiempo a medida que transcurre la filtración. Si la torta se lava después de la filtración, ambas resistencias son constantes durante el período de lavado, y la del medio filtrante es generalmente despreciable.

La caída total de presión en un instante cualquiera es la suma de las caídas de presión en el medio filtrante y en la torta. Si p_a es la presión interior, p_b la presión exterior y p' la presión en el límite de separación entre el medio filtrante y la torta,

$$\Delta p = p_a - p_b = (p_a - p') + (p' - p_b) = \Delta p_c + \Delta p_m \qquad (30.13)$$

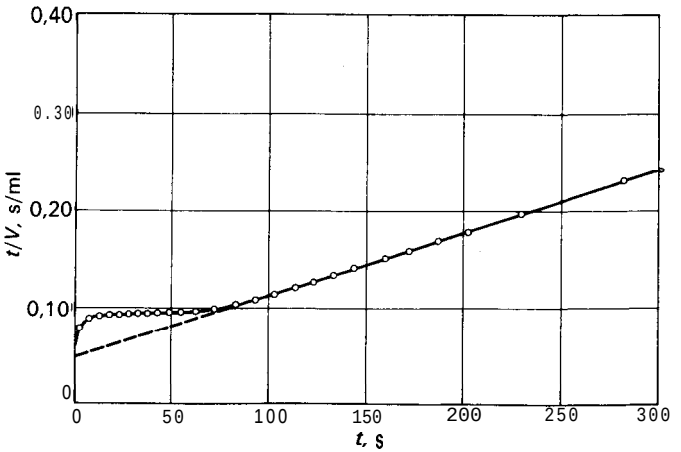


Figura 30.13. Clarificación con una tela monofilamento de nylon.

donde Ap = caída global de presión
Ap, = caída de presión en la torta
Ap, = caída de presión en el medio filtrante

Caída de presión a través de la torta de filtración. La Figura 30.14 muestra esquemáticamente una sección transversal de la torta de filtración y del medio filtrante para un tiempo definido t a partir del comienzo del flujo de filtrado. Para este tiempo el espesor de la torta, medido desde el medio filtrante, es L_c. El área del filtro, medida perpendicularmente a la dirección de flujo, A. Considérese la delgada capa de torta de espesor dL situada en la torta a una distancia L del medio filtrante. Sea la presión en este punto p. Esta capa consta de un delgado lecho de partículas sólidas a través de las cuales fluye el filtrado. En un lecho filtrante la velocidad es suficientemente baja para asegurar que el flujo es laminar. En consecuencia, se puede utilizar la Ecuación (7.18) como punto de partida para el tratamiento de la caída de presión a través de la torta, teniendo en cuenta que $\Delta p/L = -dp/dL$, y que para flujo laminar k_2 en la Ecuación (7.18) es 0. Si la velocidad del filtrado se representa por u, la Ecuación (7.18) se transforma en

$$\frac{dp}{dL} = \frac{k_3 \mu u (1 - \varepsilon)^2 (s_p/v_p)^2}{g_c \varepsilon^3} \tag{30.14}$$

donde dp/dL = gradiente de presión para el espesor L
μ = viscosidad del filtrado
u = velocidad lineal del filtrado basado en el área del filtro

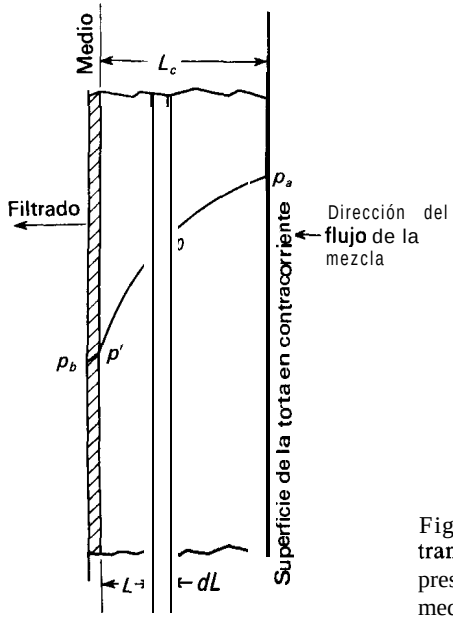


Figura 30.14. Sección transversal del medio filtrante y de la torta mostrando los gradientes de presión: p, presión del fluido; L, distancia desde el medio filtrante.

s_p = superficie de una sola partícula
v_p = volumen de una sola partícula
ε = porosidad de la torta
k_3 = constante
g_c = factor de proporcionalidad de la ley de Newton

Para partículas de tamaño y forma definida dispuestas al azar, $k_3 = 4{,}167$.

La velocidad lineal u viene dada por la ecuación

$$u = \frac{dV/dt}{A} \tag{30.15}$$

donde V es el volumen de filtrado recogido desde el comienzo de la filtración hasta el tiempo t. Puesto que el filtrado tiene que pasar a través de toda la torta, V/A tiene el mismo valor para todas las capas y u es independiente de L.

El volumen de sólidos en la capa es $A(1 - \varepsilon)\,dL$, y si ρ_p es la densidad de las partículas, la masa dm de sólidos en la capa es

$$dm = \rho_p(1 - \varepsilon)A\,dL \tag{30.16}$$

Eliminando dL de las Ecuaciones (30.14) y (30.16) se obtiene

$$dp = \frac{k_3\mu u(s_p/v_p)^2(1 - \varepsilon)}{g_c\rho_p A\varepsilon^3}dm \tag{30.17}$$

Tortas de filtración compresibles e incompresibles. En la filtración a bajas caídas de presión de suspensiones que contienen partículas rígidas y uniformes, todos los factores del segundo miembro de la Ecuación (30.17), excepto m, son independientes de L, y la ecuación es directamente integrable para el espesor de la torta. Si m_c es la masa total de sólidos en la torta, el resultado es

$$\int_{p'}^{p_0} dp = \frac{k_3\mu u(s_p/v_p)^2(1 - \varepsilon)}{g_c\rho_p A\varepsilon^3}\int_0^{m_c} dm$$

$$p_a - p' = \frac{k_3\mu u(s_p/v_p)^2(1 - \varepsilon)m_c}{g_c\rho_p A\varepsilon^3} = \Delta p_c \tag{30.18}$$

Las tortas de filtración de este tipo reciben el nombre de *incompresibles.*

Para utilizar la Ecuación (30.18) se define una *resistencia especzji'ca de la torta,* α, definida por la ecuación

$$\alpha \equiv \frac{\Delta p_c g_c A}{\mu u m_c} \tag{30.19}$$

donde

$$\alpha = \frac{k_3(s_p/v_p)^2(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3\rho_p} \tag{30.20}$$

Para tortas incompresibles α es independiente de la caída de presión y de la posición en la torta.

La mayor parte de las tortas que se encuentran en las operaciones industriales no están formadas por partículas rígidas individuales. La suspensión consiste en una mezcla de aglomerados, o flóculos, consistentes en débiles acoplamientos de partículas muy pequeñas, y la resistencia de la torta depende de las propiedades de los flóculos en vez de la geometría de las partículas individuales[7]. Los flóculos se depositan sobre la cara de la torta situada aguas arriba y forma un complicado entramado de canalillos para los que la Ecuación (30.17) no es estrictamente aplicable. La resistencia de tal suspensión depende del método utilizado en la preparación de la suspensión así como a la edad y temperatura del material. Por otra parte, los flóculos son distorsionados y rotos por las fuerzas existentes en la torta, de forma que los factores ε, k_3 y s_p/v_p varían de una capa a otra.

Una torta de filtración de este tipo se denomina ***compresible,*** y en ella α varía de un lugar a otro; también varía con la presión aplicada y, en algunos casos, con el tiempo. En consecuencia, la Ecuación (30.18) no es estrictamente aplicable. Sin embargo, en la práctica, la variación de α con el tiempo y la localización se suele ignorar. Para los cálculos se obtiene experimentalmente un valor medio para el material que se filtra. A veces los experimentos se realizan a diferentes presiones de forma que α puede correlacionarse con la caída de presión.

Resistencia del medio filtrante. La resistencia del medio filtrante R_m se puede definir, por analogía con la Ecuación (30.19), mediante la ecuación

$$\frac{p'}{R_m} = \frac{p_b}{R_m} = \frac{\Delta p_m}{R_m} = \frac{\mu u}{g_c} \tag{30.21}$$

La dimensión de R_m es $\bar{L}^{-1}$.

La resistencia del medio filtrante R_m varía con la caída de presión y con el tiempo y la limpieza del medio filtrante, pero como sólo es importante durante las primeras etapas de la filtración, casi siempre resulta satisfactorio suponer que es constante durante cualquier filtración y obtener su valor a partir de datos experimentales. Cuando R_m se trata como una constante empírica, incluye también cualquier resistencia al flujo que pueda existir en las líneas de acceso y salida del filtro.

A partir de las Ecuaciones (30.19) y (30.21),

$$\Delta p = \Delta p_c + \Delta p_m = \frac{\mu u}{g_c}\left(\frac{m_c \alpha}{A} + R_m\right) \tag{30.22}$$

Desde un punto de vista estricto, la resistencia de la torta α es una función de Δp_c en vez de Δp. Durante la etapa importante de la filtración, que es cuando la torta tiene un espesor apreciable, Δp_m es pequeño en comparación de Δp_c, ***y el*** efecto sobre el valor de α al efectuar la integración de la Ecuación (30.18) sobre un intervalo Δp en vez de Δp_c puede ignorarse con toda seguridad. Por tanto, en la Ecuación (30.22) α se toma como una función de Ap.

Al utilizar la Ecuación (30.22) es conveniente sustituir u, la velocidad lineal del filtrado, y m_c, la masa total de sólido en la torta, por funciones de V, el volumen total de filtrado recogido durante el tiempo t. La Ecuación (30.15) relaciona u y V, y un balance de materia relaciona m_c y V. Si c es la masa de partículas depositadas en el filtro por unidad de volumen de filtrado†, la masa de sólidos en el filtro en el tiempo t es Vc, y

$$m_c = Vc \tag{30.24}$$

Sustituyendo u de la Ecuación (30.15) y m_c de la Ecuación (30.24) en la Ecuación (30.22), se obtiene

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu}{Ag_c(\Delta p)}\left(\frac{\alpha c V}{A} + R_m\right) \tag{30.25}$$

Filtración a presión constante. Cuando Ap es constante, las únicas variables son V y t. Cuando $t = 0$, $V = 0$ y Ap = Ap,; por tanto,

$$\frac{\mu R_m}{A\,\Delta p\, g_c} = \left(\frac{dt}{dV}\right)_0 = \frac{1}{q_0} \tag{30.26}$$

La Ecuación (30.25) puede pues escribirse así

$$\frac{dt}{dV} = \frac{1}{q} = K_c V + \frac{1}{q_0} \tag{30.27}$$

donde

$$K_c = \frac{\mu c \alpha}{A^2\,\Delta p\, g_c} \tag{30.28}$$

La Ecuación (30.27) puede compararse con la Ecuación (30.11) para filtros clarificadores. Es, además, consistente con la forma integrada de la ecuación de Hermans-Bredée [Ec. (30.8)] con $u = 0$ y $k_1 = K_c$.

La integración de la Ecuación (30.27) entre los límites (0, 0) y (t, V) conduce a

$$\frac{t}{V} = \frac{K_c}{2} V + \frac{1}{q_0} \tag{30.29}$$

† La concentración de sólidos en la suspensión que entra como alimentación del filtro es ligeramente inferior a c, puesto que la torta húmeda incluye líquido suficiente para llenar sus poros, y V, el volumen real de filtrado, es ligeramente menor que el líquido total contenido en la suspensión original. Si se desea, se puede corregir esta retención de líquido en la torta aplicando balances de materia. Así, sea m_F la masa de torta húmeda, incluyendo el filtrado retenido en sus huecos, y m_c la masa de torta seca obtenida lavando la torta libre de material soluble y secándola. Por otra parte, sea ρ la densidad del filtrado. Por tanto, si c es la concentración de sólidos en la suspensión, en kilogramos por metro cúbico de líquido de alimentación del filtro, los balances de materia conducen a

$$c = \frac{c_s}{1 - [(m_F/m_c) - 1]c_s/\rho} \tag{30.23}$$

Por tanto, una representación gráfica de t/V frente a V será una línea recta de pendiente $K_c/2$ y ordenada en el origen $1/q_0$. A partir de una representación gráfica y las Ecuaciones (30.26) y (30.28) se pueden calcular los valores de α y R_m en la forma que se indica en el Ejemplo 30.2.

Ecuaciones empíricas para la resistencia de tortas. Realizando experimentos a presión constante para varias caídas de presión se puede encontrar la variación de α con Δp. Si α es independiente de Ap, la torta es incompresible. Generalmente α aumenta con Ap, ya que la mayor parte de las tortas son, por lo menos en alguna medida, compresibles. Para tortas altamente compresibles α aumenta rápidamente con Ap.

Se pueden utilizar ecuaciones empíricas para ajustar los datos experimentales de **Ap** en función de α, siendo la más frecuente

$$\alpha = \alpha_0(\Delta p) \tag{30.30}$$

donde α_0 y s con constantes empíricas. La constante s ***es*** el ***coeficiente de compresibilidad*** de la torta. Si vale cero es incompresible, mientras que valores positivos corresponden a tortas compresibles. Su valor generalmente está comprendido entre 0,2 y 0,8. La Ecuación (30.30) no deberá utilizarse en un intervalo de caídas de presión muy diferente del empleado en los experimentos realizados para evaluar α y s.

Tabla 30.2. Datos volumen-tiempo[14] para el Ejemplo 30.2

Ensayo número	I		II		III		IV		V	
Δp, $lb_f/pulg^2$	6,7		16,2		28,2		36,3		49,1	
Volumen de filtrado V, l	t, s	t/V	t, s	t/V	t, s	t/V	t, s	t/V	t, s	t/V
0,5	17,3	34,6	6,8	13,6	6,3	12,6	5,0	10,0	4,4	8,8
1,0	41,3	41,3	19,0	19,0	14,0	14,0	11,5	11,5	9,5	9,5
1,5	72,0	48,0	34,6	23,1	24,2	16,13	19,8	13,2	16,3	10,87
2,0	108,3	54,15	53,4	26,7	37,0	18,5	30,1	15,05	24,6	12,3
2,5	152,1	60,84	76,0	30,4	51,7	20,68	42,5	17,0	34,7	13,88
3,0	201,7	67,23	02.0	34,0	69,0	23,0	56,8	18,7	46,1	15,0
3,5			31,2	37,49	88,8	25,37	73,0	20,87	59,0	16,86
4,0			63,0	4475	110,0	27,5	91,2	22,8	73,6	18,4
4,5					134,0	29,78	111,0	24,67	89,4	19,87
5,0					160,0	32,0	133,0	26,6	107,3	21,46
5,5							156,8	28,51		
6,0							182,5	30,42		

Ejemplo 30.2. Filtraciones de laboratorio realizadas a caída de presión constante con una suspensión de $CaCO_3$ en H_2O han conducido a los datos que se presentan en la Tabla 30.2. El área del filtro era 440 cm^2, la masa de sólido por unidad de volumen de filtrado 23,5 g/l, y la temperatura 25 °C. Evalúense α y R_m como funciones de la caída de presión, y obténgase una ecuación empírica para α ajustando los resultados.

SOLUCIÓN

La primera etapa es preparar las gráficas, para los cinco experimentos a presión constante, de t/V frente a V. Los datos se presentan en la Tabla 30.2 y las gráficas se muestran en la Fig. 30.15. La pendiente de cada linea es $K_c/2$, en segundos por litro por litro. La ordenada en origen de cada linea es $1/q_0$, en segundos por litro. El factor para convertir este valor en segundos por pie cúbico es 28,31. Las pendientes y ordenadas en el origen, tanto en unidades observadas como convertidas, se dan en la Tabla 30.3.

Según el Apéndice 14, la viscosidad del agua es 0,886 cP, o bien 0,886 x 6,72 x x 10^{-4} = 5,95 x x 10^{-4} lb/pies-s. El área del filtro es $440/30{,}48^2$ = 0,474 pie'. La concentración c es (23,5 x 28,31)/454 = 1,47 lb/pie^3.

Tabla 30.3. Valores de K_c, $1/q_0$, R_m y α para el Ejemplo 30.2

	Calda de presión Ap		Pendiente $K_c/2$		Ordenada $1/q_0$			
Ensayo	$lb_f/pulg^2$	lb_f/pie^2	s/l^2	s/pie^6	s/l	s/pie^3	R_m, pie $^{-1} \times 10^{-10}$	α, $pies/lb \times 10^{-11}$
I	6,7	965	13,02	10440	28,21	800	1,98	1,66
II	16,2	2330	7,24	5800	12,11	343	2,05	2,23
III	28,2	4060	4,51	2620	9,43	267	2,78	2,43
IV	36,3	5230	3,82	3060	7,49	212	2,84	2,64
V	49,1	7070	3,00	2400	6,35	180	3,26	2,80

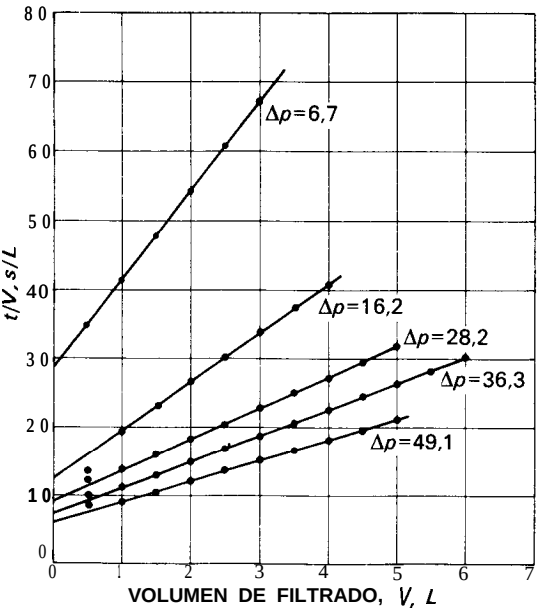


Figura 30.15. Gráfica de t/V frente a V para el Ejemplo 30.2.

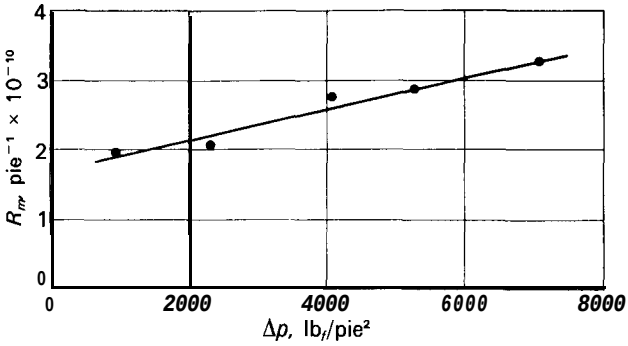


Figura 30.16. Gráfica de R_m frente a Ap para el Ejemplo 30.2.

A partir de los valores de $K_c/2$ y $1/q_0$ de la Tabla 30.3, se obtienen los correspondientes valores de α y R_m a partir de las Ecuaciones (30.26) y (30.28). Por tanto

$$\alpha = \frac{A^2 \Delta p\, g_c K_c}{c\mu} = \frac{0{,}474^2 \text{ x } 32{,}17 \text{ Ap } K_c}{5{,}95 \text{ x } 10^{-4} \text{ x } 1{,}47} = 8{,}26 \text{ x } 10^3 \text{ Ap } K_c$$

$$R_m = \frac{A \Delta p\, g_c (1/q_0)}{\mu} = \frac{0{,}474 \text{ x } 32{,}17\ \Delta p (1/q_0)}{5{,}95 \text{ x } 10^{-4}} = 2{,}56 \text{ x } 10^4 \Delta p \frac{1}{0\ q_0}$$

La Tabla 30.3 muestra los valores de $K_c/2$ y $1/q_0$ para cada ensayo, calculados por el método de mínimos cuadrados. En todos los casos se ha omitido el primer punto del Ensayo 1 que no cae sobre la representación lineal. En la Tabla 30.3 se dan los valores de α y R_m. La Figura 30.16 es una representación gráfica de R_m frente a Δp.

La Figura 30.17 es una representación logarítmica de α frente a Ap. Los puntos definen perfectamente una linea recta, de forma que la Ecuación (30.30) es adecuada para representar α en función de Ap. La pendiente de la línea, que es el valor de s para esta torta, es 0,26. La torta es sólo ligeramente compresible.

La constante α_0 se puede calcular leyendo las coordenadas de un punto conveniente situado sobre la línea de la Figura 30.17 y calculando α_0 por la Ecuación (30.30). Por ejemplo, cuando $Ap = 1000$, $\alpha = 1{,}75 \text{ x } 10^{11}$, y

$$\alpha_0 = \frac{1{,}75 \text{ x } 10^{11}}{1000^{0{,}26}} = 2{,}90 \times 10^{10} \text{ pies/lb } (1{,}95 \text{ x } 10^{10} \text{ m/kg})$$

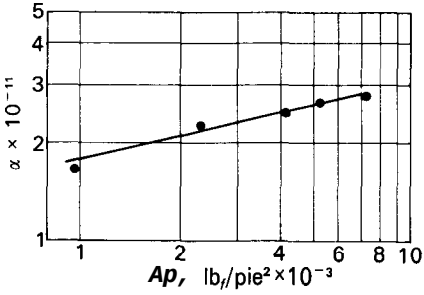


Figura 30.17. Representación log-log de α frente a *Ap* para el Ejemplo 30.2.

La Ecuación (30.30) para esta torta es

$$\alpha = 2{,}90 \times 10^{10} \Delta_P{}^{0,26}$$

Filtración continua. En un filtro continuo, como el de tipo de tambor rotativo, la alimentación, el filtrado y la torta se mueven con velocidades continuas estacionarias. Sin embargo, las condiciones en un elemento particular cualquiera de la superficie filtrante no son de régimen estacionario sino transitorio. Siguiendo, por ejemplo, un elemento de tela filtrante desde el momento en que entra en el tanque de suspensión hasta que se desprende la torta y queda de nuevo limpio, es evidente que el proceso consta de varias etapas en serie (formación de la torta, lavado, secado, y descarga), en cada una de las cuales las condiciones cambian progresiva y continuamente. Sin embargo, la caída de presión a través del filtro durante la formación de la torta se mantiene constante. Por tanto, las anteriores ecuaciones para la filtración discontinua a presión constante se pueden aplicar a los filtros continuos introduciendo algunas modificaciones.

Si t es el tiempo real de filtrado (es decr, el tiempo que un elemento de filtro está sumergido en la suspensión), a partir de la Ecuación (30.29),

$$t = \frac{K_c V^2}{2} \quad V \qquad (30.3\ 1)$$

40

donde *Ves* el volumen de filtrado recogido durante el tiempo *t.* Despejando *V* de la Ecuación (30.31) se obtiene

$$V = \frac{(1/q_0^2 + 2K_c t)^{1/2} - 1/q_0}{K_c} \qquad (30.32)$$

Sustituyendo los valores de $1/q_0$ y K_c de las Ecuaciones (30.26) y (30.28) y dividiendo por tA, se llega a la ecuación

$$\frac{V}{tA} = \frac{[(2\ \Delta p\, g_c c\alpha/\mu t) + (R_m/t)^2]^{1/2} - R_m/t}{c\alpha} \qquad (30.33)$$

donde V/t = velocidad de recolección de filtrado
A = área sumergida del filtro

La Ecuación (30.33) puede escribirse en función de la velocidad de producción de sólidos $\dot{m}_c$ y de las características del filtro: tiempo del ciclo t_c, velocidad de giro del tambor n, y del área total del filtro $A_,$. Si la fracción de tambor sumergido es f,

$$t = ft, = \frac{f}{n} \qquad (30.34)$$

La velocidad de producción de sólidos, de acuerdo con la Ecuación (30.24), es

$$\dot{m}_c = c\left(\frac{V}{t}\right) \tag{30.35}$$

Puesto que $A/A_T = f$, la velocidad de producción de torta dividida por el área total del filtro es

$$\frac{\dot{m}_c}{A_T} = \frac{[2c\alpha \text{ Ap } g_c f n/u + (nR_m)^2]^{1/2} - nR_m}{\alpha} \tag{30.36}$$

La resistencia del medio filtrante R_m incluye la de cualquier porción de torta no retirada por el mecanismo de descarga y que pasa al siguiente ciclo. Cuando el medio filtrante se lava después de descargar la torta, R_m generalmente es despreciable y la Ecuación (30.36) se transforma en

$$\frac{\dot{m}_c}{A_T} = \left(\frac{2c\,\Delta p\, g_c f n}{\alpha\mu}\right)^{1/2} \tag{30.37}$$

Si la resistencia específica de la torta varía con la caída de presión de acuerdo con la Ecuación (30.30), la Ecuación (30.37) puede modificarse para dar

$$\frac{\dot{m}_c}{A_T} = \left(\frac{2c\,\Delta p^{1-s} g_c f n}{\alpha_0 \mu}\right)^{1/2} \tag{30.38}$$

Las Ecuaciones (30.36) y (30.37) se aplican tanto a filtros continuos de vacío como a filtros continuos de presión. Cuando R_m es depreciable, la Ecuación (30.37) predice que la velocidad de flujo de filtrado es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la viscosidad y del tiempo del ciclo. Esto se ha observado experimentalmente con tortas gruesas y elevados tiempos del ciclo"; sin embargo, con ciclos de tiempo cortos esto no se cumple y es preciso utilizar la relación más complicada correspondiente a la Ecuación (30.36)[13]. En general, la velocidad de filtración aumenta con la velocidad de giro del tambor y disminuye con el tiempo del ciclo t_c, debido a que la torta formada sobre la superficie del tambor es más delgada. Para velocidades superiores a un cierto valor crítico, la velocidad de filtración ya no aumenta con la velocidad sino que permanece constante, y la torta tiende a ser muy húmeda y difícil de descargar.

El área de filtro que se requiere para una velocidad de filtración dada se calcula en la forma que se indica en el Ejemplo 30.3.

Ejemplo 30.3. Un filtro rotativo continuo, con un 30 por 100 de inmersión, ha de utilizarse para filtrar una suspensión acuosa de $CaCO_3$ que contiene 14,7 lb de sólidos por pie cúbico de agua (236 kg/m^3). La caída de presión será de 20 pulg Hg. Si la torta de filtración contiene 50 por 100 de humedad (sobre base seca), calcúlese el área de filtro que se requiere para filtrar 10 galones por minuto de suspensión cuando el tiempo de ciclo del filtro es de 5 minutos. Supóngase que la resistencia específica de la

torta es la misma que en el Ejemplo 30.2 y que la resistencia del medio filtrante R_m es despreciable. La temperatura es de 20 "C.

SOLUCIÓN

Se utilizará la Ecuación (30.38). Los valores que se necesitan para sustituir son

$$\Delta p = 20 \frac{14,69}{29.92} \times 144 = 1414 \text{ lb}_f/\text{pie}^2$$

$$f = 0,30 \qquad t_c = 5 \times 60 = 300 \text{ s} \qquad n = \frac{1}{300} \text{ s}^{-1}$$

A partir del Ejemplo 30.2

$$\alpha_0 = 2,90 \times 10^{10} \text{ pies/lb} \qquad s = 0,26$$

Por otra parte,

$$\mu = 1 \text{ cP} = 6,72 \times 10^{-4} \text{ lb/pies-s} \qquad \rho = 62,3 \text{ lb/pie}^3$$

El valor de c se obtiene a partir de la Ecuación (30.23). La concentración de la suspensión c_s es 14,7 lb/pie^3. Puesto que la torta contiene 50 por 100 de humedad, $m_F/m_c = 2$. Sustituyendo en la Ecuación (30.23) se obtiene

$$c = \frac{14,7}{1 - (2 - 1)(14,7/62,3)} = 19,24 \text{ lb/pie}^3$$

Despejando A_T de la Ecuación (30.38) resulta

$$A_T = \dot{m}_c \left(\frac{\alpha_0 \mu}{2c \, \Delta p^{1-s} g_c f n} \right) \tag{30.39}$$

La velocidad de producción de sólidos $\dot{m}_c$ es igual a la velocidad de flujo de suspensión multiplicada por su concentración c. Por tanto, puesto que la densidad del $CaCO_3$ es 168,8 lb^3/pie^3,

$$m_c = \frac{10}{60} \frac{1}{7,48} \left(\frac{1}{(14,7/168,8) + 1} \right) 14,7 = 0,302 \text{ lb/s}$$

Sustituyendo en la Ecuación (30.39) se obtiene

$$A_T = 0,302 \left(\frac{\quad \times 10^{10} \times \quad \times 10^{-4}}{2 \times 19,24 \times 2,90 1414^{0,74} \times 32,17 \times 0,30 \times (1/300)} \right)^{1/2}$$

$$= 81,7 \text{ pie}^2 \ (7,59 \text{ m}^2)$$

Filtración a velocidad constante. Si el flujo de filtrado es constante, la velocidad lineal u también lo es y

$$u = \frac{dV/dt}{A} = \frac{V}{At} \tag{30.40}$$

Sustituyendo m_c de la Ecuación (30.24) y u de la Ecuación (30.40), la Ecuación (30.19) se transforma en

$$\frac{\Delta p_c}{\alpha} = \frac{\mu c}{t g_c}\left(\frac{V}{A}\right)^2 \qquad (30.41)$$

La resistencia específica de la torta α se deja en el primer miembro debido a que es función de Ap para el caso de tortas compresibles†.

Si se conoce α en función de Ap,, y si Ap,, la caída de presión a través del medio filtrante se puede estimar, se puede utilizar directamente la Ecuación (30.41) para relacionar la caída global de presión con el tiempo cuando la velocidad de flujo del filtrado es constante. Sin embargo, se puede utilizar más directamente esta ecuación si se acepta la Ecuación (30.30) para relacionar α con Δp_c[10]. Si se sustituye α de la Ecuación (30.30) en la Ecuación (30.41), y si Ap, se sustituye por $(\mathrm{Ap} - \Delta p_m)^{1-s}$, resulta

$$\Delta p_c^{1-s} = \frac{\alpha_0 \mu c t}{g_c}\left(\frac{V}{At}\right)^2 = (\mathrm{Ap} - \Delta p_m)^{1-s} \qquad (30.42)$$

Nuevamente el método más sencillo para corregir la caída global de presión, teniendo en cuenta la caída de presión a través del medio filtrante, es suponer que la resistencia de dicho medio no varía durante una filtración a velocidad constnte. Por tanto, según la Ecuación (30.21), Ap, también es constante en la Ecuación (30.42). Puesto que las únicas variables en la Ecuación (30.42) son Ap y t, la ecuación puede escribirse así

$$(\mathrm{Ap} - \Delta p_m)^{1-s} = K_r t \qquad (30.43)$$

donde K_r está definida por

$$K_r = \frac{\mu u^2 c \alpha_0}{g_c} \qquad (30.44)$$

Lavado de tortas de filtración. Para lavar el material soluble que pueda quedar retenido por la torta de filtración se utiliza un disolvente miscible con el filtrado. Siendo el agua el líquido de lavado más habitual. Dos aspectos importantes en el diseño y operación de un filtro son la velocidad de flujo del líquido de lavado y el volumen de líquido que se requiere para reducir el contenido de soluto en la torta hasta un grado deseado. Aunque son aplicables los principios generales que se comentan a continuación, las cuestiones no pueden resolverse completamente sin experimentación[4].

† La concentración c puede también variar con la caída de presión. Durante la operación permanece constante c_s en vez de c y, según la Ecuación (20.23), puesto que m_F/m_c varía con la presión, c también varía cuando $[(m_F/m_c) \quad 1](c_s/\rho)$ es significativo en comparación con la unidad. La variación de c con la presión se puede ignorar teniendo en cuenta las demás aproximaciones que se hacen en la teoría general de filtración.

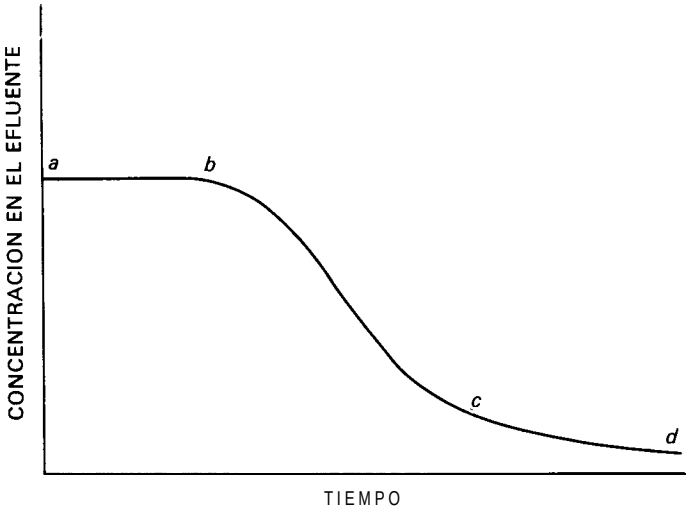


Figura 30.18. Lavado de torta de filtración.

El volumen en líquido de lavado que se requiere está relacionado con la evolución concentración-tiempo del líquido de lavado que abandona el filtro. Durante el lavado, la relación concentración-tiempo es del tipo que se muestra en la Figura 30.18. El segmento ***ab*** representa la primera porción de líquido recuperado. El efluente consiste básicamente en el filtrado que ha quedado sobre el filtro y que es desplazado por el líquido de lavado sin una dilución apreciable. Este tipo de lavado, que recibe el nombre de ***lavado por desplazamiento,*** es el método ideal de lavar una torta. Cuando el tamaño de las partículas de la torta es pequeño, en condiciones favorables se puede recuperar hasta el 90 por 100 del soluto contenido en la torta durante esta etapa. El volumen de líquido de lavado que se requiere para un lavado por desplazamiento es igual al volumen de filtrado que ha quedado retenido en la torta, o sea $\bar{\varepsilon}AL$, donde ***L es*** el espesor de la torta y $\bar{\varepsilon}$ es la porosidad media de la torta. La segunda etapa de lavado, representada por el segmento ***bc*** de la Figura 30.18, se caracteriza por un rápido descenso de la concentración del efluente. El volumen del líquido de lavado utilizado en esta etapa es del mismo orden de magnitud que el usado en la primera etapa. La tercera etapa está representada por el segmento ***cd.*** La concentración de soluto en el efluente es baja, y el soluto restante es lentamente lixiviado de la torta. Si se utiliza suficiente líquido de lavado se puede reducir hasta cualquier valor deseado el contenido de soluto residual en la torta, pero el lavado deberá interrumpirse cuando el valor del soluto no recuperado sea inferior al coste de su recuperación.

En la mayoría de los filtros, el líquido de lavado sigue el mismo camino que el filtrado†. La velocidad de flujo del líquido de lavado es igual a la del último

† En un filtro prensa el líquido de lavado atraviesa todo el espesor de la torta, mientras que el último filtrado lo hace sólo a través de la mitad.

filtrado, siempre que la caída de presión no se modifique al pasar de la etapa de filtración a la de lavado. Si las viscosidades del filtrado y del líquido de lavado son diferentes es preciso efectuar una corrección para tener en cuenta esta diferencia. Esta regla es sólo aproximada, ya que el líquido de lavado en realidad no sigue exactamente el camino del filtrado debido a la formación de canalillos, fisuras en la torta y cortocircuitos.

Filtración centrífuga

Los sólidos que forman una torta porosa se pueden separar de líquidos en una centrífuga de filtración. La suspensión se introduce como alimentación en una cesta rotatoria que tiene una pared perforada recubierta con un medio filtrante tal como una lona o una tela metálica. La presión que resulta de la acción centrífuga obliga al líquido a pasar a través del medio filtrante dejando los sólidos retenidos. Si se corta la alimentación y se sigue centrifugando, la torta queda libre de la mayor parte de líquido residual en un corto período de tiempo, quedando los sólidos mucho más secos que en el caso de un filtro prensa o un filtro de vacío. Por ello, cuando el material filtrado ha de secarse posteriormente por medios térmicos, el uso de una centrífuga puede dar lugar a una importante reducción de los costes.

Los principales tipos de centrífugas de filtración son: máquinas de recipiente suspendido que operan en discontinuo, máquinas automáticas de ciclo corto, y centrífugas continuas transportadoras. En las centrífugas de recipiente suspendido los medios filtrantes son lonas o telas metálicas. En las máquinas automáticas se utilizan linos tamices metálicos, y en las centrífugas transportadoras el medio filtrante es la pared ranurada de la misma cesta.

Centrífugas discontinuas suspendidas. Un tipo frecuente de centrífuga discontinua en las operaciones industriales es la *centrifuga de recipiente suspendido* que se muestra en la Figura 30.19. El tamaño de las cestas perforadas oscila entre 30 a 48 pulg de diámetro y entre 18 a 30 pulg de altura, y giran a velocidades comprendidas entre 600 y 1800 rpm. La cesta está suspendida en la parte inferior de un eje vertical giratorio que es accionado desde la parte superior. Un medio filtrante recubre la pared peforada de la cesta. La suspensión de alimentación entra en la cesta giratoria a través de un tubo o vertedero. El líquido escurre a través del medio filtrante hasta la carcasa y sale por una tubería de descarga, y los sólidos forman una torta de 2 a 6 pulg de espesor en el interior de la cesta. A través de los sólidos se puede rociar líquido de lavado con el fin de separar el material soluble y después se centrifuga la torta para secarla lo más posible, utilizando a veces una velocidad de giro mayor que durante las etapas de filtración y lavado. Se desconecta el motor, y la cesta casi se para por medio de un freno. Cuando la cesta está girando lentamente (30 o 50 rpm), se descargan los sólidos por medio de una cuchilla rascadora que desprende la torta del medio filtrante y cae a través de una abertura situada en el fondo de la cesta. Se lava el medio filtrante para limpiarlo, se conecta el motor y se repite el ciclo.

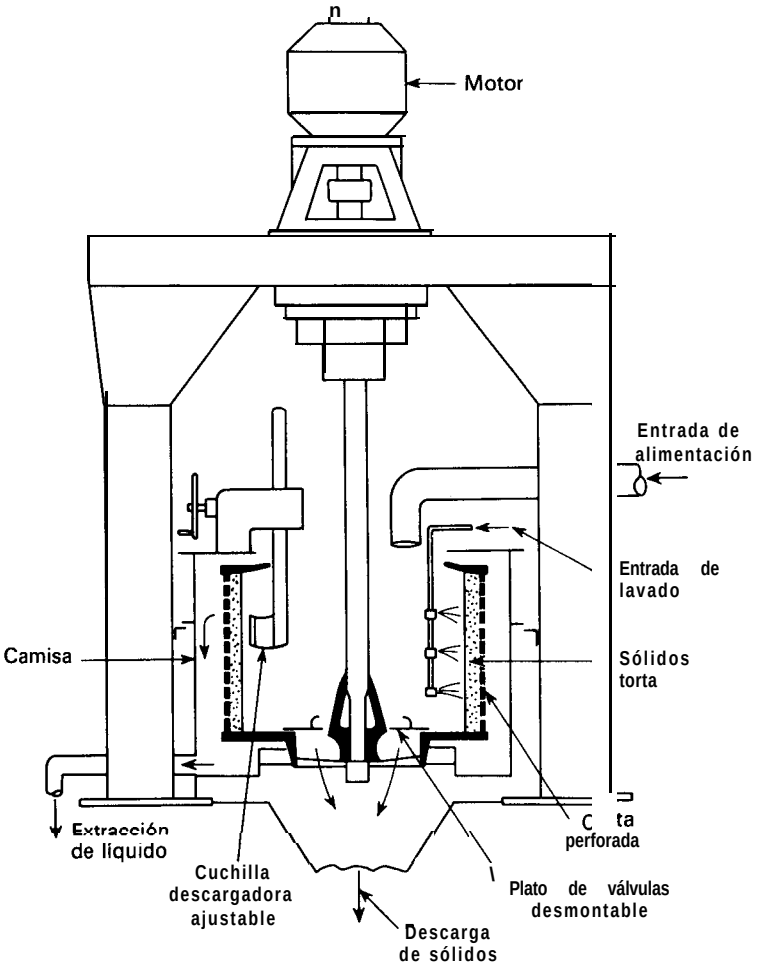


Figura 30.19. Centrífuga de cesta suspendida.

Este tipo de centrífugas son utilizadas ampliamente en el refinado de azúcar, donde operan con ciclos cortos de 2 a 3 minutos por carga y producen hasta 5 toneladas/hora de cristales por máquina. Con frecuencia poseen controles automáticos para alguna o todas las etapas del ciclo. Sin embargo, en la mayor parte de los procesos se utilizan otras centrífugas automáticas o centrífugas continuas de transportador, debido a que es preciso separar grandes tonelajes de cristales.

Otro tipo de centrífuga discontinua se acciona desde el fondo, estando el motor, la cesta y la carcasa, suspendidas desde vástagos verticales montadas sobre una placa base. Los sólidos se descargan a mano a través de la parte superior de la carcasa o bien a través de aberturas situadas en el fondo de la cesta como en el caso de las máquinas de recipiente suspendido. Excepto en el

refinado de azúcar, las centrífugas suspendidas generalmente operan con ciclos de 10 a 30 minutos por carga, descargando los sólidos a razón de 700 a 4000 lb/h.

Centrífugas automáticas discontinuas. En la Figura 30.20 se representa una centrífuga automática discontinua de ciclo corto. En esta máquina la cesta gira con velocidad constante alrededor de un eje horizontal. La suspensión alimento, el líquido de lavado de la torta y el del medio filtrante se rocían sucesivamente en la cesta a intervalos controlados de tiempo. La cesta se descarga mientras gira a toda velocidad por medio de una cuchilla que asciende periódicamente y desprende los sólidos llevándolos a la conducción de descarga. Temporizadores del ciclo y válvulas de solenoide controlan las diferentes partes de la operación: alimentación, lavado, cortado de la torta, limpieza del tamiz y descarga. Cualquier parte del ciclo se puede alargar o acortar a voluntad.

En estas máquinas el diámetro de la cesta está comprendido entre 20 y 24 pulg Las centrífugas automáticas tienen una elevada capacidad de producción cuando operan con cristales que descargan libremente, y normalmente no se utilizan cuando la alimentación contiene muchas partículas más finas que 150 mallas. Con cristales gruesos el ciclo total de operación varía entre 35 y 90 s, de forma que la capacidad horaria es elevada. Debido a la corta duración del ciclo y la pequeña retención de la suspensión alimento, filtrado y sólidos descargados, las centrífugas automáticas se incorporan fácilmente en procesos continuos de fabricación. Las pequeñas cargas de sólidos se pueden lavar eficazmente con pequeñas cantidades de líquido y, como ocurre en cualquier, máquina discontinua, si es necesario el lavado puede aumentarse temporalmente para mejorar la calidad del material. Las centrífugas automáticas no pueden tratar sólidos que escurren con dificultad, debido a que requerirían ciclos antieconómicos por su

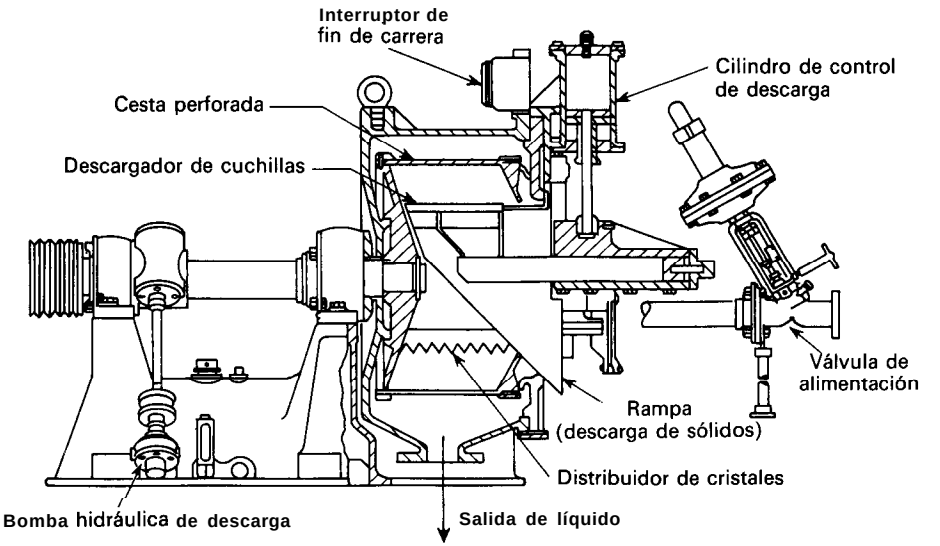


Figura 30.20. Centrífuga automática discontinua.

larga duración, o sólidos que no descargan fácilmente. Además se produce una considerable rotura o degradación de los cristales por la cuchilla cortadora.

Centrífugas continuas de filtración. En la Figura 30.21 se representa un separador centrífugo continuo para cristales gruesos que corresponde a la centrífuga de transportador alternativo. Una cesta rotatoria con la pared ranurada, se alimenta por medio de un embudo giratorio. El objeto del embudo es acelerar suave y progresivamente la suspensión de alimentación. La alimentación entra por el extremo estrecho del embudo desde una tubería estacionaria situada en el eje de rotación de la cesta. Se desplaza hacia la parte ancha del embudo, ganando velocidad al desplazarse, y cuando abandona éste hacia la pared de la cesta gira en el mismo sentido y con una velocidad aproximadamente igual que la pared. El líquido fluye a través de la pared de la cesta, que puede estar recubierta con una tela metálica o con una lona. Se forma una capa de cristales de 1 a 3 pulg. Esta capa se mueve sobre la superficie filtrante por medio de un impulsor alternativo. Cada carrera del impulsor mueve los cristales unos pocos centímetros hacia la parte exterior de la cesta y durante el recorrido de vuelta se abre un espacio sobre la superficie filtrante en la que se deposita más torta. Cuando los cristales alcanzan el borde de la cesta caen en una gran carcasa y pasan a un colector de descarga. El filtrado y el líquido de lavado que se rocía sobre los cristales durante su movimiento abandonan la carcasa por salidas separadas. La lenta aceleración de la suspensión alimento y la deceleración de la descarga de sólidos minimizan la rotura de cristales. Las unidades de múltiple etapa, que minimizan la distancia recorrida por los cristales en cada etapa, se utilizan con tortas de sólidos que no se transportan adecuadamente en una máquina de una sola etapa. Las centrífugas alternativas se construyen con cestas cuyo diámetro varía entre 12 y 48 pulg. Escurren y lavan de 0,3 a 25 toneladas por hora de sólidos que contienen no más de aproximadamente 10 por 100 de material más lino que 100 mallas.

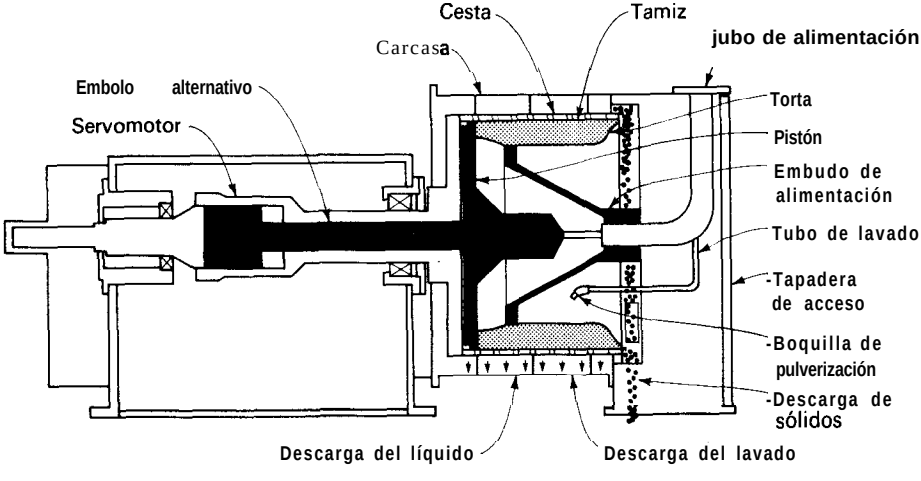


Figura 30.21. Centrífuga continua de transportador alternativo. (*Baker-Perkins, Inc.*)

Fundamentos de la filtración centrífuga. La teoría básica de la filtración a presión constante se puede modificar para aplicarla a la filtración en una centrífuga. El tratamiento es aplicable una vez que se ha depositado la torta y durante el flujo de filtrado claro o agua fresca a través de la torta. En la Figura 30.22 se muestra una torta de este tipo, donde

r_1 = radio de la superficie interior del líquido
r_i = radio de la cara interior de la torta
r_2 = radio interior de la cesta

Se desprecian los efectos de la gravedad y de las variaciones de la energía cinética por lo que la caída de presión debida a la acción centrífuga iguala a la caída de presión en el líquido que circula a través de la torta; asimismo se supone que la torta está completamente llena de líquido, que el flujo de líquido es laminar, que la resistencia del medio filtrante es constante, y que la torta es prácticamente incompresible de forma que se puede utilizar una resistencia específica media constante.

Teniendo en cuenta estas suposiciones, se predice la velocidad de flujo del líquido a través de la torta en la forma que se indica a continuación. Supóngase, en primer lugar, que el área A disponible para el flujo no varía con el radio, como sería aproximadamente cierto en una torta delgada de una centrífuga de gran diámetro. Por tanto, la velocidad lineal del líquido viene dada por

$$u = \frac{dV/dt}{A} = \frac{q}{A} \tag{30.45}$$

donde q es la velocidad volumétrica de flujo del líquido. Sustituyendo de la Ecuación (30.45) en la Ecuación (30.22) se obtiene

$$\Delta p = \frac{q\mu}{g_c}\left(\frac{m_c\alpha}{A^2} + \frac{R_m}{A}\right) \tag{30.46}$$

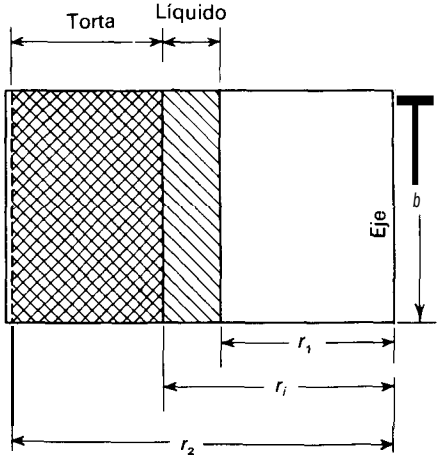


Figura 30.22. Filtro centrífugo.

La caída de presión debida a la acción centrífuga, según la Ecuación (2.9), es

$$\Delta p = \frac{\rho\omega^2(r_2^2 - r_1^2)}{2g_c} \tag{30.47}$$

donde ω = velocidad angular, rad/s
ρ = densidad del líquido

Combinando las Ecuaciones (30.46) y (30.47) y despejando q se tiene

$$q = \frac{\rho\omega^2(r_2^2 - r_1^2)}{2\mu(\alpha m_c/A^2 + R_m/A)} \tag{30.48}$$

Cuando la variación de A con el radio es demasiado grande para apreciarla, la Ecuación (30.48) puede escribirse así

$$q = \frac{\rho\omega^2(r_2^2 - r_1^2)}{2\mu(\alpha m_c/\bar{A}_L\bar{A}_a + R_m/A_2)} \tag{30.49}$$

donde A_2 = área del medio filtrante (área interior de la cesta centrífuga)
$\bar{A}_a$ = área media aritmética de la torta
$\bar{A}_L$ = área media logarítmica de la torta

Las áreas medias $\bar{A}_a$ y $\bar{A}_L$ se definen por las ecuaciones

$$\bar{A}_a \equiv (r_i + r_2)\pi b \tag{30.50}$$

$$\bar{A}_L \equiv \frac{2\pi b(r_2 - r_i)}{\ln (r_2/r_i)} \tag{30.51}$$

donde b = altura de la cesta
r_i = radio interior de la torta

Hay que tener en cuenta que la Ecuación (30.49) se aplica a una masa definida y no es una ecuación integrada para toda la filtración que comienza con una centrífuga vacía. La resistencia de la torta α en las Ecuaciones (30.48) y (30.49) normalmente es algo mayor que en un filtro de presión o de vacío operando en condiciones comparables. Especialmente con tortas compresibles, α aumenta con la fuerza centrífuga aplicada; también aumenta con el espesor de la torta cuando la fuerza centrífuga se mantiene constante.

SEPARACIONES BASADAS EN EL MOVIMIENTO DE PARTICULAS A TRAVES DE FLUIDOS

Muchos métodos de separación mecánica se basan en el movimiento de partículas sólidas o gotas de líquido a través de un fluido. El fluido puede ser un gas o

un líquido, y puede estar en movimiento o en reposo. En algunos casos, el objetivo del proceso es separar las partículas de una corriente de fluido con el fin de eliminar contaminantes del fluido o bien recuperar las partículas, como en el caso de eliminación de polvos y humos de aire o gases de combustión, o la retirada de sólidos de líquidos residuales. En otras ocasiones, las partículas se suspenden intencionadamente en fluidos con el fin de obtener separaciones en fracciones de diferentes tamaños o densidades. Después el fluido puede recuperarse a partir de las partículas fraccionadas.

Los fundamentos de la mecánica de partículas sometidas a las operaciones descritas aquí se han estudiado en el Capítulo 7. Si una partícula comienza en reposo con respecto al fluido en el que está inmerso y después se mueve a través del fluido por la acción de una fuerza externa, su movimiento puede dividirse en dos etapas. La primera de ellas es un corto período de aceleración durante el cual la velocidad aumenta desde cero hasta la velocidad terminal. La segunda etapa es el período de velocidad terminal.

Puesto que el período de aceleración inicial es corto, por lo general del orden de las décimas de segundo o menos, los efectos de la aceleración inicial son de pequeña duración. Por otra parte, las velocidades terminales pueden mantenerse durante el tiempo que la partícula está bajo tratamiento en el equipo. Las ecuaciones tales como la (7.32) y la (7.34) son aplicables durante el período de aceleración, mientras que las Ecuaciones (7.42) y (7.45) lo son durante el período de velocidad terminal. Algunos métodos de separación, tales como el cribado hidráulico y las mesas de sacudidas, dependen de la diferencia de comportamiento de las partículas durante el período de aceleración. Sin embargo, los métodos más frecuentes, incluyendo todos los descritos aquí, solamente utilizan el período de la velocidad terminal.

Procesos de sedimentación por gravedad

Las partículas más pesadas que el fluido en el que están suspendidas pueden separarse de un gas o un líquido en un gran tanque de sedimentación, donde la velocidad del fluido es baja y las partículas tienen tiempo suficiente para sedimentar. Sin embargo, los dispositivos sencillos de este tipo tienen una utilidad limitada debido a que la separación no es completa y se requiere mucha mano de obra para retirar las partículas sedimentadas del fondo del tanque.

Casi todos los separadores industriales están provistos de un sistema para la separación continua de los sólidos sedimentados. La separación puede ser parcial o prácticamente completa. Un sedimentador que retira casi todas las partículas de un líquido se conoce como un ***clarificador,*** mientras que un dispositivo que separa los sólidos en fracciones recibe el nombre de un *clasificador.* A ambos tipos de aparatos se aplican los mismos fundamentos de sedimentación.

Clasificadores por gravedad. La mayor parte de los clasificadores utilizados en los procesos químicos separan las partículas por tamaños, en situaciones en las que la densidad de las partículas finas es la misma que la de las gruesas. La rama de elutriación del cristalizador que se muestra ***en*** la Figura 28.11 es un ejemplo. Ajustando la velocidad ascensional del líquido de tal forma que sea inferior a la

velocidad terminal de sedimentación de los cristales grandes, este dispositivo devuelve los cristales linos no deseados a la zona de cristalización para su posterior crecimiento.

Los clasificadores mecánicos son muy utilizados en la molienda en circuito cerrado (véase la Fig. 27.14), especialmente en las operaciones metalúrgicas. En este caso las partículas relativamente gruesas se llaman ***arenas*** mientras que la suspensión de partículas finas recibe el nombre de *limos*. Se deja tiempo suficiente para que las arenas sedimenten hasta el fondo del dispositivo mientras que los limos salen con el líquido efluente.

En la Figura 30.23 se muestra un clasificador mecánico típico. En este dispositivo la cámara de sedimentación está inclinada y el líquido rebosa por el extremo inferior. La suspensión alimento se introduce de forma continua por un punto intermedio. La velocidad de flujo y la concentración de la suspensión se ajustan de forma que los linos no tengan tiempo de sedimentar sino que salgan con el líquido que abandona el clasificador. Las partículas más grandes decantan hasta el fondo de la cámara y después son retiradas.

En el clasificador de flujo cruzado que se ilustra en la Figura 30.23, la cámara es semicilíndrica y está inclinada con un ángulo de aproximadamente 12" con la horizontal. Un transportador helicoidal rotatorio transporta hacia arriba los sólidos sedimentados a lo largo del fondo de la cámara, los saca del depósito de líquido y los lleva hasta el vertedero de descarga. Este clasificador opera bien con partículas gruesas para devolverlas al molino, de forma que no se necesitan transportadores y elevadores auxiliares. Sin embargo, para separaciones nítidas con partículas más tinas deben utilizarse otros tipos de clasificadores. Más adelante se describen formas modificadas de cámaras y centrífugas de sedimentación para ser utilizadas con esta finalidad.

Clasificadores lavadores. Los dispositivos que separan partículas de diferente densidad se conocen como clasificadores ***lavadores.*** Se utilizan los dos métodos principales de separación: lavadero por flotación y sedimentación diferencial.

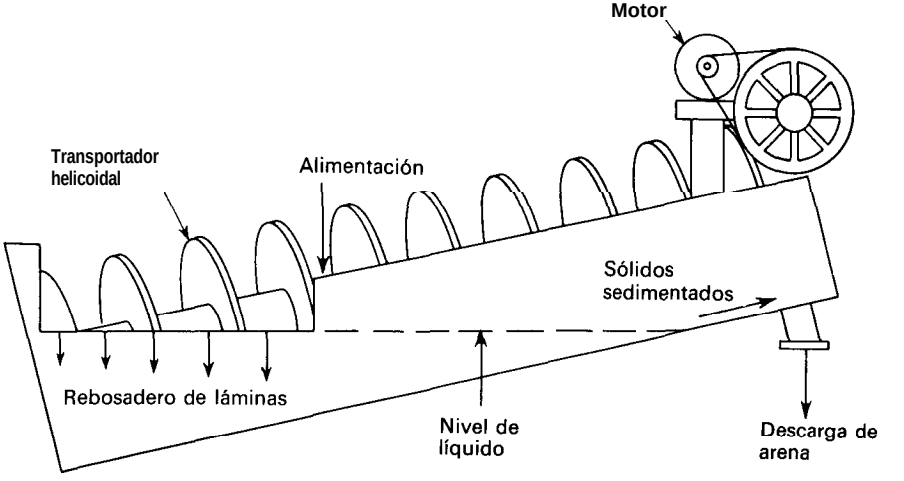


Figura 30.23. Clasificador de sedimentación húmeda con flujo cruzado.

Métodos de hundimiento y flotación. Los métodos de hundimiento y flotación utilizan un medio líquido de separación cuya densidad es intermedia entre el material ligero y el pesado. La separación se produce porque las partículas pesadas sedimentan a través del medio, mientras que las más ligeras flotan. Este método presenta la ventaja, en principio, de que la separación depende solamente de la diferencia de densidades de las dos sustancias y es independiente del tamaño de las partículas. Este método también se denomina ***separación de fluido espeso.***

Los procesos de separación con fluidos espesos o densos se utilizan para partículas relativamente gruesas, superiores normalmente a 10 mallas. El primer problema en la utilización de hundimiento y flotación es la elección de un medio líquido con la densidad adecuada para que el material iigero flote y el pesado se hunda. Se pueden utilizar líquidos verdaderos, pero como la densidad del medio ha de estar comprendida en el intervalo de 1,3 a 3,5 o superior, existen pocos líquidos que sean suficientemente densos, baratos, no tóxicos y no corrosivos. Se pueden emplear hidrocarburos halogenados, y para limpiar carbón disoluciones de cloruro cálcico. Lo más frecuente es utilizar un pseudolíquido consistente en una suspensión acuosa de partículas tinas de un mineral pesado, como magnetita (densidad relativa = 5,17), ferrosilicio (densidad relativa = 6,3 a 7) y galena (densidad relativa = 7,5). La relación de mineral a agua se puede variar para obtener un amplio intervalo de densidades del medio. Deben existir dispositivos para introducir la mezcla a separar, para retirar las corrientes superior e inferior, y para recuperar el fluido de separación que puede ser relativamente caro en comparación con los materiales a tratar. Durante el proceso las partículas caen o ascienden con sus velocidades terminales y se utiliza la sedimentación impedida. Las aplicaciones más frecuentes de hundimiento y flotación son la limpieza de carbón y la concentración de minerales. En condiciones adecuadas, se han propuesto [16] operaciones de limpieza entre materiales cuya diferencia de densidades relativas es solamente de 0,1.

Métodos de sedimentación diferencial. Los métodos de sedimentación diferencial utilizan la diferencia entre las velocidades terminales que puedan existir entre sustancias de diferente densidad. La densidad del medio es menor que 1 de cualquiera de las sustancias. La desventaja del método reside en que como la mezcla de materiales a separar comprende un intervalo de tamaños de partícula, las más grandes y ligeras sedimentarán con la misma velocidad que las más pequeñas y pesadas, por lo que se obtendrá una fracción mezclada.

En la sedimentación diferencia1 ambos materiales, ligero y pesado, sedimentan a través del mismo medio. Este método se basa en el concepto de partículas con igual velocidad de sedimentación. Considérense partículas de dos materiales A y B que sedimentan a través de un medio de densidad ρ. Sea el material A el más pesado, por ejemplo, galena (densidad relativa = 7,5), y el material B cuarzo (densidad relativa = 2,65). La velocidad terminal de una partícula de tamaño D_p y de densidad ρ_p que sedimenta por gravedad a través de un medio de densidad ρ viene dada por la Ecuación (7.42) para la sedimentación en el régimen de la ley de Stokes. Para una partícula de galena de densidad ρ_{pA} y diámetro D_{pA}, esta ecuación puede escribirse como

$$u_{tA} = \frac{gD_{pA}^2(\rho_{pA} - \rho)}{18\mu} \qquad (30.52)$$

Para una partícula de cuarzo de densidad ρ_{pB} y diámetro D_{pB},

$$\mu_{tB} = \frac{gD_{pB}^2(\rho_{pB} - \rho)}{18\mu} \qquad (30.53)$$

Por tanto, para partículas que sedimentan con igual velocidad $u_{tA} = u_{tB}$,

$$\frac{D_{pA}}{D_{pB}} = \sqrt{\frac{Ppe - P}{\rho_{pA} - \rho}} \qquad (30.54)$$

Para la sedimentación en el intervalo de la ley de Newton, los diámetros de las partículas con igual velocidad de sedimentación, según la Ecuación (7.45), están relacionados por la ecuación

$$\frac{D_{pA}}{D_{pB}} = \frac{\rho}{\rho_{pA} - \rho} \qquad (30.55)$$

El significado en un proceso de separación de la anterior relación de diámetros se muestra en la Figura 30.24 en la que se representan curvas de u_t frente a D_p para los componentes A y B sedimentando en el régimen de la ley de Stokes. Supóngase que el intervalo de diámetros de ambas sustancias está comprendido entre los puntos D_{p1} y D_{p4} sobre el eje de abscisas. Todas las partículas del componente ligero B, que tienen diámetros comprendidos entre D_{p1} y D_{p2}, sedimentarán más lentamente que cualquier partícula de la sustancia pesada A y puede obtenerse como una fracción pura. Análogamente, las partículas de la sustancia A que tienen diámetros comprendidos entre D_{p3} y D_{p4} sedimentan más rápidamente que cualquier partícula de la sustancia B y se puede obtener también una fracción pura. Pero una partícula ligera con un diámetro comprendido entre D_{p2} y D_{p4} sedimenta con la misma velocidad que una partícula de la sustancia A en el intervalo de tamaños comprendidos entre D_{p1} y D_p, y todas las partículas con estos intervalos de tamaños forman una fracción mezclada.

Las Ecuaciones (30.54) y (30.55) indican que la nitidez de la separación mejora si aumenta la densidad del medio. También en la Figura 30.24 se aprecia claramente que la fracción mezclada se puede reducir o eliminar si los tamaños de la alimentación son más próximos. Por ejemplo, si el intervalo de tamaños de la alimentación está comprendido entre D_{p3} y D_{p4} en la Figura 30.24, es posible obtener una separación completa.

Clarificadores y espesadores. Para la clasificación o eliminación de sólidos relativamente gruesos, que tienen velocidades de sedimentación razonablemente grandes, resulta satisfactoria la separación en condiciones de sedimentación libre o impedida. Para separar partículas finas, de diámetros de unos pocos microme-

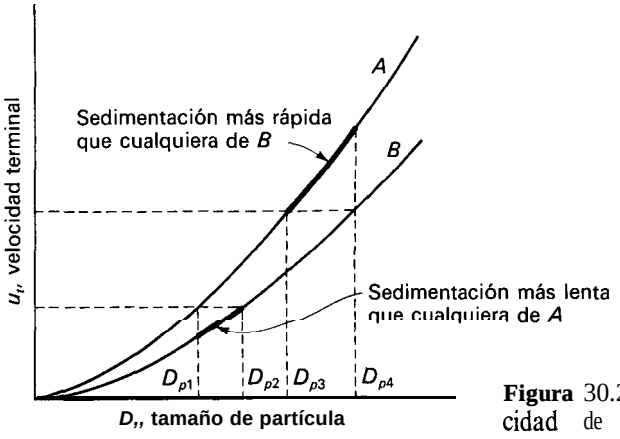


Figura 30.24. Partículas con igual velocidad de sedimentación.

tros o inferiores, las velocidades de sedimentación resultan demasiado bajas y para que la operación pueda realizarse, es preciso aglomerar o flocular las partículas para formar partículas grandes que posean una velocidad de sedimentación razonable.

Floculación. Muchos limos constan de partículas con cargas eléctricas, positivas o negativas, y debido a la repulsión de cargas iguales, las partículas tienden a dispersarse. Si se añade un electrólito, los iones que se forman en la disolución neutralizan las cargas de las partículas, que pueden entonces aglomerarse y formar flóculos de mayor tamaño. Cuando las partículas originales están cargadas negativamente será efectivo el catión del electrólito, mientras que cuando la carga es positiva el activo será el anión. En cualquier caso, cuanto mayor es la valencia del ion más eficaz es el ion como agente de floculación. Otros métodos de floculación incluyen el uso de agentes superficialmente activos y la adición de materiales tales como cola, caliza, alúmina o silicato sódico, que arrastran con ellos las partículas. En un limo convenientemente tratado los flóculos son visibles a simple vista.

Las partículas floculadas poseen dos importantes características de sedimentación. La primera de ellas es la complicada estructura de los flóculos. Los agregados poseen débiles enlaces entre las partículas y retienen una considerable cantidad de agua en sus estructuras, que acompaña a los flóculos en la sedimentación. Aunque inicialmente los flóculos sedimentan de forma libre o impedida, y por tanto son aplicables en principio las ecuaciones habituales, no resulta práctico utilizar cuantitativamente las leyes de la sedimentación debido a que el diámetro y la forma de un flóculo no se puede definir fácilmente.

La segunda característica de las partículas floculadas es la complejidad de su mecanismo de sedimentación. La evolución de la sedimentación de una suspensión floculada típica es como se describe a continuación'. La Figura 30.25*a* muestra una suspensión uniformemente distribuida en el líquido y lista para sedimentar. La profundidad total de la suspensión en Z_0. Si no hay arenas en la

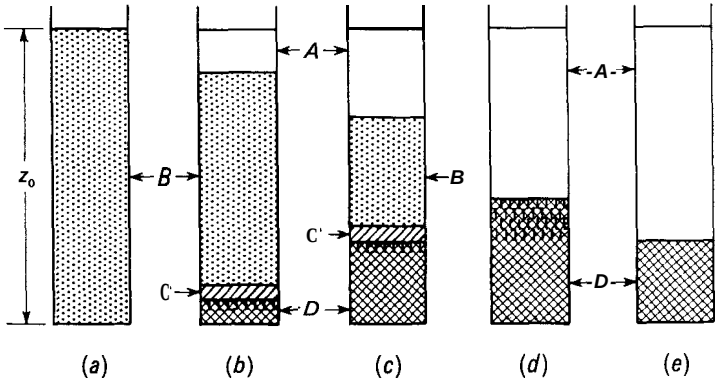


Figura 30.25. Evolución del proceso de sedimentación.

mezcla, la primera aparición de sólidos en el fondo del sedimentador, se debe a los flóculos que se originan en la parte inferior de la mezcla. Tal como muestra la Figura ***30.256,*** estos sólidos, que consisten en flóculos que descansan suavemente unos sobre otros forman una capa llamada zona ***D.*** Encima de la zona ***D se*** forma otra capa, llamada zona ***C***, que es una capa de transición, cuyo contenido en sólidos varía desde el de la pulpa original hasta el de la zona ***D.*** Encima de la zona C está la zona ***B*** que consiste en una suspensión homogénea de la misma concentración que la pulpa original. Encima de la zona ***B*** está la zona ***A*** que, si las partículas han sido totalmente floculadas, es un líquido claro. En pulpas bien floculadas el límite entre las zonas ***A*** y ***B*** es nítido. Si quedan partículas sin aglomerar la zona ***A*** es turbia y el límite entre las zonas ***A*** y ***B*** es confuso.

En la Figura 30.25*c* se observa que a medida que avanza la sedimentación, los espesores de las zonas ***D*** y ***A*** aumentan, el de la zona C permanece constante, mientras que el de la zona ***B*** disminuye. Posteriormente, tal como muestra la Figura 30.25*d*, desaparecen las zonas ***B*** y ***C***, y todos los sólidos están en la zona ***D,*** comenzando entonces un nuevo efecto llamado ***compresión.*** El momento en el que la compresión resulta por primera vez evidente recibe el nombre de ***punto crítico.*** En la compresión una parte del líquido que acompañaba a los flóculos en la zona de compresión ***D*** es expulsado cuando el peso de los sólidos depositados rompe la estructura de los flóculos. Durante la compresión una parte del líquido contenido en los flóculos se proyecta fuera de la zona ***D*** formando como pequeños surtidores y el espesor de esta zona disminuye. Finalmente, tal como muestra la Figura 30.25*e*, cuando el peso de sólidos alcanza el equilibrio mecánico con la resistencia a la compresión de los flóculos, se detiene el proceso de sedimentación. En este momento el limo alcanza su altura final. Todo el proceso que se representa en la Figura 30.25 recibe el nombre de ***sedimentación.***

Velocidad de sedimentación. En la Figura 30.26 se muestra la representación gráfica típica de la altura de los limos (el límite entre las zonas ***A*** y ***B***) frente al tiempo. Tal como indica la primera parte de la curva, durante la primera etapa de sedimentación la velocidad es constante. A medida que el sólido se acumula en la

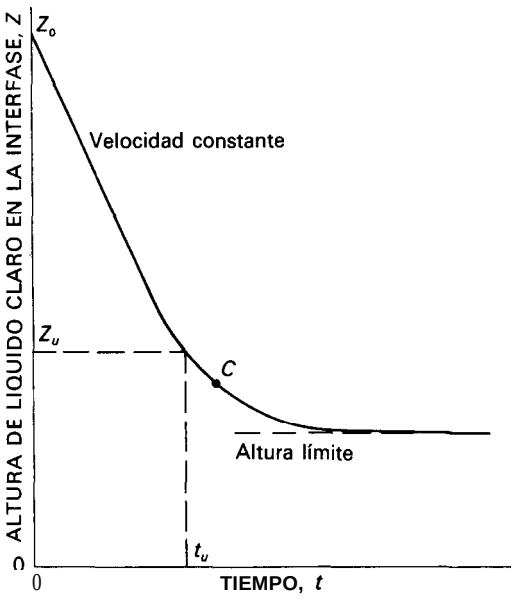


Figura 30.26. Velocidad de sedimentación.

zona ***D,*** la velocidad de sedimentación disminuye y va descendiendo uniformemente hasta que se alcanza la altura final. El punto crítico corresponde al punto C de la Figura 30.26.

El comportamiento de las suspensiones varía mucho tanto en sus velocidades de sedimentación como en las alturas relativas de las distintas zonas durante la sedimentación. Para evaluar con exactitud las características de sedimentación de cada suspensión individual, es preciso realizar un estudio experimental.

Equipo de sedimentación; espesadores. El proceso que se acaba de describir se realiza a gran escala en un aparato llamado ***espesador.*** Para partículas que sedimentan con una velocidad relativamente grande puede resultar adecuado un tanque de sedimentación discontinuo o bien un cono de sedimentación continuo. Sin embargo, para numerosas funciones es preciso emplear un espesor agitado mecánicamente como el que se muestra en la Figura 30.27, que consiste en un tanque grande, relativamente poco profundo, provisto de unos rastrillos o rasquetas radiales que se mueven lentamente accionados desde un eje central. Su fondo puede ser plano o ligeramente cónico. La suspensión alimento diluida fluye desde un canal o artesa inclinada hacia el centro del espesador. El líquido se mueve radialmente con una velocidad decreciente constantemente permitiendo que los sólidos sedimenten hacia el fondo del tanque. El líquido claro rebosa hacia un canal por la parte superior del tanque. Los brazos del rastrillo agitan suavemente la suspensión y la desplazan hacia el centro del tanque, de donde se retira a través de una gran abertura que comunica con la entrada de una bomba de lodos. En algunos diseños los brazos del rastrillo están pivotados de tal forma que pueden ascender para vencer cualquier obstrucción como terrones o barros endurecidos que puedan existir en el fondo del tanque.

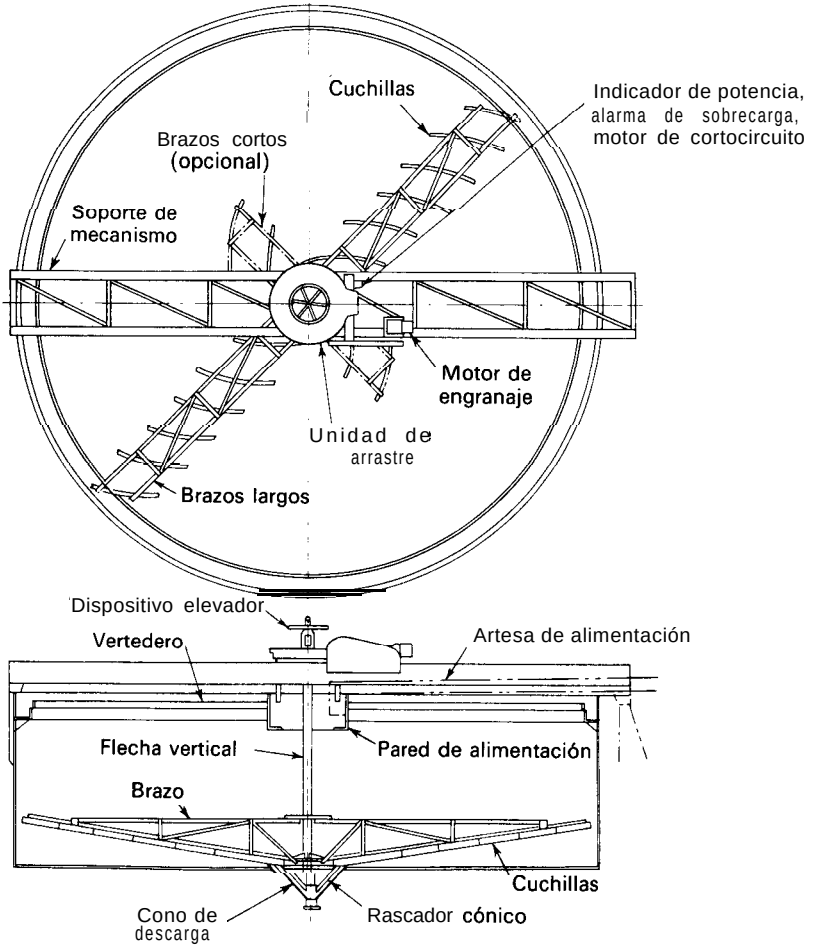


Figura 30.27. Espesador de gravedad. *(Eimco Corp.)*

Los espesadores agitados mecánicamente son generalmente grandes, con valores entre 30 a 300 pies (10 a 100 m) de diámetro y 8 a 12 pies (2,5 a 3,5 m) de profundidad. En un espesador grande los rastrillos pueden efectuar una revolución cada 30 minutos. Estos espesadores resultan especialmente útiles cuando es preciso tratar grandes volúmenes de una suspensión diluida, como en el caso de la fabricación de cemento o en la obtención de magnesio a partir de agua de mar. También son muy utilizados en el tratamiento de aguas.

El volumen de líquido claro producido en la unidad de tiempo por un espesador continuo depende fundamentalmente del área de la sección transversal disponible para la sedimentación, siendo en los sedimentadores industriales casi independiente de la profundidad del líquido. Por tanto, las mayores capacidades por unidad de área transversal del tanque se obtienen utilizando un espesador de

bandejas múltiples, con varias zonas poco profundas de sedimentación, situadas unas encima de otras, en un tanque cilíndrico. Unos agitadores de rastrillos o rasquetas hacen descender la suspensión sedimentada desde una bandeja hasta la siguiente. En estos dispositivos se puede realizar un lavado en contracorriente de múltiple etapa. Su diámetro es considerablemente menor que el de los espesadores de una sola etapa.

Zonas de sedimentación en espesadores continuos. En un espesador continuo equipado con rastrillos para retirar el flujo inferior, la pulpa de alimentación se introduce por el centro de la unidad a una profundidad del orden de 1 metro por debajo de la superficie del líquido. Tal como muestra la Figura 30.28, por encima del nivel de la alimentación hay una zona de clarificación que casi está libre de sólidos, donde la mayor parte del líquido que entra con la alimentación asciende para ser retirada con la corriente superior. Los sólidos sedimentan por debajo del nivel de la alimentación, junto con algo de líquido que abandona la unidad con el flujo inferior.

Por debajo del nivel de la alimentación hay una región llamada «zona de sedimentación» [15], en la cual los flóculos individuales están débilmente unidos entre sí, y todas las partículas independientemente de su tamaño descienden con la misma velocidad. Cerca del fondo hay una zona de compresión en la que la concentración de los sólidos aumenta rápidamente hasta alcanzar el valor correspondiente a la corriente inferior. Esta zona corresponde a la zona ***D*** de un espesador discontinuo, si bien, por supuesto, en un espesador continuo no varía con el tiempo. Los rastrillos que operan en el fondo de la zona de compresión tienden a romper la estructura de los flóculos y a compactar la corriente inferior hasta un contenido de sólidos mayor que en la zona ***D*** de un espesador discontinuo.

En la práctica se puede obtener una corriente superior clara si la velocidad ascendente del líquido en la zona diluida es inferior a la velocidad terminal mínima de los sólidos en todos los puntos de la zona. La velocidad del líquido es proporcional a la velocidad de la corriente superior, y si ésta es demasiado grande, saldrá turbia. Cuando ocurre esto el equipo está sobrecargado. Por otro

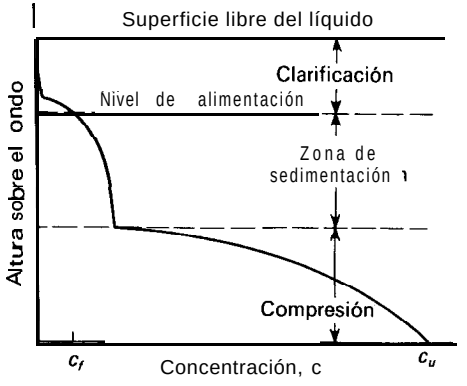


Figura 30.28. Concentraciones de sólidos en espesador continuo. *(Según Comings*[3]*.)*

lado, el contenido de sólidos y el grado de espesamiento de la corriente inferior depende del tiempo de retención del material en la zona de compresión, que a su vez es proporcional a la profundidad de esta zona. Puesto que la profundidad de la zona solamente se puede aumentar con un tanque más profundo y, por tanto más caro, el límite económico se alcanza para una concentración de la corriente inferior algo menor que la que finalmente se podría alcanzar al cabo de un largo período de tiempo.

El diámetro de un espesador debe ser suficientemente grande para acomodarse a los flujos de líquido y sólidos a tratar. Si la clarificación es importante, el diámetro del tanque viene dado por el área de la sección horizontal a través de la zona de clarificación. Este área tiene que ser suficientemente grande para que la velocidad ascendente del líquido en esta zona sea inferior a la velocidad de sedimentación de la partícula más pequeña que ha de ser separada. En las operaciones de espesamiento, el área de la sección transversal, y por tanto el diámetro, viene dada por el flujo limitante de los sólidos en una de las dos zonas inferiores; es decir, la masa de sólidos que pueden sedimentar a través de una sección transversal dada en un determinado tiempo.

En un espesador continuo la densidad de flujo total descendente de sólidos consta de dos partes: la densidad de flujo de sólidos transportados por el líquido descendente y la densidad de flujo adicional que resulta de la sedimentación de los sólidos a través del líquido. La primera de ellos recibe el nombre de densidad de flujo de transporte y la segunda el de densidad de flujo de sedimentación. La densidad de flujo de transporte, tal como muestra la Figura 30.29*a*, aumenta linealmente con la concentración para un flujo dado de la corriente inferior. Por otra parte, la densidad de flujo de sedimentación es cero en la corriente superior, donde no hay sólidos, y aumenta rápidamente con la concentración en la zona de clarificación, para alcanzar un valor máximo o cercano a la concentración de la alimentación. Después disminuye al aumentar más la concentración, estando la

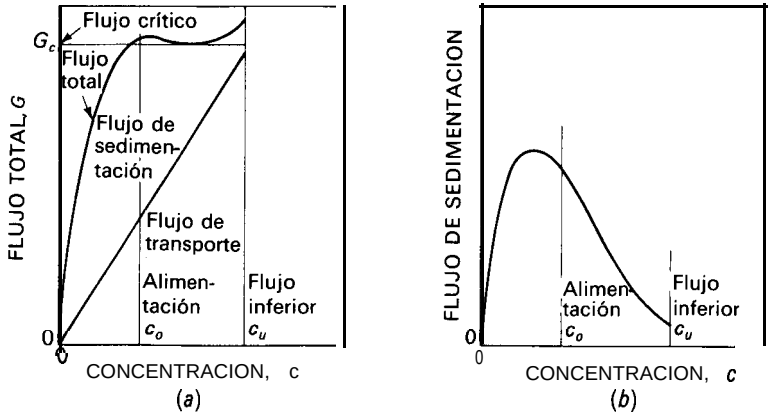


Figura 30.29. Densidades de flujos en un sedimentador: (*a*) densidad de flujo total; (6) densidad de flujo de sedimentación. ***[Tomado, con autorización, de L. Svarovsky, Chem. Eng.,* 86**(15):93 (1979).]

sedimentación cada vez más impedida (véase la Fig. 30.29*b*). Por tanto, la densidad de flujo total pasa por un máximo y después por un mínimo al aumentar la concentración, tal como puede observarse en la Figura 30.29*a*. Si la concentración de la corriente inferior c_u es mayor que la concentración para esta densidad de flujo crítica mínima, debe de existir suficiente área para que en ninguna parte del tanque se sobrepase esta densidad de flujo.

Si la corriente inferior que se desea no es suficientemente concentrada para estar en la zona de compresión, la densidad de flujo crítica está regida por la velocidad inicial de sedimentación, que puede determinarse fácilmente a partir de una curva de sedimentación discontinua como la de la Figura 30.26. La altura inicial de la interfase en el ensayo es Z_0; la altura de la interfase y el tiempo de sedimentación correspondiente a la concentración deseada c_u de la corriente inferior son Z_u y t_u, respectivamente. Puesto que el área de la sección transversal del cilindro de ensayo es constante, la altura de la interfase Z y la concentración c están relacionadas por la ecuación

$$cZ = c_0 Z_0 = c_u Z_u \tag{30.56a}$$

Y

$$Z_u = \frac{c_0 Z_0}{c_u} \tag{30.56b}$$

donde c_0 es la concentración inicial de sólidos. Por tanto, dadas c_0 y c_u, la altura Z_u se puede obtener a partir de la Ecuación (30.56*b*) y del tiempo t_u leído de la curva de sedimentación (véase la Fig. 30.26).

En un tanque de área de la sección transversal S, la velocidad de formación de una capa de sólidos de concentración c_u en la corriente inferior es $c_u Z_u S/t_u$. A partir de la Ecuación (30.56*a*), $c_u Z_u = c_0 Z_0$, donde c_0 es ahora igual a la concentración de la alimentación. Si q_0 es la velocidad de flujo volumétrico de la alimentación, la velocidad de masa de sólidos retirados $\dot{m}_s$ es

$$\dot{m}_s = q_0 c_0 \tag{30.57}$$

Todos los sólidos tienen que aparecer en la corriente inferior, de forma que

$$\dot{m}_s = \frac{c_u Z_u S}{t_u} = \frac{c_0 Z_0 S}{t_u} \tag{30.58}$$

Puesto que $\dot{m}_s/S$ es la densidad de flujo másica G,

$$G_c = \frac{c_0 Z_0}{t_u} \tag{30.59}$$

donde G_c es la densidad de flujo crítico mínima. A partir de la Ecución (30.58), el diámetro del espesador que se necesita viene dado por

$$D = \left(\frac{4S}{\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{4\dot{m}_s t_u}{\pi c_0 Z_0}\right)^{1/2} = \left(\frac{4q_0 t_u}{\pi Z_0}\right)^{1/2} \quad (30.60)$$

Si la concentración de la corriente inferior deseada está en la zona de compresión se requiere un procedimiento más complicado para estimar G_c, pudiendo encontrarse métodos adecuados en la bibliografía[2, 17].

Procesos de sedimentación centrífuga

Una partícula determinada sedimenta por acción de la gravedad en un fluido dado con una determinada velocidad máxima. Para aumentar la velocidad de sedimentación, la fuerza de la gravedad que actúa sobre la partícula puede sustituirse por una fuerza centrífuga mucho más intensa. Los separadores centrífugos han sustituido en buena parte a los separadores por gravedad en las operaciones de producción debido a su mayor eficacia con gotas finas y partículas, así como su tamaño mucho menor para una determinada capacidad.

Separación de sólidos contenidos en gases; ciclones. La mayor parte de los separadores centrífugos para retirar partículas de corriente gaseosas no contienen partes móviles. El dispositivo típico es el separador de ciclón que se representa en la Figura 30.30. Consiste en un cilindro vertical con un fondo cónico, una entrada tangencial cerca de la parte superior y una salida para el polvo situada en el fondo del cono. La entrada generalmente es rectangular. La conducción de salida se prolonga dentro del cilindro para evitar que se forme un cortocircuito de aire desde la entrada hasta la salida.

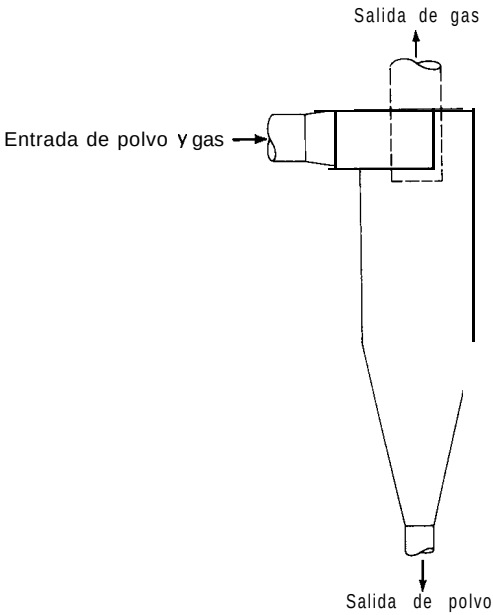


Figura 30.30. Ciclón.

El aire entra cargado de polvo recorre un camino en espiral alrededor y hacia abajo del cuerpo cilíndrico del ciclón. La fuerza centrífuga desarrollada en el vértice tiende a desplazar radialmente las partículas hacia la pared, de forma que aquellas que alcanzan la pared deslizan hacia abajo dentro del cono y se recogen. El ciclón es esencialmente un dispositivo de sedimentación en el que una intensa fuerza centrífuga, que actúa radialmente, es la que se utiliza en vez de una fuerza gravitacional relativamente débil dirigida verticalmente.

La fuerza centrífuga F_c correspondiente al radio r es igual a mu_{tan}^2/rg_c, donde m es la masa de la partícula y u_{tan} es su velocidad tangencial. La relación entre la fuerza centrífuga y la fuerza de gravedad es

$$\frac{F_c}{F_g} = \frac{mu_{tan}^2/rg_c}{mg/g_c} = \frac{u_{tan}^2}{rg} \tag{30.61}$$

Para un ciclón de 1 pie de diámetro con una velocidad tangencial de 50 pies/s cerca de la pared, la relación F_c/F_g, que recibe el nombre de factor de separación, es 2500/(0,5 x 32,2) = 155. Un ciclón de gran diámetro tiene un factor de separación mucho menor para la misma velocidad, y velocidades superiores a 50-70 pies/s (15 a 20 m/s) no se pueden utilizar normalmente en la práctica debido a la elevada caída de presión y al aumento de la abrasión. Los ciclones de pequeño diámetro pueden tener factores de separación tan elevados como 2500 [1 2c]. Para tratar grandes flujos de gas se pueden acoplar numerosos ciclones de pequeño diámetro en una sola cámara con conducciones comunes para la alimentación y los gases que salen, así como un único colector de polvo.

Las partículas de polvo que entran en el ciclón son aceleradas radialmente, pero la fuerza que actúa sobre una partícula no es constante debido a la variación de r y también a que la velocidad tangencial en el vórtice varía con r y con la distancia por debajo de la entrada. El cálculo de las trayectorias de las partículas es difícil por lo que la eficacia de un ciclón se predice ordinariamente a partir de correlaciones empíricas. Datos típicos para ciclones comerciales se presentan en la Figura 30.31, que muestra los fuertes efectos del tamaño de las partículas y del diámetro del ciclón sobre la eficacia.

Los tres ciclones son de proporciones similares, con diámetros del orden de 14, 31 y 70 pulg, y la menor eficacia de los ciclones más grandes es consecuencia principalmente de la disminución de la fuerza centrífuga. Para una determinada velocidad de flujo de aire y de velocidad de entrada, moderados incrementos en el diámetro del ciclón mejoran la eficacia de separación, debido a que el aumento de superficie compensa sobradamente la disminución de la fuerza centrífuga. Los resultados de la Figura 30.31 son para ciclones de tamaño intermedio, y cabe esperar eficacias más altas o más bajas con unidades mayores o menores para la misma velocidad de flujo y la misma velocidad de entrada.

La disminución de la eficacia al disminuir el tamaño de las partículas en realidad es más gradual que la predicha por teorías sencillas. Para partículas pequeñas, la velocidad radial y la eficacia de separación serán una función de D_p^2, pero puede producirse aglomeración de partículas tinas, aumentando la eficacia para estas partículas. Debido al efecto del tamaño de las partículas, el polvo no

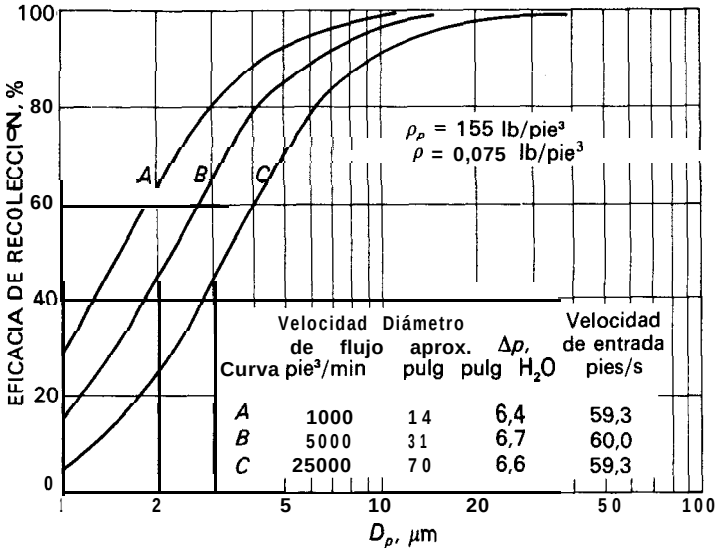


Figura 30.31. Eficacia de separación de ciclones típicos. ***(Con autorización de Fisher-Klosterman Inc., Louisville, Kentucky.)***

recogido que sale con el gas tiene un tamaño medio mucho menor que el del polvo que entra, lo cual puede ser importante al establecer los límites de emisión. Por otra parte, la eficacia global es una función de la distribución de tamaños de las partículas y no se puede predecir a partir del tamaño medio.

La eficacia de separación de un ciclón aumenta con la densidad de las partículas y disminuye al aumentar la temperatura del gas debido al aumento de la viscosidad del gas. La eficacia depende mucho de la velocidad de flujo debido al término u_{tan}^2 de la Ecuación (30.61). El ciclón es uno de los pocos dispositivos de separación que opera mejor a toda carga que con carga parcial. A veces se utilizan dos ciclones idénticos en serie para obtener una separación más completa de los sólidos, pero la eficacia de la segunda unidad es menor que la de la primera debido a que la alimentación de la segunda unidad tiene un tamaño de partículas mucho menor.

Los ciclones también se utilizan ampliamente para separar sólidos de líquidos, especialmente con fines de clarificación.

Decantadores centrífugos. Los líquidos inmiscibles se separan industrialmente en decantadores centrífugos como los descritos en el Capítulo 2. La fuerza de separación es mucho mayor que la de gravedad y actúa en el sentido de alejarse del eje de rotación en vez de estar dirigida hacia la superficie terrestre. Los principales tipos de decantadores centrífugos son las centrífugas tubulares y las centrífugas de disco.

Centrífuga tubular. En la Figura 30.32 se muestra una centrífuga tubular líquido-líquido. El recipiente es alto y estrecho, con un diámetro de 4 a 6 pulg (100 a

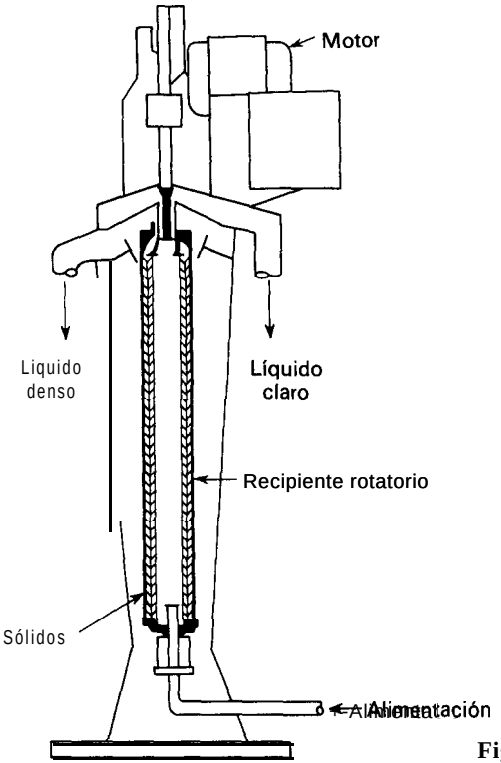


Figura 30.32. Centrífuga tubular.

150 mm) y gira con unas 15 000 rpm dentro de una carcasa estacionaria. La alimentación entra desde una boquilla estacionaria insertada a través de una abertura situada en el fondo del recipiente. y se separa en dos capas concéntricas de líquido en el interior del recipiente. La capa interior, que es la más ligera, rebosa sobre un vertedero situado en la parte superior del recipiente. El líquido más pesado fluye sobre otro vertedero, situado dentro de una tapadera separada y descarga por una tubería. El vertedero por el que descarga el líquido pesado puede separarse y reemplazarlo por otro con diferente tamaño de abertura. La posición de la interfase líquido-líquido (la zona neutra) se mantiene por medio de un equilibrio hidráulico, tal como muestran la Figura 2.7 y la Ecuación (2.17). En algunos diseños el líquido descarga a presión y la posición de la interfase se sitúa ajustando válvulas externas situadas en las líneas de descarga.

Centrífuga de disco. La centrífuga de disco que se muestra en la Figura 30.33 es altamente efectiva para algunas separaciones líquido-líquido. Un recipiente bajo y ancho de 8 a 10 pulg (200 a 500 mm) de diámetro gira sobre un eje vertical. El recipiente tiene un fondo plano y un cabezal cónico y la alimentación entra por la parte superior a través de una tubería estacionaria situada en el cuello del recipiente. En una centrífuga tubular se forman dos capas líquidas que fluyen sobre dos represas ajustables hacia conducciones de descarga separadas. Dentro

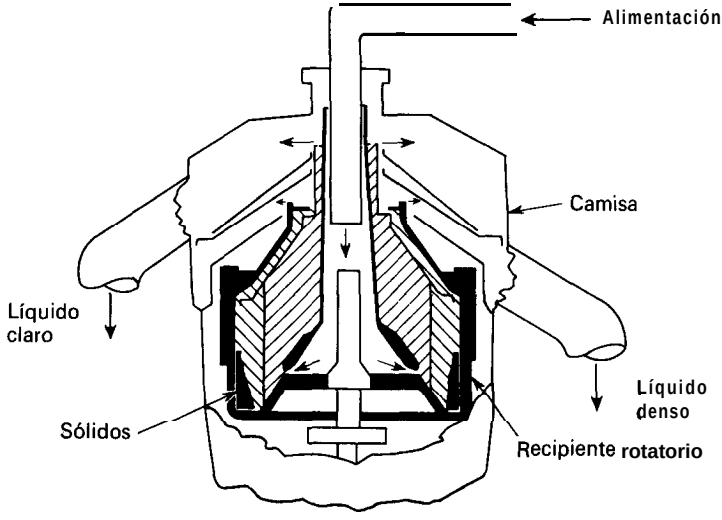


Figura 30.33. Centrífuga de disco.

del recipiente, y girando solidariamente con él, existen discos muy próximos que en realidad actúan como conos de chapa metálica colocados unos encima de otros. Haciendo perforaciones en los discos, hacia aproximadamente la mitad de la distancia entre el eje y la pared del recipiente, se forman canales a través de los cuales pasan los líquidos. La alimentación liquida entra por el fondo del recipiente, fluye por los canales y asciende sobre los discos. El líquido más pesado es forzado hacia fuera desplazando al líquido ligero hacia el centro del recipiente. Durante su recorrido, el líquido más denso choca rápidamente contra la cara inferior de un disco y fluye sobre ella hasta la periferia del recipiente sin encontrar nada más de líquido ligero. Análogamente, el líquido menos denso fluye hacia dentro y hacia arriba sobre las superficies superiores de los discos. Puesto que los discos están muy próximos, la distancia que una gota de cualquiera de los líquidos tiene que recorrer para escapar de la otra superficie es mucho más corta que en el caso de una centrífuga tubular, donde las capas son relativamente gruesas. Además, en una máquina de discos existe un considerable esfuerzo cortante en la interfase líquido-líquido, ya que una fase fluye en un sentido y la otra lo hace en sentido contrario ayudando estos esfuerzos cortantes a romper ciertos tipos de emulsiones. Las centrífugas de discos son especialmente valiosas cuando la finalidad de la centrífuga no es la separación completa sino la concentración de una fase fluida, como es el caso de separación de la nata de la leche o la concentración de látex de caucho.

Si la alimentación líquida que entra en una centrífuga tubular o en una de discos contiene suciedad u otras partículas pesadas los sólidos se acumulan dentro del recipiente y es preciso descargarlos periódicamente. Esto se realiza parando la máquina, abriendo el recipiente y retirando la carga de sólidos. Esta situación hace la operación antieconómica si la alimentación contiene algo más de unas pocas unidades por ciento de sólidos.

Las centrífugas tubulares y de discos se utilizan con ventaja para separar trazas de sólidos de aceites lubricantes, líquidos de proceso, tinta, y bebidas que deben ser perfectamente claras. Estas centrífugas pueden separar sólidos gelatinosos que obstruirían rápidamente un filtro. Generalmente clarifican un solo líquido de forma que el recipiente posee una única salida de líquido pero también pueden arrastrar hacia abajo los sólidos, separando simultáneamente dos fases líquidas.

Centrífuga de boquillas de descarga. Cuando el líquido de alimentación contiene mayor porcentaje de sólidos, es preciso que exista un dispositivo para la descarga automática de los sólidos. Una forma de realizar esto se muestra en la Figura 30.34. Este separador es una centrífuga tipo discos modificada con un doble recipiente cónico. En el diámetro máximo de la periferia del recipiente hay una serie de pequeños orificios o boquillas con un diámetro del orden de 3 mm. La parte central del recipiente opera en la misma forma que en la centrífuga de discos normal, rebosando una o las dos corrientes clarificadas. Los sólidos son desplazados hacia la periferia del recipiente y salen de forma continua a través de las boquillas junto con una considerable cantidad de líquido. En algunos diseños, parte de la suspensión descarga desde las boquillas y es reciclada a través del recipiente para aumentar la concentración de sólidos, y también se puede introducir líquido de lavado en el recipiente para efectuar un lavado por desplazamiento. En otros diseños las boquillas están cerradas la mayor parte del tiempo por medio de tapones o válvulas que se abren periódicamente para descargar una suspensión moderadamente concentrada.

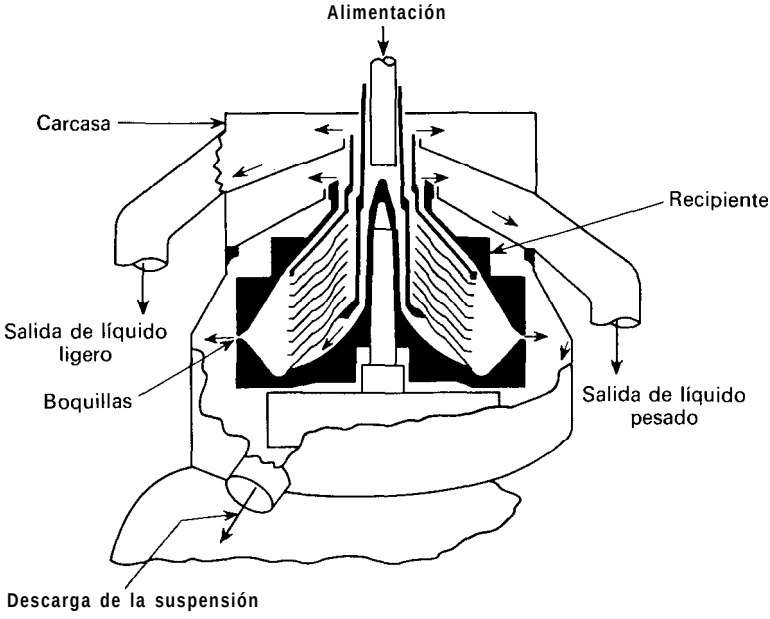


Figura 30.34. Centrífuga de boquillas de descarga.

Separadores de lodos. En una centrífuga con boquillas de descarga los sólidos abandonan el recipiente por debajo de la superficie del líquido y, por tanto, llevan consigo cantidades considerables de líquido. Para separar una suspensión de alimento en una fracción de líquido claro y un lodo pesado «seco», hay que desplazar mecánicamente del líquido los sólidos sedimentados y escurrirlos mientras se encuentran todavía bajo la acción de la fuerza centrífuga. Esto se realiza en separadores continuos de lodos, un ejemplo típico de los cuales se muestra en la Figura 30.35. En esta centrífuga de transportador helicoidal hay un recipiente cilíndrico con una sección terminal cónica que gira alrededor de un eje horizontal. La alimentación entra a través de una tubería axial estacionaria y se proyecta en forma de lluvia en una «balsa» o capa anular de líquido dentro del recipiente cilíndrico. El líquido claro fluye a través de unos orificios situados en la placa que cubre el extremo no cónico del recipiente fijando la posición radial de estos orificios el espesor de la capa anular de líquido. Los sólidos sedimentan a través del líquido hacia la superficie interior del recipiente y un transportador helicoidal que gira un poco más lentamente que éste desplaza los sólidos fuera de la balsa y los eleva hasta una «playa» donde existen aberturas de descarga en el extremo pequeño del cono. Sobre los sólidos se puede pulverizar líquido de lavado mientras ascienden hasta la playa con el fin de retirar las impurezas solubles. El líquido procedente del lavado fluye hacia la balsa y descarga con el resto de líquido. El lodo escurrido y el líquido claro salen del recipiente por diferentes partes de la carcasa a través de unas aberturas existentes al efecto.

Las centrífugas de transportador helicoidal se construyen con diámetros del recipiente máximos comprendidos entre 4 y 54 pulg (100 a 1400 mm), y separan grandes cantidades de material. Por ejemplo, una máquina de 18 pulg puede tratar de 1 a 2 toneladas por hora. Con alimentaciones formadas por suspensiones espesas la capacidad de una máquina determinada está limitada por el par de fuerzas que puede soportar el transportador. Los limitantes de la capacidad con suspensiones diluidas son la capacidad de tratamiento de líquido del recipiente y los orificios de descarga.

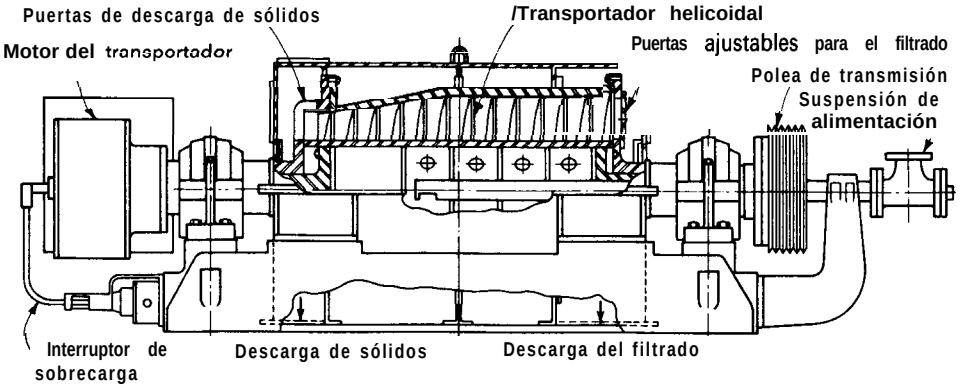


Figura 30.35. Centrífuga cilíndrico-cónica de transportador helicoidal. (*Bird Machine* Co.)

La operación práctica de un separador de lodos requiere que los sólidos sean más densos que el líquido y que no se vuelva a formar suspensión por la acción del transportador. El líquido efluente de estas máquinas generalmente no está totalmente exento de sólidos y requiere una clarificación posterior. Dentro de estas restricciones, los separadores de lodos resuelven una gran variedad de problemas: separan partículas tinas de líquidos, escurren y lavan cristales que escurren libremente y, con frecuencia, se utilizan también como clasificadores.

Fundamentos de la sedimentación centrifuga. En la sedimentación centrífuga una partícula de un determinado tamaño se separa del líquido si dispone de suficiente tiempo para que la partícula alcance la pared del recipiente separador. Si se admite que en todo momento la partícula se está moviendo radialmente con su velocidad terminal, se puede calcular el diámetro de la partícula más pequeña que se puede separar.

Considérese el volumen de líquido en la centrífuga que se representa en la Figura 30.36. El punto de alimentación está en la parte inferior y el punto de descarga en la superior. Supóngase que todo el líquido se mueve hacia arriba a través del recipiente con una velocidad constante y arrastrando consigo partículas sólidas. Tal como se muestra en la figura, una determinada partícula comienza a sedimentar en el fondo del recipiente para una cierta posición en el líquido (distancia r_A desde el eje de rotación). Su tiempo de sedimentación está limitada por el tiempo de resistencia del líquido en el recipiente. Al final de este tiempo supóngase que la partícula está a una distancia r_B del eje de rotación. Si $r_B < r_2$, la partícula abandona el recipiente con el líquido; si $r_B = r_2$ se deposita en la pared del recipiente y se separa del líquido. Si la partícula sedimenta en el intervalo de la ley de Stokes, la velocidad terminal para el radio r, de acuerdo con la Ecuación (7.42), es

$$u_t = \frac{\omega^2 r(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu}$$

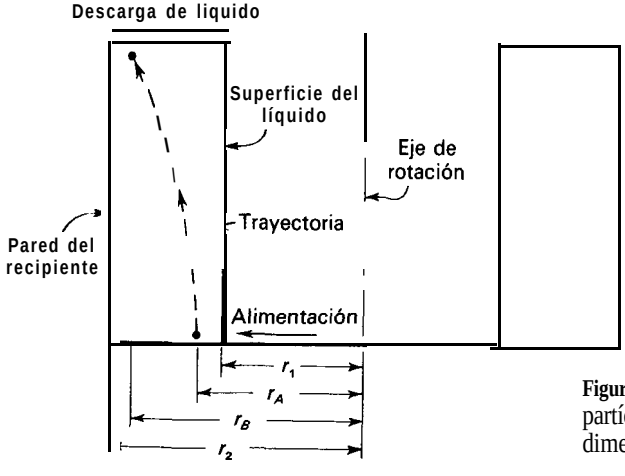


Figura 30.36. Trayectoria de la partícula en una centrífuga de sedimentación.

puesto que $u_t = dr/dt$,

$$dt = \frac{18\mu}{\omega^2(\rho_p - \rho)D_p^2}\frac{dr}{r} \tag{30.62}$$

Integrando la Ecuación (30.62) entre los limites $r = r_A$ para $t = 0$ y $r = r_B$ para $t = t_T$, se obtiene

$$t_T = \frac{18\mu}{\omega^2(\rho_p - \rho)D_p^2}\ln\frac{r_B}{r_A} \tag{30.63}$$

El tiempo de residencia t_T es igual al volumen de líquido V en el recipiente dividido por la velocidad volumétrica de flujo q. El volumen Ves igual a $\pi b(r_2^2 - r_1^2)$. Sustituyendo en la Ecuación (30.63) y reordenando resulta

$$q = \frac{\pi b\omega^2(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu}\frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln(r_B/r_A)} \tag{30.64}$$

Se puede definir el punto de corte' como el diámetro de la partícula que justamente alcanza la mitad de la distancia entre r_1 y r_2. Si D_{pc} es el diámetro de corte, una partícula de este diámetro se desplaza una distancia $y = (r_2 - r_1)/2$ durante el tiempo de sedimentación disponible. Si se ha de separar una partícula de diámetro D_{pc}, es preciso que alcance en el tiempo disponible la pared del recipiente. Por tanto, $r_B = r_2$ y $r_A = (r_1 + r_2)/2$ y la Ecuación (30.64) se transforma entonces en

$$q_c = \frac{\pi b\omega^2(\rho_p - \rho)D_{pc}^2}{18\mu}\frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln[2r_2/(r_1 + r_2)]} \tag{30.65}$$

donde q_c es la velocidad volumétrica de flujo correspondiente al diámetro de corte. Para esta velocidad de flujo, la mayoría de las partículas con diámetros mayores que D_{pc} serán eliminadas por la centrífuga y la mayoría de las partículas con diámetros inferiores permanecerán en el líquido.

Si el espesor de la capa de líquido es pequeño en comparación con el radio del recipiente, $r_1 \approx r_2$, y la Ecuación (30.65) se hace indeterminada. Sin embargo, en estas condiciones la velocidad de sedimentación puede considerarse constante y dada por la ecuación

$$u_t = \frac{D_p^2(\rho_p - \rho)\omega^2 r_2}{18\mu} \tag{30.66}$$

Sea s el espesor de la capa líquida y $s/2$ la distancia de sedimentación para las partículas del diámetro de corte D_{pc}. Por tanto,

$$u_t = \frac{s}{2t_T} \tag{30.67}$$

donde t_T es el tiempo de residencia, que viene dado por

$$t_T = \frac{V}{q_c} \tag{30.68}$$

Combinando las Ecuaciones (30.64) a (30.66) y despejando q_c se obtiene

$$q_c = \frac{2\ vu_t}{s} = \frac{2VD_p^2(\rho_p - \rho)\omega^2 r_2}{18\mu s} \tag{30.69}$$

Valor de sigma; cambio de escala. La Ecuación (30.69) se modifica en la forma que se indica a continuación, para su aplicación a centrífugas industriales. El radio r_2 y el espesor s se sustituyen por r_e y s_e, respectivamente, que son valores medios adecuados de r y s para el tipo de centrífuga de que se trate. El segundo miembro de la Ecuación (30.69) se multiplica y divide por g, la aceleración de la gravedad, recogiendo todos los factores relacionados con la centrífuga en un grupo y los relacionados con los sólidos y el líquido en otro. Así se obtiene

$$q_c = \frac{2V\omega^2 r_e}{gs} \frac{D_p^2(\rho_p - \rho)g}{18\mu}$$

$$= 2\Sigma u_g \tag{30.70}$$

donde Σ, el llamado valor de sigma, es una característica de la centrífuga y u_g es la velocidad terminal de sedimentación de las partículas para las condiciones de sedimentación por gravedad. Físicamente, Σ es el área de la sección transversal de un tanque de sedimentación por gravedad de la misma capacidad de separación que la centrífuga. En la Tabla 30.4 se dan valores típicos. Por ejemplo, una centrífuga de discos de 19,5 pulg, es equivalente a un sedimentador por gravedad con un área de 10^6 pie^2 (10^5 m^2). En la práctica, la capacidad real de una centrífuga puede ser algo menor que el dado por el valor de Σ, debido a los

Tabla 30.4. Características de centrífugas de sedimentación[12b]

Tipo	Diámetro del recipiente, pulg	Velocidad rpm	Valor de Σ pie^2 x 10^{-4}
Tubular	4,125	15000	2,7
Discos	9,5	6500	21,5
	13,7	4650	39,3
	19,5	4240	105
Transportador helicoidal	14	4000	1,34
	25	3000	6,1

complejos modelos de flujo en un recipiente centrifugo y, en algunos diseños, debido a la resuspensión de las partículas por medio de un transportador interno.

Clasificadores centrífugos. Durante el paso del liquido a través del recipiente de una centrifuga, las partículas sólidas más grandes son expulsadas fuera del líquido. Las partículas más tinas pueden no sedimentar en el tiempo disponible y ser arrastradas con el líquido efluente. Como en el caso de un clasificador hidráulico por gravedad, las partículas sólidas pueden separarse de acuerdo con el tamaño, la forma o la densidad relativa.

Las centrifugas continuas de transportador helicoidal se utilizan como clasificadores en circuito cerrado en la molienda húmeda con molinos de bolas. Su operación es análoga a la de separadores de lodos excepto que la velocidad de giro del recipiente y la de alimentación se ajustan y controlan de tal forma que con el líquido salgan partículas finas formando una suspensión diluida. Las partículas de mayor tamaño son transportadas hasta la descarga como un lodo, se repulpan y devuelven al molino para su posterior molienda. En este tipo de clasificador, puesto que son deseables grandes tiempos de sedimentación y una pulpa bastante húmeda, la balsa de líquido casi llena el recipiente giratorio.

Obsérvese la semejanza en el fundamento de operación de estas máquinas y del clasificador de flujo cruzado que se representa en la Figura 30.23. En el clasificador centrífugo, la fuerza de separación es del orden de 600 veces la fuerza de gravedad, lo que permite separaciones nítidas de partículas de 1 μm de diámetro o menos. Sin embargo, en las máquinas centrífugas también se clasifican partículas mucho más gruesas que estas.

La elevada fuerza de sedimentación en una centrífuga da lugar a que se puedan obtener velocidades prácticas de sedimentación con partículas mucho menores que en el caso de un clasificador por gravedad. Mientras que con una fuerza mayor no se modifican las velocidades relativas de sedimentación de las partículas pequeñas, sí que se vencen los pequeños efectos perturbadores de las corrientes de convección libre y el movimiento Browniano de un clasificador por gravedad. Ello permite separaciones, en algunos casos, que son imposibles de realizar en una unidad por gravedad. Con partículas gruesas se puede cambiar el régimen de sedimentación, de forma que una partícula que sedimenta por gravedad de acuerdo con la ley de Stokes puede sedimentar en régimen intermedio o con la ley de Newton en una centrífuga. Por tanto, las partículas que sedimentan con igual velocidad en una unidad por gravedad pueden a veces separarse parcialmente en una centrífuga. Por otra parte, los flóculos sueltos 0 los aglomerados débiles que sedimentan rápidamente en un espesador por gravedad, a menudo se rompen en un clasificador centrífugo y sedimentan lentamente, o no sedimentan en absoluto, a pesar de la mayor fuerza disponible para la sedimentación.

METODOS DE IMPACTO

Para la separación de polvo o niebla de una corriente gaseosa se utilizan diversos métodos que dependen, en todo o en parte, del impacto de las partículas contra

superficies sólidas situadas en la corriente de flujo. En estos métodos es de esperar que las partículas, debido a su inercia, crucen las líneas de corriente del fluido, choquen contra el sólido y se adhieran a él para luego poder separarlas. En la Figura 30.37 se muestra el fundamento de la separación de impacto. Las líneas continuas son las líneas de corriente que pasan alrededor de una esfera, mientras que las líneas de puntos representan el camino que siguen las partículas. Las partículas que inicialmente se mueven a lo largo de las líneas de corriente entre A y B, chocan contra el sólido y pueden separarse si se adhieren a la pared y no vuelven a ser arrastradas. Las partículas que inicialmente fluyen fuera de las líneas de corriente A y B no chocan contra el sólido y no pueden ser separadas de la corriente gaseosa por impacto. La ***eficacia de impacto*** η_t ***se*** define como la fracción de partículas, presentes en la corriente gaseosa que se aproxima directamente al elemento separador, que impactan contra el sólido. En la Figura 30.38 se muestran las eficacias de impacto en láminas, esferas y cilindros para partículas que sedimentarían en el fluido en reposo dentro del intervalo de la ley de Stokes. La abscisa es el número adimensional $u_t u_0/gD_b$, llamado ***número de separación,*** donde u_t es la velocidad terminal de la partícula en el fluido en reposo, u_0 es la velocidad del fluido que se acerca al sólido, g es la aceleración de la gravedad, y D_b es la anchura de la lámina o el diámetro de la esfera o cilindro.

Para la sedimentación en el intervalo de la ley de Stokes, la velocidad terminal es proporcional a D_p^2. Por tanto, cuanto menor sea la partícula, más baja será la eficacia de impacto. Para cada forma sólida existe un número de separación mínimo por debajo del cual todas las partículas siguen las líneas de corriente alrededor del sólido, no se produce impacto y la eficacia de impacto es cero. Para números de separación de 100 o superiores la eficacia de impacto se acerca a la unidad.

El equipo real que utiliza impacto se construye en una gran variedad de formas. El diseño más sencillo, utilizado especialmente en el tratamiento de nieblas ácidas, consiste en una cámara o torre rellena con un sólido inerte troceado, tal como coque, a través del cual pasa el gas a baja velocidad. En los filtros de bolsas, la formación inicial de la torta en la tela u otro medio filtrante tiene lugar por impacto. Una vez que se ha formado la primera capa de sólidos, la siguiente retención de sólidos se realiza por filtración.

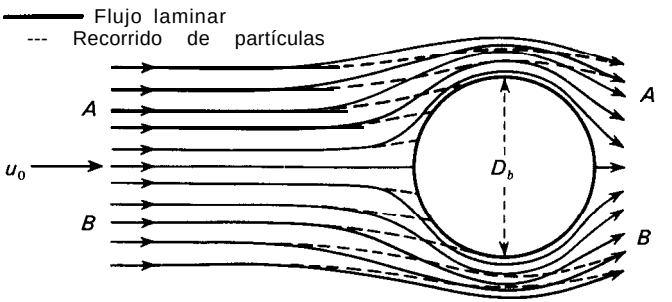


Figura 30.37. Fundamento del impacto. ***[Con autorización de J. H. Perry (ed.), «Chemical Engineers' Handbook», 5.ª ed., p. 20-80. Copyright © 1973, McGraw-Hill Book Company.]***

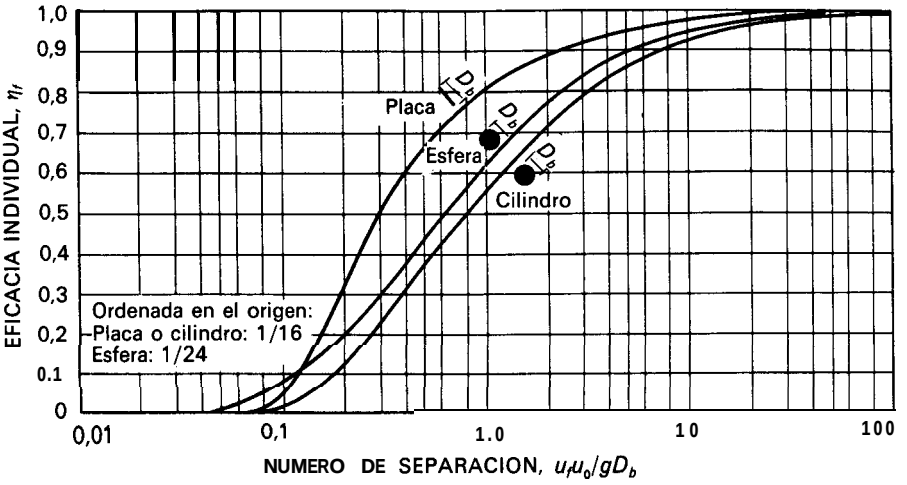


Figura 30.38. Eficacia de impacto de esferas, cilindros y cintas. *[Con autorización de J. H. Perry (ed.) «Chemical Engineers' Handbook», 5.ª ed., p.* **20**-81. *Copyright* © 1973, *McGraw-Hill Book Company.]*

Una segunda clase **de** separadores de impacto está constituida por los lavadores, en los que una corriente de líquido se hace pasar sobre superficies de impacto para separar por lavado las partículas precipitadas; las cámaras de lluvia, en las que se utilizan gotas de líquido como agente de impacto; la combinación de cámaras de pulverización y ciclones; así como las torres de relleno descritas en el Capítulo 22.

Un tercer tipo de equipo utilizado para separar polvo de aire comprende una variedad de filtros de impacto. Como medios filtrantes se utilizan fibras de vidrio, virutas de madera, tamices metálicos o cartón ondulado. En uno de los grupos el medio filtrante está recubierto con aceite viscoso para retener el polvo y eliminar el arrastre. Los filtros metálicos se pueden limpiar y reutilizar, pero las unidades no metálicas se desechan sin limpiarlos.

SIMBOLOS

A	Area, pies o m^2; A_n, área total del filtro continuo; A_1, área de la superficie interior del material en la centrífuga; A_2, área de la superficie exterior del material en la centrífuga; $\bar{A}_L$, media logarítmica de A_1 y A_n; $\bar{A}_a$, media aritmética de A_1 y A_2
B	Flujo inferior que sale del tamiz, lb/h o kg/h
b	Anchura de la cesta de la centrífuga, pies o m
c	Masa de sólido depositada en el filtro por unidad de volumen de filtrado, lb/pie^3 o kg/m^3; también concentración de sólidos en suspensión, lb/pie^3 o kg/m^3; c_0, en la alimentación del sedimentador; c_s, en la alimentación del filtro; c_u, en la corriente inferior del sedimentador

D Flujo superior que sale del tamiz, lb/h o kg/h; también diámetro, pies o m

D_b Anchura o diámetro del sólido de impacto, pies o m

D_p Tamaño de partícula, pies o m; D_{pA}, de la partícula pesada; D_{pB}, de la partícula ligera; D_{pc}, diámetro de corte

E Eficacia de tamizado, adimensionak E_A, basada en el tamaño superior; E_B, basada en el tamaño inferior

F Alimentación del tamiz, lb/h o kg/h; también fuerza, lb_f o N; F_c, fuerza centrífuga; F_g, fuerza de gravedad

f Fracción del ciclo de filtrado disponible para formación de la torta

G Densidad de flujo másico de sólidos en el sedimentador, lb/pie^2-h o kg/m^2-h; C_c, valor crítico mínimo

g Aceleración de la gravedad, $pies/s^2$ o m/s^2

g_c Factor de proporcionalidad de la ley de Newton, 32,174 $pies\text{-}lb/lb_f\text{-}s^2$

K_c Constantes en la ecuación para filtración a presión constante, Ecuación (30.28); K_s, para filtración de clarificación, Ecuación (30.11)

K_r Constante en la Ecuación (30.43)

k_1, k_2, k_3 Constantes en las Ecuaciones (30.8), (30.9) y (30.14) respectivamente

L Distancia en la torta medida desde el medio filtrante, pies o m; L_c, espesor de torta

m Masa, lb o kg; m_F, masa de la torta húmeda; m_c, masa de sólidos en la torta de filtración

$\dot{m}$ Velocidad de flujo másica, lb/h o kg/h; ti,, de sólidos procedentes del filtro continuo; $\dot{m}_s$, de sólidos en la corriente inferior del sedimentador

n Exponente en la Ecuación (30.8)

P Presión, lb_f/pie^2 o atm; presión en la torta a una distancia L del medio filtrante; p_a, a la entrada del filtro; p_b, a la descarga del filtro; p', en el límite entre la torta y el medio filtrante

q Velocidad volumétrica de flujo, pie^3/s o m^3/s; q_c, correspondiente a la separación de partículas del diámetro de corte; q_0, al comienzo de la filtración

R_m Resistencia del medio filtrante, pie-' o m^{-1}

Radio, pies o m; r_e, valor medio efectivo; r_i, de la interfase entre la torta y la capa de líquido en la centrífuga; r_1, radio interior del material en la centrífuga; r_2, radio exterior del material en la centrífuga

S Area de la sección transversal horizontal del sedimentador, pie^2 o m^2

s Espesor de la capa liquida en la centrífuga, pies o m; s_e, valor medio efectivo; también coeficiente de compresibilidad [Ec. (30.30)]

s_p Area superficial de una sola partícula, pie^2 o m^2

Tiempo, s o h; t_T, tiempo de residencia en la centrifuga, pies o m; t_c, tiempo del ciclo en un filtro continuo; t_u, tiempo para alcanzar la concentración de la corriente inferior en el sedimentador

u Velocidad lineal, pies/s o m/s; u_g, velocidad de sedimentación en el campo gravitatorio; u_t, velocidad terminal de sedimentación; u_{tA}, de la partícula pesada; u_{tB}, de la partícula ligera; u_{tan}, velocidad tangencial del gas en un ciclón; u_0, velocidad no perturbada del fluido que se aproxima al sólido

V Volumen, pie^3, m^3 o 1; también volumen de filtrado recogido en el tiempo t

v_p Volumen de una sola partícula, pie^3 o m^3

x Fracción de masa de corte en la mezcla de partículas; x_B, en el flujo inferior del tamiz; x_F, en la alimentación del tamiz

Distancia, variable, recorrida por la partícula, pies o m

Z Altura de la interfase líquido-sólido en el ensayo de sedimentación, pies o m; Z_0, valor inicial; Z_u, altura de la concentración del flujo inferior.

Letras griegas

α Resistencia específica de la torta, pies/lb o m/kg; α_0, constante en la Ecuación (30.30)

Δp Caída total de presión a través del filtro, lb_f/pie^2 o atm, $p_a - p_b$; Ap, caída de presión a través de la torta, $p_a - p'$; Ap,, caída de presión a través del medio filtrante, $p' - p_b$; Δp_0, caída de presión al comienzo de la filtración

ε Porosidad o fracción de volumen de huecos en el lecho de sólidos, o fracción de volumen de líquido en la suspensión, adimensional; $\bar{\varepsilon}$, porosidad media de la torta de filtración

η_t Eficacia de impacto

μ Viscosidad, lb/pies-s o cP

ρ Densidad, lb/pie^3 o kg/m^3; del fluido o filtrado; ρ_m, de la suspensión; ρ_p, de la partícula; ρ_{pA}, de la partícula pesada; ρ_{pB}, de la partícula ligera

Σ Valor de sigma para el cambio de escala en centrífugas, Ecuación (30.70)

ω Velocidad angular, rad/s

PROBLEMAS

30.1. Se desea separar una mezcla de cristales en tres fracciones: una fracción gruesa retenida sobre un tamiz de 8 mallas, una fracción media que pasa por 8 mallas pero es retenida sobre 14 mallas, y una fracción fina que pasa por 14 mallas. Se utilizan dos tamicesen serie, de 8 y de 14 mallas, de la serie Tyler estándar. En la Tabla 30.5 se dan los análisis por tamizado de la alimentación, así como de las fracciones gruesa, media y tina. Suponiendo que los análisis son exactos, ¿cuál será la relación en peso aproximada de cada una de las tres fracciones? ¿Cuál es la eficacia global de cada tamiz?

30.2. Los tamices utilizados en el Problema 30.1 están agitados y poseen una capacidad de 0,4 toneladas/pie^2-h-mm de tamaño de malla. ¿qué superficie, en pies cuadrados, se necesita para cada uno de los tamices del Problema 30.1, si la alimentación del primer tamiz es de 100 toneladas/h?

30.3. Los datos de la Tabla 30.6 se han tomado en la filtración a presión constante de una suspensión de $CaCO_3$ en H_2O, operando con un filtro prensa con una superficie de

Tabla 30.5. Análisis por tamizado para el Problema 30.1

Tamiz	Alimentación	Fracción gruesa	Fracción intermedia	Fracción fina
3/4	3,5	14,0		
4/6	15,0	50,0	4,2	
6/8	27,5	24,0	35,8	
8/10	23,5	8,0	30,8	20,0
10/14	16,0	4,0	18,3	26,7
14/20	9,1		10,2	20,2
20/28	3,4		0,7	19,6
28/35	1,3			8,9
35/48	0,7			4,6
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabla 30.6. Datos para filtración a presión constante*

5 $lb_f/pulg^2$ de caída de presión		15 $lb_f/pulg^2$ de calda de presión		30 $lb_f/pulg^2$ de caída de presión		50 $lb_f/pulg^2$ de caída de presión	
Relación de masa torta húmeda/ torta seca	1,59		1,47		1,47		1,47
Densidad de la torta seca	63,5		73,0		73,0		73,5
Filtrado lb	Tiempo s	Filtrado lb	Tiempo s	Filtrado lb	Tiempo s	Filtrado lb	Tiempo s
0	0	0	0	0	0	0	0
2	24	5	50	5	26	5	19
4	71	10	181	10	98	10	68
6	146	15	385	15	211	15	142
8	244	20	660	20	361	20	241
10	372	25	1009	25	555	25	368
12	524	30	1443	30	788	30	524
14	690	35	2117	35	1083	35	702
16	888						
18	1188						

* E. L. McMillen y H. A. Webber, *Trans. AIChE*, 34:213 (1938).

1,0 pie^2. La fracción de masa de sólidos de la alimentación del filtro era 0,139. Calcúlense los valores de α, R_m, y el espesor de la torta de filtración para cada uno de los experimentos. La temperatura es de 70 "F.

30.4. La suspensión del Problema 30.3 ha de filtrarse en un filtro prensa cuya área total es de 10 m^2 y que operará con una caída de presión constante de 2 atm. El espesor de los marcos es de 40 mm. Supóngase que la resistencia del medio filtrante en el filtro a toda escala es la misma que en el de laboratorio. Calcúlese el tiempo de filtración requerido así como el volumen de filtrado que se obtendrá en un ciclo.

30.5. Suponiendo que la velocidad real de lavado es el 80 por 100 de la velocidad teórica, ¿cuánto tiempo se tardará en lavar la torta del filtro prensa del Problema 30.4 con un volumen de agua de lavado igual al del filtrado?

30.6. Un filtro rotativo de vacío que opera con una caída de presión de 0,7 atm ha de tratar la suspensión del Problema 30.3. La inmersión del tambor es del 25 por 100. ¿Qué área total ha de tener el filtro para conseguir una capacidad productiva total igual a la del filtro prensa descrito en el Problema 30.4?

30.7. Se ha obtenido la siguiente relación entre α y Δp para $CaCO_3$ superligero[7]:

$$\alpha = 8{,}8 \times 10^{10}[1 + 3{,}36 \times 10^{-4}(\Delta p)^{0{,}86}]$$

donde Δp está en libras-fuerza por pie cuadrado. Esta relación se cumple para un intervalo de presión comprendido entre 0 y 1000 $lb_f/pulg^2$. Una suspensión de este material, que produce 3,0 lb de torta de sólidos por pie cúbico de filtrado, ha de filtrarse con una caída de presión constante de 80 $lb_f/pulg^2$ y a la temperatura de 70 "F. Experimentos realizados

con esta suspensión y la tela del filtro que se utilizara en la operación han conducido a un valor de $R_m = 1{,}5 \times 10^{10}$ pie^{-1}. Se utiliza un filtro de presión de tipo tanque. ¿Cuántos pies cuadrados de superficie filtrante se necesitarán para obtener 1500 galones de filtrado en 1 hora de filtración?

30.8. El filtro del Problema 30.7 se lava a 70 °F y 80 lb$_f$/pulg^2 con un volumen de agua de lavado igual a un tercio del volumen de filtrado. La velocidad de lavado es el 80 por 100 del valor teórico. ¿Cuánto tiempo se tardará en lavar la torta?

30.9. El filtro del Problema 30.7 opera a una velocidad constante de 0,5 gal/pie^2-min, desde el comienzo del experimento hasta que la caída de presión alcanza 80 lb$_f$/pulg^2 y después con una caída de presión de 80 lb$_f$/pulg^2 hasta que se obtiene 1500 gal de filtrado. Si la temperatura es de 70 °F ¿cuál es el tiempo de filtración?

30.10. Un filtro continuo de presión tiene un rendimiento de filtrado de 1500 gal/h a partir de la pulpa descrita en el Problema 30.7. La caída de presión está limitada a un máximo de 50 lb/pulg^2. ¿Qué área de filtración será necesaria si el ciclo de tiempo es de 3 min y la porción cilíndrica sumergida es del 50 por 100?

30.11. Aire que transporta partículas de densidad 1600 kg/m^3 y de un diámetro medio de 20 μm entra en un ciclón con una velocidad lineal de 15 m/s. El diámetro del ciclón es de 600 mm. (a) ¿Cuál es el factor de separación aproximada para este ciclón? (b) ¿Qué fracción de las partículas se separará de la corriente gaseosa?

30.12. El aire cargado de polvo del Problema 30.11 se hace pasar a través de un separador de impacto con una velocidad lineal de 20 pies/s. El separador consiste esencialmente en láminas de 1 pulg de anchura. ¿Cuál es la fracción máxima de las partículas que se pueden separar por la primera fila de láminas que ocupan un 50 por 100 del área de la sección transversal del conductor?

30.13. ¿Cuál es la capacidad, en metros cúbicos por hora, de una centrífuga de clarificación que opera en las siguientes condiciones?

Diámetro del recipiente, 600 mm
Espesor de la capa de líquido, 75 mm
Proximidad del recipiente, 400 mm
Velocidad, 1000 rpm
Densidad relativa del líquido, 1,3
Densidad relativa del sólido, 1,6
Viscosidad del líquido, 3 cP
Tamaño de corte de las partículas, 30 μm

30.14. Un filtro centrífugo discontinuo cuyo recipiente tiene un diámetro de 30 pulg y una altura de 18 pulg, se utiliza para filtrar una suspensión de las siguientes propiedades:

Líquido, agua
Temperatura, 25 °C
Concentración de sólidos en la alimentación, 60 g/l
Porosidad de la torta, 125 lb/pie^3
Densidad de los sólidos secos en la torta
Espesor final de torta, 6 pulg
Velocidad de giro, 2000 rpm
Resistencia específica de la torta, 9,5 x x 10^{10} pies/lb
Resistencia del medio filtrante, 2,6 x 10^{10} pie-'

La torta final se lava con agua en condiciones tales que el radio de la superficie interior del liquido es 8 pulg. Suponiendo que la velocidad de flujo del agua de lavado es igual a la velocidad de flujo final del filtrado, ¿cuál es la velocidad de lavado, en galones por minuto?

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. AMBLER, C. M.: *Chem. Eng. Prog.*, **48:150 (1952).**
2. COE, F. S., y CLEVENGER, G. H.: *Trans. AIME*, **55:356** *(1916).*
3. COMINGS, E. W.: *Znd. Eng. Chem., 32663* **(1940).**

4. CROZIER, H. E., y BROWNELL, L. E.: *Ind. Eng. Chem.*, **44:631** (1952).
5. FOUST, A. S.; WENZEL, L. A.; CLUMP, C. W.; MAUS, L., y ANDERSEN, L. B.: «Principles of Unit Operations», 2." ed., p. 704, Wiley, New York, 1960.
6. GAUDIN, A. M.: «Principles of Mineral Dressing», p. 144, McGraw-Hill, New York, 1939.
7. GRACE, H. P.: *Chem. Eng. Prog.*, **49:303**, *367, 427 (1953).*
8. GRACE, H. P.: *AIChE J.*, **2:307**, 316 (1956).
9. HERMANS, P. H., y BREDÉE, H. L.: *Rec. Trav. Chim.*, **54:680** (1935); *J. Soc. Chem. Ind.*, **55T:1** (1936).
10. HUGHES, 0. D.; VER HOEVE, R. W., y LUKE, C. D.: Documento presentado en la conferencia de AIChE, Columbus, Ohio, diciembre 1950.
11. NICKOLAUS, N., y DAHLSTROM, D. A.: *Chem. Eng. Prog.*, **52**(3):87M (1956).
12. PERRY, J. H. (ed.): «Chemical Engineers' Handbook», 5." ed., McGraw-Hill, New York, 1973; (a) p. 19-63, *(b)* p. 19-94, (c) pp. 20-81 a *20-86,* (*d*) pp. 20-89 a 20-90; (e) pp. 21-39 a **21-40**.
13. RUSHTON, A., y HAMEED, M. S.: *Filtr. Sep.*, **7:25** (1970).
14. RUTH, B. F.: comunicación personal.
14a. STONE, L. H.: *Chem. Eng. Prog.*, **78**(12):64 (1982).
15. SVAROVSKY, L.: *Chem. Eng., vol. 86,* 1979; (a) núm. 14, p. 62; *(b)* núm. 15, p. 93; (c) núm. 16, p. 69.
16. TAGGART, A. F.: «Handbook of Mineral Dressing: Ores and Industrial Minerals», p. 11-123, Wiley, New York, 1945.
17. TALMADGE, W. L., y FITCH, E. B.: *Ind. Eng. Chem.*, **47:38** *(1955).*

APENDICE

UNO

PREFIJOS CGS Y SI PARA MULTIPLOS Y SUBMULTIPLOS

Factor	Prefijo	Abreviatura	Factor	Prefijo	Abreviatura
10^{12}	tera	T	10^{-1}	deci	d
10^{9}	giga	G	10^{-2}	centi	c
10^{6}	mega	M	10^{-3}	milli	m
10^{3}	kilo	k	10^{-6}	micro	μ
10^{2}	hecto	h	10^{-9}	mano	n
10^{1}	deka	da	10^{-12}	pico	p
			10^{-15}	femto	f
			10^{-18}	atto	a

APENDICE

DOS

VALORES DE LA CONSTANTE DE LOS GASES

Temperatura	Masa	Energía	*R*
Kelvin	kg mol	J	8314,3
		cal_{IT}	1,9858 x 10^3
		cal	1,9872 x 10^3
		m^3-atm	***82,056*** x 10^{-3}
	g mol	cm^3-atm	***82,056***
Grados Rankine	lb mol	Btu	1,9858
		pies-lb,	1545,3
		CV-h	7,8045 x 10^{-4}
		kWh	5,8198 x 10^{-4}

APENDICE

TRES

FACTORES DE CONVERSION Y CONSTANTES UNIVERSALES

Para convertir de	A	Multiplicar por †
acre	pie^2	43 560*
	m^2	4046,85
atm	N/m^2	1,01325* x 10^5
	$lb_f/pulg^2$	14,696
Avogadro, número de	partículas/g mol	6,022169 x 10^{23}
barril (petróleo)	pie^3	5,6146
	gal (U.S.)	42*
	m^3	415899
bar	N/m^2	1* x 10^5
	$lb_f/pulg^2$	14,504
Boltzmann, constante de	J/K	1,380622 x 10^{-23}
Btu	cal_{IT}	251,996
	pies-lb,	778,17
	J	1055,06
	kWh	2,9307 x 10^{-4}
Btu/lb	cal_{IT}/g	0,55556
Btu/lb-°F	cal_{IT}/g-°C	1*
Btu/pie^2-h	W/m^2	3,1546
Btu/pie^2-h-°F	W/m^2-°C	5,6783
Btu-pies/pie^2-h-°F	W-m/m^2-°C	1,73073
cal_{IT}	Btu	3,9683 x 10^{-3}
	pies-lb,	3,0873
	J	4,1868*
cal	J	4,184*
cm	pulg	0,39370
	pies	0,0328084
cm^3	pie^3	3,531467 x 10^{-5}
	gal (U.S.)	2,64172 x 10^{-4}
cP (centipoise)	kg/m-s	1* x 10^{-3}
	lb/pies-h	2,4191
	lb/pies-s	6,7197 x 10^{-4}

(Continúa en página siguiente)

Para convertir de	A	Multiplicar por †
cSt (centistoke)	m^2/s	$1* \times 10^{-6}$
faraday	C/g mol	$9{,}648670 \times 10^{4}$
pies	m	0,3048*
pies-lb_f	Btu	$1{,}2851 \times 10^{-3}$
	cal_{IT}	0,32383
	J	1,35582
pies-lb_f/s	Btu/h	4,6262
	CV	$1{,}81818 \times 10^{-3}$
pie^2/h	m^2/s	$2{,}581 \times 10^{-5}$
	cm^2/s	0,2581
pie^3	cm^3	$2{,}8316839 \times 10^{4}$
	gal (U.S.)	7,48052
	l	28,31684
pie^3-atm	Btu	2,71948
	cal_{IT}	685,29
	J	$2{,}8692 \times 10^{3}$
pie^3/s	gal (U.S.)/min	448,83
gal (U.S.)	pie^3	0,13368
	$pulg^3$	231*
gravedad, aceleración normal de la gravitacional, constante	$N\text{-}m^2/kg^2$	$6{,}673 \times 10^{-11}$
h	m/s^2	9,80665*
	min	60*
	s	3600*
CV	Btu/h	2544,43
	kW	0,74570
pulg	cm	2,54*
$pulg^3$	cm^3	16,3871
J	erg	$1* \times 10^{7}$
	pies/lb_f	0,73756
kg	lb	2,20462
kWh	Btu	3412,1
l	m^3	$1* \times 10^{-3}$
lb	kg	0,45359237*
lb/pie^3	kg/m^3	16,018
	g/cm^3	0,016018
$lb_f/pulg^2$	N/m^2	$6{,}89473 \times 10^{3}$
lb mol/pie^2-h	kg mol/m^2-s	$1{,}3652 \times 10^{-3}$
	g mol/cm^2-s	$1{,}3652 \times 10^{-4}$
luz, velocidad de la	m/s	$2{,}997925 \times 10^{8}$
m	pies	3,280840
	pulg	39.3701
m^3	pie^3	35,3147
	gal (U.S.)	264,17
N	dina	$1* \times 10^{5}$
	lb_f	0,22481
N/m^2	$lb_f/pulg^2$	$1{,}4498 \times 10^{-4}$
Planck, constante de	J-s	$6{,}626196 \times 10^{-34}$
prueba (U.S.)	porcentaje de alcohol en volumen	0,5
tonelada (larga)	kg	1016
	lb	2240*
tonelada (corta)	lb	2000*
tonelada (métrica)	kg	1000*
	Ib	2204,6
yarda	pies	3*
	m	0,9144*

† Los valores seguidos de * son exactos por definición.

APENDICE

CUATRO

ANALISIS DIMENSIONAL

Una magnitud física conlleva dos aspectos: un número que indica su valor y una unidad que representa su significado físico. El análisis dimensional es un tratamiento algebraico de los símbolos de las unidades consideradas independientemente de su valor numérico. El análisis dimensional simplifica enormemente el ajuste de datos experimentales por medio de una ecuación cuando no es posible un tratamiento totalmente matemático; también resulta útil para comprobar la consistencia de las unidades de las ecuaciones, para convertir unidades y para el cambio de escala a partir de datos obtenidos mediante modelos físicos con el fín de predecir el comportamiento del equipo en cualquier escala. El método está basado en el concepto de dimensión y el empleo de fórmulas adimensionales.

Magnitudes primarias y secundarias. Para el análisis dimensional, las magnitudes físicas se dividen en dos grupos. En primer lugar se elige un pequeño número de magnitudes y después se expresan las restantes en función de éstas. Las magnitudes del primer tipo reciben el nombre de magnitudes primarias, y las del segundo tipo magnitudes secundarias. La elección de magnitudes primarias es bastante arbitraria, tanto en cuanto al número como al tipo, y se basa fundamentalmente en la conveniencia. Un grupo de magnitudes primarias suficiente para todos los problemas de ingeniería es el formado por longitud, masa, tiempo, temperatura y carga eléctrica. En el caso de operaciones unitarias no es necesaria la carga eléctrica, y es conveniente, aunque no esencial, añadir a la lista la fuerza y el calor. Estas adiciones facilitan el uso de unidades fps. El sistema SI no las necesita †.

DIMENSIONES

Una magnitud primaria se representa por medio de una letra, llamada dimensión de la magnitud, que simboliza la magnitud generalizada. Representa el conjunto de todas las

† No deben confundirse las magnitudes primarias con las unidades unitarias, que son unidades SI basadas en patrones establecidos por la corporación internacional de normalización, la Conferencia General de Pesas y Medidas. Las magnitudes primarias son las elegidas por un determinado investigador con el fin de realizar un análisis dimensional específico. Las dimensiones de las unidades primarias generalmente incluyen las magnitudes masa, longitud, tiempo, y a veces, temperatura, pero esto es una cuestión de conveniencia.

unidades que se han utilizado, se utilizan o puedan utilizarse para medir la magnitud. Por ejemplo, sea $\bar{L}$ la dimensión de longitud. Su conjunto estará formado por:

$$\bar{L} = \{\text{pie, pulgada, metro, milla, vara, yarda, codo, . ..}\}$$

donde los puntos suspensivos representan todas las demás unidades de longitud. Para las dimensiones de masa $\bar{M}$, tiempo $\bar{t}$, temperatura $\bar{T}$, fuerza $\bar{F}$, y calor $\bar{H}$, se realizan definiciones similares.

Criterios para una magnitud primaria. Las unidades de un conjunto que define una magnitud primaria han de cumplir un requesito: debe existir un factor de conversión constante entre dos unidades cualesquiera contenidas en el conjunto. Esto se cumple claramente para las unidades de longitud que se relacionan en la definición de $\bar{L}$. Otro ejemplo es la dimensión de la temperatura absoluta, que puede escribirse así:

$$\bar{T} = \{\text{K, °R}\}$$

Las unidades de este conjunto son interconvertibles por medio de la Ecuación (1.28). Por tanto

$$\bar{T} \neq \{\text{“C, °F}\}$$

En este caso no existe una constante k que dé lugar a T °F = kT “C. La verdadera relación entre estas magnitudes es la Ecuación (1.30), que requiere dos constantes: 32 y 1,8. Sin embargo, si en una determinada situación se necesitan diferencias de temperaturas en vez de temperaturas, la dimensión de temperatura, de acuerdo con la Ecuación (1.31), puede definirse por

$$\bar{T} = \{\Delta T \text{ °C}, \Delta T \text{ °F}\}$$

El mol se incluye en $\bar{M}$, ya que los pesos atómicos y moleculares son factores de conversión entre unidades de masa y molares.

Dimensiones de las magnitudes secundarias

Las dimensiones de una magnitud secundaria expresan la forma en que dicha magnitud se construye a partir de magnitudes primarias. Así, una velocidad, con independencia de su unidad o valor, se obtiene dividiendo una longitud por un tiempo, de forma que las dimensiones de la velocidad son $\bar{L}/\bar{t}$ o $\bar{L}\bar{t}^{-1}$. Análogamente, las dimensiones de la aceleración son $\bar{L}/\bar{t}^2$ o $\bar{L}\bar{t}^{-2}$.

Fórmulas dimensionales. Las dimensiones de cualquier magnitud se pueden representar utilizando corchetes,

$$[L] = \bar{L} \qquad [p] = \bar{F}\bar{T}^{-2}$$

Por ejemplo, la segunda ecuación dice: las dimensiones de la presión son fuerza por longitud elevada a menos 2.

Una vez que las magnitudes primarias han sido elegidas, se puede obtener la fórmula dimensional para cualquier magnitud secundaria a partir de su definición, tal como se ha

hecho para los casos de velocidad, aceleración y presión. El resultado general para cualquier magnitud G puede escribirse así

$$[G] = L^{\alpha} M^{\beta} t^{\gamma} F^{\delta} T^{\epsilon} H^{\zeta} \tag{A.1}$$

Los exponentes $\alpha, \beta, \gamma, 6, \varepsilon,$ y ζ son siempre números enteros, positivos 0 negativos, fracciones entre números enteros positivos o negativos, o bien cero.

METODO DEL ANALISIS DIMENSIONAL

Un análisis dimensional no se puede realizar si no se tiene un conocimiento suficiente acerca de la situación física para decidir qué variables son importantes en el problema y qué leyes físicas básicas deberán intervenir en una solución matemática si es que existe alguna. Las leyes físicas son importantes debido a que tales leyes introducen constantes dimensionales que es preciso considerar juntamente con las variables. En las aplicaciones del análisis dimensional que se consideran en este libro pueden aparecer dos de tales constantes si se utilizan unidades fps. Una de ellas es g_c, que ha de introducirse siempre que intervenga la ley de Newton (Ec. 1.35); la otra es J, el equivalente mecánico del calor, que es preciso introducir siempre que sea importante el calor generado en la conversión de energía mecánica en calor por fricción. La etapa definitiva en el análisis dimensional es decidir qué factores dimensionales y variables intervienen en el problema. El método se ilustra en el ejemplo que sigue.

Ejemplo A.l. Una corriente estacionaria de liquido se calienta haciéndola circular a través de una larga tubería recta caliente. Se supone que la temperatura de la pared de la tubería es superior a la temperatura media del líquido. La conversión de energía mecánica en calor por fricción es despreciable en comparación con el calor transmitido al líquido a través de la pared de la tuberia. Se desea encontrar una relación que pueda utilizarse para predecir la velocidad de transmisión de calor desde la pared hacia el líquido, en Btu por pie cuadrado de área de tubo en contacto con el liquido por hora. Supóngase que el flujo es turbulento.

SOLUCIÓN. El mecanismo de este proceso se estudia en el Capítulo 12. A partir de las características conocidas del proceso se puede esperar que la velocidad de transmisión de calor por unidad de área q/A dependa de un cierto número de magnitudes que, con su fórmula dimensional, se presentan en la Tabla A.l.

Se sabe que intervienen las fuerzas de viscosidad y las fuerzas que se requieren para acelerar y decelerar los remolinos, de tal forma que interviene la ley de Newton. Por consiguiente, en la lista de factores se incluye la constante dimensional g_c. Por otra parte, como la conversión de energía mecánica en calor es despreciable, no es preciso introducir J.

Si existe una ecuación teórica para este problema, puede expresarse en la forma general

$$\frac{q}{A} = \psi(D, \bar{V}, \rho, \mu_F, c_p, k, \Delta T) \tag{A.2}$$

donde ψ quiere decir «función de».

Si la Ecuación (A.2) es una relación que puede obtenerse a partir de leyes básicas,

Tabla A.l. Magnitudes y fórmulas dimensionales para el Ejemplo A.l

Magnitud	Símbolo	Dimensiones
Flujo de calor para unidades de área	q/A	$\bar{H}\bar{L}^{-2}\bar{t}^{-1}$
Diámetro (interior) de la tubería	D	$\bar{L}$
Velocidad media del líquido	$\bar{V}$	$\bar{L}\bar{t}^{-1}$
Densidad del líquido	ρ	$\bar{M}\bar{L}^{-3}$
Viscosidad del líquido	μ_F	$\bar{F}\bar{L}^{-3}$
Calor específico, a presión constante, del líquido	c_p	$\bar{H}\bar{M}^{-1}\bar{T}^{-1}$
Conductividad térmica del líquido	k	$\bar{H}\bar{L}^{-1}\bar{t}^{-1}\bar{T}^{-1}$
Factor de proporcionalidad de la ley de Newton	g_c	$\bar{M}\bar{L}\bar{F}^{-1}\bar{t}^{-2}$
Diferencia de temperatura entre la pared y el fluido	ΔT	$\bar{T}$

todos los términos de la función ψ tienen que tener las mismas dimensiones que el primer miembro de la ecuación, q/A. Por tanto, cualquiera de los términos de la función tiene que cumplir la fórmula dimensional

$$\left[\frac{q}{A}\right] = [D]^a[\bar{V}]^b[\rho]^c[\mu_F]^d[g_c]^e[c_p]^f[k]^g[\Delta T]^h \tag{A.3}$$

Sustituyendo las dimensiones de la Tabla A.l se obtiene

$$\bar{H}\bar{L}^{-2}\bar{t}^{-1} = \bar{L}^a\bar{L}^b\bar{t}^{-b}\bar{M}^c\bar{L}^{-3c}\bar{F}^d\bar{t}^{2d}\bar{L}^{-2d}\bar{M}^e\bar{L}^e\bar{F}^{-e}\bar{t}^{-2e}\bar{t}^{-2e}\bar{H}^f\bar{M}^{-f}\bar{T}^{-f}\bar{H}^g\bar{L}^{-g}\bar{t}^{-g}\bar{T}^{-g}\bar{T}^h \tag{A.4}$$

Puesto que se supone que la Ecuación (A.2) es dimensionalmente homogénea, los exponentes de las unidades primarias individuales del primer miembro de la Ecuación (A.4) tienen que ser iguales a los del primero. Así se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

Exponentes de $\bar{H}$: $$1 = f + g \tag{A.5}$$

Exponentes de $\bar{L}$: $$-2 = a + b - 3c - 2d + e - g \tag{A.6}$$

Exponentes de $\bar{t}$: $$-1 = -b + d - 2e - g \tag{A.7}$$

Exponentes de $\bar{M}$: $$0 = c + e - f \tag{A.8}$$

Exponentes de $\bar{F}$: $$O = d - e \tag{A.9}$$

Exponentes de $\bar{T}$: $$0 = -f - g + h \tag{A.10}$$

Hay ocho incógnitas y solamente seis ecuaciones, de forma que seis de las incógnitas se han de expresar en función de las dos restantes. Se han de elegir dos letras arbitrariamente. El resultado es igualmente válido para todas las elecciones, pero para este problema es costumbre seleccionar las letras b y f, y se eliminan las seis restantes. A continuación se presenta un método operativo. A partir de la Ecuación (AS),

$$g = 1 - f \tag{A.11}$$

A partir de las Ecuaciones (A.10) y (A.11)

$$h = f + g = 1 \tag{A.12}$$

A partir de la Ecuación (A.9)

$$d = e \tag{A.13}$$

A partir de las Ecuaciones (A.7) y (A.13),

$$2e - d = 1 - b - g = e = d \tag{A.14}$$

A partir de las Ecuaciones (A.ll) y (A.14),

$$d = e = 1 - b - 1 + f = f - b \tag{A.15}$$

A partir de las Ecuaciones (A.8) y (A.15),

$$c = f - e = f - f + b = b \tag{A.16}$$

A partir de las Ecuaciones (A.6), (A.11), (A.15) y (A.16),

$$\begin{aligned} a &= -2 - b + 3c + 2d - e + g \\ &= -2 - b + 3b + 2f - 2b - f + b - 1 - f \\ &= b - 1 \end{aligned} \tag{A.17}$$

Sustituyendo los valores de las Ecuaciones (A.ll) a (A.17) para las letras a, c, d, e, g, y h,

$$\left[\frac{q}{A}\right] = [D]^{b-1}[\bar{V}]^b[\rho]^b[\mu_F]^{f-b}[g_c]^{f-b}[c_p]^f[k]^{1-f}[\Delta T]$$

Recogiendo todos los factores que tienen exponentes iguales a la unidad en un grupo, los que tienen exponentes f en otro grupo y los que tienen exponentes b en otro, se obtiene

$$\left[\frac{qD}{Ak\,\Delta T}\right] = \left[\frac{D\bar{V}\rho}{\mu_F g_c}\right]^b \left[\frac{c_p \mu_F g_c}{k}\right] \tag{A-18}$$

Las dimensiones de cada uno de los tres grupos entre corchetes de la Ecuación (A.18) son cero, y todos los grupos son adimensionales. Cualquier función de estos grupos será dimensionalmente homogénea y la ecuación será adimensional. Sea una tal función

$$\frac{qD}{Ak\,\Delta T} = \Phi\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu_F g_c}, \frac{c_p \mu_F g_c}{k}\right) \tag{A.19}$$

o bien

$$\frac{q}{A} = \frac{k\,\Delta T}{D}\,\Phi\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu_F g_c}, \frac{c_p \mu_F g_c}{k}\right) \tag{A.20}$$

La relación entre las Ecuaciones (A.19) y (A.20) es el resultado final del análisis dimensional. La forma de la función Φ es preciso obtenerla experimentalmente determinando los efectos de los grupos representados entre corchetes sobre el valor del grupo del primer miembro de la Ecuación (A.19). Las correlaciones que se han obtenido para este caso se dan en el Capítulo 12.

En las Ecuaciones (A.19) y (A.20) es habitual utilizar la denominada viscosidad absoluta μ en lugar de su equivalente $\mu_F g_c$. La viscosidad se trata además en el Capitulo 3.

Es evidente que correlacionar los valores experimenales de los tres grupos de variables de la Ecuación (A.19) resulta más sencillo que intentar correlacionar los efectos de cada uno de los factores individuales de la Ecuación (A.2).

Formulación de otros grupos adimensionales. Si se selecciona otra pareja de letras distintas de b y f, se obtienen nuevamente tres grupos adimensionales, pero uno o más de ellos difieren de los grupos de la Ecuación (A.19). Por ejemplo, si se eligen b y g, el resultado es

$$\frac{4}{A\bar{V}\rho c_p \Delta T} = \Phi_1\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right) \tag{A.21}$$

Se pueden encontrar otras combinaciones. Sin embargo, es innecesario repetir el tratamiento algebraico para obtener tales grupos adicionales. Los tres grupos de la Ecuación (A.19) se pueden combinar de cualquier forma deseada, multiplicándolos o dividiéndolos, o bien empleando los inversos o múltiplos de los mismos. Solamente es necesario que cada grupo original sea utilizado por lo menos una vez al hallar los nuevos grupos y que la forma final contenga exactamente tres grupos. Por ejemplo, la Ecuación (A.21) se obtiene a partir de la Ecuación (A.19) multiplicando ambos miembros por $(\mu/D\bar{V}\rho)(k/\mu c_p)$

$$\frac{qD}{Ak\ \Delta T}\frac{\mu}{D\bar{V}\rho}\frac{k}{\mu c_p} = \left[\Phi\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right)\right]\frac{\mu}{D\bar{V}\rho}\frac{k}{\mu c_p} = \Phi_1\left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu}, \frac{c_p\mu}{k}\right)$$

y resulta la Ecuación (A.21). Téngase en cuenta que la función Φ_1 no es igual a la función Φ. De esta forma una ecuación adimensional se puede transformar en un número cualquiera de sus formas. Esto con frecuencia resulta útil cuando se desee aislar un solo factor en un único grupo. Así, en la Ecuación (A.19) c_p solamente aparece en un grupo, lo mismo que le ocurre a k en la Ecuación (A.21). En el Capitulo 12 se ha visto que para algunos fines resulta más conveniente la Ecuación (A.21) que la Ecuación (A.19).

APENDICE

CINCO

GRUPOS ADIMENSIONALES

Símbolo	Nombre	Definición
C_D	Coeficiente de rozamiento	$\frac{2F_D g_c}{\rho \mu_0^2 A_p}$
f	Factor de fricción de Fanning	$\frac{-\Delta p_s g_c D}{2L\rho \bar{V}^2}$
j_H	Factor de transmisión de calor	$\frac{h}{c_p G}\left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu_w}{\mu}\right)^{0.14}$
j_M	Factor de transferencia de materia	$\frac{k\bar{M}}{G}\left(\frac{\mu}{D_v \rho}\right)^{2/3}$
N_{Fo}	Número de Fourier	$\frac{\alpha t}{r^2}$
N_{Fr}	Número de Froude	$\frac{u^2}{gL}$
N_{Gr}	Número de Grashof	$\frac{L^3 \rho^2 \beta g\, \Delta T}{\mu^2}$
N_{Gz}	Número de Graetz	$\frac{\dot{m} c_p}{kL}$
N_{Ma}	Número de Mach	$\frac{u}{a}$
N_{Nu}	Número de Nusselt	$\frac{hD}{k}$
N_P	Número de potencia	$\frac{P g_c}{\rho n^3 D^5}$
N_{Pe}	Número de Peclet	$\frac{D\bar{V}}{\alpha}$

Símbolo	Nombre	Definición
N_{Pr}	Número de Prandtl	$\frac{c_p \mu}{k}$
N_{Re}	Número de Reynolds	$\frac{D G}{\mu}$
N_{Sc}	Número de Schmidt	$\frac{\mu}{D_v \rho}$
N_{Sh}	Número de Sherwood	$\frac{k_c D}{D_v}$
N_{We}	Número de Weber	$\frac{D \rho \bar{V}^2}{\sigma g_c}$

APENDICE

SEIS

DIMENSIONES, CAPACIDADES Y PESOS DE TUBERIAS NORMALIZADAS DE ACERO†

Tamaño nominal de tubería pulg	Diámetro exterior cm	Núm. de catálogo	Espesor de pared cm	Diámetro interior cm	Am de Ir sección transversal de metal cm²	Ara de la sección interior dm²	Circunferencia m, O superficie m²/m de longitud Exterior	Interior	Capacidad para la velocidad de 1 m/seg litros/min	Peso de tubería kg/m
1/8	1,029	40	0,173	0,683	0,465	0,00372	0,0323	0.0215	2,198	0.36
		80	0,241	0,546	0,600	0,00232	0,0323	0,0172	1,403	0,46
1/4	1,372	40	0,224	0,925	0,806	0.00669	0.0430	0,0290	4.032	0.63
		80	0,302	0,767	1,013	0,00465	0,0430	0.0241	2,772	0.80
3/8	1,715	40	0,231	1,252	1,077	0,0 1236	0,0540	0,0393	7,387	0,85
		80	0,320	1,074	1,400	0,00910	0.0540	0,0338	5,436	1,10
1/2	2,134	40	0,277	1,580	1,613	0,01960	0,067 1	0.0497	11,76	1,27
		80	0,373	1,387	2,065	0,01514	0,067 1	0,0436	9,066	1,62
3/4	2,667	40	0,287	2,093	2,148	0,03447	0.0838	0,0658	20,64	1.68
		80	0,391	1,885	2,794	0,02787	0,0838	0,0391	16,74	2,19
1	3,340	40	0,338	2,664	3,187	0,05574	0,1049	0,0838	33,44	2,50
		80	0,455	2,431	4,123	0,04636	0.1049	0,0762	27,83	3.23
1 1/4	4,216	40	0,356	3,505	4,310	0,09662	0,1326	0,1100	57,89	3,38
		80	0,485	3,246	5,684	0.08277	0,1326	0,1021	49,65	4,47
1%	4,826	40	0,368	4,089	5,161	0,13136	0.1515	0,1283	78,79	4.05
		80	0,508	3,810	6,897	0,11380	0,1515	0.1198	68,41	5,40
2	6,033	40	0,391	5,250	6,935	0,2 1646	0,1896	0,1649	129,9	5,43
		80	0,554	4,925	9,529	0,19045	0,1896	0,1548	114,3	7.47
2 1/2	7,303	40	0,516	6,271	10.99	0.30861	0,2295	0,2054	185,3	8.62
		80	0,701	5,900	14,54	0,27331	0,2295	41853	164,0	11,40
3	8,890	40	0,549	7,793	14,37	0,47658	0,2792	0,2448	286.2	11,28
		80	0,762	7,366	19,46	0.42613	0,2792	0,2313	255,7	15,25
3 %	10,16	40	0,574	9,012	17,29	0,63822	0,3191	0,2832	382,7	13,56
		80	0,808	8,545	23,73	0,57319	0,3191	0,2685	344,1	18,62
4	11,43	40	0,602	10,226	20,45	0,82124	0,3591	0,3213	492,8	16,06
		80	0,856	9,718	28,45	0.74190	0,3591	43054	445,0	22,29
5	14,13	40	0,655	12,819	27,74	1,29131	0,4438	0,4026	774,4	21,76
		80	0,953	12,225	39.42	1,1733	0,4438	0,3841	704,3	30,92
6	16,83	40	0,711	15,405	36,00	1,8636	0,5285	0,4840	1118	28,23
		80	1,097	14,633	54,19	1,6815	0,5285	0,4596	1009	42,52
8	21,91	40	0,818	20,272	54,17	3.2274	0,6882	0,6367	1937	42,49
		80	1,270	19,368	82.32	2.9459	0,6882	0.6084	1768	64,57
10	27,31	40	0,927	25,451	76.84	5,0863	0,8577	0,7986	3053	60,24
		80	1,509	24,287	122,3	4.5688	48577	0,7629	2780	95,84
12	32,39	40	1,031	30,323	101,6	7,2211	1,0174	0,9540	4333	79,71
		80	1,748	28,890	168,2	6,5550	1,0174	0,9083	3933	131,8

† Basadas en ANSI **B36.10-1959,** con autorización de **ASME.**

APENDICE

SIETE

DATOS SOBRE TUBOS DE CONDENSADORES Y CAMBIADORES DE CALOR†

Diámetro exterior pulg	Espesor de pared Núm. BWG	Espesor de pared cm	Diámetro interior cm	Area de la sección transversal de metal cm²	Area de la sección interior dm²	Circunferencia m, o superficie m²/m de longitud Exterior	Circunferencia m, o superficie m²/m de longitud Interior	Velocidad en m/seg para 1 litro/min	Capacidad para la velocidad de 1 m/seg litros/min	Peso kg/m*
5/8	12	0,277	1,034	1,142	0,00839	0.0499	0.0325	0,1993	5,038	0,896
	14	0,211	1,166	0,910	401068	0.0499	0.0366	0,1361	6,407	0,713
	16	0,165	1,257	0,735	0,01245	0.0499	0.0395	0,1343	7,446	0,377
	18	0,124	1,339	0,574	0,01403	0.0499	0.0421	0,1184	8,449	0,451
3/4	12	0,277	1,351	1,419	0,01431	0,0598	0,0425	0,1163	8,601	1,113
	14	0,211	1,483	1,123	0,01728	0,0598	0,0466	0,0965	10,36	0.88 1
	16	0,165	1,575	0,903	0,01951	0,0598	0,0495	0,0856	11,69	0,708
	18	0,124	1,656	0,697	0,02155	0,0598	0,0520	0,0774	12,92	0,346
7/8	12	0,277	1,669	1,690	0,02183	0,0698	0.0524	0,0762	13.13	1,326
	14	0,211	1,801	1,335	0.02546	0,0698	0,0366	0,0634	15,29	1,048
	16	0,165	1,892	1,065	0,02815	0,0698	0,0594	0,0593	16,87	0,835
	18	0,124	1,974	0,819	0,03057	0.0698	0,0620	0,0545	18,36	0,643
1	10	0,340	1,859	2,348	0,02713	0,079s	0,0584	0,0614	16,29	1,841
	12	0,277	1,986	1,968	0,03103	0,0798	0,0624	0,0538	18,59	1,543
	14	0,211	2,118	1,542	0,03521	0,0798	0,0665	0,0473	21,14	1,210
	16	0,165	2,210	1,232	0.03837	0,0798	0,0694	0,0435	23,02	0,966
1 1/4	10	0,340	2,494	3,032	0.04887	0,0997	0.0784	0,0341	29.3 1	2,378
	12	0,277	2,621	2,523	0,05398	0,0997	0,0824	0.0309	32,37	1,978
	14	0,211	2,753	1,961	0,05955	0,0997	0.0865	0,0280	35,72	1,537
	16	0,165	2,845	1,561	0,06355	0,0997	0,0894	0,0262	38,14	1,225
1 1/2	10	0,340	3,129	3,710	0,07692	0,1197	0,0983	0,0217	46,14	2,909
	12	0,277	3,256	3,071	0,08324	0,1197	0,1023	0,0200	49.96	2,408
	14	0,211	3,388	2,387	0,09021	0,1197	0,1064	0,0185	54.09	1,872
2	10	0,340	4,399	5,068	0,15236	0,1596	0,1382	0,0110	91,19	3,988
	12	0,277	4,526	4,177	0,16072	0,1596	0.1422	0,0104	96.53	3,304

† Resumidos, con autorización, de J. H. Perry (ed.), «Chemical Engineers' Handbook», 4.ª ed., págs. 11-11, McGraw-Hill Book Company, Copyright © 1963.

*Para acero; para cobre, multiplicar por 1,14; para latón, multiplicar por 1,06.

APENDICE

OCHO

PROPIEDADES DEL VAPOR DE AGUA SATURADO Y DEL AGUA

Temp. T °C	Presión de vapor p_A, kg_f/cm^2	Volumen específico, m^3/kg		Entalpia, kcal/kg		
		Liquido $v_x \times 10^3$	Vapor v_y	Liquido H_x	Calor latente λ	Vapor sat. H_y
0	0,00623	1,00013	206,3	0,00	595,4	595,40
2	0,00719	1,00007	180,0	2,02	594,4	596,42
4	0,00829	1,00000	157,2	4,03	593,3	597,33
	0,00953	1,00003	137,7	6,04	592,3	598,34
8	401093	1,00012	120,9	8,05	591,2	599,25
10	0,01252	1,00027	106,3	10,06	590,2	600,26
12	0,01429	1,00049	93,7	12,06	589,1	601,16
14	0,01629	1,00073	82,9	14,06	588,1	602,16
16	0,01852	1,00103	73,3	16,06	587,0	603,06
18	0,02102	1,00138	65,1	18,06	585,9	603,96
20	0,02381	1,00177	57,8	20,06	584,9	604,96
22	0,02691	1,00221	51,5	22,06	583,9	605,96
24	0,03035	1,00268	45,92	24,06	582,8	606,86
26	0,03417	1,00320	41,05	26,05	581,8	607,85
28	0,03841	1,00375	36,74	28,05	580,7	608,75
30	0,04311	1,00435	32,95	30,04	579,6	609,64
32	0,04830	1,00497	29,62	32,04	578,6	610,64
34	0,05404	1,00563	26,62	34,03	577,4	611,43
36	0,06037	1,00633	23,98	36,03	576,4	612,43
38	0,06731	1,00706	21,65	38,02	575,3	613,32
40	0,07495	1,00782	19,57	40,02	574,2	614,22
42	0,08334	1,00861	17,69	42,01	573,1	615,11
44	0,09252	1,00943	16,01	44,01	571,9	615,91
46	0,10256	1,01028	14,54	46,00	5748	616,80
48	0,11353	1,01116	13,21	48,00	569,6	617,60
50	0,12549	1,01207	12,02	49,99	568,4	618,39
55	0,16023	1,01448	9,56	54,98	565,6	620,58
60	0,20284	1,01705	7,66	59,97	562,8	622,77
65	0,2547	1,01979	6,19	64,98	559,9	624,88
70	0,3175	1,02270	5,04	69,98	556,9	626,88
75	0,3929	1,02576	4,130	74,99	554,0	628,99
80	0,4828	1,02899	3,404	80,01	551,1	631,11
85	0,5894	1,03237	2,824	85,04	548,1	633,14
90	0,7149	1,03590	2,358	90,07	544,9	634,97
95	0,8620	1,03959	1,980	95,11	541,9	637,01
100	1,0333	1,04343	1,671	100,2	538,7	638,9
105	1.2319	1,0475	1,419	105,2	535,6	640,8

Propiedades del vapor de agua saturado y del agua *(continuación)*

Temp. T °C	Presión de vapor p_A, kg_f/cm^2	Volumen específico, m^3/kg		Entslpía, kcal/kg		
		Liquido $v_x \times 10^3$	Vapor v_y	Líquido H_x	Calor latente λ	Vapor sat. H_y
110	1,4608	1,0515	1,209	110,3	532,3	642.6
115	1,7238	1,0557	1,036	115,3	528,9	644,2
120	2,0243	1,0601	0,8914	120,4	525,6	646,0
125	2,3663	1,0644	0,7698	125,5	522,1	647,6
130	2,7540	1,0693	0,6677	130,6	518,6	649,2
135	3,1916	1,0741	0,5812	135,7	515,1	650,8
140	3,684	1,0794	0,5081	140,8	511,5	652,3
145	4,236	1,0846	0,4457	145,9	507,8	653,7
150	4,852	1,0902	0,3921	151,o	504,1	655,1
155	5,538	1,0960	0,3463	156,2	500,3	656,5
160	6,300	1,1019	0,3063	161,3	496,5	657,8
165	7,142	1,1081	0,2729	166,5	492,6	659,1
170	8,071	1,1145	0,2423	171,6	488,7	660,3
175	9,094	1,1208	0,2164	176,8	484,7	661,5
180	10,216	1,1279	0,1941	181,9	480,6	662,5
185	11,444	1,1353	0,1740	187,1	476,6	663,7
190	12,786	1,1429	0,1565	192,3	472,3	664,6
195	14,247	1,1502	0,1411	197,5	468,1	665,6
200	15,835	1,1590	0,1274	202,7	463,8	666,5
205	17,558	1,1675	0,1153	207,9	459,4	667,3
210	19,428	1,177	OJO44	213,1	455,o	668,1
215	21,452	1,185	0,0947	218,3	450,6	668,9
220	23,639	1,195	0,0860	223,5	446,0	669,5

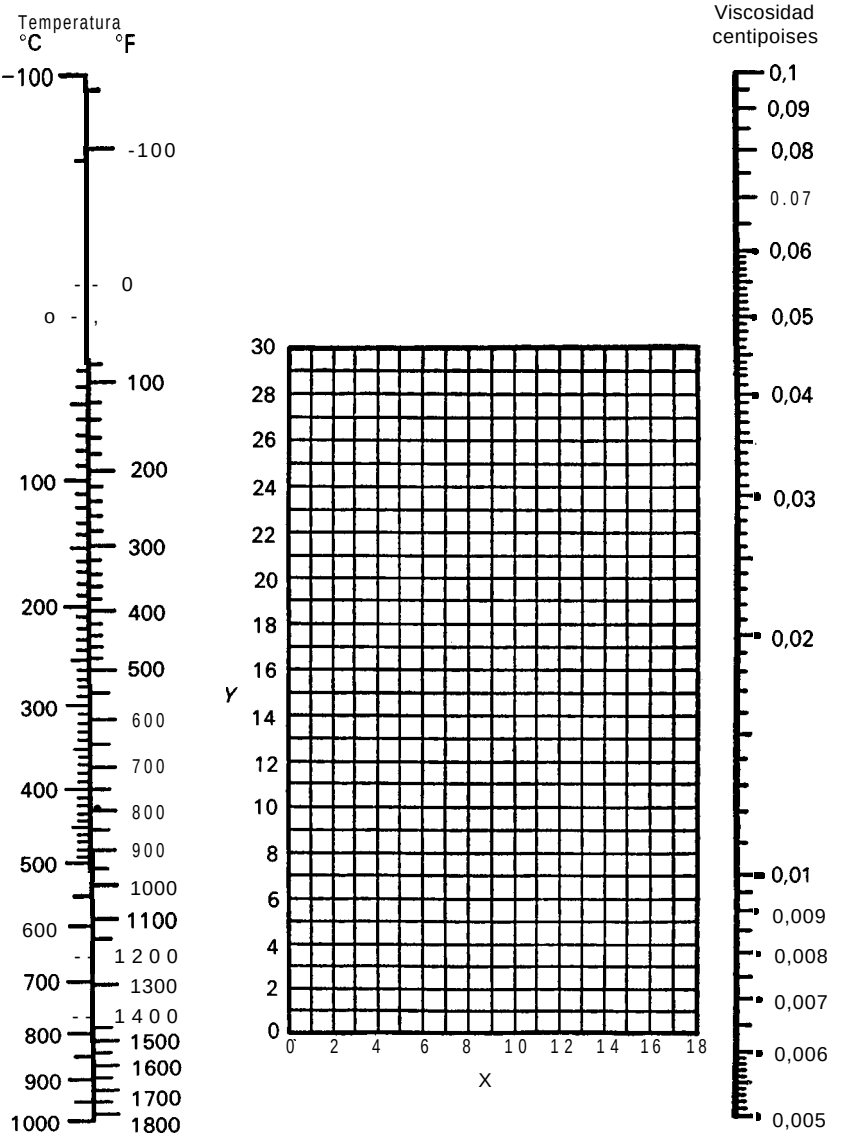
NUEVE

VISCOSIDAD DE GASES †

N.	Gas	X	Y	N.	Gas	X	Y
1	Acido acético	7,7	14,3	29	Freón-113	11,3	14,0
2							
3	Acetileno Acetona	9,8	14,9	3031	Helio Hexano	18,6	11,8
4	Aire	11,0	20,0	32	Hidrógeno	11,2	12,4
5	Amoníaco	8,4	16,0	33	3 H_2 + 1 N_2	11,2	17,2
6	Argón	10.5	22,4	34	Bromuro de hidrógeno	8,8	20,9
8'	Benceno	8,5	13,2	35	Cloruro de hidrógeno	8,8	18,7
9	Buteno Bromo	8,9	19,2	3637	Cianuro Ioduro de de hidrógeno hidrógeno	9,8	14,9
10	Butileno	8,9	13,0	38	Sulfuro de hidrógeno	8,6	18,0
11	Dióxido de carbono	9,5	18,7	39	Iodo	9,0	18,4
12	Disulfuro de carbono	8,0	16,0	40	Mercurio	5,3	22,9
13	Monóxido de carbono	11,0	20,0	41	Metano	9,9	15,5
14	Cloro	9,0	18,4	42	Alcohol metílico	8,5	15,6
15	Cloroformo	8,9	15,7	43	Oxido nítrico	10,9	20,5
16	Cianógeno	9,2	15,2	44	Nitrógeno	146	240
17	Ciclohexano	9,2	12,0	45	Cloruro de nitrosilo	8,0	17,6
18	Etano	9,1	14,5	46	Oxido nitroso	8,8	19,0
19	Acetato de etilo	8,5	13,2	47	Oxígeno	11,0	21,3
20	Alcohol etílico	9,2	14,2	48	Pentano	7,0	12,8
21	Cloruro de etilo	8,5	15,6	49	Propano	9,7	12,9
22	Eter etílico	8,9	13,0	50	Alcohol propilico	8,4	13,4
23	Etileno	9,5	15,1	51	Propileno	9,0	13,8
24	Flúor	7,3	23,8	52	Dióxido de azufre	9,6	17,0
25	Freón-1 1	10,6	15,1	53	Tolueno	8,6	12,4
27	Freón-12	11,1	16,0	54	2, 3, 3-trimetilbutano	9 s	10,5
28	Freón-21	10,8	15,3	5556	Xenon	8,0	16,0
	Freón-22	10,1	17,0			9,3	23,0

Coordenadas para ser utilizadas con la figura de la página siguiente.

† Con autorización de J. H. Perry (ed.) «Chemical Engineers' Handbook», 4.ª ed. Copyright, © 1963. McGraw-Hill Book Company.



Viscosidad de gases y vapores a 1 atm; para las coordenadas véase la tabla de la página anterior

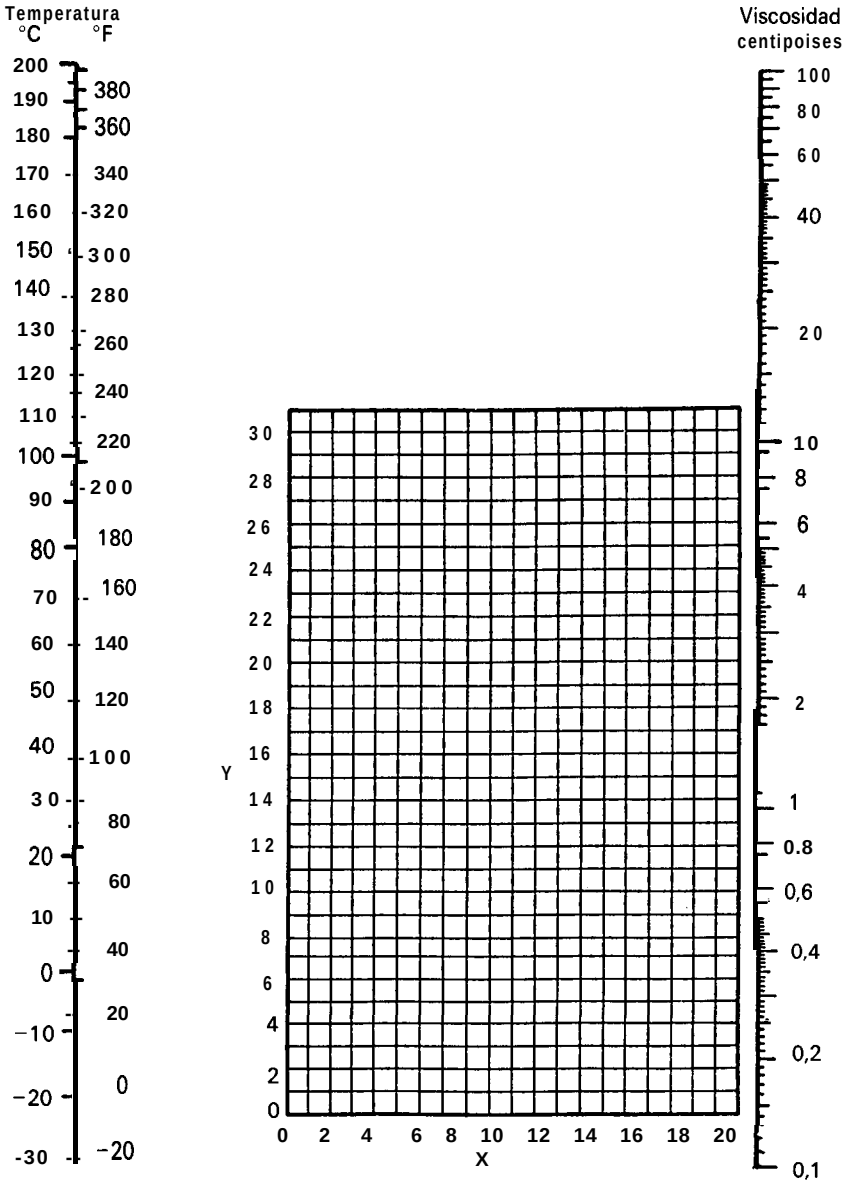
VISCOSIDAD DE LIQUIDOS †

N.º	Líquido	X	Y	N.	Líquido	X	Y
1	Acetaldehído	15,2	4,8	56	Freón-22	17,2	4,7
2	Acido acético, 100%	12,1	14,2	57	Freón-113	12,5	11,4
3	Acido acético, 70%	9,5	17,0	58	Glicerina, 100 %	2,0	30,0
4	Anhídrido acético	12,7	12,8	59	Glicerina, 50 %	6,9	19,6
5	Acetona, 100%	14,5	7,2	60	Heptano	14,1	8,4
6	Acetona, 35 %	7,9	15,0	61	Hexano	14,7	7,0
7	Alcohol alílico	142	14,3	62	Acido clorhídrico, 3 1,5 %	13,0	16,6
8	Amoníaco, 100 %	12,6	2,0	63	Alcohol isobutílico	7,1	18,0
9	Amoníaco, 26 %	10,1	13,9	64	Acido isobutírico	12,2	14,4
10	Acetato de amilo	11,8	12,5	65	Alcohol isopropílico	8,2	16,0
11	Alcohol amílico	7,5	18,4	66	Keroseno	10,2	16,9
12	Anilina	8,1	18,7	67	Aceite de linaza, comercial	7,5	27,2
13	Aniso1	12,3	13,5	68	Mercurio	18,4	16,4
14	Tricloruro de arsénico	13,9	14,5	69	Metano], 100%	12,4	10,5
15	Benceno	12,5	10,9	70	Metano], 90%	12,3	11,8
16	Salmuera, $CaCl_2$, 25 %	6,6	15,9	71	Metanol, 40 %	7,8	15,5
17	Salmuera, NaCl, 25 %	10,2	16,6	72	Acetato de metilo	14,2	8,2
18	Bromo	14,2	13,2	73	Cloruro de metilo	15,0	3,8
19	Bromotolueno	20,0	15,9	74	Etil-metil-cetona	13,9	8,6
20	Acetato de butilo	12,3	11,0	75	Naftaleno	7,9	18,1
21	Alcohol butílico	8,6	17,2	76	Acido nítrico, 95 %	12,8	13,8
22	Acido butírico	12,1	15,3	77	Acido nítrico, 60%	10,8	17,0
23	Dióxido de carbono	11,6	0,3	78	Nitrobenceno	10,6	16,2
24	Disulfuro de carbono	16,1	7,5	79	Nitrotolueno	11,0	17,0
25	Tetracloruro de carbono	12,7	13,1	80	Octano	13,7	10,0
26	Clorobenceno	12,3	12,4	81	Octano]	6,6	21,1
27	Cloroformo	14,4	10,2	82	Pentacloroetano	10,9	17,3
28	Acido clorosulfónico	11,2	18,1	83	Pentano	14,9	5,2
29	Clorotolueno, orto	13,0	13,3	84	Fenol	6,9	20,8
30	Clorotolueno, meta	13,3	12,5	85	Tríbromuro de fósforo	13,8	16,7
31	Clorotolueno, para	13,3	12,5	86	Tricloruro de fósforo	16,2	10,9
32	Cresol, meta	2,5	20,8	87	Acido propiónico	12,8	13,8
33	Ciclohexanol	2,9	24,3	88	Alcohol propilico	9,1	16,5
34	Dibromoetano	12,7	15,8	89	Bromuro de propilo	14,5	9,6
35	Dicloroetano	13,2	12,2	90	Cloruro de propilo	14,4	7,5
36	Diclorometano	14,6	8,9	91	Ioduro de propilo	14,1	11,6
37	Oxalato de dietilo	11,0	16,4	92	Sodio	16,4	13,9
38	Oxalato de dimetilo	12,3	15,8	93	Hidróxido sódico, 50 %	3,2	25,8
39	Difenilo	12,0	18,3	94	Cloruro estánnico	13,5	12,8
40	Oxalato de dípropilo	10,3	17,7	95	Dióxido de azufre	15,2	7,1
41	Acetato de etilo	13,7	9,1	96	Acido sulfúrico, 110 %	7,2	27,4
42	Alcohol etílico, 100 %	10,5	13,8	97	Acido sulfúrico, 98 %	7,0	24,8
43	Alcohol etílico, 95 %	9,8	14,3	98	Acido sulfúrico, 60 %	142	21,3
44	Alcohol etílico, 40 %	6,5	16,6	99	Cloruro de sulfurilo	15,2	12,4
45	Etilbenceno	13,2	11,5	100	Tetracloroetano	11,9	15,7
46	Bromuro de etilo	14,5	8,1	101	Tetracloroetileno	14,2	12,7
47	Cloruro de etilo	14,8	6,0	102	Tetracloruro de titanio	14,4	12,3
48	Eter etílico	14,5	5,3	103	Tolueno	13,7	144
49	Formiato de etilo	14,2	8,4	104	Tricloroetileno	14,8	10,5
50	Ioduro de etilo	14,7	10,3	105	Aguarrás	11,5	14,9
51	Etilenglicol	6,0	23,6	106	*Acetato* de vinilo	14.0	8,8

52	Acido fórmico	10,7	15,8	107	Agua	10,2	13,0
53	Freón-11	14,4	9,0	108	Xileno, orto	13,5	12,1
54	Freón-12	16,8	5,6	109	Xileno, meta	13,9	10,6
55	Freón-21	15,7	7,5	110	Xileno, para	13,9	10,9

Coordenadas para ser utilizadas en la figura de abajo

† Con autorización de J. H. Perry (ed.) «Chemical Engineers' Handbook».



Viscosidad de líquidos a 1 atm. Para las coordenadas, véase la tabla de la página anterior

APENDICE

ONCE

CONDUCTIVIDAD CALORIFICA DE METALES?

Metal	Conductividad calorífica k*		
	0 °C	17,8 °C	100 °C
Acero (dulce)			38,7
Acero (1% de carbono)		39	38,5
Acero (inoxidable, tipo 304)			14
Acero (inoxidable, tipo 316)			14
Acero (inoxidable, tipo 347)		47,6	13,8
Aluminio	174		177
Antimonio	15,8		14,4
Cadmio		79,9	77,7
Cinc	96,7		95,2
Cobre (puro)	333		324
Estaño	53,6		50,6
Hierro (fundición)	47,6		44,6
Hierro (forjado)		51,9	51,5
Latón (70 de cobre, 30 de cinc)	83,3		89,3
Magnesio	137	137	137
Mercurio (liquido)	7,1		
Níquel	53,6		50,6
Oro		252	253
Plata	360		354
Platino		59,8	62,4
Plomo	29.8		28,3
Sodio (líquido)			72,9
Tántalo		47	

† Basadas en W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.ª ed., págs. 445-447, McGraw-Hill Book Company, New York, 1954

* k = kcal/m-h-°C.

APENDICE

DOCE

CONDUCTIVIDAD CALORIFICA DE GASES Y VAPORES?

Sustancia	Conductividad calorífica k *	
	0 °C	100 °C
Acetileno	0,0161	0,0256
Acetona	0,0085	0,0147
Aire	0,0208	0,0274
Alcohol etílico		0,0185
Alcohol metílico	0,0124	0,0191
Amoníaco	0,0188	0,0286
Benceno	0,0077	0,0153
Cloro	0,0064	
Dióxido de azufre	0,0074	0,0103
Dióxido de carbono	0,0125	0,0191
Etano	0,0158	0,0260
Eter etílico	0,0115	0,0195
Etileno	0,0150	0,0240
Helio	0,1217	0,1470
Hidrógeno	0,1438	0,1845
Metano	0,0262	0,0380
Monóxido de carbono	0,0199	0,0262
Nitrógeno	0,0207	0,0269
Oxido nitroso	0,0131	0,0205
Oxígeno	0,02 ll	0,0280
Propano	0,0130	0,0225
Tetracloruro de carbono		0,0077
Vapor de agua (a la presión abs. de 1 atm)		0,0202

† **Basadas en W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.ª ed.,** págs. *457-458,* **McGraw-Hill Book Company, New York, 1954.**

* k = kcal/m-h-°C.

APENDICE

TRECE

CONDUCTIVIDAD CALORIFICA DE LIQUIDOS DISTINTOS DEL AGUA†

Líquido	Temp. °C	*k**
Acetato de etilo	20	0,150
Acetona	30	0,151
Acido acético	20	0,147
Acido sulfúrico (90 %)	30	0,313
Alcohol etílico (absoluto)	20	0,156
Alcohol metílico	20	0,185
Amoníaco (anhidro)	-15-30	0,432
Anilina	O-20	0,149
Benceno	30	0,137
n-Butano1	30	0,144
Clorobenceno	10	0,124
Dióxido de azufre	-15	0,191
Disulfuro de carbono	30	0,138
Eter etílico	30	0,119
Etilenglicol	0	0,228
Gasolina	30	0,116
Glicerina	20	0,244
n-Heptano	30	0,121
Keroseno	20	0,128
Nitrobenceno	30	0,141
n-Octano	30	0,124
Tetracloruro de carbono	0	0,159
Tolueno	30	0,128
Tricloroetileno	50	0,119
o-Xileno	20	0,134

† Basadas en W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.ª ed., págs. 455-456, McGraw-Hill Book Company, New York, 1954.

* k = kcal/m-h-°C.

APENDICE

CATORCE

PROPIEDADES DEL AGUA LIQUIDA†

Temperatura *t*, °C	Viscosidad †, μ', centipoises	Conductividad calorífica *, k, kcal/m-h-°C	Densidad **, ρ, kg/m²	$f = \left(\frac{k^3\rho^2 g}{\mu^2}\right)^{1/2}$
0	1,794	0,476	999,87	6 900
5	1,519	0,485	999,99	7 860
10	1,310	0,496	999,73	8 870
15	1,140	0,505	999,13	9 900
20	1,005	0,513	998,23	10 930
25	0,894	0,522	997,07	12 150
30	0,801	0,529	995,67	13090
35	0,723	0,535	994,06	14 160
40	0,656	0,541	992,24	15 260
45	0,599	0,547	990,25	16 370
50	0,549	0,553	988,07	17 510
60	0,470	0,562	983,24	19 680
70	0,406	0,570	977,81	21920
80	0,357	0,577	971,83	24 080
90	0,317	0,582	965,34	26 170
100	0,284	0,586	958,38	28 220
110	0,256	0,588	951,0	30 190
120	0,232	0,589	943,4	32 120
130	0,212	0,589	935,2	33 910
140	0,196	0,589	926,4	36 340
150	0,184	0,589	917,3	36 090

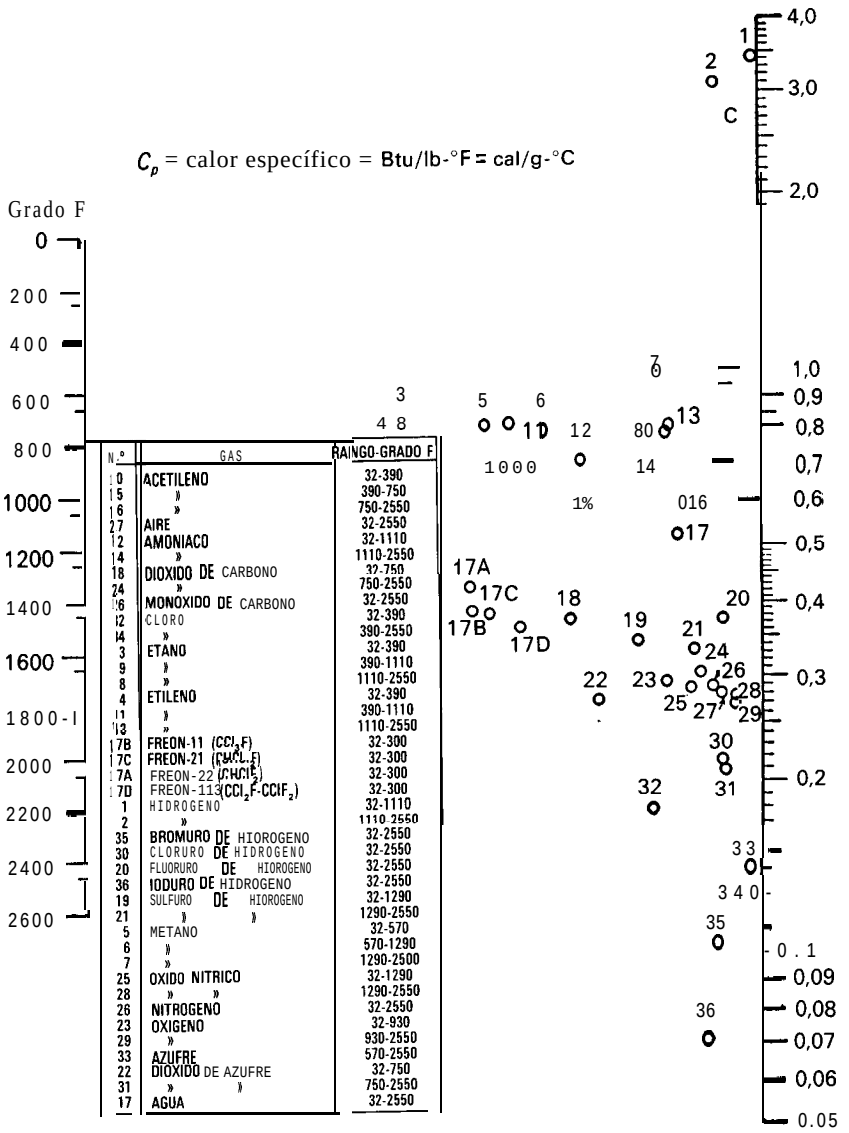
† De «International Critica1 Tables», vol. 5, pág, 10, McGraw-Hill Book Company, New York, 1929

* De E. Schmidt y W. Sellschopp, *Forsch. Geb. Ingenieurw.*, 3:277 *(1932).*

** Calculadas de J. H. Keenan y F. G. Keyes, «Thermodynamic Properties of Steam», John Wiley & Sons., Inc., New York, 1937.

QUINCE

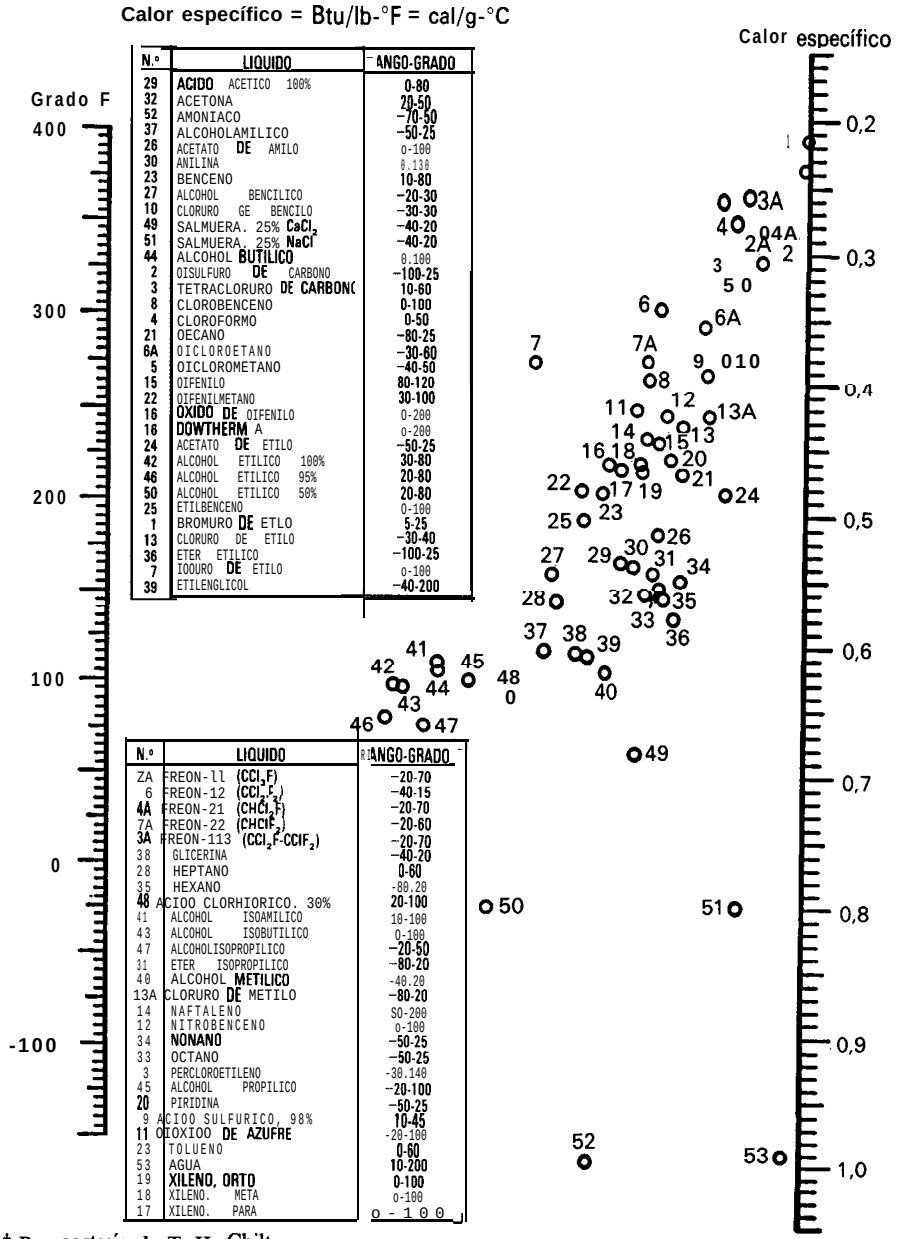
CALORES ESPECIFICOS DE GASES †



Calores específicos verdaderos c_p de gases y vapores a 1 atm de presión.

† Por cortesía de T. H. Chilton

CALORES ESPECIFICOS DE LIQUIDOS †



N.º	LIQUIDO	RANGO-GRADO
29	ACIDO ACETICO 100%	0-80
32	ACETONA	20-50
52	AMONIACO	−70-50
37	ALCOHOLAMILICO	−50-25
26	ACETATO DE AMILO	0-100
30	ANILINA	0.130
23	BENCENO	10-80
27	ALCOHOL BENCILICO	−20-30
10	CLORURO GE BENCILO	−30-30
49	SALMUERA. 25% $CaCl_2$	−40-20
51	SALMUERA. 25% NaCl	−40-20
44	ALCOHOL BUTILICO	0.100
2	OISULFURO DE CARBONO	−100-25
3	TETRACLORURO DE CARBONO	10-60
8	CLOROBENCENO	0-100
4	CLOROFORMO	0-50
21	OECANO	−80-25
6A	OICLOROETANO	−30-60
5	OICLOROMETANO	−40-50
15	OIFENILO	80-120
22	OIFENILMETANO	30-100
16	OXIDO DE OIFENILO	0-200
16	DOWTHERM A	0-200
24	ACETATO DE ETILO	−50-25
42	ALCOHOL ETILICO 100%	30-80
46	ALCOHOL ETILICO 95%	20-80
50	ALCOHOL ETILICO 50%	20-80
25	ETILBENCENO	0-100
1	BROMURO DE ETLO	5-25
13	CLORURO DE ETILO	−30-40
36	ETER ETILICO	−100-25
7	IOOURO DE ETILO	0-100
39	ETILENGLICOL	−40-200

N.º	LIQUIDO	RANGO-GRADO
ZA	FREON-ll (CCl_3F)	−20-70
6	FREON-12 (CCl_2F_2)	−40-15
4A	FREON-21 ($CHCl_2F$)	−20-70
7A	FREON-22 ($CHClF_2$)	−20-60
3A	FREON-113 (CCl_2F-$CClF_2$)	−20-70
38	GLICERINA	−40-20
28	HEPTANO	0-60
35	HEXANO	-80.20
48	ACIOO CLORHIORICO. 30%	20-100
41	ALCOHOL ISOAMILICO	10-100
43	ALCOHOL ISOBUTILICO	0-100
47	ALCOHOLISOPROPILICO	−20-50
31	ETER ISOPROPILICO	−80-20
40	ALCOHOL METILICO	-40.20
13A	CLORURO DE METILO	−80-20
14	NAFTALENO	SO-200
12	NITROBENCENO	0-100
34	NONANO	−50-25
33	OCTANO	−50-25
3	PERCLOROETILENO	-30.140
45	ALCOHOL PROPILICO	−20-100
20	PIRIDINA	−50-25
9	ACIOO SULFURICO, 98%	10-45
11	OIOXIOO DE AZUFRE	-20-100
23	TOLUENO	0-60
53	AGUA	10-200
19	XILENO, ORTO	0-100
18	XILENO. META	0-100
17	XILENO. PARA	0-100

† Por cortesía de T. H. Chilton

APENDICE

DIECISIETE

NUMEROS DE PRANDTL PARA GASES A 1 ATM y 100 °C†

Gas	$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k}$
Aire	0,69
Amoniaco	0,86
Argón	0,66
Dióxido de carbono	0,75
Helio	0,71
Hidrógeno	0,69
Metano	0,75
Monóxido de carbono	0,72
Nitrógeno	0,70
Oxido nítrico, óxido nitroso	0,72
Oxígeno	0,70
Vapor de agua	1,06

† Basados en W. H. MacAdams «Heat Transmission», 3.ª ed., pág. 471, McGraw-Hill Book Company, New York, 1954.

APENDICE

DIECIOCHO

NUMEROS DE PRANDTL PARA LIQUIDOS†

Líquido	$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k}$	
	15,6 °C	100 °C
Acetato de etilo	6,8	5,6
Acetona	4,5	2,4
Acido acético	14,5	10,5
Acido sulfúrico (98 %)	149	15,0
Agua	7,7	1,5
Alcohol etílico	15,5	10,1
Alcohol metílico	7,2	3,4
Anilina	69	9,3
Benceno	7,3	3,8
n-butano1	43	11,5
Clorobenceno	9,3	7,0
Eter etílico	4,0	2,3
Etilenglicol	350	125
n-heptano	6,0	4,2
Nitrobenceno	19,5	6,5
n-octano	5,0	3,6
Tetracloruro de carbono	7,5	4,2
Tolueno	6,5	3,8

† Basados en W. H. McAdams, «Heat Transmission», 3.ª ed., pág. 470, McGraw-Hill Book Company, New York, 1954.

APENDICE

DIECINUEVE

DIFUSIVIDADES Y NUMEROS DE SCHMIDT PARA GASES EN AIRE A 0 °C y 1 ATM†

Gas	Difusividad		$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_v}^{*} = \frac{\mu}{D_m \bar{M}}$
	D_v volumétrica m^2/h	D_m molar mol kg/m-h x 10^2	
Acetato de etilo	0,0258	1,15	1,84
Acetona	0,030**	1,33	1,60
Acido acético	0,0384	1,71	1,24
Alcohol etílico	0,0368	1,64	1,30
Alcohol metílico	0,0479	2,12	1,00
Amoníaco	0,0777	3,47	0,61
Benceno	0,0278	1,24	1,71
n-Butano1	0,0254	1,13	1,88
Cloro	0,034**	1,49	1,42
Clorobenceno	0,022**	1,00	2,13
Dióxido de azufre	0,037**	1,65	1,28
Dióxido de carbono	0,0497	2,22	0,96
Etano	0,039**	1,74	1,22
Eter etílico	0,028 1	1,25	1,70
Fosgeno	0,029**	1,28	1,65
Hidrógeno	0,2202	9,82	0,22
Metano	0,057**	2,53	0,84
Naftaleno	0,0185	0,82	2,57
Nitrógeno	0,048**	2,16	0,98
n-Octano	0,0182	0,813	2,62
Oxígeno	0,064 1	2,86	0,74
Propano	0,032**	1,41	1,51
Tetracloruro de carbono	0,022**	l,oo	2,13
Tolueno	0,0256	1,15	1,86
Vapor de agua	0,0793	3,54	0,60

† Con autorización de T. K. Sherwood y R. L. Pigford, «Absorption and Extraction», 2.ª ed., pág. 20. Copyright © 1952, McGraw-Hill Book Company.

* Los valores de μ/ρ es para aire puro, 0,0476 m^2/h.

** Calculados a partir de la Ecuación (21.25).

ESCALA DE TAMICES ESTANDAR TYLER

Esta escala de tamices está basada en una abertura de 0,0029 pulg (0,074 mm) que es la abertura del tamiz patrón de 200 mallas y 0,0021 pulg (0,0053 cm) de diámetro del hilo, tal como ha sido adoptada por la National Bureau of Standards.

Mallas	Abertura de malla, mm	Abertura aprox. pulg	Diámetro del hilo, cm
	26,67	1	0,3759
†	22,43	7/8	0,3429
	18,85	3/4	0,3429
†	15,85	5/8	0,3048
	13,33	1/2	0,2667
t	11,20	7/16	0,2667
	9,423	3/8	0,2336
2½ t	7,925	5/16	0,2235
3	6,680	1/4	0,1778
3½ †	5,613	7/32	0,1651
4	4,699	3/16	0,1651
5†	3,962	5/32	0,1117
6	3,327	1/8	0,0914
7†	2,794	7/64	0,0833
8	2,362	3/32	0,0812
9†	1,981	5/64	0,0838
10	1,651	1/16	0,0889
12†	1,397		0,0711
14	1,168	3/64	0,0635
16†	0,991		0,0596
20	0,833	1/32	0,0436
24†	0,701		0,0358
28	0,589		0,0317
32†	0,495		0,0299
35	0,417	1/64	0,0309
42†	0,351		0,0254
48	0,295		0,0233
60†	0,246		0,0177
65	0,208		0,0182
80†	0,176		0,0142
100	0,147		0,0106
115†	0,124		0,0096
150	0,104		0,0066
170†	0,088		0,0060
200	0,074		0,0053

Para tamaños mayores (de 3 a 1 $^1/_2$ pulg de abertura)

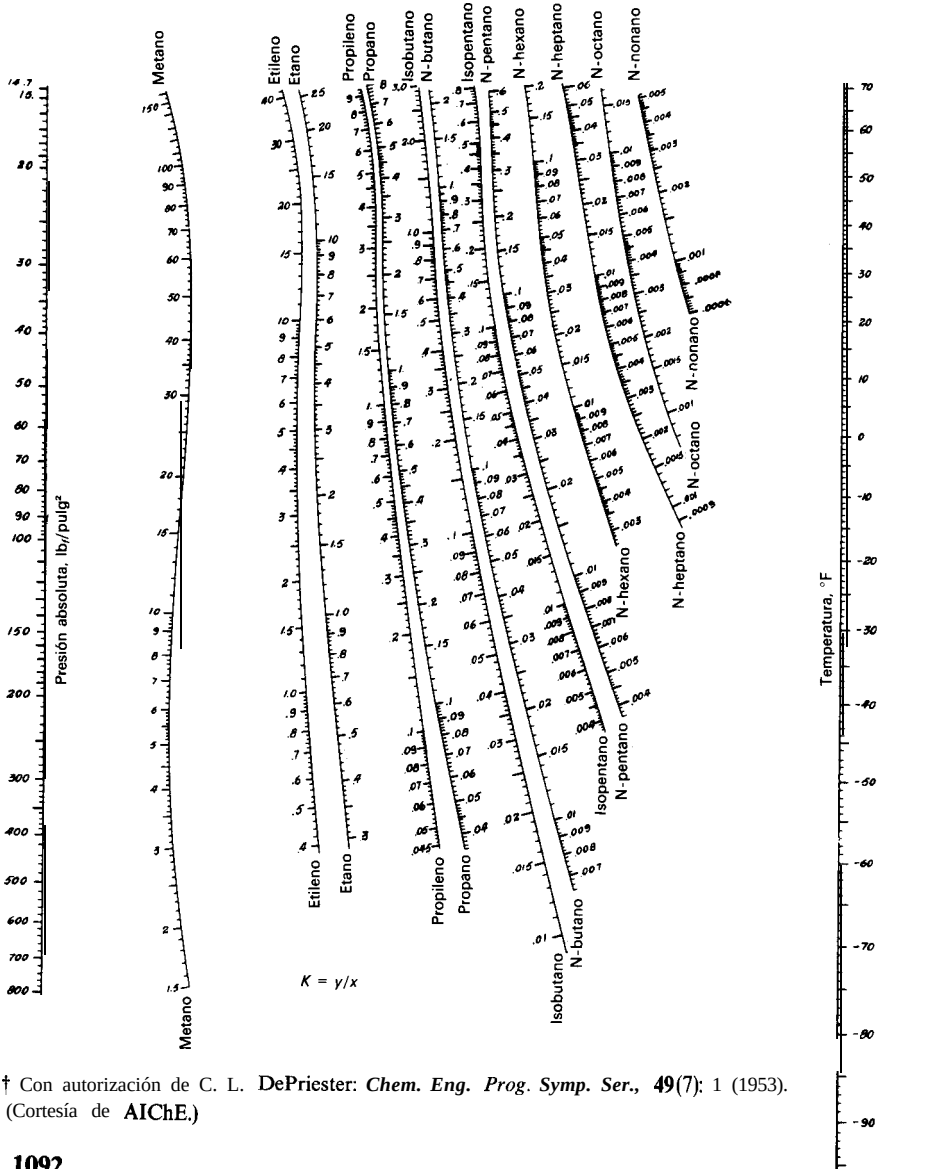
3	0,526
2	0,488
$1^1/_2$	0,376

† Estos tamices se incluyen cuando se desea un intervalo de tamizado más estrecho, completando la serie normalizada utilizada habitualmente. Con esta inclusión, la relación de los diámetros de las aberturas entre dos tamices sucesivos es de $1:\sqrt[4]{2}$ en lugar de $1:\sqrt{2}$.

APENDICE

VEINTIUNO

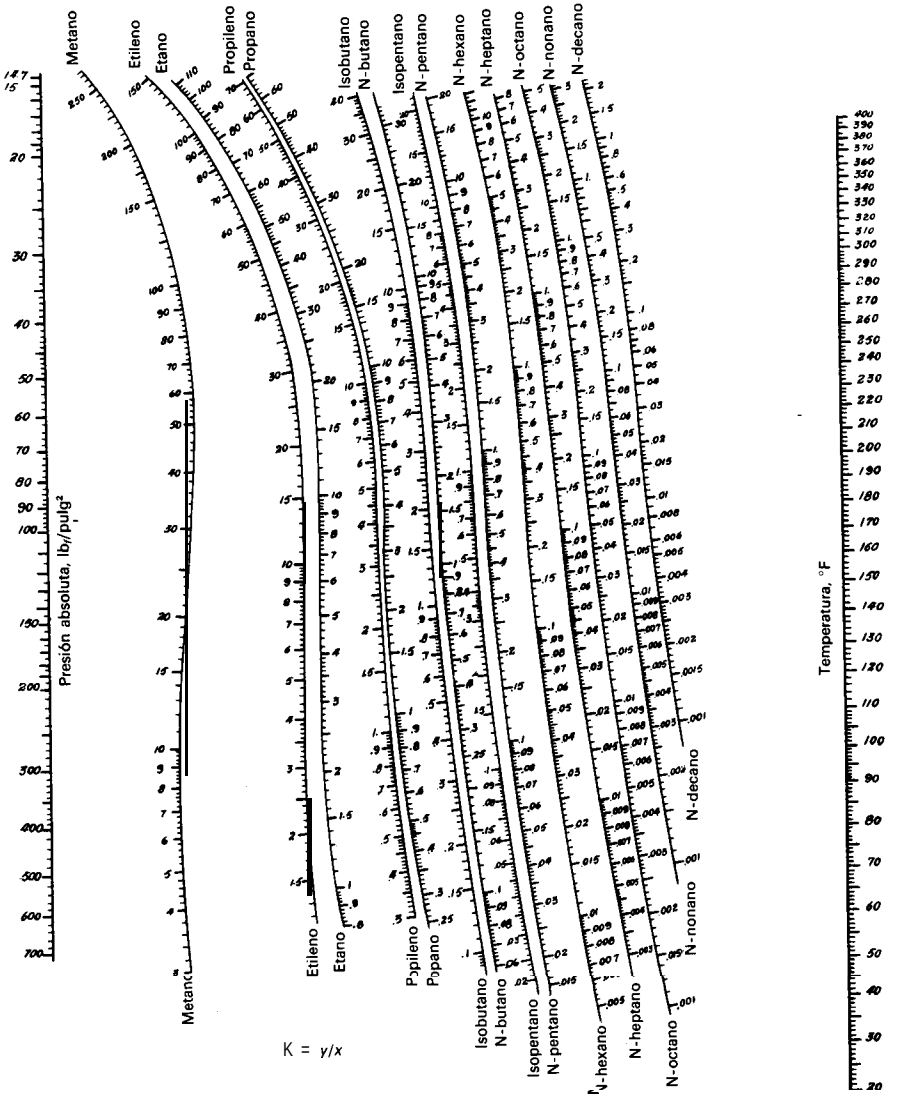
CONSTANTES DE EQUILIBRIO (VALORES *K*) PARA SISTEMAS DE HIDROCARBUROS LIGEROS. CORRELACION GENERALIZADA, INTERVALO DE BAJA TEMPERATURA†



† Con autorización de C. L. DePriester: *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **49**(7): 1 (1953). (Cortesía de AIChE.)

VEINTIDOS

CONSTANTES DE EQUILIBRIO (VALORES K) PARA SISTEMAS DE HIDROCARBUROS LIGEROS. CORRELACION GENERALIZADA, INTERVALO DE ALTA TEMPERATURA-f



†**Con autorización de C. L. DePriester:** *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **49**(7): 1 (1953). (Cortesía de AIChE.)

INDICE

Absorción (véase Absorción de gases)
Absorción de amoníaco, 733
Absorción de dióxido de carbono, 743
Absorción de gases, 521, 717
  balance de materia, 724
  con reacción química, 743, 756
    flujo en corrientes paralelas, 757
  de gases ricos, 749
  en columnas de plato, 748
  fase de equilibrio en, 537
  media logarítmica de las fuerzas impulsoras, 732
  número de platos teóricos, 540, 732
  número de unidades de transferencia, 731
  relación gas-liquido limitante, 726
  variaciones de temperatura, efecto de, 727, 733
  velocidad de, 728-736
    coeficientes individuales y globales, 728
    composición en la interfase, 730
    método HTU, 731-736
      aplicación a gases ricos, 749
      definiciones, 732
      HTU globales, 732
      valores experimentales, 742, 743
    teoría de doble película, 705
      uso de coeficientes globales, 729
Accesorios de tuberías, 190
Adaptadores, 189
  resistencia de, 109
Adsorbentes, 797-798
  alúmina, 803
  carbón, 802-804, 807
  gel de sílice, 802-803
  tamices moleculares, 798, 803
Adsorción
  aumento de temperatura en, 810
  cambio de escala en lecho fijo, 806
  con isoterma lineal, 817
  curvas de rotura, 805-810, 814, 818
  ecuaciones irreversibles para, 812-814
  equipos para, 798-800
    adsorbedores continuos, 800
    lechos fijos, 798
    secadores de gas, 799
    tanques agitados, 800
  fundamentos de, 805-810
  isotermas, 800-804
  longitud de lecho no utilizado, 806-810
  regeneración, 798-749
  velocidad de transferencia de materia, 810-812
  zona de transferencia de materia, 804-806
Agitación, 242
  equipos para, 243-245
  objetivos de, 242
Agitadores
  diseño de turbina estándar, 250
  rodetes, 244, 245
    áncora, 245
    hélice, 244
    helicoidal, 268
    palos, 245
    turbinas, 245
Agitadores de turbina
  capacidad de tratamiento de gas, 282
  consumo de potencia, dispersores, 281
  diseño estándar, 251
Agotamiento (véase Desorción)
Almacenamiento de sólidos
  a la intemperie, 882
  en depósitos, 882
Análisis dimensional, 17, 9 17
  en transferencia de materia, 697
  en transmisión de calor: interior de tubos, 354, 919
    exterior de tubos, 375
  en vasos agitados, 258
Análisis por tamizado, 873-875

acumulativo, 875
diferencial, 874
series estándar de Tyler, 873, 941
Analogía de Reynolds, 365
Angulo
de fricción interna, 881
de reposo, 881
Anillo de cierre hidráulico, 192
Aro piezométrico, 223
Arqueado en depósito, 887
Arrastre
forma, 148, 154
pared, 148
presión, 148
reducción del, 102

Balance de energía
en proceso de flujo, 20
mecánica: en flujo compresible, 124
en flujo incompresible, 71
total, 123
Balance de materia, 63-65
Balance de materia en flujo de fluidos, 63-65
Balance de momento, 67-72
factor de corrección de momento, 67
Balances entálpicos
en columnas de fraccionamiento, 583
en condensadores, 326
en cristalizadores, 93 1
en evaporadores, 496-502
en secadores, 826
Batería de extracción, 619
Bombas
altura de succión, 198
carga desarrollada, 198
cavitación en, 198
centrífuga (véase Bombas centrifugas)
comparación de tipos de, 222
desplazamiento positivo, 201-203
recíprocas, 202
rendimiento volumétrico de, 202
rotativas, 202
NPSH, 199
potencia necesaria, 198, 211
rendimiento: mecánico, 78
volumétrico, 202
vacío, 220
(Véase también Soplantes; Compresores)

Bombas centrífugas
curvas características de, 210-211
de cebado, 212
efecto de cambio de velocidad, 209
multietapa, 211
pérdida de carga en, 209
pérdida de potencia en, 211
rodetes, 203
teoría, 205-208
voluta, 203
Bombas de diafragma, 201
Bombas de vacío, 220
Boquilla, flujo de fluidos compresibles en, 129-136
Burbujas
comportamiento de, 279
diámetro de recipientes agitados, 280
debido a orificios sumergidos, 279
diámetro medio de, 278
en lechos fluidizados, 180- 18 1
forma, 169
transferencia de materia a, 704
velocidad de ascenso, 169

Calandrias, 459
Calle de vórtice, 152
Calor
conducción de, 299
en sólidos: a través de cilindros, 306
régimen estacionario, 302
régimen no estacionario, 309
resistencia en serie, 304
unidimensional, 300
Calor de vaporización, 562
Calor húmedo, 768
Calores específicos
de gases, 936
de líquidos, 937
Cámara de sedimentación, 1029
Cambiadores (véase Cambiadores de calor)
Cambiadores de calor
balance entálpico en, 324
coeficiente de transmisión de calor en, 450
doble tubo, 323
estándar para, 445
multiciclo, 331, 384
corrección de LMTD en. 453

tipo 1-2 de- flujo paralelo-contracorriente, 448
tipo 2-4, 449
paso simple tipo l-l, 446
rasqueta, 47 1
refrigerados por aire, 468
tipo plato, 456
Cambio de escala
de adsorbentes, 806
de centrífugos, 1048
de tanques agitados, 287
en sólidos suspendidos, 274
mezcladoras de volteo, 981
Cantidad
dimensiones de, 917-918
física, 5
primaria, 917
secundaria, 9 ll
Capa límite
flujo laminar y turbulento, 57-60
formación alrededor de una esfera, 150-154
formación en tubo, 59
hidrodinámica, 56
longitud de transición, 59
separación de, 60
debido a la disminución de velocidad, 112
térmica, 344
transferencia de materia en, 692
Capa tampón, 92
Carga neta de succión positiva (NPSH), 199
Cascadas, 529
Cavitación, 198
Centrífugas
automática discontinua, 1025
boquillas de descarga, 1046
cambio de escala, 905
disco, 1043
discontinuas suspendidas, 1023
separadores de iodos, 1046
transportador helicoidal, 1046
tubular, 1043
valor sigma, 1049
válvula de descarga, 1046
Ciclones, 1040
eficacia de separación, 1041
factor de separación en los, 1041
Cierres mecánicos. 192
Cilindros
coeficientes de transferencia de materia, 700
conducción de calor en los estados estacionarios, 306-3 10
estado no estacionario, 312
Cinéticas de nucleación, 939
Círculo de esfuerzos de Mohr, 880-881
Clarificación
por filtración, 997, 1009
por sedimentación, 1033
Clasificadores, 1029
centrífugos, 1049
hundimieno y flotación, 1031
lavadores, 1031
sedimentación diferencial, 1029-1033
partículas con igual velocidad de sedimentación, 1031
Clasificadores lavadores, 1031
Coadyuvantes de la filtración, 1008
Coeficiente de orificio, 229
Coeficientes de arrastre, 148-154
de partículas en fluidos: esferas, 151, 163
formas varias, 151
Coeficientes de distribución, 651, 942-943
Coeficientes de transferencia de calor
ebullición nucleada, 404
efectivos para transmisión de calor en estado no estacionario, 339
en evaporadores, 495
en flujo laminar, 347-354
corrección para calentamiento 0 enfriamiento, 353
en fluidos no newtonianos, 353
en flujo turbulento: valor de la utilidad, 356
ecuaciones empíricas para, 355
efecto de la longitud de tubo, 356
efecto de la magnitud, 361
efecto de la temperatura, 357
en secciones transversales no circulares, 359
en metales líquidos, 371
en recipientes agitados, 469
en secadores, 826
en un cambiador de carcasa y tubo, 450
global, 327
cálculo a partir de los coeficientes individuales, 335-338
casos especiales, 338

forma de resistencia, 336
variación de la superficie de calentamiento, 330
individuales, 331-335
clasificación de, 339
magnitud de, 338
para ebullición de película, 408
para la condensación en película, 391-398
en tubos horizontales, 394
en tubos verticales, 391
(Véase también Líquidos en ebullición; Vapor en condensación; Convección natural del aire)
Coeficientes de transferencia de materia, 689
definiciones, 690
en adsorción, 812
en cilindros, 700
en extracción, 758
en lechos de relleno, 740-744
en lechos y fluidizados, 702
formas alternativas de, 732
globales, 706
medidas de los, 695-697
para áreas conocidas, 697-702
para esferas simples, 700
para flujo de tuberías, 698
para gotas y burbujas, 703
para partículas suspendidas, 703
teoría de la capa límite, 692
Coeficientes globales ***(véase*** Coeficientes de transferencias de calor; Coeticientes de transferencias de materia)
Columnas
fraccionamiento ***(véase*** Columnas de fraccionamiento)
platos perforados ***(uéase*** Columnas de platos perforados)
Columnas de fraccionamiento
análisis por el método de McCabe-Thiele, 561-583
caldero, 564
caudal molar constante, 562
condensado, 563
condensado parcial, 566
construcción de líneas de operación, 568
necesidades de calefacción y enfriado, 571
número mínimo de platos, 575
plato de alimentación, 565-568
productos prácticamente puros, 582
recta de alimentación y localización del plato de alimentación, 568-571
relación de reflujo, 562
relación mínima de reflujo, 577
relación óptima de reflujo, 580
zona invariante, 579
balance de materia en, 558
balance entálpico en, 583
caudales molares, 560
línea de operación, 560, 568
(Véase también Destilación)
Columnas de platos
en absorción gaseosa, 748
factores de diseño, 558
(Véase también Columnas de fraccionamiento; Columnas de platos perforados)
Columnas de platos perforados
caída de la presión, 597
diseño de, 595-610
altura del vertedero, 597
cargas en descenso, 600
nivel de conducto, 600
platos de válvula, 609
platos perforados con flujo en contracorriente, 609
presión máxima entre platos, 597
velocidad límite de vapor, 600
líquido existente, 597
modelo de flujo en columnas grandes, 605
operación normal, 596
Columnas de relleno
caída de presión en las, 720-721
canalización en las, 720
carga e inmunidad en las, 720
contacto liquido-gas en, 720
destilación, uso para, 759
diseño de las, 717-724
HTUs para, 629, 731-736
transmisión de calor en los, 377, 473-476
variación de temperatura en, 727
velocidad limitante de flujo en, 720
(Véase también Lechos de relleno)
Compresión adiabática, 217
Compresión isentrópica, 217

Compresión isotérmica, 218
Compresión politrópica, 218
Compresores, 214-221
centrífugo, 216
desplazamiento positivo, 216
eficacia, 219
multietapa, 2 16
reciprocidad, 2 16
teoría, 217-219
(Véase *también* Soplantes, Bombas)
Compresores centrífugos, 216
Condensadores, 456
balance entálpico en, 327
carcasa y tubo, 456
contacto, 457
deshumidificación, 457
temperatura en, 322
Conducción *(véase* Calor)
Conductividad térmica, 300
de gases, 933
de líquidos, 934, 935
de metales, 932
Conjunto de aislamiento para sólidos a partir de una disolución, 863
Constante de los gases, 10, 914
Consumo de potencia, 262
Contacto gas-líquido, 720-721
Contador Coulter, 877
Contenido critico de humedad, 835
Continuidad, 64
ecuación para flujo compresible, 123
(Véase también Balance de materia en flujo de fluido)
Convección, 296
(Véase también Convección natural del aire)
Convección natural del aire, 380
transferencia de calor en, 377-384
Crecimiento del cristal *(véase* Cristales)
Cristales
crecimiento, 943-948
coeficientes, 843-846
global, 943
superficie, 945
McCabe, ley de AL, 947
velocidad y ecuaciones, 946
energía de superficie, 939
factores de forma, 926
invariante, 926
sistemas cristalográficos, 926
Cristalización, 523, 925
balances entálpicos en la, 930
discontinuidad ideal, 966
ecuación Kelvin, 932
eliminación de suspensión mezcla-producto-mezcla (MSMPR), 955-961
distribución de área, 959
distribución de masa, 959
distribución de tamaño, 959
distribución numérica, 959
función población densidad, 955
equilibrio de fase en la, 927-931
importancia de supersaturación en la, 933
nucleación en la, 935-943
objetivos de la, 925
pureza del producto, 927
rendimientos en la, 929
(Véase también Cristalizadores y Cristales)
Cristalizadores, 947
balances entálpicos en los, 931
contacto de nucleación en los, 962
diseño de, 954-962
ecuaciones de momento, 958
líquido circulante, 947
magma circulante, 948
MSMPR (eliminación de suspensión mezcla-producto-mezcla), 955
origen de los cristales en los, 935
tipos de, 947
tubo de aspiración deflector, 950
vacío, 948-954
rendimiento en, 953
(Véase también Cristalización)
Criterios de sedimentación, 166
Cuerpos escarpados, 154

Decantadores
centrífugos, 35, 1042
continuo de gravedad, 33
tiempo de separación en, 34
Definición de porosidad, 157
Deshumidificación, 457, 767, 783
equilibrio de fase en, 526, 769
Deshumidificadores, 782
(Véase también Condensadores, deshumidificación)
Desintegración
criterios para, 890
equipos para, 901
métodos generales, 890

productos de: características de, 891
distribución de tamaño de partícula, predicción de, 895
requerimientos de energía, 891-895,921
eficacia de la desintegración, 892
simulación por ordenador, 895-901
Desintegradores, 906
Desorción (stripping), 538, 736
con aire, 738
datos de desorción del oxígeno, 740
de tricloroetileno, 738
Desorción del tricloroetileno, 738
Destilación, 525, 550
azeotrópica, 674
componentes clave, 657
componentes distribuidos y no distribuidos, 661
correlación de Gilliland, 672
de mezclas multicomponentes, 651
destilación flash o súbita, 655
discontinua, 591
con reflujo, 593
en columnas de relleno, 758
equipo para la, 551, 558
extractiva, 674
flash de mezclas binarias, 551
de mezclas multicomponentes, 655
forma, 148, 154
fraccionamiento en la, 657
fraccionamiento reversible, 668
número mínimo de platos, 658
perfiles de concentración, 669
puntos de burbuja y rocío, 652
rectificación y stripping combinado, 556
relación mínima de reflujo, 660, 663
volatilidades relativas, 652
zonas invariantes, 715
(Véase también Columnas de fraccionamiento; Columnas de platos)
Destilación azeotrópica, 674
Destilación discontinua, 59 l
aplicación del método de McCabe-Thiele, 594
con reflujo, 594
Destilación extractiva, 674
Diagrama entalpía-concentración, 501
aplicación a la cristalización, 930
evaporación, 501
sistema agua-hidróxido sódico, 500
sistema agua-sulfato de magnesio, 931
sistema tolueno-benceno, 583
Diagramas de humedad, 771
construcción de, 775
sistema agua-aire, 772
sistema benceno-aire, 780
uso de, 771
Diagramas de puntos de ebullición, 554, 555
(Véase también Equilibrios líquido-vapor)
Difusión
comparación con transmisión de calor, 679
efecto de la difusión en una sola dirección 0 en un único componente, 684
en gases, 686
en líquidos, 687
en secado, 836-838
ecuaciones para la, 837
equimolar, 684
factor de difusión en una sola dirección, 692
interpretación de la ecuación, 683
ley de Fick, 681
papel en la transferencia de materia, 679
turbulento, 689
velocidades en la, 680
Difusividad de Eddy
de calor, 364
de materia, 689
de momento, 56
Difusividad térmica, 3 ll
Difusividades
de gases, 686, 940
de líquidos, 687
efectividad en sólidos porosos, 836
predicción de la, 686
relaciones entre, 682
remolino ***(véase*** Difusividad de Eddy)
volumétrica, 680
Dióxido de sulfuro, absorción de, 751
Disipación viscosa, 92

Ecuación barométrica, 29
Ecuación de Bernoulli, 69-79
corrección debida a los efectos de superficies sólidas, 73

debido a la fricción de fluido, 75
efecto de fricción de forma en, 109
en flujo potencial, 69-72
en trabajo de bombeo, 77
Ecuación de Blake-Plummer, 160
Ecuación de Ergun, 159
aplicación a lechos fluidizados, 173
para mezclas de partículas, 160
Ecuación de Fenske, 577
aplicación a sistemas multicomponentes, 659
Ecuación de Francis para flujo en vertedero, 599
Ecuación de Freundlich, 801-802
Ecuación de Hagen-Poiseuille, 89
Ecuación de Janssen, 884
Ecuación de Kelvin, 939
Ecuación de Kozeny-Carman, 160
Ecuación de Kresmer, 542
Ecuación de Ostwald-de Waele, 47
Ecuación de Rayleigh, 593
Ecuación de Underwood, 665
Ecuación de Von Karman, 97
Ecuaciones
adimensionales, 15
dimensionales, 16
Ecuaciones de Nusselt, 391-395
Ecuaciones dimensionales, 16
Eficacia de etapa
en destilación y absorción, 707-710
en extracción, 629
en lixiviación, 710
(Véase también Eficacia de plato)
Eficacia de impacto, 1051
Eficacia de plato, 602-610
absorción de gases en, 748
efecto de mezcla, 605
factores que influyen, 608
global, 601
local, 602
Murphree, 602
predicción de, 707
utilización de, 606
(Véase también Eficacia de etapa)
Eficacia de una aleta, 463
Elevación del punto de ebullición, 491
Endurecimiento en seco, 839
Energía cinética, factor de corrección, 74, 88
Energía mecánica *(véase* Balance de energía, mecánica)
Entalpía de estancamiento, 126
Envolvente de ruptura de Mohr, 881
Equilibrio
hidrostático, 27
en campo centrífugo, 29-30
(Véase también Equilibrio gas-sólido; Equilibrio sólido-líquido en lixiviación; Equilibrio líquido-vapor)
Equilibrio gas-sólido, 801-804
agua enlazada frente a agua no enlazada, 830
contenido de humedad de equilibrio, 830
humedad libre, 830
isotermos de adsorción, 801-804
Equilibrio líquido-líquido, 639
coordinados triangulares y, 639
líneas de reparto, 639
punto crítico, 639
tipos de sistemas, 639
Equilibrio líquido-vapor
diagrama de punto de ebullición, 553, 555
curva del punto de burbuja, 555
curva del punto de rocío, 555
en humidificación, 772, 779
Equilibrio sólido-líquido en la lixiviación, 526, 621
Equipos de intercambio de calor, 321,445
diseño de, 445
rango de temperatura en, 322
superficie ampliada, 461-468
cálculos para, 464
eficacia de una aleta, 463
tipos de, 463
temperatura de acercamiento, 322
(Véase también Condensadores; Cambiadores de calor)
Esfera
coeficiente de rozamiento, 151, 163
coeficiente de transferencia de materia, 701
conducción de calor en estado no estacionario, 3 12
Esferidad, 159, 870
Esfuerzos Reynolds, 55
Espacio anular, transmisión de calor en, 358
Espesadores, 1032-1040
agitación mecánica, 1035
zonas en, 1037

límites de flujo, 1037-1039
Etapas de contacto ideal, 529, 537
determinación del número de, 538-540
método de McCabe-Thiele, 539, 561-583
método del factor de absorción, 540-546
rectificación en, 554
Evaporación
efecto múltiple, 484, 502
efecto simple, 483
importancia de las características de líquido, 482
objetivo de la, 482
(Véase también Evaporadores)
Evaporación súbita, 499
Evaporador-secador, 863
Evaporadores
balances entálpicos para los, 496-502
sin calor de dilución, 498
cálculos de efecto simple, 499
capacidad: efecto del punto de ebullición, 508
efecto de la carga del líquido, 508
circulación forzada, 487
coeficientes de transferencia de materia en los, 495
economía, 496
efecto de la carga de líquido, en caída de la temperatura, 492
efecto múltiple, 502-515
cálculos para los, 510-515
capacidad de, 507
capacidad y economía, 507
celdas de temperatura, 505
contra simple efecto, 507-510
métodos de alimentación, 505
número óptimo de efectos, 510
principio de, 502-504
evaporadores con un paso a través, 484
película agitada, 484
recompresión de vapor, 515-517
mecánica, 5 15
térmica, 5 16
tubos verticales, película ascendente, 485
película descendente, 487
Expansión térmica, coeficiente de, 378-379
Experimento de Reynolds, 48
Extracción
aplicación del método McCabe-Thiele a la, 640
equilibrio de la fase en la, 637-640
equipo para la, 628-637
características, 630
columnas pulsadas, 636
contactos de discos rotatorios, 635
equipo auxiliar, 636
extractores centrífugos, 636
extractores de torre agitada, 634
extractores de York-Scheibel, 635
mezclador-sedimentador, 630
torres deflectoras, 634
torres de platos perforados, 634
torres de pulverización, 630
torres de relleno, 630-633
objetivo de la, 522, 627
reflujo en la, 643-646
comparación con la destilación, 645
ejemplos prácticos de, 645
relación límite de reflujo, 644
sólido ***(oéase*** Lixiviación)
velocidades de inundación, 632
Extracción con disolventes ***(véase*** Extracción)
Extracción de líquido ***(véase*** Extracción)
Extractor centrífugo Podbelniak, 636
Extractor de Bollman, 619
Extractor de Hildebrandt, 620
Extractores ***(véase*** Extracción, equipo para la)
Eyector de agua, 221

Factor de absorción, 540
aplicación de: a destilación, 608
lixiviación, 622
Factor de agotamiento, 544
Factor de rozamiento
a través de conducciones de sección no circular, 104
Blasius, 86
cartas para, 100, 101
para fluido newtoniano, 100
para fluido no newtoniano, 101
con reducción de la fricción, 102
Darcy, 86
efecto de la rugosidad, 98
efecto de la transmisión de calor en, 103
en flujo supersónico, 136

Fanning, 85
para lechos de relleno, 159
Factor jH, 368
Factor jM, 698
Factores de conversión, 915
Factores de escalas, 159, 258
Factores de Fouling, 336
Factores K, 942-943
(Véase también Coeficientes de distribución; Equilibrio liquido-vapor)
Filtración
caída de presión, 1009, 1010
coeficiente de compresibilidad, 1015
de tortas compresibles, 1012-1013
de tortas incompresibles, 1012
lavado de torta, 1021
objeto de un, 997
presión constante, 1009, 1014
resistencia de la tarta, 1012
ecuación para, 1015
velocidad constante, 1009
(Véase ***también*** Filtros)
Filtración centrífuga (véase Centrífugas)
Filtros, 997-1028
carcasa y hojas, 1002
centrifugas, 1023-1028
automáticos discontinuos, 1025
discontinuos suspendidos, 1023
fundamentos de, 1027
transportador alternativo, 1026
clarificadores, 997
de cartucho, 1000
fundamentos, 1009
limpieza de gases, 999
de bolsa, 999
de torta, 1000
filtro prensa, 1001
lecho granular, 999
prerrecubrimiento previo, 1006
presión continua, 1002
presión discontinua, 1001
tipo de, 997
ultrafiltros, 1000
vacío continuo, 1003-1007
cinta horizontal, 1007
de tambor rotatorio, 1004
vacío discontinuo, 1003
(Véase ***también*** Filtración)
Floculación, 1033
Fluidización, 171-172
agregativa, 175
aplicación de, 180
caída de presión en lechos, 172
condición para, 171
expansión de lechos, 176
formación de burbujas, 175, 179
particulada, 175-176
porosidad minima de lecho, 173
rango de velocidad en, 175, 180
secado en, 855
segregación en, 175-176
tipos de, 175
velocidad de burbuja en, 180
velocidad mínima para, 173
Fluidización agregativa, 175
Fluidización de burbujeo, 175
Fluidización de partículas, 176
Fluido reopéctico, 45
Fluidos
compresible, 25
(Véase también Flujo de fluidos)
incompresible, 25
(Véase también Flujo de fluidos)
naturaleza de, 25
Newtonianos, 43
no Newtonianos, 43
esfuerzo cortante frente a gradiente de velocidad, 47
Fluidos compresibles, flujo de (véase Flujo de fluidos)
Fluidos dilatentes, 44
Fluidos Newtonianos, 43
Fluidos no Newtonianos, 43-46
Fluidos pseudoplásticos, 44
Fluidos tixotrópicos, 45
Flujo de calor, 327
Flujo de capa
en tuberías, 116, 117
número de Reynolds, 116
superficie libre, 114
Flujo de contracorriente, 323
Flujo de Couette, 113
Flujo de fluidos
balance de cantidad de movimiento, 67-72
factor de corrección de la cantidad de movimiento, 67, 68, 88
transferencia de la cantidad de movimiento, 46
balance de materia en, 63-66
campo de esfuerzo cortante, 43

gradiente de velocidad, 42
velocidad, 42
condición asterisco, 126
dependiente del tiempo, 45
en capas, 113-117
sin tubos, 116
energía cinética de corriente, 74
factor de corrección para, 74, 87, 88
fluidos compresibles: flujo adiabático con rozamiento, 127, 128, 136-140
cambio en las propiedades del gas, 138
longitud máxima de conducción, 138
velocidad másica, 139
flujo, 129-137
cambio en las propiedades del gas, 131
efecto del área de sección transversal, 133
relación crítica de presión, 130, 132
velocidad en la boquilla, 132
másica, 133
flujo isotermo con rozamiento, 141-144
transferencia de calor en, 143
laminar, 42
fluidos Newtonianos, 86-89
factor de corrección de cantidad de movimiento, 88
factor de corrección de energía cinética, 88
transición a flujo turbulento, 58
velocidad media, 88
fluidos no Newtonianos, 89-92
parámetros de rozamiento, 136
punto de estancamiento, 154
balance total de energía, 123
entalpía, 127
presión, 155
temperatura, 126
turbulento: velocidades desviadas en, 51
con tuberias, 92-101
ecuaciones generales de velocidad, 93
distribución de velocidad, 92
factor de corrección de la cantidad de movimiento, 97
factor de energía cinética, 97
ley de factor de fricción-número de Reynolds, 96
velocidad máxima, 98
velocidad media, 95
difusión en, 689
escala de, 54
esfuerzos de Reynolds, 55
fluctuación de temperatura en, 63
intensidad de, 54
naturaleza de, 49, 50
naturaleza estadística de, 52
turbulencia isotrópica, 54
unidimensional, 42
Flujo dependiente del tiempo, 45
Flujo en paralelo, 324
Flujo laminar (Véase Flujo de fluidos, laminar)
Flujo oscilante, 701
Flujo potencial, 41
Forma aerodinámica, 154
Fricción de fluidos
debida a variaciones de velocidad o dirección, 106-l 12
debidas a una contracción brusca, 107
debidas a una expansión brusca, 106
coeficiente de pérdida por contracción, 108
coeficiente de pérdida por expansión, 106
en accesorios y válvulas, 108
relación entre parámetros, 86
minimización de, 113
distribución de esfuerzo en tuberias, 83
en lecho de sólidos, 156-160
efecto de la forma de partícula, 159
en mezclas de partículas, 160
para fluidos compresibles, 160
fricción de superficie y esfuerzo cortante de pared, 84
Fuerza, 6, 12
Fugas
prevención de, 191
cajas prensaestopas, 191
cierres mecánicos, 192

Gas ideal, 19, 29, 124
número de Match en, 125
velocidad del sonido en, 125
Gases
coeficiente de virial, 19
ecuaciones de estado, 18
factor de compresibilidad, 18
(Véase también Gas ideal)

Gotas, transferencia de materia, 704
Gradientes de velocidad, 41, 87
en fluidos no newtonianos, 89-91, 264
en recipientes agitados, 255
Grupos adimensionales, 16
nombres propios, 17

HETP (color equivalente a un plato teórico), 759
HTU (altura de una unidad de transferencia)
en absorción de gases, 730-737
en extracción, 629
en humidificación adiabética, 791
global, 732
Humedad, 767
medida de, 779
porcentaje, 768
relativa, 768
Humedad
equilibrio: sistema sólido-aire, 803
humedad libre, 830
flujo capilar en, 839
ligada frente a no ligada, 830
Humidificadores, 782
acción en, 783
adiabáticos, 791
uso de HTU, 792

Indice de mezclado
para pastas y materiales plásticos, 976
para sólidos granulares, 982
Indices de trabajo para trituración, 894
Ingeniería química, 3
Intercambiadores aerorrefrigerantes, 468
Intercambio iónico, 797, 817
regeneración de lechos, 179
Isotermo de Langmuir, 801

Juntas de tuberías, 190

Lámina
conducción de calor en estado no estacionario. 309-3 14
penetración de calor en, 315
Lechos de relleno
coeficientes de pared en los, 476
coeficientes de transmisión de calor en las, 473
conductividad calorífica efectiva en los, 475
perfiles de temperatura y velocidad en los, 473
radiación en los, 476
Véase también Columnas de relleno)
Ley de Bond, 894
Ley de Darcy, 160
Ley de desintegración de Rittinger, 893
Ley de Fick, 681
Ley de Fourier, 299
Ley de Henry, 582
Ley de los gases ideales, 19, 24
(Véase también Gas ideal)
Ley de molienda de Kick, 893
Ley de Newton
de arrastre, 166
de movimiento, 6
factores de conversión para la, 13
Ley de Planck, 418
Ley de radiación de Kirchhoff, 420
Ley de Raoult, 576, 582, 652
Ley de Stefan-Boltzmann de radiación, 418
Ley de Stokes, 152, 165
Ley de AL de McCabe del crecimiento cristalino, 947
Ley de desplazamiento de Wien, 419
Libra fuerza, 12
Línea de alimentación *(véase* Columnas de fraccionamiento)
Línea de enfriamiento adiabático, 773-774
Línea de saturación adiabática, 770
Línea psicométrica, 779
Líneas de operadores, 535-537
construcción de las, en columnas de fraccionamiento, 561, 568
Líneas de vapor, 63
Líquidos de ebullición, 401-411
caída de la temperatura crítica, 406
ebullición, 401-410
aumento del flujo, 421
ebullición de transición, 404
ebullición nucleada, 404
efecto de la presión sobre, 406
flujo máximo, 407
ebullición de película, 408-409
flujo de calor mínimo, 408
ebullición subenfriada, 410
Lixiviación, 526, 6 18

continua en contracorriente, 620-627
aplicación del método de McCabe-Thiele, 622
eficacia de etapa en la, 627
en soluciones saturadas, 626
equilibrio de fase en, 526-527, 621
equilibrio liquido-sólido en la, 526-527, 621
equipo para la, 620
lechos, 619
lechos estacionarios de sólidos, 618
para sólidos dispersos, 620
procesos Shanks, 619
etapas ideales para el flujo inferior variable, 624
LMTD (véase Media logarítmica, diferencia de temperatura)

Maduración de Ostwald, 939
Manómetros, 31-33
diferenciales, 39
inclinados, 33
Máquinas de cortar, 917
Materia, conservación de la, 19
Media logarítmica
diferencia de concentración, 732
diferencia de temperatura, 330
corrección para flujo cruzado en cambiadores de calor, 454
donde no se utiliza, 330
radio, 309
relación con la media aritmética, 309
Medida de flujo (Medidores de orificio; Rotámetros; Venturímetros)
Medida de flujo magnético, 223
Medidores de área (véase Rotámetros)
Medidores de orificio, 227
ecuaciones para, 229-232
factor de expansión, 231
recuperación de presión, 230
Medidores ultrasónicos, 223
Medios filtrantes, 1007
resistencia de, 1013
Metales, líquidos, transferencia de materia en, 371-373
Método de McCabe-Thiele, 539-541, 561-583
aplicación a la destilación discontinua, 593
basado en balances entálpicos, 585
uso en extracción, 640
uso en lixiviación, 622
Mezcla de chorros, 270
Mezclado, 266, 968
axial
destilación en trays, 604
de pastas, 979
característica de materiales, 968
comparación con mezcla de, 968
criterio para, 266, 976
de líquidos miscibles, 267-272
de pseudoplásticos, 269
efectividad, 976-978
en lechos fluidizados, 986
por chorros, 270
selección del equipo para, 271
tiempos
de dispersión, 270
de líquidos, 267
de sólidos, 985
velocidad de
para polvos secos, 984
para pastas y materiales plásticos, 978
(Véase también Recipientes agitados; Agitación; Mezcladoras)
Mezclador-amasador Ko-kneader, 974
Mezclador Banbury, 972
Mezcladoras
inmóvil, 271
para pastas y materiales plásticos, 970-979
amasador de arcilla, 975
amasadoras, 971
amasadoras continuas, 972
consumo de potencia, 975
de cubetas intercambiables, 970
de moletas, 974
dispersores, 971
exprimidores mezcladores, 974
internos, 972
masticadores, 971
mezclado axial en los, 979
mezcladores de rodillos, 974
movimiento doble, 970
para polvos secos, 979-983
de cintas, 980
de tornillo interno, 980
de volantes de impacto, 982
(Véase también Agitadores; Agitación; Mezclado)

Mezcladores de volteo, 981
de cambio de escala, 982
Mezcladores inmóviles, 271
Microatomizador, 915
Molienda véase Desintegración)
Molinos
agitados, 916
(Véase también Quebrantadores y molinos)
Momento
angular, 80
fijo, 46

NPSH (carga neta de succión positiva), 199
Nucleación, 935-943
contacto, 942, 962
factores que influyen, 935
heterogénea, 940
homogénea, 938
primaria, 936
secundaria, 941
esfuerzo cortante del fluido, 941
velocidad de, 939
(Véase también Cristalización; Cristalizadores)
Número
de Fourier, 311, 350
de Froude, 258
significado de, 259
de Graetz, 350
de Grashof, 378
de Mach, 122
de Nusselt, 334, 355
interpretaciones de, 334, 348
valores limitantes de, 354
de Peclet, 350
en platos perforados, 605
transferencia de materia en, 701
transmisión de calor entre líquido y metal en, 373
de potencia, 256-259
efecto de la geometría del sistema, 261
significado de, 258
de Prandtl, 345, 355
en gases, 1087
en líquidos, 1088
significado del, 365
de Reynolds, 48, 58
en agitación, 257, 265
en flujo de capa, 117
para fluidos no newtonianos, 49, 101
para partículas en lechos de relleno, 150, 156
transición de flujo laminar a turbulento, 48, 58
de Schmidt, 698
de gases, 1089
de Sherwood, 698
de Stanton, 355
de Weber, 286
Nutsch, 1003

Operaciones
unitarias, 3
fundamentos de, 16
de dispersión, 278-287
de gases, 279-285
de líquidos, 285
de transferencia de materia
definiciones, 521
terminología y símbolos para los, 523
en etapas
balances de entalpía, 535
balances de materia, 534
sistemas multicomponentes, 651-675
terminología, 533

Parámetro
de asociación, 688
de rozamiento, fluidos compresibles, 136
de rugosidad en tuberías, 98
Partículas
caracterización de, 869
con igual velocidad de sedimentación, 1031
diámetros
equivalentes, 159
medios, 873
esfericidad, 869
forma, 869
masas de, 878-881
presiones en, 879
propiedades de, 878
medida de partículas finas, 877
mezclas de tamaño, 870
movimientos a través de fluidos, 161-171

debido a fuerzas centrífugas, 162
debido a fuerzas gravitatorias, 162
velocidad terminal de, 163
en sedimentación retrasada, 168
número de mezcla, 873
superficie específica, 872
tamaño, 870
distribución de, 871
tamaño medio, 872
transporte hidráulico de, 182
Pistón, 194
Planta de contacto diferencial, 724
balance de materia, 724
Plástico Bingham, 90
Plato ideal (Véase Etapas de contacto ideal)
Platos perforados, 596
eficacia de etapa, 602-603, 707
límites de operación, 600
número de Pleclet en, 604
transferencia de masa en, 707
Presión, 25
Principio de la regla de la palanca, 932
Proceso sulfolace, 645
Propiedades
de vapor, 1075
de agua, 1075, 1084
Punto de burbuja, 553
de mezclas multicomponentes, 652
Punto de estancamiento, 154
balance energético global, 123
entalpía, 127
presión, 155
temperatura, 126
Punto
de Leidenfrost, 403
de rocío, 553
de mezclas multicomponentes, 652
sistema líquido-gas, 768

Quebrantadores y molinos
impactores, 907
máquinas de rodadura-compresión, 903
molinos agitados, 916
molinos de frotación, 909
molinos de martillo, 907, 914
con clasificación interna, 914
molinos de ultratinos, 914-917
molinos de volteo, 910-914
acción en, 912
capacidad y consumo de energía de los molinos de volteo, 914
centrifugación en, 912
compartimentado, 911
cónicos, 9 12
de bolas, 911
de guijarros, 911
de tubo, 911
velocidad crítica, 912
molinos que utilizan la energía de un fluido, 915
operación de, 918-922
circuito abierto frente a circuito cerrado, 918
control alimentario, 920
métodos de descarga, 920
molienda seca a húmeda, 895
retirada o suministro de calor, 921
quebrantadores de mandíbula, 902-903
quebrantadores de rodillos dentados, 906
quebrantadores de rodillos lisos, 904
tamaño límite en el alimentador, 905
quebrantadores giratorios, 903
tipos de, 902

Radiación
absorbancia, 414, 419
atenuación de, 434
coeficiente de absorción, 434
combinada con conducción-convección, 439
cuerpo negro, 416
origen práctico de, 418
emisividad
monocromática, 418
de sólidos, 418
en ebullición de película, 440
en lechos de relleno, 476
entre superficies, 423-434
ángulo de visión, 423
con superficies refractarias, 430
efecto del cuadrado de la distancia, 425
superficies no negras, 431
espectro de, 418
hacia materiales semitransparentes, 435-440
en superficies líquidas o sólidas, 435
gases absorbentes, 436-440
efecto de la geometría, 439

intensidad, 425
ley de desplazamiento Wien, 419
ley de Planck, 419
ley de Stefan-Boltzmann, 418
ley del coseno de, 420, 425
longitud de onda, 434
monocromática, 415
naturaleza de, 414
poder de emisión, 416
reflectancia en sólidos, 419
transmitencia de, 414
Radios hidráulicos, 104
en lechos de sólidos, 156
Recipientes agitados, 243
cambio de escala, 287
consumo de potencia en, 256
deflectores, 248
dispersión en, 280-287
gases, 280
líquidos, 285
gradiente de velocidad en, 255
media de fluidos no newtonianos, 264
modelo de flujo en, 246-251
prevención de flujo circulatorio, 248
número de flujo en, 253
transferencia de calor en, 468
régimen no estacionario, 470
tubos de aspiración en, 249
velocidad de circulación en, 252
Rectas de reparto, 639
Rectificación, 531, 554
combinado con stripping, 556
sobre plato ideal, 554
Recuperadores de disolvente, 855
Reflujo, 530
Regla
de Dühring, 491
de las fases, 525-527
Relación
de Lewis, 779
de reflujo, 562
(Véase también Extracción; Columnas de fraccionamiento)
Resistencia térmica, 304
Resistencias controlantes, 338
Rotámetros, 235-239
teoría y calibrado de, 237
Rozamiento, fluido (véase Fricción de fluidos; Factor de rozamiento)
Secaderos
cilíndricos, 860
clasificación de los, 821
de artesas, 847
de tamices transportadores, 849
de tornillo transportador, 854
evaporador, 863
flash, 856
lecho fijo, 799
(Véase también Adsorción)
lecho fluidizado, 855
manejo de sólidos en las, 822
modelos de temperatura en los, 824
película delgada, 860
pulverizador, 858
rotatorio, 852
diseño, 852
torre, 850
transferencia de materia en los, 828
transmisión de calor en los, 825-828
turbosecador, 850
(Véase también Secado)
Secado
adiabático, 822
cementación en el, 839
circulación cruzada, 83 1
con circulación a través del sólido, 844
condiciones constantes de secado, 832
contenido critico de mezcla, 835
curvas de velocidad de secado, 833, 841
de partículas suspendidas, 846
de sólidos no porosos, 832
de sólidos porosos, 839-842
efecto de capilaridad en, 840
directo, 822
efecto de contracción, 839
equilibrio de fases en, 829-832
indirecto, 822
mecanismos de, 831
no adiabático, 926
objetivo del, 821
período de velocidad constante, 833
período de velocidad de caída, 835
por congelación, 848
(Véase también Secaderos)
Sedimentación, 1029-1050
centrífuga, 1040-1050
fundamentos de, 1047
equipos, 1035
floculación en, 1033
mecanismos de, 1033

velocidad de, 1034
(Véase también Espesadores)
Sedimentación libre, 164
Sedimentación retrasada, 168
Segregación, 176-177
Separación
de sólidos contenidos en gases, 999, 1040
factor, en ciclones, 1041
métodos de fluidos pesados, 1031
por impregnación, 1050-1052
por sedimentación diferencial, 103 1
(Véase también Sedimentación)
Separación de fluidos pesados, 1031
Simulación por ordenador de operaciones de fabricación, 895-901
función de rotura, 896
función de velocidad de molienda, 896
Sistema
acetona-metanol, 613
acetona-metil isobutil cetona-agua, 639
acetona tricloroetano-agua, 648
agua-etanol, 579
agua-etil-tolueno-benceno, 613
agua-metanol, 614
agua-sulfuro-magnesio
diagrama de fase, 929
diagrama entalpía-concentración, 931
aire-agua *(oéase* Contacto gas-líquido; Humedad; Diagramas de humedad)
amoníaco-agua, 733
anilina n-heptano-metil ciclohexano, 638
benceno-tolueno, 552-554
diagrama entalpía-concentración, 584
nitrógeno-oxígeno, 615
sodio-hidróxido-agua
diagrama entalpía-concentración, 500
puntos de ebullición, 491
de unidades, 4
cgs, 9
fps, ll
SI, 5
multicomponentes, 547, 65 1
Sobresaturación, métodos de generación, 933
Sólidos semiintinitos, conducción de calor en, 314
Solubilidad
curvas, 928
efecto de tamaño de partícula, 939
Soplantes, 214-215
centrífugas, 215
desplazamiento positivo, 215
ecuaciones para, 217
(Véase también Compresores)
Soplantes centrífugas, 215
Subcapa
laminar, 92
viscosa, 92
Superficie específica de partículas, 872
Suspensión de partículas sólidas, 272-277
cambio de escala, 274
grados de, 273
necesidades de potencia, 276
velocidad crítica del agitador, 275

Tamices, 873, 988
balances de materia en, 993
capacidad de, 996
cegado, 99 1
efecto del tamaño de malla, 996
eficacia de los, 994
estándar, 873, 1090
giratorios, 989
limitación del tamaño de partícula, 989
parrillas, 989
reales frente a ideales, 989
tamiz centrífugo, 991
vibrantes, 991
Tamices estándar Tyler, 873, 1090
Tamices moleculares, 798, 802
(Véase también Adsorbentes)
Tamiz centrífugo, 991
Temperatura de bulbo húmedo, 775-779
teoría de, 776
Temperatura media de la corriente del líquido, 327
Teoría análoga 689
ecuaciones de Colburn, 367, 698
Teoría de la penetración
transferencia de materia en, 693
transmisión de calor en, 471-472
Toma de presión de orificios, 228
Torre de pared mojada, 695
coeficientes de transferencia de materia, 699
Torres de enfriamiento, 781, 785
acción en, 785
ecuaciones para, 788-791
tiro natural, 781

Torres de relleno, 718
características de, 7 19
necesidades de, 719
Transferencia de calor
en convención natural, 377-383
en flujo de tapón, 350
en flujo laminar, 346-354
efecto de convención natural, 381
en tubos, 349, 353
lámina plana, 347
en flujo turbulento
analogía con transferencia de la cantidad de movimiento, 362-368
analogía de Colburn, 367
analogía de Friend y Metzner, 368
analogía de Reynolds, 365
(Véase también Teoría análoga)
análisis dimensional de, 414, 1067
en lechos de relleno, *317, 473-476*
en regímenes de fluidos, 343
en región de transición de flujo, 368
en tubos, 349-372
a alta velocidad, 361
estimación de la temperatura de la pared, 357
exterior de un tubo, 375, 450-452
por tubo simple, 375
por esfera simple, 375
por fluidos no newtonianos, 354
por metales líquidos, 371
número de Peclet crítico, 372
por radiación *(véase* Radiación)
recuperadores, 817
Transferencia de calor en flujo de tapón, 350
Transferencia de materia
a gotas y burbujas, 704
a partículas suspendidas, 703
en extracción, 758
en lechos de relleno, 703, 740-745
en platos perforados, 707
en secados, 828, 832
teoría de doble capa, 705
teoría de la capa límite, 692
teoría de la película, 689
teoría de la penetración, 693
Transición
flujo laminar a turbulento, 48, 58
longitud, 59
Transmisión de calor en régimen no estacionario, 309-3 17
coeficientes efectivos en, 339
Transporte
en suspensión, 182
hidráulicos, 182
neumático, 182
Tuberías, 188- 190
clasificación de, 189
clasificación económica de, 189
datos sobre aceros al carbono, 1073
juntas de expansión, 191
materiales de construcción, 189
número de catálogo de, 189
prácticas, 195
selección de, 189
Tubo de Pitot, 232
Tubos de vapor, 63
Tubos y tuberías, 188-190
cambiadores de calor, datos, 1074
condensadores, datos, 1074
(Véuse también Conducción)
Turbulencia, 49-54
isotrópica, 54
Turbulencia
de pared, 50
libre, 50

Ultrafiltros, 1000
Unidades, 4
consistencia, 15
conversión de, 13
factores para, 1063
de concentración, 523
de transferencia *(véase* HTU)
de transmisión de calor en secaderas, 827
del SI, 5
múltiplos y submúltiplos, 913
Uso de cargas de velocidad en el diseño, 111

Valor de sigma, 1049
Válvulas
de asiento, 194
de bola, 194
de compuerta, 194
de pistón, 194
de retención, 195
Vapor de condensación, 389-401
condensación en gotas, 390
condensación en película, 390

en tubos horizontales, 394
en tubos verticales, 391-394
gases incondensables, efecto de, 400
vapor sobrecalentado, 399
Velocidad
difusión, 680
leyes universales de distribución, en tuberias, 92-95
limite, 163, 167, 175
másica, 65
media de fluidos, 87, 95
Velocidad acústica, 124
(Véase también Flujo de fluidos, fluidos comprensibles)
Velocidad de cortes *(véase* Gradiente de velocidad)
Velocidad de inundación
en torres de absorción de relleno, 721
en torres de extracción de relleno, 632
Vena contracta, 108
en medidor de orificio, 228
Ventiladores, 212-213
(Véase también Soplantes)
Venturímetros, *223-221*
coeficientes para, 225
factor de expansión para, 232
recuperación de presión en, 226
velocidades de flujo en, 225
Viscosidad, 45
cinemática, 47
de gases, 46
de líquidos, 47
de suspensores, 168
Viscosidad de Eddy, 55
Volatilidad relativa, 576
Volumen húmedo, 768

OTRAS OBRAS DE INTERES PUBLICADAS POR McGRAW-HILL/INTERAMERICANA

BACA. *Evaluación de proyectos* (2.ª ed.).
CRANE. *Flujo de fluidos.*
CHOPEY. *Manual de cálculos en ingeniería química.*
KEMMER/NALCO. *Manual de tratamiento de aguas.* 3 vols.
OZISICK. *Transferencia de calor.*
PERRY. *Manual del ingeniero químico.* 2 vols. (5.ª ed.).
SMITH/VAN NESS. *Introducción a la termodinámica en ingeniería química* (4.ª ed.).
STREETER. *Mecánica de los fluidos* (8.a ed.).
TREYBAL. *Operaciones de transferencia de masas* (2.ª ed.).
WARK. *Termodinámica* (5.ª ed.).
WHITE. *Mecánica de los fluidos.*
ZEMANSKY. *Calor y termodinámica.*

9 788448 119188

ISBN: 84-481-1918-5