

EQUIPOS DE MEDICION TOPOGRAFICA

NIVELACION

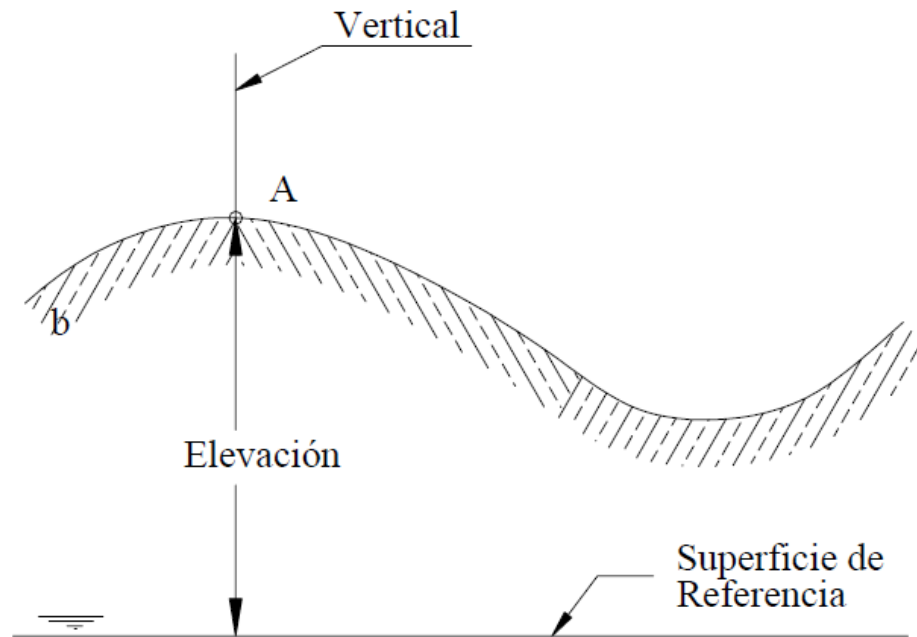
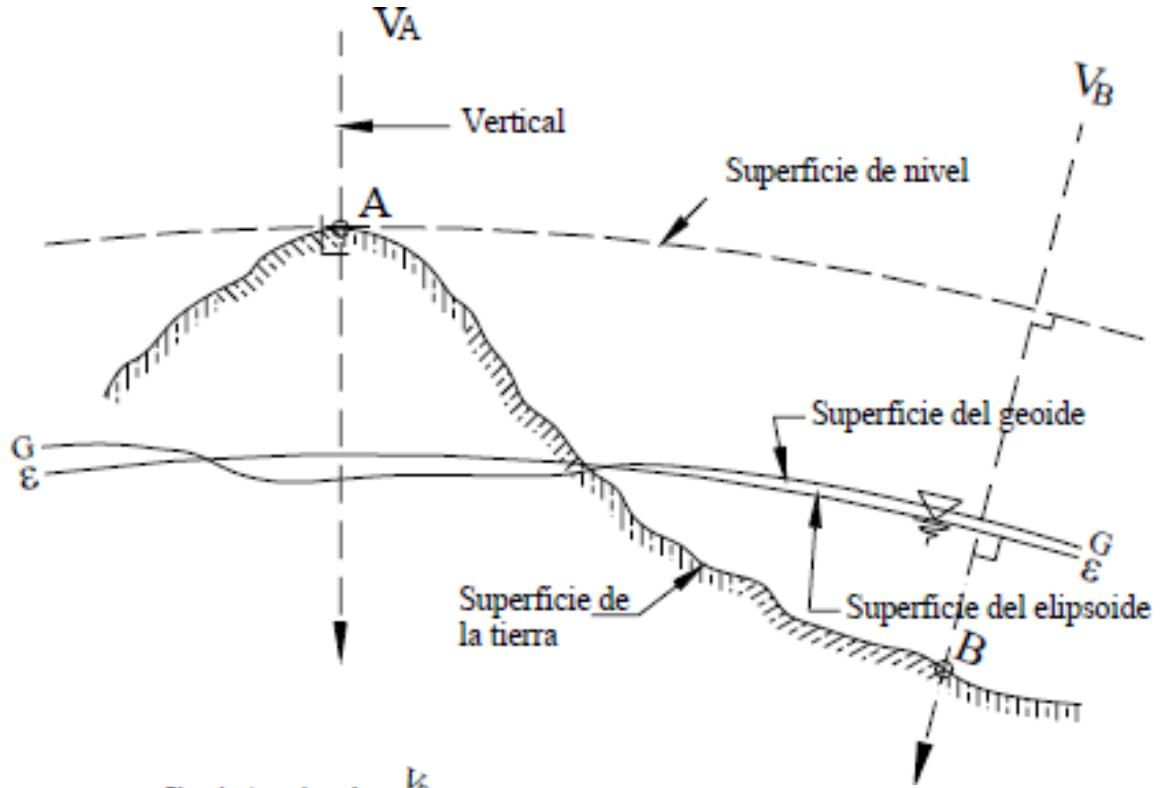


Figura 6.1 Elevación o altitud de un punto

La distancia vertical debe ser medida a lo largo de una línea vertical definida como la línea que sigue la dirección de la gravedad o dirección de la plomada

La cota absoluta de un punto es la distancia vertical entre la superficie equipotencial que pasa por dicho punto y la superficie equipotencial de referencia o superficie del elipsoide (Q_A y Q_B en la figura 6.3).

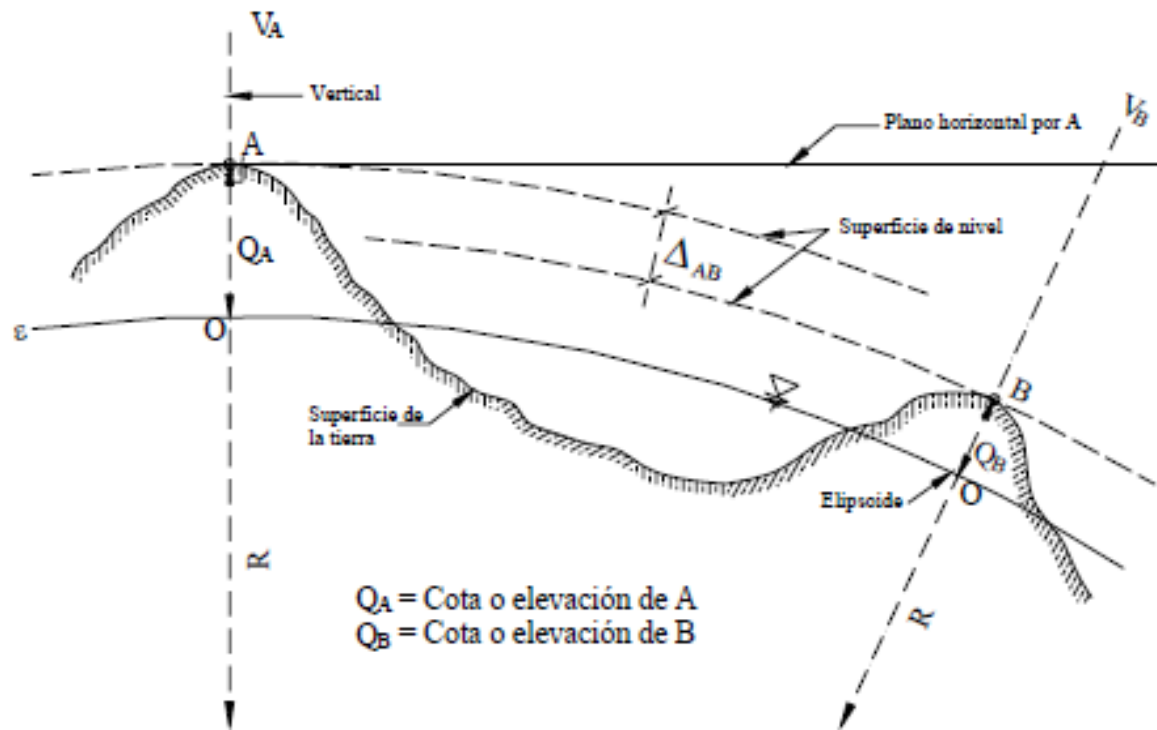


Representación de las superficies del geode y el elipsoide

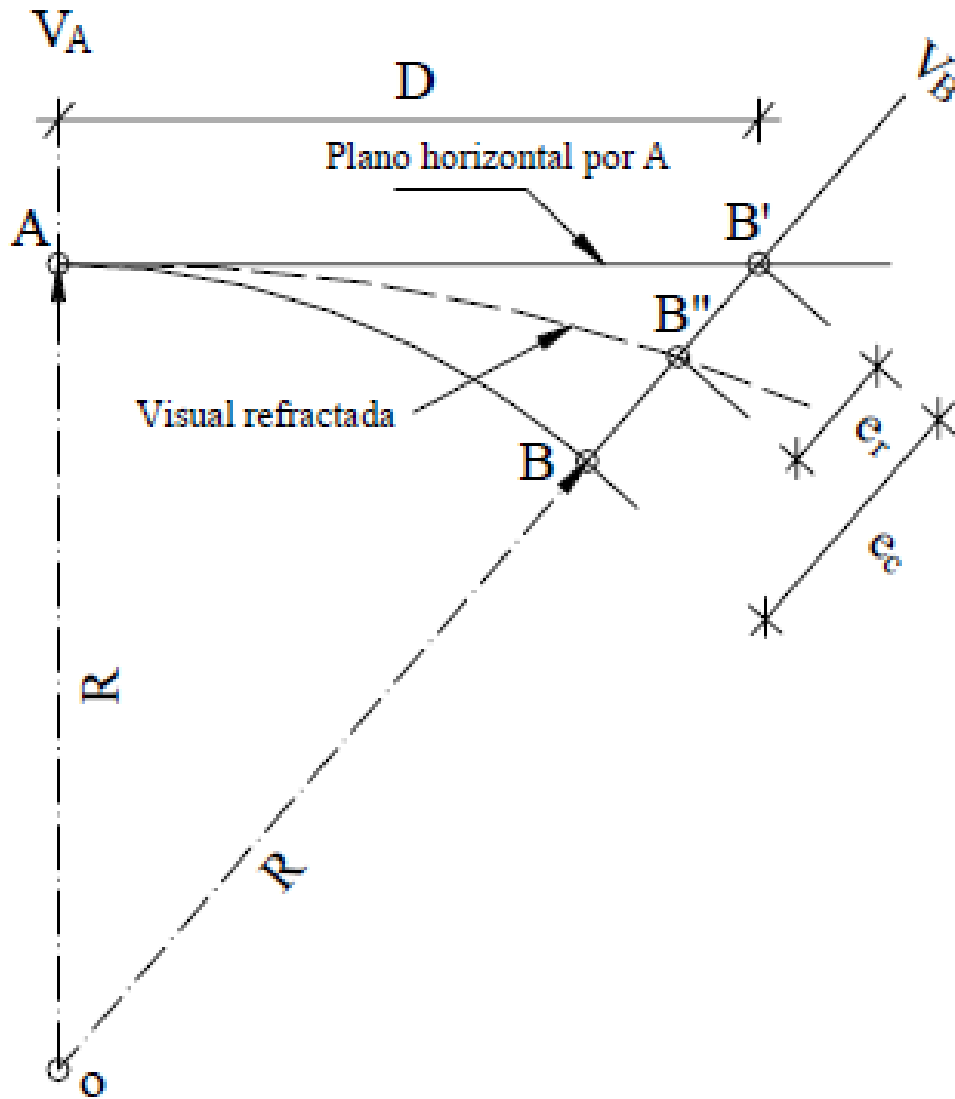
El desnivel entre dos puntos

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A$$

Plano horizontal de un punto sobre la superficie de la tierra



6.2 Curvatura y Refracción



$$(R + e_c)^2 = R^2 + D^2$$

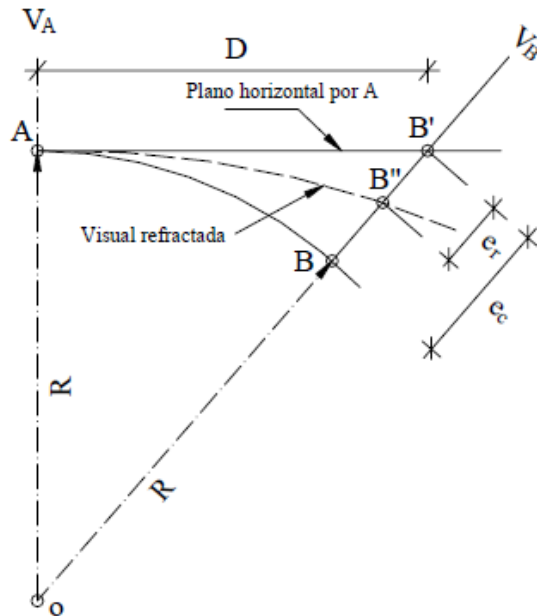
$$R^2 + 2Re_c + e_c^2 = R^2 + D^2$$

$$e_c = \frac{D^2 - e_c^2}{2R}$$

$$e_c = \frac{D^2}{2R}$$

Representación de los efectos de curvatura y refracción

El **efecto de refracción** depende de la presión atmosférica, temperatura y ubicación geográfica, pero se puede admitir, para simplificar el problema, como función directa de la curvatura terrestre.



Se puede observar en la figura que el efecto de refracción contrarresta el efecto de curvatura, por lo que el efecto o error total de curvatura y refracción (e_{cr}) se determina según la siguiente expresión:

$$e_r = K \cdot e_c$$

$$e_r = K \frac{D^2}{2R}$$

K representa el coeficiente de refracción.

$$e_{cr} = e_c - e_r = \frac{D^2}{2R} (1 - K)$$

$$e_{cr} = \frac{D^2}{2R} (1 - K)$$

En la tabla, los valores de D representan el límite del campo topográfico perimétrico para los diferentes tipos de nivelación.

Tabla 6.1. Límites del campo topográfico planimétrico

D	e_{cr} mm	TIPO DE NIVELACION
100	0,65	Nivelación geométrica de precisión. Mira vertical de invar y micrómetro óptico.
200	2,64	Nivelación geométrica con mira vertical.
400	10,55	Nivelaciones taquimétricas . Determinación de puntos de relleno.
500 ≥1.000	16,48 65,93	Considerar el e_{cr} .

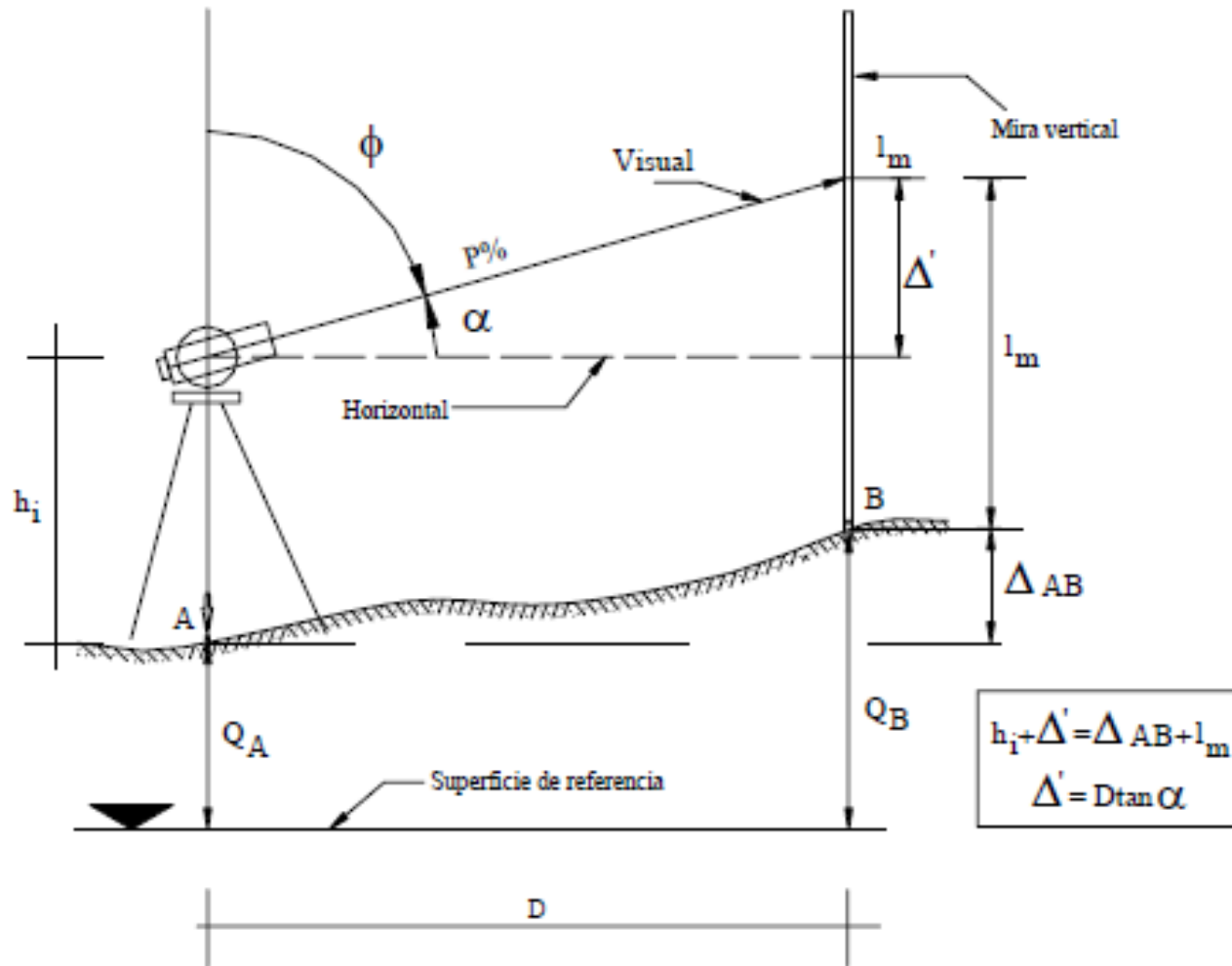
Para valores de $D > 400$ m, se debe tomar en cuenta el ecr.

6.3. Nivelación Trigonométrica

6.4. Nivelación Taquimétrica

6.5. Nivelación Geométrica

6.3. Nivelación Trigonométrica

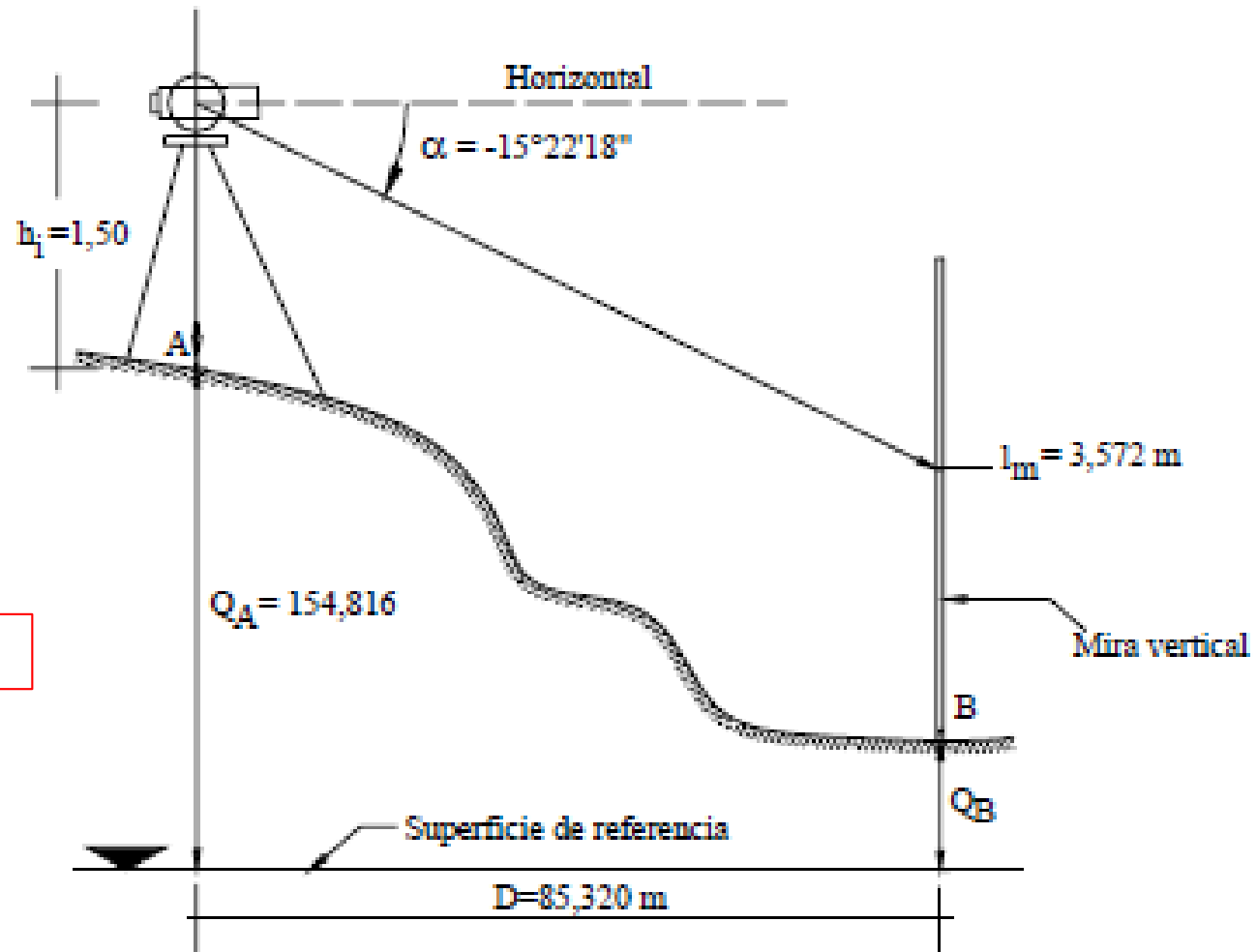


Manteniéndonos dentro de los límites del campo topográfico altimétrico a fin de desprestigiar los efectos de curvatura y refracción al considerar la tierra como plana, podemos definir la **Nivelación trigonométrica** como el método de nivelación que **utiliza ángulos verticales** para la determinación del desnivel entre dos puntos.

Ejemplo 1

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A$$

$$\Delta_{AB} = D \cot \varphi + h_i - l_m$$



$$\Delta_{AB} = 85,320 \times \tan (-15^\circ 22' 18'') + 1,50 - 3,572 = -25,528 \text{ m.}$$

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A \therefore Q_B = \Delta_{AB} + Q_A$$

$$Q_B = -25,528 + 154,816 = 129,288$$

$$Q_B = 129,288 \text{ m.}$$

Ejemplo 2

Aplicando la ecuación de reducción de distancias inclinadas al horizonte tenemos:

$$D_H = D_i \operatorname{sen} \varphi$$

Sustituyendo

$$\Delta_{AB} = D \cot \varphi + h_i - l_m$$

$$\Delta_{AB} = D_i \operatorname{sen} \varphi \times \cot \varphi + h_p - l_m$$

$$\Delta_{AB} = D_i \cos \varphi + h_p - l_m$$

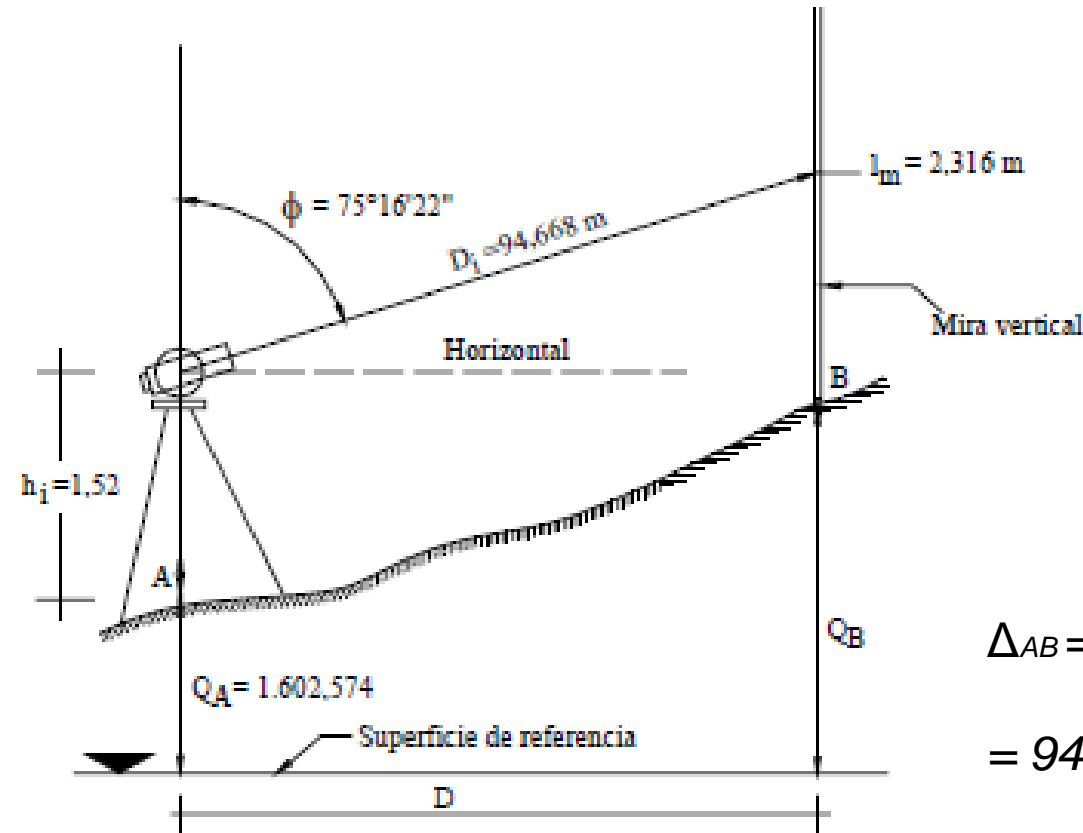
$$= 94,668 \times \cos(75^\circ 16' 22'') + 1,52 - 2,316$$

$$\Delta_{AB} = +23,270 \text{ m}$$

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A \therefore Q_B = \Delta_{AB} + Q_A$$

$$Q_B = 23,270 + 1.602,574 = 1.625,844 \text{ m}$$

$$Q_B = 1.625,844 \text{ m.}$$



6.4 Nivelación Taquimétrica

La taquimetría, palabra compuesta proveniente del griego *ταχύς-metro* que significa medida rápida

$$D_H = KH \cos^2 \alpha$$

$$\Delta_{AB} = D \tan \alpha + h_I - l_m$$

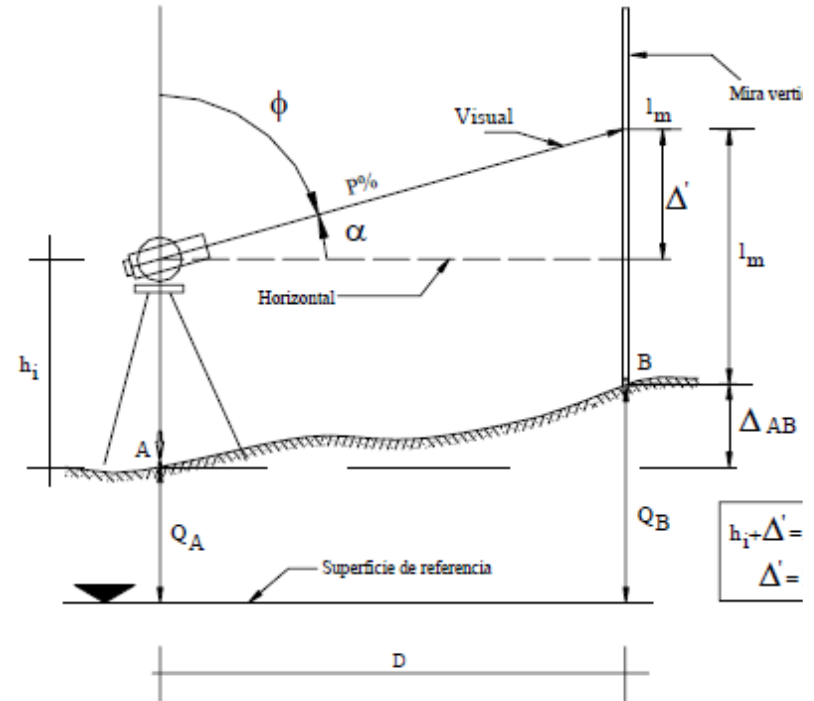
Para teodolitos que miden ángulos de elevación tenemos:

$$\Delta_{AB} = KH \times \cos^2 \alpha \tan \alpha + h_I - l_m$$

$$\Delta_{AB} = KH \cos \alpha \times \operatorname{sen} \alpha + h_I - l_m$$

Para teodolitos que miden ángulos cenitales la ecuación 6.9 queda como sigue

$$\Delta_{AB} = KH \cos \phi \operatorname{sen} \phi + h_I - l_m$$



Por ser un levantamiento rápido para puntos de relleno, donde no se requiere de gran precisión, el campo topográfico altimétrico para la taquimetría se puede extender a distancias de hasta 400 m.

Ejemplo 3

calcule la cota del punto B.

$$\Delta_{AB} = KH \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi + h_i - l_m$$

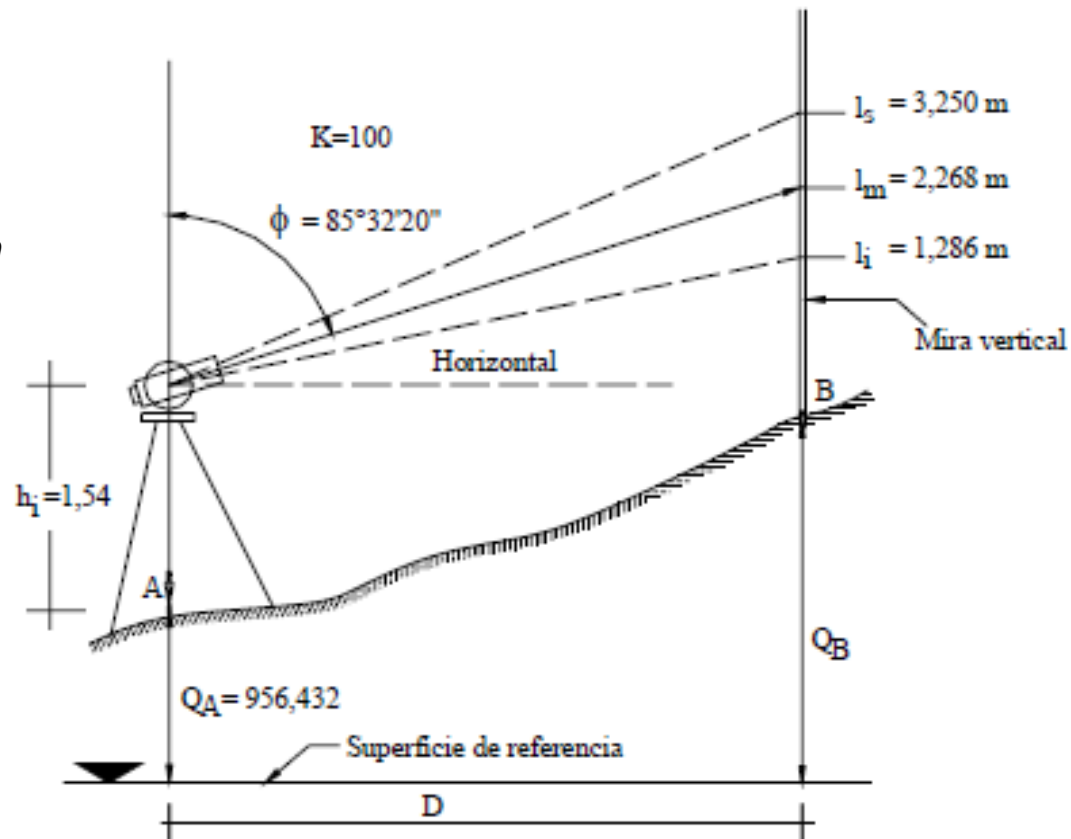
$$\Delta_{AB} = 100 (3,250 - 1,286) \cos 85^{\circ}32'20'' \times \operatorname{sen} 85^{\circ}32'20'' + 1,540 - 2,268$$

$$\Delta_{AB} = 14,502 \text{ m}$$

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A \therefore Q_B = \Delta_{AB} + Q_A$$

$$Q_B = 14,502 + 956,432 = 970,934 \text{ m}$$

$$Q_B = 970,934 \text{ m}$$



Ejemplo 4 calcule las cotas de los puntos 1 al 5

$$\Delta_{AB} = KH \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi + h_i - l_m$$

Libreta de campo para una nivelación taquimétrica

EST	Pv	Angulos medidos		Lecturas en mira		
		$\angle H$	$\angle V$	l_s	l_m	l_i
A	1		91°30'	3,658	2,493	1,328
$h_i = 1,602$	2		95°17'	2,302	1,921	1,540
$Q_A = 1.620,32$	3		83°10'	1,514	1,274	1,034
	4		90°30'	2,386	1,406	0,426
	5		85°32''	2,043	1,704	1,365

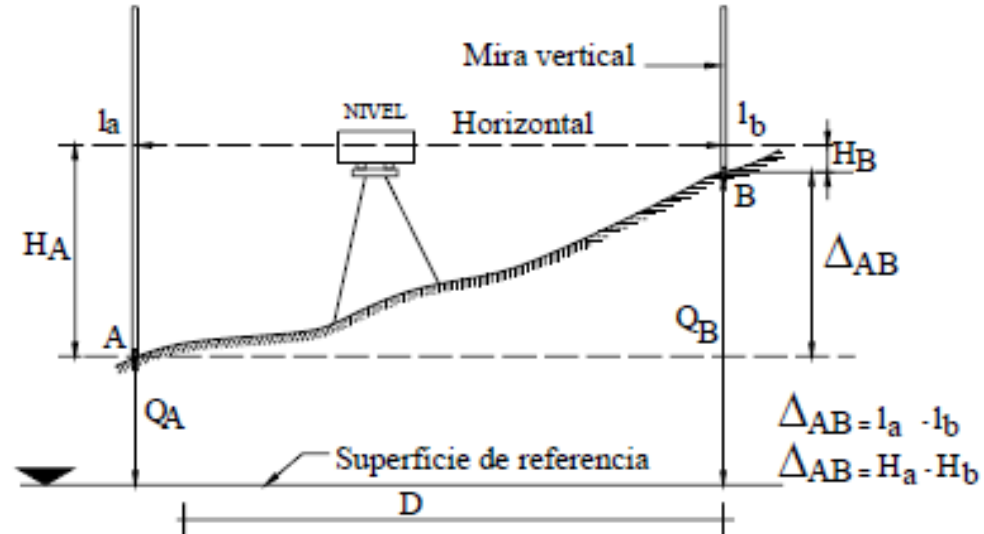
A	Pv	Dist	Desnivel	Cota
A	1	232,84	- 6,99	1.613,33
	2	75,55	- 7,31	1.613,01
	3	47,32	+ 6,00	1.626,32
	4	195,99	- 1,51	1.618,81
	5	67,39	+ 5,16	1.625,48

6.5. Nivelación Geométrica

La nivelación geométrica o nivelación diferencial es el procedimiento topográfico que nos permite determinar el desnivel entre dos puntos mediante el uso del nivel y la mira vertical.

La nivelación geométrica mide la **diferencia de nivel entre dos puntos a partir de la visual horizontal** lanzada desde el nivel hacia las miras colocadas en dichos puntos (figura 6.6).

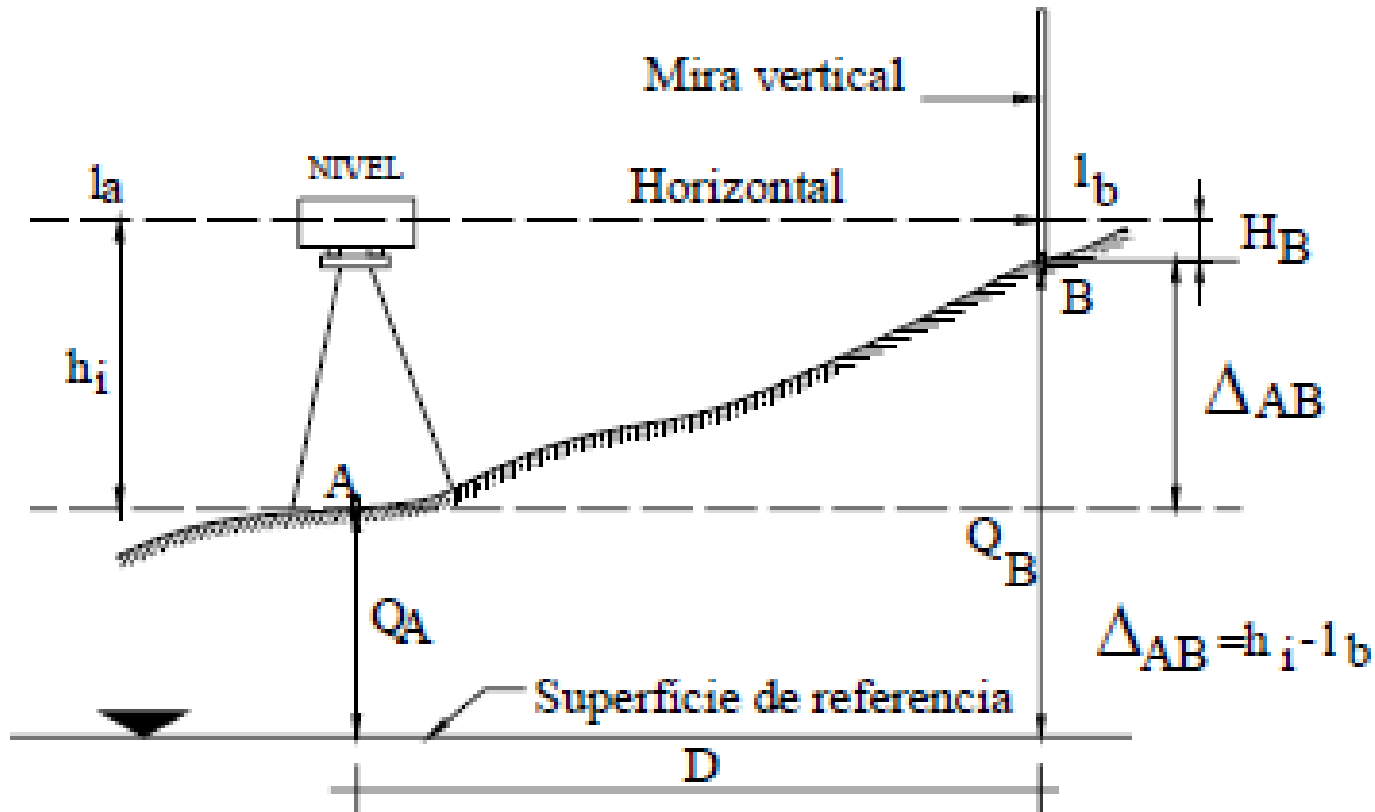
Cuando los puntos a nivelar están dentro de los límites del campo topográfico altimétrico y el desnivel entre dichos puntos se puede estimar con una sola estación, la nivelación recibe el nombre de **nivelación geométrica simple**. Cuando los puntos están separados a una distancia mayor que el límite del campo topográfico, o que el alcance de la visual, es necesario la colocación de estaciones intermedias y se dice que es una **nivelación compuesta**.

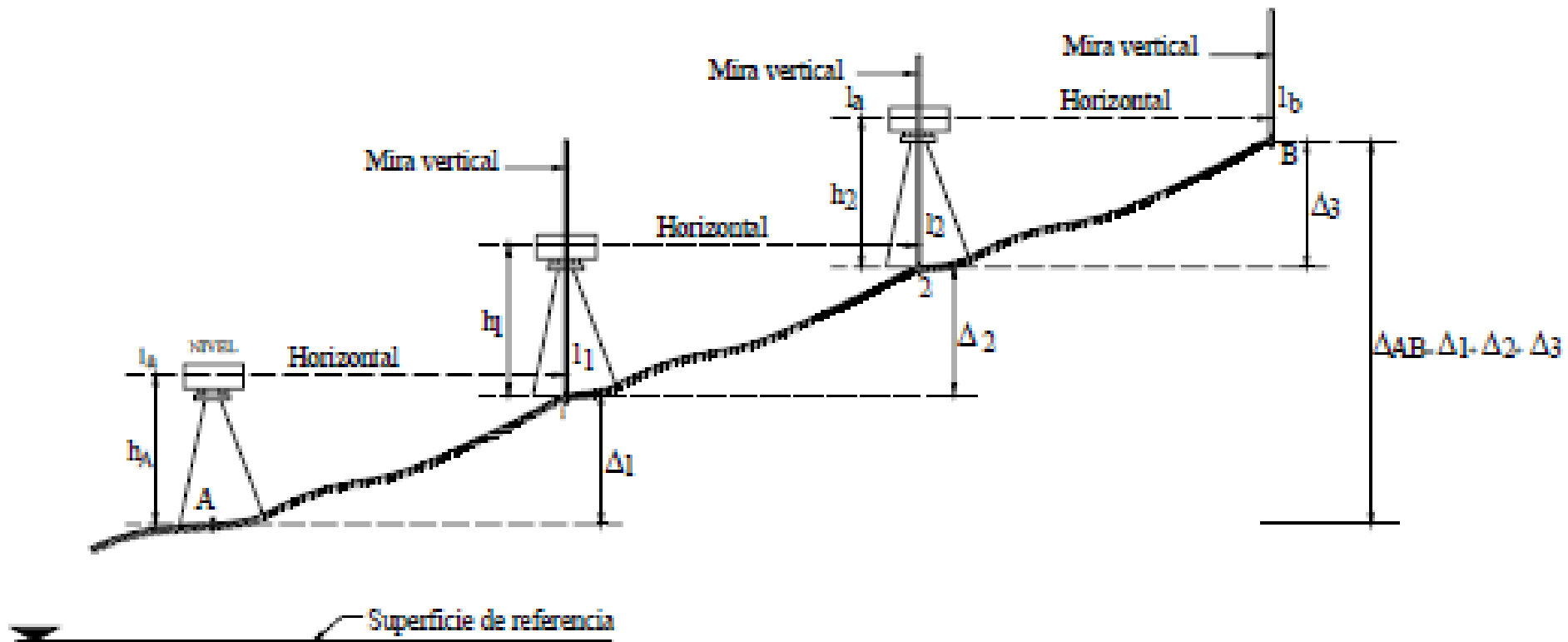


6.5.1. Nivelación Geométrica Simple desde el Extremo

En este tipo de nivelación es necesario medir la altura del instrumento en el punto de estación A y tomar lectura a la mira colocada en el punto B. Como se puede observar en la figura, el desnivel entre A y B será:

$$\Delta_{AB} = h_i - l_b$$

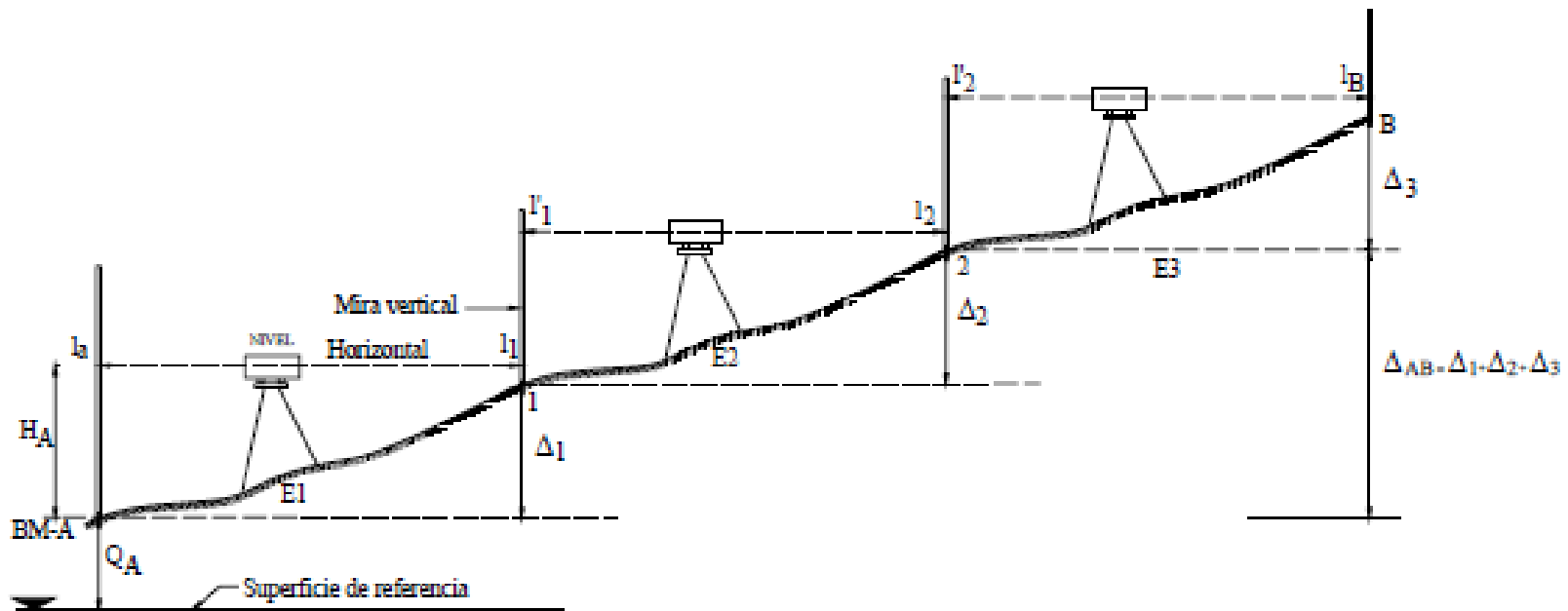




b. Nivelación compuesta desde el extremo

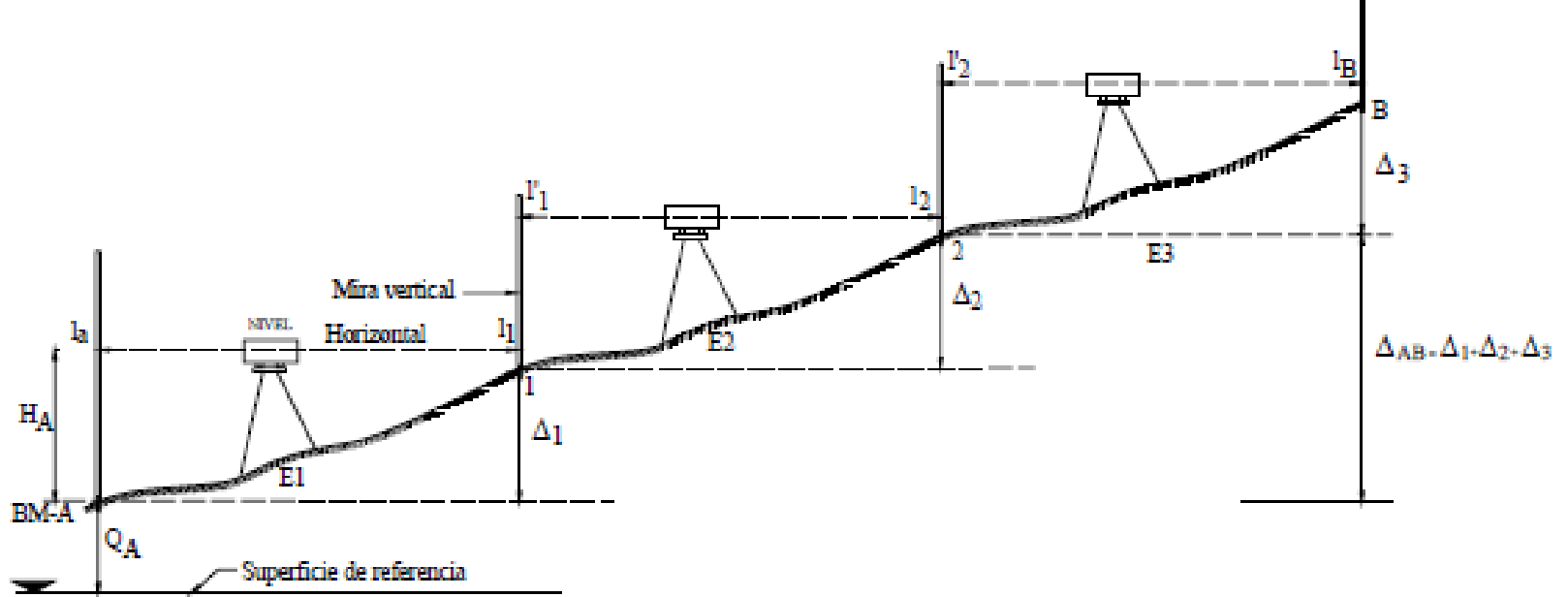
6.5.3. Nivelación Geométrica Compuesta desde el Medio

La nivelación geométrica compuesta desde el medio (figura), consiste en la aplicación sucesiva de la nivelación geométrica simple desde el medio.



En la figura, los puntos 1 y 2 representan los **puntos de cambio (PC)** o punto de transferencia de cota. El punto A es una **Base de Medición (BM)** o punto de cota conocida.

E_1 , E_2 y E_3 representan puntos de estación ubicados en puntos equidistantes a las miras y los valores de l representan las lecturas a la mira.



El desnivel entre A y B vendrá dado por la suma de los desniveles parciales

$$\Delta_{A1} = l_A - l_1$$

$$\Delta_{12} = l'_1 - l_2$$

$$\Delta_{2B} = l'_2 - l_B$$

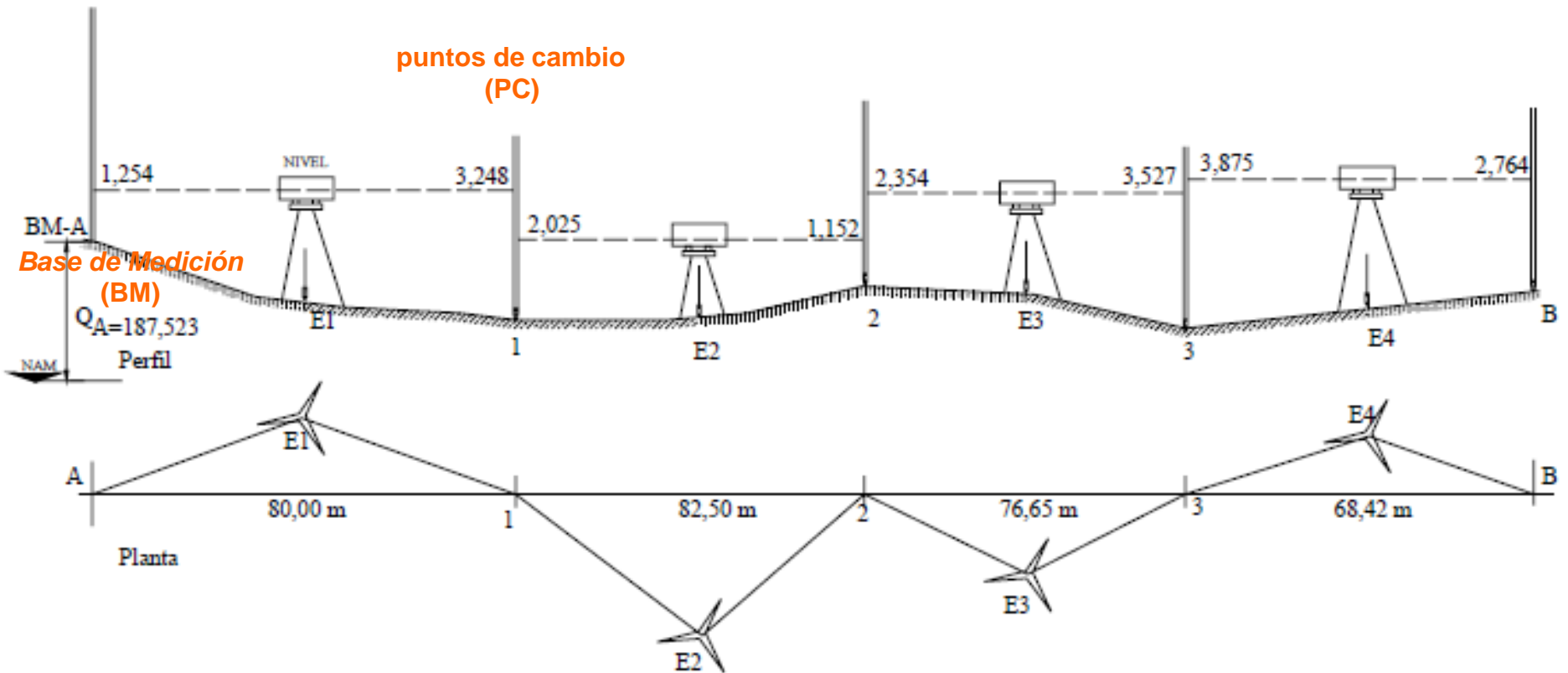
$$\Delta_{AB} = \Delta_{A1} + \Delta_{12} + \Delta_{2B} = (l_A + l'_1 + l'_2) - (l_1 + l_2 + l_B)$$

Si a l_A , l'_1 y l'_2 le llamamos lecturas atrás (l_{AT}) y a l_1 , l_2 y l_B lecturas adelante (l_{AD}), tenemos que:

$$\Delta_{AB} = \sum l_{AT} - \sum l_{AD}$$

Ejemplo 5

Calcule las cotas de los puntos de la nivelación representada en la figura.



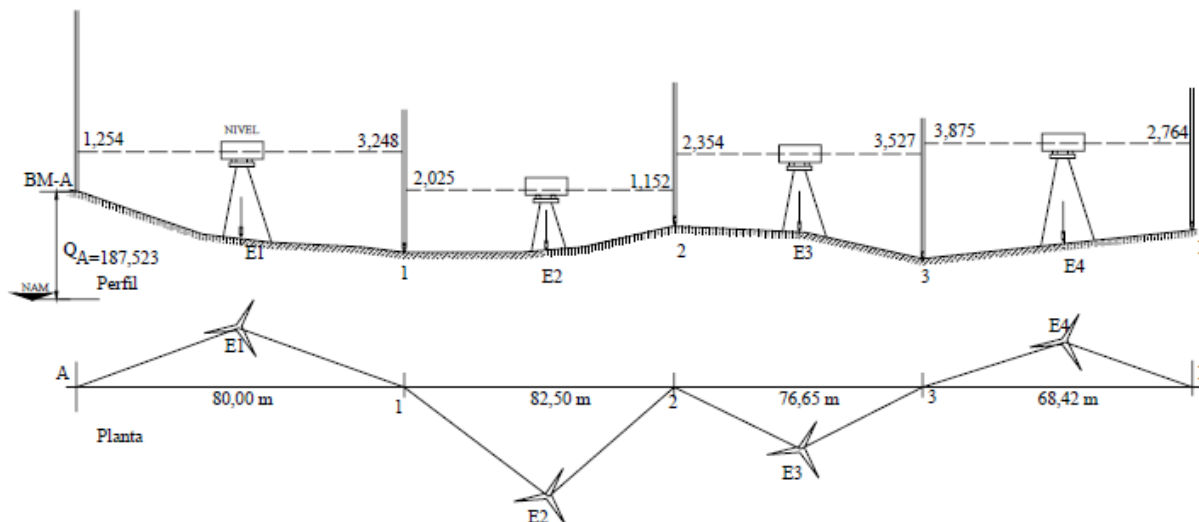
En la figura se han representado esquemáticamente el perfil y la planta de la nivelación a fin de recalcar que no es necesario que las estaciones estén dentro de la alineación, ya que lo importante es que estén **equidistantes a los puntos de mira**, a fin de eliminar el error de inclinación del eje de colimación.

resumen el proceso de cálculo de la nivelación propuesta.

1	2	3	4	5	6
Est.	PV	L_{AT}	L_{AD}	Δp	Cotas
E1	A	1,254			187,523
	1		3,248	-1,994	185,529
E2	1	2,025			185,529
	2		1,152	+0,873	186,402
E3	2	2,354			186,402
	3		3,527	-1,173	185,229
E4	3	3,875			185,229
	B		2,764	+1,111	186,340
	Σ	9,508	10,691	-1,183	

Dif.

-1,183



6.6. Nivelación de Perfiles

En ingeniería es común hacer nivelaciones de alineaciones para proyectos de carreteras, canales, acueductos, etc. Estas nivelaciones reciben el nombre de **nivelación de perfiles longitudinales** y se toman a lo largo del eje del proyecto.

En el caso de nivelaciones para proyectos viales, la nivelación se hace a lo largo del eje de proyecto con **puntos de mira a cada 20 o 40 m**, dependiendo del tipo de terreno más en los puntos de quiebre brusco del terreno.

Los puntos de cambio y las estaciones deben **ubicarse de manera de abarcar la mayor cantidad posible de puntos intermedios**. Debe tenerse cuidado en la determinación de los puntos de cambio ya que éstos son los puntos de enlace o de transferencia de cotas. Deben ser puntos firmes en el terreno, o sobre estacas de madera, vigas de puentes, etc.

Ejemplo 6

Calcule las cotas de la nivelación representada en la figura

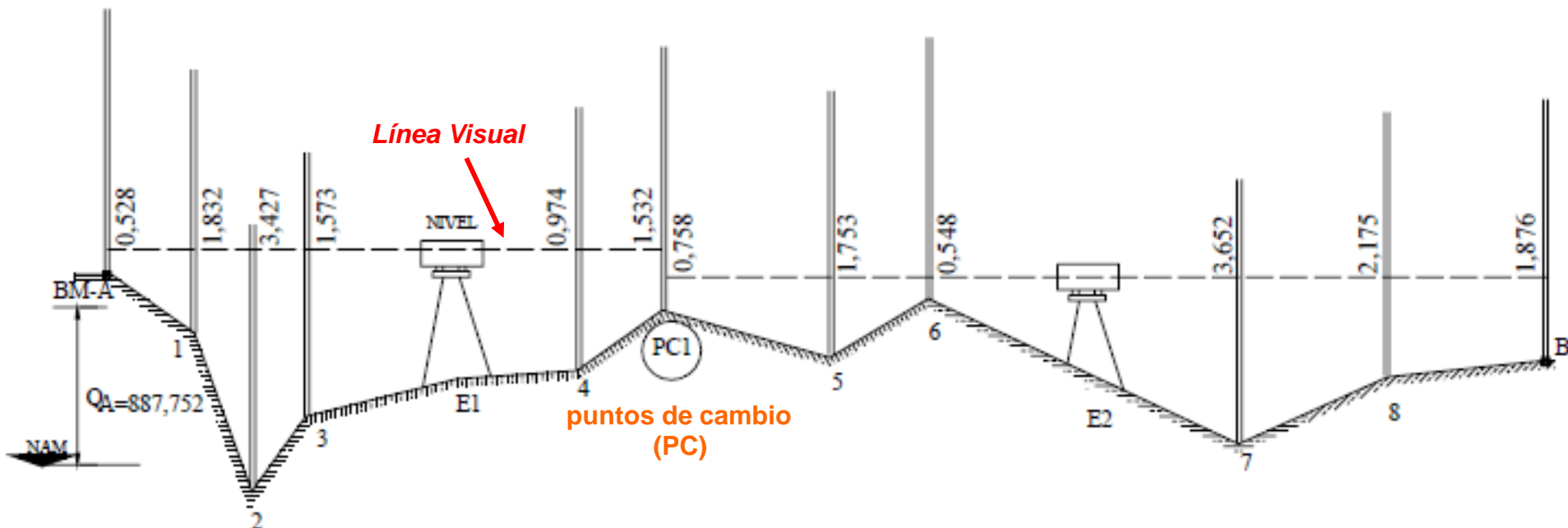
El cálculo de las cotas por el **MÉTODO DEL HORIZONTE** consiste en **calcular la cota de la línea de visual** o eje de colimación en cada uno de los puntos de estación.

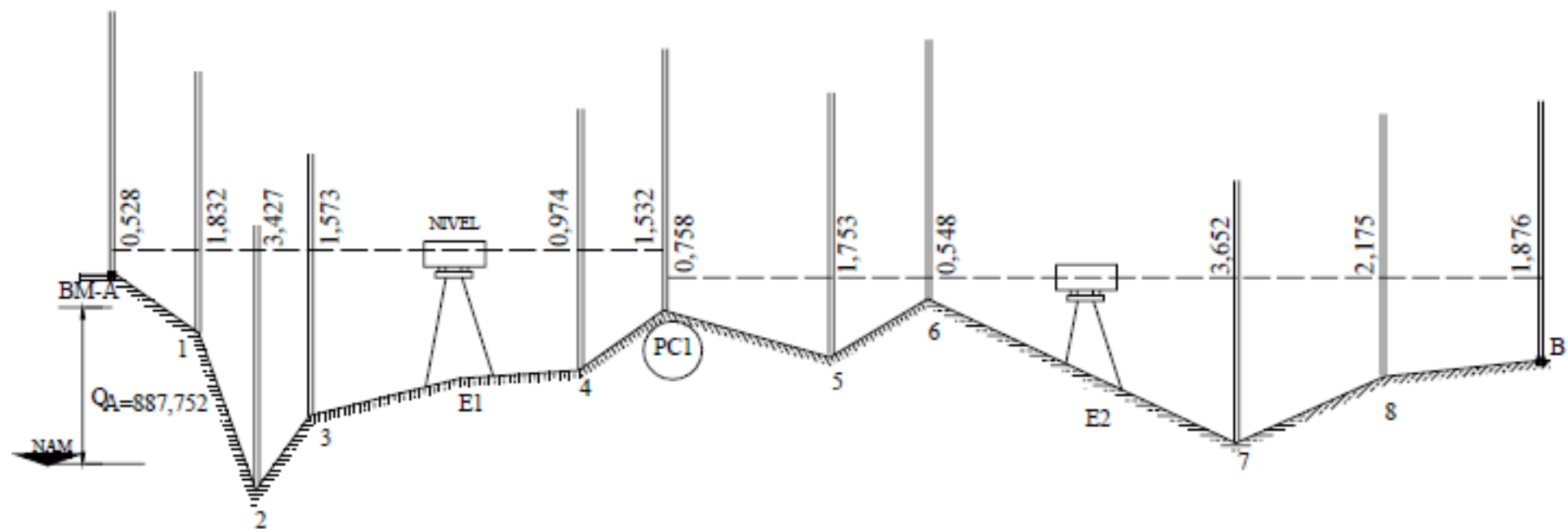
La cota de la línea de visual u horizonte para la estación E1 será la cota del punto A (**Base de Medición**) más la lectura a la mira en el punto A.

$$H = Q + I_m$$

$$H = Q_A + L_A = 887,752 + 0,528 = 888,280$$

Base de Medición
(BM)





$$Q = H - l_m$$

Est.	Pv	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Horizonte	Cota
E1	A	0,528			888,280	887,752
	1		1,832			886,448
	2		3,427			884,853
	3		1,573			886,707
	4		0,974			887,306
	PC ₁			1,532		886,748
E2	PC ₁	0,758			887,506	886,748
	5		1,753			885,753
	6		0,548			886,958
	7		3,652			883,854
	8		2,175			885,331
	B			1,876		885,630
	Σ	1,286		3,408		
	Δ =	-2,122				

Al hacer cambio de estación es necesario **calcular la nueva cota del horizonte** sumando a la cota del punto de cambio la lectura a la mira en dicho punto de cambio.

6.7. Control de Nivelaciones

En los ejemplos resueltos hasta el momento, solamente **hemos podido comprobar las operaciones aritméticas y no la magnitud de los errores sistemáticos y accidentales**, inevitables en todo proceso topográfico.

Para poder determinar el error de cierre de una nivelación, es necesario realizar una **nivelación cerrada** (de ida y vuelta) o una **nivelación de enlace** con puntos de control al inicio y al final de la nivelación.

6.7.1. Error de Cierre

El error de cierre de una nivelación depende de la precisión de los instrumentos utilizados, del número de estaciones y de puntos de cambio y del cuidado puesto en las lecturas y colocación de la mira (ejemplo de colocación de la mira)

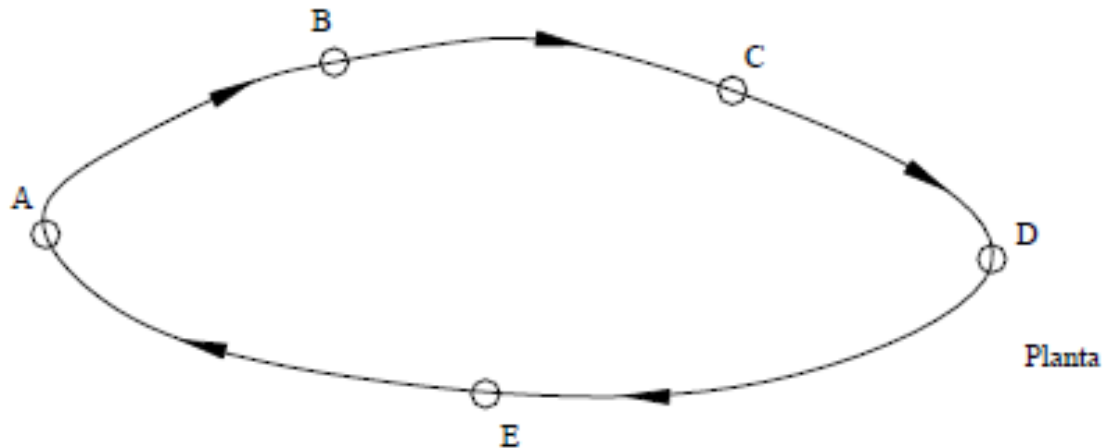
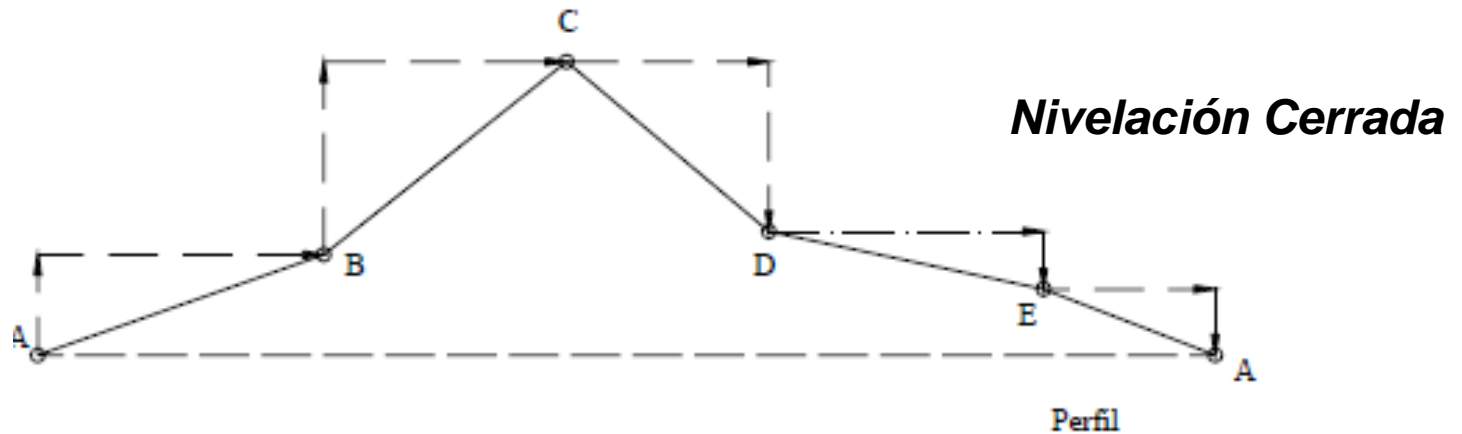
En una **nivelación cerrada**, en donde el punto de llegada es el mismo punto de partida, la cota del punto inicial debe ser igual a la cota del punto final, es decir: la suma de los desniveles debe ser igual a cero, tal y como se muestra en la figura.

La diferencia entre la cota final y la inicial nos proporciona el error de cierre de la nivelación

$$E_n = Q_f - Q_i$$

El error de cierre también puede ser calculado por medio del desnivel total como:

$$E_n = \sum L_{AT} - \sum L_{AD}$$



En una **nivelación de enlace** los puntos extremos forman parte de una red de nivelación de precisión, por lo que la cota o elevación de sus puntos son conocidas

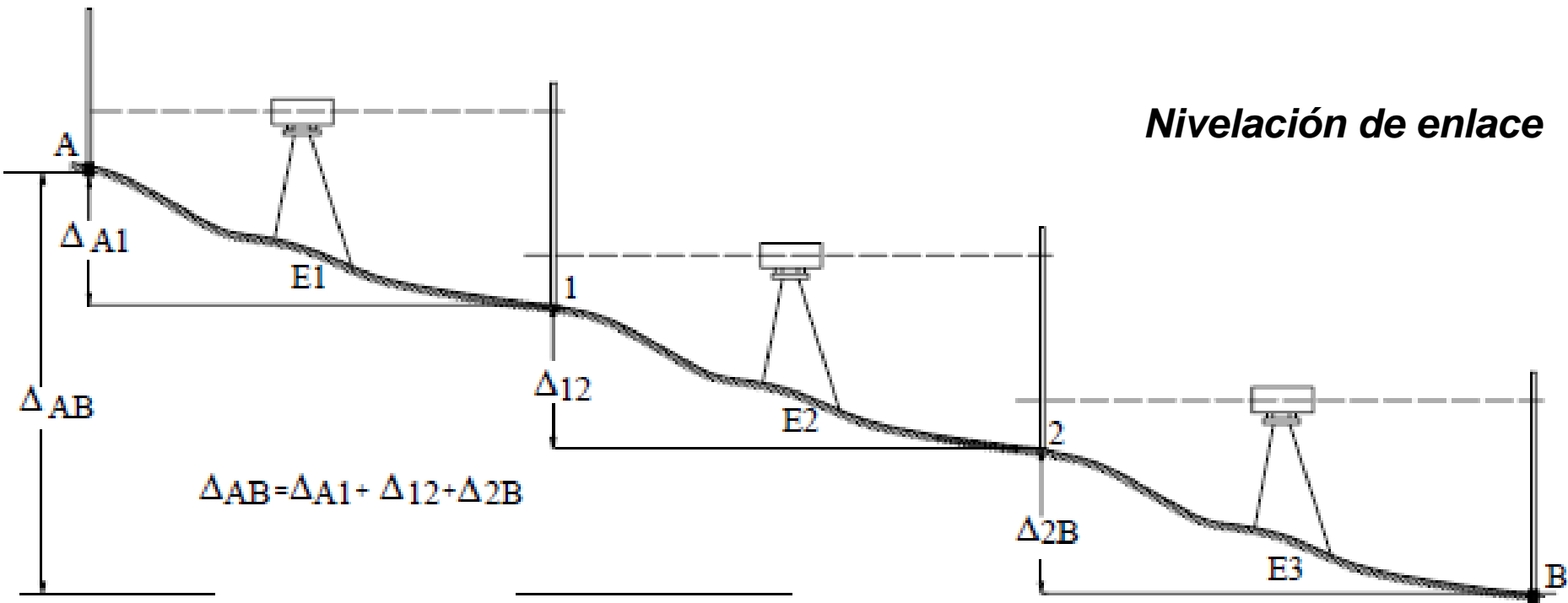
En este tipo de nivelación, representada en la figura, la diferencia entre el desnivel medido y el desnivel real nos proporciona el error de cierre.

El desnivel medido se calcula por la ecuación

$$\Delta_{AB} = \sum L_{AT} - \sum L_{AD}$$

error de cierre será

$$E_n = (\sum L_{AT} - \sum L_{AD}) - (Q_B - Q_A)$$



6.7.2. Tolerancia del Error de Cierre

La tolerancia del error de cierre depende de la importancia del trabajo, de la precisión de los instrumentos a utilizar y de las normativas existentes

Las nivelaciones se pueden clasificar en **nivelaciones de primer, segundo y tercer orden**, siendo las de tercer orden las de uso común en los trabajos de ingeniería

La tolerancia de cierre generalmente se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$T_n = m K$$

T_n = Tolerancia para el error de cierre en mm

m = Valor dependiente de los instrumentos, método y tipo de nivelación requerida

K = Longitud total de la nivelación en Km

Para nivelaciones de tercer orden se recomienda un valor de m entre 12 y 15 mm.

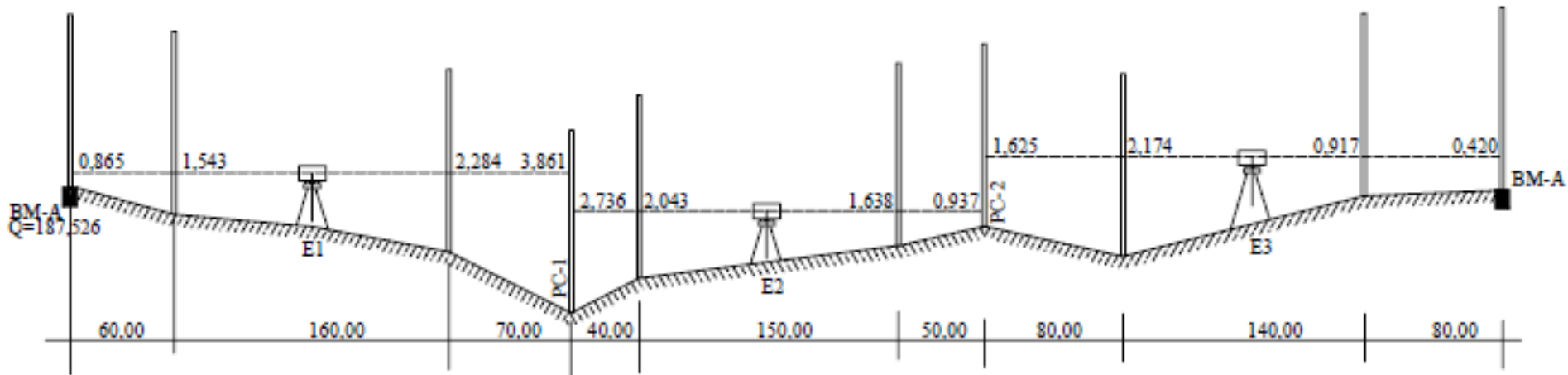
6.7.3. Compensación de Nivelaciones

Si al comparar el error de cierre con la tolerancia resulta que este es mayor que la tolerancia, se hace necesario repetir la nivelación. En caso de verificarse que el error es menor que la tolerancia se procede a la compensación de la misma siguiendo uno de los métodos de compensación que se describen a continuación:

6.7.3.1. Compensación proporcional a la distancia nivelada

Ejemplo 7

Calcule las cotas compensadas de la nivelación cerrada mostrada en la figura



Por tratarse de una nivelación cerrada, el error de nivelación $E_n = \Sigma L_{AT} - \Sigma L_{AD}$

En nuestro ejemplo, el error de nivelación $E_n = \Sigma L_{AT} - \Sigma L_{AD}$

$$E_n = 5,226 - 5,218 = 0,008 \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

$$T_n = 13,13 \times 0,830 = 10,9 \text{ mm}$$

Siendo $T_n > E_n$ procedemos a compensar el error proporcionalmente a la distancia nivelada sobre los puntos de cambio. Nótese que en este método de compensación proporcional a la distancia nivelada, el punto A debe ser considerado punto de cambio

$$C_1 = -\frac{290}{830} \times 0,008 = -0,003$$

$$C_2 = -\frac{530}{830} \times 0,008 = -0,005$$

$$C_3 = -\frac{830}{830} \times 0,008 = -0,008$$

Est.	PV	Dist. P	Dist. Ac	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Horiz	Cotas Calculadas	Comp	Cotas comp.
E1	A	--	0,00	0,865	1,543	3,861	188,391	187,526	--	187,526
	1	60,00	60,00					186,848	--	186,848
	2	160,00	120,00					186,107	--	186,107
	PC ₁	70,00	290,00					184,530	-0,003	184,527
E2	PC ₁	--	--	2,736	2,043	0,937	187,266	184,530	-0,003	184,527
	3	40,00	330,00					185,223	-0,003	185,220
	4	150,00	480,00					185,628	-0,003	185,625
	PC ₂	50,00	530,00					186,329	-0,005	186,324
E3	PC ₂	--	--	1,625	2,174	0,420	187,954	186,329	-0,005	186,324
	5	80,00	610,00					185,780	-0,005	185,775
	6	140,00	750,00					187,037	-0,005	187,032
	A	80,00	830,00					187,534	-0,008	187,526
				Σ	5,226			187,526		
				Dif.		+ 0,008		Dif.	+ 0,008	

En este procedimiento se asume que **los errores se cometen en las lecturas adelante o puntos de cambio**, afectando la cota del horizonte de las estaciones, por lo que las correcciones a los puntos intermedios se mantienen constantes hasta el siguiente punto de cambio.

6.7.3.2. Compensación sobre los puntos de cambio

Este método, más sencillo, supone que el error se comete sobre los puntos de cambio y que es independiente de la distancia nivelada, por lo que la corrección será:

$$C = -\frac{E_n}{N}$$

Siendo N el número de puntos de cambio

Ejemplo 8

Resolver el ejemplo de la tabla anterior, por el método de los puntos de cambio.

El error y la tolerancia son los mismos del ejemplo anterior. La corrección se calcula según la ecuación

$$C = -\frac{0,008}{2} = -0,004 \text{ m por punto de cambio}$$

En la tabla se resume el proceso de cálculo de compensación de las cotas de la nivelación.

Est.	PV	Dist. P	Dist. Ac	L _{AT}	L _{INT}	L _{AD}	Comp.	horiz.	Cotas comp.
E1	A	--	0,00	0,865	1,543			188,391	187,526
	1	60,00	60,00						186,848
	2	160,00	120,00						186,107
	PC ₁	70,00	290,00						184,526
E2	PC ₁	--	--	2,736	2,043			187,262	184,526
	3	40,00	330,00						185,219
	4	150,00	480,00						185,624
	PC ₂	50,00	530,00						186,321
E3	PC ₂	--	--	1,625	2,174			187,946	186,321
	5	80,00	610,00						185,772
	6	140,00	750,00						187,029
	A	80,00	830,00						187,526
Σ				5,226		5,218	-0,008		
				Dif.	+ 0,008				

Bibliografía:

Leonardo Casanova M. NIVELACION.

Capítulo 6

GRACIAS