

A. Análisis de las propiedades principales del Código Gray.

El código Gray es de importante aplicación en circuitos digitales. También se lo conoce como código **reflejado** debido a que para formar un código de n bits se puede partir de una estructura de $n-1$ bits que se refleja por simetría y se añade un bit a la izquierda que será **0** para la primera mitad y **1** para el resto. Por ejemplo, para obtener el código Gray de 3 bits se puede partir de un código Gray de 2 bits.

Código Gray (2 bits)		Código Gray (3 bits)
00	000	000
01	001	001
11	011	011
10	010	010
	110	110
	111	111
	101	101
	100	100

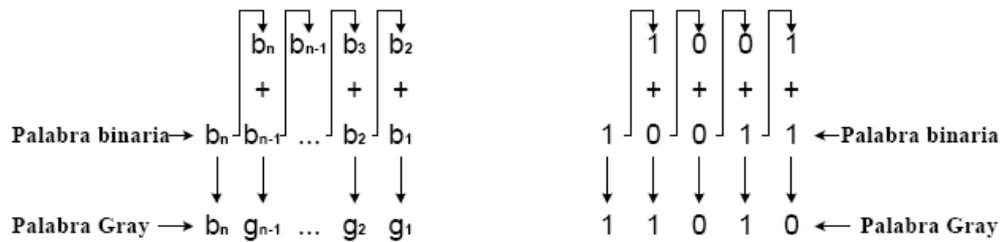
Diagram illustrating the construction of a 3-bit Gray code from a 2-bit Gray code. The 2-bit Gray code (00, 01, 11, 10) is reflected and a 0 is added to the first half, and a 1 is added to the second half. This process is repeated to obtain the 3-bit Gray code.

Analizando las propiedades del código:

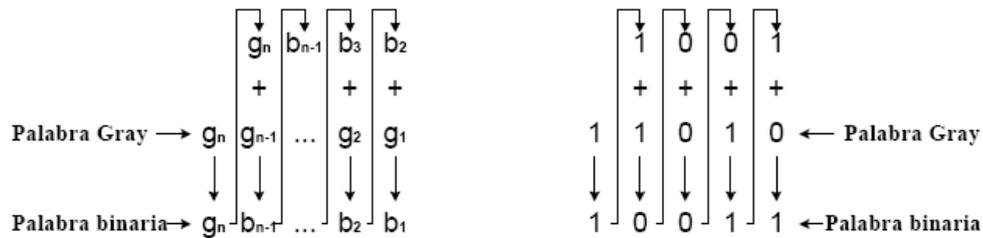
Propiedad	Código Gray
Tipo de Código	Binario numérico no acotado.
Cíclico	Código cíclico. En los códigos cíclicos la última combinación del código difiere en un solo bit de la primera (adyacencia) Por ejemplo, para el Gray de 3 bits: 100-000
Continuo	Código continuo. En los códigos continuos cada elemento es adyacente (sólo cambia un bit) a su consecutivo.
Capacidad de Codificación	2ⁿ. El código Gray presenta 2 ⁿ combinaciones. Por ejemplo, el Gray de 3 bits tiene 2 ³ =8 combinaciones.
Distancia Mínima	1. La distancia mínima es la menor distancia (cantidad de elementos que se modifican para pasar de una combinación a otra) entre cualquier par de elementos del código.
Ley de Formación	No ponderado. En los códigos no ponderados la posición de los bits de cada combinación no tiene asignada una significación numérica particular. Reflejado, su ley de formación está descrita al principio de este punto.

B. Conversiones de Código

De binario natural a Gray: Se mantiene el mismo bit izquierdo en ambas secuencias. Se suman sin arrastre los bits b_i y b_{i-1} del código binario y el resultado se coloca en la posición $i-1$ del código Gray.



De Gray a binario natural: Se mantiene el mismo bit izquierdo para ambos. Se suman sin arrastre el bit b_i del código binario y el bit g_{i-1} del código Gray y el resultado se coloca en la posición i del código binario natural.



De binario natural a Exceso-3 (XS-3): Se suma 11_2 al código binario natural. El resultado queda expresado en exceso 3 (XS-3)



De Exceso-3 (XS-3) a binario natural: Se resta 11_2 al código exceso-3. El resultado queda expresado en binario natural.



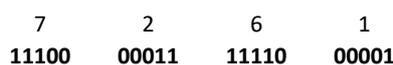
En general, los códigos *Exceso-n* se obtienen sumando n (en binario) al código binario natural; y restando el mismo valor al código *XS-n*, se vuelve al código binario natural.

C. Códigos BCD, BCO y BCH

Los códigos BCD (del inglés Binary Coded Decimal) representan cada dígito de un número (dado en decimal) en forma aislada mediante un código binario, manteniendo así la estructura básica decimal pero representada en binario. A continuación se indica la representación de los dígitos decimales en BCD Natural, Aiken y Johnson:

Valor Decimal	BCD Natural	BCD Aiken 2421	BCD Johnson
0	0000	0000	00000
1	0001	0001	00001
2	0010	0010	00011
3	0011	0011	00111
4	0100	0100	01111
5	0101	1011	11111
6	0110	1100	11110
7	0111	1101	11100
8	1000	1110	11000
9	1001	1111	10000

Por ejemplo el valor 7261_{10} representado en BCD Johnson es:



Bajos los mismos principios que los códigos BCD pueden codificarse los dígitos octales (BCO) y hexadecimales (BCH)

D. Códigos Alfanuméricos

Los códigos alfanuméricos permiten representar no sólo números sino también caracteres alfabéticos, signos y símbolos especiales.

A continuación se indican los caracteres principales del Código ASCII, definido para 7 bits:

Código ASCII																
6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	6543	bits
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	210
NUL	BS	DEL	CAN	SP	(0	8	@	H	P	X	`	h	p	x	000
SOH	HT	DC1	EM	!)	1	9	A	I	Q	Y	a	i	q	y	001
STX	LF	DC2	SUB		*	2	:	B	J	R	Z	b	j	r	z	010
ETX	VT	DC3	ESC	#	+	3	;	C	K	S	[c	k	s	{	011
EOT	FF	DC4	FS	\$,	4	<	D	L	T	\	d	l	t		100
ENQ	CR	NAK	GS	%	-	5	=	E	M	U]	e	m	u	}	101
ACK	SO	SYN	RS	&	.	6	>	F	N	V	^	f	n	v	~	110
BEL	SI	ETB	US	'	/	7	?	G	O	W	_	g	o	w	DEL	111

La siguiente secuencia de valores (expresados en decimal) oculta un mensaje en código ASCII

72 111 108 97 32 77 117 110 100 111 33

Obteniendo los equivalentes en binario y usando la tabla anterior se decodifica el siguiente mensaje:

1001000 1101111 1101100 1100001 0100000 1001101 1110101 1101110 1100100 1101111 0100001
 H o l a M u n d o !

PROBLEMAS A RESOLVER

1. Responda

- a) Defina códigos ascendentes y descendentes. Ejemplifique.
- b) ¿Qué significa *ambigüedad* en el contexto de la codificación?
- c) Muestre, mediante un esquema la clasificación de los códigos (en general, numéricos y no numéricos)
- d) ¿Qué entiende por código autocomplementario? ¿Dónde se los utiliza? Cite ejemplos.
- e) ¿Qué es la distancia mínima de un código binario?
- f) ¿Qué son los códigos BCD? ¿Cuál es su aplicación principal?
- g) ¿Para qué se emplean los códigos alfanuméricos? Cite ejemplos.

2. Represente los valores decimales de la tabla en los códigos solicitados. Indique las propiedades de los códigos.

	Binario Natural	BCD Natural	Johnson	BCD Johnson	Gray	BCD Gray
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

	Binario Natural	BCD Natural	Johnson	BCD Johnson	Gray	BCD Gray
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						

3. Dados los siguientes valores, expresados en los códigos binarios indicados, determine sus equivalentes en decimal.

Valor	Código	Decimal
00011 0000 00011 00011	BCD Johnson	
11100010100	Binario Natural	
0100 1100 1001 1100	BCD XS-3	
0001 0100 1111 0010	BCD Aiken	
10110000011	Gray	
0001 1001 0100 0111	BCD Natural	
0111 1011 0110	BCH Gray	
0111 1100 1100 0011	BCO Johnson	

4. Complete la tabla, presentada a continuación, con los valores faltantes (vea la Tabla ASCII extendida al final del TP):

Valor	BCO Gray	ASCII	Binario Natural	BCD XS-3	BCH Natural	BCO Johnson
		@				
3C ₁₆						
			1110111			
	001100111					
						000110000011
				01101000		
					11110001	
176 ₈						

5. Analice el siguiente código binario y determine sus propiedades. A partir del código dado, ¿puede proponer otros 2 códigos usando la misma ley de formación?

Octal	-1	2	3	2	-1
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	1	1	1	0	0
5	1	1	1	1	1
6	0	1	1	1	1
7	0	1	1	1	0

6. Un código binario se considera lineal si la suma binaria (sin arrastre final) de cualquier par de palabras del código, también pertenece al código. En tanto que, un código BCD se considera autocomplementario, si la palabra correspondiente a un dígito N se obtiene invirtiendo los bits de la palabra correspondiente al dígito $(9-N)$. Determine si los siguientes códigos son lineales y/o autocomplementarios:

- a) BCD Johnson
- b) BCD Aiken
- c) BCH Natural
- d) BCO Gray
- e) BCH Johnson
- f) BCD XS-3

7. Dados los pesos 1, 2, 3, 2, 1 (en ese orden) diseñe un código BCD autocomplementario y

- a) Determine sus propiedades (incluya linealidad)
- b) ¿Cuál de los pesos anteriores podría eliminarse para obtener un código BCO? Excepto por la capacidad de codificación, ¿las propiedades del nuevo código son las mismas que las del original?

8. Teniendo en cuenta la tabla de códigos ASCII del Problema Resuelto D, realice lo siguiente:

- a) Codifique la siguiente frase de Stephen Hawking en ASCII y en hexadecimal:



- b) La siguiente secuencia ASCII (representada en hexadecimal) oculta una frase del famoso Albert Einstein, ¿podrás descifrar el mensaje?

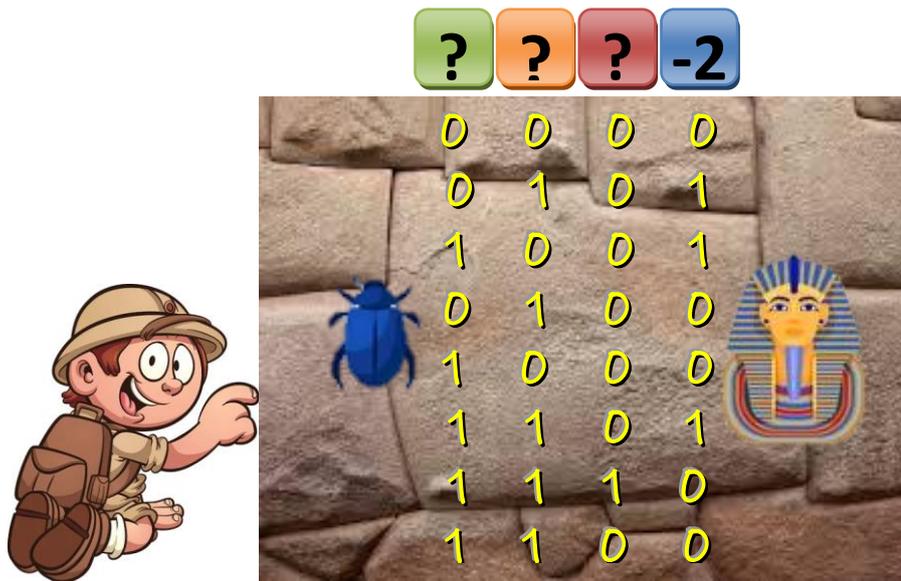


4E 6F 20 65 6E 74 69 65 6E 64 65 73 20 72 65 61
 6C 6D 65 6E 74 65 20 61 6C 67 6F 20 61 20 6D 65
 6E 6F 73 20 71 75 65 20 73 65 61 73 20 63 61 70
 61 7A 20 64 65 20 65 78 70 6C 69 63 61 72 73 65
 6C 6F 20 61 20 74 75 20 61 62 75 65 6C 61 2E

9. De acuerdo a las características solicitadas diseñe los siguientes códigos binarios y determine sus propiedades:

- a) Un código BCD XS-7
- b) Un código BCD ponderado (defina cantidad de bits y pesos apropiados).
- c) Un código BCO no ponderado de 5 bits donde cada combinación siempre presente 3 bits en 1.
- d) Un código BCH ponderado (defina cantidad de bits y pesos apropiados).
- e) Un código BCO no ponderado lineal y autocomplementario (debe describir la ley de formación propuesta).

10. Un famoso arqueólogo y explorador quedó atrapado en una cámara secreta de la Gran Pirámide de Giza. Este aventurero, gran conocedor de la cultura egipcia, encontró un mural que contiene la clave para abrir la cámara: un código BCO muy antiguo basado en pesos. ¿Usando tus conocimientos podrás ayudar al arqueólogo a escapar de su milenaria prisión?



PROBLEMAS ADICIONALES

11. Considerando el código Gray:

- a) Obtenga los códigos de 3 y 4 bits a partir del código de 2 bits. Realice la conversión de cada elemento a binario natural para el código de 4 bits.
- b) modifique la ley de formación del código de modo que, al reflejarlo, se agregue 1 para la primera mitad y 0 para la segunda ¿Se mantienen las propiedades del código?

12. Considerando el código BCO de 5 bits presentado a continuación:

0: 00000 1: 00011 2: 00110 3: 01001 4: 01100 5: 01111 6: 10010 7: 10101

Determine: ciclo, continuidad, linealidad, autocomplementariedad y distancia mínima.

13. Decodifique los valores dados teniendo en cuenta el código usado:

Binario Natural	Octal	Octal	Carácter	Hexadecimal	Decimal	Hexadecimal	Decimal
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Gray	BCO Johnson	Binario Natural	ASCII	Binario Natural	BCD XS-3	BCH Gray	BCD Natural
11101	1110 0011	11000110	1000110	10111110	1011 1000	1110 1100	1001 0101
101011	0111 1000	1100111	0100100	1111111	1100 0111	1011 1001	0110 0111

14. La característica principal de los códigos binarios M de N es que mantienen una relación constante entre la cantidad de bits en estado 1 y la cantidad de bits en estado 0. La capacidad de codificación de estos códigos está dada por:

$$cc = \frac{N!}{M!(N-M)!} \quad \text{donde} \quad \left\{ \begin{array}{l} cc = \text{capacidad de codificación} \\ M = \text{cantidad de bits de marcación} \\ N = \text{cantidad total de bits} \end{array} \right.$$

- a) Genere los códigos BCD 2 de 5 y BCD 2 de 7
- b) Establezca las características de estos códigos (incluyendo la relación constante)
- c) ¿Qué puede concluir acerca de la distancia mínima de estos códigos en relación con la detección de errores?

15. Un código posicional puede considerarse como caso especial de los códigos M de N (tipo 1 de N). Así, una estructura 1 de 8 puede adoptarse como un código BCO. La siguiente tabla muestra el código BCO tipo 1 de 8.

OCTAL	PESOS							
	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0

Para la estructura definida se pide:

- Determine la cantidad remanente de palabras que no son utilizadas por este código.
- Reconfigure los pesos del código para que se transforme en una estructura BCD 3 de 10.
- Calcule la cantidad de elementos del nuevo código.

Tabla ASCII EXTENDIDA

Caracteres de control ASCII			Caracteres ASCII imprimibles									ASCII extendido											
DEC	HEX	Simbolo ASCII	DEC	HEX	Simbolo	DEC	HEX	Simbolo	DEC	HEX	Simbolo	DEC	HEX	Simbolo	DEC	HEX	Simbolo	DEC	HEX	Simbolo	DEC	HEX	Simbolo
00	00h	NULL (carácter nulo)	32	20h	espacio	64	40h	@	96	60h	a	128	80h	Ç	160	A0h	á	192	C0h	Ł	224	E0h	Ó
01	01h	SOH (inicio encabezado)	33	21h	!	65	41h	A	97	61h	á	129	81h	ü	161	A1h	í	193	C1h	ł	225	E1h	Ô
02	02h	STX (inicio texto)	34	22h	"	66	42h	B	98	62h	b	130	82h	é	162	A2h	ô	194	C2h	ł	226	E2h	Û
03	03h	ETX (fin de texto)	35	23h	#	67	43h	C	99	63h	c	131	83h	â	163	A3h	ó	195	C3h	ł	227	E3h	Ü
04	04h	EOT (fin transmisión)	36	24h	\$	68	44h	D	100	64h	d	132	84h	ã	164	A4h	ñ	196	C4h	ł	228	E4h	Ý
05	05h	ENQ (enquiry)	37	25h	%	69	45h	E	101	65h	e	133	85h	ä	165	A5h	Ñ	197	C5h	ł	229	E5h	ÿ
06	06h	ACK (acknowledgement)	38	26h	&	70	46h	F	102	66h	f	134	86h	å	166	A6h	ª	198	C6h	ł	230	E6h	µ
07	07h	BEL (timbre)	39	27h	'	71	47h	G	103	67h	g	135	87h	ç	167	A7h	º	199	C7h	ł	231	E7h	þ
08	08h	BS (retroceso)	40	28h	(72	48h	H	104	68h	h	136	88h	è	168	A8h	»	200	C8h	ł	232	E8h	ÿ
09	09h	HT (tab horizontal)	41	29h)	73	49h	I	105	69h	i	137	89h	é	169	A9h	»	201	C9h	ł	233	E9h	ÿ
10	0Ah	LF (salto de línea)	42	2Ah	*	74	4Ah	J	106	6Ah	j	138	8Ah	ê	170	AAh	»	202	CAh	ł	234	EAh	ÿ
11	0Bh	VT (tab vertical)	43	2Bh	+	75	4Bh	K	107	6Bh	k	139	8Bh	ï	171	ABh	¼	203	CBh	ł	235	EBh	ÿ
12	0Ch	FF (form feed)	44	2Ch	,	76	4Ch	L	108	6Ch	l	140	8Ch	î	172	ACh	½	204	CAh	ł	236	ECh	ÿ
13	0Dh	CR (retorno de carro)	45	2Dh	-	77	4Dh	M	109	6Dh	m	141	8Dh	ï	173	ADh	¾	205	CDh	ł	237	EDh	ÿ
14	0Eh	SO (shift Out)	46	2Eh	.	78	4Eh	N	110	6Eh	n	142	8Eh	Ā	174	A Eh	«	206	CEh	ł	238	EEh	ÿ
15	0Fh	SI (shift In)	47	2Fh	/	79	4Fh	O	111	6Fh	o	143	8Fh	Ă	175	AFh	»	207	CFh	ł	239	EFh	ÿ
16	10h	DLE (data link escape)	48	30h	0	80	50h	P	112	70h	p	144	90h	Ä	176	B0h	»	208	D0h	ł	240	F0h	ÿ
17	11h	DC1 (device control 1)	49	31h	1	81	51h	Q	113	71h	q	145	91h	Å	177	B1h	»	209	D1h	ł	241	F1h	±
18	12h	DC2 (device control 2)	50	32h	2	82	52h	R	114	72h	r	146	92h	Æ	178	B2h	»	210	D2h	ł	242	F2h	±
19	13h	DC3 (device control 3)	51	33h	3	83	53h	S	115	73h	s	147	93h	ß	179	B3h	»	211	D3h	ł	243	F3h	±
20	14h	DC4 (device control 4)	52	34h	4	84	54h	T	116	74h	t	148	94h	à	180	B4h	»	212	D4h	ł	244	F4h	±
21	15h	NAK (negative acknowle.)	53	35h	5	85	55h	U	117	75h	u	149	95h	ā	181	B5h	»	213	D5h	ł	245	F5h	±
22	16h	SYN (synchronous idle)	54	36h	6	86	56h	V	118	76h	v	150	96h	â	182	B6h	»	214	D6h	ł	246	F6h	±
23	17h	ETB (end of trans. block)	55	37h	7	87	57h	W	119	77h	w	151	97h	ă	183	B7h	»	215	D7h	ł	247	F7h	±
24	18h	CAN (cancel)	56	38h	8	88	58h	X	120	78h	x	152	98h	ā	184	B8h	»	216	D8h	ł	248	F8h	±
25	19h	EM (end of medium)	57	39h	9	89	59h	Y	121	79h	y	153	99h	ā	185	B9h	»	217	D9h	ł	249	F9h	±
26	1Ah	SUB (substitute)	58	3Ah	:	90	5Ah	Z	122	7Ah	z	154	9Ah	Ă	186	BAh	»	218	DAh	ł	250	FAh	±
27	1Bh	ESC (escape)	59	3Bh	;	91	5Bh	[123	7Bh	{	155	9Bh	ä	187	BBh	»	219	DBh	ł	251	FBh	±
28	1Ch	FS (file separator)	60	3Ch	<	92	5Ch	\	124	7Ch		156	9Ch	Å	188	BCh	»	220	DAh	ł	252	FCh	±
29	1Dh	GS (group separator)	61	3Dh	=	93	5Dh]	125	7Dh	}	157	9Dh	æ	189	BDh	»	221	DAh	ł	253	FDh	±
30	1Eh	RS (record separator)	62	3Eh	>	94	5Eh	^	126	7Eh	~	158	9Eh	ā	190	BEh	»	222	DEh	ł	254	FEh	±
31	1Fh	US (unit separator)	63	3Fh	?	95	5Fh	_				159	9Fh	č	191	BFh	»	223	DFh	ł	255	FFh	±

Referencias

- Martínez, Sergio L. Principios Digitales y Circuitos Lógicos. 2da Edición. Editorial de la Universidad Nacional de Jujuy EDIUNJU. 2010
- Wakerly, John F. Diseño digital. Principios y prácticas. 3ª edición. Ed. Prentice–Hall. 2001
- Flórez Fernández, Héctor Arturo. Diseño lógico: fundamentos de electrónica digital. Bogotá. Ediciones de la U. 2010.
- Tokheim, Roger L. Fundamentos de los Microprocesadores. Madrid. McGraw-Hill. 1992