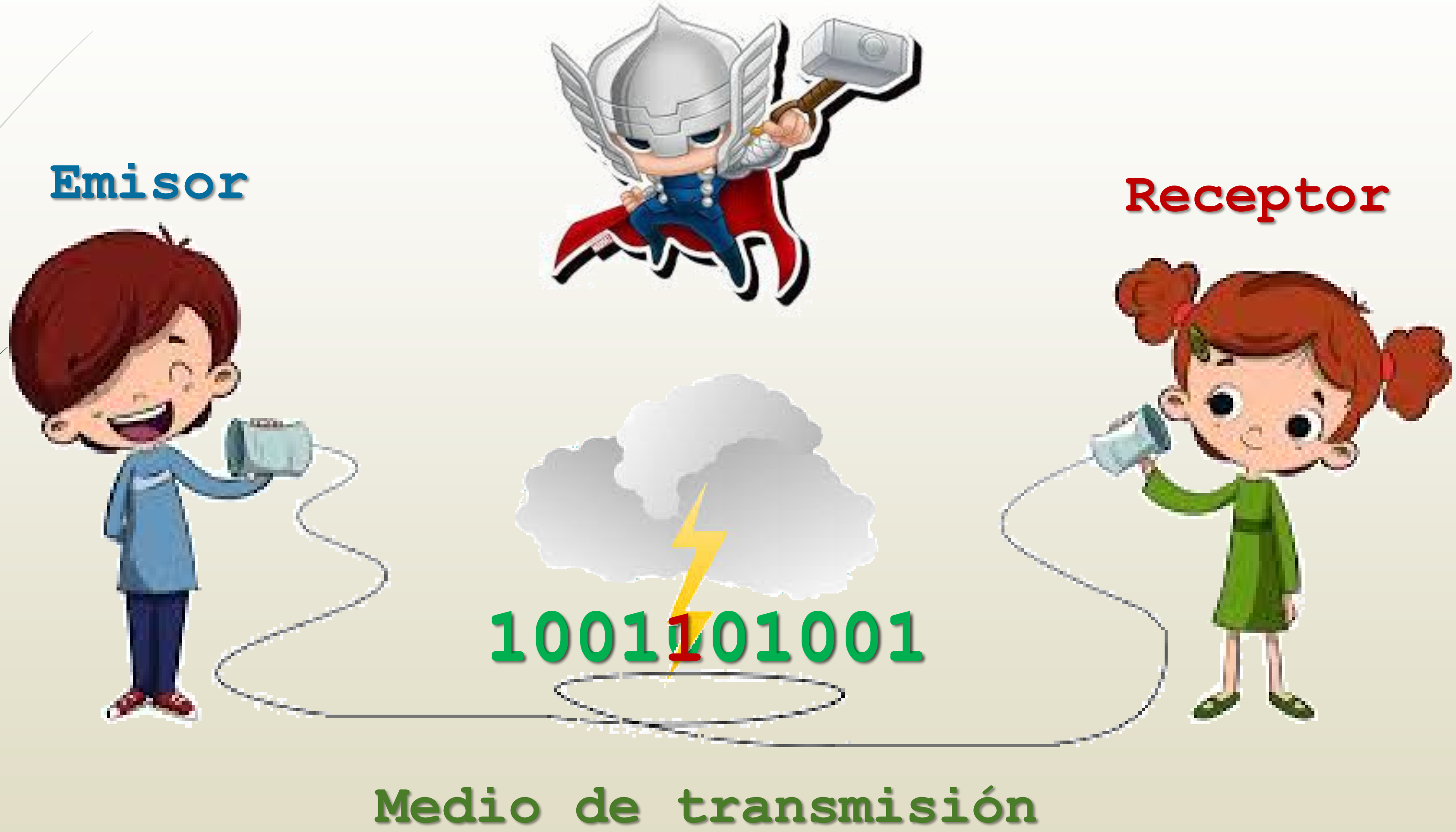
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Jujuy

TÉCNICAS Y ESTRUCTURAS DIGITALES

Práctica de Detección y Corrección de Errores

Comunicación



Código binarios

Binario Natural

0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

0 0 1

1 0 1

BCD Johnson

0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	0
7	1	1	1	0	0
8	1	1	0	0	0
9	1	0	0	0	0

0 0 0 0 1

0 1 0 0 1

1 1 0 0 0

1 1 1 0 0

Detección y Corrección de Errores

- Distancia Mínima
  - Detección de Errores = $d_{min} - 1$
  - Corrección de errores = $\frac{d_{min}-1}{2}$
- Técnicas de Redundancia
  - Retransmisión
  - Códigos M de N
  - Bit de Paridad
  - Paridad Horizontal y Vertical
  - Paridad Entrelazada
- Corrección de Errores
  - Códigos Hamming
- Redundancia
  - $\mathrm{R} = 1 - \frac{bits\ de\ información}{total\ de\ bits}$
- Eficiencia
  - $\mathrm{E} = \frac{bits\ de\ información}{total\ de\ bits}$

Distancia Mínima

- Detección de Errores = $d_{min} - 1$

Gray

0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0

$D_{mín}$=1

Errores Detectados 1-1=0

BCD 2 de 5

	0	1	2	3	6
0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0
2	1	0	1	0	0
3	1	0	0	1	0
4	0	1	0	1	0
5	0	0	1	1	0
6	1	0	0	0	1
7	0	1	0	0	1
8	0	0	1	0	1
9	0	0	0	1	1

$D_{mín}$=2

Errores Detectados 2-1=1

Distancia Mínima

- Corrección de Errores = $\frac{d_{min}-1}{2}$

Gray

0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0

$D_{mín}$=1

Errores Corregibles (1-1)/2=0

BCD 2 de 5

	0	1	2	3	6
0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0
2	1	0	1	0	0
3	1	0	0	1	0
4	0	1	0	1	0
5	0	0	1	1	0
6	1	0	0	0	1
7	0	1	0	0	1
8	0	0	1	0	1
9	0	0	0	1	1

$D_{mín}$=2

Errores Corregibles (2-1)/2=0,5

Retransmisión

- Se envía 2 veces el mismo conjunto de datos para realizar la verificación.

Códigos M de N

- Los códigos M de N tienen distancia mínima > 1

Propiedades

Ciclo: 01100 y 00011 ?

Continuidad: 10010 y 01010?

Distancia mínima: 10010 y 10001 ?

Capacidad de Codificación: 5!/(2!*(5-2)!)

$$cc = \frac{N!}{M!(N-M)!}$$

donde

- cc = capacidad de codificación
- M = cantidad de bits de marcación
- N = cantidad total de bits

Ley de formación: Ponderado (0,1,2,3,6)

BCD 2 de 5

	0	1	2	3	6
0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0
2	1	0	1	0	0
3	1	0	0	1	0
4	0	1	0	1	0
5	0	0	1	1	0
6	1	0	0	0	1
7	0	1	0	0	1
8	0	0	1	0	1
9	0	0	0	1	1

Bit de Paridad

- Se adiciona un bit (redundante) para aumentar la $d_{mín}$ del código.

Binario Natural			Sufijo (Impar)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$D_{mín}=2$

Código Johnson		Central (Par)		
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	0	0	1	1
0	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0
1	1	0	0	0
1	0	1	0	0

$D_{mín}=2$

Prefijo (Par)	Código Gray		
0	0	0	0
1	0	0	1
0	0	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1
0	1	0	1
1	1	0	0

$D_{mín}=2$

Paridad Vertical y Horizontal

- Se protege un bloque de datos (matriz) con bits de paridad por filas (horizontal) y columnas (vertical)
- Por ejemplo: 3294_{10}= 0011 0010 1001 0100 (BCD Natural)

Paridad Par

				Horizontal
0	0	1	1	0
0	0	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	1	0	0	0

Vertical

Control de Paridad

Paridad Impar

0	0	1	1	1
0	0	1	0	0
1	0	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0

Paridad Entrelazada

- Se adicionan 2 bits de paridad, uno que controla los dígitos de las posiciones impares y otro para las posiciones pares.

D_6	D_5	D_4	D_3	D_2	D_1	Control Pares	Control Impares
1	0	1	1	0	0	1	0
						Paridad Impar	Paridad Impar

Códigos Hamming (1)

- Según la teoría de Hamming, para detectar y corregir un error de 1 bit en un código de *n bits* de distancia mínima 1, es necesario agregar *p bits* de paridad, de modo que

$$2^p >= n + p + 1$$

- Por ejemplo, dado un código de 4 bits

$2^1 >= 4 + 1 + 1$ — $2 >= 6$

$2^2 >= 4 + 2 + 1$ — $4 >= 7$

$2^3 >= 4 + 3 + 1$ — $8 >= 8$

Códigos Hamming (2)

- ¿Cómo se organizan los bits de paridad? ¿prefijos? ¿sufijos?

$$P_i \text{ (i es potencia de 2)}$$

- Por ejemplo, dado un código de 4 bits

1	0	1		1		
D_7	D_6	D_5	P_4	D_3	P_2	P_1
1	0	1	?	1	?	?

Códigos Hamming (3)

- ¿Cuáles son los bits controlados por cada P_i?

P_4 controla D7, D6, D5

P_2 controla D7, D6, D3

P_1 controla D7, D5, D3

- ¿Cómo puedo recordar esto?

7 = 1 + 2 + 4
6 = 2 + 4
5 = 1 + 4
3 = 1 + 2

P_4 controla D7, D6, D5
P_2 controla D7, D6, D3
P_1 controla D7, D5, D3

Códigos Hamming (4)

- Ejemplo: Proteja, aplicando el método de Hamming (paridad impar), el valor 17_{10} codificado en BCD Natural.

1 7

0001 0111

D_7	D_6	D_5	P_4	D_3	P_2	P_1
0	0	0	1	1	0	0

D_7	D_6	D_5	P_4	D_3	P_2	P_1
0	1	1	1	1	1	1

Códigos Hamming (5)

BCD XS-3	
0	0 0 1 1
1	0 1 0 0
2	0 1 0 1
3	0 1 1 0
4	0 1 1 1
5	1 0 0 0
6	1 0 0 1
7	1 0 1 0
8	1 0 1 1
9	1 1 0 0

- Ejemplo: Decodifique los siguientes datos, dados en BCD XS-3, sabiendo que fueron protegidos con el método Hamming (Paridad Par)

1 0 0 1 1 1 0 0

$P_4 \rightarrow$ D7, D6, D5
1 $\rightarrow$ 1 0 0
E3=0

$P_2 \rightarrow$ D7, D6, D3
0 $\rightarrow$ 1 0 1
E2=0

$P_1 \rightarrow$ D7, D5, D3
0 $\rightarrow$ 1 0 1
E_1=0

NO HAY ERROR $1\ 0\ 0\ 1 = 6_{10}$

0 1 ~~0~~ 0 1 0 0

$P_4 \rightarrow$ D7, D6, D5
0 $\rightarrow$ 0 1 0
E3=1

$P_2 \rightarrow$ D7, D6, D3
0 $\rightarrow$ 0 1 1
E2=0

$P_1 \rightarrow$ D7, D5, D3
0 $\rightarrow$ 0 0 1
E_1=1

Posición de Error
$101 = 5_{10}$

CORREGIDO $0\ 1\ 1\ 1 = 4_{10}$

64_{10}

Redundancia y Eficiencia

- Redundancia
  - $R = 1 - \frac{bits\ de\ información}{total\ de\ bits}$
- Eficiencia
  - $E = \frac{bits\ de\ información}{total\ de\ bits}$

Hamming

1 0 0 1 1 0 0

$$R = 1 - \frac{4}{7} = 0,43 \qquad E = \frac{4}{7} = 0,57$$

Binario Natural	Sufijo (Impar)
0 0 0	1
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	0

$$R = 1 - \frac{3}{4} = 0,25$$

$$E = \frac{3}{4} = 0,75$$

Paridad H y V

0	0	1	1	0
0	0	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	1	0	0	0

$$R = 1 - \frac{16}{25} = 0,36$$

$$E = \frac{16}{25} = 0,64$$