

Tema 3

TIPOLOGIA DE UNIONES ENTRE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

1. GENERALIDADES

Sin duda, la parte de uniones es la que tiene un tratamiento menos importante en la normativa española, tanto desde el punto de vista de cálculo como desde el de especificaciones de ejecución. Sin embargo, es en el diseño y cálculo de las uniones donde se muestra de forma más notoria la calidad del proyectista de estructuras metálicas.

En la actualidad se tiende a realizar las uniones mediante soldadura debido a su sencillez, estanqueidad y compacidad de las mismas, así como a la eliminación de elementos intermedios. Sin embargo, en algunas ocasiones no es posible obtener mediante soldadura de piezas aparatos de unión que reflejen de manera real las hipótesis de cálculo, por lo que es necesario recurrir a los tornillos, bulones u otros elementos más sofisticados, tales como los apoyos de neopreno o los constituidos por resortes, amortiguadores, etc.

El número de nudos posible en las estructuras metálicas es grande y resulta difícil su clasificación.

En general, se podrían dividir las **uniones de nudo** en **flexibles** y **rígidas**, según que desde el punto de vista de cálculo no puedan transmitir un momento apreciable o sí lo transmitan.

Las uniones también se pueden clasificar **según los elementos que unan**, por combinación de ambos conceptos, de la siguiente forma:

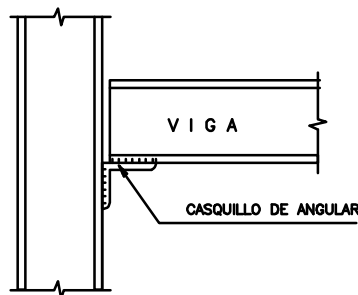


Figura 1: Unión sobre apoyo no rigidizado.

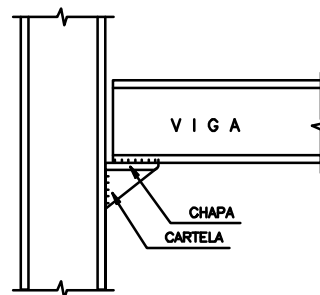


Figura 2: Unión sobre apoyo rigidizado.

A). UNIONES FLEXIBLES DE VIGAS A COLUMNAS

- Unión sobre apoyo no rigidizado (figura 1)
- Unión sobre apoyo rigidizado (figura 2)
- Unión directa de alma (figura 3)
- Unión de alma mediante angulares (figura 4)

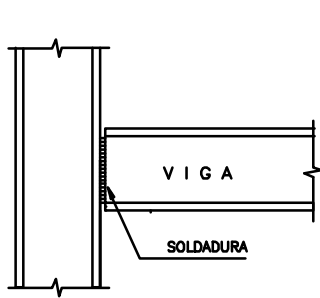


Figura 3: Unión directa de alma.

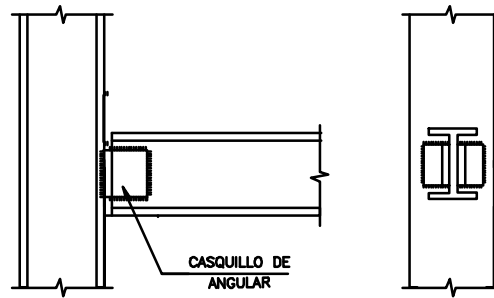


Figura 4: Unión de alma mediante angulares.

B). UNIONES DE VIGA A VIGA

- Apoyos (figuras 5 y 6)
- Uniones continuas (figura 7)

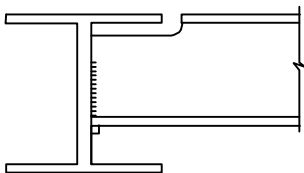


Figura 5: Apoyo.

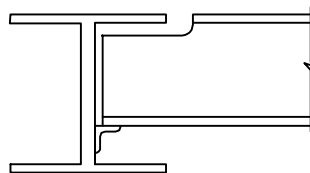


Figura 6: Apoyo.

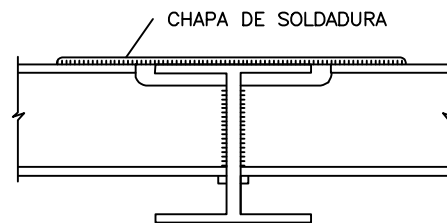


Figura 7: Unión continua.

C). UNIONES DE VIGAS CONTINUAS SOBRE PILAR (figura 8)

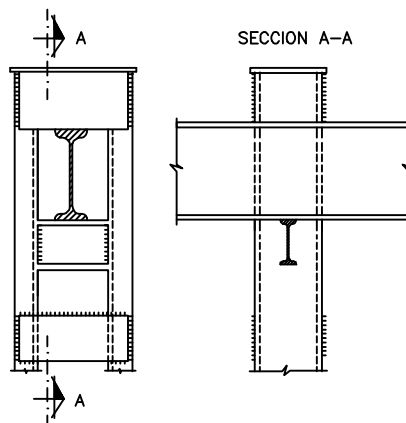


Figura 8: Unión de vigas continuas sobre pilar.

D). UNIONES DE PILAR A PILAR (figura 9)

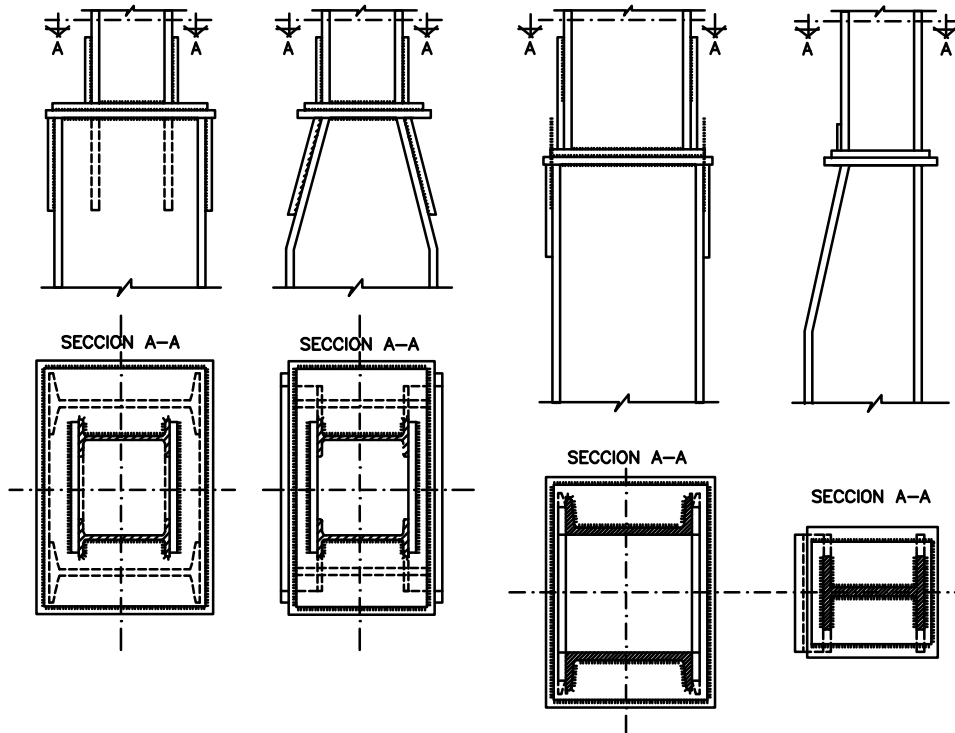


Figura 9: Uniones de pilar a pilar.

E). UNIONES RIGIDAS DE VIGAS A COLUMNAS

- Pórticos rectos (figuras 10 y 11)
- Pórticos acartelados (figuras 12 y 13)
- Pórticos de edificios (figuras 14 y 15)

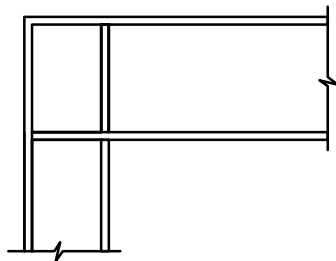


Figura 10: Nudo recto.

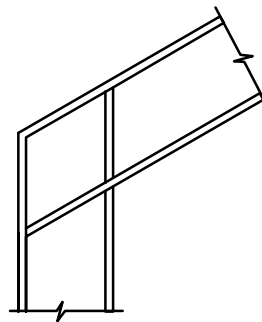


Figura 11: Nudo inclinado.

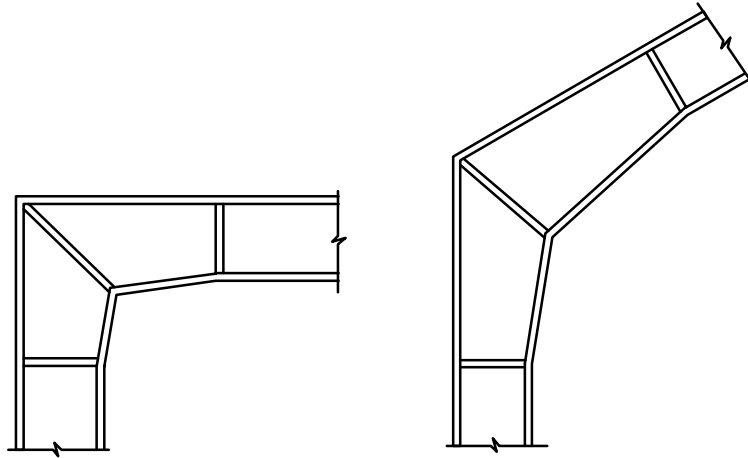


Figura 12: Nudo recto acartelado. Figura 13: Nudo inclinado acartelado.

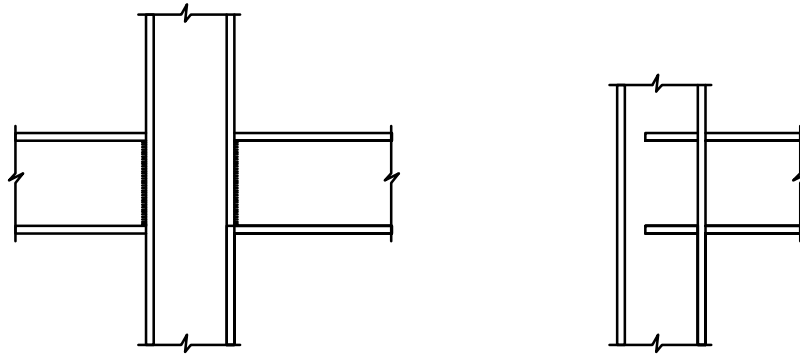


Figura 14: Unión directa de viga a columna.

Figura 15: Unión directa de viga a columna.

F). UNION DE PILARES A ZAPATA (figura 16)

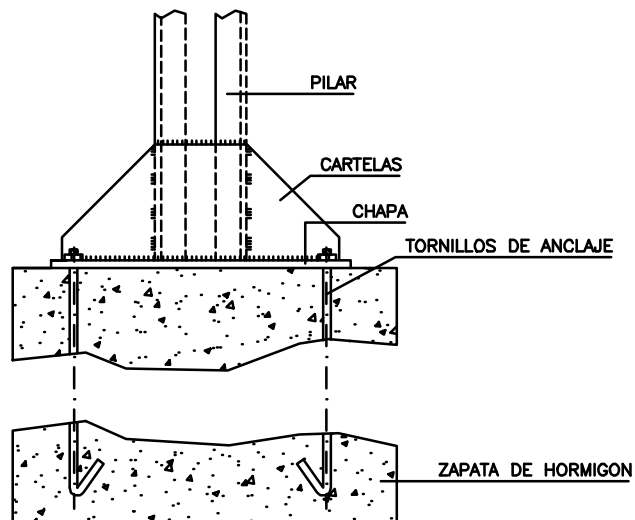


Figura 16: Unión de pilar a zapata.

G). UNION DE VIGAS TRIANGULADAS

- Nudos a tope (figura 17)
- Nudos por solape (figura 18)
- Nudos con cartelas (figura 19)

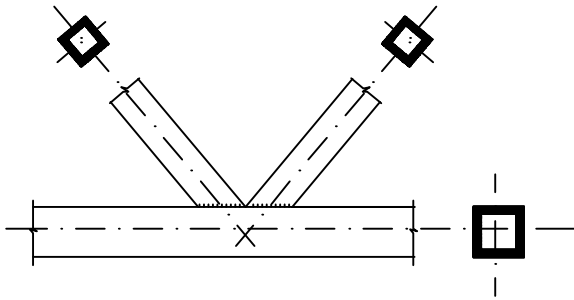


Figura 17: Nudo a tope.

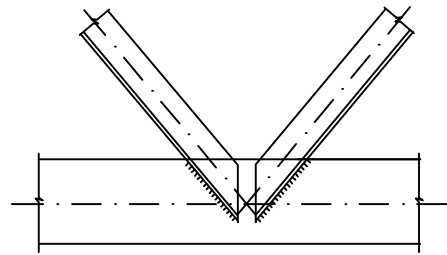


Figura 18: Nudo por solape.

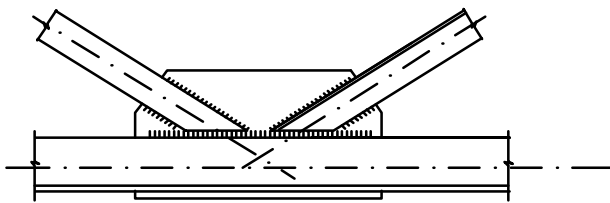


Figura 20: Nudo con cartela.



H). APOYOS ESPECIALES DE VIGAS

- Placa de asiento (figura 20)
- Rodillos (figura 21)
- Apoyos de neopreno (figura 22)

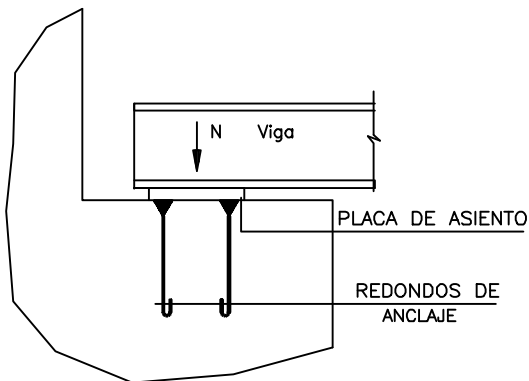


Figura 20: Placa de asiento.

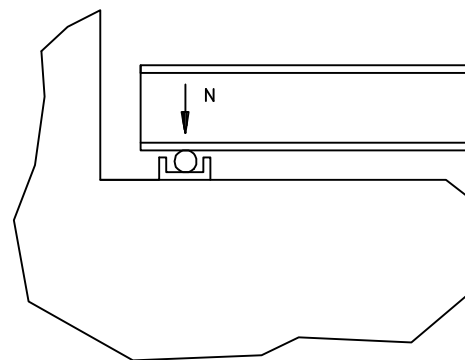


Figura 21: Rodillo.

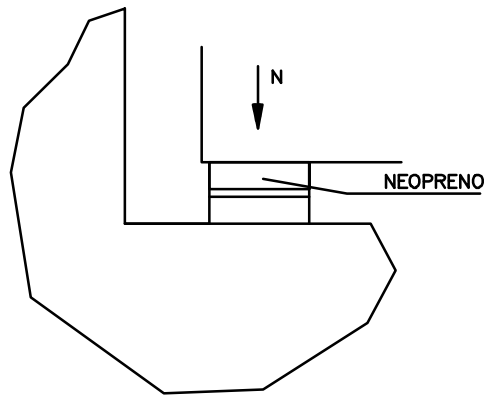


Figura 22: Apoyo de neopreno.

2. CALCULO DE UNIONES

2.1. UNION VIGA-COLUMNA CON APOYO NO RIGIDIZADO

Es el sistema más sencillo para apoyar una viga.

El casquillo de angular se suelda al pilar en el taller y la viga se suelda en obra en el momento de montaje.

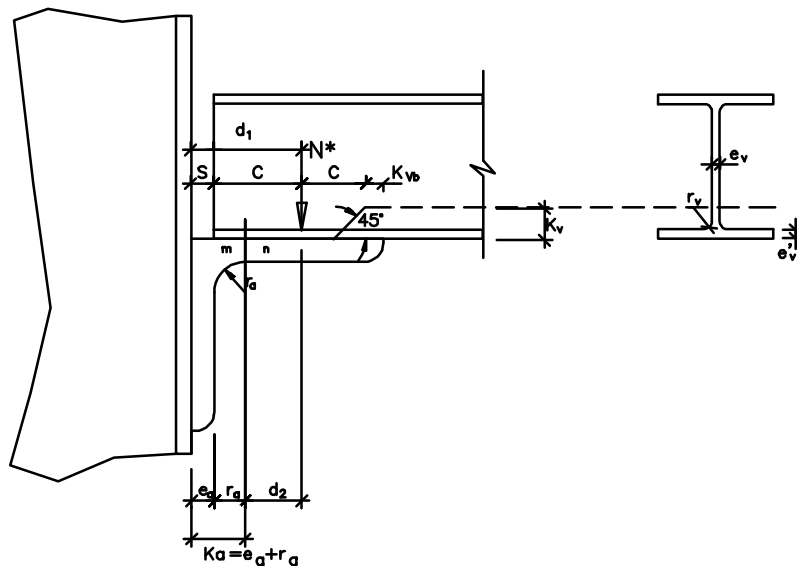


Figura 23: Unión viga-columna con apoyo no rigidizado.

La unión se considera **flexible** y, por tanto, equivale a un **apoyo simple**.

Bajo la reacción mayorada N^* **el angular trabaja a flexión**, considerándose como sección más solicitada la mn (figura 23), donde se inicia la parte recta del angular.

Dada la gran rigidez a flexión de la viga en comparación con el angular, cuando la viga se apoya el angular flectará y sólo una parte de su ala estará sometida a la carga mayorada N^* de reacción.

Para la comprobación de la unión es necesario:

a). **Determinar la posición de N^* .**

Equivale a determinar d_1 . Llamando $2 \cdot C$ al fragmento del ala del angular que soporta la carga N^* se deduce:

$$d_1 = S + C, \text{ donde } S \text{ normalmente vale } 1,5 \text{ cm y nunca será menor de } e_a$$

y no se calcula a flexión. El resto de las comprobaciones se realizan con el procedimiento general.

$$\frac{N^*}{(2 \cdot C + K_v) \cdot e_v} \leq \sigma_u \quad (N^* \text{ en toneladas})$$

de donde:

$$C = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N^*}{e_v \cdot \sigma_u} - K_v \right)$$

No tomar nunca un valor de C negativo, pues no tiene significado físico. Esto sucede cuando el perfil es grande pero la reacción es muy pequeña.

$$d_2 = d_1 - K_a$$

$$K_v = e'_v + r_v$$

$$K_a = e_a + r_a$$

b). **Comprobar el angular a flexión** (sección mn).

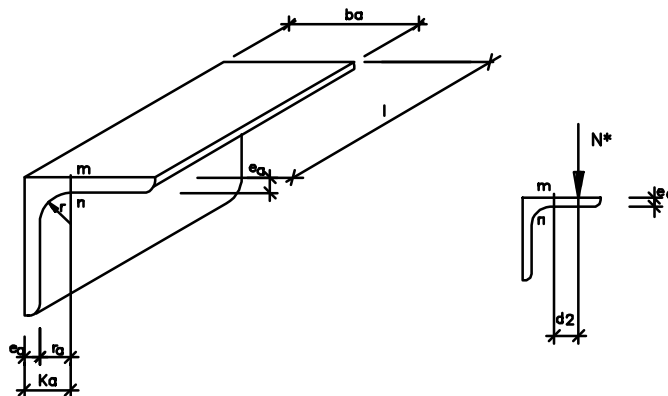


Figura 24: Comprobación del angular a flexión.

Se considera como sección más solicitada la mn (figura 24).

$$M^* = N^* \cdot d_2$$

Si en el cálculo de C se hubiera obtenido un valor negativo (con lo que se habría adoptado el valor cero), el momento en la sección más solicitada mn sería:

$$M^* = N^* \cdot (S - e_a)$$

La condición de seguridad exigirá que:

$$6 \cdot \frac{N^* \cdot d_2}{I \cdot e_a^2} \leq \sigma_E$$

o, lo que es lo mismo:

$$e_a \geq \sqrt{\frac{6 \cdot N^* \cdot d_2}{I \cdot \sigma_E}}$$

Como valor de l se recomienda (figura 25)

$$l = b_v + 3 \text{ (en cm)}$$

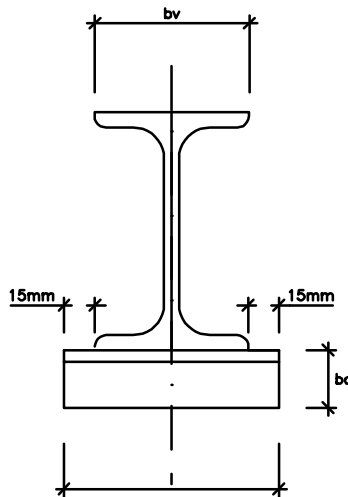


Figura 25.

Con lo que la condición de seguridad del angular será:

$$e_a \geq \sqrt{6 \cdot \frac{N^* \cdot d_2}{(b_v + 3) \cdot \sigma_E}}$$

El lado b_a del angular debe cumplir la condición

$$b_a \geq 2 \cdot C + S \text{ (en cm)}$$

o, lo que es lo mismo:

$$b_a \geq \frac{N^*}{e_v \cdot \sigma_E} - K_v + S \text{ (en cm)}$$

c). **Comprobar las soldaduras de unión del angular al pilar.**

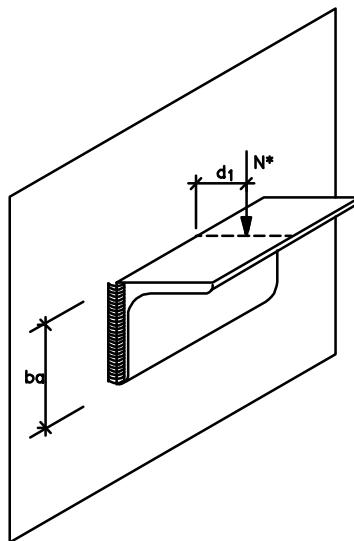


Figura 26: Soldaduras de unión del casquillo.

Se calcula como se describe en el apartado 8.2 del tema 2, caso A (Solicitaciones a flexión: Unión con sólo cordones frontales longitudinales).

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma^2 + 1.8 \cdot (\tau_n^2 + \tau_a^2)} \leq \sigma_u$$

en donde:

$$\sigma^* = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N^* \cdot d_1}{a \cdot b_a^2}$$

$$\tau_n^* = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N^* \cdot d_1}{a \cdot b_a^2}$$

$$\tau_a^* = \frac{N^*}{2 \cdot a \cdot b_a}$$

La condición de seguridad podrá expresarse del siguiente modo:

$$a \geq \frac{N^*}{b_a \cdot \sigma_E} \cdot \sqrt{12,6 \cdot \frac{d_1^2}{b_a^2} + 0,45}$$

a = garganta de la soldadura

2.2. UNION VIGA-PILAR SOBRE APOYO RIGIDIZADO

Cuando la reacción de la viga es del orden de 15 toneladas no existen angulares suficientemente gruesos que sean capaces de trabajar como apoyo flexible. En estos casos se proyectan apoyos rigidizados formados por chapas.

Este tipo de apoyos se realiza normalmente en taller utilizando para la sujeción lateral de la viga un angular en la parte superior.

Pueden distinguirse dos variantes:

- Que el alma de la viga sea perpendicular al rigidizador
- Que el alma y el rigidizador estén en el mismo plano

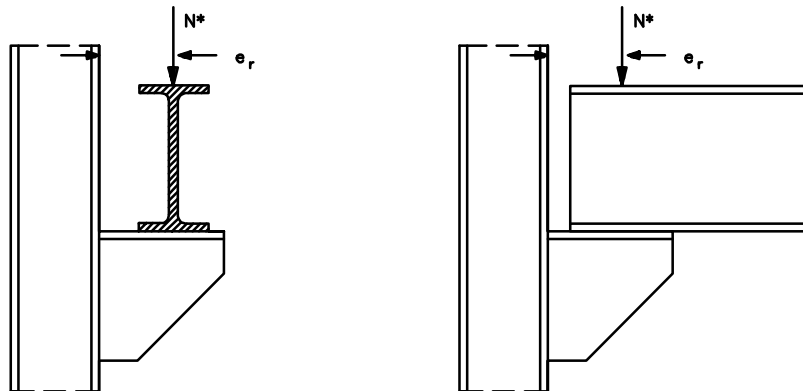


Figura 27: Apoyos rigidizados de vigas.

A. ALMA DE VIGA Y RIGIDIZADOR PERPENDICULARES

En este caso la posición de N^* es fija y conocida, ya que e_r es dato de diseño.

Se considera que sólo trabaja el triángulo ABC, despreciándose el resto.

La línea de acción de la compresión F^* es paralela a BC y se considera que la sección más desfavorable es la AA', perpendicular a la línea BC.

$$F^* = \frac{N^*}{\text{sen } \alpha}$$

Area de la sección AA':

$$A = e_a \cdot AA' = b_h \cdot \text{sen } \alpha$$

Módulo resistente de AA':

$$W = \frac{1}{12} \cdot \frac{e_a \cdot (b_h \cdot \text{sen } \alpha)^3}{\frac{b_h \cdot \text{sen } \alpha}{2}} = \frac{e_a \cdot b_h^2 \cdot \text{sen}^2 \alpha}{6}$$

Excentricidad de F^* :

$$e_F = \left(e_r - \frac{b_h}{2} \right) \cdot \text{sen } \alpha$$

Momento flector de F^* en AA':

$$M^* = F^* \cdot e_F = F^* \cdot \left(e_r - \frac{b_h}{2} \right) \cdot \text{sen } \alpha$$

Se ha de verificar que la tensión máxima:

$$\sigma^* = \frac{F^*}{A} + \frac{M^*}{W} \leq \sigma_u$$

$$\frac{F^*}{e_a \cdot b_h \cdot \text{sen } \alpha} + \frac{F^* \cdot \left(e_r - \frac{b_h}{2} \right) \cdot \text{sen } \alpha}{\frac{e_a \cdot b_h^2 \cdot \text{sen}^2 \alpha}{6}} \leq \sigma_u$$

de donde despejando e_a y teniendo en cuenta que:

$$F^* = \frac{N^*}{\text{sen } \alpha}$$

queda:

$$e_a \geq \frac{N^*}{\sigma_u \cdot \text{sen}^2 \alpha} \cdot \left(\frac{6 \cdot e_r - 2 \cdot b_h}{b_h^2} \right)$$

En cuanto al predimensionado del rigidizador se tiene:

- b_h viene fijado por el proyecto, dejando 1.5 cm. desde la viga al borde de la placa.
- $b \geq \frac{N^*}{\sigma_u \cdot e_v}$
- l vendrá fijada por la longitud de la soldadura procurando además que $\alpha \geq 45^\circ$

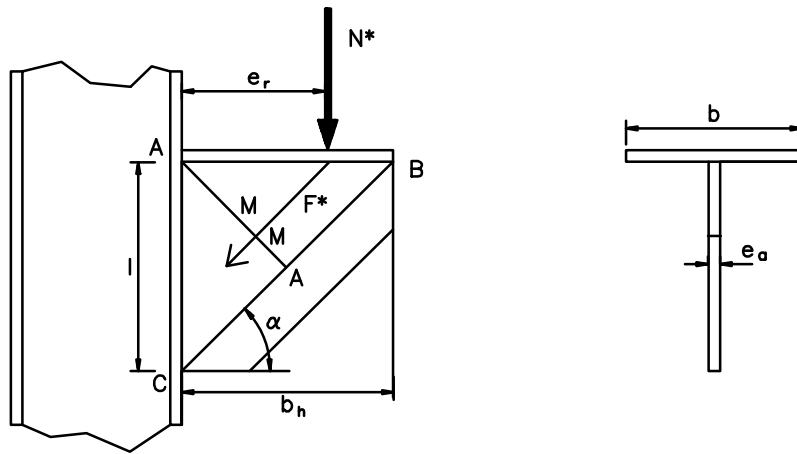


Figura 28: Esfuerzos en la cartela.

También puede diseñarse un rigidizador como el de la figura 29, en el que se tomará para la excentricidad de la fuerza F^* el valor:

$$e_F = e_r - \frac{b_h}{2}$$

Se consideran las mismas expresiones anteriores con $\alpha \geq 90^\circ$

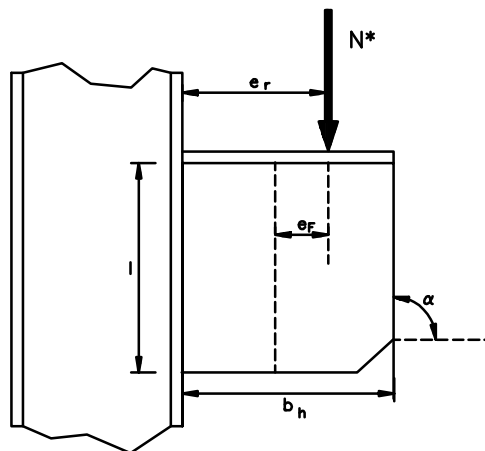


Figura 29: Apoyo recto.

B. EL ALMA DE LA VIGA Y EL RIGIDIZADOR ESTAN EN EL MISMO PLANO

Para determinar la excentricidad de la reacción se emplea el mismo procedimiento que se utiliza en el apoyo sobre casquillo de angular, es decir:

$$e_r = c + s \quad s = 1,5 \text{ cm}$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N^*}{e_v \cdot \sigma_u} - k_v \right)$$

Para el cálculo del espesor e_a no se emplean las fórmulas del apartado anterior, sino que se siguen las recomendaciones de la AISC, tomando el mayor de los siguientes valores:

$$e_a = \text{máx} \{ 1.40 \cdot e_v, 1.45 \cdot a \}$$

siendo e_v el espesor del alma de la viga y a la garganta de los cordones.

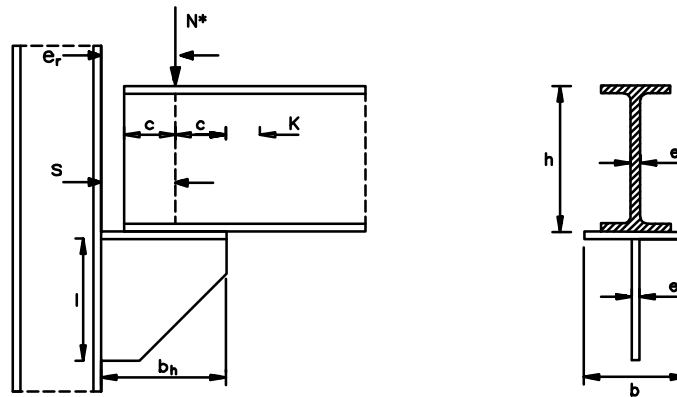


Figura 30: Alma de la viga y rigidizador en el mismo plano.

En cuanto a las restantes dimensiones se recomienda:

- b_h no debe ser menor que $2 \cdot C + 1.5$.
- b debe tomarse aproximadamente $b = b_v + 3 \text{ cm}$, donde b es la anchura del alma de la viga y mayor que $0,4 \cdot b$.
- l se determina en función de la longitud de las soldaduras.

Cálculo de las soldaduras

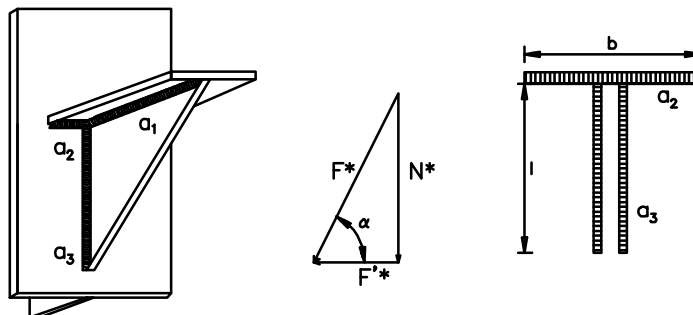


Figura 31: Soldaduras del apoyo rigidizado.

En ambos casos, alma de la viga en el plano o alma de la viga perpendicular al plano del rigidizador, las soldaduras tanto verticales como horizontales se calculan de la misma manera.

Los **cordones 1** se calculan de acuerdo con el apartado 8.1 del tema 2, caso B (Solicitaciones a tracción. Unión con sólo cordones laterales).

$$F^{*} = \frac{N^{*}}{\operatorname{tag} \alpha} \quad l = b_h \quad \frac{F^{*}}{0.75 \cdot 2 \cdot b_h \cdot a} \leq \sigma_u \quad (\text{fórmula general})$$

Los **cordones 2 y 3** se comprueban de acuerdo con el apartado 8.2 del tema 2, casos A y B (Solicitaciones a flexión. Unión con sólo cordones frontales longitudinales y Unión con sólo cordones frontales transversales).

$$\frac{N^{*}}{0.75 \cdot 2 \cdot a_1 \cdot b_h \cdot \operatorname{tag} \alpha} \leq \sigma_u \quad \Rightarrow \quad a_1 \geq \frac{N^{*}}{1.5 \cdot \sigma_u \cdot b_h \cdot \operatorname{tag} \alpha}$$

N^{*} en toneladas, acero A-42, y b , l y e_r en milímetros.

$$a_2 = a_3 = a \geq \frac{N^{*}}{\alpha \cdot l^2} \cdot \sqrt{l^2 + \beta \cdot e_r^2}$$

TABLA 1							
Valores de α y β							
b	$0,4 \cdot l$	$0,5 \cdot l$	$0,6 \cdot l$	$0,7 \cdot l$	$0,8 \cdot l$	$0,9 \cdot l$	$1,0 \cdot l$
α	0,0464	0,0482	0,0502	0,0520	0,0551	0,0559	0,0578
β	12,44	11,60	10,53	9,37	8,81	7,90	7,00

2.3. UNIÓN DIRECTA DEL ALMA

Es la unión más simple en cuanto a cálculo, pero en la práctica puede acarrear problemas para su ejecución y montaje, ya que el pequeño espesor del alma de los perfiles laminados exige gargantas de pequeño tamaño y, por tanto, tolerancias muy exigentes en el corte de las piezas.

En general, estas uniones se consideran de tipo flexible, pero si la longitud de la soldadura h_1 (figura 32) se aproxima a h , aparecen solicitaciones de momentos no tenidos en cuenta por el método de cálculo, que pueden acarrear el fallo de la soldadura.

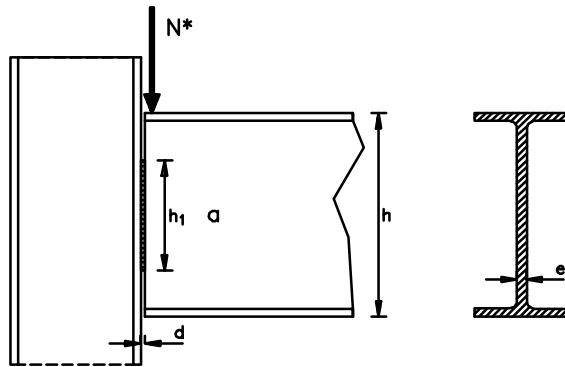


Figura 32: Unión directa por el alma.

Por ello, se recomienda que h_1 esté comprendido entre los siguientes valores:

$$\frac{1}{2} \cdot h < h_1 < \frac{2}{3} \cdot h$$

Si por razones de cálculo hiciese falta aumentar la resistencia de la unión, es más conveniente aumentar el espesor de la soldadura que el valor de h_1 .

El espesor a de la garganta de las soldaduras se calcula como se describe en el apartado 8.2 del tema 2, caso A (Solicitaciones a flexión: Unión con sólo cordones frontales longitudinales).

$$\sqrt{1.8} \cdot \tau_a \leq \sigma_u \quad \tau_a = \frac{N^*}{2 \cdot a \cdot h_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{0.67 \cdot N^*}{a \cdot h_1} < \sigma_u$$

$$a \geq 0.67 \cdot \frac{N^*}{\sigma_u \cdot h_1}$$

Para llegar a un agotamiento simultáneo de la soldadura y del alma de la viga conviene aplicar valores próximos a:

$$h_1 \approx 0.66 \cdot h \quad a \approx 0.6 \cdot e_v$$

La separación d para un correcto montaje según la AISC es:

$$d \leq 5 \text{ mm}$$

2.4. UNIÓN DEL ALMA MEDIANTE ANGULARES

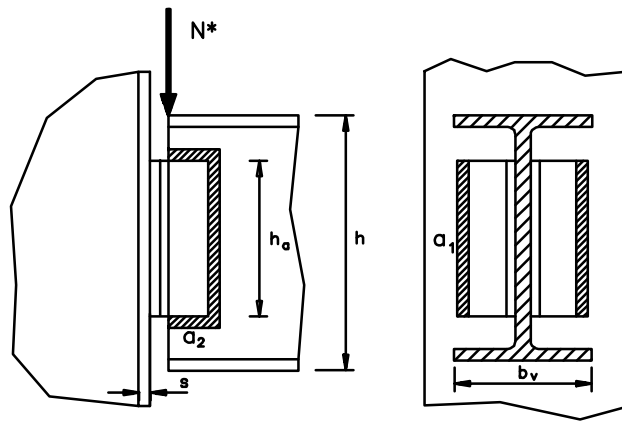


Figura 33: Unión del alma mediante angulares.

Se consideran uniones flexibles debido a la deformación que se produce en los angulares, por lo cual no deben emplearse los de espesor superior a 12 mm.

Para h_a suele tomarse un valor próximo a $0.7 \cdot h$ (figura 33).

Cálculo de las soldaduras:

En primer lugar cabe decir que la sollicitación de agotamiento P_1^* de las soldaduras a_1 es menor que la P_2^* de las soldaduras a_2 , y por tanto se han de calcular aquéllas con más detalle.

Para el cálculo de los cordones a_1 es preciso tener en cuenta las tensiones cortantes longitudinales que produce la fuerza vertical y las tensiones cortantes transversales que produce el momento originado en el plano de la unión. Se suele admitir que el momento está compensado por la compresión entre angulares y alma en una zona de $1/6$ de la longitud del angular y las tensiones cortantes en sentido contrario originadas en los restantes $5/6$ (figura 34).

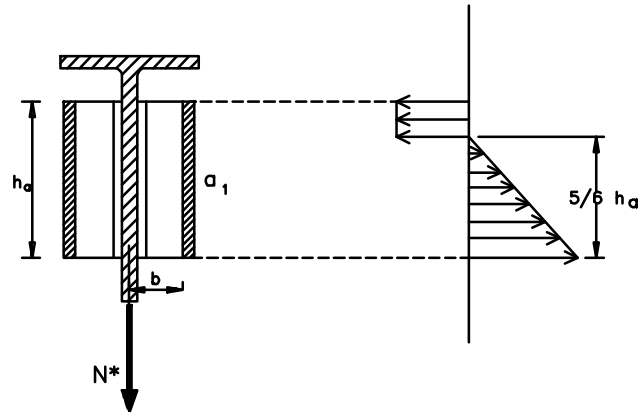


Figura 34: Soldadura de unión de los casquillos sobre el soporte.

El punto más solicitado es el extremo inferior del cordón. En él se origina, en cada una de las dos soldaduras, una tensión cortante paralela a la arista.

$$t_a^* = \tau_a^* = \frac{N^*}{2 \cdot h_a \cdot a_1}$$

y una tensión cortante normal a la arista:

$$\frac{N^*}{2} \cdot b = \frac{\left(\frac{5}{6} \cdot h_a \cdot a_1\right)}{2} \cdot t_n^* \cdot \frac{2}{3} \cdot h_a \quad t_n^* = 1.8 \cdot \frac{N^* \cdot b}{h_a^2 \cdot a_1}$$

Expresando las tensiones respecto al plano de la garganta:

$$\sigma^* = \frac{t_n^*}{\sqrt{2}} = \frac{1.8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N^* \cdot b}{h_a^2 \cdot a_1} = \tau_n^* \quad \tau_n^* = \frac{t_n^*}{\sqrt{2}}$$

y sustituyendo en la expresión de la condición de agotamiento de una soldadura de ángulo:

$$\sqrt{\sigma^2 + 1.8 \cdot (\tau_n^2 + \tau_a^2)} \leq \sigma_u$$

queda:

$$a_1 \geq \frac{N^*}{2 \cdot h_a \cdot \sigma_u} \cdot \sqrt{1.8 + 18.2 \cdot \left(\frac{b}{h_a}\right)^2}$$

Las soldaduras a_2 , que trabajan a torsión y cortante producidos por la excentricidad de la reacción respecto del centro de gravedad de las mismas, pueden

calcularse de acuerdo con el caso B del apartado 8.3 del tema anterior (Solicitaciones de torsión y esfuerzo cortante combinados. Unión con dos cordones laterales y uno frontal), o según el procedimiento indicado en el apartado 2.8 de este mismo capítulo (Uniones mediante presillas).

2.5. UNIONES RIGIDAS DE VIGAS A COLUMNAS

2.5.1. GENERALIDADES SOBRE NUDOS RIGIDOS

Una simplificación usual en el cálculo de nudos rígidos consiste en admitir que los esfuerzos normales y los momentos flectores son absorbidos por las alas del perfil y los esfuerzos tangenciales por el alma.

En el nudo de la figura 35 puede apreciarse que el punto D está solicitado por F_2 y F_4 , que procedentes de las alas de los perfiles deben soportarse por una sección más débil, como es el alma.

Para evitar esta concentración de esfuerzos, la solución más generalizada en los pórticos sin cartelas consiste en prolongar las alas de la viga y del pilar con objeto de dirigir las tensiones, tal y como se indica en la figura 36.

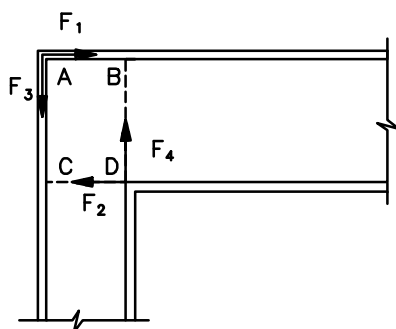


Figura 35.

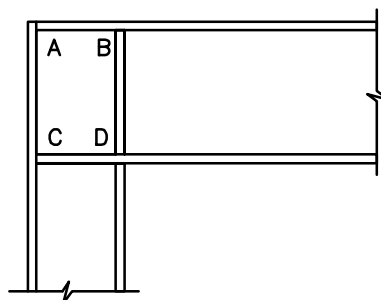


Figura 36.

Con esta solución, si los rigidizadores DC y DB tienen la misma sección que las alas de los perfiles correspondientes, no resulta necesaria la comprobación de las alas en el nudo, como resulta evidente.

Lo que sí es necesario es la comprobación del alma ABCD a esfuerzo cortante al que le someten las acciones F_1 , F_2 , F_3 y F_4 . (figura 37).

Si el alma no pudiese soportar el esfuerzo cortante, la solución normal es reforzarla con un rigidizador diagonal (figura 38), en lugar de aumentar su espesor.

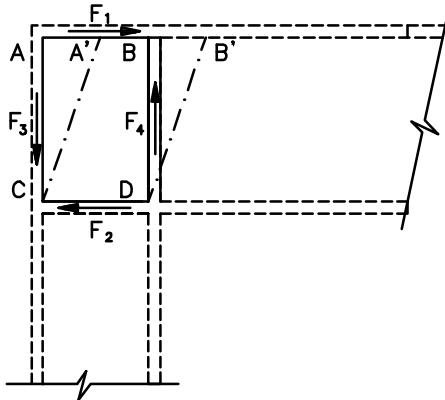


Figura 37.

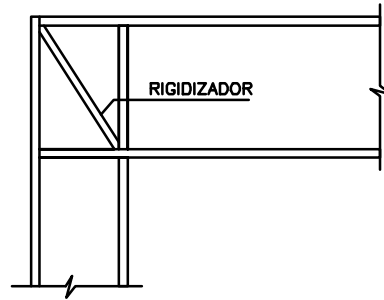


Figura 38.

Para grandes luces o solicitaciones se pueden proyectar nudos acartelados, en los que se suele disponer de rigidizadores en los cambios de dirección.

Son dos los sistemas de cálculo normales de comprobación de nudos:

- Sistema plástico
- Sistema elástico

En un cálculo elástico, el rigidizador debe cumplir la condición de compatibilidad de deformaciones con el alma del nudo, y así poder encontrar el reparto de tensiones.

En un cálculo plástico se debe asegurar la deformabilidad del nudo con objeto de que pueda producirse una rotura plástica.

Debido a que los cálculos elásticos, especialmente en nudos acartelados, conducen a ecuaciones muy complicadas, cada vez es más frecuente la utilización de métodos plásticos para el dimensionamiento de nudos.

2.5.2. COMPROBACION PLASTICA DE UN NUDO SIN CARTELAS

Se admiten para este tipo de comprobación las siguientes hipótesis:

- 1º. Los momentos y fuerzas normales son absorbidos por las alas del perfil.
- 2º. Los cortantes son absorbidos por el alma.
- 3º. La influencia de la fuerza cortante y de la fuerza normal en la plastificación de la sección es despreciable respecto al momento.

Bajo estas condiciones, la comprobación del alma de un nudo sin cartelas, como el indicado en la figura 39, se realizará de la siguiente forma:

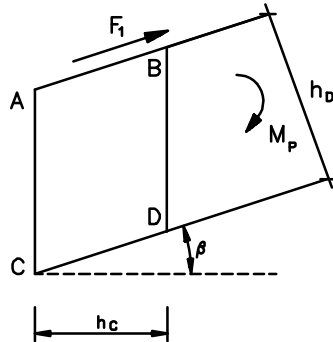


Figura 39: Esfuerzos en el nudo.

El momento plástico del perfil es:

$$M_p = F_1 \cdot h_D$$

Sabiendo que $\tau \leq \frac{\sigma_u}{\sqrt{3}}$, así como el valor de dicha tensión $\tau = \frac{V}{\text{área}} = \frac{V}{CD \cdot e}$, se puede operar esta expresión del siguiente modo:

$$CD = \frac{h_c}{\cos \beta} \qquad \tau = \frac{V}{\frac{e \cdot h_c}{\cos \beta}}$$

Haciendo $\tau = \frac{\sigma_u}{\sqrt{3}}$, se obtiene el valor de la máxima fuerza cortante en AB:

$$V = \frac{\tau \cdot l \cdot h_c}{\cos \beta} \qquad V = \frac{h_c \cdot e \cdot \sigma_u}{\cos \beta \cdot \sqrt{3}} = F_1$$

siendo e el espesor del alma del dintel.

Igualando ambas expresiones se tiene:

$$e = \frac{M_p \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \beta}{h_c \cdot h_D \cdot \sigma_u} \qquad (1)$$

El momento plástico $M_p = \sigma_u \cdot S$, donde S es el módulo de resistencia para flexión plástica, dado por:

$$S = \frac{A}{2} \cdot (y_1 + y_2)$$

Siendo:

- A área de la sección
- y_1 e y_2 distancias de los c.d.g. de cada mitad del área respecto del eje neutro.

El momento de agotamiento elástico es: $M_u = \sigma_u \cdot W_x$

En perfiles I, $S \approx 1.12 \cdot W_x$, y sustituyendo en (1):

$$M_p = \sigma_u \cdot 1.12 \cdot W_x$$

$$e \geq 1.94 \cdot \frac{W_x}{h_D \cdot h_c} \cdot \cos \beta$$

Si el espesor del alma es menor que el dado por la expresión anterior se colocará un rigidizador diagonal (figura 40)

$$F_1 = F_a + F_r \cdot \text{sen}(\alpha - \beta)$$

con F_a igual a la parte de F_1 que absorbe la chapa y F_r la parte que absorbe el rigidizador.

$$F_r = A_r \cdot \sigma_u \quad F_a = \frac{h_c \cdot e \cdot \sigma_u}{\sqrt{3} \cdot \cos \beta} \quad F_1 = \frac{M_p}{h_D}$$

$$\frac{M_p}{h_D} = \frac{h_c \cdot e \cdot \sigma_u}{\sqrt{3} \cdot \cos \beta} + A_r \cdot \sigma_u \cdot \text{sen}(\alpha - \beta)$$

$$A_r \geq \frac{1}{\text{sen}(\alpha - \beta)} \cdot \left(\frac{M_p}{h_D \cdot \sigma_u} - \frac{h_c \cdot e}{\sqrt{3} \cdot \cos \beta} \right)$$

Como para perfiles I, $M_p = 1.12 \cdot \sigma_u \cdot W_{xD}$, siendo W_{xD} el momento resistente del dintel, queda:

$$A_r \geq \frac{1}{\text{sen}(\alpha - \beta)} \cdot \left(\frac{1.12 \cdot W_{xD}}{h_D} - \frac{h_c \cdot e}{\sqrt{3} \cdot \cos \beta} \right)$$

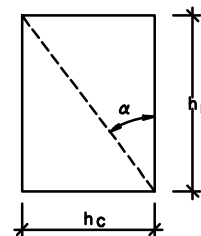
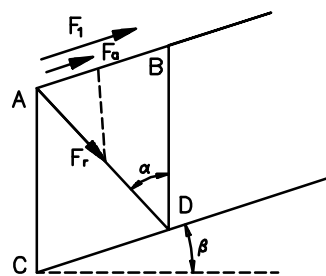


Figura 40: Esfuerzos en el rigidizador.

Figura 41: Nudo ortogonal.

Para un nudo ortogonal (figura 41), bastará hacer $\beta=0$ en la expresión anterior, con lo que se obtendrá:

$$A_r \geq \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} \cdot \left(\frac{1.12 \cdot W_{xD}}{h_D} - \frac{h_c \cdot e}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{h_c \cdot \cos \beta}{h_D - h_c \cdot \operatorname{sen} \beta}$$

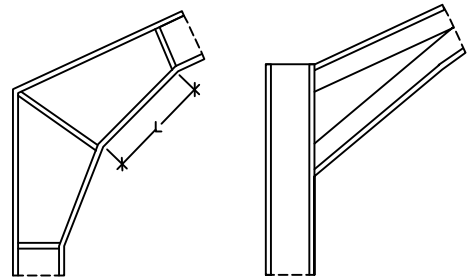


Figura 42: Nudos rígidos acartelados.

2.5.3. COMPROBACION PLASTICA DE UN NUDO ACARTELADO

Las razones de utilizar cartelas en los nudos son:

- Mejorar la estética del perfil.
- Reducir el perfil en la zona recta.
- Disminuir los costes de material, aunque aumentan los de mano de obra.

Comprobar un nudo acartelado consiste en:

- Comprobar las alas a momento flector.
- Comprobar el alma a esfuerzo cortante.
- Comprobar la estabilidad lateral de los cordones comprimidos DF y DH.

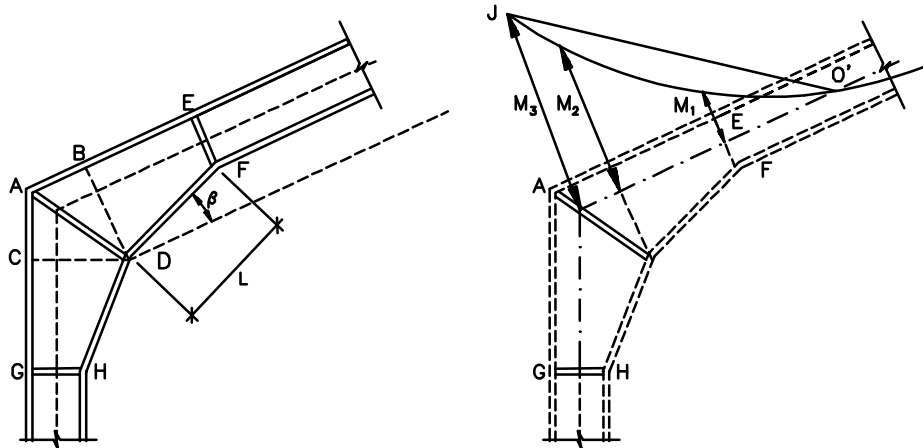


Figura 43: Cálculo del nudo acartelado.

Además de las hipótesis simplificadoras aceptadas en el apartado anterior se introducen las siguientes:

4°. Desde el punto de inflexión del diagrama de momentos del dintel hasta el centro O del nudo, se sustituye la curva del diagrama de momentos por la recta JO' (figura 43), lo que nos coloca en el lado de la seguridad.

5°. Se acepta que en la sección EF del principio del acartelamiento se forma una rótula plástica.

a). Comprobación de las alas

Como consecuencia de las dos hipótesis simplificadoras se tiene:

1. La sección EF es capaz de resistir un momento $M_1 = M_p$, puesto que se supone que el perfil lo resiste.
2. La sección BD debe tener un módulo plástico suficiente para resistir el momento M_2 .

b). Comprobación del alma

La posición más adecuada para los rigidizadores es la que se indica en la figura 43, en los que los EF y GH se colocan con objeto de que el alma no absorba la componente de las alas debida al cambio de dirección.. El rigidizador AD se coloca por la misma razón y con mayor motivo, ya que al plastificarse el alma no soportaría el empuje de las componentes de las alas FD y HD, además sirve para absorber el posible exceso de esfuerzo cortante en los tramos AB y AC.

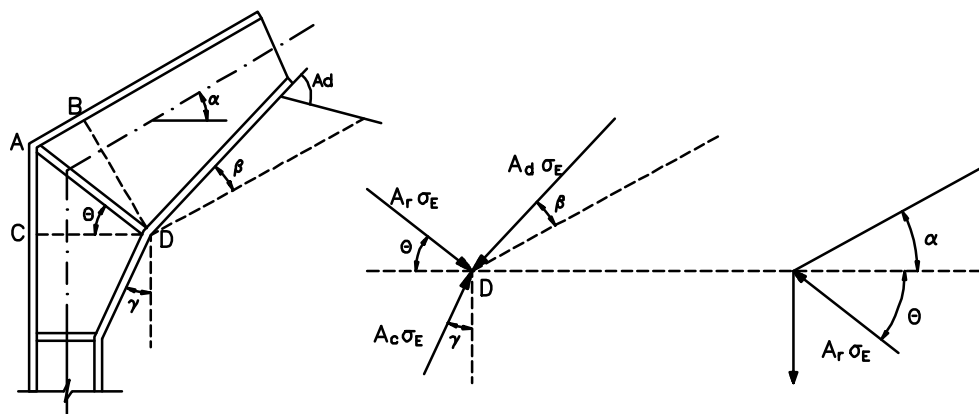


Figura 44: Comprobación del alma.

Para dimensionar el rigidizador en seguridad es más conveniente considerar el equilibrio del nudo D que el A, ya que la acción sobre el rigidizador en A estará descargada por la absorción de esfuerzo cortante en los tramos AB y AC.

Considerando el equilibrio del nudo D (figura 44) se puede establecer la siguiente ecuación:

$$A_r \cdot \sigma_u \cdot \cos\theta - A_d \cdot \sigma_u \cdot \cos(\alpha + \beta) + A_c \cdot \sigma_u \cdot \sen \gamma = 0$$

A_r : Area del rigidizador.

A_d : Area del ala del dintel.

A_c : Area del ala de la columna.

$$A_r = \frac{A_d \cdot \cos(\alpha + \beta) - A_c \cdot \sen \gamma}{\cos\theta}$$

c). Comprobación de la estabilidad transversal del ala inferior de los perfiles

En la figura 45 considérese, por ejemplo, el tramo DF del ala del dintel. Por efecto de la compresión el ala no puede pandear en el plano de la viga, porque se lo impide el alma, pero sí en el plano perpendicular, como se indica en la figura 46.

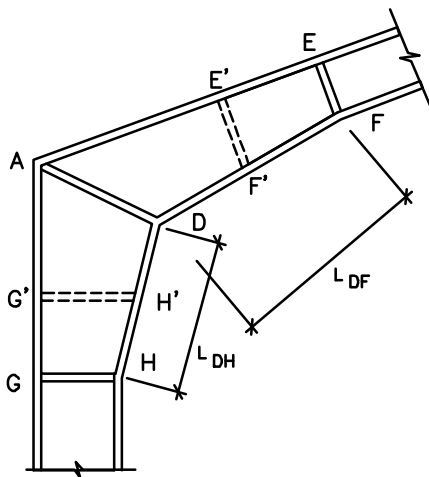


Figura 45: Comprobación de la estabilidad del ala inferior de los perfiles en el plano.

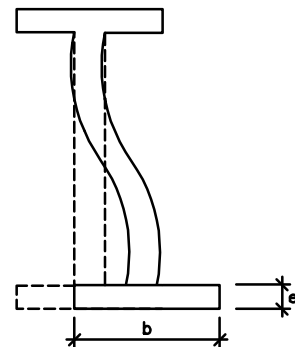


Figura 46: Pandeo del ala en el plano perpendicular de la viga.

Utilizando la expresión del módulo tangente E_T , la expresión de la esbeltez crítica cuando el pandeo se produce en el dominio plástico es:

$$\lambda_{cr} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E_T}{\sigma_E}}$$

Despreciando la influencia del alma en el radio de giro del ala inferior, se tiene:

$$i = \frac{b}{\sqrt{12}}$$

La longitud crítica será:

$$L_{cr} = b \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{E_T}{12 \cdot \sigma_E}}$$

La condición de seguridad viene dada por:

$$L_{DH} \text{ y } L_{DF} < L_{cr}$$

Para aceros normales de construcción se puede adoptar como valor medio del módulo tangente:

$$E_T = 6.3 \cdot 10^4 \text{ kg/cm}^2$$

con lo que se obtienen las siguientes longitudes críticas:

Acero A-37	$\sigma_u = 2400 \text{ kg/cm}^2$	$L_{cr} = 4.8 \cdot b \text{ cm}$
Acero A-42	$\sigma_u = 2600 \text{ kg/cm}^2$	$L_{cr} = 4.6 \cdot b \text{ cm}$
Acero A-52	$\sigma_u = 3600 \text{ kg/cm}^2$	$L_{cr} = 4.0 \cdot b \text{ cm}$

Cuando la longitud crítica es menor que L_{DE} o L_{DF} será necesario colocar rigidizadores adicionales (figura 45), como el E'F' o G'H', para cortar el pandeo de las alas inferiores.

2.6. NUDOS RIGIDOS EN EDIFICIOS (UNIONES VIGAS-COLUMNAS)

2.6.1. GENERALIDADES

Los nudos rígidos de los edificios son similares a los de los pórticos rígidos y los fenómenos que en ellos se presentan también son similares; sin embargo, al existir momentos en más de dos direcciones, las acciones F_1 , F_2 , F_3 y F_4 . son menores, especialmente cuando los momentos están compensados (figura 47).

En estructuras de vigas compensadas es muy poco frecuente encontrarse rigidizadores de abollamiento por cortante.

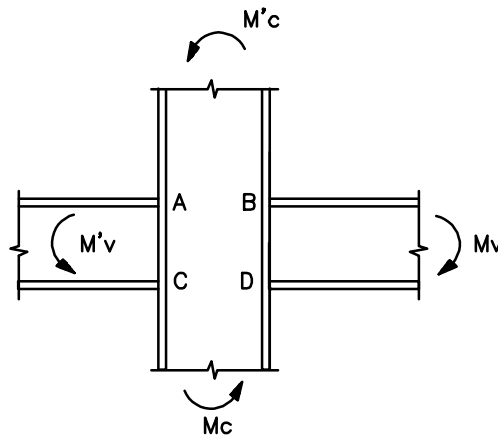


Figura 47: Nudo rígido en edificio.

2.6.2. UNION DIRECTA DE VIGA A COLUMNA

Es la unión rígida más simple y la más utilizada.

Se realiza mediante soldadura directa del perímetro de la viga al ala de la columna.

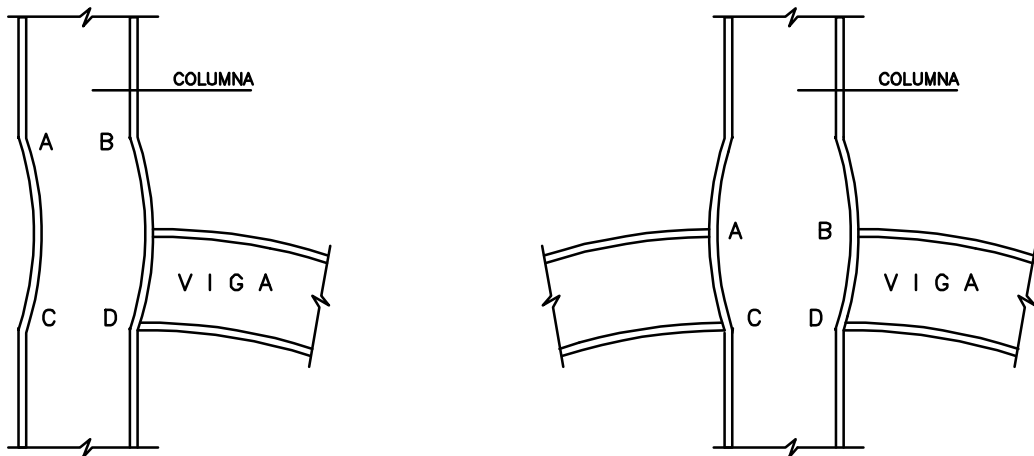


Figura 48: Fallos en la unión viga-pilar.

Supuesta la viga calculada, la acción sobre la columna queda representada en la figura 48, en la que se aprecia que el pilar puede fallar por:

- a) Abollamiento del alma del pilar contigua al ala comprimida de la viga, pudiendo presentar este abollamiento las dos formas indicadas en las figura 49.

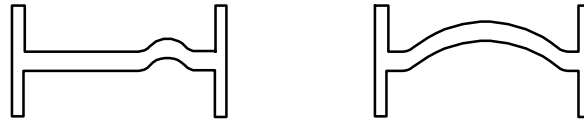


Figura 49: Formas de abollamiento del alma del pilar.

- b) Falta de resistencia a tracción del alma del pilar en la zona donde acomete el ala traccionada en la viga (punto B de la figura 48)
- c) Por exceso de deformación del ala de la columna (figura 50) en la zona donde acomete el ala traccionada de la viga.

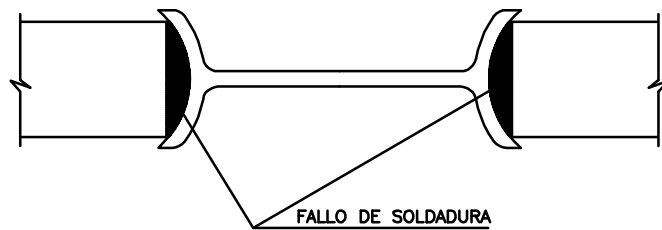


Figura 50: Fallo de soldadura por exceso de deformación del ala del pilar.

Los fallos a, b y c pueden corregirse mediante rigidizadores, prolongando con palastros los dos de la viga (figura 51).

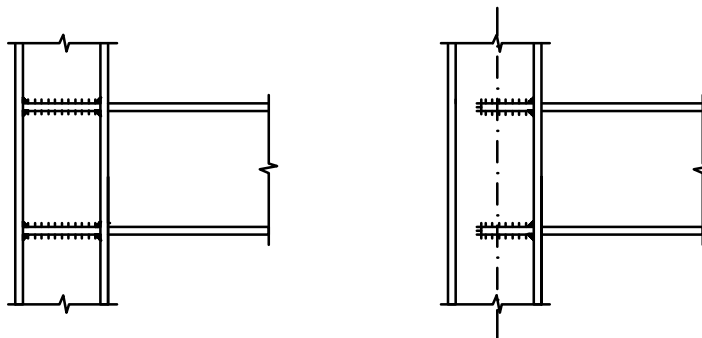


Figura 51: Soluciones a los fallos a, b y c.

- d) Por cizallamiento del rectángulo de alma ABCD perteneciente al pilar (figura 52). Este fallo puede corregirse añadiendo un rigidizador diagonal suplementario AD (figura 53).

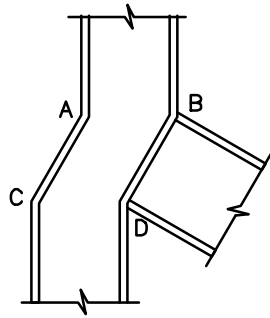


Figura 52.

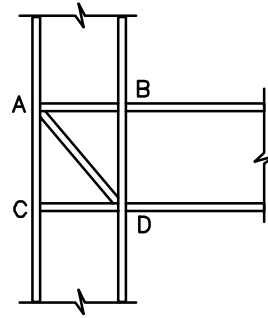


Figura 53.

Comprobación de los casos a y b

Para la comprobación de los casos a y b se acepta que el reparto de cargas (figura 54) se realiza sobre una longitud $e_v + 5 \cdot K$, siendo $K = e_c + r_c$.

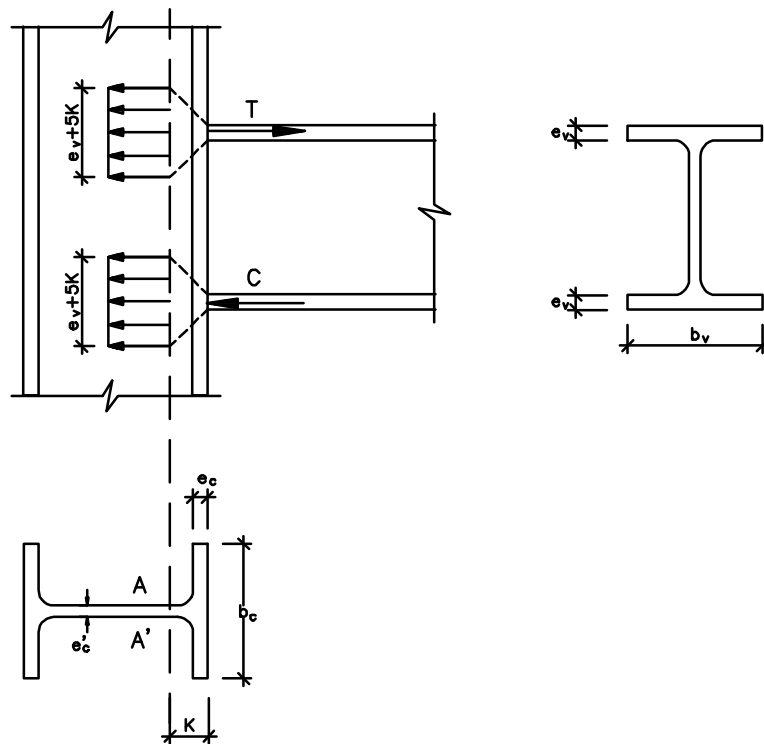


Figura 54: Comprobación de los casos a y b.

La condición de seguridad de la sección AA' del alma de la viga será:

$$T^* = C^* \leq e'_c \cdot (e_v + 5 \cdot K) \cdot \sigma_E$$

$$e'_c \geq \frac{C^*}{(e_v + 5 \cdot K) \cdot \sigma_E}$$

Se puede calcular suponiendo que las alas de la viga trabajan al límite, con lo que la condición anterior será:

$$b_v \cdot e_v \cdot \sigma_E \leq e'_c \cdot (e_v + 5 \cdot K) \cdot \sigma_E \qquad e'_c \geq \frac{b_v \cdot e_v}{e_v + 5 \cdot K}$$

Si esta condición no se cumple se colocarán rigidizadores de espesor e_v por sencillez, aunque estarán sobredimensionados.

Comprobación de la flexión del ala (caso c)

La comprobación de este caso resulta difícil de determinar teóricamente. Ensayos realizados permiten aconsejar como fórmula de seguridad:

$$e_c \geq 0.4 \cdot \sqrt{b_v \cdot e_v}$$

Si esta condición no se cumple, se procederá a colocar rigidizadores de espesor e_v .

Comprobación del cizallamiento del alma (caso d)

Cuando el pilar está solicitado por momentos descompensados de cierta importancia, deben comprobarse las tensiones cortantes del recuadro ABCD del alma del pilar (figura 55).

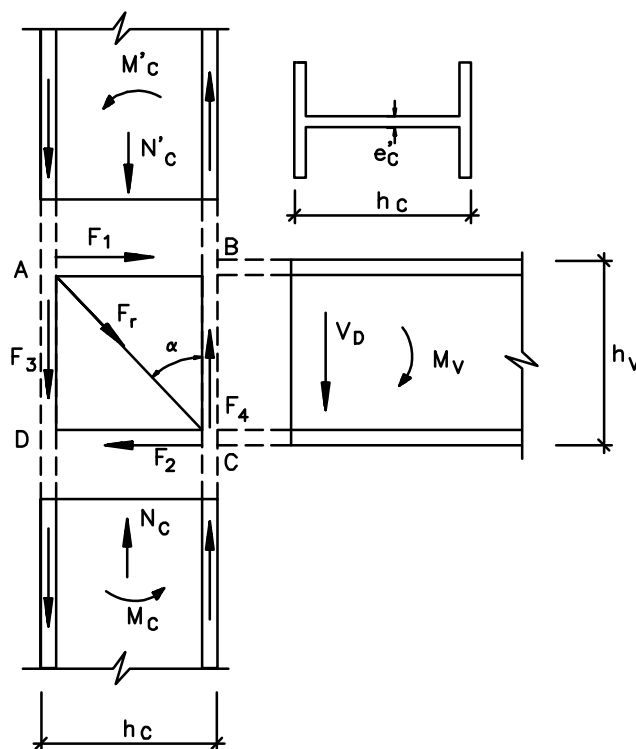


Figura 55: Comprobación de las tensiones cortantes del recuadro ABCD del alma del pilar.

$$F_1 = F_2 = \frac{M_v}{h_v}$$

La condición de seguridad del alma exigirá:

$$\frac{F_1^*}{e'_c \cdot h_c} \leq \frac{\sigma_E}{\sqrt{3}}$$

o, lo que es lo mismo:

$$e'_c \geq 1.73 \cdot \frac{M_v}{h_v \cdot h_c \cdot \sigma_E}$$

Refuerzo del alma a cizallamiento

En el caso de no satisfacerse la condición anterior por una descompensación de momentos, se procederá a colocar rigidizadores como se indica en la figura 56.

Para los rigidizadores horizontales pueden utilizarse palastros del mismo espesor que los dos de la viga.

El área del rigidizador diagonal A_r se obtiene de:

$$A_r \geq \frac{1}{\text{sen } \alpha} \cdot \left(\frac{1.12 \cdot W_{xv}}{h_v} - \frac{h_c \cdot e'_c}{\sqrt{3}} \right)$$

siendo W_{xv} el momento resistente de la viga y e'_c el espesor del alma de la columna.

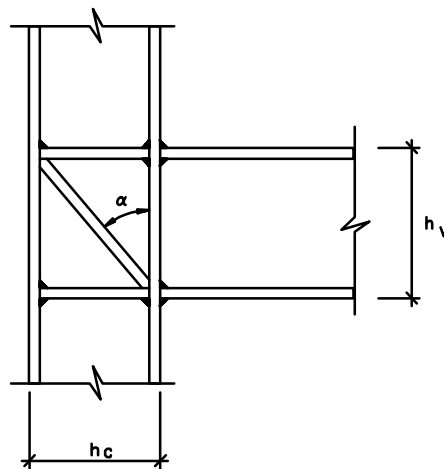


Figura 56: Refuerzo del alma a cizallamiento.

2.7. NUDOS CON CARTELAS PASANTES

Las vigas trianguladas están formadas por barras cuyos centros de gravedad concurren en un punto. Sus cargas están contenidas en el plano de simetría y, además, aplicadas en los nudos de la estructura. Bajo estas condiciones se acepta que los nudos funcionan como **articulaciones**.

La unión entre barras puede realizarse, bien directamente por soldadura a tope (figura 57), o bien por solape (figura 58) o mediante cartelas (figura 59).

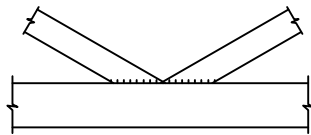


Figura 57.

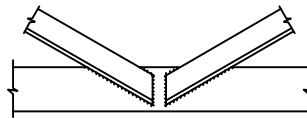


Figura 58.

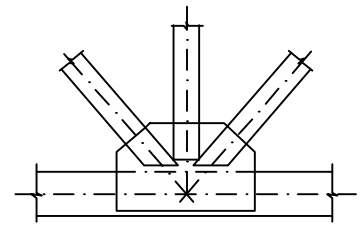


Figura 59.

Las uniones de barras en nudos mediante cartelas son de uso muy frecuente en estructuras metálicas, sobre todo en cerchas y vigas de celosía. La cartela materializa de forma parcial el plano de la estructura, sirviendo de nexo a las barras que sobre ella concurren. El nudo debe responder de la forma más fiel posible al modelo de cálculo que se ha empleado.

El tipo más generalizado es el constituido por **perfiles dobles con cartela pasante** entre ellos. La simetría de las barras respecto del eje contenido en el plano de la cartela hace que no se produzcan momentos por excentricidad de las acciones, lo que aconseja este tipo de solución, fácil de ejecutar por otra parte.

El **diseño de la cartela** ofrece muchos grados de libertad si bien reglas de buena práctica constructiva recomiendan unas formas sobre otras.

- Deben evitarse los ángulos entrantes, es decir, la cartela debe ser en su contorno un polígono convexo.
- Los ángulos interiores de ese polígono deben ser mayores de 90° .
- Es conveniente buscar una cierta regularidad en cuanto a la forma y dimensiones de las cartelas que forman parte de la estructura.
- Las cartelas deben tener el menor tamaño posible para minimizar en lo posible las tensiones secundarias, que no están previstas en el cálculo.

- El espesor de las cartelas debe elegirse de forma que sea, en lo posible, compatible con el de los perfiles que se van a soldar sobre ella.

Para prevenir los momentos secundarios que aparecen en el nudo se suele minorar en el cálculo un 10% la tensión admisible.

La norma DIN recomienda los siguientes espesores para cartelas:

Para	$0 \leq N \leq 15$ toneladas	$8 \leq e \leq 10$ mm
Para	$15 \leq N \leq 25$ toneladas	$10 \leq e \leq 12$ mm
Para	$25 \leq N \leq 35$ toneladas	$12 \leq e \leq 14$ mm
Para	$N \geq 35$ toneladas	$14 \leq e \leq 20$ mm

Para calcular una cartela se debe comprobar la sección más desfavorable de la misma. Así, por ejemplo, en la figura 60 se presenta la unión de dos barras mediante una presilla.

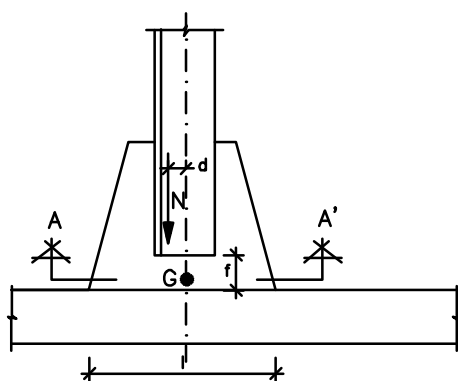


Figura 60: Unión de dos barras mediante una presilla.

En general, es suficiente tomar un valor $e \cdot l$ igual o mayor que el área de la barra o barras que se vayan a unir. Si la distancia $f \leq 5 \cdot e$ no es necesario comprobar el pandeo de la cartela. En caso contrario es necesario colocar rigidizadores (L o LL).

La sección más desfavorable será la AA', de espesor e y longitud l . Sea G su centro de gravedad y d la excentricidad de N respecto al centro de gravedad.

La sección AA' está sometida a un momento $N \cdot d$ y a una carga N.

La condición de seguridad será:

$$\frac{N^*}{e \cdot l} + \frac{6 \cdot N^* \cdot d}{e \cdot l^2} \leq \sigma_E$$

o, lo que es lo mismo:

$$e \geq \frac{N^*}{\sigma_E \cdot I} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot d}{I} \right)$$

Si, por ejemplo, concurren tres barras sobre una cartela (figura 61) y es G el centro de gravedad de la sección AA', sobre ésta actuarán las siguientes solicitaciones:

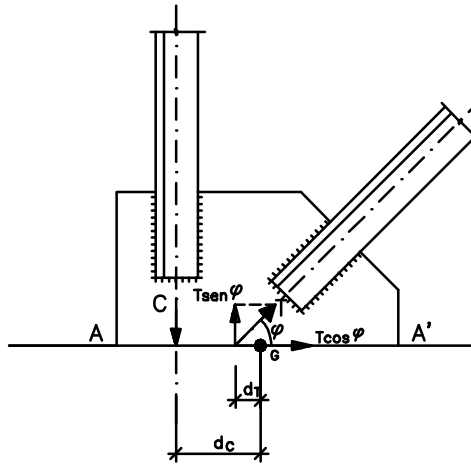


Figura 61: Unión de tres barras mediante cartela.

$$\begin{aligned} N &= C - T \cdot \text{sen } \varphi \\ M &= C \cdot d_c - T \cdot \text{sen } \varphi \cdot d_T \\ V &= T \cdot \text{cos } \varphi \end{aligned}$$

Por efecto de M y N se tiene una tensión máxima:

$$\sigma_x^* = \frac{N^*}{e \cdot I} + \frac{M^*}{W}$$

Por efecto de V la tensión será:

$$\tau^* = \frac{V^*}{e \cdot I}$$

La condición de seguridad será:

$$\sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq \sigma_E$$

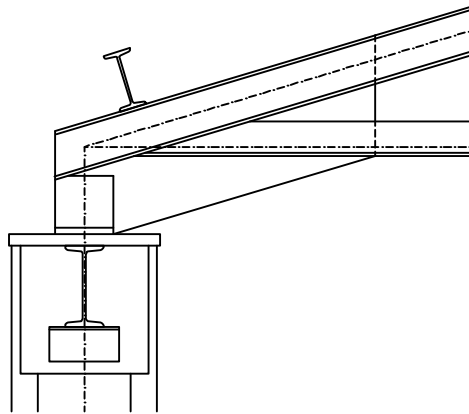


Figura 62: Detalle de apoyo de cercha sobre soporte.

2.8. UNIONES MEDIANTE PRESILLAS

Las presillas de una pieza compuesta deben dimensionarse de tal forma que nunca cedan antes de producirse el pandeo de la misma, debiendo ser capaces de soportar las tensiones que se originan al deformarse solidariamente las piezas simples que la constituyen.

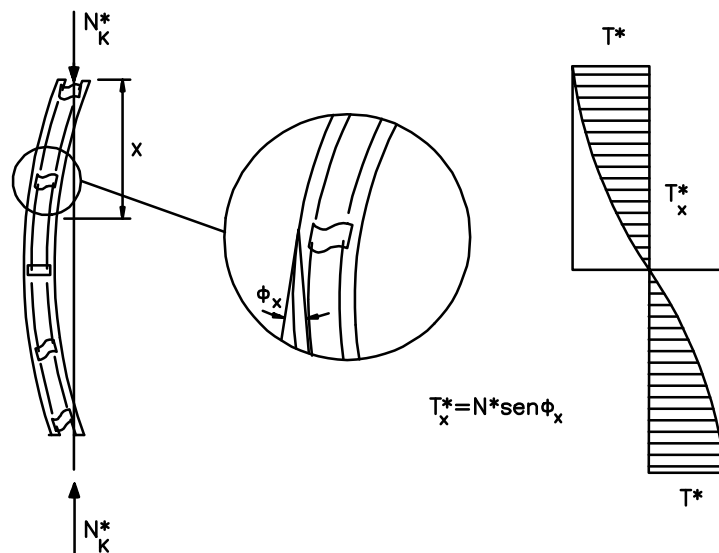


Figura 63: Soporte empresillado. Esfuerzos en las uniones.

Como puede apreciarse en la figura 63, cuando la pieza se flexa y se mantiene en equilibrio bajo la acción de la carga crítica de pandeo N_k^* , se produce una deformación de los elementos de unión que varía desde una máxima en los extremos a una deformación nula del elemento central. Ello es debido a la variación de la fuerza cortante cuya función es:

$$T_x^* = N_k^* \cdot \text{sen } \phi_x$$

donde el ángulo varía desde un valor máximo (e indeterminado) en los extremos de la pieza, hasta cero en el centro de la misma (en la figura se muestra la ley de fuerzas cortantes). En la práctica las presillas se dimensionan para soportar el valor máximo de T^* , lo que equivale a tomar como diagrama de cortantes la envolvente mostrada en la figura 63.

Algunos autores demostraron que en piezas rectas articuladas el cortante máximo es independiente de la esbeltez de la pieza, así como de la excentricidad de la carga cuando la compresión es compuesta. La Norma DIN 4114, y la Norma MV-103 lo adopta de ella, toma como valor de T^* un 1.25% de la carga total que admitiría la pieza a compresión sin pandeo, es decir:

$$T^* = 0.0125 \cdot A \cdot \sigma_u$$

que es el valor que la norma denomina **esfuerzo cortante ideal**, después de afectarlo con un coeficiente η que tiene en cuenta el tamaño y separación de los cordones de la pieza compuesta.

$$T_i^* = \frac{A \cdot \sigma_u}{80} \cdot \eta; \quad \eta = \frac{s}{20 \cdot i_1} \geq 1$$

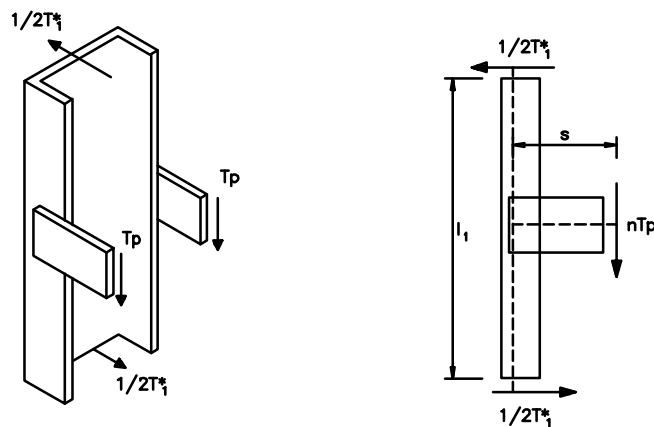


Figura 64: Equilibrio de esfuerzos en las presillas.

Aislando un elemento de la pieza, como se muestra en la figura 64, se puede, estableciendo el equilibrio de fuerzas, determinar las expresiones de la fuerza cortante T_p y del momento flector M_p que solicitan en cada presilla y a partir de ellos comprobar las tensiones en la misma.

$$T_p = \frac{T_i^* \cdot l_1}{2 \cdot s} \quad M_p = \frac{T_i^* \cdot l_1}{4}$$

Recuérdese que sobre cada presilla $\sigma = \frac{6 \cdot M_p}{e \cdot h^2}$; $\tau = \frac{T_p}{e \cdot h}$, por lo que la comprobación a realizar será $\sigma_{co} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} < \sigma_u$.

El cálculo de las soldaduras se realiza de acuerdo con caso B del apartado 8.3 del tema anterior (Solicitaciones de torsión y esfuerzo cortante combinados. Unión con dos cordones laterales y uno frontal). Para facilitar la labor de cálculo se proporciona la tabla de datos y expresión de cálculo tomada del Prontuario de ENSIDESA, la cual facilita notablemente la comprobación de esta unión (tabla 2; figura 65).

La carga P^* que agota la soldadura vale:

$$P^* = C \cdot \sigma_u \cdot a \cdot l$$

donde C es un coeficiente que se obtiene en función de e y k en la tabla 2. El centro de gravedad G de la soldadura está situado en:

$$x = \frac{k^2}{1 + 2 \cdot k}$$

La expresión de cálculo de una soldadura en U solicitada a torsión en el plano es:

$$\frac{1}{C} = \sqrt{1.4 \cdot \left[\frac{1}{1 + 2 \cdot k} + \frac{e \cdot \left(k - \frac{k^2}{1 + 2 \cdot k} \right)}{\frac{(1 + 2 \cdot k)^3}{12} - \frac{k^2 \cdot (1 + k)^2}{1 + 2 \cdot k}} \right]^2 + \frac{0.45 \cdot e^2}{\frac{(1 + 2 \cdot k)^2}{12} - \frac{k^2 \cdot (1 + k)^2}{1 + 2 \cdot k}}}$$

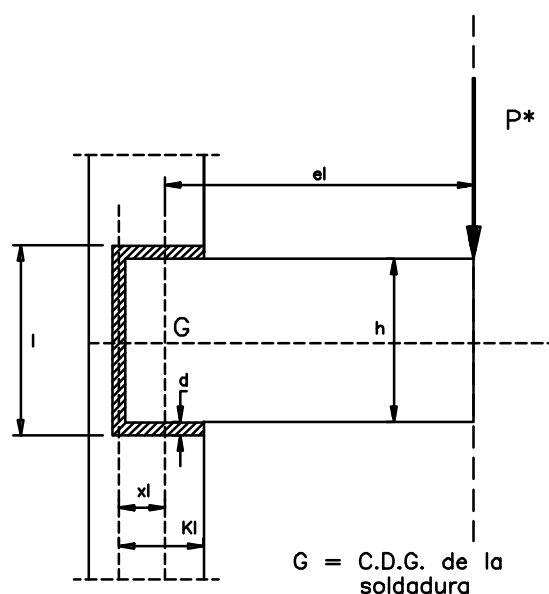


Figura 65: Soldadura en U sometida a torsión en el plano.

TABLA 2
VALORES DEL COEFICIENTE C PARA EL CALCULO
DE SOLDADURAS EN U SOLICITADAS A TORSION EN EL PLANO

E	k									
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.8452	1.0142	1.1832	1.3522	1.5213	1.6903	1.8593	2.0284	2.1974	2.3664
0.1	0.6988	0.8484	0.9821	1.1125	1.2427	1.3739	1.5067	1.6415	1.7782	1.9169
0.2	0.5005	0.6563	0.7812	0.8962	1.0084	1.1204	1.2337	1.3490	1.4665	1.5866
0.3	0.3719	0.5151	0.6300	0.7337	0.8334	0.9323	1.0320	1.1336	1.2373	1.3436
0.4	0.2915	0.4177	0.5213	0.6147	0.7042	0.7926	0.8818	0.9726	1.0655	1.1608
0.5	0.2384	0.3490	0.4419	0.5263	0.6070	0.6868	0.7673	0.8493	0.9333	1.0196
0.6	0.2011	0.2988	0.3824	0.4588	0.5321	0.6047	0.6779	0.7525	0.8291	0.9079
0.7	0.1737	0.2608	0.3364	0.4060	0.4730	0.5394	0.6064	0.6748	0.7451	0.8175
0.8	0.1527	0.2311	0.2999	0.3637	0.4253	0.4864	0.5482	0.6113	0.6762	0.7432
0.9	0.1362	0.2073	0.2704	0.3292	0.3861	0.4427	0.4999	0.5584	0.6187	0.6810
1.0	0.1229	0.1879	0.2461	0.3006	0.3534	0.4060	0.4593	0.5138	0.5701	0.6282
1.1	0.1119	0.1718	0.2257	0.2764	0.3257	0.3748	0.4247	0.4757	0.5284	0.5829
1.2	0.1028	0.1582	0.2084	0.2558	0.3019	0.3480	0.3948	0.4428	0.4923	0.5436
1.3	0.0950	0.1465	0.1935	0.2380	0.2814	0.3248	0.3689	0.4141	0.4608	0.5093
1.4	0.0882	0.1365	0.1806	0.2225	0.2634	0.3044	0.3461	0.3889	0.4331	0.4789
1.5	0.0824	0.1277	0.1693	0.2089	0.2476	0.2864	0.3259	0.3665	0.4084	0.4520
1.6	0.0773	0.1200	0.1593	0.1968	0.2335	0.2704	0.3079	0.3465	0.3864	0.4279
1.7	0.0728	0.1132	0.1504	0.1860	0.2210	0.2561	0.2918	0.3286	0.3667	0.4062
1.8	0.0688	0.1070	0.1425	0.1764	0.2097	0.2432	0.2773	0.3124	0.3488	0.3866
1.9	0.0652	0.1016	0.1353	0.1677	0.1995	0.2315	0.2642	0.2978	0.3326	0.3688
2.0	0.0619	0.0966	0.1288	0.1598	0.1902	0.2209	0.2522	0.2844	0.3178	0.3526
2.1	0.0590	0.0921	0.1230	0.1526	0.1818	0.2112	0.2413	0.2722	0.3043	0.3377
2.2	0.0563	0.0880	0.1176	0.1460	0.1741	0.2023	0.2312	0.2610	0.2919	0.3240
2.3	0.0539	0.0843	0.1126	0.1400	0.1670	0.1942	0.2220	0.2507	0.2804	0.3114
2.4	0.0517	0.0808	0.1081	0.1344	0.1604	0.1867	0.2135	0.2411	0.2698	0.2997
2.5	0.0496	0.0776	0.1039	0.1293	0.1544	0.1797	0.2056	0.2323	0.2600	0.2889
2.6	0.0477	0.0747	0.1001	0.1245	0.1488	0.1732	0.1982	0.2241	0.2509	0.2788
2.7	0.0459	0.0720	0.0965	0.1201	0.1435	0.1672	0.1914	0.2164	0.2423	0.2694
2.8	0.0443	0.0695	0.0931	0.1160	0.1387	0.1616	0.1850	0.2092	0.2344	0.2606
2.9	0.0428	0.0671	0.0900	0.1122	0.1341	0.1563	0.1790	0.2025	0.2269	0.2524
3.0	0.0414	0.0649	0.0871	0.1086	0.1299	0.1514	0.1735	0.1962	0.2199	0.2446
3.1	0.0400	0.0628	0.0843	0.1052	0.1259	0.1468	0.1682	0.1903	0.2134	0.2374
3.2	0.0388	0.0609	0.0818	0.1020	0.1221	0.1424	0.1632	0.1848	0.2072	0.2305
3.3	0.0376	0.0591	0.0793	0.0990	0.1186	0.1383	0.1586	0.1795	0.2013	0.2240
3.4	0.0365	0.0573	0.0771	0.0962	0.1152	0.1344	0.1542	0.1746	0.1958	0.2179
3.5	0.0355	0.0557	0.0749	0.0935	0.1120	0.1308	0.1500	0.1699	0.1905	0.2121

TABLA 2 (Continuación)
VALORES DEL COEFICIENTE C PARA EL CALCULO
DE SOLDADURAS EN U SOLICITADAS A TORSION EN EL PLANO

e	k										
	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0.0	2.5355	2.7045	2.8735	3.0426	3.2116	3.3806	3.5496	3.7187	3.8877	4.0567	4.2258
0.1	2.0576	2.2002	2.3446	2.4908	2.6384	2.7876	2.9381	3.0899	3.2428	3.3967	3.5517
0.2	1.7091	1.8340	1.9614	2.0910	2.2228	2.3567	2.4925	2.6301	2.7694	2.9102	3.0526
0.3	1.4524	1.5639	1.6779	1.7944	1.9133	2.0345	2.1580	2.2835	2.4110	2.5403	2.6714
0.4	1.2586	1.3591	1.4622	1.5679	1.6760	1.7866	1.8995	2.0146	2.1318	2.2511	2.3722
0.5	1.1084	1.1998	1.2938	1.3903	1.4893	1.5908	1.6946	1.8007	1.9090	2.0194	2.1318
0.6	0.9891	1.0728	1.1590	1.2478	1.3390	1.4326	1.5286	1.6269	1.7274	1.8301	1.9348
0.7	0.8923	0.9695	1.0491	1.1311	1.2156	1.3025	1.3917	1.4832	1.5768	1.6726	1.7705
0.8	0.8124	0.8839	0.9578	1.0341	1.1127	1.1937	1.2769	1.3624	1.4500	1.5398	1.6316
0.9	0.7453	0.8120	0.8809	0.9521	1.0256	1.1014	1.1794	1.2595	1.3418	1.4262	1.5126
1.0	0.6844	0.7507	0.8152	0.8820	0.9510	1.0221	1.0955	1.1709	1.2485	1.3281	1.4096
1.1	0.6394	0.6979	0.7586	0.8214	0.8864	0.9534	1.0226	1.0939	1.1672	1.2425	1.3197
1.2	0.5968	0.6520	0.7092	0.7685	0.8299	0.8933	0.9588	1.0263	1.0957	1.1671	1.2405
1.3	0.5595	0.6117	0.6658	0.7220	0.7801	0.8403	0.9024	0.9665	1.0325	1.1004	1.1701
1.4	0.5265	0.5760	0.6274	0.6807	0.7359	0.7931	0.8522	0.9132	0.9761	1.0408	1.1073
1.5	0.4972	0.5442	0.5931	0.6438	0.6964	0.7509	0.8073	0.8684	0.9255	0.9873	1.0508
1.6	0.4710	0.5158	0.5624	0.6108	0.6610	0.7130	0.7668	0.8224	0.8798	0.9390	0.9998
1.7	0.4473	0.4901	0.5346	0.5809	0.6289	0.6787	0.7302	0.7835	0.8384	0.8951	0.9535
1.8	0.4259	0.4669	0.5095	0.5538	0.5998	0.6475	0.6969	0.7480	0.8008	0.8552	0.9193
1.9	0.4065	0.4457	0.4866	0.5291	0.5732	0.6190	0.6665	0.7156	0.7663	0.8187	0.8726
2.0	0.3887	0.4264	0.4657	0.5065	0.5489	0.5930	0.6386	0.6859	0.7347	0.7851	0.8371
2.1	0.3725	0.4087	0.4465	0.4857	0.5266	0.5690	0.6130	0.6585	0.7056	0.7542	0.8043
2.2	0.3575	0.3924	0.4288	0.4666	0.5060	0.5469	0.5893	0.6332	0.6787	0.7256	0.7740
2.3	0.3437	0.3773	0.4124	0.4489	0.4869	0.5264	0.5674	0.6098	0.6538	0.6991	0.7459
2.4	0.3309	0.3634	0.3972	0.4325	0.4693	0.5074	0.5471	0.5881	0.6306	0.6745	0.7198
2.5	0.3190	0.3504	0.3832	0.4173	0.4528	0.4898	0.5281	0.5679	0.6090	0.6515	0.6954
2.6	0.3079	0.3383	0.3700	0.4031	0.4375	0.4733	0.5104	0.5489	0.5888	0.6301	0.6726
2.7	0.2976	0.3271	0.3578	0.3898	0.4232	0.4579	0.4939	0.5313	0.5699	0.6100	0.6513
2.8	0.2880	0.3165	0.3463	0.3774	0.4098	0.4434	0.4784	0.5147	0.5522	0.5911	0.6313
2.9	0.2789	0.3066	0.3356	0.3657	0.3972	0.4299	0.4638	0.4991	0.5356	0.5734	0.6124
3.0	0.2704	0.2973	0.3254	0.3548	0.3853	0.4171	0.4501	0.4844	0.5199	0.5567	0.5947
3.1	0.2624	0.2886	0.3159	0.3444	0.3741	0.4051	0.4372	0.4706	0.5052	0.5409	0.5779
3.2	0.2549	0.2803	0.3069	0.3347	0.3636	0.3937	0.4250	0.4575	0.4912	0.5261	0.5621
3.3	0.2478	0.2725	0.2984	0.3255	0.3537	0.3830	0.4135	0.4452	0.4780	0.5120	0.5471
3.4	0.2410	0.2652	0.2904	0.3168	0.3442	0.3728	0.4026	0.4334	0.4655	0.4986	0.5329
3.5	0.2346	0.2582	0.2828	0.3085	0.3353	0.3632	0.3922	0.4223	0.4536	0.4859	0.5194

2.9. APOYOS ESPECIALES DE VIGAS

2.9.1. INTRODUCCION

Las acciones que actúan sobre los apoyos son:

- a). Cargas verticales. Proceden de la reacción de la viga.
- b). Cargas horizontales. Proceden de la acción de frenados, sismos, empujes, etc.
- c). Dilataciones. Proceden de las variaciones de temperatura y de las deformaciones.
- d). Giros. Proceden de la deformación de la estructura.

Los apoyos deben transmitir las acciones de forma que se permita una transición de tensiones compatible con la resistencia del material de soporte y con las condiciones de cálculo de la estructura (condiciones de borde).

En vigas normales, el giro, el desplazamiento y las cargas horizontales, no son importantes, y una simple placa de asiento resuelve el problema (figura 66).

En vigas mayores, el giro y la reacción pueden ser importantes y entonces conviene acercarse a las condiciones ideales de cálculo, garantizando el punto de paso de la reacción y el giro libre. Esto puede resolverse con apoyos de acero (figura 67).

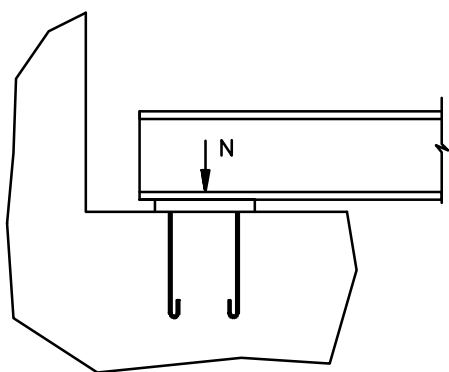


Figura 66: Placa de asiento.

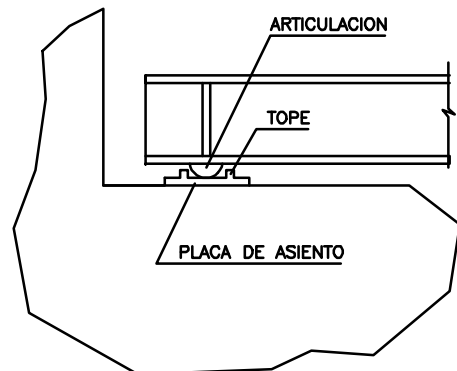


Figura 67: Apoyos de acero.

Si además debe garantizarse el desplazamiento, se puede recurrir a un sistema de rodillos (figura 68), o bien a un aparato de caucho sintético (neopreno), como el

indicado en la figura 69. en donde puede apreciarse que la deformación del material permite un giro y un desplazamiento de la viga.

Las reacciones verticales y horizontales que debe soportar el aparato de apoyo proceden del cálculo estático o dinámico de la estructura y son conocidos.

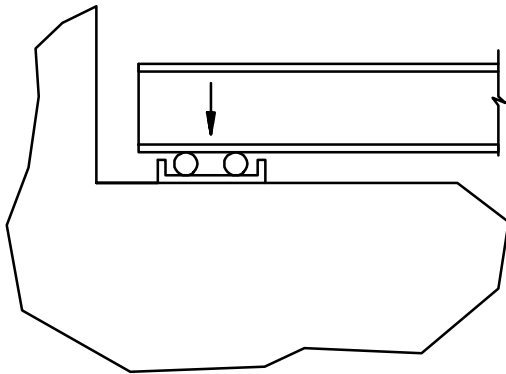


Figura 68: Sistema de rodillos.

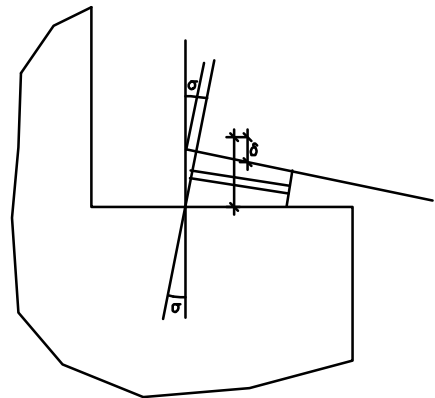


Figura 69: Apoyo de neopreno.

Los desplazamientos horizontales que debe sufrir el aparato de apoyo proceden de dos causas:

- 1ª . La variación de temperatura ΔT .
- 2ª . La deformación elástica de la estructura.

El giro procederá de la deformación elástica.

El desplazamiento por temperatura se calcula mediante la expresión:

$$\delta_T = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$$

en donde el coeficiente de dilatación (α) vale $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}$, es decir, 0.012 mm por metro y grado de temperatura.

De acuerdo con las Normas Españolas, como variación de la temperatura puede tomarse $\Delta T=40^\circ$, de donde:

$$\delta_T = \frac{l}{2083} \quad (\delta_T \text{ y } l \text{ en las mismas unidades)}$$

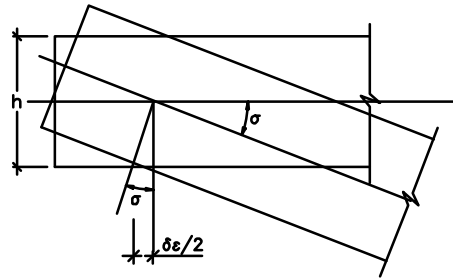


Figura 70: Estudio del apoyo aislado para la obtención del desplazamiento horizontal.

El desplazamiento horizontal debido a deformaciones elásticas se puede obtener a partir del giro θ . Aislado el apoyo A, y despreciando infinitésimos de segundo orden (figura 70), se tiene:

$$\frac{\delta_e}{2} = \frac{h}{2} \cdot \text{tag}\theta \approx \frac{h}{2} \cdot \theta$$

$$\delta_e = h \cdot \theta \quad (\text{Se ha considerado un apoyo móvil})$$

Si la viga está cargada uniformemente:

$$q = \frac{q \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I}$$

y como:

$$I = \frac{M^* \cdot h}{2 \cdot \sigma_E} = 1.5 \cdot \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot h$$

se obtiene:

$$\delta_e = \frac{l}{1731}$$

El desplazamiento total por dilatación y deformación elástica será:

$$\delta = \delta_T + \delta_e = \frac{l}{945} \quad (\delta \text{ y } l \text{ en las mismas unidades})$$

Si hubiese acciones horizontales, a δ habría que sumarle el desplazamiento de estas acciones.

2.9.2. CALCULO DE APOYOS PLANOS

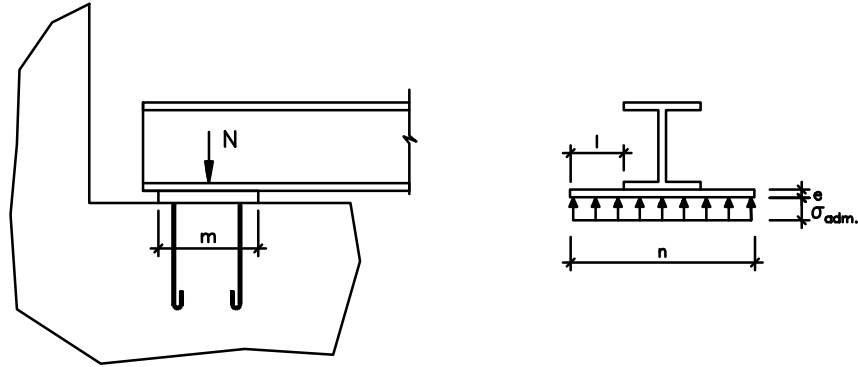


Figura 71: Cálculo de apoyos planos.

Si σ es la tensión admisible del material de apoyo, las dimensiones de la placa deben cumplir la condición:

$$\frac{N}{m \cdot n} \leq \sigma$$

Para el cálculo de la placa de asiento se considera que está cargada con una tensión σ y con un vuelo l (figura 71).

El momento será:

$$\frac{\sigma \cdot l^2}{2}$$

La condición de seguridad será:

$$e \geq 0.34 \cdot l \cdot \sqrt{\sigma} \quad (\text{en cm})$$

Cuando los espesores e son grandes se colocan cartelas para reducirlos (figura 72).

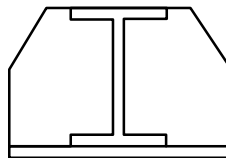


Figura 72.

2.9.3. CALCULO DE RODILLOS

Cuando es necesario tener en cuenta el giro o el desplazamiento horizontal, los apoyos pueden hacerse con rodillos o con neopreno.

La presión máxima teórica de un rodillo sobre otra superficie cilíndrica viene dada por la fórmula de Hertz:

$$P_{\text{máx}} = 19.16 \cdot \sqrt{\left(\frac{N}{L} + \frac{6 \cdot H \cdot h}{L^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

- $P_{\text{máx}}$ = Presión máxima en la generatriz de contacto en kg/cm²
- N = Reacción vertical en kg.
- L = Longitud de la generatriz de contacto en cm.
- H = Posible empuje paralelo a las generatrices del cilindro en kg.
- h = Excentricidad del empuje respecto a la generatriz en cm.
- r_1 y r_2 = Radios de las superficies cilíndricas en cm.

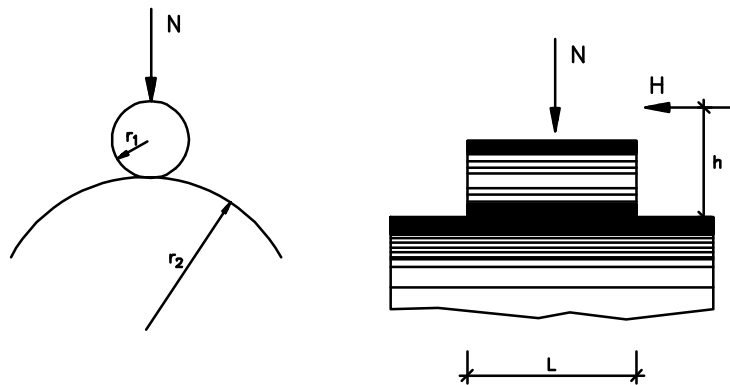


Figura 73.

Si una de las superficies es plana ($r_2 = \infty$) la expresión anterior se convierte en:

$$P_{\text{máx}} = 19.16 \cdot \sqrt{\left(\frac{N}{L} + \frac{6 \cdot H \cdot h}{L^2}\right) \cdot \frac{1}{r_1}}$$

Si H es igual a cero:

$$P_{\text{máx}} = 19.16 \cdot \sqrt{\frac{N}{L \cdot r_1}}$$

La condición de seguridad de un aparato de un sólo rodillo es:

$$P_{\text{máx}}^* \leq 5 \cdot \sigma_E$$

2.9.4. CALCULO DE APOYOS ELASTOMERICOS

Los dispositivos de apoyo de caucho sintético se han impuesto progresivamente en los últimos años, ya que proporcionan apoyos muy sencillos, eficaces y económicos.

En general, sus características elásticas son buenas, aunque se deforman con gran facilidad incluso con pequeñas cargas.

Por una parte esta facilidad de deformación resulta beneficiosa para absorber desplazamientos horizontales, y por otra perjudicial, ya que al aplastarse excesivamente hace imposible su utilización.

Con objeto de evitar el aplastamiento (figura 74) se le puede zunchar con láminas metálicas de acero, adheridas al caucho (figura 75).

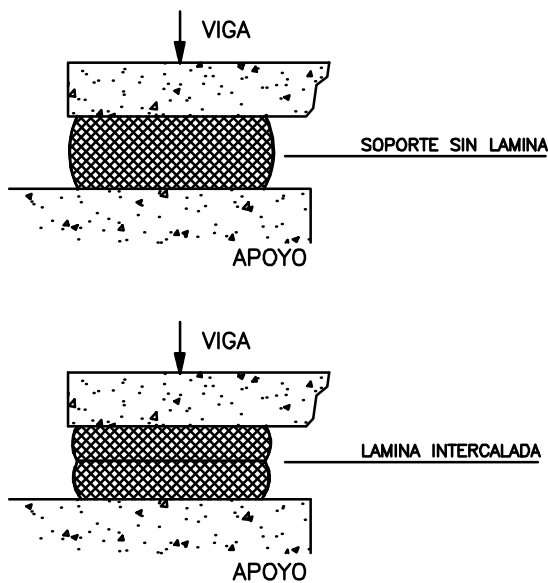


Figura 74.

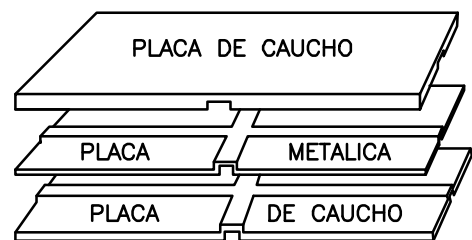


Figura 75.

Estas láminas, al impedir la dilatación transversal, disminuyen el aplastamiento, ya que el caucho se deforma a volumen prácticamente constante.

Características geométricas

Las magnitudes fundamentales son los lados a y b de la sección, el número de capas de caucho y su espesor e (figura 76).

Un parámetro importante es el **factor de forma**, que se define como

$$F_F = \frac{\text{superficie cargada}}{\text{superficie no cargada}}$$

En la figura 77 se representa un aparato de caucho sin láminas intermedias. Su factor de forma será:

$$F_F = \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a + b) \cdot e}$$

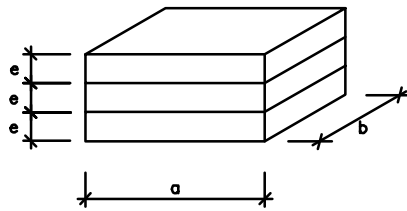


Figura 76.

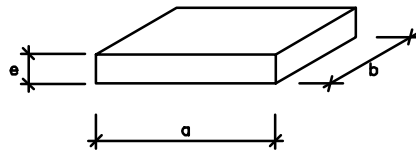


Figura 77.

En la figura 78 se muestra un aparato de caucho con una lámina metálica intercalada. Su factor de forma será:

$$F_F = \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a + b) \cdot \frac{e}{2}}$$

es decir, que para un espesor total e el factor de forma pasa a ser el doble cuando al aparato se le divide con una lámina metálica.

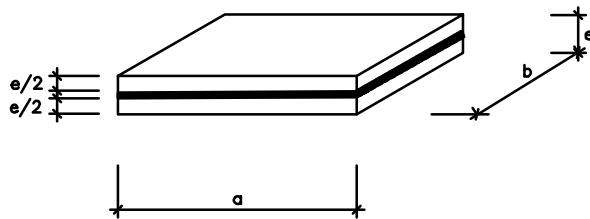


Figura 78.

Características mecánicas

Las características mecánicas fundamentales son:

- La dureza
- La resistencia al envejecimiento y a las bajas temperaturas.
- Módulo de elasticidad a compresión.
- Módulo de elasticidad transversal.
- Deformaciones.

características todas ellas que han de ser extraídas de los catálogos de los fabricantes.