Para la siguiente expresión lógica:

$$\overline{\overline{b} + \overline{a.\overline{c}}} + \overline{a \oplus b.\overline{c}} + \overline{c + \overline{a}} = a.\overline{c} + \overline{a}.(\overline{b} + c)$$

1. Determinar si es una identidad aplicando las leyes del álgebra binaria.
2. Comprobar el resultado obtenido utilizando tabla de verdad.

1. Determinar si es una identidad aplicando las leyes del álgebra binaria.

El proceso de demostración de una identidad del álgebra binaria en forma algebraica, consiste en aplicar en forma conveniente las leyes del álgebra binaria (axiomas y postulados) a uno de sus miembros para obtener el otro.

A partir de la identidad inicial, se trabaja siempre sobre uno de los miembros, manteniendo al otro sin modificaciones, para asegurar que este último no se contamine con una eventual operación ilegal.

Además, para llegar al resultado correcto es necesario conocer y dominar el uso de las leyes, para poder aplicarlas cuando resulte conveniente. Dentro del campo lógico-binario, estas leyes aportan un concepto similar al de las propiedades de las funciones del álgebra decimal. De igual forma que en el álgebra decimal, se dividen en dos grandes grupos: los axiomas y los postulados.

Axiomas

Leyes conmutativas	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Leyes asociativas	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
Leyes distributivas	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
Leyes de tautología	$A + 0 = A$	$A \cdot 1 = A$
Leyes del complemento	$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$
Leyes de idempotencia	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
Leyes de invarianza	$A + 1 = 1$	$A \cdot 0 = A$
Ley de involución	$\overline{\overline{A}} = A$	$\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$

Postulados

Ley de dualidad	Las identidades se mantienen si se intercambian 0 por 1 y viceversa, y OR por AND y viceversa	
Leyes de absorción	$A \cdot (A + B) = A$ $A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$	$A + A \cdot B = A$ $(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$
Leyes de De Morgan	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ $\overline{A + B + C + D + \ldots} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \ldots$	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ $\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot \ldots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} + \ldots$

Para el ejemplo dado, resulta el siguiente desarrollo:

$\overline{\overline{b} + \overline{a\overline{c}}} + \overline{a \oplus b\overline{c}} + \overline{c + \overline{a}}$ .... $= a\overline{c} + \overline{a}(\overline{b} + c)$ identidad inicial

$\overline{\overline{b}}\,\overline{\overline{a\overline{c}}} + \overline{a \oplus b\overline{c}} + \overline{c}\overline{\overline{a}}$ .... $= a\overline{c} + \overline{a}(\overline{b} + c)$ por ley de De Morgan

$ab\overline{c} + \overline{a \oplus b\overline{c}} + a\overline{c}$ .... $= a\overline{c} + \overline{a}(\overline{b} + c)$ por ley de involución y ordenamiento de variables

$ab\overline{c} + ab\overline{c} + \overline{a}\,\overline{b\overline{c}} + a\overline{c}$ .... $= a\overline{c} + \overline{a}(\overline{b} + c)$ por desarrollo de XNOR

$ab\bar{c} + \bar{a}\overline{bc} + a\bar{c}$ ....$=a\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c)$ por ley de idempotencia

$ab\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + \bar{\bar{c}}) + a\bar{c}$..$= a\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c)$ por ley de De Morgan

$ab\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c) + a\bar{c}$..$= a\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c)$ por ley de involución

$a\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c)$ ....$=a\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c)$ por ley de absorción

Por lo tanto se verifica la identidad

2. Comprobación del resultado obtenido utilizando tabla de verdad.

Debido a que la TV contiene todas las posibles valuaciones de una expresión lógica este método también se conoce como método de inducción completa, que consiste simplemente en “verificar” que la identidad se cumple para todos los posibles valores que pueda tomar la identidad bajo prueba.

En otras palabras, este método se resume en la creación de la tabla de verdad de las expresiones de los dos miembros. Para este caso:

a	b	c	$\overline{\overline{b} + \overline{a\overline{c}}}$	$\overline{a \oplus b\overline{c}}$	$\overline{c + \overline{a}}$	$\overline{\overline{b} + \overline{a\overline{c}}} + \overline{a \oplus b\overline{c}} + \overline{c + \overline{a}}$	$a\overline{c}$	$\overline{a}(\overline{b} + c)$	$a\overline{c} + \overline{a}(\overline{b} + c)$
0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
						primer miembro			**segundo miembro**

Queda demostrado.

📖📖📖