

# MAQUINAS SECUENCIALES

---

**Lenguajes Formales**

Facultad de Ingenieria- UNJu

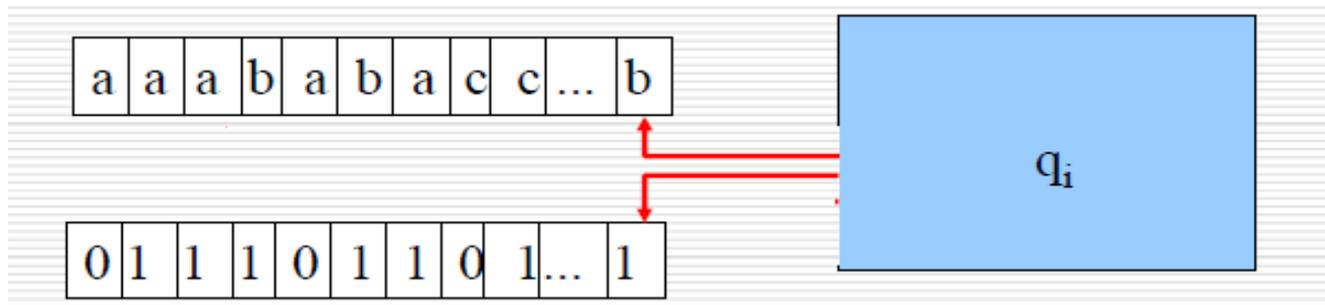
---

Ing Fabiana R. Aragón

# Máquinas Secuenciales: Definición

Estas máquinas, son en esencia máquinas traductoras, ya que dada una palabra en la entrada generan otra palabra en la salida.

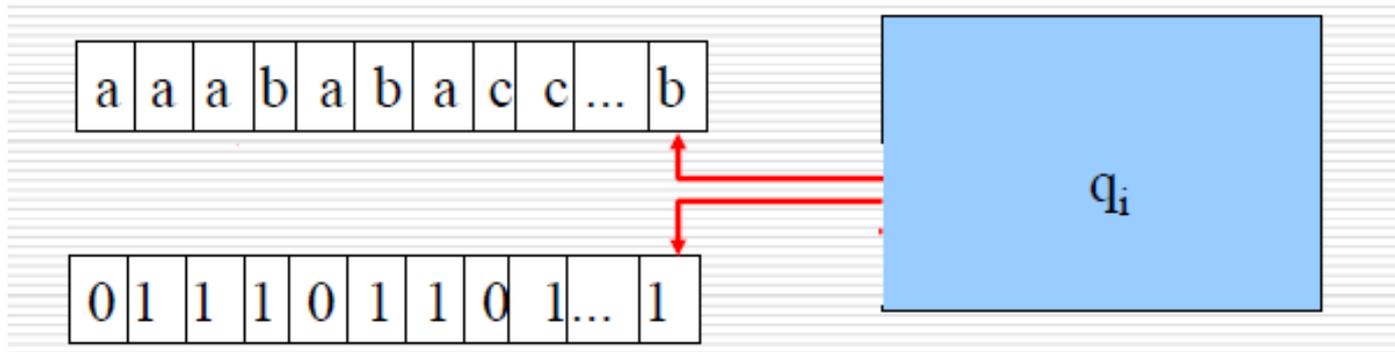
Estas máquinas deberán estar compuestas por:



# Maquinas Secuenciales: Característica

En un determinado intervalo de tiempo, las máquinas secuenciales realizarán tres acciones que serán indivisibles (consideradas como una unidad), las cuales son:

1. Realizan una lectura sobre la cinta de entrada.
2. Cambiar de estado.
3. Grabar un símbolo en la cinta de salida



# Maquinas Secuenciales: Definición

Se define mediante la quintupla

$$M = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

*donde:*

$\Sigma_E$  : alfabeto de entrada.

$\Sigma_S$  : alfabeto de salida.

$Q$  : Conjunto finito no vacío de estados

$f$  : *Función de transición*

$$f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q$$

$g$  : *Función de salida*

# Maquinas Secuenciales: Definición

Una máquina abstracta es capaz de:

- Adoptar distintos estados del conjunto  $Q$ .
- Recibir información del entorno, palabras  $\in \Sigma_E$
- Actuar sobre el entorno, palabras  $\in \Sigma_S$

El tiempo está cuantificado, en un instante  $t$  y:

- Sólo puede estar en un estado  $\in Q$
- Recibir un estímulo, símbolo  $\in \Sigma_E$
- Generar una salida, símbolo  $\in \Sigma_S$
- Conocida la entrada y el estado actual se puede predecir la salida y el estado siguiente.

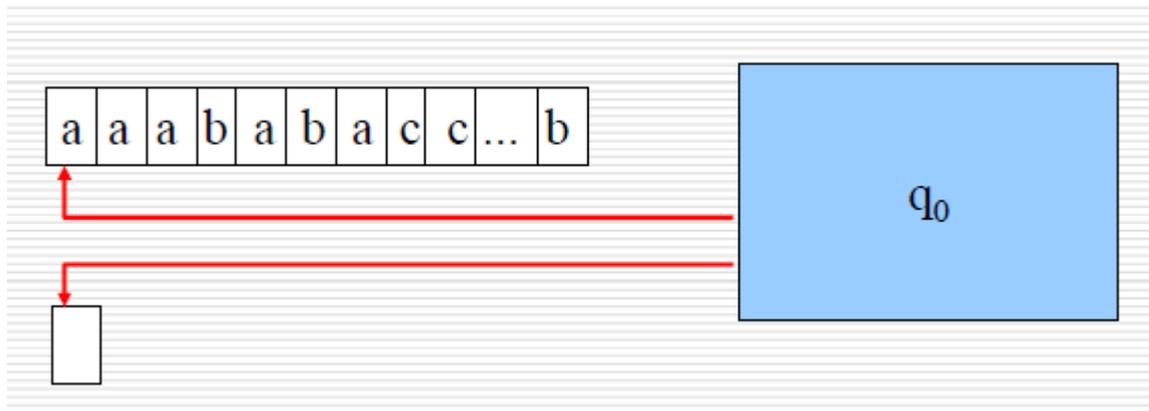
# Maquinas Secuenciales: Definición

## ¿Cómo procesa las entradas una MS?

La entrada es un conjunto de símbolos tomados del alfabeto de entrada  $\Sigma_E$ , no hay límite en tamaño de la cadena.

Existe un “puntero” que en cada momento apunta a una posición de la cadena de entrada.

El autómata está siempre en un estado de  $Q$ , *inicialmente se encuentra en el estado  $q_0$ .*



# Maquina de Mealy

Se define por la quintupla

$$Me = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

donde:

$\Sigma_E$  : alfabeto de entrada.

$\Sigma_S$  : alfabeto de salida.

$Q$  : Conjunto finito no vacío de estados.

$f$  : Función de transición

$$f : Q \times \Sigma_E \rightarrow Q, f(q, a) = q' / a \in \Sigma_E, q' \in Q$$

$g$  : Función de salida

$$g : Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S, g(q, a) = b / a \in \Sigma_E, b \in \Sigma_S$$

## Maquina de Mealy: Ejemplo

$$M = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

$$Me = (\{0,1\}, \{p, i\}, \{q_0, q_1\}, f, g)$$

$$f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q, f(q_0, 1) = q_1$$

$$g: Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S, g(q_0, 1) = p$$

# Maquina de Moore

Se define por la quintupla

$$Mo = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

donde:

$\Sigma_E$  : alfabeto de entrada.

$\Sigma_S$  : alfabeto de salida.

$Q$  : Conjunto finito no vacío de estados.

$f$  : Función de transición

$$f: Q \times \Sigma \rightarrow Q, f(q, a) = q' / a \in \Sigma_E, q' \in Q$$

$g$  : Función de salida

$$g: Q \rightarrow \Sigma_S, g(q) = b / b \in \Sigma_S$$

## Maquina de Moore: Ejemplo

$$M = (\Sigma_E, \Sigma_S, Q, f, g)$$

$$M_0 = (\{0,1\}, \{p, i\}, \{q_0, q_1\}, f, g)$$

$$f: Q \times \Sigma_E \rightarrow Q, f(q_0, 1) = q_1$$

$$g: Q \rightarrow \Sigma_S, g(q_0) = p$$

# Comparación MS

## MS de Mealy

- $g : Q \times \Sigma_E \rightarrow \Sigma_S$
- $g(q, a) = b$

- Es infinita, la salida solo depende de la entrada.

## MS de Moore

- $g : Q \rightarrow \Sigma_S$
- $g(q) = b$

- Es finita, la salida depende solo del estado.
- MS de Moore; caso particular de MS de Mealy.

# Representación de una MS

Las máquinas secuenciales pueden representarse por:

## 1. Dos tablas:

Tabla de transiciones, tabla de  $f$

*Tabla de doble entrada*

Tabla de salidas, tabla de  $g$

*MS de Mealy: Tabla de doble entrada*

*MS de Moore: Tabla de simple entrada*

## 2. Una sola tabla de transiciones y de salidas, tabla de $f$ y $g$

MS de Mealy: entrada de la tabla  $f(q,a)/s$

MS de Moore: entrada de la tabla  $f(q,a)$

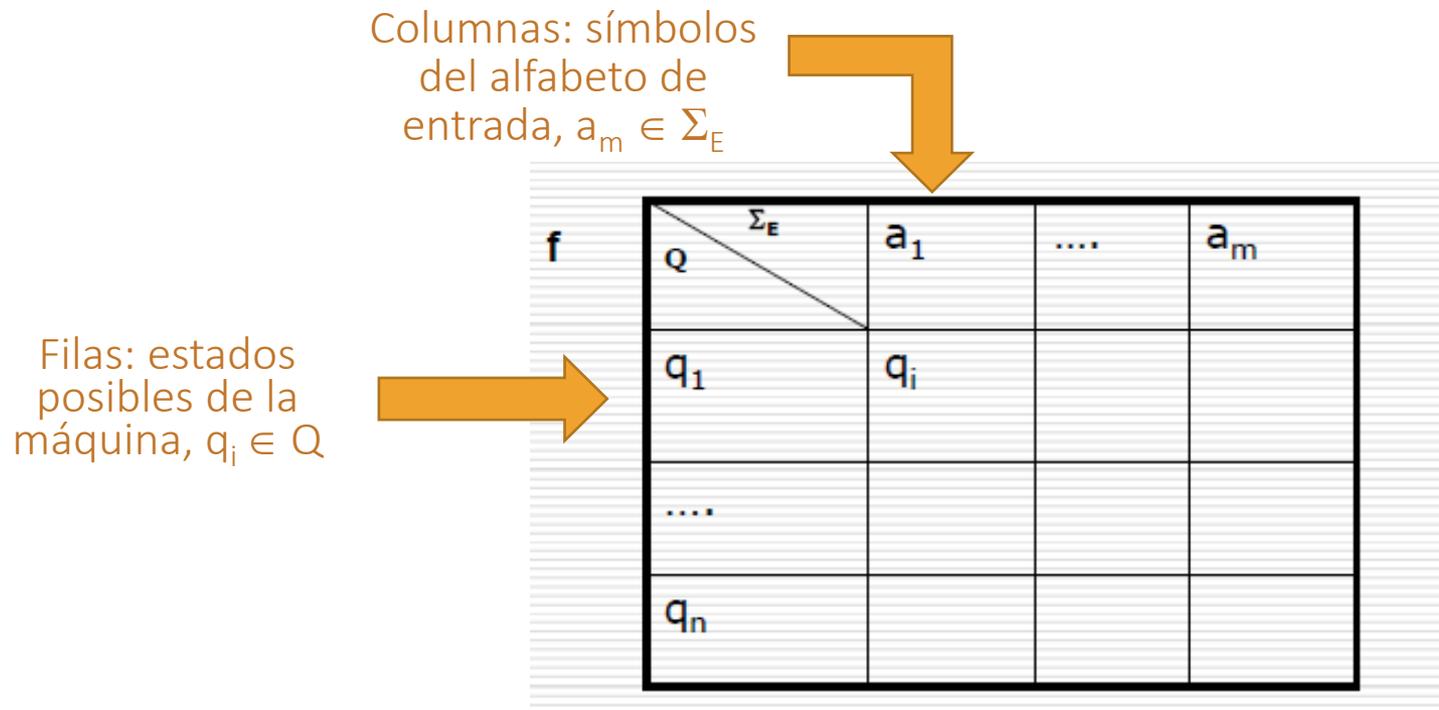
## 3. Diagramas de Transición

# Dos tablas de Transición

## Tabla para la función de Transición ( $f$ )

La **función de transición** ( $f$ ) es la encargada de dirigir a la máquina secuencial de un estado a otro.

La estructura es la misma para las máquinas de Mealy y Moore:



# Dos tablas: Tabla de Transición y de Salida

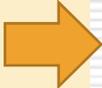
## Tabla para la función de Salida ( $g$ )

La **función de salida ( $g$ )** se encarga de seleccionar la salida correspondiente para cada máquina secuencial:

- En función del estado actual y la entrada que se reciba, en el caso de la **máquina de Mealy**.

Columnas: símbolos del alfabeto de entrada,  $a_m \in \Sigma_E$

Filas: estados posibles de la máquina,  $q_i \in Q$



$Q \backslash \Sigma_E$	$a_1$	....	$a_m$
$q_1$	$b_i$		
....			
$q_n$			

Tabla de Salida  $g(q, a) = b$   
*Máquina de Mealy*

- En función del estado en que se encuentren, en el caso de la **máquina de Moore**.

Filas: estados posibles de la máquina,  $q_i \in Q$



$Q \backslash \Sigma_S$	
$q_1$	$b_i$
...	
$q_n$	

Tabla de Salida  $g(q) = b$   
*Máquina de Moore*

# Representación por Dos Tablas de Transición y de Salida.

**Ejemplo:** Obtener la tabla de transición y de salida para las funciones de transición y de salida, respectivamente, de la siguiente máquina de *Mealy*.

$$f(q, a) = q$$

$$f(q, b) = r$$

$$f(r, a) = r$$

$$f(r, b) = q$$

$$g(q, a) = 0$$

$$g(q, b) = 1$$

$$g(r, a) = 0$$

$$g(r, b) = 1$$

f	q	a	b
	$\Sigma_E$		
q	q	r	
r	r	q	

g	q	a	b
	$\Sigma_E$		
q	0	1	
r	0	1	

# Representación por Dos Tablas de Transición y de Salida.

**Ejemplo:** Obtener la tabla de transición y de salida para las funciones de transición y de salida, respectivamente, de la siguiente máquina de Moore.

$$f(q, a) = q$$

$$g(q) = 0$$

$$f(q, b) = r$$

$$f(r, a) = r$$

$$g(r) = 1$$

$$f(r, b) = q$$

f	$q$ \ $\Sigma_E$	a	b
	q	q	r
	r	r	q

g	$q$ \ $\Sigma_S$	
	q	0
	r	1

# Una sola tabla: TRANSICION Y SALIDA

Filas: estados posibles de la máquina  $q_i \in Q$

Columnas: símbolos del alfabeto de entrada,  $a_m \in \Sigma_E$

$f, g$

$Q \backslash \Sigma_E$	$a_1$	....	$a_m$
$q_1$	$q_k/b_i$		
....			
$q_n$			

MS de Mealy  
 $f(q, a) = q'$   
 $g(q, a) = b$

$f, g$

$Q \backslash \Sigma_E$	$a_1$	....	$a_m$
$q_1/b_i$	$q_i$		
....			
$q_n/b_k$			

MS de Moore  
 $f(q, a) = q'$   
 $g(q) = b$

# Representación por Una Tabla de Transición y de Salida.

**Ejemplo:** Obtener la tabla de transición y de salida para las funciones de transición y de salida, respectivamente, de la siguiente máquina de *Mealy*.

$$f(q, a) = q$$

$$g(q, a) = 0$$

$$f(q, b) = r$$

$$g(q, b) = 1$$

$$f(r, a) = r$$

$$g(r, a) = 0$$

$$f(r, b) = q$$

$$g(r, b) = 1$$

$f, g$

$Q \backslash \Sigma_E$	a	b
q	q/0	r/1
r	r/0	q/1

# Representación por Una Tabla de Transición y de Salida.

**Ejemplo:** Obtener la tabla de transición y de salida para las funciones de transición y de salida, respectivamente, de la siguiente máquina de Moore.

$$\begin{aligned} f(q, a) &= q & g(q) &= 0 \\ f(q, b) &= r \\ f(r, a) &= r & g(r) &= 1 \\ f(r, b) &= q \end{aligned}$$

$f, g$

$Q \backslash \Sigma_E$	a	b
q/0	q	r
r/1	r	q

# Diagrama de Transición

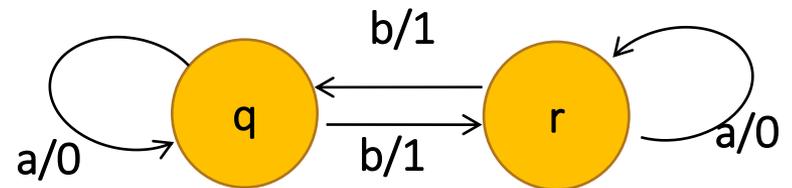
Una MS puede ser representada a través de un grafo dirigido.

## Máquina secuencial de Mealy

Las máquinas de Mealy tienen tantos estados como elementos tiene el conjunto  $Q$  y son etiquetados con el nombre de dicho elemento. Los cambios de estados se reflejan mediante una rama, de forma que si  $f(q,b)=r$ , dibujaremos una rama desde  $q$  hasta  $r$ .

Si además  $g(q,b)=1$ , etiquetaremos dicha rama como  $b/1$ .

*Ejemplo:* Diseñar el diagrama de transición asociado a la máquina de Mealy definida en el ejemplo del apartado anterior.



# Diagrama de Transición

Una MS puede ser representada a través de un grafo dirigido.

## Máquina secuencial de Moore

Las máquinas de Moore tienen tantos estados como elementos tiene el conjunto  $Q$  y son etiquetados con el nombre de dicho elemento. Los cambios de estados se reflejan mediante una rama, de forma que si  $f(q,b)=r$ , dibujaremos una rama desde  $q$  hasta  $r$  etiquetada con  $1$ . Si además  $g(q)=0$ , etiquetaremos el estado como  $q/0$ .

*Ejemplo:* Diseñar el diagrama de transición asociado a la máquina de Moore definida en el ejemplo del apartado anterior.

