

Minimización de una función usando el Método Tabular de Quine-McCluskey.

Este método es adecuado para minimizar funciones lógicas de 6 variables ó más. Al igual que en el método de Karnaugh, la esencia de este método es agrupar términos adyacentes, en los que la variable que aparece tanto directa como negada será eliminada, pero el procedimiento ya no es gráfico sino que se utilizan ordenamientos tabulares y un algoritmo de minimización, lo que independiza al método de la cantidad de variables de la función.

Se parte de una función estrictamente canónica. Se crea una primera tabla que contiene los términos algebraicos (si está en formato algebraico) y se incorpora una segunda columna que contenga el equivalente decimal del término canónico (columna DEC). Una tercera columna contendrá la representación binaria de tales términos (0 para variables negadas y 1 para variables directas). Se incorpora una cuarta columna que contendrá el número índice de cada término. Este número indica la cantidad de unos (1) que tiene la representación binaria.

TERMINO	DEC	BINARIO	INDICE
$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}$	0	0000	0
$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d$	1	0001	1
$\bar{a} + \bar{b} + c + \bar{d}$	2	0010	1
$\bar{a} + \bar{b} + c + d$	3	0011	2
$\bar{a} + b + \bar{c} + \bar{d}$	4	0100	1
$\bar{a} + b + \bar{c} + d$	5	0101	2
$\bar{a} + b + c + \bar{d}$	6	0110	2
$\bar{a} + b + c + d$	7	0111	3
$a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}$	8	1000	1
$a + \bar{b} + \bar{c} + d$	9	1001	2
$a + b + \bar{c} + \bar{d}$	12	1100	2
$a + b + \bar{c} + d$	13	1101	3

Se puede considerar que este paso equivale en Karnaugh a ubicar los términos sobre el mapa.

En una segunda tabla se procede a ordenar cada fila de la tabla anterior de acuerdo al número de índice creciente.

A partir de esta tabla, ya no es necesario escribir las expresiones algebraicas de cada término. Con la referencia decimal y binaria es suficiente.

Es conveniente incorporar una columna adicional (identificada como N/C), para marcar en ella aquellos términos que no participen en el proceso de combinación de términos adyacentes para la tabla siguiente.

Nótese que en este método, la ordenación por índice equivale en el método de Karnaugh a la disposición cercana de términos adyacentes para ser enlazados.

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
0	0000	0	
1	0001	1	
2	0010		
4	0100		
8	1000		
3	0011	2	
5	0101		
6	0110		
9	1001		
12	1100	3	
7	0111		
13	1101		

En una tercera tabla se procede a combinar cada término de un valor índice con cada término del índice siguiente. La combinación sólo se puede realizar si el par de términos considerados (uno de cada índice) tiene adyacencia, es decir, difieren en una sola variable. La combinación realizada se marca en la columna DEC con los números decimales de los términos combinados y en la columna BINARIO colocando un guión en el lugar de la variable que estaba directa y negada en el par combinado.

Se crea una nueva valoración para la columna ÍNDICE, porque estos van a cambiar con el par combinado.

Nótese que en esta parte del proceso, la combinación de todos los pares de términos adyacentes equivale a la generación de todos los grupos de 2 marcas en el mapa de Karnaugh.

DEC	BINARIO	ÍNDICE	N/C
0-1	000_	0	
0-2	00_0		
0-4	0_00		
0-8	_000		
1-3	00_1	1	
1-5	0_01		
1-9	_001		
2-3	001_		
2-6	0_10		
4-5	010_		

En una tabla siguiente se procede a combinar cada grupo de un valor índice con cada grupo del índice siguiente de la tabla anterior. Nuevamente la combinación solo procede si el par de grupos considerados (uno de cada índice) tiene adyacencia, es decir, difieren en una sola variable. La combinación realizada se marca en la columna DEC con los números decimales de los grupos combinados y en la columna BINARIO colocando un guión en el lugar de la variable que estaba directa y negada en el par combinado.

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
4-6	0 1 _ 0	1	
4-12	_ 1 0 0		
8-9	1 0 0 _		
8-12	1 _ 0 0		
3-7	0 _ 1 1	2	
5-7	0 1 _ 1		
5-13	_ 1 0 1		
6-7	0 1 1 _		
9-13	1 _ 0 1		
12-13	1 1 0 _		

Esta fase del proceso, equivale en Karnaugh, a formar todos los grupos posibles de 4 marcas.

Si algún grupo de la tabla anterior no ha sido utilizado para generar un grupo de la tabla actual, se marca en la columna N/C. Esto significa que tal grupo no puede constituir grupo mayor (no tiene adyacencias) y posiblemente formará parte de la función mínima.

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
0-1,2-3	00__	0	
0-1,4-5	0_0_		
0-1,8-9	_00_		
0-2,1-3	00__		
0-2,4-6	0__0		
0-4,1-5	0_0_		
0-4,2-6	0__0		
0-4,8-12	__00		
0-8,1-9	_00_		
0-8,4-12	__00		

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
1-3,5-7	0__1	1	
1-5,3-7	0__1		
1-5,9-13	__01		
1-9,5-13	_ _01		
2-3,6-7	0_1_		

En tanto sea posible, se continúa con el mismo proceso a partir de la tabla anterior, tratando de combinar los grupos de 4 para formar grupos de 8. En la tabla anterior se observa que han quedado formados grupos redundantes (por ejemplo 0-1,2-8 y 0-2,1-3) que tienen la misma conformación binaria. Estos grupos se eliminan (por aplicación de la propiedad de idempotencia). Quitando los grupos redundantes las tablas quedan así:

2-6,3-7	0_1_		
4-5,6-7	0 1 _ _		
4-5,12-13	_ 1 0 _		
4-6,5-7	0 1 _ _		
4-12,5-13	_ 1 0 _		
8-9,12-13	1 _ 0 _		
8-12,9-13	1 _ 0 _		

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
0-1,2-3	0 0 _ _	0	
0-1,4-5	0 _ 0 _		
0-1,8-9	_ 0 0 _		
0-2,4-6	0 _ _ 0		
0-4,8-12	_ _ 0 0		

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
1-3,5-7	0 _ _ 1	1	
1-5,9-13	_ _ 0 1		
2-3,6-7	0 _ 1 _		
4-5,6-7	0 1 _ _		
4-5,12-13	_ 1 0 _		
8-9,12-13	1 _ 0 _		

Se prosigue a combinar nuevamente los grupos de INDICE 0 con los grupos de INDICE 1.

Se puede observar que no hizo falta colocar marcas en la columna COMB, lo que indica que se usaron todos los términos y los grupos forman parte de grupos más grandes.

Se obtuvo una última tabla y ya no se itera más porque quedó un solo grupo de INDICE 0.

Nuevamente se eliminan los términos redundantes y queda:

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
0-1,2-3,4-5,6-7	0 ___	0	
0-1,4-5,2-8,6-7	0 ___		
0-1,4-5,8-9,12-13	__ 0 _		
0-1,8-9,4-5,12-13	__ 0 _		
0-2,4-6,1-3,5-7	0 ___		
0-4,8-12,1-5,9-13	__ 0 _		

Para comparar con el proceso de Karnaugh, puede decirse que en estas instancias han quedado formados 2 grupos de 8 términos.

Como el proceso no puede continuar con más combinaciones (es decir no se pueden formar grupos de 16 marcas), se procede a generar la tabla final, llamada tabla de implicants primos. En esta tabla se disponen de tantas columnas como términos canónicos tiene la función

DEC	BINARIO	INDICE	N/C
0-1,2-3,4-5,6-7	0 ___	0	
0-1,4-5,8-9,12-13	__ 0 _		

original; y de tantas filas como grupos hayan quedado en la última tabla de formación de grupos, más todos aquellos grupos o términos marcados en las tablas anteriores que no hayan sido combinados (en este ejemplo no se presentó este caso)

IMPLICANTES PRIMOS	TÉRMINOS CANÓNICOS											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	12	13
0-1,2-3,4-5,6-7 ←	x	X	x		x	x	x	x	x			
0-1,4-5,8-9,12-13 ←	x	X			x	x			x	x	x	x
IMP. PRIMOS ESENCIALES			ES				ES	ES		ES	ES	ES

En la columna de IMPLICANTES PRIMOS, se disponen todos los grupos formados y se marcan en las columnas de los términos canónicos, aquellos que forman parte de cada grupo. El proceso final consiste en determinar cuáles de los grupos formados constituyen implicantes primos esenciales. Ellos se reconocen porque tienen una única marca en alguna columna de los términos canónicos, que es puesto en evidencia sobre la línea final de esta tabla identificada como IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES.

Esta fase del proceso es realizada implícitamente en el método de Karnaugh al trazar los lazos que formarán los grupos. En Karnaugh se pueden visualizar directamente los grupos más grandes y crear luego los grupos menores en orden. En Quine

McCluskey la formación de grupos no es gráfica, por ello se procede a formar todos los grupos posibles en orden creciente hasta llegar a los mayores. La tabla de implicantes primos ayuda a depurar las redundancias.

En la tabla de este ejemplo, se observa que los dos implicantes primos son implicantes primos esenciales, es decir que ambos formarán parte de la función minimizada.

Finalmente, el patrón binario formado para cada grupo esencial indica las variables que se eliminan al haber quedado representadas por guiones.

Grupo [0-1,2-3,4-5,6-7] \rightarrow patrón binario 0 _ _ _ \rightarrow patrón de variables (a.b.c.d), elimina b, c y d

Grupo [0-1,4-5,8-9,12-13] \rightarrow patrón binario _ _ 0 _ \rightarrow patrón de variables (a.b.c.d), elimina a, b y d.

Nótese, al igual que en el método de Karnaugh, grupos de 2^n términos eliminan n variables.

La función final minimizada tiene la forma: $f(a,b,c,d)=\bar{a}+\bar{c}$