Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Jujuy

TÉCNICAS Y ESTRUCTURAS DIGITALES

Práctica de Funciones Canónicas

¿Qué es una función canónica?

- Una función canónica es una función lógica formada por términos canónicos.
- Los términos canónicos pueden corresponder a sumas de productos (minitérminos) o a productos de sumas (maxitérminos).

$$\boldsymbol{A \cdot \overline{B} \cdot C \ldots + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \ldots + \ldots + A \cdot B \cdot C \ldots} \quad \text{minitérminos}$$

$$(\boldsymbol{A} + \overline{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{C} + \ldots) \cdot (\overline{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{B} + \overline{\boldsymbol{C}} + \ldots) \cdot \ldots \cdot (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} + \boldsymbol{C} + \ldots) \quad \text{maxitérminos}$$

- En cada término de una función canónica deben aparecer todas las variables de la función ya sea que se presenten directas o negadas.
- Para cualquier función lógica es posible encontrar la equivalente función canónica.

Teorema de Existencia de Funciones Canónicas (1)

- *Toda función lógica puede expresarse como una función canónica de tipo suma de productos (∑∏) o producto de sumas (∏∑).*
- Por ejemplo: dada la función $F(a,b,c) = (a + \overline{b \cdot c}) \oplus b$

a	b	c	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Formato ∑∏

1: Variable Directa – 0: Variable Negada

$$F(a,b,c) = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\cdot F(0,0,0) + \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot c\cdot F(0,0,1) + \bar{a}\cdot b\cdot\bar{c}\cdot F(0,1,0) + \bar{a}\cdot b\cdot c\cdot F(0,1,1) + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\cdot F(1,0,0) + a\cdot\bar{b}\cdot c\cdot F(1,0,1) + a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot F(1,1,0) + a\cdot b\cdot c\cdot F(1,1,1)$$

$$F(a,b,c) = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\cdot 1 + \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot c\cdot 1 + \bar{a}\cdot b\cdot\bar{c}\cdot 0 + \bar{a}\cdot b\cdot c\cdot 1 + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\cdot 1 + a\cdot\bar{b}\cdot c\cdot 1 + a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot 0 + a\cdot b\cdot c\cdot 0$$

$$F(a,b,c) = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot c + \bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot\bar{b}\cdot c$$

Teorema de Existencia de Funciones Canónicas (2)

- *Toda función lógica puede expresarse como una función canónica de tipo suma de productos (∑∏) o producto de sumas (∏∑).*
- Por ejemplo: dada la función $F(a,b,c) = (a + \overline{b \cdot c}) \oplus b$

a	b	c	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Formato ∏∑

0: Variable Directa – 1: Variable Negada

$$F(a,b,c) = (a+b+c+F(0,0,0)) \cdot (a+b+\bar{c}+F(0,0,1)) \cdot (a+\bar{b}+c+F(0,1,0)) \cdot (a+\bar{b}+\bar{c}+F(0,1,1)) \cdot (\bar{a}+b+c+F(1,0,0)) \cdot (\bar{a}+b+\bar{c}+F(1,0,1)) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+c+F(1,1,0)) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+F(1,1,1))$$

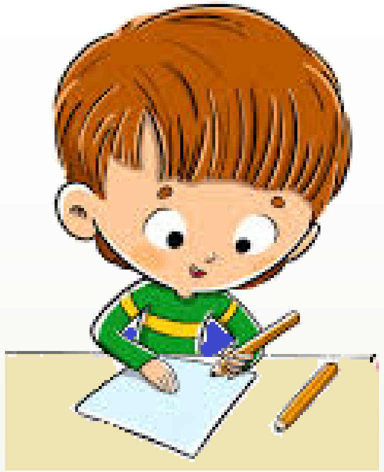
$$F(a,b,c) = (a+b+c+1) \cdot (a+b+\bar{c}+1) \cdot (a+\bar{b}+c+0) \cdot (a+\bar{b}+\bar{c}+1) \cdot (\bar{a}+b+c+1) \cdot (\bar{a}+b+\bar{c}+1) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+c+0) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+0)$$

$$F(a,b,c) = (a+\bar{b}+c) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+c) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})$$

Formato de Funciones Canónicas

- Algebraico
  - Suma de Productos $\boldsymbol{F}(\mathrm{w,x,y,z}) = w \cdot \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{w} \cdot \bar{x} \cdot y \cdot z + w \cdot x \cdot y \cdot z$
  - Producto de Sumas $\boldsymbol{F}(\mathrm{a,b,c}) = (\bar{a} + b + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c) \cdot (a + \bar{b} + c) \cdot (a + b + \bar{c})$
- Numérico
  - Suma de Productos $\sum_4 (3, 10, 15)$
  - Producto de Sumas $\prod_3 (1, 2, 5, 6)$

Leyes del Álgebra Binaria (recordatorio)



- Tautología
  - $A \cdot 1 = A$
  - $A + 0 = A$
- Complemento
  - $A \cdot \overline{A} = 0$
  - $A + \overline{A} = 1$
- Distributiva
  - $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$ (producto respecto suma)
  - $A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$ (suma respecto a producto)

Formato Algebraico (1)

- Por Método Algebraico
  - Consiste en aplicar convenientemente las leyes del álgebra binaria para obtener el formato canónico deseado.
  - Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\overline{A}+C)\cdot\overline{\overline{A\cdot\overline{B+C}}}}$ obtenga, algebraicamente, el formato $\sum\prod$

$$F(A,B,C) = \overline{\overline{A}+C} + \overline{\overline{A\cdot\overline{B+C}}}$$ De Morgan

$$F(A,B,C) = \overline{\overline{A}}\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B+C}$$ De Morgan e Involución

$$F(A,B,C) = A\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$ Involución y De Morgan **Pseudocanónica**

$$F(A,B,C) = A\cdot 1\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$ Tautología

$$F(A,B,C) = A\cdot(B+\overline{B})\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$ Complemento

$$F(A,B,C) = A\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$ Distributiva (producto respecto a suma)

$$F(A,B,C) = A\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$ Idempotencia

Formato Algebraico (2)

- Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\overline{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, algebraicamente, el formato $\prod\sum$

$\boldsymbol{F(A,B,C) = \overline{\overline{A} + C} + \overline{\overline{A \cdot \overline{B + C}}}}$ De Morgan

$\boldsymbol{F(A,B,C) = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B + C}}$ De Morgan e Involución

$\boldsymbol{F(A,B,C) = A \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}$ Involución y De Morgan **Pseudocanónica**

$\boldsymbol{F(A,B,C) = (A \cdot \overline{C} + A) \cdot (A \cdot \overline{C} + \overline{B}) \cdot (A \cdot \overline{C} + \overline{C})}$ Distributiva (suma respecto a producto)

$\boldsymbol{F(A,B,C) = (A + A) \cdot (A + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{C}) \cdot (\overline{C} + \overline{C})}$ Distributiva (suma respecto a producto)

$\boldsymbol{F(A,B,C) = A \cdot (A + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{C}) \cdot \overline{C}}$ Idempotencia

Formato Algebraico (3)

- Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\overline{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\overline{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, algebraicamente, el formato $\prod\sum$

$$F(A,B,C) = A \cdot (A + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{C}) \cdot \overline{C}$$

Idempotencia **Pseudocanónica**

$$F(A,B,C) = (A + 0 + 0) \cdot (A + 0 + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + 0) \cdot (0 + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + 0 + \overline{C}) \cdot (0 + 0 + \overline{C})$$

Tautología

$$F(A,B,C) = (A + B \cdot \overline{B} + C \cdot \overline{C}) \cdot (A + B \cdot \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + C \cdot \overline{C}) \cdot (A \cdot \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + B \cdot \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A \cdot \overline{A} + B \cdot \overline{B} + \overline{C})$$

Complemento

$$F(A,B,C) = (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C}) \cdot (A + B + C) \cdot \cancel{(A + \overline{B} + \overline{C})} \cdot \cancel{(A + B + \overline{C})} \cdot \cancel{(A + \overline{B} + C)} \cdot \cancel{(A + \overline{B} + C)} \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot \cancel{(A + \overline{B} + \overline{C})} \cdot \cancel{(A + \overline{B} + \overline{C})} \cdot \cancel{(A + B + \overline{C})} \cdot \cancel{(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})} \cdot (\overline{A} + B + \overline{C}) \cdot \cancel{(A + \overline{B} + \overline{C})} \cdot \cancel{(A + B + \overline{C})}$$

Distributiva (suma respecto a producto)

$$F(A,B,C) = (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C}) \cdot (A + B + C) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C})$$

Idempotencia

Formato Algebraico (4)

- Por Tabla de Verdad
  - Los términos canónicos se obtienen a partir de la TV, asociando las salidas en estado 1 con el formato ∑∏ y las salidas 0 con el formato ∏∑.
  - Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\overline{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, por TV, el formato ∑∏

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

1: Variable Directa – 0: Variable Negada

$$\boldsymbol{F(A,B,C)} = \mathrm{A} \cdot \overline{\mathrm{B}} \cdot \overline{\mathrm{C}} + \mathrm{A} \cdot \mathrm{B} \cdot \overline{\mathrm{C}}$$

Formato Algebraico (5)

- Por Tabla de Verdad
  - Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\bar{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, por TV, el formato $\prod\sum$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

0: Variable Directa – 1: Variable Negada

SÓLO DESDE TV

$$\boldsymbol{F(A,B,C)} = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

Formato Numérico (1)

- Por Método Algebraico
  - Consiste en aplicar convenientemente las leyes del álgebra binaria para obtener el formato canónico algebraico deseado. Y luego, transformar cada término a su equivalente decimal.
  - Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\bar{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, algebraicamente, el formato numérico $\sum\prod$

$$F(A,B,C) = A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Negado: 0
Directo: 1

1 1 0

1 0 0

6

4

$$\sum\nolimits_{3}(4,6)$$

Formato Numérico (2)

- Por Método Algebraico
  - Por ejemplo: dada la función $F(A,B,C) = \overline{(\bar{A} + C) \cdot \overline{A \cdot \overline{B + C}}}$ obtenga, algebraicamente, el formato numérico $\prod \sum$

$$F(A,B,C) = (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C})$$

Negado: 0 Directo: 1	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1	0 0 0	0 1 0
	4	5	6	7	0	2

$$\prod\nolimits_3 (0, 2, 4, 5, 6, 7)$$

Formato Numérico (3)

- Por Tabla de Verdad
  - Los términos canónicos se obtienen a partir de la TV, asociando las salidas en estado 1 con el formato ∑∏ y las salidas 0 con el formato ∏∑.
  - Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\overline{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, por TV, el formato ∑∏

∑∏	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

$$\sum\nolimits_{\mathbf{3}}(\mathbf{4}, \mathbf{6})$$

Formato Algebraico (5)

- Por Tabla de Verdad
  - Por ejemplo: dada la función $\boldsymbol{F(A,B,C)} = \overline{(\overline{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{C}) \cdot \overline{\boldsymbol{A} \cdot \overline{\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}}}}$ obtenga, por TV, el formato ∏∑

∏∑	A	B	C	F
7	0	0	0	0
6	0	0	1	0
5	0	1	0	0
4	0	1	1	0
3	1	0	0	1
2	1	0	1	0
1	1	1	0	1
0	1	1	1	0

$$\prod\nolimits_{3}(\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7})$$

Conversión de Numéricas

- Es posible pasar de un formato numérico a otro aplicando el siguiente proceso:
  - Deben identificarse los términos faltantes (argumentos) en la función canónica numérica.
  - Se resta a **2^n-1** el valor de cada término faltante, siendo *n* la cantidad de variables de la función.
  - Los valores obtenidos constituyen los argumentos de la otra forma canónica numérica.

$$\prod_3(0,2,4,5,6,7) \Rightarrow \sum_3(4,6) \qquad \sum_3(4,6) \Rightarrow \prod_3(0,2,4,5,6,7)$$

Faltantes: 1, 3	**Faltantes: 0, 1, 2, 3, 5, 7**
2^3-1=7 → 7 – 1, 3	**2^3-1=7 → 7 - 0, 1, 2, 3, 5, 7**
Términos: 6, 4	**Términos: 7, 6, 5, 4, 2, 0**

De Numéricas a Algebraicas

- Por ejemplo: dada la siguiente función canónica numérica ∏∑ obtenga la función canónica algebraica correspondiente.

$$\prod\nolimits_{3}(0, 2, 4, 5, 6, 7)$$

0 0 0	0 1 0	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1

0: Negado
1: Directo

$$F(A,B,C) = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + B + C)$$